C10 Arbres

Vocabulaire sur les arbres

- Un arbre est une structure de données consituée de noeuds reliés entre eux par des arêtes.

C10 Arbres

Vocabulaire sur les arbres

- Un arbre est une structure de données consituée de noeuds reliés entre eux par des arêtes.
- Contrairement aux listes, piles et files qui sont des structures de données **linéaires**, les arbres sont des structures de données **hierarchisées**.

C10 Arbres

Vocabulaire sur les arbres

- Un arbre est une structure de données consituée de noeuds reliés entre eux par des arêtes.
- Contrairement aux listes, piles et files qui sont des structures de données **linéaires**, les arbres sont des structures de données **hierarchisées**.
- On dit qu'un noeud B est le fils d'un noeud A lorsqu'une arête va du noeud A au noeud B.

C10 Arbres

Vocabulaire sur les arbres

- Un arbre est une structure de données consituée de noeuds reliés entre eux par des arêtes.
- Contrairement aux listes, piles et files qui sont des structures de données **linéaires**, les arbres sont des structures de données **hierarchisées**.
- On dit qu'un noeud B est le fils d'un noeud A lorsqu'une arête va du noeud A au noeud B.
- Dans un arbre, un seul et unique noeud n'est le fils de personne, c'est la racine de l'arbre.

C10 Arbres

Vocabulaire sur les arbres

- Un arbre est une structure de données consituée de noeuds reliés entre eux par des arêtes.
- Contrairement aux listes, piles et files qui sont des structures de données **linéaires**, les arbres sont des structures de données **hierarchisées**.
- On dit qu'un noeud B est le fils d'un noeud A lorsqu'une arête va du noeud A au noeud B.
- Dans un arbre, un seul et unique noeud n'est le fils de personne, c'est la racine de l'arbre.
- Un noeud n'ayant pas de fils s'appelle une feuille de l'arbre.

C10 Arbres

Vocabulaire sur les arbres

- Un arbre est une structure de données consituée de noeuds reliés entre eux par des arêtes.
- Contrairement aux listes, piles et files qui sont des structures de données **linéaires**, les arbres sont des structures de données **hierarchisées**.
- On dit qu'un noeud B est le fils d'un noeud A lorsqu'une arête va du noeud A au noeud B.
- Dans un arbre, un seul et unique noeud n'est le fils de personne, c'est la racine de l'arbre.
- Un noeud n'ayant pas de fils s'appelle une feuille de l'arbre.
- On appelle branche une suite finie de noeuds partant de la racine vers une feuille.

C10 Arbres

Définitions

- La taille d'un arbre est le nombre de noeuds de cet arbre.

C10 Arbres

Définitions

- La taille d'un arbre est le nombre de noeuds de cet arbre.
  L'arbre vide n'a aucun noeud, sa taille est 0.

C10 Arbres

Définitions

- La taille d'un arbre est le nombre de noeuds de cet arbre.
  L'arbre vide n'a aucun noeud, sa taille est 0.
- La hauteur d'un arbre est le nombre de noeud maximal qu'une branche peut avoir.

C10 Arbres

Définitions

- La taille d'un arbre est le nombre de noeuds de cet arbre.
  L'arbre vide n'a aucun noeud, sa taille est 0.
- La hauteur d'un arbre est le nombre de noeud maximal qu'une branche peut avoir.
  Différentes définitions existent pour la hauteur d'un arbre, on considère parfois que la hauteur est le nombre maximal d'arête que peut avoir une branche.

C10 Arbres

Définitions

- La taille d'un arbre est le nombre de noeuds de cet arbre.
  L'arbre vide n'a aucun noeud, sa taille est 0.
- La hauteur d'un arbre est le nombre de noeud maximal qu'une branche peut avoir.
  Différentes définitions existent pour la hauteur d'un arbre, on considère parfois que la hauteur est le nombre maximal d'arête que peut avoir une branche.
- L'arité d'un arbre est le nombre maximal de fils qu'un noeud peut avoir.

C10 Arbres

Définitions

- La taille d'un arbre est le nombre de noeuds de cet arbre.
  L'arbre vide n'a aucun noeud, sa taille est 0.
- La hauteur d'un arbre est le nombre de noeud maximal qu'une branche peut avoir.
  Différentes définitions existent pour la hauteur d'un arbre, on considère parfois que la hauteur est le nombre maximal d'arête que peut avoir une branche.
- L'arité d'un arbre est le nombre maximal de fils qu'un noeud peut avoir.
  On parle aussi de l'arité (ou degré) d'un noeud, il s'agit alors du nombre de fils de ce noeud

C10 Arbres

Arbre binaire

Arbre binaire

- On appelle arbre binaire un arbre dans lequel tous les noeuds ont au maximum deux fils.

