

СУ №6: ЕЛЕКТРОСТАТИКА (2 учебни часа)

I.Електрични заряди. Електростатично поле. Закон на Кулон

В природата съществуват два вида електрични заряди – положителни и отрицателни. Атомите, които изграждат всички вещества, съдържат ядро (съставено от протони) и електрони, обикалящи около ядрото. Зарядите на електрона и протона са еднакви по големина и противоположни по знак.

Това са най-малките електрични заряди, които могат да съществуват самостоятелно: $e_{пр} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, а $e_{ел} = - 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. За измерване на количеството електричен заряд е въведена мерната единица кулон (C). Като цяло атомите са електронеутрални – броят на протоните в ядрото е равен на броя на електроните, следователно и телата, изградени от електронеутрални атоми, също са **електронеутрални**. При определени условия (например триене с парче сух плат) в дадено тяло е възможно броят на протоните да стане по-голям от този на електроните – в такъв случай тялото се нарича **положително наелектризирано** (или заредено). Обратно – когато броят на електроните в едно тяло е по-голям от този на протоните, то се оказва **отрицателно наелектризирано**. Това може да се запише кратко по следния начин:

- ако $Q^+ = Q^-$; електронеутрално тяло: $Q^+ + Q^- = 0$;
- ако $Q^+ > Q^-$; положително наелектризирано тяло (то има излишък от протони);
- ако $Q^- > Q^+$; отрицателно наелектризирано тяло (в него има излишък от електрони);

Q^+ и Q^- са съответно общия брой на протоните и електроните в даденото тяло.

Всеки отделен неподвижен електричен заряд или наелектризирано тяло създава в пространството около себе си силов поле, наречено **електростатично поле**. Силите, които действат във всяко електростатично поле се наричат **електростатични сили** – по своя характер тези сили са **консервативни** и зависят от положението на зарядите, между които действат. Електростатичното поле е друг пример за потенциално поле (аналогично на гравитационното поле на Земята, което разгледахме в механиката).

Силата на взаимодействие между неподвижни електрични заряди е определена експериментално от френския физик Ш.Кулон, а законът, на който се подчинява това взаимодействие, е известен като закон на Кулон:

$F_{12} = kq_1q_2 / r_{12}^2$, където $k = 1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$; $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$ (ϵ_0 се нарича електрична константа или диелектрична проницаемост на вакуума), q_1 и q_2 са големините на електричните заряди, а r_{12} е разстоянието между тях. Вижда се, че **кулоновата сила зависи правопрпорционално от k , q_1 и q_2 и обратнопропорционално от r_{12}^2 .**

Ако зарядите се намират в среда различна от вакуум, силата на взаимодействие между тях намалява: $F_{12} = kq_1q_2/\epsilon_r r_{12}^2$, където ϵ_r е безразмерна величина, наречена диелектрична проницаемост на средата ($\epsilon_r > 1$).

Законът на Кулон е установен за **точкови електрични заряди** – това са заредени тела, чиито размери са много малки и могат да се пренебрегнат в сравнение с разстоянията между тях. Подобно на материалната точка, точковият електричен заряд е модел, който се използва в електростатиката. Всяко наелектризирано тяло може да се разглежда като съвкупност от множество точкови електрични заряди. Проведените експерименти показват, че електростатичните сили, действащи между едноименно наелектризираните тела, са **сили на отблъскване**, и обратно - между разноименно наелектризираните тела – **сили на привличане**.

II. Интензитет на електростатичното поле. Поток на вектора на интензитета на електростатичното поле. Закон (теорема) на Гаус – частни случаи

За характеризиране на електростатичното поле се въвеждат няколко основни физични величини. **Интензитетът** на електростатичното поле се означава с **E** и се нарича още силова характеристика на полето. Определя се от формулата:

$E = F/q \text{ (N/C)}$, където **F** е силата, с която полето действа на положителен

точков електричен заряд q , поставен в дадена точка от полето; силата **F** може да се изрази чрез интензитета **E**: $F = qE$; интензитетът е векторна величина и неговата посока се определя от посоката на действащата сила. Големината на интензитета можем да определим като заместим силата **F** с нейната големина:

$$E = kq_0q/r^2q = kq_0/r^2 \text{ (за вакуум) и } E = kq_0/\epsilon_r r^2 \text{ (за среда различна от вакуум),}$$

