Лекция 5

Съдържание: Класическа транспортна задача.
Методи за намиране на начален опорен план.

Основни понятия и формули

Постановката на класическата транспортна задача е следната: От производителите (складове, отправни пунктове и др.) $A_1,...,A_i,...,A_m$ с налични еднородни количества продукти, съответно $a_1,...,a_i,...,a_m$, трябва да се доставят на потребители $B_1,...,B_j,...,B_n$ с потребнности от тези количества, съответно $b_1,...,b_j,...,b_n$. Известни са транспортните разходи c_{ij} $\left(i=1,...,m;\, j=1,...,n\right)$, които се правят при пренасянето на единица продукт от производител A_i до потребител B_j .Целта е да се намери оптимален план на превозите, че да се задоволят потребностите, като се заплати минимална сума.

Ако с x_{ij} $\left(i=1,...,m;\, j=1,...,n\right)$ се означат неизвестните количества продукти, които се превозват от производител A_i до потребител B_j, то математическият модел на формулираната транспортна задача е:

(5.1) $$\min \quad F=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}c_{ij}x_{ij}$$

(5.2) $$\left| \begin{array}{l} \sum_{j=1}^{n}x_{ij}=a_i, \quad \left(i=1,...,m\right) \\ \sum_{i=1}^{m}x_{ij}=b_j, \quad \left(j=1,...,n\right) \end{array} \right.$$

(5.3) $$x_{ij}\ge 0\,,\ \left(i=1,...,m;\, j=1,...,n\right).$$

Матричният запис на модела (5.1)-(5.3) е

(5.4) $$\min \quad F=C_{1\times(m.n)}X_{(m.n)\times 1}$$

(5.5) $$A_{(m+n)\times(m.n)}X_{(m.n)\times 1}=B_{(m+n)\times 1}$$

(5.6) $$X_{(m.n)\times 1}\ge 0\,.$$

Транспортната задача е със *затворен модел*, ако е изпълнено *балансиращото условие*

(5.7) $$\sum_{i=1}^{m}a_i=\sum_{j=1}^{n}b_j\ .$$

Ако условие (5.7) не е изпълнено, то транспортната задача е с *отворен модел*.
Условието на транспортната задача и след това и решението й се представят в така наречената *разпределителна таблица* 5.1. Във всяка клетка – пресечницата на произволен ред A_i и произволен стълб B_j, има две числа, едното е стойността на превозите на единица товар, а другото е количеството на превозения товар.

Таблица 5.1.

	B_1	$\cdots$	B_n	a_i
A_1	x_{11} c_{11}	$\cdots$	x_{1n} c_{1n}	a_1
$\vdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\vdots$
A_m	x_{m1} c_{m1}	$\cdots$	x_{mn} c_{mn}	a_m
b_j	b_1	$\cdots$	b_n	$\sum_{i=1}^{m} a_i$ / $\sum_{j=1}^{n} b_j$

Теорема 5.1. Необходимо и достатъчно условие транспортната задача да има решение е да бъде изпълнено условие (5.7).

1. Ако $\sum_{i=1}^{m} a_i < \sum_{j=1}^{n} b_j$, то се въвежда фиктивен производител A_{m+1} с наличност $a_{m+1} = \sum_{j=1}^{n} b_j - \sum_{i=1}^{m} a_i$ и транспортни разходи $c_{m+1\,j} = 0, \left(j = 1,...,n \right)$.
2. Ако $\sum_{i=1}^{m} a_i > \sum_{j=1}^{n} b_j$, то се въвежда фиктивен потребител B_{n+1} с потребност $b_{n+1} = \sum_{i=1}^{m} a_i - \sum_{j=1}^{n} b_j$ и транспортни разходи $c_{i\,n+1} = 0, \left(i = 1,...,m \right)$.

Теорема 5.2. Всяка задача със затворен модел има оптимално решение.
Теорема 5.3. Рангът на матрицата $A_{(m+n)\times(m.n)}$ на (5.5) е равен на $m+n-1$.