Arbre binaire

- On appelle arbre binaire un arbre dans lequel tous les noeuds ont au maximum deux fils.
  De façon équivalent, on peut dire qu'un arbre binaire est un arbre d'arité 2.

Arbre binaire

- On appelle arbre binaire un arbre dans lequel tous les noeuds ont au maximum deux fils.
  De façon équivalent, on peut dire qu'un arbre binaire est un arbre d'arité 2.
- Chaque noeud ayant au plus deux fils, dans un arbre binaire on peut considérer le sous arbre droit et le sous arbre gauche d'un noeud. Chacun de ces sous arbres étant lui-même un arbre binaire pouvant être vide (noté Δ).

Arbre binaire

- On appelle arbre binaire un arbre dans lequel tous les noeuds ont au maximum deux fils.
  De façon équivalent, on peut dire qu'un arbre binaire est un arbre d'arité 2.
- Chaque noeud ayant au plus deux fils, dans un arbre binaire on peut considérer le sous arbre droit et le sous arbre gauche d'un noeud. Chacun de ces sous arbres étant lui-même un arbre binaire pouvant être vide (noté Δ).
  On obtient donc une définition récursive d'un arbre binaire :

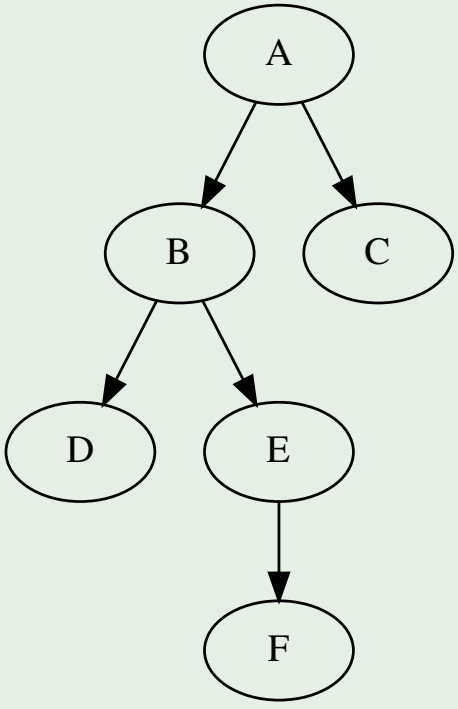
C10 Arbres

Arbre binaire

- On appelle arbre binaire un arbre dans lequel tous les noeuds ont au maximum deux fils.
  De façon équivalent, on peut dire qu'un arbre binaire est un arbre d'arité 2.
- Chaque noeud ayant au plus deux fils, dans un arbre binaire on peut considérer le sous arbre droit et le sous arbre gauche d'un noeud. Chacun de ces sous arbres étant lui-même un arbre binaire pouvant être vide (noté Δ).
  On obtient donc une définition récursive d'un arbre binaire :
  Un arbre binaire est soit un arbre vide (Δ) soit un triplet *(noeud,sag,sad)* où *sag* et *sad* sont des arbres binaires.

C10 Arbres

Exemple



- Vérifier rapidement que cet arbre est binaire.
- Compléter l'écriture de cet arbre binaire sous forme de triplet :

  (A,sag(A),sad(A))
  (A,(B,sag(B),sad(B)),(C,Δ,Δ))
  .....
  .....