където q_0 е зарядът, който създава електростатичното поле, а r е разстоянието между зарядите q_0 и q ; очевидно е, че **интензитетът зависи правопрпорционално от големината на заряда, създаващ полето, и обратнопропорционално от квадрата на разстоянието.**

За електростатично поле, създадено от множество електрични заряди ($q_{01}, q_{02}, \dots, q_{0n}$), интензитетът в дадена точка от полето ще бъде геометрична сума от интензитетите на полетата **E_i**, създавани от всеки заряд поотделно:

$E = \sum E_i = \sum F_i/q$ – тази формула изразява принципа на суперпозицията на интензитетите на електростатичните полета, създадени от голям брой електрични заряди.

Друга важна характеристика на електростатичното поле е **потока на вектора на интензитета**, който се определя от броя на силовите линии, пресичащи перпендикулярно дадена площ: $d\Phi_E = \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = E dS \cos\alpha = E_n dS$, където $E_n = E \cos\alpha$ е проекцията на вектора на интензитета върху нормалата \mathbf{n} към площта, а векторът $d\mathbf{S} = \mathbf{n} dS$ (\mathbf{n} е единичен вектор, перпендикулярен на площта dS).

Законът на Гаус дава възможност лесно да се пресметнат интензитетите на важни за практическо приложение електростатични полета:

- интензитет на поле, създадено от една безкрайна, равномерно и непрекъснато наелектризирана равнина: $E = \sigma/2\epsilon_0$ (за вакуум) и $E = \sigma/2\epsilon_0\epsilon_r$ (за среда различна от вакуум), където σ се нарича повърхнинна плътност на електрични заряди и определя количеството електричен заряд върху единица площ: $\sigma = Q/S$ (C/m²); Q е общия електричен заряд, разпределен върху цялата площ S ;
- интензитет на поле, създадено от две успоредни, безкрайни, равномерно и непрекъснато наелектризирани с разноименни електрични заряди равнини: $E = \sigma/\epsilon_0$ (за вакуум) и $E = \sigma/\epsilon_0\epsilon_r$ (за среда различна от вакуум);
- интензитет на поле, създадено от равномерно и непрекъснато наелектризирана сферична повърхност с количество електричен заряд Q : $E = kQ/r^2$ (за вакуум) и $E = kQ/r^2\epsilon_r$ (за среда различна от вакуум).

III. Потенциал на електростатичното поле. Работа на електростатични сили в електростатично поле. Връзка между интензитет и потенциал

Потенциалът е друга основна характеристика на електростатичното поле в дадена точка от него и се определя от следната формула: $\varphi = U/q$ (V), където U е потенциалната енергия на точков заряд q , поставен в тази точка; $U = q\varphi$. Потенциалът на електростатично поле, създадено от точков електричен заряд

q_0 в дадена точка, която се намира на разстояние r от него, е $\varphi = kq_0/r$ (за вакуум) и $\varphi = kq_0/\epsilon_r r$ (за среда различна от вакуум). Очевидно **потенциалът**

зависи правопрпорциоално от k и q_0 и обратнопропорционално от r (и ϵ_r).

Електростатичното поле е потенциално и действащите електростатични сили в него са консервативни. От механиката знаем, че работата на консервативните сили е свързана с потенциалната енергия чрез следното равенство: $A_{1-2} = -\Delta U$.

За дадено електростатично поле, в което електричен заряд с големина q се премества от точка с потенциал φ_1 до точка с потенциал φ_2 , извършената работа от консервативните сили ще бъде: $A_{1-2} = -q\Delta\varphi = -q(\varphi_2 - \varphi_1) = q(\varphi_1 - \varphi_2)$.

Интензитетът и потенциалът на електростатичното поле са две основни характеристики, които са свързани помежду си със съотношението $E = -d\varphi/dr$.

Последната формула показва, че интензитетът на електростатичното поле числено е равен на изменението на потенциала на единица разстояние. Знакът

„ – “ означава, че векторът на интензитета е насочен в посоката, в която потенциалът намалява. Връзката между двете величини може да бъде записана и по следния начин $E = -\text{grad}\varphi$.

