15 въпрос. Кондензатор. Капацитет.
Енергия на зареден кондензатор.

Величината ***електричен капацитет*** (или само ***капацитет***) се въвежда за „изолиран“ (отдалечен) проводник, т.е. проводник, отдалечен от другите проводници и заряди на разстояние много по-голямо от неговите линейни размери.

По определение капацитетът на такъв проводник е равен на отношението на заряда q на проводника към потенциала φ, създаван от този заряд

$$C = \frac{q}{\varphi}$$

В системата СИ единицата за капацитет е фарад [F].

Капацитетът характеризира зависимостта на потенциала на наелектризирания проводник от неговите размери, форма и обкръжаващата го среда. Ще отбележим, че капацитетът на отдалечения проводник е много малка. Например капацитетът на планетата Земя е $C \approx 700$ µF.

В практиката често е необходимо да се натрупват големи заряди при относително малки потенциали. Това може да стане като към отдалечения проводник се приближават други заредени тела. В този случай капацитетът на проводника нараства. На това свойство са базирани кондензаторите.

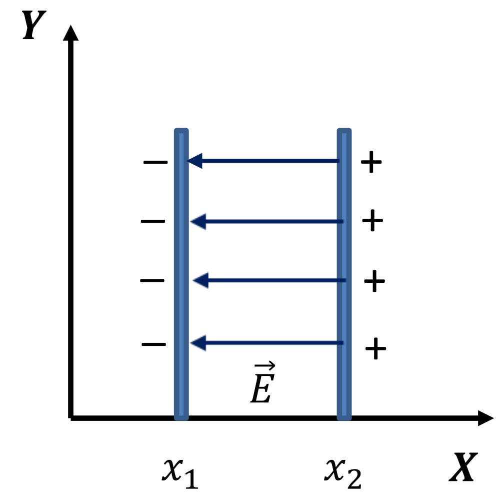
По определение ***кондензатор*** се нарича съвкупност от два проводника, между които съществува електрично поле и всички електрични силови линии, излизащи от единия проводник, завършват върху другия. Обикновено проводниците, образуващи кондензатора се наричат плочи на кондензатора.

Опита показва, че потенциалната разлика $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ между плочите на кондензатора зависи линейно от големината q на заряда им.

Капацитетът на кондензатора се дава чрез

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{q}{\varphi_2 - \varphi_1}$$

Като пример ще изведем формулата за капацитет на плосък кондензатор. В този случай плочите на кондензатора са две метални пластинки, заредени с разноименни заряди с големина q, успоредни една на друга. Разстоянието между тях $a = x_2 - x_1$ е много по-малко от техните линейни размери, което ни позволява да приемем, че електричното поле между плочите на кондензатора е хомогенно ($\vec{E} = \text{const}$). От чертежа се вижда, че избраната положителна посока на оста X е в посока противоположна на вектора на интензитета $\vec{E}$. Потенциалната разлика между плочите на плоския кондензатор е



$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\int_{x_1}^{x_2} \vec{E}.d\vec{x} = \int_{x_1}^{x_2} E dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{q dx}{\varepsilon_0 \varepsilon_r S} = \frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon_r S} \int_{x_1}^{x_2} dx =$$

$$= \frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}(x_2 - x_1) = \frac{qa}{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}$$

Като заместим $\varphi_2 - \varphi_1$ в израза за капацитета на кондензатора, получаваме

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{q}{\varphi_2 - \varphi_1} = \frac{q \varepsilon_0 \varepsilon_r S}{qa} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{a}$$

Основно свойство на заредения кондензатор е, че между плочите му е акумулирана електрична енергия. Тази енергия е равна на работата, извършена за зареждане на кондензатора и не зависи от начина на зареждането му.

Може да се покаже, че акумулираната в кондензатора енергия се дава чрез

$$W = \frac{C(\varphi_2 - \varphi_1)^2}{2} = \frac{C(\Delta\varphi)^2}{2}$$

За примера с плосък кондензатор енергията е

$$W = \frac{C(\Delta\varphi)^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{a} \frac{(\Delta\varphi)^2}{2}$$

Но $\Delta\varphi = Ea$ и следователно

$$W = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{a} \frac{E^2 a^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r E^2 V}{2}$$

където $V = Sa$ е обемът на пространството между плочите на кондензатора, т.е. обемът, в който е ограничено електричното поле.

По определение отношението

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r E^2}{2}$$

се нарича плътност на енергията на кондензатора, т.е. енергията на електричното поле на кондензатора в единица обем.

В израза за плътността на енергията не участват величини, характеризиращи свойствата на кондензатора. Следователно този израз определя плътността на енергията на произволно електрично поле.

Пример 1: Капацитетът на един кондензатор е 300 pF, а капацитетът на втори кондензатор е 1,5 μF. На колко е равно отношението на зарядите Q_2/Q_1, с които са заредени кондензаторите, при тяхното включване към един и същ източник на постоянно напрежение?

Дадено: $C_1 = 300$ pF $= 300 \times 10^{-12}$ F , $C_2 = 1{,}5$ μF $= 1{,}5 \times 10^{-6}$ F

$\dfrac{Q_2}{Q_1} = ?$

Решение: $C_1 = \dfrac{Q_1}{\Delta\varphi} = \dfrac{Q_1}{U}$ $\qquad$ $C_2 = \dfrac{Q_2}{\Delta\varphi} = \dfrac{Q_2}{U}$

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{C_2 U}{C_1 U} = \frac{C_2}{C_1} = \frac{1{,}5 \times 10^{-6}}{300 \times 10^{-12}} = 5 \times 10^3$$

Следователно заряда Q_2 е 5000 пъти по-голям от заряда Q_1.

Пример 2: В пространството между плочите на плосък въздушен кондензатор се поставя твърд диелектрик, при което напрежението между плочите на кондензатора се изменя от 320 V до 40 V. На колко е равна диелектричната проницаемост на диелектрика?

Дадено: $U_1 = 320\ \mathrm{V}$, $U_2 = 40\ \mathrm{V}$

$\varepsilon_r = ?$

Решение: $C_1 = \dfrac{\varepsilon_0 S_1}{d_1} = \dfrac{Q_1}{U_1}$ $\qquad C_2 = \dfrac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S_1}{d_1} = \dfrac{Q_1}{U_2}$

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{\dfrac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S_1}{d_1}}{\dfrac{\varepsilon_0 S_1}{d_1}} = \varepsilon_r$$

От друга страна $\dfrac{C_2}{C_1} = \dfrac{\dfrac{Q_1}{U_2}}{\dfrac{Q_1}{U_1}} = \dfrac{U_1}{U_2} = \dfrac{320}{40} = 8 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_r = 8$