

Les Files

TD n°14 : Structures de données - Les Files	Thème 1 : Structures de données
	COURS et EXERCICES

file.jpg

Les **piles** et les **files** sont deux structures de données linéaires qui permettent, au même titre que les listes, de gérer des séquences d'éléments. Ainsi, dans une pile et dans une file chaque élément est également repéré par sa position, il y a un premier, un dernier, chaque élément a un successeur (sauf le premier) et un prédécesseur (sauf le dernier). Les opérations disponibles pour ces deux structures sont assez proches car dans les deux cas, on veut pouvoir : * créer une file vide * connaître sa taille * lui ajouter un élément * lui retirer un élément * accéder à un élément particulier

Cependant, la politique d'ajout/retrait des éléments dans la séquence n'est pas la même. Le nom des opérations diffèrent également pour mieux distinguer les deux structures.

I. Les files

Il faut se représenter une file comme... une file d'attente ! On ne peut entrer dans la file qu'en dernière position et on ne peut la quitter que si on est le premier. L'ajout d'un élément dans une file ne peut se faire qu'à la fin (en dernière position) et le retrait d'un élément ne peut se faire qu'au début (en première position).

On dit que les files sont en mode **FIFO** (*First In, First Out* qui signifie « premier entré, premier sorti »).

fifo01N.png

→ Interface d'une file

Le jeu d'opérations disponibles pour une file est :

- `construire_file()` : crée une file vide
- `taille(F)` : accès au nombre d'éléments dans la file `F`
- `enfiler(F, e)` : ajoute l'élément `e` en dernier dans la file `F`.
- `defiler(F)` : retire le premier élément de la file `F`. **Précondition** : `F` n'est pas vide.
- `premier(F)` : pour accéder (en lecture) au premier élément de la file `F` (sans le retirer de la file). **Précondition** : `F` n'est pas vide.

En anglais, l'opération `enfiler` est souvent notée `push`, l'opération `depiler` est souvent notée `pop` et l'opération `taille` est souvent notée `top`.

Remarque : Comme pour les piles, on pourrait remplacer l'opération `taille` par l'opération `est_vide` et choisir que `defiler` renvoie également le premier élément pour s'économiser l'opération `premier`.

1. → Représentation d'une file et exemple

Une file contenant les éléments `\(\text{'a'}\)`, `\(\text{'b'}\)` et `\(\text{'c'}\)` (`\(\text{'a'}\)` étant le premier et `\(\text{'c'}\)` le dernier) sera représentée :

`\(\text{<'a', 'b', 'c'>}\)`

Exemple : Voici comment manipuler une file `F` :

Opération	Contenu de la file <code>F</code>
<code>F = construire_file()</code>	<code>\(\text{<>}\)</code>
<code>taille(F)</code>	renvoie 0
<code>enfiler(F, 'a')</code>	<code>\(\text{<'a'>}\)</code>
<code>enfiler(F, 'b')</code>	<code>\(\text{<'a', 'b'>}\)</code>
<code>enfiler(F, 'c')</code>	<code>\(\text{<'a', 'b', 'c'>}\)</code>
<code>premier(F)</code>	renvoie 'a'
<code>defiler(F)</code>	<code>\(\text{<'b', 'c'>}\)</code>

Opération	Contenu de la file F
<code>enfiler(F, premier(F))</code>	<code>\(\text{<'b', 'c', 'b'<}\)</code>

2. ➔ Applications des files

Les files sont très utilisées en informatique. Leur usage caractéristique concerne les files d'attente :

- Un système d'exploitation gère l'ordonnancement des processus par des files (voir Thème 3 : Architectures matérielles, systèmes d'exploitation et réseaux)
- Une imprimante gère les tâches d'impression avec des files : chaque nouvelle tâche est insérée dans une file d'attente, et celles-ci sont traitées dans l'ordre d'arrivée.
- On peut aussi utiliser une pile pour parcourir (en profondeur) un graphe et mémoriser les sommets visités. (voir Thème 5 : Algorithmique)
- etc.

II. Exercices sur les files

Activité 1 : Manipulation des files

Question 1.

On considère la séquence d'instructions suivantes. Indiquez le résultat à chaque étape.

Texte

- `F = construire_file()`
- `enfiler(F, 1)`
- `enfiler(F, 2)`
- `enfiler(F, 3)`
- `s = premier(F)`
- `defiler(F)`
- `defiler(F)`
- `enfiler(F, s)`

■ Question 2.

