TD n°12 : Implémentation	Thème 1 :
d'une *liste* par une liste	Structures de
chaînée	données
CORRIGE	EXERCICES

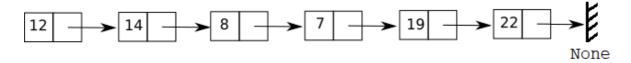
On propose dans cette activité d'implémenter le type abstrait *liste* par ce qu'on appelle une liste chaînée. Nous utiliserons le paradigme objet.

Interface

On rappelle que ce type abstrait est définie par les opérations

- · création d'une liste vide
- ajout d'un élément en tête de liste
- accès à la tête de la liste
- · accès à la queue de la liste
- · test d'une liste vide

On rappelle aussi qu'une *liste chaînée* est une représentation non contigue des listes, avec des **cellules** (ou **maillons**) comportant chacun un élément (de la liste) et une référence au suivant. Ainsi, les éléments sont chaînés entre eux (d'où le nom) et on peut représenter une liste chaînée de la façon suivante :



Chaque cellule contient deux informations :

- la valeur d'un élément de la liste - un lien vers la cellule suivante (son adresse mémoire)

Dans l'exemple proposé, le premier élément est 12, le second est 14, ..., le dernier est 22 car le lien vers la cellule suivante pointe vers None qui marque la fin de la liste.

→ La classe Cellule

Commençons par créer une cellule en utilisant la programmation objet. On doit donc créer une classe Cellule possédant deux attributs :

- valeur qui est la valeur de la cellule
- suivante qui est une référence vers la cellule suivante.

```
class Cellule:
    def __init__(self, valeur, suivante):
        self.valeur = valeur
        self.suivante = suivante
```

On peut alors créer une chaîne et accéder à ses éléments en consultant la valeur d'une cellule, ou la valeur de la suivante, etc.

```
chaine1 = Cellule(1, Cellule(2, Cellule(3, None)))
print("premier élément :", chaine1.valeur)
print("deuxième élément :", chaine1.suivante.valeur)
print("troisième élément :", chaine1.suivante.suivante.valeur)
print("quatrième élément ? :", chaine1.suivante.suivante.suivante)
```

On peut visualiser la construction de la chaîne avec Python tutor. Il est important de remarquer que :

- chaque élément de la chaîne est une instance (un objet) de la classe Cellule ;
- la variable chaine pointe vers la première cellule de la chaîne.

Question 1

Enoncée

Construisez une liste appelée chaine correspondant au schéma donné dans l'introduction.

```
# à compléter
```

Solution

```
chaine = Cellule(12, Cellule(14, Cellule(8, Cellule(7, Cellule(19, Ce
print("premier élément :", chaine.valeur)
print("deuxième élément :", chaine.suivante.valeur)
print("troisième élément :", chaine.suivante.suivante.valeur)
print("quatrième élément :", chaine.suivante.suivante.suivante.val
```

Remarque: Pour le moment on a utilisé le terme *chaine* et non le terme *liste* car la classe Cellule ne permet pas de représenter une liste vide, qui serait une liste sans aucune cellule... On peut voir une *chaine* comme une liste non vide, c'est-à-dire comportant au moins une cellule.

→ Eciture de quelques fonctions

Longueur d'une chaine

Pour déterminer la longueur d'une chaine, il suffit de parcourir chaque cellule, jusqu'à trouver une cellule dont l'attribut suivante pointe vers None. Si la chaine vaut None au départ, elle représente une liste vide qui a pour longueur 0.

On peut définir la fonction longueur qui calcule la longueur d'une chaine :

```
def longueur(chaine):
    n = 0
    courante = chaine # la cellule courante pointe vers chaine qui pointe vers la premièn
    while courante is not None: # tant que la cellule courante ne pointe par vers None
        courante = courante.suivante # on passe à la cellule suivante
        n = n + 1 # la longueur augmente d'une unité
    return n

chaine1 = Cellule(1, Cellule(2, Cellule(3, None)))
assert longueur(chaine1)==3
assert longueur(None)==0
```

Question 2

Enoncée

Vérifiez la longueur renvoyée pour la chaîne chaine (question 1).

```
# à compléter

Solution

print("longueur :", longueur(chaine))
```

Question 3

Enoncé

Proposez une version récursive de la fonction longueur (puis vérifiez)

```
# VERSION RECURSIVE
```

```
# VERSION RECURSIVE
# à compléter
def longueur(chaine) :
    courante=chaine
    if courante == None :
        return 0
    else :
        return 1 + longueur(courante.suivante)
```

```
print("longueur :", longueur(chaine))
```

Eléments d'une chaine

Il peut être intéressant de pouvoir afficher ou renvoyer tous les éléments d'une chaine. Cela permet notamment de vérifier des choses.

