Лекция 10
Тема: Условна вероятност.
Формула за пълната вероятност.
Формула на Бейс.
Биномна вероятност.

Основни понятия и формули

Условна вероятност $p(A/B)$ на случайното събитие *A* по отношение на случайното събитие *B* е вероятността да настъпи *A* при условие, че е настъпило *B* и е

(9.1) $$p(A/B)=\frac{p(A\bigcap B)}{p(B)}, \quad p(B)>0.$$

Умножение на вероятности

(9.2) $$p(A\bigcap B)=p(A)p(B/A)=p(B)p(A/B).$$

Зависими случайни събития *A* и *B* са, ако е изпълнено

(9.3) $$p(A\bigcap B)\neq p(A)p(B).$$

Независими случайни събития *A* и *B* са, ако е изпълнено

(9.4) $$p(A\bigcap B)=p(A)p(B).$$

Случайните събития $A_1, A_2,...A_n$ са *две по две независими*, ако е изпълнено $p(A_i \cap A_j)=p(A_i).p(A_j), \quad (i\neq j, i, j=1,2,...n)$.

Случайните събития $A_1, A_2,...A_n$ са *независими в съвкупност*, ако всяко от тях и произволна комбинация от останалите събития са независими или

(9.5) $$p(A_1\cap A_2\cap...\cap A_n)=p(A_1)p(A_2)...p(A_n).$$

Формула за пълната вероятност на случайно събитие *A*

(9.6) $$p(A)=\sum_{i=1}^{n}p(H_i)p(A/H_i),$$

при условие, че *A* се явява съвместно с поне едно от събитията $H_1, H_2,...H_n$, които образуват пълна група несъвместими събития, наречени *хипотези*.

Формула на Бейс (теорема за хипотезите)

(9.7) $$p(H_k/A)=\frac{p(H_k)p(A/H_k)}{\sum_{i=1}^{n}p(H_i)p(A/H_i)},$$

където $p(H_1), p(H_2),...p(H_n)$ са вероятностите на хипотезите до опита, а в резултата от опита се появява събитието *A*.

Вероятността $p(H_k)$ в (9.6) и (9.7) се нарича *доопитна (априорна)* вероятност на хипотезата H_k и $p(H_k/A)$ се нарича *следопитна (апостериорна)* вероятност на хипотезата H_k.

Нека даден опит се повтаря последователно краен брой пъти, т. е. правят се *последователни опити*. Последователните опити са *независими*, ако резултатът от всеки опит не зависи от резултатите на другите опити.

Схема на Бернули е система от краен брой последователни и независими опити, ако вероятността на случайното събитие А е една и съща във всеки от опитите, т. е. $p(A)=p,\ p(\overline{A})=q=1-p$.

Биномна вероятност е вероятността на събитието *А*, което се реализира *к* пъти при *n* броя опити от схемата на Бернули. Пресмята се по

(9.8) $$p(A)=p_n(k)=C_n^k p^k q^{n-k},$$

където $C_n^k=\binom{n}{k}=\dfrac{n!}{k!(n-k)!},\ 0\le k\le n,\ \ p+q=1,\quad \sum_{k=0}^{n} p_n(k)=1.$

Правила за решаване на задачи

I. Задачи от условна вероятност:

- Определят се случайните събития в дадената задача като се установява дали те са зависими или независими.
- Определят се възможните хипотези и техните вероятности.
- Определя се по коя формула трябва да се пресметне търсената вероятност.

II. При задачите от биномна вероятност се пресмятат най-често :

Най-вероятностното число k_0 за появяване на събитието *А* при n броя опити е

(9.9) $$np-q\le k_0\le np+p.$$

Вероятността на събитието *А* да не се появи нито веднъж при n броя опити е

(9.10) $$p_n(0)=q^n.$$

Вероятността на събитието *А* да се появи поне веднъж при n броя опити е

(9.11) $$p_n(k\ge 1)=1-q^n.$$

Вероятността на събитието *А* да се появи не по-малко от k_1 и не повече от k_2 пъти при n броя опити е

