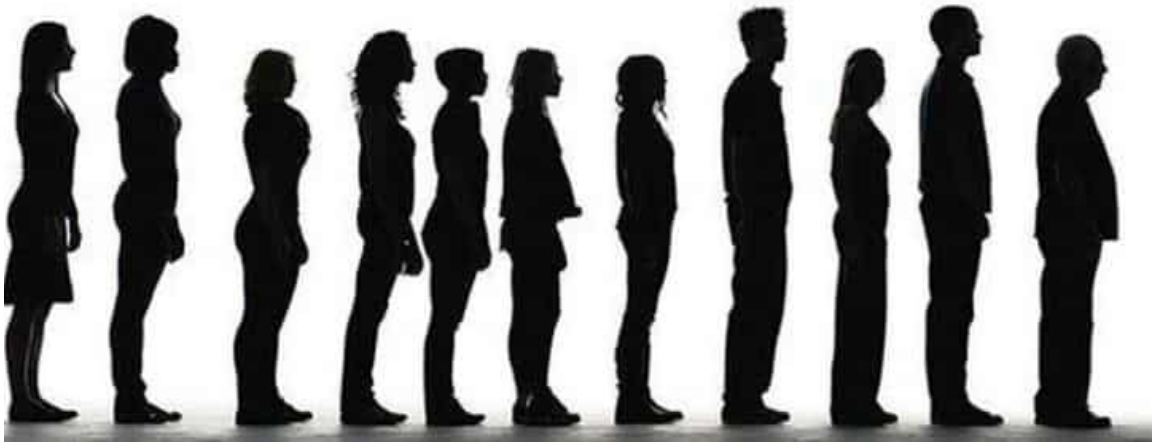
1. TP 14 - Les Files Enoncé-Corrigé

TD n°14 : Structures de données - Les Files	Thème 1 : Structures de données
	COURS et EXERCICES



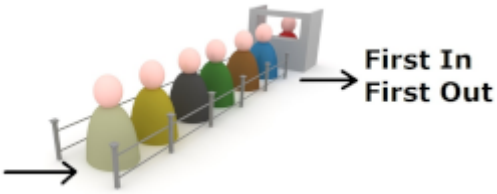
Les **piles** et les **files** sont deux structures de données linéaires qui permettent, au même titre que les listes, de gérer des séquences d'éléments. Ainsi, dans une pile et dans une file chaque élément est éga- lement repéré par sa position, il y a un premier, un dernier, chaque élément a un successeur (sauf le premier) et un prédécesseur (sauf le dernier). Les opérations disponibles pour ces deux structures sont assez proches car dans les deux cas, on veut pouvoir : * créer une file vide * connaître sa taille * lui ajouter un élément * lui retirer un élément * accéder à un élément particulier

Cependant, la politique d'ajout/retrait des éléments dans la séquence n'est pas la même. Le nom des opérations diffèrent également pour mieux distinguer les deux structures.

I. Les files

Il faut se représenter une file comme... une file d'attente ! On ne peut entrer dans la file qu'en dernière position et on ne peut la quitter que si on est le premier. L'ajout d'un élément dans une file ne peut se faire qu'à la fin (en dernière position) et le retrait d'un élément ne peut se faire qu'au début (en première position).

On dit que les files sont en mode **FIFO** (*First In, First Out* qui signifie « premier entré, premier sorti »).



➡ Interface d'une file

Le jeu d'opérations disponibles pour une file est :

- `construire_file()` : crée une file vide
- `taille(F)` : accès au nombre d'éléments dans la file `F`
- `enfiler(F, e)` : ajoute l'élément `e` en dernier dans la file `F`.
- `defiler(F)` : retire le premier élément de la file `F`. **Précondition** : `F` n'est pas vide.
- `premier(F)` : pour accéder (en lecture) au premier élément de la file `F` (sans le retirer de la file). **Précondition** : `F` n'est pas vide.

> En anglais, l'opération `enfiler` est souvent notée `push`, l'opération `depiler` est souvent notée `pop` et l'opération `taille` est souvent notée `top`.

Remarque : Comme pour les piles, on pourrait remplacer l'opération `taille` par l'opération `est_vide` et choisir que `defiler` renvoie également le premier élément pour s'économiser l'opération `premier`.

