

# Sujet BAC 16 : Récursivité



## 1. Cours

Vous pouvez télécharger une copie au format pdf du diaporama de synthèse de cours :

[Diaporama de cours](#)

### ⚠️ Attention

Ce diaporama n'est qu'une synthèse de cours et ne donne que quelques points de repères pour vos révisions.

## 2. France Septembre 2022 : Session de remplacement.

### Société immobilière

#### Thèmes abordés

- Notions de classes
- Itération
- Récursivité

Une petite société immobilière ne voulant pas investir dans une base de données nécessitant une mise en place longue et fastidieuse a créé un fichier .csv pour stocker ses annonces. La consultation et la mise en place de ce fichier ne seront pas étudiées ici. Pour limiter notre étude, nous considérerons que les données sont stockées temporairement dans une liste v dont voici la structure simplifiée :

### Script Python

```
#pieces
class Piece:
    def __init__(self,a,b):
        self.nom = a #nom
        self.sup = b # superficie de la piece

    def sup(self):
        return self.sup
```

```
#villas
class Villa:
    def __init__(self,a,b,c,d,e):
        self.nom = a #nom de la villa
        self.sejour = b #caracteristiques sejour
        self.ch1 = c #caracteristiques de la 1ere chambre
        self.ch2 = d #caracteristiques de la chambre 2
        self.eqCuis = e # equipement de la cuisine 'eq' ou 'non eq'

    def nom(self):
        return self.nom

    def surface(self):
        return ... ...

    def equip(self):
        return self.eqCuis

#Programme principal
v=[]
v.append(Villa("Les quatre vents" , Piece("séjour",40),Piece("ch1",10),Piece("ch2",20),"eq"))
v.append(Villa("Les goélands" , Piece("séjour",50),Piece("ch1",15),Piece("ch2",15),"eq"))
v.append(Villa("Rêve d'été" , Piece("séjour",30),Piece("ch1",15),Piece("ch2",20),"non eq"))
v.append(Villa("Les oliviers" , Piece("séjour",30),Piece("ch1",10),Piece("ch2",20),"eq"))
v.append(Villa("Bellevue" , Piece("séjour",30),Piece("ch1",10),Piece("ch2",20),"non eq"))
```

## Bug

- Le code proposé définit pour un objet de la classe `Villa` un attribut `nom` ainsi qu'une méthode `nom`, ce qui n'est pas possible. La méthode est un *getter* qu'on pourrait renommer par exemple en `get_nom`.
- L'attribut `eqCuis` ne prend que deux valeurs `"eq"` ou `"noneq"`, il serait donc plus judicieux d'en faire un booléen.

La structure de données retenue pour l'exercice est définie par la classe `Villa`.

### 2.1. Partie A : analyse du code et complétion

### Question 1

**1.a** Combien d'éléments contient la liste `v` ?

**1.b** Que retourne l'instruction `v[1].nom()` ?

Pour accéder à l'information de la surface habitable du logement, le développeur souhaite ajouter la méthode `surface()` qui renvoie cette surface.

**1.c** Compléter sur votre copie la méthode `surface()`

#### Script Python

```
def surface(self):
    return ...
```

L'agent immobilier veut pouvoir consulter les villas qui disposent d'une cuisine équipée. Pour cela vous devez écrire la portion du programme qui affichera la liste des villas équipées. Elle devra parcourir séquentiellement la liste et afficher à l'écran le nom de chaque villa équipée.

### Question 2

Rédigez sur votre copie la portion de programme réalisant cette sélection.

## 2.2. Partie B : Récursivité

L'agent immobilier veut répondre à une demande de client : "Quelle est votre villa la plus grande ?". Pour cela, il souhaite disposer d'une fonction `max_surface()` qui va extraire de la liste `v`, la villa désirée. Nous avons décidé d'écrire cette fonction de façon récursive.

### Question 3

Recopiez parmi les propositions suivantes celle qui caractérise un appel récursif.

- appel d'une fonction par elle-même
- appel dont l'exécution est un processus itératif.
- appel d'une fonction comportant une boucle.

L'algorithme suivant a été choisi :

Il faut partir d'une liste de villas :

- si cette liste contient un seul élément, c'est le résultat;
- si la liste en contient plusieurs, il faut analyser les deux premiers éléments, éliminer la villa de plus petite surface, et recommencer avec la liste tronquée.