(9.12) $$p_n(k_1\le k\le k_2)=\sum_{k=k_1}^{k_2}\binom{n}{k}p^k q^{n-k}.$$

Ако събитието *А* във всеки опит се появява с вероятност ***p***, то броят n на опитите, които трябва да се направят, така че с вероятност ***P*** да се появи поне веднъж събитието *А* е

(9.13) $$n\ge\frac{\lg(1-P)}{\lg(1-p)}.$$

Задачи и въпроси

9.1. Хвърлят се едновременно два зара. Да се намери вероятността, че:
а) сумата от точките в двата зара да е число не по-голямо от числото 4;
б) сумата от точките в двата зара да е четно число;
в) сумата от точките в двата зара да не е по-голяма от 4 в случай, че сумата от точките при хвърлянето на двата зара е четно число.

Решение: а) Нека с *A* означим случайното събитие *A={сумата от точките в двата зара е не по-голяма от 4}*. Тогава вероятността $p(A)=\frac{m}{n}$, където общият брой случаи е $n=\tilde{V}_6^2=6^2=36$, а благоприятните за *A* случаи са тези от множеството $\{(1,1),(1,2),(1,3),(2,1),(2,2),(3,1)\}$, т.е. $m=6$. Търсената вероятност е $p(A)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$.

б) Нека с *B* означим случайното събитие *B={ сумата от точките в двата зара е четно число}*. Тогава вероятността $p(B)=\frac{m}{n}$, като $n=36$ е както в а), а благоприятните случаи за *B* са $m=3.6=18$, Търсената вероятност е $p(B)=\frac{18}{36}=\frac{1}{2}$.

в) В този случай трябва да се пресметне условната вероятност $p(A/B)$ по (9.1). От б) имаме $p(B)=\frac{1}{2}$ и пресмятаме за $p(A\cap B)=\frac{m}{n}$. Отново $n=36$, а благоприятните случаи за $A\cap B$са $\{(1,1),(1,3),(2,2),(3,1)\}$, т.е. $m=4$ или $p(A\cap B)=\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$. Търсената вероятност е $p(A/B)=\frac{p(A\cap B)}{p(B)}=\frac{2}{9}$.

9.2. Да се докаже, че $p(A\cap B\cap C)=p(A).p(B/A).p(C/A\cap B)$.

Решение: Използваме последователно (9.2) както следва

$$p(A\cap B\cap C)=p((A\cap B)\cap C)=p(A\cap B).p(C/A\cap B)=$$
$$=p(A).p(B/A).p(C/A\cap B).$$

9.3. Да се докаже, че ако A и B са независими събития, то и събитията $\bar{A}$ и $\bar{B}$ са независими.

Решение: От даденото по (9.4) имаме $p(A\cap B)=p(A).p(B)$и като използваме свойствата $\bar{A}\cap\bar{B}=\overline{A\cup B}$ и $p(\bar{A})=1-p(A)$ последователно преобразуваме

$$p(\bar{A}\cap\bar{B})=p(\overline{A\cup B})=1-p(A\cup B)=1-[p(A)+p(B)-p(A\cap B)]=$$
$$=1-p(A)-p(B)+p(A).p(B)=p(\bar{A})-p(B).[1-p(A)]=$$
$$=p(\bar{A})-p(B).p(\bar{A})=p(\bar{A}).[1-p(B)]=p(\bar{A}).p(\bar{B}).$$

Следователно $p\left(\bar{A}\cap\bar{B}\right)=p\left(\bar{A}\right).p\left(\bar{B}\right)$ и събитията $\bar{A}$ и $\bar{B}$ са независими.

