14 въпрос. Работа на Кулонова сила. Потенциална енергия на електричен заряд в електростатично поле. Потенциал на полето.

Разглеждаме пробен електричен заряд $q_{\text{пр}}$, който се премества в електростатично поле, създавано от неподвижен положителен точков заряд q. Пробният заряд се движи по някаква траектория от положение 1 до положение 2. Във всяка точка от траекторията на пробния заряд ще действа сила

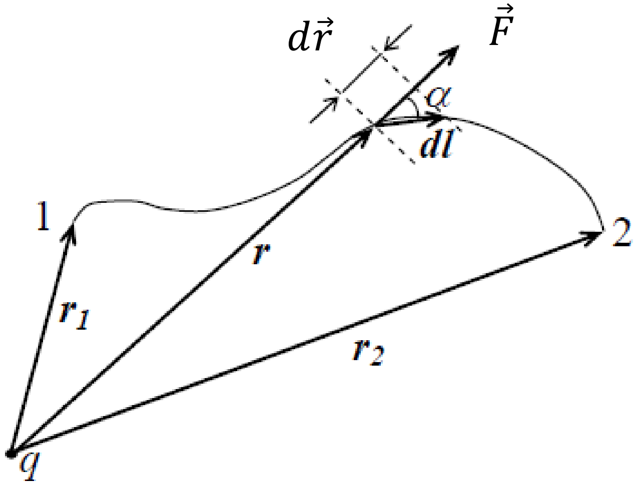
$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_{\text{пр}}}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$$

където $\vec{r}$ е радиус-векторът, определящ положението на пробния заряд $q_{\text{пр}}$ относно заряда q, създаващ полето.

Силата $\vec{F}$ може да се изменя и по големина и по посока в различните точки. Ще изберем безкрайно малко преместване $d\vec{l}$ на $q_{\text{пр}}$, в границите на което $\vec{F}$ остава постоянна по големина и посока. Работата, извършена от електростатичната сила $\vec{F}$ за преместване на заряда $q_{\text{пр}}$ на разстояние $d\vec{l}$ се дава чрез израза

$$dA = \vec{F}.d\vec{l} = Fdl\cos\alpha = Fdr$$

където α е ъгълът между векторите $\vec{F}$ и $d\vec{l}$, $dr = dl\cos\alpha$ е безкрайно малкото изменение на разстоянието между зарядите q и $q_{\text{пр}}$.



Пълната работа, извършена от силата $\vec{F}$ за преместване на заряда $q_{\text{пр}}$ от положение 1 в положение 2 е

$$A = \int_{r_1}^{r_2} F dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q q_{\text{пр}}}{r^2} dr = \frac{q q_{\text{пр}}}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Този израз ни показва, че работата за преместване на пробния заряд не зависи от пътя, по който заряда се премества, а зависи само от неговото начално и крайно положение. Следователно електростатичната (кулонова) сила е консервативна сила. В механиката показахме, че за консервативните сили се въвежда величината потенциална енергия ($A = -\Delta W_p$).

За изменението на потенциалната енергия ΔW_p на електростатичното поле получаваме

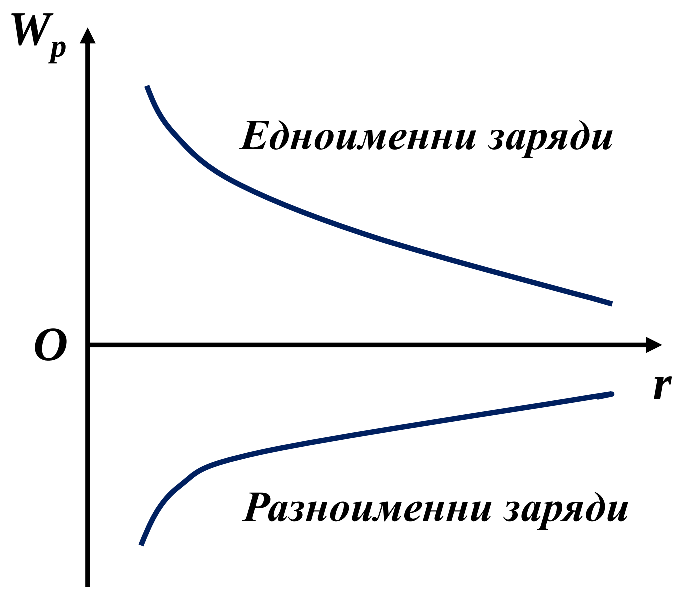
$$\Delta W_p = -A = -\frac{q q_{\text{пр}}}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = \frac{q q_{\text{пр}}}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right) = W_{p2} - W_{p1}$$

където W_{p2} и W_{p1} са потенциалните енергии на пробния заряд $q_{\text{пр}}$ в положение 2 и положение 1, съответно.