A la fin du processus, une seule villa est renvoyée.

Pour écrire cette fonction, dans un premier temps, nous allons donc distinguer deux cas :

- celui où la liste des villas ne contient qu'un villa :

#### ❖ Texte

```
il faut renvoyer la villa
```

- celui où la liste en contient au moins deux :

#### ❖ Texte

```
si la surface de la villa v[0] est inférieure à celle de la villa v[1]
    il faut supprimer v[0] de la liste
sinon
    il faut supprimer v[1] de la liste
```

### Question 4

Ecrivez sur votre copie le code de cette fonction en Python.

#### 🐍 Script Python

```
def max_surface(v):
    ...
```

#### ✍ Réponse



## 3. Sujet B 2023

### ⚙️ Fonctions récursives

#### ➊ Thèmes abordés

- Récursivité
- Cet exercice est consacré à l'analyse et à l'écriture de programmes récursifs.

 Question 1

1.a) Expliquer en quelques mots ce qu'est une fonction récursive.

 Réponse

1.b) On considère la fonction Python suivante :

 Script Python

```
def compte_rebours(n):
    """ n est un entier positif ou nul """
    if n >= 0:
        print(n)
        compte_rebours(n - 1)
```

L'appel `compte_rebours(3)` affiche successivement les nombres `3`, `2`, `1` et `0`. Expliquer pourquoi le programme s'arrête après l'affichage du nombre `0`.

 Réponse

 Question 2

2. En mathématiques, la factorielle d'un entier naturel  $n$  est le produit des nombres entiers strictement positifs inférieurs ou égaux à  $n$ . Par convention, la factorielle de 0 est 1. Par exemple :

- la factorielle de 1 est 1
- la factorielle de 2 est  $2 \times 1 = 2$
- la factorielle de 3 est  $3 \times 2 \times 1 = 6$
- la factorielle de 4 est  $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

Recopier et compléter sur votre copie le programme donné ci-dessous afin que la fonction récursive `fact` renvoie la factorielle de l'entier passé en paramètre de cette fonction.

Exemple : `fact(4)` renvoie `24`.

 Script Python

```
def fact(n):
    """ Renvoie le produit des entiers strictement positifs
        et inférieurs ou égaux à n.
    """
    if n == 0:
        return ... # À compléter
    else:
        return ... # À compléter
```

 Réponse


### Question 3

3. La fonction `somme_entiers_rec` ci-dessous permet de calculer la somme des entiers, de `0` à l'entier naturel `n` passé en paramètre.

Par exemple :

- Pour `n = 0`, la fonction renvoie la valeur `0`.
- Pour `n = 1`, la fonction renvoie la valeur `0 + 1 = 1`.
- ...
- Pour `n = 4`, la fonction renvoie la valeur `0 + 1 + 2 + 3 + 4 = 10`.

#### Script Python

```

1 def somme_entiers_rec(n):
2     """ Renvoie, de manière récursive,
3         la somme des entiers de 0 à l'entier naturel n.
4     """
5     if n == 0:
6         return 0
7     else:
8         print(n) # pour vérification
9         return n + somme_entiers_rec(n - 1)

```

L'instruction `print(n)` de la ligne 7 dans le code précédent a été insérée afin de mettre en évidence le mécanisme en œuvre au niveau des appels récursifs.

3.a) Écrire ce qui sera affiché dans la console après l'exécution de la ligne suivante :

#### Console Python

```
>>> res = somme_entiers_rec(3)
```

#### Réponse

3.b) Quelle valeur sera alors affectée à la variable `res` ?

#### Réponse

 Question 4

4. Écrire en Python une fonction `somme_entiers` non récursive : cette fonction devra prendre en argument un entier naturel `n` et renvoyer la somme des entiers de `0` à `n` compris. Elle devra donc renvoyer le même résultat que la fonction `somme_entiers_rec` définie à la question 3.

Exemple : `somme_entiers(4)` renvoie `10`.

 Réponse

&gt; |

## 4. Centres Etrangers J2 2022

 Produit de chaines de caractères par un entier Thèmes abordés

- Programmation
- Récursivité

 Question 1

1. Voici une fonction codée en Python :

 Script Python

```
def f(n):
    if n == 0:
        print("Partez !")
    else:
        print(n)
        f(n-1)
```

1.a. Qu'affiche la commande `f(5)` ?

 Réponse



1.b. Pourquoi dit-on de cette fonction qu'elle est récursive ?