9.4. Да се докаже, че ако *A* и *B* са независими събития, то е в сила равенството $p\left(A\cup B\right)=1-p\left(\bar{A}\right).p\left(\bar{B}\right)$**.**

Решение: От даденото по (8.4) имаме $p\left(A\cap B\right)=p\left(A\right).p\left(B\right)$и като използваме свойството $p\left(\bar{A}\right)=1-p\left(A\right)$ последователно преобразуваме

$$p\left(A\cup B\right)=p\left(A\right)+p\left(B\right)-p\left(A\cap B\right)=p\left(A\right)+p\left(B\right)-p\left(A\right).p\left(B\right)=$$
$$=1-p\left(\bar{A}\right)+p\left(B\right).\left[1-p\left(A\right)\right]=1-p\left(\bar{A}\right)+p\left(B\right).p\left(\bar{A}\right)=$$
$$=1-p\left(\bar{A}\right).\left[1-p\left(B\right)\right]=1-p\left(\bar{A}\right).p\left(\bar{B}\right).$$

9.5. Да се докаже, че ако за несъвместимите събития A и B е изпълнено $p\left(A\right)>0$ и $p\left(B\right)>0$, то събитията A и B са зависими.

9.6. Три от страните на правилен тетраедър са оцветени съответно с бял, зелен и червен цвят, а четвъртата стена е оцветена и с трите цвята. При хвърляне на тетраедъра той пада на:
1) стена, където има бял цвят – случайно събитие A;
2) стена, където има зелен цвят – случайно събитие B;
3) стена, където има червен цвят – случайно събитие C.

Да се докаже, че събитията A, B и C са две по две независими, но трите са зависими в съвкупност.

Решение:Тъй като страните на тетраедъра са 4, а на две от тях има по два еднакви цвята, то $p\left(A\right)=p\left(B\right)=p\left(C\right)=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$. Благоприятният изход за всяко от събитията $A\cap B,B\cap C,A\cap C$ е един, а общият брой случаи са 4 и като пресметнем получаваме

$$p\left(A\cap B\right)=\frac{1}{4}=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=p\left(A\right).p\left(B\right),$$
$$p\left(B\cap C\right)=\frac{1}{4}=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=p\left(B\right).p\left(C\right),$$
$$p\left(A\cap C\right)=\frac{1}{4}=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=p\left(A\right).p\left(C\right).$$

По (9.4) следва , че две по две събитията са независими.

За събитието $A\cap B\cap C$, благоприятният случай е един и тогава

$$p\left(A\cap B\cap C\right)=\frac{m}{n}=\frac{1}{4}\neq\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=p\left(A\right).p\left(B\right).p\left(C\right).$$

Тъй като не е изпълнено условие (9.5), то трите събития не са независими в съвкупност.

Вероятността $p(A\cap B\cap C)$ може да се пресметне и по формулата от *зад. 9.2.* или

$$p(A\cap B\cap C)=p(A).p(B/A).p(C/(A\cap B))=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.1=\frac{1}{4}.$$

9.7. В склад се съхраняват детайли, произведени от три завода. Първият завод произвежда 30% от общото количество детайли, а 25% произвежда вторият завод. Качествените детайли съответно от първия завод са 99%, от втория 98,8% и от третия 98%. От склада е взет случайно един детайл. Да се определи вероятността, че взетия детайл е некачествен.

Решение: Означаваме с А събитието, че е взет некачествен детайл. Нека хипотезите H_1, H_2, H_3 са съответно, че взетия детайл е от първия, втория и третия завод**,** като $p(H_1)=0,3, p(H_2)=0,25, p(H_3)=1-0,3-0,25=0,45$. Условните вероятности са $p(A/H_1)=0,01, p(A/H_2)=0,012, p(A/H_3)=0,02$. По (9.6) пресмятаме пълната вероятност:

$$p(A)=p(H_1)\,p(A/H_1)+p(H_2)P(A/H_2)+p(H_3)\,p(A/H_3)=0,3.0,01+0,25.0,012+$$
$$+0,45.0,02=0,015.$$

9.8. Две автоматични машини произвеждат детайли, които след това постъпват в общия конвейер. Вероятността за получаване на нестандартен детайл на първия автомат е равна на 0,075, а за втория е 0,09. Производителността на втория автомат два пъти превишава тази на първия. Да се определи вероятността случайно взет от конвейера детайл да се окаже нестандартен.