Question 4

Enoncé

Ecrivez une fonction affiche (chaine) qui affiche tous les éléments d'une chaine (non vide).

```
# à compléter

Solution itérative

def affiche(chaine):
    courante=chaine
    while courante is not None:
        print(courante.valeur)
        courante=courante.suivante
```

Solution récursive

```
def affiche(chaine):
    if chaine.suivante == None :
        return f"{chaine.valeur} -> None"
    else :
        return f"{chaine.valeur} -> {affiche(chaine.suivante)}"
```

```
affiche(chaine)
```

```
affiche2(chaine)
```

Question 5

Enoncé

Ecrivez une fonction liste_elements(chaine) qui renvoie la liste (au sens list de Python) des éléments d'une chaîne.

```
def liste_elements(chaine):
    """Renvoie une list Python contenant tous les éléments de la li
    >>> liste_elements(Cellule(1, Cellule(2, Cellule(3, None))))
    [1, 2, 3]
    >>> liste_elements(Cellule(12, Cellule(14, Cellule(8, Cellule(7
    [12, 14, 8, 7, 19, 22]
    11 11 11
    # à compléter
T=liste_elements(Cellule(12, Cellule(14, Cellule(8, Cellule(7, Cell
print(T)
Solution
def liste_elements(chaine):
    """Renvoie une list Python contenant tous les éléments de la li
    >>> liste_elements(Cellule(1, Cellule(2, Cellule(3, None))))
    [1, 2, 3]
    >>> liste_elements(Cellule(12, Cellule(14, Cellule(8, Cellule(7
    [12, 14, 8, 7, 19, 22]
    11 11 11
    L=[]
    courante = chaine
    while courante is not None:
        L.append(courante.valeur)
        courante = courante.suivante
    return L
    # à compléter
T=liste_elements(Cellule(12, Cellule(14, Cellule(8, Cellule(7, Cell
print(T)
```

```
#Pour vérification
import doctest
doctest.testmod() # verbose = True pour plus de détails
```

Accès au i-ème élément d'une chaine

On souhaite maintenant écrire une fonction <code>ieme_element(chaine, i)</code> permettant de renvoyer le <code>i-ème</code> élément de la <code>chaine</code>. **Préconditions**: <code>chaine</code> est non vide (au moins une cellule) et <code>i</code> est compris entre 0 et <code>longueur(chaine)-1</code>.

Question 6

Enoncé

Proposez une fonction qui convient. On peut trouver le i-ème élément avec une boucle ou par récursivité. Voir si besoin les anciens chapitres.

```
# à compléter
def ieme_element(chaine, i):
    pass
```

Solution itérative

```
# VERSION ITERATIVE AVEC UNE BOUCLE WHILE
def ieme_element(chaine, i):
    assert chaine!=None and 0 <i < longueur(chaine)-1
    ni = 0
    courante = chaine
    while courante != None and ni != i :
        ni += 1
        courante = courante.suivante
    if courante != None :
        return courante.valeur</pre>
```

Solution récursive

```
# VERSION RECURSIVE
def niemeElement(chaine, i) :
    assert chaine!=None
    if i == 0 :
        return chaine.valeur
    else :
        return niemeElement(chaine.suivante, i-1)
```

ieme_element(chaine, 2)

→ La classe ListeChainee

La classe cellule ne permet pas d'implémenter à elle seule le type abstrait *liste* car rien n'est prévu pour représenter une liste vide. On va utiliser cette classe pour créer une classe ListeChainee qui implémente ce type abstrait. Il suffira de faire pointer la liste vers le premier élément de la chaîne (de cellules) ou vers None pour la liste vide.