Écrivez la séquence d'instructions permettant d'obtenir l'évolution suivante pour une file F.

Etat de la pile P	Instructions (à compléter)
<code>\(\text{<<}\)</code>	
<code>\(\text{<3<}\)</code>	
<code>\(\text{<3 , 1<}\)</code>	
<code>\(\text{<3 , 1 , 4<}\)</code>	
<code>\(\text{<1 , 4<}\)</code>	
<code>\(\text{<4<}\)</code>	
<code>\(\text{<<}\)</code>	

3. ➔ Implémentations

Il existe différentes façons d'implémenter une file, on peut par exemple utiliser :

- un tableau (redimensionnable ou non)
- une liste chaînée
- deux piles

Avec ces implémentations, il faudra en général faire un compromis sur l'efficacité des opérations car celles-ci nécessitent de travailler sur les deux extrémités de la file (pour enfiler/défiler).

- Si on utilise un tableau, les opérations en début sont coûteuses et celles à la fin ne le sont pas. On peut alors décider d'enfiler en fin de tableau (peu coûteux) mais il faudra défiler en début de tableau (coûteux). Si on fait le choix inverse, c'est l'opération `défiler` qui sera peu coûteuse et l'opération `enfiler` qui sera coûteuse.
- Si on utilise une liste chaînée, c'est l'inverse (efficace en tête et coûteux en queue) mais le problème reste le même : une des deux opérations sera moins efficace.

Il existe en réalité une implémentation plus efficace mais nous n'en parlerons pas ici.

Activité 2 : Première implémentation d'une file (avec le type `list` de Python)

On définit le type abstrait File par les opérations :

- création d'une file vide
- enfiler : ajout en queue de file
- defiler : retrait du premier élément de la file
- premier : accès (en lecture) au premier élément de la file
- taille : accès au nombre d'éléments

L'objectif est d'implémenter ce type abstrait en utilisant le type prédéfini list de Python (tableau dynamique = redimensionnable).

On choisira d'enfiler en fin de list (efficace) et de défiler en début de list (coûteux). On aurait très bien pu faire l'inverse, mais l'une des deux opérations (enfiler ou défiler) ne peut pas être en temps constant avec le type list.

Pour une évaluation de la complexité des opérations élémentaires de Python voir le site : [Python.org](https://python.org) - Time complexity.

Question 1 :

Consultez les méthodes disponibles sur le type list de Python pour trouver comment retirer un élément en tête de liste (vous devriez savoir comment ajouter en fin de liste !). Quelle est la méthode à utiliser ?



Question 2 :

Enoncé Solution

Ecrivez une classe `File` implémentant les opérations du type abstrait file avec les `list` de Python. Vous utiliserez la méthode `__len__` pour renvoyer la longueur d'une file.

Exemple : on veut que le code

Texte

```
F = File()
print(F)
F.enfiler(1)
print(F)
F.enfiler(2)
print(F)
F.enfiler(3)
print(F)
s = F.premier()
print(s)
F.defiler()
print(F)
F.defiler()
print(F)
F.enfiler(s)
print(F)
```

produise l'affichage

Texte

```
<<>
<1<
<1,2<
<1,2,3<
1
<2, 3<
<3<
<3,1<
```

Script Python

Script Python


```

class File:
    def __init__(self):
        self.contenu = []

    def enfiler(self, element):
        self.contenu.append(element)

    def defiler(self):
        assert self.taille() != 0, "on
ne peut pas défiler une file vide"
        self.contenu.pop(0) # ou
return self.contenu.pop(0) si
l'opération défiler doit aussi
renvoyer le sommet

    def premier(self):
        assert self.taille() != 0, "une
file vide n'a pas de premier
élément"
        return self.contenu[0]

    def taille(self):
        return len(self.contenu)

    __len__ = taille # pour pouvoir
également utiliser len pour
obtenir la longueur d'une file

    # pour représenter une file
    def __repr__(self):
        ch = ""
        for e in self.contenu:
            ch = ch + str(e) + ","
        ch = ch[:-1] # pour enlever
la dernière virgule
        ch = "<" + ch + "<"
        return ch

```

Question 3 :

