ВЪВЕДЕНИЕ

1. Цели и задачи на лабораторния практикум по физика

В структурата на курса по обща физика лабораторния практикум има няколко важни задачи:

(а) Да даде на студентите възможност за самостоятелно провеждане на експерименти и решаване на практически задачи, свързани с измерването на физични величини и изследването на физични явления и закони.

(б) Да изгради у студентите знания и умения за обработка на резултатите от експеримента, правене на изводи и отразяване на експерименталната дейност в писмен вид.

(в) Да подпомогне лекционния курс чрез практическа демонстрация, изследване и използване на част от физичните закони, разглеждани на лекции.

Първата и третата задача се реализират чрез конкретните лабораторни упражнения, описани в ръководството. Знанията и уменията, които се визират във втората задача се отнасят за всички лабораторни упражнеия и въобще всяка експериментална дейност и ще бъдат разгледани накратко в следващите точки. По-подробно разглеждане на този материал, снабдено с множество примери за практическото прилагане на коментираните правила за действие, може да се намери на страницата на ДПФ - http://phys.tu-sofia.bg/PROTOKOLI/physics_1/Help.pdf

2. Измерителни единици

Всеки експеримент се осъществява чрез измерване и сравняване на физични величини. Измерването е процедура, чрез която на конкретната физична величина се съпоставя определена числена стойност. За да могат, обаче, величините от един и същи тип да се сравняват, техните числени стойности трябва да бъдат определени чрез сравнение с една и съща, точно определена величина от дадения тип, която се нарича стандарт (еталон). Числената стойност на стандарта (еталонната величина) винаги се приема за единица и се нарича измерителна единица за величините от дадения тип. Когато, например, кажем, че масата на дадено тяло е 5,6 kg, това означава, че тази маса е определена чрез сравнение със стандарта за маса, чиято маса се приема за 1 kg. Поради това, резултатите от измерването на физичните величини винаги се записват във вида

$$A = \overline{A}.\, A_0$$

където A_0 е името (обозначението) на измерителната единица, с която сравняваме, а $\overline{A}$ е числената стойност на величината, която показва колко пъти стойността на измерваната величина е по-голяма или по-малка от стойността на стандартната (еталонна) величина т.е. от измерителната единица. Присъствието на измерителната единица в горния запис е абсолютно задължително, тъй като именно тя показва, с какъв стандарт (еталон) е сравнявано при определянето на стойността на измерваната величина.

С развитието на науките, в човешката практика постепенно са се появили различни измерителни единици за едни и същи величини. Ясно е, че едновременното използване на различни измерителни единици ще създава големи неудобства на хората, работещи по едни и същи проблеми, тъй като ще затруднява директното сравняване на резултатите им. За да се реши този проблем, на XI$^{-та}$ Генерална Конференция по Мерки и Теглилки през 1960 г. е постигнато съгласие за използване на точно определена съвкупност от измерителни единици при измерването на физичните величини. Тази съвкупност от измерителни единици се нарича SI (**S**ystème **I**nternational) и е задължителна за всички области от човешката дейност (наука, техника, образование и т.н.).

Независимо от тяхното многообразие, използваните от нас физични величини могат да се разделят на две групи – основни и производни. Една малка група от физичните величини не могат да се изразяват една чрез друга и единствения начин да бъдат определени е чрез измерване. Поради това те се наричат основни. Всички останали величини, обаче, могат да се изразят като някаква комбинация или функционална зависимост чрез основните. Поради това те се наричат производни.

Основните физични величини и техните измерителни единици в система SI са:

Величина	*Измерителна единица (Обозначение)*
Дължина	метър (m)
Маса	килограм (kg)
Време	секунда (s)
Големина на електричен ток	Ампер (А)
Термодинамична температура	Келвин (К)
Количество вещество	мол (mol)
Интензитет на светлината	кандела (cd)

Макар, че ъгълът е по-скоро геометрична, а не физична величина, към тях често се добавят и единиците за равнинен и пространствен ъгъл – радиан и стерадиан, които се наричат допълнителни единици.

Изразяването на производните измерителни единици чрез основните се основава на факта, че съотношенията между измерителните единици съвпадат със съотношенията между съответните величини. Това означава, че, ако с [A], $[B]$, $[C]$ и $[D]$ обозначим единиците на величините A, B, C и D, и ако между величините съществува, например, връзката $A = \frac{B.C^2}{D}$, то за единиците им ще бъде в сила равенството $[A] = \frac{[B].[C]^2}{[D]}$ откъдето можем да изразим единицата за A чрез единиците за B, C и D.

В допълнение към основните единици, за най-често използваните в практиката величини са въведени специални единици и съответни обозначения. Такива са, например, единиците за сила – Нютон (N = kg.m/s^2), налягане – Паскал (Pa = N/m^2 = kg/m.s^2), мощност – Ват (W = kg.m^2/s^3) и т.н. Въпреки, че не са основни, тези единици също са системни и много полезни. Поради това, те трябва да се знаят.