Отг. $0,085$

9.9. В една кутия има 9 бели и 11 черни топки. От кутията последователно два пъти се изважда без връщане по 1 топка . Да се намери вероятността поне една от двете извадени топки да е бяла.

Решение: Означаваме с А събитието: *А={поне една от извадените топки е бяла}*. Пресмятане броя на хипотезите $\binom{2}{0}+\binom{2}{1}+\binom{2}{2}=4$, т.е. това са възможните комбинации от два елемента и $k=0,1,2$. Определяме хипотезите:

H_1- и двете топки са бели, $p(H_1)=\frac{9}{20}.\frac{8}{19}=\frac{72}{360}$;

H_2- първата топка е бяла, а втората черна, $p(H_2)=\frac{9}{20}.\frac{11}{19}=\frac{99}{360}$;

H_3- първата топка е черна, а втората бяла, $p(H_3)=\frac{11}{20}.\frac{9}{19}=\frac{99}{360}$;

H_4- и двете топки са черни, $p(H_4)=\frac{11}{20}.\frac{10}{19}=\frac{110}{360}$.

Условните вероятности са $p(A/H_1)=p(A/H_2)=p(A/H_3)=1, p(A/H_4)=0$ и по (9.6) пресмятаме $p(A)=\sum_{i=1}^{4} p(H_i)\,p(A/H_i)=\frac{72+99+99}{360}=\frac{27}{38}$.

9.10. Дадени са две кутии. В първата кутия са поставени 2 бели и 3 черни топки, във втората – 3 бели и 5 черни. От първата и втората кутия са взети по една топка и без да бъдат гледани са поставени в трета кутия. След разбъркване от третата кутия е извадена една от топките. Да се намери вероятността тази топка да е бяла.

Отг. $\frac{31}{80}$

9.11. В три еднакви кутии съответно има 20 бели топки в първата , във втората 10 бели и 10 черни , а в третата 20 черни топки. Случайно от една кутия е взета една бяла топка. Да се намери вероятността топката да е взета от първата кутия.
Решение: Означаваме с А събитието: *А={взета е бяла топка}*. Нека H_1, H_2, H_3 са хипотезите, че взетата бяла топка е съответно взета от първатар втората и третата кутии. Хипотезите са равновъзможни и $p(H_1)=p(H_2)=p(H_3)=\frac{1}{3}$.

Пресмятаме условните вероятности $p(A/H_1)=1, p(A/H_2)=\frac{10}{20}=\frac{1}{2}, p(A/H_3)=0$.

По (9.7) пресмятаме търсената вероятност

$$p(H_1/A)=\frac{p(H_1)\,p(A/H_1)}{p(H_1)\,p(A/H_1)+p(H_2)\,p(A/H_2)+p(H_3)\,p(A/H_3)}=\frac{\frac{1}{3}.1}{\frac{1}{3}\left(1+\frac{1}{2}+0\right)}=\frac{2}{3}.$$

9.12. Вероятността даден стрелец да улучи една мишена е $\frac{2}{3}$. Ако улучи мишената при първия изстрел, той получава право на втори изстрел по втора мишена. Вероятността за улучване и на двете мишени при два изстрела е 0,5. Да се пресметне вероятността за улучване на втората мишена, ако стрелецът е получил право на втори изстрел.

Отг. $0,75$

9.13. Дадени са три партиди от електрически крушки. Вероятностите една крушка да принадлежи на съответната партида са $p_1=0,25$, $p_2=0,5$ и $p_3=0,25$. Да се определи вероятността случайно взета крушка да е изправна, ако се знае, че вероятностите за безотказна работа на всяка партида са съответно $0,1$, $0,2$ и $0,4$.

Отг. $0,225$

9.14. Една от две урни съдържа 8 бели и 5 черни топки, а друга – 6 бели и 10 черни топки. От всяка урна случайно се изважда по една топка, а след това от тези две топки случайно се избира едната. Каква е вероятността тази топка да е бяла?

