

25 въпрос. Вълни. Елементи на вълната. Уравнение на линейна вълна. Вълново уравнение.

В природата не съществува напълно изолирано трептящо тяло. Телата се намират в някаква среда и трептенията на тялото се предават на частиците на средата. В следствие на взаимодействието между частиците на средата трептенията се предават от частица на частица с крайна скорост.

По определение предаването на трептенията от частица на частица в дадена среда се нарича *механичен вълнов процес или механична вълна*. Или казано с други думи в средата се разпространява механична вълна.

Характерно за механичния вълнов процес е, че всяка от частиците на средата трепти около своето равновесно положение. Взаимодействайки с друга частица, тя ѝ предава движението и следователно има пренос на енергия. Всяка частица, до която достига разпространяващия се вълнов процес, получава енергия и започва да трепти. Тя предава енергия на съседната ѝ частица и т.н. По такъв начин енергията на трептене се предава от частица на частица, т.е. от точка на точка в средата.

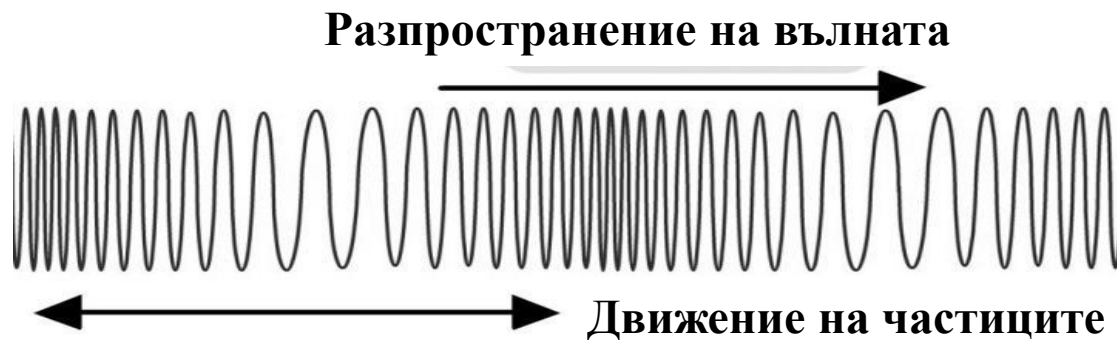
В зависимост от природата на трептящата система освен **механични вълни** се класифицират и **електромагнитни вълни (ЕМ вълни)**. ЕМ вълна се нарича разпространението на периодичните изменения на интензитетите на електричното и магнитното полета в пространството.

В зависимост от размерността на средата, в която се разпространяват вълните, различаваме едномерна, двумерна и тримерна вълна.

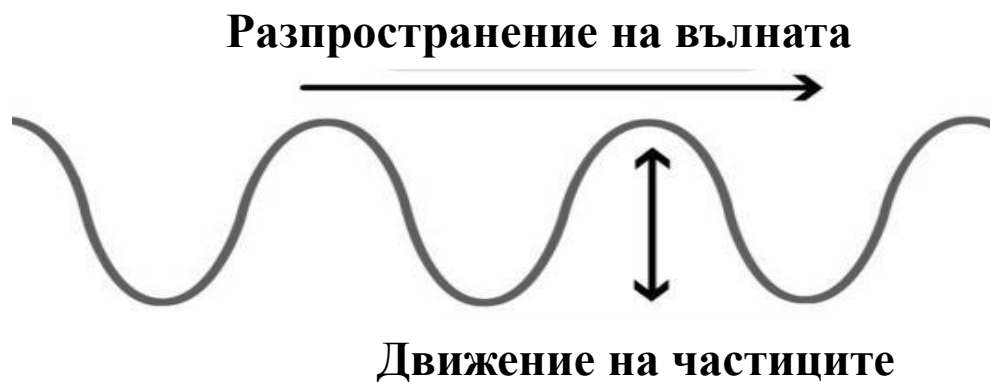
- **Едномерна (линейна) вълна** се нарича вълнов процес, който се разпространява по една линия. Пример за такава вълна е разпространението на трептения по струна, пръчка, шнур и др.
- **Двумерна (повърхностна) вълна** се нарича вълнов процес, който се разпространява по дадена повърхност. Пример за такава вълна са вълните в течности.
- **Тримерна (обемна) вълна** се нарича вълнов процес, който се разпространява в обема на дадено тяло. Пример за такава вълна са акустичните вълни (звукът).

В зависимост от това какво е направлението на трептене на частиците на средата и направлението, в което се разпространява вълната, вълните се разделят на надлъжни и напречни.

Вълна, при която направлението на трептене на частиците съвпада с направлението на разпространение на вълната, се нарича **надлъжна вълна**.



Вълна, при която направлението на трептене на частиците е перпендикулярно на направлението на разпространение на вълната, се нарича **напречна вълна**.



Характерът на вълната – напречна или надлъжна, зависи от свойствата на средата. В газовете могат да се разпространяват само надлъжни вълни. В твърдите тела са възможни както надлъжни, така и напречни вълни. В обема на течностите могат да се разпространяват само надлъжни вълни, а по повърхността им се образуват напречни вълни. Следователно надлъжните вълни могат да се разпространяват в среда, в която възникват обемни деформации на свиване и разтягане, т.е. в газове, в течности и в твърди тела.

Важна роля във физиката имат вълните, при които точките на средата трептят хармонично. Такива вълни се наричат **хармонични вълни**.

Уравнението на хармонична едномерна (линейна) вълна, която се разпространява по оста ОХ със скорост v , има вида

$$y = A \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) \right]$$

където A е амплитудата на вълната, т.е. най-голямото отклонение на трептящите частици от равновесното им положение, ω е кръговата честота на вълната, изразът $\omega \left(t - \frac{x}{v} \right)$ е фазата на вълната.

