

1. TP 11 - Les Listes Corrigé

TD n°11 : Structures de données - Listes	Thème 1 : Structures de données
CORRIGÉ	COURS et EXERCICES

Le Programme en N.S.I en Terminale

Notre objet d'étude aujourd'hui est la structure de données linéaire liste. Les objectifs de ce travail sont :

- de définir la structure de données liste. Pour cela nous allons nous concentrer sur ses méthodes,
- de manipuler cette structure de données,
- d'appréhender la notion de mutabilité des listes (elles peuvent changer),
- d'appréhender la complexité de la manipulation des listes,
- de comprendre que ce qui est appelé `List` en Python n'est pas une liste au sens commun du terme.

I. La structure de donnée

Vous connaissez déjà la structure de liste puisque vous l'avez largement utilisée dans les programmes Python que vous avez pu écrire précédemment. Vous avez créé des listes, ajouté des éléments, accédé à sa longueur, accédé à un élément, etc.

Liste Python

Python abuse du terme liste qu'il utilise pour ce qui sont des tableaux dynamiques munis de méthodes d'accès typiques des listes. Nous nous intéressons ici à ce que les informaticiens appellent vraiment des listes.

II. Qu'est-ce qu'une liste ?

Intuitivement. Une liste est une collection finie d'éléments qui se suivent. C'est donc une structure de données linéaire.

Une liste peut contenir un nombre quelconque d'éléments y compris nul (la liste vide).

Liste

Une **liste** est une structure de données permettant de regrouper des données.

C'est une collection finie et ordonnée d'éléments, cela signifie que chaque élément d'une liste est repéré par son index (sa position).

A la différence d'un tableau qui est de taille fixe, une liste est extensible :

- on peut lui ajouter des éléments,
- on peut lui retirer des éléments;

sa taille n'est donc pas fixe.

III. Un peu d'histoire pour commencer



Le langage LISP, inventé par John Mac Carthy (photo) en 1958, est un des premiers à utiliser la notion de *liste* (LISP vient de l'anglais *list processing* signifiant « traitement de listes »).

Les listes du langage LISP sont composées de deux parties :

- une **tête** correspondant au premier élément de la liste
- une **queue** correspondant au reste de la liste

On pouvait alors construire une liste à partir d'un premier élément (sa tête) et d'une liste (sa queue).

IV. Obtenir une définition formelle

Prenons une liste comme par exemple $L_1 = [5, 3, 8]$. C'est une liste à trois éléments (ou de longueur trois) dont le premier est 5, le deuxième 3, et le dernier 8.

Une façon de décrire cette liste consiste à dire que

- la liste L_1 possède un premier élément 5 qu'on nommera élément de tête,
- et que vient après cet élément de tête la liste $L_2 = [3, 8]$ des éléments qui suivent, liste qu'on nommera reste.

Ce qu'on vient de dire de la liste L_1 peut être répété pour la liste L_2 qui est donc constituée :

- d'un élément de tête : 3,
- et d'un reste : $L_3 = [8]$.

À nouveau on peut répéter le même discours pour la liste L_3 qui est donc constituée :

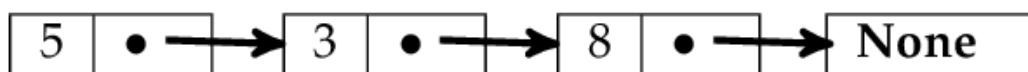
- d'un élément de tête : 8,
- et d'un reste : $L_4 = []$.

La liste L_4 étant vide, elle ne possède pas d'élément de tête, et ne peut donc pas être décomposée comme nous venons de le faire à trois reprises.

Si on convient d'utiliser la notation (e, L) pour désigner le couple constitué de l'élément e de tête, et du reste L d'une liste, on peut alors écrire :

$$L_1 = (5, (3, (8, [])))$$

→ Représentation schématique :



Ce qui vient d'être fait pour la liste L_1 peut être reproduit pour n'importe quelle liste.

On peut conclure cette approche en donnant une définition abstraite et formelle des listes d'éléments appartenant tous à un ensemble E.

Une liste d'éléments d'un ensemble E est * soit la liste vide * soit un couple (e, L) constitué d'un élément $e \in E$ et d'une liste L d'éléments de E.

Les listes peuvent donc être vues comme **des structures de données récursives**

V. L'interface minimale du type abstrait *Liste*

Le type abstrait `Liste` peut alors être défini par l'*interface* suivante contenant **5 opérations primitives** :

- **Des constructeurs :**
 - `listevide()` pour construire une liste vide
 - `construit(e, \ L)` pour construire une nouvelle liste contenant un premier élément `e` (sa tête) et une suite `L` (sa queue, qui est une liste). Cet opérateur est aussi souvent noté `cons`.
- **Des sélecteurs :**

- `premier(L)` pour accéder au premier élément de la liste `L`, sa tête. Cet opérateur est aussi souvent noté `car`.
- `reste(L)` pour accéder au reste de la liste `L` c'est-à-dire sa queue. Cet opérateur est aussi souvent noté `cdr`.
- **Un prédictat** (une question dont la réponse est un booléen (V/F)) :
- `estvide(L)` pour tester si une liste est vide.