Освен системните единици, в науката и техниката широко се използват т. нар. кратни единици. Прието е те да се обозначават чрез добавянето на представки към системните единици, като всяка представка съответства на определена степен на 10. Най-често използваните представки, техните обозначения и съответните степени на 10 са показани в следващата таблица:

Степен на 10	*Представка*	*Обозначение*
10^{-18}	ато	a
10^{-15}	фемто	f
10^{-12}	пико	p
10^{-9}	нано	n
10^{-6}	микро	μ
10^{-3}	мили	m
10^{-2}	санти	c
10^{-1}	деци	d
10^{3}	кило	k
10^{6}	мега	M
10^{9}	гига	G
10^{12}	тера	T
10^{15}	пета	P
10^{18}	екса	E

По отношение на измерителните единици е необходимо да се знаят и спазват следните правила:

Правило 1: *Когато се записват стойности на физични величини (независимо дали са дадени или измерени), задължително трябва да се укажат и единиците, в които са измерени тези стойности. Изключение са само т. нар. безразмерни величини.*

Правило 2: *В математичните равенства, които изразяват някаква връзка между физични величини (дефиниция, физичен закон и т. н.), е абсолютно задължително размерностите на лявата и дясната страна да са еднакви.*

Правило 3: *Ако измерителната единица на дадена физична величина не е известна, то тя може да се определи с помощта на произволна формула, в която участва величината. За целта се използва Правило 2 и коментираната по-горе процедура за определяне на измерителни единици.*

Правило 4: *При условие, че не всички дадени или измерени величини са изразени в системни единици и се налага пресмятане с тяхна помощ, задължителната първа стъпка е всички величини да се изразят чрез системните единици и едва тогава да се пристъпи към пресмятането.*

3. Методи за измерване на физични величини

Най-общо, всевъзможните процедури и методи за измерване на физични величини могат да бъдат разделени на два основни вида – преки и косвени.

Казваме, че едно измерване е пряко, когато съществува специализиран прибор за измерване на дадената величина. В този случай процедурата за измерване е пределно проста – осъществява се контакт между прибора и измерваната величина и се отчита резултата. Понятието „прибор” е обобщено и при различните измервания ролята на прибор може да се изпълнява, както от обикновената рулетка или везна, така и от много сложна електронна апаратура. В много случаи част от прибора е и самият експериментатор.

Косвените измервания се правят в случаите, когато за дадена величина не съществува специализиран прибор, с който да бъде измерена, или по някакви причини той не може да бъде използван. Идеята на косвеното измерване на дадена величина е да се намери математическа формула (това може да е дефиниция, закон и т.н.), в която всички останали величини освен измерваната или да са известни или да могат да бъдат измерени пряко. Тогава можем да измерим пряко стойностите на останалите величини, да ги заместим във формулата и да изчислим стойността на величината, която ни интересува.

4. Грешки при преките измервания

Независимо каква физична величина измерваме и каква е измерителната процедура, няма абсолютно точно измерване. Това означава, че ако V_0 е точната (но неизвестна!) стойност на измерваната величина V, а $\overline{V}$ е измерената стойност, то двете стойности ще се различават. И тъй като в резултат от измерването ние приемаме, че стойността на измерваната величина е $\overline{V}$, то неизбежно ще допуснем ***грешка на измерването***, заменяйки V_0 с измерената стойност $\overline{V}$. Ясно е, че големината на тази грешка ще бъде $\delta V = \left|V_0 - \overline{V}\right|$, но тя не може нито да се пресметне, нито да се измери точно, тъй като V_0 си остава неизвестна. Поради това единственото, което може да се направи е да се оцени. Така при всяко коректно измерване на физична величина трябва да се решат две задачи:

(а) Да се получи резултат от измерването $\overline{V}$
(б) Да се оцени грешката при измерването δV

В съвременната метрология за оценка на грешката δV се използва величината неопределеност (uncertainty) или, по-точно, величините стандартна и относителна неопределеност[1]. Стандартизираната терминология и процедури за оценка на неопределеността, обаче, са сложни и

---

[1] *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement.* International Organization for Standardization, Geneva. ISBN 92-67-10188-9, First Edition 1993, corrected and reprinted 1995.

не много подходящи за първо запознаване с методите за обработка на резултатите и оценката на грешките при измерванията. Поради това в лабораторния практикум по физика ще бъдат използвани по-старите понятия абсолютна и относителна грешка, които достатъчно добре съответстват на величините стандартна и относителна неопределеност.

4.1 Физичен смисъл на абсолютната и относителната грешка

При преките измервания получаването на резултата се свежда просто до отчитането му по скалата или дисплея на прибора. Отчетеният резултат $\overline{V}$ се приема за измерена стойност на величината V и именно тази стойност се използва за едни или други практически цели. Както бе споменато по-горе, винаги имаме $\overline{V} \neq V_0$ и принципният въпрос е с каква точност и достоверност измерената стойност $\overline{V}$ (с която разполагаме!) представя истинската стойност V_0 (която не знаем!). Реалната причина за грешките при измерванията е съвместното действие на множество фактори, много от които са неотстраними, а понякога даже неизвестни на експериментатора. Поради това отговорът на този въпрос не може да бъде точен, а само вероятностен. Това, което може да се направи, е да получим някаква допълнителна информация, която да ни позволи да предположим каква ***би могла*** да бъде истинската стойност V_0, ако измерена стойност е $\overline{V}$.

