Лекция 9

Тема: Комбинаторика.

Опит и елементарно събитие.

Случайни събития и действия с тях.

Вероятност на случайно събитие

**Основни понятия и формули**

*Опит* е осъществяване на определени условия, които могат да се възпроизвеждат многократно.
*Събитие* в теория на вероятностите е всеки възможен резултат или изход, който проиэтича или не след осъществяване на даден опит.
*Елементарно събитие* $\omega$ е всеки различен от останалите изходи на даден опит.
*Пространство от елементарни събития* $\Omega$ е множеството от всички елементарни събития за даден опит.

- Ако $\Omega$ е крайно $\{\omega_1, \omega_2, ...\omega_n\}$ или безкрайно изброимо множество $\{\omega_1, \omega_2, ...\omega_n, ....\}$, то $\Omega$ е *дискретно* пространство.
- Ако $\Omega = \{\omega | f(\omega)\}$ е безкрайно неизброимо множество, то $\Omega$ е *непрекъснато* пространство.

*Случайно събитие А* е всяко подмножество на пространството от елементарни събития $\Omega$, т.е. $A \subseteq \Omega$.

- Ако $A = \Omega$, то *А* е *сигурно* събитие.
- Ако $A = \varnothing$, то *А* е *невъзможно* събитие.

Действия със случайни събития.
1. Включване: $A \subset B \Leftrightarrow$ *B* съдържа *A*.
2. Равенство: $A = B \Leftrightarrow A \subset B \quad и \quad B \subset A$.
3. Обединение: $C = A \bigcup B = \{\omega | \omega \in A \, или \, \omega \in B\}$.
4. Сечение: $C = A \bigcap B = \{\omega | \omega \in A \, и \, \omega \in B\}$.
5. Отрицание: $\overline{A} = \{\omega | \omega \in \Omega \, или \, \omega \notin A\}$.
6. Разлика: $C = A \setminus B = \{\omega | \omega \in A \, и \, \omega \notin B\}$.

- Ако $A \bigcap B = \varnothing$, то А и В са *несъвместими* събития.
- Ако $A \bigcap B \neq \varnothing$, то А и В са *съвместими* събития.
- Ако $\bigcup_{i=1}^{n} A_i = \Omega \quad и \quad A_i \cap A_j = \varnothing, (i \neq j, i, j = 1, 2, ...n)$, то системата $A_1, A_2, ...A_n$ е *пълна група от несъвместими* събития.

*Честота* $W$ на случайното събитие *A* от серия $n$ опити е отношението на броя опити $\nu$, в които A се е сбъднало, към броя опити $n$.

(8.1) $$W = \frac{\nu}{n}.$$

При увеличение на $n$ честотата $W$ се колебае незначително около някакво положително число.

*Статистическа вероятност* на A е неотрицателното постоянно число $p(A)$, по-малко или равно на единица, около което се колебае честотата $W$.

*Класическа вероятност* на $A$, $A \subset \Omega$, $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, ...\omega_n\}$ е

(8.2) $$p(A) = \frac{m}{n},$$

където $n$ е броя на всичките равновъзможни елементарни събития на $\Omega$ и $m$ е броя на благоприятните случаи за *A.*

*Геометрическа вероятност* на $A, A \subset \Omega, \Omega$ съдържа безброй много елементарни събития е

(8.3) $$p(A) = \frac{M(G)}{M(\Omega)},$$

където $M(\Omega)$ е геометричната мярка на цялата област и $M(G)$ е геометричната мярка на тази част от цялата област, която е благоприятна за *A*.

Множеството $\Im$ от всички подмножества на $\Omega$ се нарича $\sigma$- *алгебра*, ако са изпълнени условията:

1). $\Omega \in \Im$;

2). Ако $A \in \Im$, то $\bar{A} \in \Im$;

3). Ако $A_1, A_2, ...A_n, ... \in \Im$, то $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n \in \Im$.

Двуелементното множество $(\Omega, \Im)$ се нарича *измеримо* множество.

*Вероятност* $p(A)$ на случайно събитие *A* , $A \in \Im$ е числова функция *p* с аргумент случайното събитие *A,* за която са изпълнени аксиомите:

А1). $p(A) \geq 0$.

А2). $p(\Omega) = 1$.

А3). $p\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} p(A_i)$, ако $A_i \cap A_j = \varnothing \, (i \neq j), A_i \in \Im$.