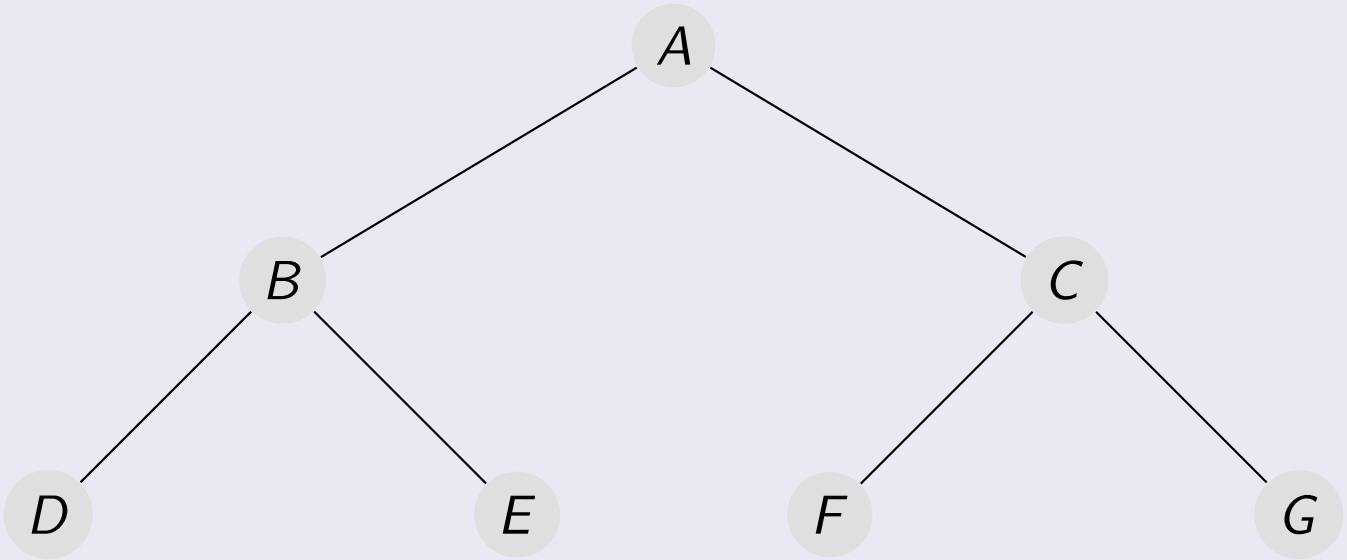
- Dessiner l'arbre binaire qui s'écrit sous forme de triplet : (A,(B,(C,(D,Δ,Δ),Δ)),(E,Δ,Δ))).

Quelques cas particuliers

- Un arbre binaire est dit *complet* lorsque tous les niveaux sont remplis :

Quelques cas particuliers

- Un arbre binaire est dit *complet* lorsque tous les niveaux sont remplis : Exemple d'arbre binaire complet de hauteur 3.



Relation entre hauteur et taille

En notant n la taille et h la hauteur d'un arbre binaire, pour $n \geq 2$, on a la relation suivante :

Relation entre hauteur et taille

En notant n la taille et h la hauteur d'un arbre binaire, pour $n \geq 2$, on a la relation suivante :

$$\boxed{h \leq n \leq 2^h - 1}$$

Parcours d'un arbre

On peut parcourir un arbre binaire :

Parcours d'un arbre

On peut parcourir un arbre binaire :

- En largeur, cela revient à lister les noeuds par ordre croissant de profondeur et de gauche à droite

Parcours d'un arbre

On peut parcourir un arbre binaire :

- En largeur, cela revient à lister les noeuds par ordre croissant de profondeur et de gauche à droite
  L'implémentation de ce parcours peut se faire à l'aide d'une file dans laquelle on stocke les noeuds restants à parcourir. A chaque fois qu'on traite un noeud, on le defile et on enfile ses fils.
- En profondeur, on tire alors partie de la structure récursive des arbres. Pour parcourir l'arbre $T = (e, sag, sad)$ on doit relancer le parcours sur sag et sad. On distingue alors trois parcours suivant que e est affiché avant, entre ou après sag et sad :

Parcours d'un arbre

On peut parcourir un arbre binaire :

- En largeur, cela revient à lister les noeuds par ordre croissant de profondeur et de gauche à droite
  L'implémentation de ce parcours peut se faire à l'aide d'une file dans laquelle on stocke les noeuds restants à parcourir. A chaque fois qu'on traite un noeud, on le defile et on enfile ses fils.
- En profondeur, on tire alors partie de la structure récursive des arbres. Pour parcourir l'arbre $T = (e, sag, sad)$ on doit relancer le parcours sur sag et sad. On distingue alors trois parcours suivant que e est affiché avant, entre ou après sag et sad :
  - Dans le parcours préfixé, e est affiché avant de parcourir sag et sad.