IV. Електричен капацитет. Плосък въздушен кондензатор

При наелектризирането на даден проводник с някакво количество електричен заряд, зарядът се разпределя върху неговата повърхност. Опитно е установено, че определено количество електричен заряд Q създава точно определен потенциал φ на проводника. Двете величини са свързани със следната зависимост: $Q = C\varphi$,

където C е една константа на пропорционалност, наречена **електричен капацитет** (или просто **капацитет**). Капацитетът е физична величина, която се определя от

отношението на заряда, предаден на даден проводник, към неговия потенциал:

$C = Q/\varphi$; мерната единица за капацитет се нарича фарад (F).

Капацитетът е физична величина, която зависи от формата и размерите на даден проводник, но не зависи от материала, агрегатното състояние и неговата вътрешност (дали е плътен или кух няма значение, тъй като некомпенсирани електрични заряди се разполагат върху повърхността му).

Ако даден проводник има форма на сфера с радиус R , неговият капацитет се определя от формулата $C = 4\pi\epsilon_0 R$ (за среда вакуум) и $C = 4\pi\epsilon_0\epsilon_r R$ (за среда различна от вакуум).

Плоският кондензатор се състои от две наелектризирани пластинки с еднаква площ S , разположени на определено разстояние d една от друга. Електричните заряди на пластинките са равни по големина и противоположни по знак: Q и $-Q$. Електростатичното поле е съсредоточено в пространството между двете пластинки, което се запълва с някаква диелектрична среда ($\epsilon_r > 1$). Когато средата е въздух, $\epsilon_r = 1$. Ако означим потенциалите на двете пластинки с φ_1 и φ_2 , капацитетът на кондензатора се определя от следното отношение:

$C = Q/(\varphi_1 - \varphi_2) = Q/\Delta\varphi$, където Q е големината на заряда на пластинките ($Q = \sigma S_{\text{пл}}$), а $\Delta\varphi$ е потенциалната разлика между тях. Интензитетът на полето между двете пластинки $E = \sigma/\epsilon_0\epsilon_r = \Delta\varphi/d$. За капацитета на плоския кондензатор може да се използва още една формула: $C = \epsilon_0 S/d$ (за вакуум) и $C = \epsilon_0\epsilon_r S/d$ (за среда различна от вакуум).

Задачи: стр. 94 – 3, 5, 10; **Въпроси с избираем отговор:** стр. 91 – 4, 5, 6;

95 – 14, 17, 19, 23, 24, 25, 26.

92 – 11, 12, 13, 14, 17; 93 – 19, 20.

Зад. 3: Две отрицателно заредени пращинки с еднакви заряди се намират във вакуум на разстояние 0,1 cm една от друга и се отблъскват със сила 4 nN. Определете броя на излишните електрони на всяка пращинка.

$$q_1 = q_2 = -q; q = ne; r = 10^{-3} \text{ m}; F = 4 \cdot 10^{-9} \text{ N}; k = 1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2; n = ?$$

$$F = kq^2/r^2 = k(ne)^2/r^2 \rightarrow ne = \sqrt{F \cdot r^2 / k} = \sqrt{(4 \cdot 10^{-9} \cdot 10^{-6}) / 9 \cdot 10^9} = (2/3) \cdot 10^{-12}; n = 0,4 \cdot 10^7.$$

Зад. 5: Как ще се измени разстоянието между два ел. заряда, ако единият от тях се увеличи 4 пъти, а силата на взаимодействие между тях остане същата?

$$q_1, q_2; F_1 = kq_1q_2/r_1^2; F_2 = k4q_1q_2/r_2^2; F_1 = F_2; r_2^2/r_1^2 = 4; r_2/r_1 = 2; r_2 = 2r_1.$$

Зад. 10: Сфера е равномерно заредена с ел. заряд с повърхнинна плътност

$6,4 \cdot 10^{-12} \text{ C/cm}^2$. Определете интензитета на ел. стат. поле, създадено от тази сфера, в точка, намираща се на такова разстояние от центъра на сферата, което е 6 пъти по-голямо от нейния радиус.

$$\sigma = 6,4 \cdot 10^{-12} \cdot 10^4 = 6,4 \cdot 10^{-8} \text{ C/m}^2; r = 6R; E = ?$$

$$E = kQ/r^2 = kQ/36R^2; Q = \sigma S_{\text{сф}} = \sigma \cdot 4\pi R^2; E = k\sigma\pi/9 = 64\pi = 200,96 \text{ N/C}.$$