1.1. ➡ Représentation d'une file et exemple

Une file contenant les éléments 'a', 'b' et 'c' ('a' étant le premier et 'c' le dernier) sera représentée :

$$<\text{'a'}, \text{'b'}, \text{'c'}<$$

Exemple : Voici comment manipuler une file F :

Opération	Contenu de la file F
`F = construire_file()`	$<<$
`taille(F)`	renvoie 0
`enfiler(F, 'a')`	$<$'a'$<$
`enfiler(F, 'b')`	$<$'a', 'b'$<$
`enfiler(F, 'c')`	$<$'a', 'b', 'c'$<$
`premier(F)`	renvoie 'a'
`defiler(F)`	$<$'b', 'c'$<$
`enfiler(F, premier(F))`	$<$'b', 'c', 'b'$<$

1.2. ➡ Applications des files

Les files sont très utilisées en informatique. Leur usage caractéristique concerne les files d'attentes :

- Un système d'exploitation gère l'ordonnancement des processus par des files (voir Thème 3 : Architectures matérielles, systèmes d'exploitation et réseaux)
- Une imprimante gère les tâches d'impression avec des files : chaque nouvelle tâche est insérée dans une file d'attente, et celles-ci sont traitées dans l'ordre d'arrivée.
- On peut aussi utiliser une pile pour parcourir (en profondeur) un graphe et mémoriser les sommets visités. (voir Thème 5 : Algorithmique)
- etc.

II. Exercices sur les files

Activité 1 : Manipulation des files

Question 1.

On considère la séquence d'instructions suivantes. Indiquez le résultat à chaque étape.

```
- F = construire_file()
- enfiler(F, 1)
- enfiler(F, 2)
- enfiler(F, 3)
- s = premier(F)
- defiler(F)
- defiler(F)
- enfiler(F, s)
```

Question 2.

Écrivez la séquence d'instructions permettant d'obtenir l'évolution suivante pour une file F.

Etat de la pile P	Instructions (*à compléter*)
$<<$	
$<3<$	
$<3\,,1<$	
$<3\,,1\,,4<$	
$<1\,,4<$	
$<4<$	
$<<$	

1.3. ➡ Implémentations

Il existe différentes façons d'implémenter une file, on peut par exemple utiliser :

- un tableau (redimensionnable ou non)
- une liste chaînée
- deux piles

Avec ces implémentations, il faudra en général faire un compromis sur l'efficacité des opérations car celles-ci nécessitent de travailler sur les deux extrémités de la file (pour enfiler/défiler).

- Si on utilise un tableau, les opérations en début sont coûteuses et celles à la fin ne le sont pas. On peut alors décider d'enfiler en fin de tableau (peu coûteux) mais il faudra défiler en début de tableau (coûteux). Si on fait le choix inverse, c'est l'opération `defiler` qui sera peu coûteuse et l'opération `enfiler` qui sera coûteuse.
- Si on utilise une liste chaînée, c'est l'inverse (efficace en tête et coûteux en queue) mais le problème reste le même : une des deux opérations sera moins efficace.

> Il existe en réalité une implémentation plus efficace mais nous n'en parlerons pas ici.

Activité 2 : Première implémentation d'une file (avec le type `list` de Python)

On définit le type abstrait File par les opérations :

- création d’une file vide
- enfiler : ajout en queue de file
- defiler : retrait du premier élement de la file
- premier : accès (en lecture) au premier élément de la file
- taille : accès au nombre d’éléments

L’objectif est d’implémenter ce type abstrait en utilisant le type prédéfini list de Python (tableau dynamique = redimensionnable).

On choisira d’enfiler en fin de list (efficace) et de défiler en début de list (coûteux). On aurait très bien pu faire l’inverse, mais l’une des deux opérations (enfiler ou défiler) ne peut pas être en temps constant avec le type list.

Pour une évaluation de la complexité des opérations élémentaires de Python voir le site : Python.org - Time complexity.

Question 1 :

Consultez les méthodes disponibles sur le type list de Python pour trouver comment retirer un élément en tête de liste (vous devriez savoir comment ajouter en fin de liste !). Quelle est la méthode à utiliser ?

Question 2 :

Enoncé

Ecrivez une classe `File` implémentant les opérations du type abstrait file avec les `list` de Python. Vous utiliserez la méthode `__len__` pour renvoyer la longueur d'une file.