Общоприетата процедура за получаването на такава информация е да се определи интервал от стойности на V, за който можем да твърдим, че съдържа точната стойност V_0. Ако измерената стойност $\overline{V}$ е център на интервала и можем да гарантираме, че V_0 принадлежи на интервала, то оттук следва, че истинската стойност на измерваната величина ще бъде в диапазона $\overline{V} - \Delta V \leq V_0 \leq \overline{V} + \Delta V$, където ΔV е половината от ширината (полуширината) на интервала. Ясно е, че, в такъв случай, грешката на измерването $\delta V = \left|V_0 - \overline{V}\right|$ (която си остава неизвестна) не може да бъде по-голяма от ΔV. Поради това ΔV може да се използва като оценка на грешката на измерването и се нарича ***абсолютна грешка***. Това е просто термин, който е общоприет и който може да бъде заменен с друг (например, неопределеност). Важното е да се осъзнае, че така дефинираната величина носи информация за максимално възможната грешка, която ***евентуално*** сме допускали при даденото измерване

Ако е определен резултата от измерването и е оценена абсолютната грешка, то крайния резултат от измерването се записва във вида

$$V = \overline{V} \pm \Delta V$$

като действията + и – не се извършват. Чрез този запис се гарантира, че точната стойност на измерваната величина се намира някъде в интервала с център $\overline{V}$ и полуширина ΔV т.е. в интервала $[\overline{V} - \Delta V, \overline{V} + \Delta V]$. Колкото по-тесен е интервала (т.е. колкото по-малка е полуширината ΔV), толкова по-малка ще е грешката и толкова по-точно ще е измерването.

Абсолютната грешка има същата размерност като измерваната величина. Поради това, в горния запис на резултата от измерването, и двете стойности (на $\overline{V}$ и ΔV) трябва да са изразени в едни и същи единици.

В практиката много често се използва още един вид грешка, която се нарича относителна. По дефиниция, ако сме измерили стойност $\overline{V}$ и сме определили абсолютната грешка ΔV , то под ***относителна грешка*** на измерването се разбира отношението

$$\varepsilon = \frac{\Delta V}{\overline{V}}$$

Ползата от относителната грешка е, че тя дава непосредствена информация за това какво е съотношението между грешката и измерената стойност и по този начин носи директна информация за точността на измерването. Качествената връзка между точността на измерването и относителната грешка е обратна пропорционалност т.е. голяма точност съответства на малка относителна грешка и обратно. От дефиницията ѝ следва, че относителната грешка винаги е безразмерна величина, тъй като е отношение на две величини с една и съща размерност. Прието е тя да се дава в проценти, като правилото за изразяването й в проценти е

$$\varepsilon = \frac{\Delta V}{\overline{V}}.100\ \%$$

Ако се използва относителната грешка вместо абсолютната, записът на крайния резултат от измерването е $V = \overline{V} \pm \varepsilon\,\%$, като измерителни единици се указват само за $\overline{V}$.

Двата вида грешки са в известен смисъл еквивалентни, тъй като ако се знае едната лесно може да се намери другата. Ако знаем абсолютната, то относителната се намира от горната дефиниция. Пак от нея следва, че, ако знаем относителната грешка, то абсолютната се определя от равенството

$$\Delta V = \overline{V}\,.\varepsilon$$

като относителната грешка не трябва да е изразена в проценти.

При определянето на точността на измерванията чрез абсолютната и относителна грешка трябва да се знаят и спазват следните правила:

Правило 1: *При измерена стойност $\overline{V}$ и оценена абсолютната грешка ΔV, крайния резултат от измерването се записва във вида $V = \overline{V} \pm \Delta V$, като действията + и − не се извършват, а двете стойности в дясната страна са изразени в едни и същи мерни единици.*

Правило 2: *При измерена стойност $\overline{V}$ и оценена относителна грешка ε, крайния резултат от измерването се записва във вида $V = \overline{V} \pm \varepsilon\,\%$, като измерителни единици се указват само за $\overline{V}$.*

Правило 3: *Абсолютната и относителната грешка могат да се изразяват една чрез друга посредством равенствата $\varepsilon = \Delta V / \overline{V}$ и $\Delta V = \overline{V}.\varepsilon$. При използването на второто относителната грешка не трябва да е изразена в проценти.*

4.2 Оценка на грешката при различни източници на грешка

В зависимост от източника си грешките се делят на груби, систематични и случайни, като първият тип грешки са отстраними, а останалите два типа са практически неотстраними. Третирането и оценката на грешката е различно при различните видове.

Грубите грешки се дължат най-често на незнание или небрежност на експериментатора или на някаква неизправност на измерителния прибор. Резултатът от тях е, че измерената стойност е съвсем различна от истинската, а понякога даже се оказва, че се измерва друга величина. Те не се оценяват, а задължително се отстраняват.

При практическите измервания систематичните и случайни грешки почти винаги се комбинират и водят до т. нар. комбинирана грешка, частен случай на която е приборната грешка.

4.2.1 Третиране и оценка на систематичните грешки

Систематичните грешки се дължат на постояннодействащ фактор, който променя показанията на прибора само в една посока. Резултатът е, че се регистрира винаги по-голяма или винаги по-малка стойност от точната. Факторите, които ги пораждат могат да бъдат най-различни. Ако, например, имаме даден прибор, то фактори, които систематично влияят на точността му, могат да бъдат: неточно калибриране, нелинейна връзка между измерваната величина и показанието, хистерезис на показанието, дрейф на нулата и т. н. Възможно е, обаче, при дадено измерване да има и допълнителни, външни по отношение на прибора фактори, които също влияят систематично на измерителната процедура и внасят систематична грешка в крайния резултат от измерването.