А4). Ако $A_1 \supset A_2 \supset .... \supset A_n \supset ..., A_n \in \Im$ и $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n = A$, то $\lim_{n \to \infty} p(A_n) = p(A)$.

Триелементното множество $(\Omega, \Im, p)$ се нарича *вероятностно* пространство.

**Правила за решаване на задачи**

I. Основни формули на действията със случайни събития.

*Таблица 8.1.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1. | $A \bigcup A = A$ | 7. | $\overline{\overline{A}} = A$ |
| 2. | $A \bigcap A = A$ | 8. | $\overline{A \bigcup B} = \overline{A} \bigcap \overline{B}$ |
| 3. | $A \bigcup \Omega = \Omega$ | 9. | $\overline{A \bigcap B} = \overline{A} \bigcup \overline{B}$ |
| 4. | $A \bigcap \Omega = A$ | 10. | $A \setminus B = A \bigcap \overline{B}$ |
| 5. | $A \bigcup \overline{A} = \Omega$ | 11. | $A \bigcup (B \bigcap C) = (A \bigcup B) \bigcap (A \bigcup C)$ |
| 6. | $A \bigcap \overline{A} = \varnothing$ | 12. | $A \bigcap (B \bigcup C) = (A \bigcap B) \bigcup (A \bigcap C)$ |

II. Свойства на вероятностната функция $p(A)$.

1. $p(\varnothing) = 0$.
2. Ако $\bigcup_{i=1}^{n} A_i = \Omega$ $и$ $A_i \bigcap A_j = \varnothing, (i \neq j, i, j = 1, 2 \ldots n)$, то $p\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = 1$.
3. $p(\overline{A}) = 1 - p(A)$.
4. Ако $A \subset B$, то $p(A) \leq p(B)$.
5. $p(A \bigcup B) = p(A) + p(B)$, ако $A \bigcap B = \varnothing$.
6. $p(A \bigcup B) = p(A) + p(B) - p(A \bigcap B)$.

III. Основни формули от комбинаториката.

*Таблица 8.2.*

| Наименование | Без повторение | С повторение |
|---|---|---|
| Пермутация | $P_n = n! = 1.2.3 \ldots n,$ $0! = 1.$ | $P_n(k : k_1, k_2, \ldots k_n) = \dfrac{k!}{k_1! k_2! \ldots k_n!},$ $k = k_1 + k_2 + \ldots k_n.$ |
| Комбинация | $C_n^k = \binom{n}{k} = \dfrac{n!}{k!(n-k)!},$ $k \leq n.$ | $\tilde{C}_n^k = C_{n+k-1}^k = \dfrac{n(n+1)\ldots(n+k-1)}{1.2 \ldots k}.$ |
| Вариация | $V_n^k = C_n^k P_k = \dfrac{n!}{(n-k)!},$ $k \leq n.$ | $\tilde{V}_n^k = n^k.$ |

## Задачи и въпроси

**8.1.** В една кутия има 6 бели и 4 черни топки. Извадени са едновременно 5 топки. Да се намери броят на начините, по които могат да се образуват групи от 3 бели и 2 черни топки.

**Решение:** Броят на възможните комбинации от 6 елемента и 3 -ти клас за белите топки е $C_6^3 = \binom{6}{3} = \frac{6!}{3!(6-3)!} = \frac{3!.4.5.6}{3!.1.2.3} = 20$.

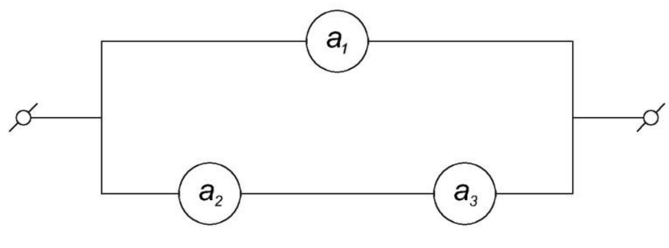
Броят на възможните комбинации от 4 елемента и 2 -ри клас за черните топки е $C_4^2 = \binom{4}{2} = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{2!.3.4}{2!.1.2} = 6$.

Броят на начините, по които се образуват тези групи е $N = C_6^3.C_4^2 = 20.6 = 120$.