 Réponse



## Question 2

2. On rappelle qu'en python l'opérateur `+` a le comportement suivant sur les chaines de caractères :

### Console Python

```
>>> S = 'a' + 'bc'  
>>> S  
'abc'
```

Et le comportement suivant sur les listes :

### Console Python

```
>>> L = ['a'] + ['b', 'c']  
>>> L  
['a', 'b', 'c']
```

On a besoin pour les questions suivantes de pouvoir ajouter une chaîne de caractères `s` en préfixe à chaque chaîne de caractères de la liste `chaines`.

On appellera cette fonction `ajouter`.

Par exemple, `ajouter("a", ["b", "c"])` doit renvoyer `["ab", "ac"]`.

2.a. Recopiez le code suivant et complétez `...` sur votre copie :

### Script Python

```
def ajouter(s, chaines):  
    resultat = []  
    for mot in chaines:  
        resultat ...  
    return resultat
```

### Réponses

2.b. Que renvoie la commande `ajouter("b", ["a", "b", "c"])` ?

### Réponse

2.c. Que renvoie la commande `ajouter("a", [])` ?

### Réponse

### Question 3

3. On s'intéresse ici à la fonction suivante écrite en Python où `s` est une chaîne de caractères et `n` un entier naturel.

#### Script Python

```
def produit(s, n):
    if n == 0:
        return []
    else:
        résultat = []
        for c in s:
            résultat = résultat + ajouter(c, produit(s, n - 1))
    return résultat
```

3.a. Que renvoie la commande `produit("ab", 0)` ? Le résultat est-il une liste vide ?

Réponse



3.b. Que renvoie la commande `produit("ab", 1)` ?

Réponse



3.c. Que renvoie la commande `produit("ab", 2)` ?

Réponse



## 5. Polynésie J1 2022

### Construction récursive de chaîne de caractères

#### Thèmes abordés

- Programmation
- Récursivité

On rappelle qu'une chaîne de caractères peut être représentée en Python par un texte entre guillemets `""` et que :

- la fonction `len` renvoie la longueur de la chaîne de caractères passée en paramètre ;

- si une variable `ch` désigne une chaîne de caractères, alors `ch[0]` renvoie son premier caractère, `ch[1]` le deuxième, etc ;
- l'opérateur `+` permet de concaténer deux chaînes de caractères.

## Exemples

### Console Python

```
>>> texte = "bricot"
>>> len(texte)
6
>>> texte[0]
'b'
>>> texte[1]
'r'
>>> "a" + texte
"abricot"
```

On s'intéresse dans cet exercice à la construction de chaînes de caractères suivant certaines règles de construction.

### Règle A

Une chaîne est construite suivant la règle A dans les deux cas suivants :

- soit elle est égale à `"a"` ;
- soit elle est de la forme `"a" + chaîne + "a"`, où `chaîne` est une chaîne de caractères construite suivant la règle A.

### Règle B

Une chaîne est construite suivant la règle B dans les deux cas suivants :

- soit elle est de la forme `"b" + chaîne + "b"`, où `chaîne` est une chaîne de caractères construite suivant la règle A ;
- soit elle est de la forme `"b" + chaîne + "b"`, où `chaîne` est une chaîne de caractères construite suivant la règle B.

## Fonction `choice` du module `random`

On a reproduit ci-dessous l'aide de la fonction `choice` du module `random`.

### Console Python

```
>>> from random import choice
>>> help(choice)
Help on method choice in module random:
choice(seq) method of random.Random instance
Choose a random element from a non-empty sequence.
```

`choice(seq)` renvoie un élément de `seq` (qui peut être une liste) de façon pseudo-aléatoire.

La fonction `A` ci-dessous renvoie une chaîne de caractères construite suivant la règle A, en choisissant aléatoirement entre les deux cas de figure de cette règle.

### Script Python

```
def A():
    if choice([True, False]):
        return "a"
    else:
        return "a" + A() + "a"
```

### Question 1

**1.a.** Cette fonction est-elle récursive ? Justifier.

 Réponse



**1.b.** La fonction `choice([True, False])` peut renvoyer `False` un très grand nombre de fois consécutives. Expliquer pourquoi ce cas de figure amènerait à une erreur d'exécution.