`repr__` pour afficher le contenu d'une file comme unelist

Attention :

la méthode `__repr__` doit renvoyer une chaîne de caractères (conversion avec la fonction `str`)

Exemple : on veut que le code

Texte

```

F = File()
print(F)
F.enfiler(1)

```

```

print(F)
F.enfiler(2)
print(F)
F.enfiler(3)
print(F)
s = F.premier()
print(s)
F.defiler()
print(F)
F.defiler()
print(F)
F.enfiler(s)
print(F)

```

produise l’affichage

Texte

```

<<
<1<
<1,2<
<1,2,3<
1
<2, 3<
<3<
<3,1<

```

Script Python

Activité 3 : Deuxième implémentation d’une file (avec deux piles)

On veut réaliser une implémentation objet d’une file en utilisant deux piles.
Vous utiliserez l’implémentation suivante d’une pile pour travailler

Script Python

```

class Pile:
    def __init__(self):
        self.contenu = []

    def empiler(self, e):
        self.contenu.append(e)

    def depiler(self):
        assert self.taille != 0, "on ne peut pas dépiler une pile vide"
        self.contenu.pop()

    def sommet(self):
        assert self.taille != 0, "une pile vide n’a pas de sommet"
        return self.contenu[-1]

    def taille(self):

```

```

return len(self.contenu)

# pour représenter la Pile
def __repr__(self):
    ch = ""
    for e in self.contenu:
        ch = str(e) + "," + ch # ne pas oublier de convertir les éléments en chaîne de caractères
    ch = ch[:-1] # pour enlever la dernière virgule
    ch = '>' + ch + ']'
    return ch

```

Pour simplifier, l'opération defiler renverra également le premier élément (en plus de le retirer de la file). L'opération premier n'est alors plus nécessaire. Vous devez donc implémenter une classe File permettant les opérations suivantes :

- création d'une file vide
- enfiler : ajout en queue de file
- defiler : renvoie le premier élément de la file et retire cet élément de la file
- **len** : accès au nombre d'éléments

Aide :

- Opération enfiler (simple) : C'est toujours dans l'une des deux piles (par exemple pA) que l'on empile un nouvel élément à enfiler.
- Opération defiler (compliquée) :
- Si l'autre pile (pB) n'est pas vide, son sommet est le premier élément de la file (celui à défiler)
- Sinon (si pB est vide), le premier élément de la file (celui à défiler) est au fond de pA. On peut alors "retourner" pA sur pB pour le premier élément de la file arrive au sommet de pB.
- Opération **len** (simple) : il suffit d'utiliser la méthode taille définie dans la classe Pile.



Question :

Complétez les méthodes enfiler, **len** et defiler de la classe File suivante qui implémente une file avec deux piles.

Script Python

```
class File:
    """File avec deux piles"""
    def __init__(self):
        self.pA = Pile() # pA et pB sont les deux
        # attributs de nos objets de la classe File
        self.pB = Pile()

    def enfiler(self, e):
        # à compléter
        pass

    def __len__(self):
        # à compléter
        pass

    def defiler(self):
        if self.pA.taille() == 0 and self.pB.taille()
        == 0:
            raise ValueError("on ne peut pas
            défiler une file vide")
            # à compléter

    # La méthode __repr__ est définie pour
    # que vous puissiez voir l'état d'une file
    def __repr__(self):
        import copy
        # print("pile A : ", repr(self.pA)) # pour
        # voir le contenu des deux piles
        # print("pile B : ", repr(self.pB))
        lstA = copy.copy(self.pA.contenu) #
        # copie des list Python représentant nos deux
        # piles
        lstB = copy.copy(self.pB.contenu) #
        # pour ne pas les modifier
        lstB.reverse() # on a besoin de
        # renverser lstB pour avoir nos éléments dans
        # l'ordre d'entrée
        lst = lstB + lstA # et de concaténer lstB
        # et lstA dans cet ordre
        # on construit ensuite la chaine "<...<"
        # qui représente nos files
        ch = ""
        for e in lst:
            ch = ch + str(e) + ","
        ch = ch[:-1] # pour enlever la dernière
        # virgule
```

```
ch = "<" + ch + "<"
return ch
```