**8.2.** Електрическа верига се състои от $a_i\,(i=1,2,3)$ елементи (фиг. 8.1). Събитието $A_i$ означава, че е прекъснал елемент $a_i$ при даден опит:

а) Да се определи пространството от елементарни събития $\Omega$;

б) Да се изразят събитията *C* и $\overline{C}$, ако *C* означава прекъсване на веригата.




*Фиг. 8.1.*

**Решение:** а) При включване на електрическата верига има осем взаимно изключващи се изходи, тъй като има две състояния на всеки от трите елементи: $a_i$ *и* $\overline{a}_i$, $a_i$- работи съответният елемент и $\overline{a}_i$- не работи, $(i=1,2,3)$, т. е. $\overline{V}_2^3 = 2^3 = 8$.

Пространството от елементарните събития при даден опит е $\Omega = \{(a_1a_2a_3),(\overline{a}_1a_2a_3),(a_1\overline{a}_2a_3),(a_1a_2\overline{a}_3),(\overline{a}_1\overline{a}_2a_3),(\overline{a}_1a_2\overline{a}_3),(a_1\overline{a}_2\overline{a}_3),(\overline{a}_1\overline{a}_2\overline{a}_3)\}$, а събитията $A_1, A_2, A_3$, като подмножества на $\Omega$ са

$$A_1 = \{(\overline{a}_1a_2a_3),(\overline{a}_1\overline{a}_2a_3),(\overline{a}_1a_2\overline{a}_3),(\overline{a}_1\overline{a}_2\overline{a}_3)\};$$
$$A_2 = \{(a_1\overline{a}_2a_3),(\overline{a}_1\overline{a}_2a_3),(a_1\overline{a}_2\overline{a}_3),(\overline{a}_1\overline{a}_2\overline{a}_3)\};$$
$$A_3 = \{(a_1a_2\overline{a}_3),(a_1\overline{a}_2\overline{a}_3),(\overline{a}_1a_2\overline{a}_3),(\overline{a}_1\overline{a}_2\overline{a}_3)\}.$$

б) Прекъсване на веригата ще има, ако не работят елементът $a_1$ и поне един от елементите $a_2, a_3$. Тогава случайното събитие *C* се изразява както следва $C = A_1 \cap (A_2 \cup A_3) = \{(\overline{a}_1\overline{a}_2a_3),(\overline{a}_1a_2\overline{a}_3),(\overline{a}_1\overline{a}_2\overline{a}_3)\}$. Противоположното събитие $\overline{C}$ на *C*, което е работеща електрическата верига, се изразява както следва $\overline{C} = \Omega \setminus C = \{(a_1a_2a_3),(a_1\overline{a}_2a_3),(a_1a_2\overline{a}_3),(a_1\overline{a}_2\overline{a}_3),(\overline{a}_1a_2a_3)\}$.

Събитието $\overline{C}$ може да се изрази чрез $A_i\,(i=1,2,3)$ по следния начин:

$$\bar{C}=\overline{A_1\cap(A_2\cup A_3)}=\overline{A}_1\cup\left(\overline{A_2\cup A_3}\right)=\bar{A}_1\cup\left(\bar{A}_2\cap\bar{A}_3\right).$$

**8.3.** Да се определи броят и съставят двуцифрените числа, които се получават от следните четири цифри 5, 8, 3, 2, при условия:
а) без повторение на цифрите;
б) с повторение на цифрите.
**Решение:** а) Броят на двуцифрените числа без повторение от четирите елементи е вариация без повторение при $n=4$ и $k=2$ или

$$V_4^2=\binom{4}{2}2!=\frac{4!}{2!(4-2)!}2!=\frac{4!}{2!}=\frac{2!.3.4}{2!}=12.$$

Числата са : 58, 85, 53, 35, 52, 25, 83, 38, 82, 28, 32, 23.
б) Броят с повторение на цифрите се пресмята от вариация с $n=4$ и $k=2$ или $\overset{2}{V}_4=4^2=16$. Към дванадесетте числа от а) прибавяме още и следните четири числа: 55, 88, 33, 22.