 Réponse



Dans la suite, on considère une deuxième version de la fonction `A`. À présent, la fonction prend en paramètre un entier `n` tel que,

- si la valeur de `n` est négative ou nulle, la fonction renvoie `"a"` ;
- si la valeur de `n` est strictement positive, elle renvoie une chaîne de caractères construite suivant la règle A avec un `n` décrémenté de 1, en choisissant aléatoirement entre les deux cas de figure de cette règle.

### Script Python

```
def A(n):
    if ... or choice([True, False]) :
        return "a"
    else:
        return "a" + ... + "a"
```

## ?

### Question 2

**2.a.** Recopier sur la copie et compléter aux emplacements des points de suspension `...` le code de cette nouvelle fonction `A`.

Réponse



**2.b.** Justifier le fait qu'un appel de la forme `A(n)` avec `n` un nombre entier positif inférieur à 50, termine toujours.

Réponse



On donne ci-après le code de la fonction récursive `B` qui prend en paramètre un entier `n` et qui renvoie une chaîne de caractères construite suivant la règle `B`.

## duck icon

### Script Python

```
def B(n):
    if (n <= 0) or choice([True, False]):
        return "b" + A(n - 1) + "b"
    else:
        return "b" + B(n - 1) + "b"
```

On admet que :

- les appels `A(-1)` et `A(0)` renvoient la chaîne `"a"` ;
- l'appel `A(1)` renvoie la chaîne `"a"` ou la chaîne `"aaa"` ;
- l'appel `A(2)` renvoie la chaîne `"a"`, la chaîne `"aaa"` ou la chaîne `"aaaaa"`.

## ?

### Question 3

**3.** Donner toutes les chaînes possibles renvoyées par les appels `B(0)`, `B(1)` et `B(2)`.

Réponse



On suppose maintenant qu'on dispose d'une fonction `raccourcir` qui prend comme paramètre une chaîne de caractères de longueur supérieure ou égale à 2, et renvoie la chaîne de caractères obtenue à partir de la chaîne initiale en lui ôtant le premier et le dernier caractère.

### Par exemple :

#### Console Python

```
>>> raccourcir("abricot")
"brico"
>>> raccourcir("ab")
""
```

### Question 4

**4.a.** Recopier sur la copie et compléter les points de suspension `...` du code de la fonction `regle_A` ci-dessous pour qu'elle renvoie `True` si la chaîne passée en paramètre est construite suivant la règle A, et `False` sinon.

#### Script Python

```
def regle_A(chaine):
    n = len(chaine)
    if n >= 2:
        return (chaine[0] == "a") and (chaine[n - 1] == "a") and regle_A(...)
    else:
        return chaine == ...
```

#### Réponse



**4.b.** Écrire le code d'une fonction `regle_B`, prenant en paramètre une chaîne de caractères et renvoyant `True` si la chaîne est construite suivant la règle B, et `False` sinon.

#### Réponse



## 6. France J2 2021 - Candidat libre

 Mélange d'une liste Thèmes abordés

- Programmation
- Récursivité

On s'intéresse dans cet exercice à un algorithme de mélange des éléments d'une liste.

 Question 1

1. Pour la suite, il sera utile de disposer d'une fonction `echange` qui permet d'échanger dans une liste `valeurs` les éléments d'indice `i` et `j`.

Expliquer pourquoi le code Python ci-dessous ne réalise pas cet échange et en proposer une modification.

 Script Python

```
def echange(valeurs, i, j):  
    valeurs[j] = valeurs[i]  
    valeurs[i] = valeurs[j]
```

 Réponse

 Question 2

2. La documentation du module `random` de Python fournit les informations ci-dessous concernant la fonction `randint` :

 `randint(a, b)`

Renvoie un entier aléatoire `N` tel que `a <= N <= b`. Alias pour `randrange(a, b + 1)`.

Parmi les valeurs ci-dessous, quelles sont celles qui peuvent être renvoyées par l'appel `randint(0, 10)` ?

- 0
- 1
- 3.5
- 9
- 10
- 11

 Réponse

### Question 3

3. Le mélange de Fischer-Yates est un algorithme permettant de permuter aléatoirement les éléments d'une liste. On donne ci-dessous une mise en œuvre récursive de cet algorithme en Python.

#### Script Python

```

1  from random import randint
2
3  def melange(valeurs, i):
4      print(valeurs)
5      if i > 0:
6          j = randint(0, i)
7          echange(valeurs, i, j)
8          melange(valeurs, i - 1)

```

3.a. Expliquer pourquoi la fonction `melange` se termine toujours.