Ainsi, pour construire une liste formée par les nombres 5, 3, 8 (dans cet ordre) on fait :

```
maliste1 = construit(5, construit(3, construit(8, listevide())))
```

Dans ce cas,

- `premier(maliste1)` correspond à sa tête, c'est-à-dire 5
- `reste(maliste1)` correspondant à sa queue, c'est-à-dire la liste correspondant à `construit(3, construit(8, listevide()))` formée des nombres 3 et 8.

On sait depuis les travaux de Mac Carthy sur le langage LISP, qu'avec ces 5 opérations on peut reconstruire toutes les opérations sur les listes (accéder à un élément, modifier un élément, ajouter/supprimer un élément, calculer la longueur, tester l'appartenance, etc.)

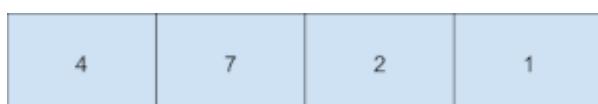
VI. Liste vs tableaux

1.0.1. ↗ Qu'est ce qui différencie les listes des tableaux ?

Tableau

Sa taille est fixe, les éléments se suivent en mémoire.

Accéder à son élément par son indice est rapide.



Liste

Les éléments ne se suivent pas forcément en mémoire.

La queue de la liste pointe vers une autre liste.

Accéder à un élément par son indice est lent (il faut suivre tous les liens)

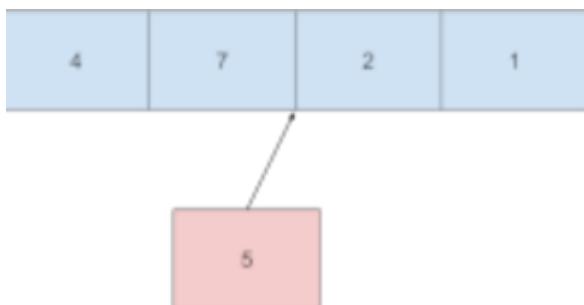


1.1. ↗ Insertion d'un élément :

1.1.1. Dans un tableau

Tableau de taille 4 :

Pour insérer un élément il faut recréer un tableau de taille supérieure

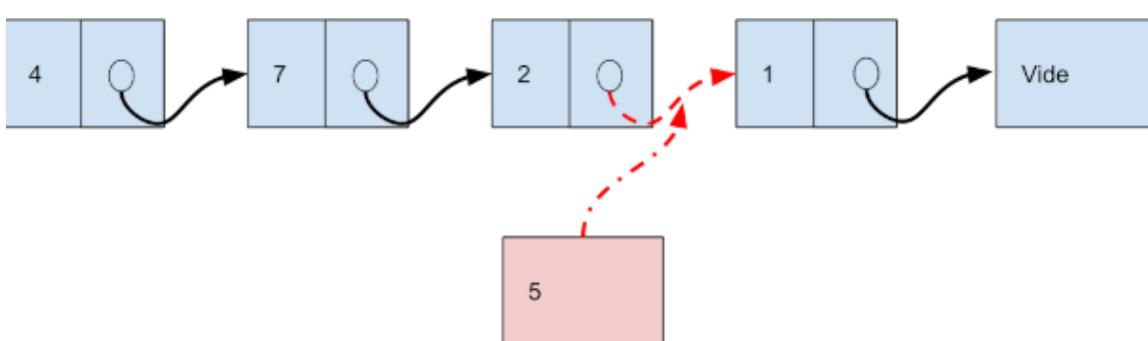


Nouveau Tableau de taille 5 :



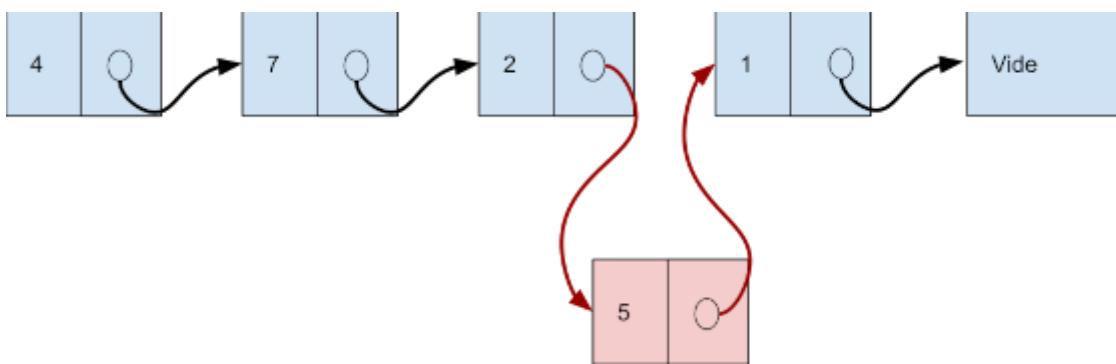
1.1.2. Dans une liste :

Pour insérer un élément, c'est facile !