Отг. $\frac{270}{416} \approx 0,649$

9.15. Апарат може да се изработи от висококачествени детайли и от обикновени детайли. 40% от апаратите са изготвени от висококачествени детайли. В този случай вероятността за безотказна работа на апарата за време t е $0,95$. Ако детайлите са обикновени, надеждността за същото време е $0,7$. Даден апарат е изпробван и за време t е работил безотказно. Да се намери вероятността той да е изработен от висококачествени детайли.

Отг. $0,475$

9.16. Машините за болтове M_1, M_2 и M_3 произвеждат съответно 25%, 35% и 40% от цялото производство. Знае се, че всяка машина дава съответно 5%, 4% и 2% дефектна продукция. Случайно избран болт се оказал дефектен. Да се намери вероятността той да е произведен от:
а) машината M_1;
б) машината M_2;
в) машината M_3.

Отг. а) $\frac{25}{69}$; б) $\frac{28}{69}$; в) $\frac{16}{69}$

9.17. В един цех има шест двигателя. Вероятността за всеки двигател да е включен е равна на 0,8. Да се намери вероятността в даден момент:
а) да са включени 4 двигателя;
б) да са включени всички двигатели;
в) да са изключени всички двигатели.

Отг. а) $\approx 0,246$; б) $\approx 0,262$; в) $0,000064$

9.18. Ако се приеме, че вероятностите за раждане на момче и момиче са равни на 0,5, да се пресметне вероятността в семейство с шест деца да има:
а) точно три момчета;
б) не по-малко от едно и не повече от пет момчета.

Отг. а) $0,3125$; б) $0,96875$

9.19. В една библиотека има книги само по техника и математика. Всеки читател избира книга по математика с вероятност 0,7 и по техника с вероятност 0,3 и му се позволява да избира само по една книга. Да се пресметне вероятността пет читатели подред да изберат книги или само по математика или само по техника.

Отг. $0,1705$

9.20. Вероятността, че лампа ще остане изправна след като е работила 1000 часа е 0,2. Включени са 3 лампи. Да се намери вероятността след 1000 часа :
а) две лампи да са изправни;
б) поне две лампи да са изправни;
в) да няма нито една изправна лампа.
Решение: От условието на задачата $n=3,\ p=0,2,\ q=1-0,2=0,8.$
а) По формулата за биномна вероятност получаваме, че $p_3(2)=\binom{3}{2}0,2^2.0,8=\frac{3!}{2!.1!}.0,02.0,8=0,096$.

б) $p_3(2\le k\le 3)=\binom{3}{2}0,2^2.0,8+\binom{3}{3}0,2^3=3.0,04.0,8+0,008=0,184$.

в) $p_3(0)=0,8^3=0,512$.

9.21. При установен технологичен процес 99% от цялата продукция от изработените изделия е бездефектна.

а) Да се намери най-вероятностният брой бездефектни изделия в партида от 250 броя изделия.

б) Да се намери броят на изделията, за които с вероятност *P*=0,952 да се твърди, че ще се появи поне едно дефектно изделие.

Решение: а) Тъй като за производството на бездефектно изделие е изпълнено $p=0,99,\quad q=1-0,99=0,01$, то по формула (9.9) пресмятаме
$250.0,99-0,01\le k_0\le 250.0,99+0,99\Rightarrow 247,49\le k_0\le 248,49$.
Най-вероятностният брой бездефектни изделия в партида от 250 броя изделия е $k_0=248$.

б) По формула (9.13) пресмятаме
$n\ge\frac{\lg(1-0,952)}{\lg(1-0,01)}=\frac{\lg 0,048}{\lg 0,99}\approx\frac{-1,318758}{-0,00436}\approx 302,467$.
Поне едно дефектно изделие ще има при брой опити $n>302$ и това ще се твърди с вероятност *P*=0,952 .

9.22. Известно е, че вероятността за раждане на еднополови близнаци е два пъти по–голяма от тази да бъдат разнополови, като вероятностите за раждане на близнаци от различен пол във всяка последователност са еднакви. Да се определи вероятността вторият от близнаците да е момче при условие, че първият е момиче. Вероятността въобще да се роди момче при близнаци е равна на 0,51.