Script Python

Script Python

```
class Pile:
    def __init__(self):
        self.contenu = []

    def empiler(self, e):
        self.contenu.append(e)

    def depiler(self):
        assert self.taille != 0, "on ne peut pas
dépiler une pile vide"
        self.contenu.pop()

    def sommet(self):
        assert self.taille != 0, "une pile vide n'a
pas de sommet"
        return self.contenu[-1]

    def taille(self):
        return len(self.contenu)

# pour représenter la Pile
def __repr__(self):
    ch = ""
    for e in self.contenu:
        ch = str(e) + "," + ch # ne pas oublier
de convertir les éléments en chaine de
caractères
    ch = ch[:-1] # pour enlever la dernière
virgule
    ch = ">" + ch + ']'
    return ch

class File:
    """File avec deux piles"""
    def __init__(self):
        self.pA = Pile() # pA et pB sont les deux
attributs de nos objets de la classe File
        self.pB = Pile()

    def enfiler(self, e):
        return self.pA.empiler(e)

    def __len__(self):
        return self.pA.taille()+self.pB.taille()
```

```

def defiler(self):
    if self.pA.taille() == 0 and self.pB.taille()
    == 0:
        raise ValueError("on ne peut pas
défiler une file vide")
    # La méthode __repr__ est définie pour
    que vous puissiez voir l'état d'une file
    else:
        if self.pB.taille() == 0:
            for x in range(self.pA.taille()-1):
                self.pB.empiler(self.pA.sommet())
                self.pA.depiler()
            self.pA.depiler()
            print('pA',self.pA)
            print('pB1',self.pB)
        else:
            self.pB.depiler()

def __repr__(self):
    import copy
    #print("pile A : ", repr(self.pA)) # pour
    voir le contenu des deux piles
    #print("pile B : ", repr(self.pB))
    lstA = copy.copy(self.pA.contenu) #
    copie des list Python représentant nos deux
    piles
    lstB = copy.copy(self.pB.contenu) #
    pour ne pas les modifier
    lstB.reverse() # on a besoin de
    renverser lstB pour avoir nos éléments dans
    l'ordre d'entrée
    lst = lstB + lstA # et de concaténer lstB
    et lstA dans cet ordre

```

```

    # on construit ensuite la chaine "<...<"
    qui représente nos files
    ch = ""
    for e in lst:
        ch = ch + str(e) + ","
    ch = ch[:-1] # pour enlever la dernière
    virgule
    ch = "<" + ch + "<"
    return ch

```

files

jet 2

ées linéaires

nt des processus est d'exécuter les processus en une

C

U

seule fois et dans leur ordre d'arrivée.

Question 1

Enoncé	Solution
--------	----------

Parmi les propositions suivantes, quelle est la structure de données la plus appropriée pour mettre

en œuvre le mode FIFO (First In First Out) ?

- a. liste
- b. dictionnaire
- c. pile
- d. file

réponse d
une file

Question 2

Enoncé Solution

On choisit de
stocker les données
des processus en
attente à l'aide
d'une liste Python
lst.

On dispose déjà
d'une fonction

`retirer(lst)` qui
renvoie l'élément

`lst[0]` puis le

supprime de la liste. On souhaite maintenant implémenter une file `file` à l'aide d'un couple (`p1,p2`) où `p1` et `p2` sont des piles.

Ainsi `file[0]` et `file[1]` sont respectivement les piles `p1` et `p2`.

Écrire en Python le code d'une fonction

Pour enfiler un nouvel élément `elt` dans `file`, on l'empile dans `p1`.

Pour défiler `file`, deux cas se présentent.

`ajouter(lst, proc)` qui

ajoute à la fin de la liste `lst` le nouveau processus en

attente `proc`.

La pile `p2` n'est pas vide : on dépile `p2`.

La pile `p1` est vide : on dépile les éléments de `p1` en les empilant dans `p2` jusqu'à ce que `p1` soit vide, puis on dépile `p2`.

La pile `p2` n'est pas vide : on dépile `p2`.

La pile `p1` est vide : on dépile les éléments de `p1` en les empilant dans `p2` jusqu'à ce que `p1` soit vide, puis on dépile `p2`.

La pile `p2` n'est pas vide : on dépile `p2`.

La pile `p1` est vide : on dépile les éléments de `p1` en les empilant dans `p2` jusqu'à ce que `p1` soit vide, puis on dépile `p2`.

La pile `p2` n'est pas vide : on dépile `p2`.

La pile `p1` est vide : on dépile les éléments de `p1` en les empilant dans `p2` jusqu'à ce que `p1` soit vide, puis on dépile `p2`.