**8.4.** Дадени са четири елемента А, Б, В, Г.
а) Да се определи броят и съставят комбинациите от трети клас без повторение.
б) Да се определи броят и съставят комбинациите от трети клас с повторение.
**Решение:** а) В този случай пресмятаме от формулата за комбинация без повторение като $n=4$ и $k=3$ или $C_4^3=\binom{4}{3}=\frac{4!}{3!(4-1)!3!}=\frac{3!.4}{3!}=4$.
Тези комбинации са АБВ, АБГ, АВГ, БВГ.
б) Броят на тези комбинации се пресмята от формулата за комбинация с повторение като $n=4$ и $k=3$ или $\overset{3}{C}_4=C_6^3=\frac{4.5.6}{1.2.3}=20$.
Тези 20 броя комбинации са съставени и са дадени в таблицата

*Таблица 8.2.*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| АБВ | ААБ | ББА | ВВА | ГГА |
| АБГ | ААВ | ББВ | ВВБ | ГГБ |
| АВГ | ААГ | ББГ | ВВГ | ГГВ |
| БВГ | ААА | БББ | ВВВ | ГГГ |

**8.5.** Да се реши уравнението $4C_{x+1}^{x-1}=V_x^3$, където $x\in\mathbb{N}$, т.е. $x$ е естествено число.
**Решение:** Като използваме формулите за комбинация и вариация без повторение получаваме

$$4\frac{(x+1)!}{(x-1)!(x+1-x+1)!}=\frac{x!}{3!(x-3)!}3!\quad\Rightarrow 4\frac{(x-1)!.x.(x+1)}{(x-1)!.2!}=\frac{(x-3)!.(x-2)(x-1).x}{(x-3)!}\quad\Rightarrow$$

$$\frac{4}{1.2}x(x+1)=(x-2)(x-1)x,\ x\neq 0\quad\Rightarrow 2x+2=x^2-3x+2\quad\Rightarrow x^2-5x=0,\ x\neq 0.$$

Решението на даденото уравнение е $x=5$.

**8.6.** Случайно е избрано цяло число от затворения интервал [40;70]. Да се намери вероятността, че избраното число да е кратно на 6.

**Решение:** Общият брой цели числа в интервала [40;70] е $n=31$. Броят на целите числа от този интервал, които се делят точно на 6 е $m=5$. Търсената вероятност по (7.2) е $p=\frac{m}{n}=\frac{5}{31}$.

**8.7.** На един рафт са подредени 12 книги, в които има тритомна енциклопедия. Да се намери вероятността на случайното събитие –подреждане на книгите, при следните случаи:

а) Подреждането да е така, че книгите на тритомната енциклопедия да бъдат една до друга във възходящ ред;

б) Подреждането да е така, че книгите на тритомната енциклопедия да бъдат една до друга.

**Решение:** а) Нека с *А* означим случайното събитие: *А={Трите тома на енциклопедията са поставени на рафта, един до друг по реда на номерата им}*. Вероятността на *А* по (8.2) е $p(A)=\frac{m}{n}$, като $n=P_{12}=12!$. Благоприятните случаи за А ще получим, като приемем, че подреждането на енциклопедията от трите книги във възходящ ред е един елемент и като го съберем с останалите 9, ще получим $m=P_{10}=10!$. Така $p(A)=\frac{10!}{12!}=\frac{10!}{10!.11.12}=\frac{1}{132}\approx 0,0076$.

б) Нека с В означим случайното събитие: *В={Трите тома на енциклопедията, поставени на рафта, един до друг}*. Както в а) $p(B)=\frac{m}{n}$ и $m=P_{10}=10!$. В този случай ще бъдат благоприятни и случаите, когато няма значение как са подредени книгите в енциклопедията, така че $m=P_{10}.P_3=10!.3!$. Оттук получаваме $p(A)=\frac{10!.3!}{12!}=\frac{10!.1.2.3}{10!.11.12}=\frac{1}{22}\approx 0,0454$.

**8.8.** В кутия има 11 детайла, от които 5 са дефектни. Случайно са взети 4 детайли. Да се определи вероятността между взетите детайли:

а) да няма дефектни;

б) всички да са дефектни.

**Решение:** а) Общият брой групи е $n=C_{11}^4=\frac{11!}{4!(11-4)!}=\frac{7!.8.9.10.11}{1.2.3.4.7!}=330$. Броят на благоприятните случаи е $m=C_{11-5}^4=C_6^4=\frac{6!}{4!.2!}=15$ и по (7.2) намираме търсената вероятност $p=\frac{m}{n}=\frac{15}{330}=\frac{1}{22}$.