***Свойство* 5.1**. В транспортна задача от m броя производители и n броя потребители, броят на базисните неизвестни е $m+n-1$ и броят на свободните неизвестни е $(m-1)(n-1)$.

Методи за намиране на начален опорен план

Разглеждаме два метода за намиране на начален опорен план (начално базисно решение) на транспортната задача.

1. Метод на северозападния ъгъл

В таблица 5.1. определяме клетката, която заема северозападния ъгъл и тя е $\langle 1,1 \rangle$. Запълваме клетката с $x_{11} = \min\{a_1, b_1\}$. Следват случаите:

1.1. Ако $a_1 > b_1$, то $x_{11} = b_1$ и останалите клетки от първия стълб са със свободни неизвестни, а в производител A_1 са останали за разпределяне количества $(a_1 - b_1)$. Разпределителната таблица се разглежда без първи стълб.
1.2. Ако $a_1 < b_1$, то $x_{11} = a_1$ и останалите клетки от първия ред са със свободни неизвестни, а потребител B_1 има необходимост от количество $(b_1 - a_1)$. Разпределителната таблица се разглежда без първи ред.
1.3. Ако $a_1 = b_1 = \alpha$, то $x_{11} = \alpha$ - този случай се нарича изрозен и се въвежда «*базисна нула*», т.е. една клетка от първия ред или първия стълб има базисна неизвестна с нулева стойност, а останалите клетки от първия стълб и първия ред са със свободни неизвестни. Разпределителната таблица се разглежда без първи ред и първи стълб.
Отново се търси клетката, която заема северозападния ъгъл и се разглеждат горните три случаи. Така се намират запълнените $m+n-1$ клетки ,т.е. намира се начален опорен план.
Най-отдалечен опорен план от оптималния е този, който се получава при прилагане на метода на северозападния ъгъл, но този метод е в основата на останалите други методи.

2. Метод на двупосочното предпочитане

Маркират се (например с “$*$”) клетките с минимални цени по редове и след това със същия знак се маркират клетките с минимални цени по стълбове. Клетките в табл. 5.1.най-общо се разделят на три: 1. клетки с двойна маркировка; 2. клетки с единична маркировка и 3. клетки без маркировка. Методът на северозападния ъгъл се прилага най-напред за двойномаркираните клетки и след изчерпването им се прилага към еднократно маркираните и последно за немаркираните.
Забележка 1. За първа клетка във всяка подгрупа се избира тази, която има минимални транспортни разходи.
Забележка 2. Ако в някоя от подгрупите има клетки с равни минимални транспортни разходи, за първа клетка се избира произволна от тях.

Правила за решаване на задачи

- Съставя се разпределителната таблица, като се спазва условие (5.7).
- Намира се начален опорен план по един от описаните по-горе методи и се пресмята началната стойност на целевата функция по (5.1).

Задачи и въпроси

5.1. От складове A_1, A_2 и A_3 с наличности $(100;150;70)$ към потребители B_1, B_2, B_3 и B_4 с потребности съответно $(120;50;60;90)$ се транспортират количества продукти, като цените за единица продукт от склад A_i до потребител B_j са дадени с платежната матрица $C=\begin{Vmatrix} 4 & 2 & 5 & 7 \\ 2 & 4 & 3 & 5 \\ 3 & 5 & 1 & 6 \end{Vmatrix}$. Да се намери начален опорен план на транспортната задача:

а) по метода на северозападния ъгъл;

б) по метода на двупосочното предпочитане.

Да се пресметне началната стойност на целевата функция по всеки от двата метода и да се направи сравнение между тях.

Решение: Съставяме таблица *5.2.*

Таблица 5.2.