La pile `p2` n'est pas vide : on dépile `p2`.

La pile `p1` est vide : on dépile les éléments de `p1` en les empilant dans `p2` jusqu'à ce que `p1` soit vide, puis on dépile `p2`.

La pile `p2` n'est pas vide : on dépile `p2`.

La pile `p1` est vide : on dépile les éléments de `p1` en les empilant dans `p2` jusqu'à ce que `p1` soit vide, puis on dépile `p2`.

La pile `p2` n'est pas vide : on dépile `p2`.

La pile `p1` est vide : on dépile les éléments de `p1` en les empilant dans `p2` jusqu'à ce que `p1` soit vide, puis on dépile `p2`.

La pile `p2` n'est pas vide : on dépile `p2`.

La pile `p1` est vide : on dépile les éléments de `p1` en les empilant dans `p2` jusqu'à ce que `p1` soit vide, puis on dépile `p2`.

La pile `p2` n'est pas vide : on dépile `p2`.

La pile `p1` est vide : on dépile les éléments de `p1` en les empilant dans `p2` jusqu'à ce que `p1` soit vide, puis on dépile `p2`.

La pile `p2` n'est pas vide : on dépile `p2`.

La pile `p1` est vide : on dépile les éléments de `p1` en les empilant dans `p2` jusqu'à ce que `p1` soit vide, puis on dépile `p2`.

La pile `p2` n'est pas vide : on dépile `p2`.

La pile `p1` est vide : on dépile les éléments de `p1` en les empilant dans `p2` jusqu'à ce que `p1` soit vide, puis on dépile `p2`.

La pile `p2` n'est pas vide : on dépile `p2`.

La pile `p1` est vide : on dépile les éléments de `p1` en les empilant dans `p2` jusqu'à ce que `p1` soit vide, puis on dépile `p2`.

Script Python

```
def  
ajouter(lst,proc):  
    lst.append(proc)
```

Question 3

Enoncée **Solution**

On considère la situation représentée ci-dessous.

sujetMetropole_Ex5_3.png

On exécute la séquence d'instructions suivante :

 **Texte**

```
enfiler(file,ps6)
defiler(file)
defiler(file)
defiler(file)
enfiler(file,ps7)
```

Représenter le contenu

final des deux piles à la suite de ces instructions.

sujetMetropole

Question 4

Enoncée

Solution 4.a

Solution 4.b

Solution 4.c

On dispose des
fonctions :

- `empiler(p,elt)` qui
empile l'élément
`elt` dans la pile
`p`,
- `depiler(p)` qui
renvoie le
sommet de la pile
`p` si `p` n'est pas
vide et le
supprime,
- `pile_vide(p)` qui
renvoie `True` si la
pile `p` est vide,
`False` si la pile `p`
n'est pas vide.

a. Écrire en Python
une fonction
`est_vide(f)` qui prend
en argument un
couple de piles `f` et
qui renvoie `True` si la
file représentée par
`f` est vide, `False`
sinon.

b. Écrire en Python
une fonction
`enfiler(f,elt)` qui prend
en arguments un
couple de piles `f` et
un élément `elt` et qui
ajoute `elt` en queue

de la file représentée
par `f`.

c. Écrire en Python
une fonction `defiler(f)`
qui prend en
argument un couple
de piles `f` et qui
renvoie l'élément en
tête de la file
représentée par `f` en
le retirant.

Script Python

```
def est_vide(f):  
    return  
    pile_vide(f[0]) and  
    pile_vide(f[1])
```

Script Python

```
def enfiler(f,elt):  
    empiler(f[0],elt)
```

Script Python

```
def defiler(f):  
    p1 = f[0]  
    p2 = f[1]  
    if pile_vide(p2):  
        while not  
            pile_vide(p1):  
            v =  
                depiler(p1)  
            empiler(p2,v)  
    return depiler(p2)
```

Utilise :

- Éléments, Booléen

Opérations :

- **creer_pile_vide** : $\emptyset \rightarrow \text{Pile}$
creer_pile_vide() renvoie une pile vide
- **est_vide** : $\text{Pile} \rightarrow \text{Booléen}$
est_vide(pile) renvoie True si pile est vide, False sinon

Exercice du Nord 2021 - Sujet 2

La notion de pile, de file et sur la programmation de base en Python.