Понеже синусът е периодична функция, ще има точки, които трептят с еднакви фази. Такива са точките, за които аргументът на синуса се различава с цяло число 2π . Координатата x_2 на най-близката точка до точката x_1 , която трепти със същата фаза се получава от условието

$$\omega \left(t - \frac{x_1}{v} \right) - \omega \left(t - \frac{x_2}{v} \right) = 2\pi$$

т.е.

$$x_2 - x_1 = \frac{2\pi}{\omega} v$$

Разстоянието $x_2 - x_1$ между две най-близки точки от хармоничната вълна, които трептят с еднакви фази, се нарича **дължина на хармоничната вълна** и се бележи с гръцката буква λ .

Или

$$\lambda = \frac{2\pi}{\omega} v$$

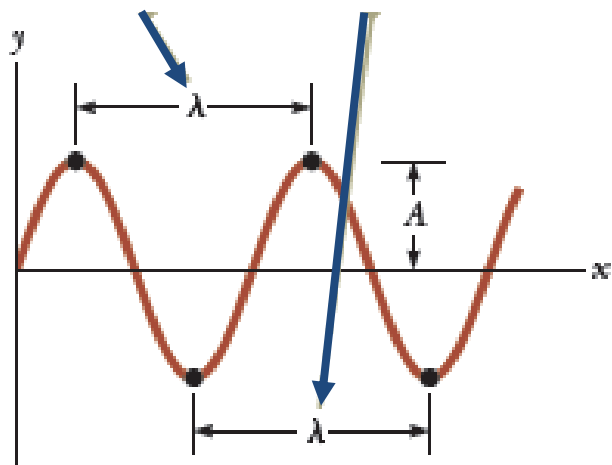
Но $\frac{2\pi}{\omega} = T$ (периода на хармоничното трептене на всяка точка).

Следователно

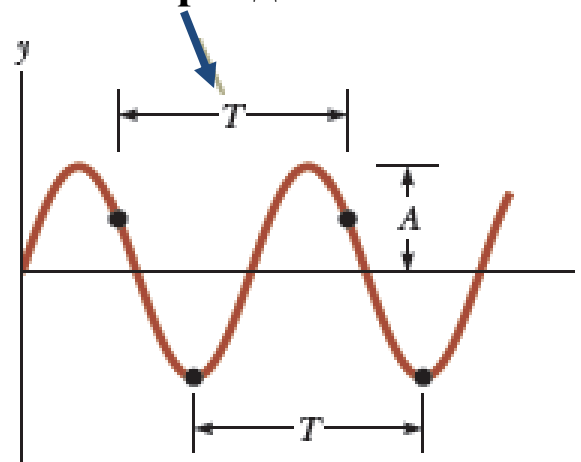
$$\lambda = vT$$

Това равенство показва, че дължината на вълната може да се определи и като разстоянието, на което се разпространяват трептенията за време, равно на един период.

Дължина на вълната



Период на вълната



Знаем, че периода $T = \frac{1}{f}$, където f е честотата на вълната. Следователно

$$v = \lambda f$$

Ще отбележим, че периодът и честотата не зависят от средата, в която се разпространява вълната. Те се определят само от източника на трептене. Обратно, скоростта на разпространение на вълната не зависи от източника, а зависи единствено от еластичните свойства на средата. Дължината на вълната зависи както от източника, така и от свойствата на средата.

Уравнението на хармоничната линейна вълна ($y = A \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) \right]$) може да се запише във вида

$$y = A \sin \left(\omega t - \omega \frac{x}{v} \right) = A \sin \left(\omega t - \frac{2\pi x}{T v} \right) = A \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \right)$$
$$y = A \sin(\omega t - kx)$$

Величината $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ се нарича **вълново число**.

Уравнението

$$y = A \sin(\omega t - kx)$$

ни показва, че кръговата честота ω характеризира бързината, с която се изменя фазата в дадена точка от пространството с течение на времето, а вълновото число k характеризира бързината, с която се променя фазата в даден момент при преместване в пространството.

Пример 1: Уравнението на линейна вълна е $y = 0,5 \sin(\pi t - 3\pi x)$. На колко е равна дължината на вълната?

Дадено: $A = 0,5 \text{ m}$, $\omega = \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, $k = 3\pi \text{ m}^{-1}$

$\lambda = ?$

Решение: $y = A \sin(\omega t - kx)$
 $y = 0,5 \sin(\pi t - 3\pi x)$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{3\pi} = \frac{2}{3} \approx 0,66 \text{ m}$$

Пример 2: Честотата на трептенията на звукова вълна е 680 s^{-1} . Намерете фазовата разлика между две точки, отстоящи една от друга на разстояние 25 cm. Скоростта на звука във въздух е 340 m/s.

Дадено: $f = 680 \text{ s}^{-1}$, $l = 25 \text{ cm} = 0,25 \text{ m}$, $v = 340 \text{ m/s}$

$$\Delta\Phi = ?$$

Решение: Ще използваме уравнението на вълната, записано във вида

$$y = A \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) \right] = A \sin \left[2\pi f \left(t - \frac{x}{v} \right) \right]$$

Разликата във фазите на вълната на две точки x и $x + l$ в даден момент от време t се дава чрез

$$\Delta\Phi = 2\pi f \left(t - \frac{x}{v} \right) - 2\pi f \left(t - \frac{x + l}{v} \right) = 2\pi f \times \frac{l}{v} = 2\pi \times 680 \times \frac{0,25}{340} = \pi \text{ rad}$$