Макар че се смятат, по принцип, за отстраними, при реалните измервания систематичните грешки никога не могат да бъдат напълно елиминирани. Третирането им се свежда до минимизиране и компенсиране по един или друг начин. По отношение на измерителните прибори, това се постига чрез периодичното им калибриране.

4.2.2 Третиране и оценка на случайните грешки

Случайните грешки се появяват в измерванията в два случая. Първият е, когато самата измервана величина е случайна т. е. стойността й се променя във времето по случаен начин. Вторият е, когато в хода на измерването действат странични фактори, които внасят грешка в измерването, като при това се променят по един случаен начин с времето. Макар, че в някои случаи случайните грешки могат да бъдат намалени чрез конструктивни решения или промяна в методиката на измерване, те са принципиално неотстраними и трябва да бъдат оценени.

Независимо от причината, наличието на случайни грешки винаги се проявява в това, че ако направим серия от идентични измервания на една и съща величина при едни и същи условия, не получаваме едни и същи стойности като резултат от измерването. С други думи, ако направим серия от N на брой идентични измервания на величината V, получаваме набор от стойности (V_1, V_2, …… V_N), които изобщо казано са различни. В този случай като резултат от измерването се приема средната (в смисъл на средно аритметично) стойност на получените резултати

$$\overline{V} = \frac{V_1 + V_2 + ... + V_N}{N} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} V_j$$

Най-често вероятността за реализация на случайните величини се подчинява на т. нар. „нормално” или „гаусово” разпределение на вероятността. При това условие грешката, с която е определен резултата от измерването (това е средната стойност $\overline{V}$) се определя чрез следната процедура:

(а) От всеки от индивидуалните резултати изваждаме средната стойност, получавайки отклонението на всяка от индивидуалните стойности от средната

$$\Delta V_j = V_j - \overline{V}$$

(б) Получените отклонения вдигаме на квадрат, получавайки

$$\Delta V_j^2 = (\Delta V_j)^2 = (V_j - \overline{V})^2$$

(в) Намираме сумата на квадратите $\sum_{j=1}^{N} \Delta V_j^2$

(д) Пресмятаме грешката, с която е определен резултата от измерването по формулата

$$\Delta V_{сл} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{N} \Delta V_j^2}{N.(N-1)}}$$

Тази процедура е валидна само ако има достатъчно голям брой измервания (N $\geq$ 10) и гарантира, че истинската стойност на измерваната величина се намира в интервала $\left[\overline{V} - \Delta V_{сл}, \overline{V} + \Delta V_{сл}\right]$ с вероятност $\approx$ 68 %. Често тя се нарича „метод на Гаус” за оценка на случайната грешка.

4.2.3 Оценка на приборната грешки

Всеки измерителен прибор предполага наличието на някакво показание върху скала, разделена на определен брой деления, или цифров дисплей с фиксиран брой цифри и измерването се свежда до отчитане на това показание. Грешката, с която се получава крайния резултат от измерването, почти изцяло зависи от специфичните особености на конкретния прибор и поради това се нарича приборна. Единият източник на приборната грешка са несъвършенствата на самия прибор. Те са резултат от редица систематични и случайни фактори, които съвместно влияят на функционирането на прибора и резултатът от тях е, че самото показание не е точно. Това означава, че положението на показалеца по скалата не съответства на истинската стойност на измерваната величина или, че стойностите на част от цифрите на дисплея не съответстват на стойността на измерваната величина. Вторият компонент на приборната грешка е свързан с невъзможността да се отчете абсолютно точно показанието, даже и самото то да е точно. Понякога грешката възникваща по тази причина се нарича грешка на отчитане.

Точното оценяване на приборната грешка изисква отчитане на ефекта и от двата, коментирани по-горе, източника. За да се отчете първият, обаче, е необходима или допълнителна информация от производителя (която с времето става все по-недостоверна) или специална калибровка на прибора. Калибрирането на измерителни прибори е задача, която излиза извън обхвата на лабораторния практикум по физика и поради това в хода на лабораторните упражнения тази компонента на приборната грешка просто се пренебрегва. Така оценяването на приборната грешка се свежда до оценяване на грешката при отчитане.

Ограниченията при отчитането на резултата от измерванията произтичат от факта, че, независимо дали прибора е със скала или с цифров дисплей, винаги съществува някаква минимална стойност на измерваната величина, която може да бъде отчетена точно. За приборите със скала, това е стойността на едно най-малко деление на скалата. За приборите с цифров дисплей, това е единица от стойността на последната цифра на дисплея. Тази минимална стойност се нарича константа на прибора и зависи, както от конкретната скала или дисплей, така и от обхвата, на който е включен прибора. Наличието й води до неизбежно закръгляне на отчетения резултат от измерването, даже и прибора да е абсолютно точен, а закръглянето е еквивалентно на внасяне на грешка. В зависимост от метода на отчитане, големината на тази грешка е равна или на константата на прибора или на половината й. От горния коментар е ясно, че в упражненията съществува опасност от недооценяване на приборната грешка, тъй като се пренебрегва компонентата й свързана с точността на прибора. За да се намали тази опасност, в лабораторните упражнения по физика е прието приборната грешка да е равна на константата на прибора.