Les opérations à implémenter dans la classe ListeChainee sont :

- · création d'une liste vide
- ajout d'un élément en tête de liste : ajouter_en_tete(self, element)
- test d'une liste vide : est_vide(self)
- accès à la tête de la liste : premier(self)
- accès à la queue de la liste : reste(self)

Attributs

On choisit de définir un seul attribut tete, qui peut être soit une référence vers la première Cellule d'une chaîne (de cellules), soit la valeur particulière None pour représenter une liste vide. On définit ainsi une *liste chaînée*.

Méthodes

On veut implémenter les 5 opérations primitives d'une liste (données en début de document).

Implémentation

- La méthode d'initialisation __init__ crée une liste vide en initialisant l'attribut tete à None.
- La méthode ajouter_en_tete permet d'ajouter un élement en première position.
- La méthode est_vide permet de tester si une liste est vide ou non
- La méthode premier permet d'accéder au premier élément d'une liste non vide (sa tête). On peut aussi l'attribut tete.
- La méthode reste permet d'accéder au reste des éléments d'une liste non vide (sa queue), qui est aussi une liste.

Question

Etudiez attentivement l'implémentation proposée.

```
class ListeChainee:
    """Manipulation de listes chaînées"""
```

```
def __init__(self):
   """Initialise une liste vide."""
    self.tete = None
def ajouter_en_tete(self, e):
    """Insère e en tête de liste en créant une nouvelle cellule
    nouvelle_cellule = Cellule(e, self.tete)
    self.tete = nouvelle_cellule
def est_vide(self):
    """Renvoie True si la liste est vide, False sinon"""
    return self.tete is None
def premier(self):
    """Renvoie le premier élément de la liste (sa tête) si cett
    assert self.premier is not None, "une liste vide n'a pas de
    return self.tete.valeur
def reste(self):
    """Renvoie le reste de la liste (sa queue) si cette dernièr
    assert self.tete is not None, "une liste vide n'a pas de qu
    r = ListeChainee()
    r.tete = self.tete.suivante
    return r
```

Explications : On s'attarde sur les méthodes ajouter_en_tete et reste qui sont plus subtiles qu'il n'y paraît.

- Méthode ajouter_en_tete :
 - ligne 1 : on commence par créer une nouvelle cellule dont l'attribut valeur vaut l'élément e à ajouter à la liste et dont l'attribut suivante vaut self.tete c'est-à-dire la référence vers la première cellule de la liste. On construit ainsi une cellule avec la valeur à ajouté et qui pointe vers l'ancienne première cellule de notre liste.
 - ligne 2: il ne faut pas oublier de mettre à jour l'attribut tete pour qu'il désigne notre nouvelle première cellule.
- Méthode reste:
 - ligne 1 : on programme de manière plus sûre en commençant pas tester au moyen d'assert que la liste n'est pas vide.
 - ligne 2, 3 et 4 : il ne suffit pas de renvoyer la deuxième cellule de notre liste
 (self.tete.suivante) car on renverrait alors un objet Cellule et non une ListeChainee
 comme souhaité. On commence donc par créer une liste vide r dont l'attribut tete
 désigne la deuxième cellule (celle qui suit la tête) et on renvoie cette liste r qui pointe bien
 vers la deuxième cellule de départ.

On peut créer une liste vide, puis lui ajouter des éléments en tête. On accède aux différents éléments grâce aux méthodes premier et reste.

```
L = ListeChainee()
print(L.est_vide())
L.ajouter_en_tete(22)
print(L.est_vide())
L.ajouter_en_tete(19)
L.ajouter_en_tete(7)
L.ajouter_en_tete(8)
L.ajouter_en_tete(8)
L.ajouter_en_tete(14)
L.ajouter_en_tete(12)
print("le premier élément est :", L.premier())
print("le deuxième élément est :", L.reste().premier()) # le 2ème est le premier du reste
print("le troisième élément est :", L.reste().reste().premier()) # le 3ème est le premier
```

Ajout de quelques méthodes

On souhaite maintenant utiliser les fonctions longueur, liste_elements et ieme_element pour définir trois nouvelles méthodes à notre classe ListeChainee.

Pour ajouter une *méthode* taille à la classe, il suffit d'appeler notre *fonction* longueur écrite précédemment :

```
def taille(self):
    return longueur(self.tete)
```

Il ne faut pas oublier que la fonction longueur déjà écrite s'applique à une chaîne désignée par sa première cellule et non à un objet de la classe ListeChainee. Ainsi, il ne faut pas renvoyer longueur(self) mais bien longueur(self.tete), où self.tete désigne bien la première cellule de la liste chaînée.