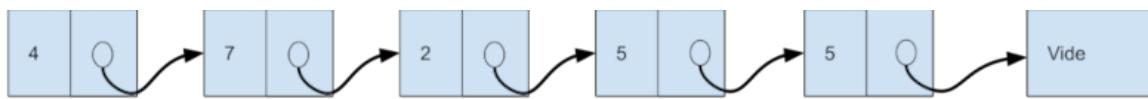


Liste

1. on casse le lien entre "2" et `Liste(1,())`
2. On fait pointer la `queue` après 5 sur `Liste(1,())`
3. On fait pointer la `queue` après 2 sur `Liste(5,(1,()))`



C'est beaucoup plus rapide que pour les tableaux.



Activité 1 : Utiliser une interface

On rappelle que le type abstrait `Liste` peut être défini par l'*interface* suivante contenant 5 opérations primitives :

- **Des constructeurs :**
- **`listevide()`** pour construire une liste vide
- **`construit(e, L)`** pour construire une nouvelle liste contenant un premier élément `e` (sa tête) et une suite `L` (sa queue, qui est une liste). Cet opérateur est aussi souvent noté `cons`.
- **Des sélecteurs :**
- **`premier(L)`** pour accéder au premier élément de la liste `L`, sa tête. Cet opérateur est aussi souvent noté `car`.
- **`reste(L)`** pour accéder au reste de la liste `L` c'est-à-dire sa queue. Cet opérateur est aussi souvent noté `cdr`.
- **Un prédictat :**
- **`estvide(L)`** pour tester si une liste est vide.

Question 1 : On considère la liste `L1` suivante :

```
L1=construit(1, construit(3, construit(-2, construit(0, listecide()))))
```

1. Quelle est la liste construite ?
2. Que vaut chacune des variables suivantes ?

```

e1=premier(L1)
L2=reste(L1)
L3=reste(reste(L1))
e2=premier(reste(reste(L1)))
L4=construit(5, L3)
    
```

Question 2 : Écrivez les instructions permettant de :

- construire une liste `maliste1` contenant les nombres 5, 2, 4, 7 dans cet ordre
- stocker dans une variable `e1` le premier élément de `maliste1`
- stocker dans une variable `e2` le deuxième élément de `maliste1`
- stocker dans une variable `e3` le dernier élément de `maliste1`
- construire une liste vide appelée `maliste2`

- construire, à partir de `maliste1`, une liste `maliste3` contenant uniquement les nombres 4 et 7.
- construire, uniquement à partir des listes et variables précédentes, une liste `maliste4` contenant les nombres 5, 2, 1, 4, 7 (on veut insérer 1 entre 2 et 4 dans liste de départ).

VII. Implementations possibles

1.2. ➔ VII.1. Une implémentation avec des couples en Python

Cette première implémentation est basée sur des paires (couples) qui comportent chacune un élément et la suite de la liste, qui elle-même peut être une paire... Elle réutilise le type `tuple` de Python.

On définit ainsi notre structure de données de manière **récursive** pour respecter la philosophie du langage LISP.

Activité 2 : Écriture de quelques opérations dérivées

On considère toujours la même interface (que dans l'activité 1) pour le type abstrait de données Liste. Voici une implémentation utilisant des couples, à compléter :

```
def listevide():
    return None # on utilise None pour une liste vide

def construit(e, L):
    return (e,L) # renvoie un tuple de deux éléments

def premier(L):
    return L[0] # accès au premier élément du couple (la tête de L)

def reste(L):
    return L[1] # accès au deuxième élément du couple (la queue de L)

def estvide(L):
    return L is None # L est égal à None ?
```

On peut alors tester les instructions précédentes et en affichant le contenu de `maliste1`, on se rend compte de l'implémentation choisie avec des paires imbriquées.

```
maliste1 = construit(5, construit(3, construit(8, listevide())))
maliste1
```

```
(5, (3, (8, None)))
```

On a donc logiquement :

```
premier(maliste1)
```

```
5
```

```
reste(maliste1)
```

```
(3, (8, None))
```

Avec cette implémentation, il est intéressant de noter que la construction de maliste1 avec l'instruction

```
construit(5, construit(3, construit(8, listevide()))))
```

```
(5, (3, (8, None)))
```

nécessite la construction 3 paires intermédiaires qui sont construites de la plus imbriquée (liste vide) à la moins imbriquée. On peut visualiser facilement cela avec Python tutor.