Зад. 14: Потенциалът на ел. стат. поле на разстояние 40 cm от точков ел. заряд Q е 0,2kV. Да се определи силата, която действа на точков заряд с големина 1 nC, поставен в тази точка.

$$r = 40 \text{ cm} = 0,4 \text{ m}; \varphi = 0,2 \text{ kV} = 200 \text{ V}; q = 1 \text{ nC} = 10^{-9} \text{ C}; F = ?$$

$$F = kQq/r^2; \varphi = kQ/r \rightarrow Q = \varphi r/k; F = kq\varphi r/kr^2 = q\varphi/r = 10^{-9} \cdot 2 \cdot 10^2 / 4 \cdot 10^{-1} = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ N}.$$

Зад.17: Частица със заряд 0,2 C се премества от точка А с потенциал 600 V в точка В с неизвестен потенциал, при което кинетичната ѝ енергия се изменя със 100 J.

Определете потенциала в точка В.

$$q = 0,2 \text{ C} = 2 \cdot 10^{-1} \text{ C}; \varphi_A = 600 \text{ V}; \Delta E_k = 100 \text{ J}; \varphi_B = ?$$

$$\Delta E_k = A = -q(\varphi_B - \varphi_A) = q(\varphi_A - \varphi_B); q\varphi_B = q\varphi_A - \Delta E_k; \varphi_B = \varphi_A - \Delta E_k/q = 100 \text{ V}.$$

Зад. 19: Електрон се движи от точка А до точка В, потенциалната разлика между които е 100 V. Да се определи скоростта на електрона в точка В, ако скоростта му в точка А е 0 m/s.

$$v_A = 0; \Delta \varphi = 100 \text{ V}; q = e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}; v_B = ?$$

$$A = \Delta E_k = (m/2)(v_B^2 - v_A^2) = mv_B^2/2; A = -\Delta U = -e(\varphi_B - \varphi_A) = e(\varphi_A - \varphi_B) = e\Delta \varphi;$$

$$mv_B^2/2 = e\Delta \varphi \rightarrow v_B = \sqrt{2e\Delta \varphi/m} = 10^7 \sqrt{0,35} \approx 0,6 \cdot 10^7 \text{ m/s}.$$

Зад. 23: Колко електрона се намират върху повърхността на метална сфера с диаметър 4 cm, която е заредена във вакуум до потенциал 0,1 kV ? (Сферата е отдалечена от други проводници.)

$$D = 4 \cdot 10^{-2} \text{ m}; R = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}; \varphi = 0,1 \cdot 10^3 = 100 \text{ V}; n = ?$$

$$Q = C\varphi = 4\pi\epsilon_0 R\varphi = ne \rightarrow n = 4\pi\epsilon_0 R\varphi/e = 4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 10^2 / 1,6 \cdot 10^{-19} = 138,9 \cdot 10^7.$$

Зад. 24: Да се определят капацитетът и повърхнинната плътност на ел. заряди върху пластините на плосък въздушен кондензатор, който е зареден до потенциална разлика 0,2 kV. Площта на всяка от пластините е 0,25 m², а разстоянието между тях е 1 mm.

$$\varphi = 0,2 \cdot 10^3 = 2 \cdot 10^2 \text{ V}; S = 0,25 \text{ m}^2; d = 10^{-3} \text{ m}; C = ?; \sigma = ?$$

$$C = \epsilon_0 S/d = 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,25 / 10^{-3} = 2,21 \cdot 10^{-9} \text{ F};$$

$$E = \Delta \varphi/d = \sigma/\epsilon_0 \rightarrow \sigma = \epsilon_0 \Delta \varphi/d = 17,7 \cdot 10^{-7} \text{ C/m}^2.$$

Зад. 25: Как ще се промени капацитетът на плосък кондензатор, ако разстоянието между пластините му се увеличи 3 пъти, а площта на пластините се намали 2 пъти?

$$C_1; C_2; d_1; d_2 = 3d_1; S_1; S_2 = S_1/2; C_2/C_1 = ?$$

$$C_1 = \epsilon_0 \epsilon_r S_1 / d_1; \quad C_2 = \epsilon_0 \epsilon_r S_1 / 2.3 d_1 = C_1 / 6.$$

Зад. 26: Площта на пластините на плосък въздушен кондензатор е 60 cm^2 , електричният му заряд е 12 nC , а напрежението между пластините му 1 kV .