Question 7

Enoncé

En utilisant les fonctions ieme_element et liste_elements et en vous inspirant de la méthode taille(self), écrivez les méthodes lire(self, i) et __repr__(self) qui permettent respectivement de renvoyer le i-ème élément d'un objet ListeChainee et de représenter un objet ListeChainee comme une list Python.

Warning

Attention: la méthode spéciale __repr__ doit renvoyer une chaîne de caractères, il faut penser à utiliser la fonction str pour convertir la list Python.

```
class ListeChainee:
    """Manipulation de listes chaînées"""
    def __init__(self):
        """Initialise une liste vide."""
        self.tete = None
    def ajouter_en_tete(self, e):
        """Insère e en tête de liste en créant une nouvelle cellule
        nouvelle_cellule = Cellule(e, self.tete)
        self.tete = nouvelle_cellule
    def est_vide(self):
        """Renvoie True si la liste est vide, False sinon"""
        return self.tete is None
    def premier(self):
        """Renvoie le premier élément de la liste (sa tête) si cett
        assert self.premier is not None, "une liste vide n'a pas de
        return self.tete.valeur
    def reste(self):
        """Renvoie le reste de la liste (sa queue) si cette dernièr
        assert self.tete is not None, "une liste vide n'a pas de qu
        r = ListeChainee()
        r.tete = self.tete.suivante
        return r
    def longueur(self):
        return longueur(self.tete)
    def taille(self):
        return longueur(self.tete)
    def lire(self, i):
        return niemeElement(self.tete, i)
    def __repr__(self):
        return str(liste_elements(self.tete))
```

```
# ESSAIS
L1 = ListeChainee()
L1.ajouter_en_tete(25)
L1.ajouter_en_tete(29)
L1.ajouter_en_tete(27)
L1.ajouter_en_tete(18)
L1.ajouter_en_tete(4)
L1.ajouter_en_tete(4)
L1.ajouter_en_tete(6)
```

```
L1.ajouter_en_tete(16)

print(L1)

print("Loreste())

print("longueur :", L1.longueur())

print("premier élément :", L1.lire(0))

print("troisième élément :", L1.lire(2))

print("quatrième élément :", L1.lire(3))
```

Utilisation de méthodes spéciales

On peut utiliser les méthodes spéciales <u>len</u> et <u>getitem</u> à la place des méthodes taille et lire afin d'utiliser la syntaxe habituelle de Python en écrivant : - len(L) pour obtenir la longueur d'une liste L au lieu de L.taille() - L[i] pour accéder au i-ème élément d'une liste L au lieu de L.lire(i).

Question 8

Enoncée

Remplacez les méthodes taille et lire par les méthodes __len__ et __getitem__ . Vérifiez ensuite si tout fonctionne comme avec des list Python.

```
# à compléter
class ListeChainee:
    """Manipulation de listes chaînées"""
    def __init__(self):
        """Initialise une liste vide."""
        self.tete = None
    def ajouter_en_tete(self, e):
        """Insère e en tête de liste en créant une nouvelle cellule
        nouvelle_cellule = Cellule(e, self.tete)
        self.tete = nouvelle_cellule
    def est_vide(self):
        """Renvoie True si la liste est vide, False sinon"""
        return self.tete is None
    def premier(self):
        """Renvoie le premier élément de la liste (sa tête) si cett
        assert self.premier is not None, "une liste vide n'a pas de
        return self.tete.valeur
```

```
def reste(self):
    """Renvoie le reste de la liste (sa queue) si cette dernièr
    assert self.tete is not None, "une liste vide n'a pas de qu
    r = ListeChainee()
    r.tete = self.tete.suivante
    return r

def taille(self):
    return longueur(self.tete)

def lire(self, i):
    return niemeElement(self.tete, i)
```

```
# à compléter
class ListeChainee:
    """Manipulation de listes chaînées"""
    def __init__(self):
        """Initialise une liste vide."""
        self.tete = None
    def ajouter_en_tete(self, e):
        """Insère e en tête de liste en créant une nouvelle cellule
        nouvelle_cellule = Cellule(e, self.tete)
        self.tete = nouvelle_cellule
    def est_vide(self):
        """Renvoie True si la liste est vide, False sinon"""
        return self.tete is None
    def premier(self):
        """Renvoie le premier élément de la liste (sa tête) si cett
        assert self.premier is not None, "une liste vide n'a pas de
        return self.tete.valeur
    def reste(self):
        """Renvoie le reste de la liste (sa queue) si cette dernièr
        assert self.tete is not None, "une liste vide n'a pas de qu
        r = ListeChainee()
        r.tete = self.tete.suivante
        return r
    def longueur(self):
        return longueur(self.tete)
    def taille(self):
```

```
return longueur(self.tete)
     def lire(self, i):
          return niemeElement(self.tete, i)
     def __repr__(self):
          return str(liste_elements(self.tete))
     def __len__(self):
          return self.taille()
     def __getitem__(self,i):
          return self.lire(i)
# ESSAIS
L1 = ListeChainee()
L1.ajouter_en_tete(25)
L1.ajouter_en_tete(29)
L1.ajouter_en_tete(27)
L1.ajouter_en_tete(18)
L1.ajouter_en_tete(4)
L1.ajouter_en_tete(32)
L1.ajouter_en_tete(6)
L1.ajouter_en_tete(16)
print(L1)
print("taille :", L1.taille())
print(len(L1))
print(L1[2])
```