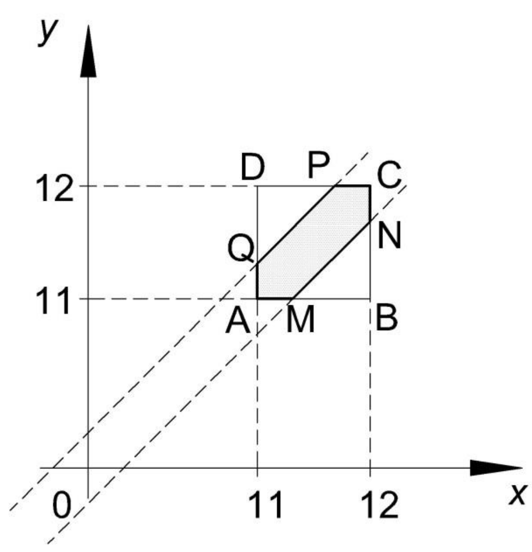
б) В този случай, броят на благоприятните групи е $m = C_5^4 = C_5^4 = \frac{5!}{4!.1!} = 5$, а общият брой случаи е същия както в точка а), т.е. $n = 330$. Търсената вероятност е $p = \frac{m}{n} = \frac{5}{330} = \frac{1}{66}$.

**8.9.** В партида от $N$ детайли има $s$ стандартни. Случайно са взети $r$ броя детайли. Да се намери вероятността измежду случайно взетите $r$ детайла $k$ броя детайли са стандартни $\left(k \le \min\{s, r\}\right)$.

**Решение:** Общият брой групи по $r$ детайли от всичките $N$ е $n = C_N^r$. Броят на благоприятните случаи се получава като $k$ елементи се комбинират от стандартните, т.е. $C_s^k$, а останалите ($r - k$) елементи се комбинират от другите ($N - s$), които са нестандартни ,т.е. $C_{N-s}^{r-k}$ или $m = C_s^k.C_{N-s}^{r-k}$. Така търсената вероятност е $p = \frac{C_s^k.C_{N-s}^{r-k}}{C_N^r}$.

**8.10.** (*задача за срещата*) Студент и студентка се уговорили да се срещнат в ТУ - София между 11 часа и 12 часа, при условие, че който дойде пръв ще чака 15минути и ако не дойде втория ще си тръгне. Да сенамери вероятността, че срещата ще се осъществи, ако всеки произволно е избрал момента на пристигане в интервала от 11 часа до 12 часа.

**Решение:** Означаваме с $x \in [11;12]$ и $y \in [11;12]$ часовете, в които пристигат в ТУ-София, съответно студентът и студентката.




*Фиг.8.2*

От условието на задачата, тези променливи отговарят и на ограниченията $0 \le |x - y| \le \frac{1}{4}$. В координатната система $Oxy$ на *фиг.8.2*. са определени цялата и благоприятната области за срещата. Лицето на квадрата $ABCD$ със страна 1 е геометричната мярка на цялата област, т.е. $M(\Omega)=S_{ABCD}=1$. Лицето на шестоъгълника $AMNCPQ$ е геометричната мярка на благоприятната част за срещата и $M(G)=S_{AMNCPQ}=S_{ABCD}-2S_{MBN}=1-\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{7}{16}$.

Търсената вероятност по (8.3) е $p=\frac{M(G)}{M(\Omega)}=\frac{7}{16}$.

**8.11.** Ако $A\subset B$, то да се определи случайното събитие $A\bigcup\left(B\setminus A\right)$.

**Отг.** *B*

**8.12.** Ако $A, B$ и $C$ са случайни събития, то да се определят условията, при които:

а) $A\bigcap B\bigcap C=B$**;**

б) $A\bigcup B\bigcup C=B$.

**8.13.** Да се определят условията, при които са верни равенствата:

а) $A\bigcup B=A$;

б) $A\bigcap B=A$;

в) $A\bigcup B=\bar{A}$;

г) $A\bigcap B=\bar{A}$.

**8.14.** Да се докаже, че събитието $(A\bigcup B)\bigcap\left(\bar{A}\bigcup B\right)\bigcap\left(A\bigcup\bar{B}\right)\bigcap\left(\bar{A}\bigcup\bar{B}\right)$ е невъзможно.