Parcours d'un arbre

On peut parcourir un arbre binaire :

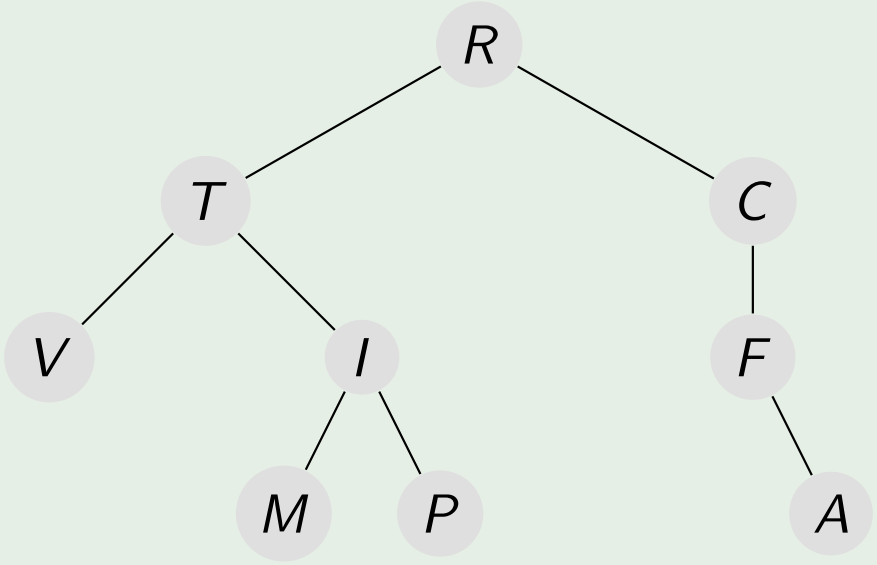
- En largeur, cela revient à lister les noeuds par ordre croissant de profondeur et de gauche à droite
  L'implémentation de ce parcours peut se faire à l'aide d'une file dans laquelle on stocke les noeuds restants à parcourir. A chaque fois qu'on traite un noeud, on le defile et on enfile ses fils.
- En profondeur, on tire alors partie de la structure récursive des arbres. Pour parcourir l'arbre $T = (e, sag, sad)$ on doit relancer le parcours sur sag et sad. On distingue alors trois parcours suivant que e est affiché avant, entre ou après sag et sad :
  - Dans le parcours préfixé, e est affiché avant de parcourir sag et sad.
  - Dans le parcours infixé, e est affiché après le parcours de sag mais avant celui de sad.

Parcours d'un arbre

On peut parcourir un arbre binaire :

- En largeur, cela revient à lister les noeuds par ordre croissant de profondeur et de gauche à droite
  L'implémentation de ce parcours peut se faire à l'aide d'une file dans laquelle on stocke les noeuds restants à parcourir. A chaque fois qu'on traite un noeud, on le defile et on enfile ses fils.
- En profondeur, on tire alors partie de la structure récursive des arbres. Pour parcourir l'arbre $T = (e, sag, sad)$ on doit relancer le parcours sur sag et sad. On distingue alors trois parcours suivant que e est affiché avant, entre ou après sag et sad :
  - Dans le parcours préfixé, e est affiché avant de parcourir sag et sad.
  - Dans le parcours infixé, e est affiché après le parcours de sag mais avant celui de sad.
  - Dans le parcours suffixé, e est affiché après le parcours de sag et sad

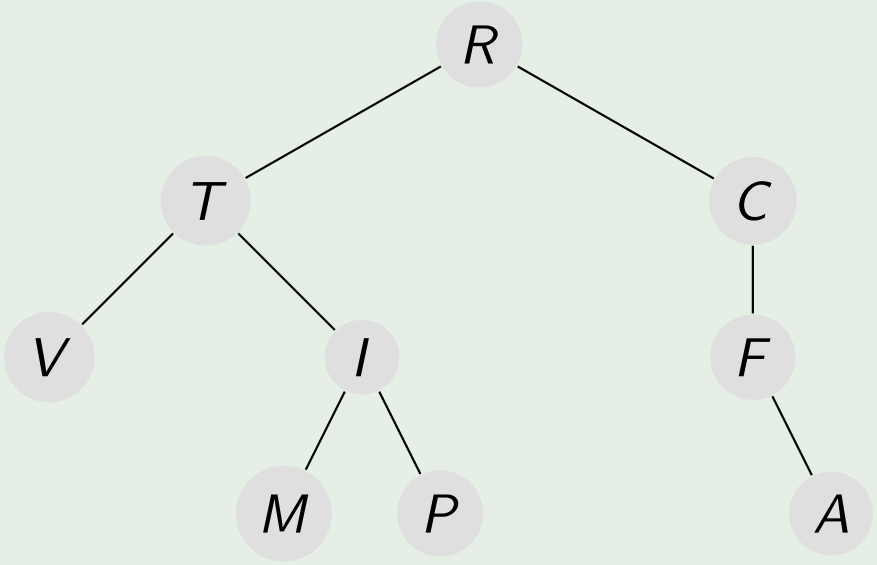
Exemple



Donner l'ordre des noeuds lorsqu'on parcourt l'arbre ci-dessus :