#### Réponse

3.b. Lors de l'appel de la fonction `melange`, la valeur du paramètre `i` doit être égal au plus grand indice possible de la liste `valeurs`.

Pour une liste de longueur  $n$ , quel est le nombre d'appels récursifs de la fonction `melange` effectués, sans compter l'appel initial ?

#### Réponse

3.c. On considère le script ci-dessous :

#### Script Python

```

valeurs = [x for x in range(5)]
melange(valeurs, 4)

```

On suppose que les valeurs successivement renvoyées par la fonction `randint` sont `2`, `1`, `2` et `0`.

Les deux premiers affichages produits par l'instruction `print(valeurs)` de la fonction `melange` sont :

- Premier affichage : `[0, 1, 2, 3, 4]`,
- Deuxième affichage : `[0, 1, 4, 3, 2]`.

Donner les affichages suivants produits par la fonction `melange`.

#### Réponse

**3.d.** Proposer une version itérative du mélange de Fischer-Yates.

**Réponse**



## 7. France Septembre 2021 J1

**Exo**

### Thèmes abordés

- Algorithmique (recherche dichotomique)
- Récursivité
- Variant de boucle
- Complexité

### 7.1. Partie A : La recherche dichotomique

#### Question 1

La recherche d'un élément dans un tableau avec une méthode dichotomique ne peut se faire que si le tableau est trié.

- a) Vrai
- b) Faux

**Réponse**



#### Question 2

Le coût d'un algorithme de recherche dichotomique est :

- a) Constant : Complexité  $O(1)$
- b) Linéaire : Complexité  $O(n)$
- c) Logarithmique : Complexité  $O(\log(n))$

 Réponse Question 3

Justifier pourquoi l'entier fin - deb est un **variant de boucle** qui montre la terminaison du programme de recherche dichotomique de l'annexe.

 Réponse

## 7.2. Partie B : La recherche dichotomique itérative

Le programme de recherche dichotomique de l'annexe est utilisé pour effectuer des recherches dans une liste. Dans l'ensemble de cette partie, on considère la liste :

 Script Python

```
Lnoms = ["alice", "bob", "etienne", "hector", "lea", "nathan", "paul"]
```

 Question 1

Expliquer pourquoi en ligne 2, on a «fin = len(liste)-1» plutôt que «fin = 6».

 Réponse Question 2

En Python, l'opérateur // donne le quotient de la division euclidienne de deux nombres entiers. Proposer un algorithme pour obtenir ce quotient.

 Réponse

### Question 3

Donner la trace complète de l'exécution `rechercheDicho("lea", Lnoms)` en complétant le tableau ci-dessous sur votre copie :

Variables			Condition	Valeur renvoyée
deb	fin	M	deb <= fin	

### Réponse



### Question 4

Sur votre copie, modifier le code du corps de la fonction `rechercheDicho()` pour qu'elle renvoie aussi la position (indice) de l'élément cherché ou -1 si l'élément n'est pas trouvé.

*On pourra indiquer sur la copie le numéro des lignes modifiées, à supprimer ou à insérer s'il y a lieu.*

### Réponse



## 7.3. Partie C : La recherche dichotomique récursive

### Question 1

Donner la définition d'une fonction récursive en programmation.

### Réponse



### Question 2

Écrire en langage naturel ou en python, l'algorithme de recherche dichotomique d'un élément dans une liste, triée de façon croissante, en utilisant une méthode récursive. Il renverra `True` si l'objet a été trouvé, `False` sinon.

### Réponse



## ANNEXE

On considère la fonction de recherche dichotomique suivante :

### Script Python

```
1 def rechercheDicho (elem, liste):
2     """ Cette fonction indique si un élément se trouve dans un tableau.
3     Elle utilise la méthode de recherche dichotomique.
4     Elle prend en arguments :
5         - elem : élément à rechercher de type string
6         - liste : liste d'éléments de type string triée par ordre croissant
7     Elle renvoie un booléen correspondant à la présence ou non de l'élément
8     """
9     deb = 0
10    fin = len(liste)-1
11    m = (deb+fin)//2
12    while deb <= fin :
13        if liste[m] == elem :
14            return True
15        elif liste[m] > elem :
16            fin = m-1
17        else :
18            deb = m+1
19            m = (deb+fin)//2
20    return False
```