4.2.4 Оценка на комбинираната грешка на измерването

Ясно е, че, ако в хода на дадено измерване съществуват два или повече източника на грешка, то всеки от тях ще дава съответен принос в абсолютната грешка на измерването. В такива случаи се въвежда т. нар. комбинирана (резултантна) грешка на измерването. Ако грешките пораждани от съответните източници са, съответно, ΔV_1, ΔV_2, ..., ΔV_N , то комбинираната грешка се определя по формулата

$$\Delta V = \sqrt{\Delta V_1^2 + \Delta V_2^2 + ... + \Delta V_N^2}$$

Тази формула е строго вярна само за случайни грешки с нормално разпределение на вероятността. Опитът показва, обаче, че тя дава разумна оценка за всички случаи при които източниците на грешки са независими. Поради това тя се използва широко в практиката.

В лабораторния практикум по физика най-често подобна ситуация се получава, когато в хода на измерителната процедура действат външни за измерителния прибор случайни фактори, които пораждат съответна случайна грешка. В този случай върху резултата от измерването влияят едновременно приборната грешка $\Delta V_{пр}$, разгледана в т. 4.2.3, и случайната грешка $\Delta V_{сл}$, разгледана в т. 4.2.2. Следователно абсолютната грешка на измерването в този случай ще бъде

$$\Delta V = \sqrt{\Delta V_{пр}^2 + \Delta V_{сл}^2}$$

При оценката на грешките при преките измервания трябва да се знаят и да се спазват следните правила:

Правило 1: *При провеждане на еднократно пряко измерване, се приема, че абсолютната грешка на измерването е равна на приборната грешка, която от своя страна е равна на константата на прибора.*

Правило 2: *Ако има индикация, че при дадено измерване се проявява случайна грешка, то за оценката й се провеждат достатъчен брой ($N \geq 10$) идентични измервания, като за резултат от измерването се приема средната стойност на получените резултати, а случайната грешка се оценява по метода на Гаус, разгледан в т. 4.2.2. Абсолютната грешка на измерването се определя по формулата от т. 4.2.4.*

Правило 3: *Ако измерителният прибор се състои от две или повече звена, всяко от които внася съответна грешка, то се оценяват грешките на съответните звена и абсолютната грешка на измерването се определя по формулата от т. 4.2.4.*

5. Грешки при косвените измервания

При косвените методи за измерване, стойността на измерваната величина се изчислява с помощта на пряко измерените стойности на други величини и всяка неточност в хода на тази процедура ще води до грешка при определяне на крайния резултат. Възможните източници на грешка са два - грешки при преките измервания и грешки при изчисленията. Грешките при изчисленията обикновено се дължат на неправилно закръгляне на резултатите от междинните пресмятания и, ако закръгленията се правят по подходящ начин, могат да бъдат направени пренебрежимо малки. Проблемът са грешките при преките измервания, тъй като са неизбежни и неминуемо ще влияят на крайния резултат от косвеното измерване.

Задачата, която се поставя тук е следната:

Нека имаме величина V, която е свързана с други величини X_1, X_2, X_3 и X_4 (броят им може да е произволен) чрез функционална зависимост така, че $V = f\,(X_1, X_2, X_3, X_4)$. Нека X_1, X_2, X_3 и X_4 са пряко измерени и е получено

$$X_1 = \overline{X}_1 \pm \Delta X_1 \quad ; \quad X_2 = \overline{X}_2 \pm \Delta X_2 \quad ; \quad X_3 = \overline{X}_3 \pm \Delta X_3 \quad ; \quad X_4 = \overline{X}_4 \pm \Delta X_4$$

Целта е, използвайки функционалната зависимост и резултатите от преките измервания, да се определи стойността на V и грешката, с която е определена тази стойност.

Решаването на тази задача се постига чрез следните стъпки:

- Определянето на стойността на V става по формулата

$$\overline{V} = f(\overline{X}_1, \overline{X}_2, \overline{X}_3, \overline{X}_4)$$

- За определяне на грешката на измерването се ползват следните правила:

Правило 1: *Ако функционалната зависимост е сума или разлика т. е.*

$$V = X_1 + X_2 - X_3 - X_4$$

то се оценява абсолютната грешка по следното правило

$$\Delta V = \Delta X_1 + \Delta X_2 + \Delta X_3 + \Delta X_4$$

Правило 2: *Ако функционалната зависимост е произведение или частно т. е.*

$$V = \frac{X_1 . X_2}{X_3 . X_4}$$

то се оценява относителната грешка по следното правило

$$\frac{\Delta V}{\overline{V}} = \frac{\Delta X_1}{\left|\overline{X}_1\right|} + \frac{\Delta X_2}{\left|\overline{X}_2\right|} + \frac{\Delta X_3}{\left|\overline{X}_3\right|} + \frac{\Delta X_4}{\left|\overline{X}_4\right|}$$

Към тези две правила обикновено се добавят още две, отнасящи се за степенна функция и произволна функция на една променлива.

Правило 3: *Ако $V = X^n$ и X е пряко измерена с резултат $X = \overline{X} \pm \Delta X$, то имаме*

$$\frac{\Delta V}{\overline{V}} = n . \frac{\Delta X}{\left|\overline{X}\right|}$$

Правило 4: *Ако $V = f\,(X)$ и X е пряко измерена с резултат $X = \overline{X} \pm \Delta X$, то имаме*

$$\Delta V = \left|f'(\overline{X})\right| . \Delta X \qquad \text{или} \qquad \frac{\Delta V}{\overline{V}} = \frac{\left|f'(\overline{X})\right|}{f(\overline{X})} . \Delta X$$

където $f'(\overline{X})$ е производната на функцията $f\,(X)$, взета в точката $\overline{X}$.