Exemple : on veut que le code

```
F = File()
print(F)
F.enfiler(1)
print(F)
F.enfiler(2)
print(F)
F.enfiler(3)
print(F)
s = F.premier()
print(s)
F.defiler()
print(F)
F.defiler()
print(F)
F.enfiler(s)
print(F)
```

produise l'affichage

```
<<>
<1<
<1,2<
<1,2,3<
1
<2, 3<
<3<
<3,1<
```

```

```

Solution

```
class File:
    def __init__(self):
        self.contenu = []

    def enfiler(self, element):
        self.contenu.append(element)

    def defiler(self):
        assert self.taille() != 0, "on ne peut pas défiler une
file vide"
        self.contenu.pop(0) # ou return self.contenu.pop(0) si
l'opération défiler doit aussi renvoyer le sommet

    def premier(self):
        assert self.taille() != 0, "une file vide n'a pas de
premier élément"
        return self.contenu[0]

    def taille(self):
        return len(self.contenu)

    __len__ = taille # pour pouvoir également utiliser len
pour obtenir la longueur d'une file

    # pour représenter une file
    def __repr__(self):
        ch = ""
        for e in self.contenu:
            ch = ch + str(e) + ","
        ch = ch[:-1] # pour enlever la dernière virgule
        ch = "<" + ch + "<"
        return ch
```

Question 3 :

Définissez la méthode spéciale `__repr__` pour afficher le contenu d'une file comme unelist de Python.

Attention :

la méthode `__repr__` doit renvoyer une chaîne de caractères (conversion avec la fonction str)

Exemple : on veut que le code

```
F = File()
print(F)
F.enfiler(1)
print(F)
F.enfiler(2)
print(F)
F.enfiler(3)
print(F)
s = F.premier()
print(s)
F.defiler()
print(F)
F.defiler()
print(F)
F.enfiler(s)
print(F)
```

produise l'affichage

```
<<
<1<
<1,2<
<1,2,3<
1
<2, 3<
<3<
<3,1<
```

Activité 3 : Deuxième implémentation d'une file (avec deux piles)

On veut réaliser une implémentation objet d'une file en utilisant deux piles.
Vous utiliserez l'implémentation suivante d'une pile pour travailler

```
class Pile:
    def __init__(self):
        self.contenu = []

    def empiler(self, e):
        self.contenu.append(e)

    def depiler(self):
        assert self.taille != 0, "on ne peut pas dépiler une pile vide"
        self.contenu.pop()

    def sommet(self):
        assert self.taille != 0, "une pile vide n'a pas de sommet"
        return self.contenu[-1]
```

```
    def taille(self):
        return len(self.contenu)

    # pour représenter la Pile
    def __repr__(self):
        ch = ''
        for e in self.contenu:
            ch = str(e) + "," + ch # ne pas oublier de convertir les éléments
en␣chaine de caractères
        ch = ch[:-1] # pour enlever la dernière virgule
        ch = '>' + ch+']'
        return ch
```

Pour simplifier, l'opération defiler renverra également le premier élément (en plus de le retirer de la file). L'opération premier n'est alors plus nécessaire. Vous devez donc implémenter une classe File permettant les opérations suivantes :

- création d'une file vide
- enfiler : ajout en queue de file
- defiler : renvoie le premier élement de la file et retire cet élément de la file
- **len** : accès au nombre d'éléments

Aide :

- Opération enfiler (simple) : C'est toujours dans l'une des deux piles (par exemple pA) que l'on empile un nouvel élément à enfiler.
- Opération defiler (compliquée) :
- Si l'autre pile (pB) n'est pas vide, son sommet est le premier élément de la file (celui à défiler)
- Sinon (si pB est vide), le premier élément de la file (celui à défiler) est au fond de pA. On peut alors "retourner" pA sur pB pour le premier élément de la file arrive au sommet de pB.
- Opération **len** (simple) : il suffit d'utiliser la méthode taille définie dans la classe Pile.

