Уравнение плоскости в пространстве

Уравнение плоскости по трём точкам в пространстве

Правила пользования

- Пользователь должен ввести три точки с координатами (x, y, z)
- Значения координат должны быть целыми числами или числами с плавающие точкой (при вводе чисел с плавающей точкой использовать вместо точки **запятую**).
- После ввода трёх точек при нажатии на кнопку «Выполнить» калькулятор выведет уравнение этой плоскости.

Теоретическая часть

Рассмотрим цель – вывести уравнение плоскости, проходящей через три различные точки $M_1(x_1, y_1, z_1)$, $M_2(x_2, y_2, z_2)$, $M_3(x_3, y_3, z_3)$, не лежащие на одной прямой. Так как эти точки не лежат на одной прямой, векторы $M_1M_2\left[x_2-x_1,\ y_2-y_1,\ z_2-z_1\right]$ и $M_1M_3\left[x_3-x_1,\ y_3-y_1,\ z_3-z_1\right]$ не коллинеарны. Следовательно точка $M(x, y, z)$ лежит в одной плоскости с точками M_1, M_2, M_3 тогда и тольно тогда, когда векторы M_1M_2, M_1M_3 и $M_1M\left[x-x_1,\ y-y_1,\ z-z_1\right]$ компланарны. Но векторы M_1M_2, M_1M_3, M_1M компланарны тогда и только тогда, когда их смешанное произведение равно нулю. Используя смешанное произведение векторов M_1M_2, M_1M_3, M_1M в координатах, получим необходимое и достаточное условие принадлежности точки $M(x, y, z)$ к указанной плоскости:

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & x_2-x_1 & x_3-x_1 \\ y-y_1 & y_2-y_1 & y_3-y_1 \\ z-z_1 & z_2-z_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix} = 0$$

Разложив определитель в левой части выражения, например, по первому столбцу и упростив, получим уравнение плоскости в общей форме, проходящий по точкам M_1, M_2, M_3:

$$Ax+By+Cz+D=0.$$

Уравнение плоскости по точке и нормали в пространстве

Правила пользования

- Пользователь должен ввести точку с координатами (x_0, y_0, z_0) и нормаль (A, B, C).

- Значения координат должны быть целыми числами или числами с плавающие точкой (при вводе чисел с плавающей точкой использовать вместо точки **запятую**).
- После ввода точки и нормали при нажатии на кнопку «Выполнить» калькулятор выведет уравнение этой плоскости.

Теоретическая часть

Уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0, z_0)$ и имеющей нормаль $n(A, B, C)$ имеет следующий вид:

$$A(x - x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)+D=0.$$