Следователно ***потенциалната енергия*** на пробния заряд $q_{\text{пр}}$, разположен на произволно разстояние $\vec{r}$ от заряда q, който създава електростатичното поле, се дава чрез израза

$$W_p = \frac{q q_{\text{пр}}}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

От този израз се вижда, че ако зарядите q и $q_{\text{пр}}$ са едноименни, потенциалната енергия на взаимодействието между тях е положителна. Ако зарядите са разноименни, потенциалната енергия е отрицателна.



От израза също се вижда, че отношението на потенциалната енергия W_p на заряда $q_{\text{пр}}$ към неговата големина не зависи от $q_{\text{пр}}$ и следователно може да служи за енергетично характеризиране на електростатичното поле. По определение ***електричен потенциал*** (или само ***потенциал***) на електростатичното поле в дадена негова точка се нарича величината

$$\varphi = \frac{W_p}{q_{\text{пр}}}$$

От определението следва, че потенциалът е скаларна величина. Единицата за потенциал в системата СИ е волт [V].

Като знаем, че работата на електростатичните сили се дава чрез $A = W_{p1} - W_{p2}$ и $W_p = \varphi q_{\text{пр}}$ получаваме

$$A = W_{p1} - W_{p2} = q_{\text{пр}}(\varphi_1 - \varphi_2)$$

където φ_1 и φ_2 са електричните потенциали в положения 1 и 2, съответно. Това равенство ни дава възможност за по-бързо и лесно пресмятане на работата на електростатичната сила.

Като пример да определим работата на електростатичните сили за преместване на пробен електричен заряд от произволна т. А до безкрайност. В този случай $r_1 = r$ и $r_2 \to \infty$. Но потенциалната енергия $W_{p\infty}$ на пробния заряд $q_{\text{пр}}$, когато той се намира на безкрайно разстояние от заряда q, създаващ полето е равна на нула и следователно

$$A_{1,\infty} \equiv A_\infty = W_{p1} - W_{p\infty} = \varphi_1 q_{\text{пр}} \equiv \varphi q_{\text{пр}} \quad \text{или} \quad \varphi = \frac{A_\infty}{q_{\text{пр}}}$$

От последното равенство можем да дадем друго определение на величината електричен потенциал: ***потенциалът на електростатичното поле в дадена негова точка е величина, числено равна на отношението на работата на електростатичните сили за пренасяне на пробен електричен заряд от разглежданата точка до безкрайност към големината на пробния заряд.***

И при двете определения на величината потенциал се основаваме на избора на нулево нива за отчитане на потенциалната енергия, а именно $W_{p\infty} = 0$ при $r \to \infty$.

Нека определим потенциалната разлика между две точки 1 и 2 в еднородно електростатично поле с интензитет $\vec{E}$, насочен по положителната посока на оста X.

От израза $A = q_{\text{пр}}(\varphi_1 - \varphi_2)$ получаваме

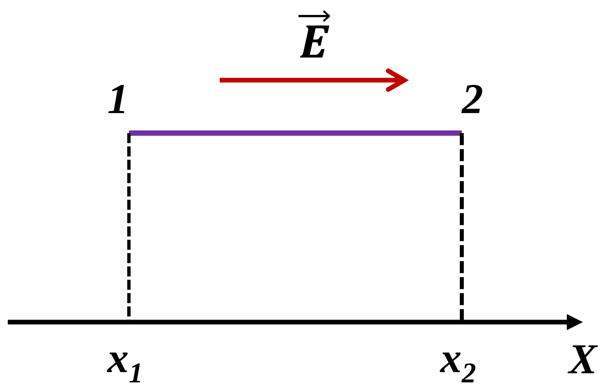
$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{A}{q_{\text{пр}}} = -\frac{F\Delta x}{q_{\text{пр}}} = -\frac{q_{\text{пр}}E\Delta x}{q_{\text{пр}}} = -E\Delta x$$

където $\Delta x = x_2 - x_1$.