Question :

Enoncé

Complétez les méthodes enfiler, **len** et defiler de la classe File suivante qui implémente une file avec deux piles.

```
class File:
    """File avec deux piles"""
    def __init__(self):
        self.pA = Pile() # pA et pB sont les deux attributs de
nos objets de la classe File
        self.pB = Pile()

    def enfiler(self, e):
        # à compléter
        pass

    def __len__(self):
        # à compléter
        pass
    def defiler(self):
        if self.pA.taille() == 0 and self.pB.taille() == 0:
            raise ValueError("on ne peut pas défiler une file
vide")
            # à compléter

    # La méthode __repr__ est définie pour que vous puissiez
voir l'état d'une file
    def __repr__(self):
        import copy
        #print("pile A : ", repr(self.pA)) # pour voir le
contenu des deux piles
        #print("pile B : ", repr(self.pB))
        lstA = copy.copy(self.pA.contenu) # copie des list
Python représentant nos deux piles
        lstB = copy.copy(self.pB.contenu) # pour ne pas les
modifier
        lstB.reverse() # on a besoin de renverser lstB pour
avoir nos éléments dans l'ordre d'entrée
        lst = lstB + lstA # et de concaténer lstB et lstA dans
cet ordre
        # on construit ensuite la chaine "<...<" qui
représente nos files
        ch = ""
        for e in lst:
```

```
            ch = ch + str(e) + ","
        ch = ch[:-1] # pour enlever la dernière virgule
        ch = "<" + ch + "<"
        return ch
```

Solution

```
class Pile:
    def __init__(self):
        self.contenu = []

    def empiler(self, e):
        self.contenu.append(e)

    def depiler(self):
        assert self.taille != 0, "on ne peut pas dépiler une
pile vide"
        self.contenu.pop()

    def sommet(self):
        assert self.taille != 0, "une pile vide n'a pas de
sommet"
        return self.contenu[-1]

    def taille(self):
        return len(self.contenu)

    # pour représenter la Pile
    def __repr__(self):
    ch = ""
    for e in self.contenu:
        ch = str(e) + "," + ch # ne pas oublier de convertir
les éléments en chaine de caractères
    ch = ch[:-1] # pour enlever la dernière virgule
    ch = ">" + ch+']'
    return ch

class File:
    """File avec deux piles"""
    def __init__(self):
        self.pA = Pile() # pA et pB sont les deux attributs de
nos objets de la classe File
        self.pB = Pile()

    def enfiler(self, e):
```

```
        return self.pA.empiler(e)

    def __len__(self):
        return self.pA.taille()+self.pB.taille()

    def defiler(self):
        if self.pA.taille() == 0 and self.pB.taille() == 0:
            raise ValueError("on ne peut pas défiler une file
vide")
        # La méthode __repr__ est définie pour que vous
puissiez voir l'état d'une file
        else:
            if self.pB.taille() == 0:
                for x in range(self.pA.taille()-1):
                    self.pB.empiler(self.pA.sommet())
                    self.pA.depiler()
                self.pA.depiler()
                print('pA',self.pA)
                print('pB1',self.pB)
            else:
                self.pB.depiler()

    def __repr__(self):
        import copy
        #print("pile A : ", repr(self.pA)) # pour voir le
contenu des deux piles
        #print("pile B : ", repr(self.pB))
        lstA = copy.copy(self.pA.contenu) # copie des list
Python représentant nos deux piles
        lstB = copy.copy(self.pB.contenu) # pour ne pas les
modifier
        lstB.reverse() # on a besoin de renverser lstB pour
avoir nos éléments dans l'ordre d'entrée
        lst = lstB + lstA # et de concaténer lstB et lstA dans
cet ordre

        # on construit ensuite la chaine "<...<" qui
représente nos files
        ch = ""
        for e in lst:
            ch = ch + str(e) + ","
        ch = ch[:-1] # pour enlever la dernière virgule
        ch = "<" + ch + "<"
        return ch
```

III. Sujet BAC sur les files

Métropole Juin 2021 - Sujet 2

Cet exercice porte sur les structures de données linéaires

Une méthode simple pour gérer l'ordonnancement des processus est d'exécuter les processus en une seule fois et dans leur ordre d'arrivée.

Question 1

Enoncé

Parmi les propositions suivantes, quelle est la structure de données la plus appropriée pour mettre en œuvre le mode FIFO (First In First Out) ?

a. liste
b. dictionnaire
c. pile
d. file

Solution

réponse d une file

Question 2

Enoncé

On choisit de stocker les données des processus en attente à l'aide d'une liste Python lst.
On dispose déjà d'une fonction `retirer(lst)` qui renvoie l'élément `lst[0]` puis le supprime de la liste `lst`.
Écrire en Python le code d'une fonction `ajouter(lst, proc)` qui ajoute à la fin de la liste `lst` le nouveau processus en attente `proc`.