Колко е разстоянието между пластините на кондензатора?

$$S = 60 \text{ cm}^2 = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2; \quad Q = 12 \cdot 10^{-9} \text{ C}; \quad \Delta\varphi = 10^3 \text{ V}; \quad d = ?$$

$$C = \epsilon_0 S / d; \quad C = Q / \Delta\varphi; \quad \epsilon_0 S / d = Q / \Delta\varphi; \quad d = \epsilon_0 S \Delta\varphi / Q = (8,85/2) \cdot 10^{-3} = 4.43 \cdot 10^{-3} \text{ m}.$$

Въпроси с избираем отговор:

4. Законът на Кулон, определящ големината на силата на взаимодействие между два точкови ел. заряда, се изразява чрез формулата:

a) $F = kq_1q_2/r$; b) $F = kq_1q_2/r^2$; c) $F = r/kq_1q_2$; d) $F = r^2/kq_1q_2$; **Верен отговор: b)**

5. Интензитетът на ел. стат. поле се дефинира като силата, действаща на:

a) единица положителен заряд, поставен в електростатично поле;

b) единица отрицателен заряд, поставен в електростатично поле;

c) пробен заряд в електростатично поле;

d) пробен заряд в магнитно поле; **Верен отговор: a)**

6. Наелектризирана метална сфера е поставена в диелектрик с относителна диелектрична проникваемост 2. Как ще се измени интензитетът на полето, създадено от тази сфера, ако тя се постави в друг диелектрик с диелектрична проникваемост 4?

a) ще се увеличи 2 пъти; b) няма да се промени; c) ще се намали 2 пъти;

d) ще се увеличи 4 пъти; **Верен отговор: c)**

11. В дадена точка от еднородно ел. стат. поле е поставен точков ел. заряд q , а силата, с която полето действа на заряда е F . Интензитетът на полето в тази

точка е: a) $E = F/q^2$; b) $E = F/q$; c) $E = qF$; d) $E = q^2F$; **Верен отговор: b)**

12. Какъв е интензитетът на полето в центъра на равномерно и непрекъснато наелектризирана куха сфера?

a) зависи от радиуса на сферата; b) зависи от веществото, от което е направена сферата; c) равен на нула; d) зависи от това с какъв заряд е наелектризирана сферата; **Верен отговор: c)**

13. Големината на интензитета на ел. стат. поле около 1 безкрайна, равномерно и непрекъснато заредена равнина с повърхнинна плътност на зарядите σ е:

a) $\sigma\epsilon_0$; b) σ/ϵ_0 ; c) $\sigma/2\epsilon_0$; d) ϵ_0/σ ; **Верен отговор: c)**

14. Големината на интензитета на ел. стат. поле между 2 успоредни, безкрайни, равномерно и непрекъснато заредени разноименно равнини с повърхнинна плътност на зарядите σ е:

a) $\sigma\epsilon_0$; b) σ/ϵ_0 ; c) $\sigma/2\epsilon_0$; d) ϵ_0/σ ; **Верен отговор: b)**

17. Работата на ел. стат. сили при преместване на заряд q в ел. стат. поле от точка с потенциал φ_1 до точка с потенциал φ_2 се изразява чрез формулата:

a) $A = -q(\varphi_2 - \varphi_1)$; b) $A = -q(\varphi_2 + \varphi_1)$; c) $A = q/(\varphi_1 - \varphi_2)$; d) $A = (\varphi_1 + \varphi_2)/q$;

Верен отговор: a)

19. Интензитетът и потенциалът на ел. стат. поле са свързани чрез зависимостта:

a) $\varphi = dE/dr$; b) $E = -d\varphi/dr$; c) $\varphi = -dE/dr$; d) $E = -dr/d\varphi$; **Верен отговор: b)**

20. Капацитетът на проводник зависи от:

a) заряда върху проводника; c) формата и размерите на проводника;

b) потенциала на проводника; d) веществото, от което е направен проводника;

Верен отговор: c)

(В теоретичната част на упражнението новите векторни величини са означени с удебелен шрифт. В задачите всички векторни величини се определят по големината.)