Supprimer en tête et ajouter en queue

Nous terminons par l'écriture de deux méthodes qui peuvent se révéler utiles (pour la suite de l'année). Il s'agit des méthodes :

- supprimer_en_tete(self) qui permet de supprimer l'élément de tête d'une liste
- ajouter_en_queue(self, e) qui permet d'ajouter l'élément e en queue de liste

Question 9

Enoncé

Expliquez, par des phrases et/ou un schéma, ce qu'il faut faire pour supprimer l'élément de tête (la cellule de tête) d'une liste L.

On doit faire pointer la tête de liste vers la deuxième cellule dont la référence se trouve dans l'attribut suivante de la première cellule c'est-à-dire L.premier.suivante.

Question 10

Enoncé

Expliquez, par des phrases et/ou un schéma, ce qu'il faut faire pour ajouter l'élément e en queue d'une liste L .

Solution

Il faut parcourir toutes les cellules jusqu'à la dernière, celle qui pointe vers None. On crée une nouvelle cellule. Il suffit de faire pointer cette dernière cellule (en modifiant son attribut suivante vers une nouvelle cellule que l'on crée avec l'attribut valeur égal à e et l'attribut suivante qui pointe vers None.

Question 11

Enoncé

Ajoutez ces deux méthodes dans la classe Liste (l'ajout en queue est beaucoup plus difficile).

```
#Code complet

class Cellule:
    def __init__(self, valeur, suivante):
        self.valeur = valeur
        self.suivante = suivante

def longueur(chaine):
    n = 0
    courante = chaine # la cellule courante pointe vers chaine qui
    while courante is not None: # tant que la cellule courante ne
        courante = courante.suivante # on passe à la cellule suivan
```

```
n = n + 1 # la longueur augmente d'une unité
    return n
def affiche(chaine):
    if chaine.suivante == None :
        return f"{chaine.valeur} -> None"
    else :
        return f"{chaine.valeur} -> {affiche(chaine.suivante)}"
def liste_elements(chaine):
    """Renvoie une list Python contenant tous les éléments de la li
    >>> liste_elements(Cellule(1, Cellule(2, Cellule(3, None))))
    [1, 2, 3]
    >>> liste_elements(Cellule(12, Cellule(14, Cellule(8, Cellule(7
    [12, 14, 8, 7, 19, 22]
    11 11 11
    L=[]
    courante = chaine
    while courante is not None:
        L.append(courante.valeur)
        courante = courante.suivante
    return L
def niemeElement(chaine, i) :
    assert chaine!=None
    if i == 0 :
        return chaine.valeur
    else :
        return niemeElement(chaine.suivante, i-1)
class ListeChainee:
    """Manipulation de listes chaînées"""
    # ----- OPERATIONS PRIMITIVES -----
    def __init__(self):
        """Initialise une liste vide."""
        self.tete = None
    def ajouter_en_tete(self, e):
        """Insère e en tête de liste en créant une nouvelle cellule
        nouvelle_cellule = Cellule(e, self.tete)
        self.tete = nouvelle_cellule
```

```
def est_vide(self):
    """Renvoie True si la liste est vide, False sinon"""
    return self.tete is None
def premier(self):
    """Renvoie le premier élément de la liste (sa tête) si cett
    assert self.premier is not None, "une liste vide n'a pas de
    return self.tete.valeur
def reste(self):
    """Renvoie le reste de la liste (sa queue) si cette dernièr
   assert self.tete is not None, "une liste vide n'a pas de qu
    r = ListeChainee()
    r.tete = self.tete.suivante
    return r
# ----- AUTRES OPERATIONS -----
def longueur(self):
    return longueur(self.tete)
def taille(self):
    return longueur(self.tete)