Solution

```
def ajouter(lst,proc):
    lst.append(proc)
```

On choisit maintenant d'implémenter une file `file` à l'aide d'un couple `(p1,p2)` où `p1` et `p2` sont des piles.
Ainsi `file[0]` et `file[1]` sont respectivement les piles `p1` et `p2`.
Pour enfiler un nouvel élément `elt` dans `file`, on l'empile dans `p1`.
Pour défiler `file`, deux cas se présentent.

- La pile `p2` n'est pas vide : on dépile `p2`.
- La pile `p2` est vide : on dépile les éléments de `p1` en les empilant dans `p2` jusqu'à ce que `p1` soit vide, puis on dépile `p2`.

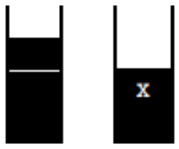
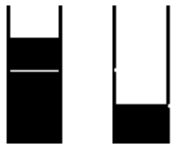
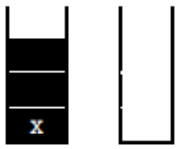
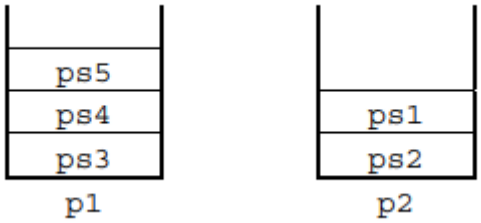
	État de la file avant	État de la file après
`enfiler(file,elt)`		
`defiler(file)` cas où `p2` n'est pas vide		
`defiler(file)` cas où `p2` est vide		

Illustration du fonctionnement des fonctions `enfiler` et `défiler`.

Question 3

Enoncée

On considère la situation représentée ci-dessous.

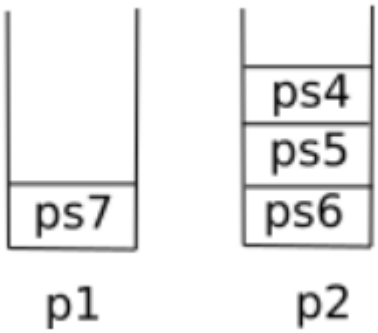


On exécute la séquence d'instructions suivante :

```
enfiler(file,ps6)
defiler(file)
defiler(file)
defiler(file)
enfiler(file,ps7)
```

Représenter le contenu final des deux piles à la suite de ces instructions.

Solution



Question 4

Enoncée

On dispose des fonctions :

- `empiler(p,elt)` qui empile l'élément `elt` dans la pile `p`,
- `depiler(p)` qui renvoie le sommet de la pile `p` si `p` n'est pas vide et le supprime,
- `pile_vide(p)` qui renvoie `True` si la pile `p` est vide, `False` si la pile `p` n'est pas vide.

a. Écrire en Python une fonction est_ `vide(f)` qui prend en argument un couple de piles `f` et qui renvoie `True` si la file représentée par `f` est vide, `False` sinon.

b. Écrire en Python une fonction `enfiler(f,elt)` qui prend en arguments un couple de piles `f` et un élément `elt` et qui ajoute `elt` en queue de la file représentée par `f`.

c. Écrire en Python une fonction `defiler(f)` qui prend en argument un couple de piles `f` et qui renvoie l'élement en tête de la file représentée par `f` en le retirant.

Solution 4.a

```
def est_vide(f):
    return pile_vide(f[0]) and pile_vide(f[1])
```

Solution 4.b

```
def enfiler(f,elt):
    empiler(f[0],elt)
```

Solution 4.c

```
def defiler(f):
    p1 = f[0]
    p2 = f[1]
    if pile_vide(p2):
```

```
        while not pile_vide(p1):
            v = depiler(p1)
            empiler(p2,v)
    return depiler(p2)
```

Amérique du Nord 2021 - Sujet 2

Cet exercice porte sur la notion de pile, de file et sur la programmation de base en Python.

Les interfaces des structures de données abstraites Pile et File sont proposées ci-dessous.