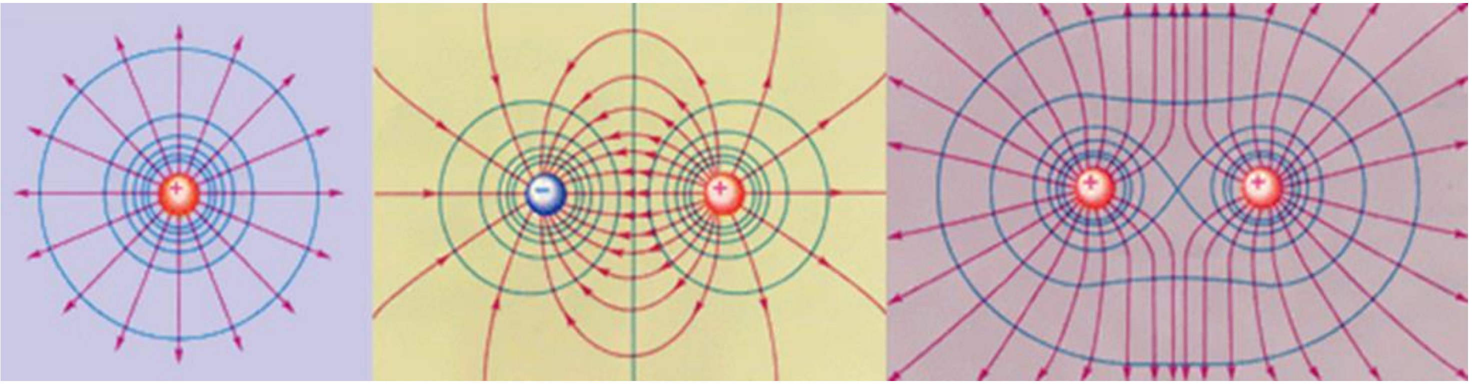
Това равенство може да се запише и във вида

$$E = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta x} = -\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{x_2 - x_1}$$

което дава връзката между силовата характеристика на електростатичното поле – величината интензитет на полето и неговата енергетична характеристика – величината потенциал на полето.



Освен с електрични силови линии електростатичното поле може да се изобрази графично и с помощта на ***еквипотенциални повърхнини***. Това са повърхнини, във всички точки на които електричният потенциал има еднакви стойности. Това означава, че при преместване на заряд по една еквипотенциална повърхнина електростатичните сили не извършват работа. Следователно силата, действаща на заряда е перпендикулярна на вектора на преместването и следователно еквипотинциалните повърхнини са винаги перпендикулярни на електричните силови линии.



Пример 1: Каква работа извършва електростатично поле при преместване на заряд с големина 0,2 μC от точка с потенциал 600 V до точка с потенциал 100 V?

Дадено: $q = 0{,}2\ \mu\text{C} = 0{,}2 \times 10^{-6}\ C$, $\varphi_1 = 600\ \text{V}$, $\varphi_2 = 100\ \text{V}$

$A = ?$

Решение:

$$A = -\,q\Delta\varphi = q(\varphi_1 - \varphi_2) = 0{,}2 \times 10^{-6} \times (600 - 100) = 1 \times 10^{-4}\ \text{J}$$

Пример 2: На колко е равен интензитета на електростатично поле, ако потенциалната разлика между две точки, намиращи се върху една силова линия на полето на разстояние 4 m една от друга, е 40 V?

Дадено: $\Delta\varphi = 40\ \text{V}$, $\Delta x = 4\ \text{m}$

$E = ?$

Решение: Величината $U = (\varphi_1 - \varphi_2) = -(\varphi_2 - \varphi_1) = -\Delta\varphi$ се нарича ***напрежение*** между две точки на електростатичното поле.

$$E = -\,\frac{\Delta\varphi}{\Delta x} = \frac{U}{\Delta x} = \frac{40}{4} = 10\ \text{V/m}$$