Комбинирайки тези правила, можем да оценим грешката при почти произволна функционална зависимост.

6. *Значещи цифри. Представяне на резултатите от измерванията.*

Обикновено се казва, че в представянето на дадено число, значещи са всички цифри различни от нула. Значеща е и нулата, но само ако е между две други значещи цифри. Значещите цифри са важни с това, че именно те определят точната стойност на числото. Ако, например, разгледаме числата 304509000 = $3{,}04509.10^{8}$ и 0,000023605 = $2{,}3605.10^{-5}$ се вижда, че, в експоненциалния формат, нулите преди и след съответните групи от значещи цифри на двете числа се отчитат в порядъка, а не в мантисата. Причината е, че те носят информация по-скоро за големината на съответните числа отколкото за точната им стойност. Ако броя на значещите цифри в представянето на числата се намали чрез подходящо закръгление (например, 304509000 ≈ 3.10^{8} и 0,000023605 ≈ $2{,}4.10^{-5}$), то новото им представяне е по-просто, но не е точно. Поради това закръглението е еквивалентно на внасяне на грешка в представянето на числата, която се нарича грешка от закръгление. Ясно е, че колкото по-малко значещи цифри остават след закръглението, толкова по-голяма ще бъде грешката от закръгление.

При косвените измервания на физичните величини числената стойност на измерваната величина се получава в резултат на изчисления и може да има безкрайно много значещи цифри. Формално, това като че ли означава, че величината е измерена с безкрайно голяма точност. От предните разглеждания, обаче, е ясно, че поради наличието на грешки при преките измервания това не е реална точност, а ефект от изчислението, който по-скоро пречи поради големия брой значещи цифри, които трябва да се изписват. Изходът е закръгляне на резултатите от изчисленията, при което, обаче, се внася грешка от закръгление. Тази грешка не би трябвало да влошава точността на измерването и поради това, по отношение на закръгленията, задължително се спазва принципа, че грешката от закръгление винаги трябва да е 1-2 порядъка по-малка от грешката на измерването, така че да не й влияе. Спазването на този принцип води до няколко важни правила, чрез които се контролират грешките от закръгление, с които се работи при обработката и представянето на резултатите от измерванията.

Изискванията към грешката от закръгление са най-силни при междинните пресмятания на косвените измервания, тъй като там тя се натрупва в последователните операции, по-слаби при резултата от измерването и най-слаби при оценената грешка от измерването, тъй като тя е оценка, а не измерена стойност и, следователно се определя с най-ниска точност. Ако се приеме, че в лабораторните упражнения типичната точност на измерванията е 1-2 %, то правилата за закръгляне са следните:

Правило 1: *Резултатите от междинните пресмятания при косвените измервания се закръглят така, че получената грешка от закръгление да е поне два порядъка по-малка от очакваната експериментална грешка на крайния резултат (оставят се минимум 4-5 значещи цифри). Ако се смята с калкулатор, най-добре е да не се правят никакви закръгления при междинните пресмятания. Закръгля се едва крайния резултат.*

Правило 2: *Крайния резултат се закръгля в съответствие с оценената грешка. Закръглението се прави така, че грешката от закръгление да е по-малка от оценената експериментална грешка примерно на порядък. За лабораторните упражнения по физика е достатъчно крайния резултат от измерването да е закръглен до 3 значещи цифри.*

Правило 3: *Оценената грешка се закръгля до една или максимум две значещи цифри. В случай, че първата значеща цифра е 1, задължително се закръгля до две значещи цифри.*

Пример: Нека, при косвено измерване на земното ускорение, в резултат на пресмятанията са получени следните стойности на ускорението, абсолютната и относителната му грешка

$$\bar{g} = 9{,}926478038\, m/s^2\ ; \quad \Delta g = 0{,}6158210985\, m/s^2\ ; \quad \frac{\Delta g}{\bar{g}} = 0{,}06203822706$$

Съгласно горните правила крайния резултат от измерването трябва да се запише във вида

$$g = (9{,}93 \pm 0{,}62)\ \mathrm{m/s^2} \qquad \text{или} \qquad g = 9{,}93\ \mathrm{m/s^2} \pm 6\%$$

7. *Графично представяне на експерименталните резултати. Линейна регресия.*

Графичното представяне на експерименталните резултати се използва изключително много в точните науки. Често, построените графики се използват за илюстрация на една или друга зависимост, но достатъчно често те се използват и за измерителни цели. Типичната измерителна задача е, ако имаме графика на зависимостта $V = f(x)$, където V и x са някакви физични величини, от графиката да се определи стойността на V при някаква фиксирана стойност на x. За да могат построените графики да отговарят на тези изисквания, при построяването им трябва да се спазват определени правила.