On utilisera uniquement les fonctions ci-dessous :

Structure de données abstraite : Pile

Utilise :

- Éléments, Booléen

Opérations :

- **creer_pile_vide** : ∅ → Pile
  creer_pile_vide() renvoie une pile vide
- **est_vide** : Pile → Booléen
  est_vide(pile) renvoie True si pile est vide, False sinon
- **empiler** : Pile, Élément → Rien
  empiler(pile, element) ajoute element au sommet de la pile
- **depiler** : Pile → Élément
  depiler(pile) renvoie l'élément au sommet de la pile en le retirant de la pile

---

Structure de données abstraite : File

Utilise :

- Éléments, Booléen

Opérations :

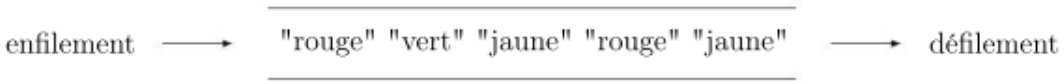
- **creer_file_vide** : ∅ → File
  creer_file_vide() renvoie une file vide
- **est_vide** : File → Booléen
  est_vide(file) renvoie True si file est vide, False sinon
- **empiler** : File, Élément → Rien
  empiler(file, element) ajoute element dans la file
- **depiler** : File → Élément
  depiler(file) renvoie l'élément au sommet de la file en le retirant de la file

---

Question 1

Enoncé

(a) On considère la file F suivante :



Quel sera le contenu de la pile P et de la file F après l'exécution du programme Python suivant ?

```
1 P = creer_pile_vide ()
2 while not( est_vide (F )):
3     empiler (P, defiler (F))
```

(b) Créer une fonction `taille_file` qui prend en paramètre une file `F` et qui renvoie le nombre d'éléments qu'elle contient. Après appel de cette fonction la file `F` doit avoir retrouvé son état d'origine.

```
1 def taille_file (F):
2      """ File -> Int """
```

Solution 1.a

Solution 1.b

```python
def taille_file(F):
    t = 0
    ft = creer_file_vide()
    while not est_vide(F):
        t = t + 1
        enfiler(ft, defiler(F))
    while not est_vide(ft):
        enfiler(F, defiler(ft))
    return t
```

Question 2

Enoncé

Écrire une fonction former_pile qui prend en paramètre une file `F` et qui renvoie une pile `P` contenant les mêmes éléments que la file.
Le premier élément sorti de la file devra se trouver au sommet de la pile ; le deuxième élément sorti de la file devra se trouver juste en-dessous du sommet, etc.
Exemple :

si F = | "rouge" | "vert" | "jaune" | "rouge" | "jaune" | alors l'appel `former_pile(F)` va renvoyer la pile P ci-dessous :

$$P = \begin{array}{|c|}\hline \text{"jaune"} \\ \hline \text{"rouge"} \\ \hline \text{"jaune"} \\ \hline \text{"vert"} \\ \hline \text{"rouge"} \\ \hline \end{array}$$

Solution

```
def former_pile(F):
    p = creer_pile_vide()
    pt = creer_pile_vide()
    while not est_vide(F):
        empiler(pt,defiler(F))
    while not est_vide(pt):
        empiler(p,depiler(pt))
    return p
```

Question 3

Enoncé

Écrire une fonction `nb_elements` qui prend en paramètres une file `F` et un élément `elt` et qui renvoie le nombre de fois où `elt` est présent dans la file `F`.
Après appel de cette fonction la file `F` doit avoir retrouvé son état d'origine.

Solution

```
def nb_elements(F, ele):
    nb = 0
    ft = creer_file_vide()
    while not est_vide(F):
        x = defiler(F)
        if x==ele:
            nb = nb + 1
        enfiler(ft, x)
    while not est_vide(ft):
        enfiler(F, defiler(ft))
    return nb
```

Question 4

Enoncé

Écrire une fonction `verifier_contenu` qui prend en paramètres une file F et trois entiers :
`nb_rouge`, `nb_vert` et `nb_jaune`.
Cette fonction renvoie le booléen `True` si "rouge" apparaît au plus `nb_rouge` fois dans la file `F`, "vert" apparaît au plus `nb_vert` fois dans la file `F` et "jaune" apparaît au plus `nb_jaune` fois dans la file `F`.
Elle renvoie `False` sinon. On pourra utiliser les fonctions précédentes.

Solution

```
def verifier_contenu(F, nb_rouge, nb_vert, nb_jaune):
    return nb_elements(F, "rouge") <= nb_rouge and
nb_elements(F,"vert") <= nb_vert and nb_elements(F, "jaune")
<= nb_jaune
```