Les structures de données abstraites Pile et File sont proposées ci-dessous.

On définit les fonctions ci-dessous :

Structure abstraite : Pile

- **empiler** : Pile, Élément \rightarrow Rien
empiler(pile, element) ajoute element au sommet de la pile
- **depiler** : Pile \rightarrow Élément
depiler(pile) renvoie l'élément au sommet de la pile en le retirant de la pile

Structure de données abstraite : File

Utilise :

- Éléments, Booléen

Opérations :

- **creer_file_vide** : $\emptyset \rightarrow$ File
creer_file_vide() renvoie une file vide
- **est_vide** : File \rightarrow Booléen
est_vide(file) renvoie True si file est vide, False sinon
- **empiler** : File, Élément \rightarrow Rien
empiler(file, element) ajoute element dans la file
- **depiler** : File \rightarrow Élément
depiler(file) renvoie l'élément au sommet de la file en le retirant de la file

Question 1

Enoncé

Solution 1.a

Solution 1.b

(a) On considère la file `F` suivante :

sujetAmeriqueNord_Ex5_1.png

Quel sera le contenu de la pile `P` et de la file `F` après l'exécution du programme Python suivant ?

Script Python

```
1 P = creer_pile_vide ()
2 while not( est_vide (F )):
3     empiler (P, defiler (F))
```

(b) Créer une fonction `taille_file` qui prend en paramètre une file `F` et qui renvoie le nombre d'éléments qu'elle contient. Après appel de cette fonction la file `F` doit avoir retrouvé son état d'origine.

Script Python

```
1 def taille_file (F):
2     """ File -> Int """
```

sujetAmeriqueNord_Ex5_2_2.png

Script Python

```
def taille_file(F):
    t = 0
    ft = creer_file_vide()
    while not est_vide(F):
        t = t + 1
        enfiler(ft, defiler(F))
    while not est_vide(ft):
        enfiler(F, defiler(ft))
    return t
```

Question 2

Enoncé

Solution

Écrire une fonction `former_pile` qui prend en paramètre une file `F` et qui renvoie une pile `P` contenant les mêmes éléments que la file.

Le premier élément sorti de la file devra se trouver au sommet de la pile ; le deuxième élément sorti de la file devra se trouver juste en-dessous du sommet, etc.

Exemple :

`sujetAmeriqueNord_Ex5_2.png`

`former_pile(F)` va renvoyer la pile `P` ci-dessous :

`sujetAmeriqueNord_Ex5_2_2.png`

Script Python

```
def former_pile(F):  
    p = creer_pile_vide()  
    pt = creer_pile_vide()  
    while not est_vide(F):  
        empiler(pt, defiler(F))  
    while not est_vide(pt):  
        empiler(p, depiler(pt))  
    return p
```

Question 3

Enoncé Solution

Écrire une fonction `nb_elements` qui prend en paramètres une file `F` et un élément `elt` et qui renvoie le nombre de fois où `elt` est présent dans la file `F`.
Après appel de cette fonction la file `F` doit avoir retrouvé son état d'origine.

Script Python

```
def
nb_elements(F,
ele):
    nb = 0
    ft =
creer_file_vide()
    while not
est_vide(F):
        x = defiler(F)
        if x==ele:
            nb = nb +
1
        enfiler(ft, x)
    while not
est_vide(ft):
        enfiler(F,
defiler(ft))
    return nb
```


Question 4

Enoncé **Solution**

Écrire une fonction

`verifier_contenu` qui
prend en paramètres
une file `F` et trois
entiers :

`nb_rouge` , `nb_vert` et
`nb_jaune` .

Cette fonction renvoie
le booléen `True` si
"rouge" apparaît au
plus `nb_rouge` fois
dans la file `F` , "vert"

apparaît au plus
`nb_vert` fois dans la
file `F` et "jaune"
apparaît au plus
`nb_jaune` fois dans la
file `F` .

Elle renvoie `False`
sinon. On pourra
utiliser les fonctions
précédentes.

Script Python

```
def  
verifier_contenu(F,  
nb_rouge, nb_vert,  
nb_jaune):  
    return  
nb_elements(F,  
"rouge") <= nb_rouge  
and  
nb_elements(F, "vert")  
<= nb_vert and  
nb_elements(F,  
"jaune") <= nb_jaune
```