def lire(self, i):
    return niemeElement(self.tete, i)
#def __repr__(self):
    return str(liste_elements(self.tete))
# Une autre représentation possible
def __repr__(self):
   ch = ""
   courante = self.tete
   for k in range(self.taille()):
        ch = ch + " -> " + str(courante.valeur)
        courante = courante.suivante
    return ch[4:] # pour enlever les 4 caractères " -> " du déb
def __len__(self):
    return self.taille()
def __getitem__(self,i):
   return self.lire(i)
def supprimer_en_tete(self):
```

```
"""Supprime l'élément en tête de liste, celle-ci étant non
assert self.tete is not None, "on ne peut pas supprimer d'é
self.tete = self.tete.suivante

def ajouter_en_queue(self, e):
    """Ajoute l'élément e en queue de liste"""

    courante = self.tete
    if courante is None: # si la liste est vide
        self.ajouter_en_tete(e) # on ajoute e en tête
    else:
        while courante.suivante is not None: # sinon on parcour
        courante = courante.suivante
        derniere_cellule = Cellule(e, None)
        courante.suivante = derniere_cellule
```

```
# ESSAIS

L = ListeChainee()
L.ajouter_en_tete(22)
L.ajouter_en_tete(19)
L.ajouter_en_tete(7)
L.ajouter_en_tete(8)
L.ajouter_en_tete(14)
L.ajouter_en_tete(12)
print(L)

L.supprimer_en_tete()
print(L)
L.ajouter_en_queue(5)
print(L)
#L.supprimer_en_tete()
#print(L)
```

```
12 -> 14 -> 8 -> 7 -> 19 -> 22
14 -> 8 -> 7 -> 19 -> 22
14 -> 8 -> 7 -> 19 -> 22 -> 5
```

→ Création d'un module listechainee

Créez un module *listechainee.py* qui peut être importé dans un autre programme Python et qui permet de manipuler la classe ListeChainee ainsi créée (avec toutes les méthodes). *Attention à ne rien oublier, la classe ListeChainee fait appel à des fonctions et classe externes.*

→ Bilan

BILAN

- On a implémenté une classe ListeChainee qui implémente le type abstrait liste avec des listes chaînées qui sont des chaînes de plusieurs cellules de la classe Cellule. Chaque cellule possède une valeur et une référence vers la cellule suivante. Les objets de la classe ListeChainee pointent vers la première cellule d'une chaîne, ou vers None pour désigner une liste vide.
- L'intérêt d'une liste chaînée, par rapport à une implémentation avec un tableau dynamique (list Python), se trouve dans les opérations d'ajout et suppression en début de liste (ajout, suppression) qui sont moins coûteuses car ne nécessitent pas de décaler tous les éléments qui suivent.
- La création du module listechainee permet de manipuler des listes (implémentées par des listes chaînées) en important la classe ListeChainee du module. Une fois importée, cette classe masque totalement l'implémentation avec des cellules formant des listes chaînées. Néanmoins, le savoir permet de privilégier certaines opérations moins coûteuses qu'avec une implémentation avec des tableaux redimensionnables (list Python).

→ Pour aller plus loin

On pourrait programmer pour notre classe ListeChainee, les autres opérations disponibles pour le type prédéfini list de Python. Par exemple :

- · la suppression en queue
- l'ajout/la suppression en position i
- la concaténation
- l'inversion
- etc.

On se rapprocherait ainsi du type list de Python mais il faut garder en tête que le coût de certaines opérations n'est pas forcément le même : rapide en fin de liste mais coûteux en début pour les liste Python, alors que c'est le contraire pour les listes chaînées de notre classe ListeChainee.