$A_i \backslash B_j$	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	4	2	5	7	100
A_2	2	4	3	5	150
A_3	3	5	1	6	70
b_j	120	50	60	90	320 \ 320

Проверяваме дали балансиращото условие *(5.7)* е в сила:

$$\sum_{i=1}^{3} a_i = 100+150+70=320\ ,$$

$$\sum_{j=1}^{4} b_j = 120+50+60+90=320\,.$$

а) Попълваме клетка $\langle 1,1\rangle$ със стойност $x_{11}=\min\{100;120\}=100$. Клетки $\langle 1,2\rangle$, $\langle 1,3\rangle$ и $\langle 1,4\rangle$ са свободни, а на първия потребител са останали $120-100=20$ единици незадоволени потребности. Останалата таблица се състои от редове A_2 и A_3 със съответни количества $(150;70)$ и от стълбове B_1, B_2, B_3 и B_4 със съответни потребности $(20;50;60;90)$. Северозападният ъгъл на новата таблица е клетка $\langle 2,1\rangle$. В нея записваме стойност $x_{21}=\min\{150;20\}=20$. Клетка $\langle 3,1\rangle$ е свободна, а от количеството продукт на склад A_2 са останали $150-20=130$ единици. Новата таблица се състои от редове A_2 и A_3 със съответни количества $(130;70)$ и от стълбове B_2, B_3 и B_4 със съответни потребности $(50;60;90)$. Новият северозападен ъгъл е клетка $\langle 2,2\rangle$. Попълваме я с количество $x_{22}=\min\{130;50\}=50$. Клетка $\langle 3,2\rangle$ е свободна, а от количеството продукт на склад A_2 са останали $130-50=80$ единици. Останалата таблица се състои от редове A_2

и A_3 със съответни количества $(80;70)$ и от стълбове B_3 и B_4 със съответни потребности $(60;90)$. Северозападният ъгъл е клетка $\langle 2,3\rangle$. В нея записваме количество $x_{23}=\min\{80;60\}=60$. Свободна е клетка $\langle 3,3\rangle$. Новата таблица състои от редове A_2 и A_3 със съответни количества $(20;70)$ и от стълб B_4 с потребност (90). Северозападният ъгъл е е клетка $\langle 2,4\rangle$, в която записваме товар $x_{24}=\min\{20;90\}=20$. На потребител B_4 са останали $90-20=70$ единици незадоволени потребности, които се набавят от 70 единици количетво продукт в склад A_3. Така разпределителната таблица има вида *(5.3)*:

Таблица 5.3.

A_i \ B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	[4] 100	[2]	[5]	[7]	100
A_2	[2] 20	[4] 50	[3] 60	[5] 20	150
A_3	[3]	[5]	[1]	[6] 70	70
b_j	120	50	60	90	320 / 320

Броят на пълните клетки е $m+n-1=4+3-1=6$, което ни осигурява начален опорен план. Той е матрицата $X_1=\begin{Vmatrix}100 & 0 & 0 & 0\\ 20 & 50 & 60 & 20\\ 0 & 0 & 0 & 70\end{Vmatrix}$.

Стойността на целевата функция за този план е $F(X_1)=100.4+20.2+50.4+60.3+20.5+70.6=1340$.

б) Клетките с минимални транспортни разходи по редове са съответно $\langle 1,2\rangle$, $\langle 2,1\rangle$ и $\langle 3,3\rangle$. Маркираме ги със символът “$*$”. Клетките с минимални цени по стълбове са $\langle 2,1\rangle$, $\langle 1,2\rangle$, $\langle 3,3\rangle$ и $\langle 2,4\rangle$ съответно. Така *Таблица 5.2* добива вида *(5.4.)*.

Таблица 5.4.

A_i \ B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	[4]	$**$ [2]	[5]	[7]	100
A_2	$**$ [2]	[4]	[3]	$*$ [5]	150
A_3	[3]	[5]	$**$ [1]	[6]	70
b_j	120	50	60	90	320 / 320

Клетките в *Табл.5.4.* се разделиха на три групи:

- с двойна маркировка – клетки $\langle 1,2\rangle$, $\langle 2,1\rangle$ и $\langle 3,3\rangle$;
- с единична маркировка – клетка $\langle 2,4\rangle$;
- без маркировка – всички останали клетки.

