

# Вычисление углов

## Угол между прямыми в пространстве

### Правила пользования

- Пользователь должен ввести две прямые, заданных каноническими уравнениями.
- Значения коэффициентов в уравнениях должны быть целыми числами или числами с плавающей точкой (при вводе чисел с плавающей точкой использовать вместо точки **запятую**).
- После ввода двух прямых при нажатии на кнопку «Выполнить» калькулятор определяет угол между ними.

### Теоретическая часть

Пусть в пространстве прямые  $L_1$  и  $L_2$  заданы каноническими уравнениями

$$\frac{x-x_1}{m_1} = \frac{y-y_1}{p_1} = \frac{z-z_1}{l_1}, \quad (2.1)$$

и

$$\frac{x-x_2}{m_2} = \frac{y-y_2}{p_2} = \frac{z-z_2}{l_2}, \quad (2.2)$$

где  $q_1=(m_1, p_1, l_1)$  направляющий вектор прямой  $L_1$ , а  $q_2=(m_2, p_2, l_2)$  направляющий вектор прямой  $L_2$ .

Задача об определении угла между прямыми  $L_1$  и  $L_2$  сводится к задаче об определении угла между направляющими векторами  $q_1$  и  $q_2$ .

Из определения [скалярного произведения](#):

$$(q_1, q_2) = |q_1| |q_2| \cos \varphi, \quad (2.3)$$

где  $|q_1|$  и  $|q_2|$  модули направляющих векторов  $q_1$  и  $q_2$  соответственно,  $\varphi$  - угол между векторами  $q_1$  и  $q_2$ .

Из выражения (2.3) получим:

$$\cos \varphi = \frac{(q_1, q_2)}{|q_1| |q_2|} = \frac{m_1 m_2 + p_1 p_2 + l_1 l_2}{\sqrt{m_1^2 + p_1^2 + l_1^2} \sqrt{m_2^2 + p_2^2 + l_2^2}}. \quad (2.4)$$

## Угол между прямой и плоскостью в пространстве

### Правила пользования

- Пользователь должен ввести каноническое уравнение прямой и уравнение плоскости.

- Значения коэффициентов в уравнениях должны быть целыми числами или числами с плавающей точкой (при вводе чисел с плавающей точкой использовать вместо точки **запятую**).
- После ввода прямой и плоскости при нажатии на кнопку «Выполнить» калькулятор определяет угол между ними.

### Теоретическая часть

Если в пространстве заданы направляющий вектор прямой  $L$

$$\vec{s} = \{l; m; n\}$$

и уравнение плоскости

$$Ax + By + Cz + D = 0,$$

то угол между этой прямой и плоскостью можно найти используя формулу

$$\sin \varphi = \frac{|A \cdot l + B \cdot m + C \cdot n|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{l^2 + m^2 + n^2}}$$

### Угол между плоскостями в пространстве

#### Правила пользования

- Пользователь должен ввести две плоскости с помощью уравнений.
- Значения коэффициентов в уравнениях должны быть целыми числами или числами с плавающей точкой (при вводе чисел с плавающей точкой использовать вместо точки **запятую**).
- После ввода двух плоскостей при нажатии на кнопку «Выполнить» калькулятор определяет угол между ними.

### Теоретическая часть

Если заданы уравнения плоскостей  $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$  и  $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ , то угол между плоскостями можно найти, используя следующую формулу

$$\cos \alpha = \frac{|A_1 \cdot A_2 + B_1 \cdot B_2 + C_1 \cdot C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$