Отг. $\frac{103}{153}$

9.23. Трима стрелци последователно стрелят по една и съща мишена. Всеки стрелец има два патрона. При първо попадение стрелбата се прекратява. Вероятността за попадение при един изстрел за първия стрелец е 0,2, за втория–

0,3, за третия– 0,4. Да се определи вероятността и тримата стелци да изразходват своя запас.

Отг. $0,188$

9.24. Обработката на един детайл преминава през четири операции. Вероятността за получаване на брак при първата операция е равна на 0,01, при втората– 0,02, при третата– 0,03 и при последната– 0,02. Да се намери вероятността за получаване на годни детайли след изпълнение на четири операции, предполагайки, че събитията получаване на брак на отделна опрация се явяват независими.

Отг. $\approx 0,93$

9.25. Вероятностите за точно попадение при всеки изстрел на трима стрелци са съответно 0,2, 0,4 и 0,6. При едновременна стрелба се е получило едно попадение. Да се определи вероятността да е улучил първият стрелец.

Отг. $\approx 0,103$

9.26. Един от трима стрелци заема позиция по заповед и произвежда два изстрела. Вероятността за точно попадение при първият стрелец е равна на 0,3, за втория е 0,5 и за третия – 0,8. Ако в мишената няма попадение, да се определи вероятността изстрелите да са произведени от първия стрелец.

Отг. $\frac{49}{78}$

9.27. В група от двадесет стрелци има четири с отлични умения, десет се оценяват като добри, а останалите имат слаби постижения. Вероятността за попадение в целта при един изстрел за отличния стрелец е равна на 0,9, за добрия е 0,7 и за слабия е 0,5. Двама от стрелците са извикани да заемат позиция, след което произвеждат по един изстрел. Да се определи вероятността и двамата да имат точно попадение в мишената.

Отг. $0,46$

9.28. Трима стрелци произвеждат по един изстрел по една и съща мишена. Вероятността за попадение за първия стрелец е равна на 0,6, за втория – 0,5, за третия – 0,4. В резултат на изстрелите в мишената се получили две попадения. Да се намери вероятността, мишената да е улучена от втория и третия стрелец.

Отг. $\frac{4}{19}$

9.29. Покрай пропускателен пункт минават три превозни средства от I група с по двама мъже и две жени в тях. След определено време минават две превозни средства от II група, всяко с един мъж и две жени в тях. Проверяват се документите на жена от произволно превозно средство. Да се определи вероятността жената да е избрана от превозно средсво от I група.

Отг. $\frac{8}{17}$

9.30. Една монета се хвърля последователно четири пъти. Да се определи вероятността броят на падналите се гербове да бъде точно два.

Отг. $\frac{3}{8}$

9.31. Търговска фирма предлага 2% отстъпка за всяка фактура, платена не по-късно от 30 дни след изпращането ѝ на купувача. Опитът на фирмата е показал, че 20% от фактурите се изплащат в срок до тридесет дни. Ако фирмата е изпратила 12 фактури и плащанията на тези фактури са независими, да се пресметнат вероятностите, от изпратените фактури:
а) всички да получат отстъпка;
б) поне половината да получат отстъпка;
в) никоя от тях да не получи отстъпка;
г) не повече от две фактури да бъдат с отстъпка.

Отг. а)5^{-12}; б) $\approx 0,0002$; в) $(0,8)^{12} \approx 0,0687$; г) $\approx 0,5583$

9.32. Строителна предприемаческа фирма участва в търгове за изграждане на пет обекти. Фирмата оценява своите шансове да спечели търг за всеки от обектите като еднакви и равни на 0,2. Да се намери вероятността фирмата да спечели:
а) само един търг;
б) поне два търга;
в) не повече от три търга.

Отг. а)$0,4096$; б) $0,26272$; в) $0,99328$

9.33. Оръдие стреля 6 пъти по обект. Вероятността за точно попадение при един изстрел е 0,3. Да се пресметне вероятността в случаите:
а) Да се разруши обекта, ако за това са достатъчни поне две попадения.
б) Да се разруши обекта, ако за това е достатъчен най-вероятностният брой попадения.