**8.15.** Да се докажат равенствата:

а) $C_{m+1}^{7}=C_{m+1}^{m-6}$ ;

б) $C_n^k=C_n^{n-k}$.

**8.16.** Да се решат уравненията, ако $x\in\mathbb{N}$.

а) $C_x^2=66$;

б) $30.x=V_x^3$;

в) $\frac{x}{V_x^3}=\frac{1}{12}$;

г) $20.V_{x-2}^3=V_x^5$;

д) $\frac{1}{C_4^x}-\frac{1}{C_5^x}=\frac{1}{C_6^x}$ ;

е) $\frac{C_x^2+C_x^3}{x-1}=22$ .

**Отг.** а) $x=12$, б) $x=7$, в) $x=5$, г) $x=5$, д) $x=2$, е) $x=11$

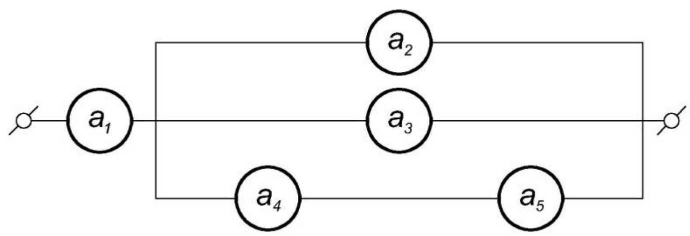
**8.17.** Участниците в шахматен турнир са 15 броя. Всеки участник е играл само по една партия с останалите шахматисти. Да се определи броят на изиграните в турнира партии.

**Отг.** 105

**8.18.** В една кутия има 7 сини и 5 червени топки. Извадени са едновременно 6 топки. Да се определи броят на различните начина, по които могат да се образуват групи от 4 сини и 2 червени топки.

**Отг.** 350

**8.19.** Електрическа верига се състои от $a_i\left(i=1,2,3,4,5\right)$ елементи (фиг. 8.3). Събитието $A_i$ означава, че е прекъснал елемент $a_i$ при даден опит. Да се напише израз за събитието *C*, означаващо прекъсване на веригата.




*Фиг.8.3.*

**8.20.** В една урна има 5 бели и 3 черни топки. Взети са едновременно 3 топки. Да се намери вероятността взетите топки да са от един и същ цвят.

**Отг.** $\frac{11}{56}$

**8.21.** На 10 еднакви картички са написани номерата от 1 до 10. Случайно са взети 6 картички. Да се намери вероятността измежду взетите картички:
а) да е тази с номер 1;
б) да са картичките с номер 1 и 2.

**Отг.** а) 0,6; б) $\frac{1}{3}$

**8.22.** Като набирал телефонен номер, ученик забравил последните три цифри, но той помни, че те са различни и ги набрал случайно. Да се намери вероятността, че са набрани вярно.

**Отг.** $\frac{1}{720}$

**8.23.** Телефонен номер се състои от 6 цифри. Номерът започва с 96. Колко са възможностите за останалите четири цифри, ако:

а) всички участващи цифри са различни;
б) цифрите може и да се повтарят.

**Отг.** а) 1680; б) 10 000

**8.24.** Колко трицифрени числа могат да се съставят от цифрите 3, 0, 4 и 7, така че да не се повтаря нито една от тях?

**Отг.** 18

**8.25.** Да се намери броят на диагоналите в изпъкнал 15-ъгълник?

**Отг.** 90

**8.26.** Във футболен турнир са изиграни 240 мача, като всеки два отбора са се срещнали по два пъти. Да се намери броя на участващите в турнира отбори.

**Отг.** 16

**8.27.** Наградите в спортно състезание са една златна, две сребърни и три бронзови купи. По колко начина те могат да се разпределят между 40 участника, при условие, че даден участник може да получи само една купа?

**Отг.** 230 302 800

**8.28.** В партида от 18 детайла четири са нестандартни.
а) По колко начина могат да се вземат случайно пет детайла, от които два да са нестандартни?
б) Каква е вероятността от случайно взети пет детайла, два да са нестандартни?

**Отг.** а) 2184; б) 0,255

**8.29.** В една кутия има 8 бели, 6 черни, 4 сини и 2 зелени топки. По случаен начин се вади една топка. Каква е вероятността тя на не е бяла?

**Отг.** 0,6

**8.30.** В партида от 20 детайла 5 са нестандартни. Да се намери вероятността поне един от три взети детайла да е нестандартен.