Правило 1: *Стойностите на аргумента винаги се нанасят по абцисата, а на функцията – по ординатата.*

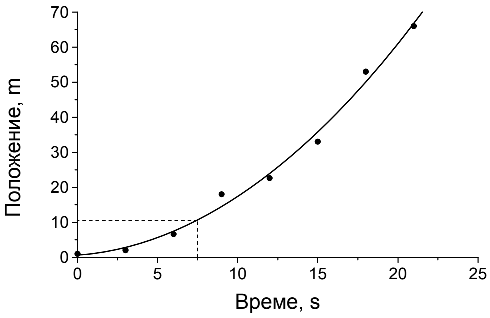
Правило 2: *Скалите по съответните оси се избират така, че експерименталните данни да заемат по-голямата част от полето (площта), определена за тях. При равномерен мащаб на графиката, деленията по съответните оси трябва да са еквидистантни (т. е. разположени на еднакви разстояния едно от друго).*

Правило 3: *За всяка от осите задължително трябва да се укаже величината, чиито стойности са нанасяни по тази ос. За тази цел може да се използва или името или обозначението на величината. Задължително е да се укажат и единиците, в които е измервана величината.*

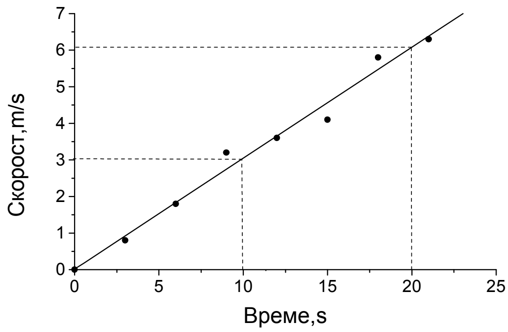
Правило 4: *Положението на точките, които изобразяват експерименталните данни, се определя въз основа на вече фиксираните скали по съответните оси. След като се определи положението им спрямо координатната система, те се отбелязват с някакъв символ.*

Правило 5: *Графиката на изследваната функция се изобразява с плавна крива (в някои случаи тя може да е и права линия), която следва разпределението на експерименталните точки. Свързването на отделните експериментални точки с прави линии е неправилно.*

На Фиг. 1 е показана графично изобразяване на експериментална зависимост, което е направено в съответствие с горните правила.



Фиг. 1 Апроксимация на експериментални данни с плавна крива



Фиг. 2 Линейна регресия (апроксимация) на експериментални данни

В експеримента често се налага да се търси приближено графично решение на следната важна задача:

Нека имаме две величини V и x, за които предполагаме или знаем, че между тях съществува линейна зависимост от типа $V = A + Bx$, но не знаем константите A и B. Задачата е да се измерят стойностите на V, които съответстват на N различни стойности на x, и от така получените експериментални данни да се определят неизвестните константи A и B. Съществува много ефективен метод за алгебрично решаване на тази задача, но той е свързан с обемисти изчисления и, в практиката, често се използва една приближена процедура за графичното й решаване. Графичното решение се намира посредством следните стъпки:

(а) Правят се N измервания и се получава набор от съответстващи стойности (x_1,V_1), (x_2,V_2), ……. (x_N,V_N).

(б) Използвайки получените резултати и следвайки горните правила, се построява координатна система, в която експерименталните стойности се изобразяват с точки.

(в) Прекарва се права линия така, че експерименталните точки да са приблизително равномерно разпределени от двете й страни.

(г) Константите A и B се определят от така построената права (а не от експерименталните точки)

- Константата A се определя от пресечната точка на правата с ординатата.

-Константата B се определя от две точки от правата (желателно е те да са в краищата на измервателния интервал) по формулата

$$B = \frac{V_2 - V_1}{x_2 - x_1}$$

Така построената права се нарича линейна апроксимация на експерименталните данни. Когато параметрите й са определени чрез споменатия алгебричен метод, при който се минимизира сумата от квадратите на отклоненията на експерименталните точки, тя се нарича линейна регресия. Пример за реализация на горната процедура е показан на Фиг. 2.

По-подробно разглеждане на метода на най-малките квадрати и конкретен пример за приложението му може да се намери на

8. Изисквания към протокола.

В лабораторния практикум, писането на протокол след всяко конкретно лабораторно упражнение има за задача да изгради у студентите умения да представят резултатите от експерименталната си дейност в писмен вид. Това е част от уменията, които трябва да притежава всеки специалист, занимаващ се с точни науки (а не само с физика), и в този смисъл оформянето на резултатите от измерванията или изследванията в протокол е неотменна част от професионалното обучение.

Най-общо казано, за да може протоколът да изпълни задачата си той трябва да бъде оформен така, че четящият го да може да си отговори на следните три въпроса: Каква е била задачата на упражнението? Как е решена тази задача? Какво е получено като краен резултат? За да се реализира тази цел е прието изложението да следва определена логика, която се отразява в изискването да се спазва определена структура на протокола. С леки модификации тази структура на изложението е същата и при другите форми на писмено представяне на резултатите от експериментална дейност (научни статии, доклади, отчети и т. н.) и поради това изграждането на умения за правилно структуриране на изложението е само по себе си цел на лабораторния практикум.

Конкретно за лабораторните упражнения по физика е необходимо да се следва следната структура (последователност) на изложението в протокола:

8.1 Цел на упражнението

Често конкретната задача на упражнението е формулирана в темата му. Почти винаги, обаче, освен конкретната задача (например, измерване стойността на дадена физична величина) упражнението има и съпътстваща цел, която е демонстрация, частично изследване и използване на дадено явление или физичен закон. Тя също трябва да се формулира в този раздел на протокола.

8.2 Теоретично въведение и постановка на задачата

Задачата на този раздел е да даде кратка, но все пак ясна, представа за явлението, с което е свързана темата на упражнението, да се дефинират основните величини и да се формулират основните закони, които са обект на изучаване и/или използване при изпълнението на конкретната задача. Накрая на раздела трябва да се формулира и конкретната задача (задачи), която трябва да бъде решена в упражнението.