Отг. а) 0,587; б) $p_6(2) = 0,324$

9.34. Три оръдия стрелят по дадена цел. Вероятността за точно попадение е съответно на първото оръдие 0,8, на второто 0,85 и на третото 0,9. Да се намери вероятността, че при едновременна стрелба да има поне едно попадение.

Отг. $0,997$

9.35. Да се намери броят на независимите опити, които трябва да се направят, за да може събитието *A* във всеки опит да се яви с вероятност 0,4, ако най-вероятностният брой за появяване на *A* е 25.

Отг. $n \in \{62; 63; 64\}$

9.36. Вероятността за изготвяне на нестандартен детайл е равна на 0,05. Колко детайли трябва да има в партидата, така че най–вероятният брой нестандартни детайли в нея да бъде равен на 55.

Отг. $n \in [1099, 1119]$

9.37. Един човек чака свой приятел, който закъснява за уговорената среща. За да разнообрази чакането си той решава да се поразходи по улицата като хвърля монета и ако се падне герб прави десет крачки в едната посока, а ако се падне лице, изминава пак 10 крачки, но в другата посока. Каква е вероятността след 100 извървени крачки човекът да се намира:

а) на мястото, откъдето е тръгнал;

б) на разстояние съответно 20, 40, 80, 100 крачки от мястото на срещата;

в) на разстояние 50 крачки от мястото на срещата?

Може ли да се направи изводът, че възприетият начин за разходка осигурява с по–голяма вероятност човекът да се движи в близост до мястото на срещата?

9.38. В една работилница има десет мотора. При съществуващия режим на работа, вероятността за това един мотор да работи в даден момент на пълно натоварване е равна на 0,8. Да се пресметне вероятността за това, в даден момент на пълно натоварване да работят не повече от 8 мотора.

Отг. $0,678$

9.39. Провеждат се изпитания на уред. При всяко изпитване уредът отказва с вероятност 0,1. След първия отказ уреда се ремонтира, а при втория се определя като негоден. Да се определи вероятността за това уредът окончателно да откаже точно при шестия опит.

Отг. $0,0328$

9.40. Да се определи вероятността за настъпването на събитието *A* при всеки опит, ако най–вероятният брой сбъдвания на *A* в течение на 160 опити е равен на 40.

Отг. $0,25$

9.41. Вероятността за отказ на всяко едно от четири устройства при независими изпитвания е различна и равна съответно на: $p_1 = 0,1$, $p_2 = 0,2$, $p_3 = 0,3$, и $p_4 = 0,4$. Да се намери вероятността в резултат на изпитванията:

а) да не откаже нито едно от устройствата;

б) да откажат две, три, четири устройства;

в) да откаже поне едно от тях;

г) да откажат по–малко от две устройства.

9.42. Вероятността за сглобяване на стандартно изделие е равна на 0,95. Да се определи вероятността сред десет изделия да има не повече от едно нестандартно.

Отг. $1,45.0,95^9 \approx 0,91386$

9.43. Вероятността за точно попадение в мишена при един изстрел е равна на 0,4. По мишената са произведени шест независими изстрели. Да се определи вероятността, че да има поне едно точно попадение в мишената.

Отг. $0,95296$

9.44.Технологична система се състои от 7 части. Вероятността за нарушение на работния режим за всяка от частите в течение на интервал от време *t* е равна на $\frac{1}{3}$. Системата стига до отказ, ако възникнат нарушения в режима на работа при поне 3 от частите. Да се пресметне вероятността за отказ на тази система за време *t*, ако нарушаването на работния режим за всяка част не зависи от работното състояние на другите части.

Отг. $\frac{1100}{2187} \approx 0,50297$

9.45. По цел се стреля три пъти като всеки от изстрелите не зависи от останалите. Вероятността за попадение съответно при първия изстрел е равна на 0,1, при втория е 0,2 и при третия е 0,3. За поразяване на целта са необходими две попадения. При едно попадение целта е поразена с вероятност 0,6. Да се намери вероятността за поражение на целта.

Отг. $0,3368$