От клетките в групата с двойна маркировка започваме с клетка $\langle 3,3\rangle$, тъй като тя има минимални транспортни разходи. Попълваме я с товар $x_{33}=\min\{70;60\}=60$. Клетки $\langle 1,3\rangle$ и $\langle 2,3\rangle$ са свободни, а от количеството продукция в склад A_3 са останали $70-60=10$ единици. Останалите две клетки с двойна маркировка са с равни транспортни разходи, така че избираме произволна от тях – например $\langle 1,2\rangle$. В нея записваме количество $x_{12}=\min\{100;50\}=50$. Клетки $\langle 2,2\rangle$ и $\langle 3,2\rangle$ са свободни, а в склад A_1 остават $100-50=50$ единици продукция. От първата група клетки остава само $\langle 2,1\rangle$. Попълваме я с $x_{21}=\min\{150;120\}=120$ единици товар. Свободните клетки са $\langle 1,1\rangle$ и $\langle 3,1\rangle$. В склад A_2 остават $150-120=30$ единици продукция.

Следват клетките с единична маркировка. В нашия случай тя е единствена - $\langle 2,4\rangle$. В нея записваме количество $x_{24}=\min\{30;90\}=30$ единици товар.

От клетките в групата без маркировка започваме с $\langle 3,4\rangle$, тъй като тя има най-малки транспортни разходи. Попълваме я с товар $x_{34}=\min\{10;60\}=10$ единици. На потребител B_4 са останали $60-10=50$ незадоволени потребности, които се набавят от склад A_1 и се нанасят в последната останала клетка - $\langle 1,4\rangle$. Разпределителната таблица има вида *(5.5.)*

Таблица 5.5.

$A_i \backslash B_j$	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	$\boxed{4}$	$\ast\ast$ $\boxed{2}$ 50	$\boxed{5}$	$\boxed{7}$ 50	100
A_2	$\ast\ast$ $\boxed{2}$ 120	$\boxed{4}$	$\boxed{3}$	$\ast$ $\boxed{5}$ 30	150
A_3	$\boxed{3}$	$\boxed{5}$	$\ast\ast$ $\boxed{1}$ 60	$\boxed{6}$ 10	70
b_j	120	50	60	90	320 \ 320

Броят на пълните клетки е $m+n-1=4+3-1=6$, което ни осигурява начален опорен план. Той е матрицата $X_2 = \begin{Vmatrix} 0 & 50 & 0 & 50 \\ 120 & 0 & 0 & 30 \\ 0 & 0 & 60 & 10 \end{Vmatrix}$.

Стойността на целевата функция за този план е $F(X_2) = 50.2 + 50.7 + 120.2 + 30.5 + 60.1 + 10.6 = 960$.

При сравняване на началните стойности на целевите функции, получени по двата метода имаме $F(X_1) = 1340$, $F(X_2) = 960$ и $F(X_1) > F(X_2)$. Наистина, опорният план, получен при прилагане на метода на северозападния ъгъл е по-отдалечен от оптималния в сравнение с този, получен по метода на двупосочното предпочитане.

5.2. Да се пресметне началната стойност на целевата функция по метода на двупосочното предпочитане за следната транспортна задача с разпределителна таблица *5.6.*

Таблица 5.6.

A_i \ B_j	B_1	B_2	B_3	a_i
A_1	2	4	6	90
A_2	1	3	7	100
A_3	4	8	13	140
b_j	110	100	80	

Решение: Проверяваме дали е в сила балансиращото условие *(5.7)*. Сумираме:

$$\sum_{i=1}^{3} a_i = 90 + 100 + 140 = 330,$$

$$\sum_{j=1}^{3} b_j = 110 + 100 + 80 = 290.$$

За да изравним двете суми, трябва да въведем фиктивен потребител B_4 с 40 единици потребност, при нулеви транспортни разходи. Новата разпределителната таблица има вида *5.7.*

Таблица 5.7.