За тази цел е необходимо:

(а) Да се опише явлението, което е обект на демонстрация и изучаване, ако такава задача фигурира в целите на упражнението

(б) Да се дефинират необходимите величини и понятия и да се формулира съответният закон (закони) (в) Да се формулира конкретната задача, която трябва да се реши в съответното упражнение

8.3 Схема на опитната постановка и методика на експеримента

В този раздел на протокола задачата е да се даде кратко, но ясно, описание на конкретната експериментална процедура, която ще бъде използвана за решаването на вече поставената в предния раздел задача (или задачи) на упражнението.

За тази цел е необходимо:

(а) Да се направи схематичен чертеж на опитната постановка (пречертава се от ръководството), снабден с легенда (указание за основните възли и елементи на постановката).

(б) Да се дадат формулите, които ще бъдат използвани за крайните пресмятания на величините, които са обект на измерване в упражнението. Ако тези формули са вече дадени в предния раздел, не е необходимо да се записват отново, а само се указва, коя формула от предния раздел трябва да се използва.

(в) Максимално кратко, но ясно, да се опише последователно стъпка по стъпка процедурата за изпълнение на упражнението, като се почне от конкретните измервания, мине се през евентуалните междинни пресмятания и се завърши с пресмятането на крайния резултат (резултати).

8.4 Данни, резултати от измерванията и пресмятанията

В този раздел се записват данните за стойности на величини, които са предварително определени и дадени наготово, както и резултатите от всички измервания и пресмятания. Като правило в него се разполагат и графиките, ако са предвидени такива.

Абсолютно задължително е всички стойности на дадените, измерени или изчислени физични величини да са с указани единици в система SI. Ако някои стойности са дадени или измерени в извънсистемни единици, то преди да бъдат използвани за някакви пресмятания задължително трябва да бъдат изразени в системни единици и едва тогава да бъдат замествани във формулите.

Когато се пресмята по някаква формула стойността на дадена величина, всички междинни пресмятания се правят на отделен лист. В протокола се записва само крайния резултат, а самата формула трябва да е дадена в някой от предните раздели. Полезно е листите с междинните пресмятания да се пазят и да се носят при представянето на протокола за да може асистента на упражненията да помогне за откриването на евентуални грешки в изчисленията.

Последователността на записаните в протокола стойности трябва да следва последователността на изпълнение на упражнението т. е. те трябва да бъдат групирани и записани в следната последователност:

(а) Данни – В тази група трябва да бъдат записани всички стойности, които са дадени наготово и са необходими за следващите пресмятания. Обикновено тези стойности са дадени на самата опитна постановка или в ръководството. В някои случаи се дават и от водещият асистент.

(б) Резултати от преките измервания – Тук трябва да бъдат записани резултатите от преките измервания, направени в хода на изпълнение на упражнението. В зависимост от конкретната задача (задачи) те могат да бъдат организирани в една или повече таблици.

(в) Резултати от пресмятания на спомагателни величини – В някои упражнения е необходимо да се пресметнат определени спомагателни величини, които след това се използват за пресмятането на крайния резултат в упражнението. Ако в конкретното упражнение съществуват такива, то логично е в изложението те да предхождат крайния резултат.

(г) Резултати от косвените измервания – Записват се резултатите от определянето на стойностите на величините, чието измерване е основна задача на упражнението.

(д) Графика на изследваната зависимост (зависимости), ако в упражнението е предвидено да се построи графика.

Горната последователност на записите в протокола е примерна и не може да обхване конкретните особености на всички упражнения. Например, в редица случаи е удобно резултатите от преките измервания, определянето на крайния резултат и оценката на грешката да се обединят в подходяща таблица. В този случай просто се следват указанията на водещият асистент или ръководството. Друга ситуация е когато в упражнението трябва да се изпълнят две или повече различни задачи. Тогава подходящото структуриране на данните и резултатите в раздела може да е друго и се определя от водещия асистент.

8.5 Преценка на точността и краен резултат

Ако в упражнението е предвидено да се оцени грешката на измерването, то в този раздел трябва да се запише формулата за оценка на грешката и полученият резултат от оценката. И за да се завърши протокола, накрая трябва да се запише полученият в предния раздел резултат от измерването, комбиниран с направената оценка на грешката. За целта може да се използва, както абсолютната, така и относителната грешка, като се спазват коментираните правила за измерителните единици. Ако в упражнението не се предвижда оценка на грешката от измерването, то в този раздел се записва само крайния резултат от измерването.

С други думи, ако задачата на упражнението е свързана с измерването на дадена физична величина V и оценка на грешката на измерването, то крайният резултат задължително се представя във вида

$$V = (\overline{V} \pm \Delta V)\,[V] \qquad \text{или} \qquad V = \overline{V}\,[V] \pm \varepsilon\,\%$$

където символът $[V]$ обозначава мерната единица на величината V. Ако не се предвижда оценка на грешката, то крайният резултат се записва във вида

$$V = \overline{V}\,[V]$$

Примерен протокол за едно конкретно упражнение, направен в съответствие с горните изисквания, може да се намери на страницата на ДПФ:

phys.tu-sofia.bg/PROTOKOLI/physics_1/Example.pdf