- En largeur

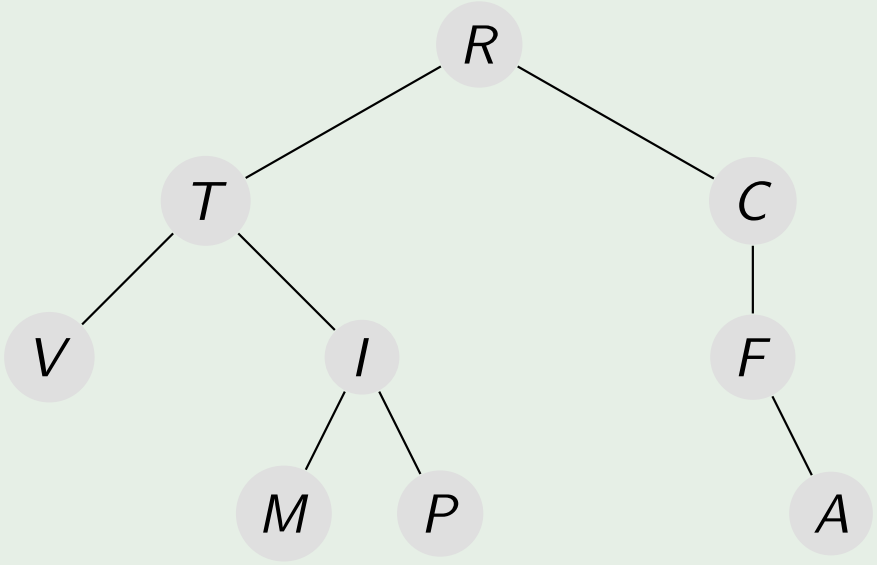
Exemple



Donner l'ordre des noeuds lorsqu'on parcourt l'arbre ci-dessus :

- En largeur
- En profondeur préfixé

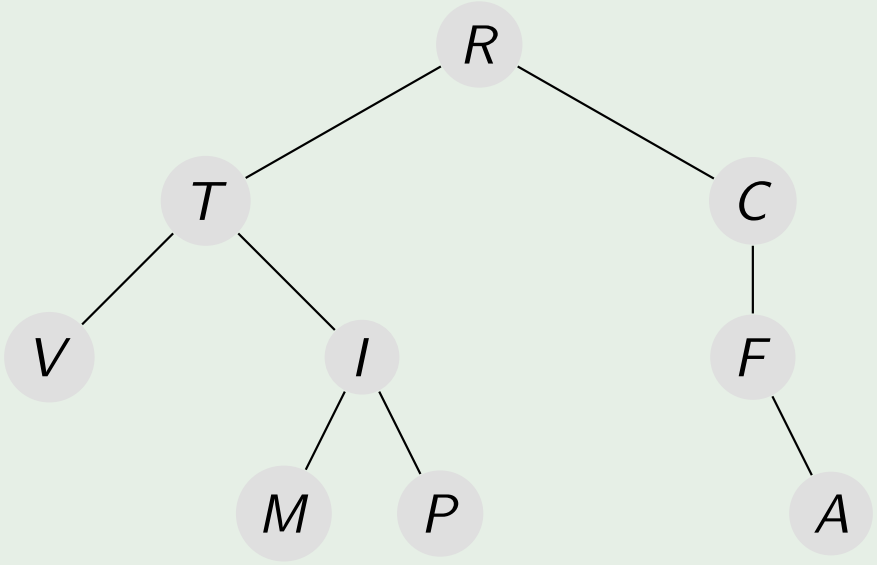
Exemple



Donner l'ordre des noeuds lorsqu'on parcourt l'arbre ci-dessus :

- En largeur
- En profondeur préfixé
- En profondeur infixé

Exemple



Donner l'ordre des noeuds lorsqu'on parcourt l'arbre ci-dessus :

- En largeur
- En profondeur préfixé
- En profondeur infixé
- En profondeur suffixé