B_j / A_i	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	2	4	6	0	90
A_2	1	3	7	0	100
A_3	4	8	13	0	140
b_j	110	100	80	40	330 / 330

Маркираме с “$*$” клетките с минимални транспортни разходи по редове. Те са съответно $\langle 1,4\rangle$, $\langle 2,4\rangle$ и $\langle 3,4\rangle$. По стълбове те са $\langle 2,1\rangle$ в първия, $\langle 2,2\rangle$ - във втория, $\langle 1,3\rangle$ - в третия и $\langle 1,4\rangle$, $\langle 2,4\rangle$ и $\langle 3,4\rangle$ - в четвъртия стълб. Получаваме *табл. 5.8.*

Таблица 5.8.

B_j / A_i	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	2	4	$*$ 6	$**$ 0	90
A_2	$*$ 1	$*$ 3	7	$**$ 0	100
A_3	4	8	13	$**$ 0	140
b_j	110	100	80	40	330 / 330

Групираме клетките:

- с двойна маркировка – клетки $\langle 1,4\rangle$, $\langle 2,4\rangle$ и $\langle 3,4\rangle$;
- с единична маркировка – клетки $\langle 1,2\rangle$, $\langle 2,2\rangle$ и $\langle 1,3\rangle$;
- без маркировка – всички останали клетки.

Разпределяме товарите, започвайки от произволна клетка с двойна маркировка (например $\langle 1,4\rangle$), тъй като всички клетки в тази група имат еднакви транспортни разходи. След тази стъпка всички останали клетки с двойна маркировка стават свободни и трябва да преминем към групата с единична. Започваме с $\langle 2,1\rangle$, която има минимални транспортни разходи, а след това попълваме клетка $\langle 1,3\rangle$.

Продължаваме, следвайки правилата, с клетките, които не са маркирани. Първата от тях е $\langle 3,1\rangle$. Последователно попълваме останалите клетки и получаваме *табл. 5.9.*

Таблица 5.9.

$A_i \backslash B_j$	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	$\boxed{2}$	$\boxed{4}$	$*$ 50 $\boxed{6}$	$**$ 40 $\boxed{0}$	90
A_2	$*$ 100 $\boxed{1}$	$*$ $\boxed{3}$	$\boxed{7}$	$**$ $\boxed{0}$	100
A_3	10 $\boxed{4}$	100 $\boxed{8}$	30 $\boxed{13}$	$**$ $\boxed{0}$	140
b_j	110	100	80	40	330 / 330

Броят на пълните клетки е $m+n-1=4+3-1=6$. Началният опорен план на дадената транспортна задача е матрицата $X_0 = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 50 & 40 \\ 100 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & 100 & 30 & 0 \end{Vmatrix}$.

Стойността на целевата функция за този план е $F\left(X_0\right)=50.6+40.0+100.1+10.4+100.8+30.13=1630$.

5.3. Да се пресметне началната стойност на целевата функция по метода на северозападния ъгъл за транспортната задача с разпределителна таблица *5.6.*

5.4. Да се пресметне началната стойност на целевата функция по метода на двупосочното предпочитане за транспортната задача с разпределителна таблица *5.10.*

Таблица 5.10.

$A_i \backslash B_j$	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	$\boxed{4}$	$\boxed{7}$	$\boxed{9}$	$\boxed{2}$	110
A_2	$\boxed{15}$	$\boxed{6}$	$\boxed{8}$	$\boxed{1}$	200
A_3	$\boxed{4}$	$\boxed{5}$	$\boxed{2}$	$\boxed{11}$	320
b_j	100	250	150	170	

при условие, че връзката между склад A_2 и потребител B_3 е блокирана и потребител B_2 трябва да задоволи потребностите си напълно.