1.3. ➔ Partie A : Utilisation des opérations

Question 1 : Utilisez cette implémentation pour vérifier vos réponses à l'activité 1.

```
L1=construit(1, construit(3, construit(-2, construit(0, listevide()))))
e1=premier(L1)
print(e1)
L2=reste(L1)
print(L2)
L3=reste(reste(L1))
print(L3)
e2=premier(reste(reste(L1)))
print(e2)
L4=construit(5, L3)
print(L4)
```

```
1
(3, (-2, (0, None)))
(-2, (0, None))
-2
(5, (-2, (0, None)))
```

1.4. ➔ Partie B : Ecriture d'opérations dérivées

On a vu dans le cours qu'il est possible de construire toutes les opérations à partir des 5 opérations primitives données ci-dessus. Par exemple, pour obtenir le dernier élément d'une

liste, on peut implémenter l'opération dernier(L) à partir des autres :

```
def dernier(L):
    """Liste --> Element
    Précondition : L n'est pas vide."""
    assert estvide(L)!=None
    L1=L
    while L1!=None:
        dernier=premier(L1)
        L1=reste(L1)
    return dernier
```

```
L1 = construit(1, construit(3, construit(-2, construit(0, listevide()))))
dernier(L1)
```

```
0
```

On rappelle que l'on peut écrire un jeu de tests en utilisant la construction assert.

```
liste1= construit(2, listevide())
liste2= construit(1, construit(2, construit(5, listevide())))
assert dernier(liste1) == 2
assert dernier(liste2) == 5
```

Question 2 : On souhaite implémenter en une fonction l'opération taille(L) qui renvoie le nombre d'éléments contenus dans la liste L. 1. Écrivez un jeu de tests de qualité pour cette fonction. 2. Proposez le code de cette fonction avec sa docstring (qui doit passer les tests avec succès).

```
def taille(L):
    L1=L
    if L1==None:
        return 0
    else:
        t=0
        while L1!=None:
            t+=1
            L1=reste(L1)

    return t
```

```
L1 = construit(1, construit(3, construit(-2, construit(6, listevide()))))
taille(L1)
assert taille(L1)==4
L2=(None)
assert taille(L2)==0
```

Question 3 : Mêmes questions avec l'opération lire(L, i) qui renvoie le i-ème élément de la liste L.

```

def lire(L,i):
    L1=L
    if i>taille(L1):
        return False
    else:
        t=0
        while t!=i:
            t+=1
            L1=reste(L1)
            rep=premier(L1)

    return rep

```

```

print(L1)
lire(L1,2)
lire(L1,5)

```

(1, (3, (-2, (6, None))))

False

1.5. ➔ VII.2. Une implémentation avec le type list de Python

Il est possible d'implémenter les 5 opérations définissant le type abstrait Liste en utilisant le type pré- défini list de Python. Les fonctions sont très ressemblantes à celles utilisant les couples.

Cela fait l'objet des activités 3 et 4 qui proposent deux implémentations différentes : - la première avec copie des listes intermédiaires (comme l'implémentation avec les couples) - la seconde avec modification de la liste en place.

Activité 3 : Une implémentation avec le type list de Python

On veut maintenant implémenter le type abstrait Liste en utilisant le type list de Python.

Question 1 : Utilisez la documentation officielle pour compléter l'implémentation du type Liste avec les possibilités offertes par le type list de Python.

```

def listevide():
    return []# renvoie une liste vide

def construit(e, L):
    # renvoie une liste qui est la concaténation d'une liste contenant e avec
    la liste L
    return [e]+L

```

```

def premier(L):
    # renvoie le premier élément de L
    return L[0]

def reste(L):
    # renvoie une liste contenant les éléments de L à partir de la position 1
    return L[1:]

def dernier(L):
    return L[-1]

def estvide(L):
    # renvoie True si L est vide, False sinon
    if L==[]:
        return True
    else:
        return False

```

Question 2 : Vérifiez qu'en exécutant le code suivant, on obtient exactement le même résultat qu'avec la première implémentation. L'utilisateur curieux pourra cependant observer la structure des informations mémorisées en affichant les listes L1 (implémentée par des couples) et L2 (implémentée par le type list de Python).

```

L2 = construit(1, construit(3, construit(-2, construit(-3, listevide()))))
#construction avec la nouvelle implémentation
print(L2)
dernier(L2)# renvoie le dernier élément de la liste construite

```

[1, 3, -2, -3]

-3

Question 3 : Utilisez Python Tutor pour observer pas à pas la construction de la liste L2 précédente. Combien de listes intermédiaires sont créées pour construire la liste L2 avec cette implémentation ?