**Отг.** 0,601

**8.31.** От колода, съдържаща 52 карти случайно е извадена една карта. Каква е вероятността тази карта да бъде пика или фигура (вале, дама или поп) от произволен цвят?

**Отг.** $\frac{11}{26}$

**8.32.** В група от 12 студента има 8 отличника. По списък са проверени случайно 9 студенти. Да се намери вероятността между проверените студенти да се окажат 5 отличника.

**Отг.** $\frac{14}{55}$

**8.33.** В кутия има 5 еднакви изделия, като 3 от тях са шарени. Случайно са избрани 2 изделия. Да се намери вероятността:
а) едното изделие да е шарено;
б) двете изделия да са шарени;
в) поне едно от изделията да е шарено.

**Отг.** а) 0,6; б) 0,3; в) 0,9

**8.34.** От кутия, в която има 12 бели и 8 черни топки се изваждат едновременно 2 топки. Да се пресметне вероятността двете топки да са бели или да са с различен цвят.

**Отг.** $\frac{81}{95}$

**8.35.** Секретна брава на една каса съдържа 4 диска. Всеки от тях е разделен на 6 сектора, означени с различни букви. Касата се отваря само когато всеки диск заеме определено положение, така че да се получи точно определена кодова дума, съставена от различни букви. Да се намери вероятността при случайна наредба на дисковете, касата да бъде отворена.

**Отг.** $\frac{1}{6^4}$

**8.36.** Дадени са цифрите 1, 2, 3, 4 и 5. Случайно е съставено трицифрено число.
а) По колко начина може да стане това, ако във всяко число цифрите не се повтарят;
б). Каква е вероятността цифрите, които го образуват, да са във възходящ ред;
в) Да се пресметне вероятността полученото трицифрено число да бъде четно.

**Отг.** а) 120; б) $\frac{1}{12}$; в) 0,4

**8.37.** Върху картон са начертани две концентрични окръжности с радиуси, съответно $r$ и $R$, като $r<R$. Случайно попада светлинна точка. Да се намери вероятността тя да не е попаднала върху малкия кръг.

**Отг.** $1-\left(\frac{r}{R}\right)^2$

**8.38.** В кръг с радиус $R$ произволно е попаднала точка. Да се намери вероятността, точката да е вътре във вписания в триъгълника:
а) квадрат;
б) равностранен триъгълник.

**Отг.** а) $\frac{2}{\pi}$; б) $\frac{3\sqrt{3}}{4\pi}$

**8.39.** Предполага се, че всички стойности на $|p| \le 1$ и $|q| \le 1$ са равновероятни. Да се определи вероятността корените на уравнението $x^2+px+q=0$ да са:
а) реални числа;

б) и двата положителни числа.

**Отг.** а) $\frac{13}{24}$; б) $\frac{1}{48}$

**8.40.** Жилищна сграда има девет етажа.В асансьора на първия етаж се качват пет човека. Всеки от тях слиза на произволен етаж с равна вероятност, започвайки от втория. Да се намери вероятността всички хора да слязат:
а) на един и същи етаж;
б) на шестия етаж;
в) на различни етажи.

**Отг.** а) $\frac{1}{8^4}$; б) $\frac{1}{8^5}$; в) $\frac{105}{512}$

**8.41.** В 25 изпитни билети са включени по два въпроса, които не се повтарят. Един студент може да изтегли само един билет. Определен студент знае отговорите само на 45 въпроса. Да се намери вероятността този студент да изтегли билет с въпроси, чиито отговори знае.

**Отг.** $\frac{198}{245}$

**8.42.** В сервизно ателие са постъпили за ремонт 15 телевизора, които са подредени един до друг в редица. Шест от тях се нуждаят от обща настройка и регулиране. Сервизният техник взема първите пет телевизира от редицата. Каква е вероятността два от тях да се нуждаят от обща настройка?

**Отг.** $\frac{60}{143}$

**8.43.** В старинна игра на зарове, за да се спечели, е било неохбодимо при хвърлянето на три зара сумата от падналите се точки да надминава 10. да се пресметне вероятността за:
а) падане на 11 точки;
б) падане на 12 точки;
в) печалба.

**Отг.** а) $\frac{1}{8}$; б) $\frac{25}{216}$; в) $\frac{1}{2}$