Решение: Проверяваме дали е в сила балансиращото условие *(5.7)*. Сумираме:

$$\sum_{i=1}^{3} a_i = 110+200+320=630,$$

$$\sum_{j=1}^{4} b_j = 100 + 250 + 150 + 170 = 670 .$$

За да балансираме задачата, трябва да се въведе фиктивен склад A_4 с 40 единици продукция и нулеви транспортни разходи. Получаваме *табл. 5.11.*

Таблица 5.11.

A_i \ B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	4	7	9	2	110
A_2	15	6	8	1	200
A_3	4	5	2	11	320
A_4	0	0	0	0	40
b_j	100	250	150	170	670 / 670

Получихме транспортна задача от затворен тип, но сега трябва да осигурим потребител B_2 да задоволи потребностите си изцяло. За целта определяме в клетка $\langle 4,2 \rangle$ транспортни разходи, които са много големи, така че този потребител да не може да получава продукция от фиктивния склад A_4 и продукцията му да бъде доставяна само от реалните производители A_1, A_2 и A_3. Така цената между A_4 и B_2 става $c_{42} = M$, където $M >> 0$. По същия начин се блокра връзката между склад A_2 и потребител B_3, като $c_{23} = M$, $M >> 0$.

По правилата на метода на двупосочното предпочитане определяме трите групи клетки:

- с двойна маркировка – клетки $\langle 4,1 \rangle$, $\langle 4,3 \rangle$ и $\langle 4,4 \rangle$;
- с единична маркировка – клетки $\langle 1,4 \rangle$, $\langle 2,4 \rangle$, $\langle 3,2 \rangle$ и $\langle 3,3 \rangle$;
- без маркировка – всички останали клетки.

Разпределяме товарите и получаваме разпределителната таблица която има вида *5.12.*

Таблица 5.12.

$A_i \backslash B_j$	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	4 60	7 50	9	2	110
A_2	15	6 30	M	1 170	200
A_3	4	5 170	2 150	11	320
A_4	0 40	M	0	0	40
b_j	100	250	150	170	670 670

Броят на пълните клетки е $m+n-1=4+4-1=7$. Началният опорен план на дадената транспортна задача е матрицата $X_0=\begin{Vmatrix}60 & 50 & 0 & 0\\ 0 & 30 & 0 & 170\\ 0 & 170 & 150 & 0\\ 40 & 0 & 0 & 0\end{Vmatrix}$.

Стойността на целевата функция за този план е $F\left(X_0\right)=60.4+50.7+30.6+170.1+170.5+150.2+40.0=2090$.

5.5. Да се реши задача **5.4.** по метода на северозападния ъгъл.

Отг.: $F\left(X_0\right)=3600$

5.6. Да се пресметне началната стойност на целевата функция по метода на северозападния ъгъл за транспортната задача с разпределителна таблица *5.13* при условие, че склад A_1 бъде напълно освободен от продукцията си и връзката между склад A_2 и потребител B_2 е невъзможна.

Таблица 5.13.

$A_i \backslash B_j$	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	4	7	9	3	150
A_2	12	8	8	2	250
A_3	1	7	2	10	320
b_j	120	250	150	170	

Решение: Сумираме, за да проверявим дали е в сила балансиращото условие *(5.7)*.

$$\sum_{i=1}^{3} a_i = 150 + 250 + 320 = 720\,,$$

$$\sum_{j=1}^{4} b_j = 120 + 250 + 150 + 170 = 690\,.$$

За да балансираме задачата, трябва да се въведе фиктивен потребител B_5 с 30 единици количество потребност и нулеви транспортни разходи. Получаваме *табл. 5.14.*

Таблица 5.14.

$A_i \backslash B_j$	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	4	7	9	3	0	150
A_2	12	8	8	2	0	250
A_3	1	7	2	10	0	320
b_j	120	250	150	170	30	720 / 720

За да се освободи склад A_1 от продукцията си, то той трябва да я доставя само на реални потребители, затова връзката между него и фиктивния потребител B_5 трябва да бъде забранена като се постави транспортен разход $c_{15} = M$, където $M >> 0$. Блокираме и връзката между склад A_2 и потребител B_2 по същия начин и $c_{22} = M$, $M >> 0$.

