Арифметические операции над полиномами

Правила пользования

- Пользователь должен ввести коэффициенты двух полиномов при соответствующих степенях x. При этом если не заполнять поля коэффициента, калькулятор автоматически распознает это как 0.
- Нельзя проводить никакие операции, если хотя бы один полином нулевой.
- Также необходимо выбрать тип операции, которая будет производится над полиномами.
- Максимальная степень полинома – шестая.
- Значения коэффициентов полиномов должны быть целыми числами или числами с плавающие точкой (при вводе чисел с плавающей точкой использовать вместо точки **запятую**).
- После ввода двух полиномов и выбора операции при нажатии на кнопку «=» калькулятор выводит результат операции над полиномами.

Сложение полиномов

При сложении полиномов, приводятся подобные слагаемые (складываются коэффициенты при одинаковых степенях x).

$$3ab^2 + 5ab - 2a^2b + 4ab^2 - 8a^2b + 3ab = 7ab^2 + 8ab - 10a^2b$$

Вычитание полиномов

То же самое сложение, только коэффициенты второго полинома берутся с другими знаками.

Умножение полиномов

Алгоритм умножения многочлена на многочлен:

1. Первый член первого полинома умножить на каждый член второго полинома. Второй член первого полинома умножить на каждый член второго полинома. И так далее.
2. Привести подобные полученных произведений.
3. Преобразовать полученную сумму в полином стандартного вида

Деление полиномов

$p(x)$ и $q(x)$ - два полинома:
$p(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+...+a_1x^1+a_0$
$q(x)=a_px^p+a_{p-1}x^{p-1}+...+a_1x^1+a_0$

Чтобы найти частное и остаток от деления $p(x)$ на $q(x)$, нужно использовать следующий алгоритм:

1. Степень $p(x)$ должна быть больше либо равной степени $q(x)$.
2. Мы должны записать оба полинома в порядке понижения степени. Если в $p(x)$ нет члена с какой-либо степенью, его надо дописать с коэффициентом 0.
3. Ведущий член $p(x)$ делится на ведущий член $q(x)$, и результат записывается под разделительной линией (в знаменателе).
4. Умножаем полученный результат на все члены $q(x)$ и записываем результат с противоположными знаками под членами $p(x)$ с соответствующими степенями.
5. Складываем почленно слагаемые с одинаковыми степенями.
6. К результату приписываем оставшиеся члены $p(x)$.
7. Делим ведущий член полученного полинома на первый член полинома $q(x)$ и повторяем шаги 3-6.
8. Эта процедура повторяется до тех пор, пока вновь полученный полином не будет иметь меньшую степень, чем $q(x)$. Этот полином будет являться остатком от деления.
9. Полином, записанный под разделительной линией, является результатом деления (частным).

Шаг 1 и 2) $p(x) = x^5 - 3x^4 + 2x^3 + 7x^2 - 3x + 5$

$q(x) = x^2 - x + 1$

3)
$$\begin{array}{l|l}
x^5-3x^4+2x^3+7x^2-3x+5 & x^2-x+1 \\ \cline{2-2}
 & x^3
\end{array}$$

4)
$$\begin{array}{l|l}
x^5-3x^4+2x^3+7x^2-3x+5 & x^2-x+1 \\ \cline{2-2}
-x^5+x^4-x^3 & x^3
\end{array}$$

5)
$$\begin{array}{l|l}
x^5-3x^4+2x^3+7x^2-3x+5 & x^2-x+1 \\ \cline{2-2}
-x^5+x^4-x^3 & x^3 \\ \cline{1-1}
/\ -2x^4-x^3 &
\end{array}$$

6)
$$\begin{array}{l|l}
x^5-3x^4+2x^3+7x^2-3x+5 & x^2-x+1 \\ \cline{2-2}
-x^5+x^4-x^3 & x^3 \\ \cline{1-1}
/\ -2x^4-x^3+7x^2-3x+5 &
\end{array}$$

7)
$$\begin{array}{l|l}
x^5-3x^4+2x^3+7x^2-3x+5 & x^2-x+1 \\ \cline{2-2}
-x^5+x^4-x^3 & x^3-2x^2 \\ \cline{1-1}
/\ -2x^4+x^3+7x^2-3x+5 & \\
\quad 2x^4-2x^3+2x^2 & \\ \cline{1-1}
\quad /\ -x^3+9x^2-3x+5 &
\end{array}$$

8)
$$\begin{array}{l|l}
x^5-3x^4+2x^3+7x^2-3x+5 & x^2-x+1 \\ \cline{2-2}
-x^5+x^4-x^3 & x^3-2x^2-x+8 \quad \text{--> C(x) **Частное**} \\ \cline{1-1}
/\ -2x^4-x^3+7x^2-3x+5 & \\
\quad 2x^4-2x^3+2x^2 & \\ \cline{1-1}
\quad /\ -x^3+9x^2-3x+5 & \\
\qquad x^3 - x^2+x & \\ \cline{1-1}
\qquad /\ 8x^2-2x+5 & \\
\qquad\quad -8x^2+8x-8 & \\ \cline{1-1}
\qquad\quad /\ 6x-3 \quad \text{СТОП} &
\end{array}$$

Ответ: $p(x) = x^5 - 3x^4 + 2x^3 + 7x^2 - 3x + 5 = (x^2 - x + 1)(x^3 - 2x^2 - x + 8) + 6x - 3$

НОД полиномов

Алгоритм Евклида. Пусть даны многочлены f(x) и g(x), степень f(x)≥степени g(x). Делим f(x) на g(x), получаем остаток $r_1(x)$. Делим g(x) на $r_1(x)$, получаем остаток $r_2(x)$. Делим $r_1(x)$ на $r_2(x)$. Так продолжаем деление до тех пор, пока не совершится деление нацело. Тот остаток $r_k(x)$, на который нацело делится предыдущий остаток $r_{k-1}(x)$, и будет наибольшим общим делителем многочленов $f(x)$ и $g(x)$.

НОК полиномов

НОК двух полиномов равен отношению произведения этих многочленов к их НОД: $\text{НОК}(A, B) = \frac{A \cdot B}{\text{НОД}(A,B)}$