Следвайки правилата на метода на северозападния ъгъл получваме следната разпределителна таблица – *табл.5.15.*

Таблица 5.15.

$A_i \backslash B_j$	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	4 120	7 30	9	3	M	150
A_2	12	M 220	8 30	2	0	250
A_3	1	7	2 120	10 170	0 30	320
b_j	120	250	150	170	30	720 / 720

Броят на пълните клетки е $m+n-1=5+3-1=7$. Началният опорен план на дадената транспортна задача е матрицата $X_0=\begin{Vmatrix} 120 & 30 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 220 & 30 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 120 & 170 & 30 \end{Vmatrix}$.

Стойността на целевата функция за този план е $F(X_0)=120.4+30.7+220.M+30.8+120.2+170.10+30.0=2870+220.M$, където $M>>0$.

5.7. Да се реши задача **5.6.** по метода на двупосочното предпочитане.

Отг.: $F(X_0)=2170+50.M$

За следните транспортни задачи да се намери начален опорен план:
а) по метода на северозападния ъгъл;
б) по метода на двупосочното предпочитане.
Да се пресметне началната стойност на целевата функция по всеки от двата метода и да се направи сравнение между тях. Съответните разпределителни таблици са:

5.8.

Таблица 5.16.

$A_i \backslash B_j$	B_1	B_2	B_3	a_i
A_1	1	3	4	12
A_2	2	5	3	8
A_3	6	7	5	10
b_j	6	9	15	

Отг.: *а)* $F(X_0)=104$

б) $F(X_0)=104$

5.9.

Таблица 5.17.

$A_i \backslash B_j$	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	6	2	3	1	30
A_2	5	11	4	2	50
A_3	1	8	6	1	50
b_j	20	40	60	10	

Отг.: *а)* $F\left(X_0\right)=1000$

б) $F\left(X_0\right)=430$

5.10.

Таблица 5.18.

$A_i \backslash B_j$	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	1	2	2	3	11
A_2	4	5	6	11	11
A_3	5	7	9	12	11
A_4	10	8	12	13	11
b_j	17	7	10	8	

Отг.: *а)* $F\left(X_0\right)=291$

б) $F\left(X_0\right)=280$

5.11.

Таблица 5.19.

$A_i \backslash B_j$	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	26	20	15	14	40
A_2	17	12	22	16	30
A_3	22	14	12	30	50
b_j	32	25	35	28	

Отг.: *а)* $F\left(X_0\right)=2586$

б) $F\left(X_0\right)=1939$

5.12. *Таблица 5.20.*

B_j / A_i	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	5	8	10	4	250
A_2	13	9	9	3	350
A_3	2	8	3	11	420
b_j	220	350	250	380	

Отг.: *а)* $F\left(X_0\right)=7350$

б) $F\left(X_0\right)=4050$

5.13. *Таблица 5.21.*

B_j / A_i	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	6	9	11	4	30
A_2	12	8	10	3	60
A_3	6	7	4	13	120
b_j	80	25	15	70	

Отг.: *а)* $F\left(X_0\right)=1935$

б) $F\left(X_0\right)=1025$

5.14. От складове A_1, A_2 и A_3 с наличности $(150;250;320)$ към потребители B_1, B_2, B_3 и B_4 с потребности съответно $(120;250;150;270)$ се транспортират количества продукти, като цените за единица продукт от склад A_i до потребител B_j са дадени с платежната матрица $C=\begin{Vmatrix} 5 & 6 & 10 & 4 \\ 13 & 9 & 9 & 3 \\ 2 & 8 & 3 & 11 \end{Vmatrix}$. Да се намери начален опорен план на транспортната задача по метода на северозападния ъгъл при условие, че склад A_3 бъде напълно освободен от продукцията си. За намереният опорен план да се пресметне началната стойност на целевата функция.

Отг.: $F\left(X_0\right)=1935$