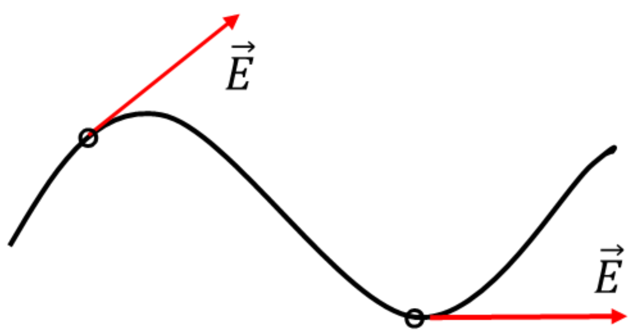
13 въпрос. Поток на вектора на интензитета на електричното поле. Теорема на Гаус.

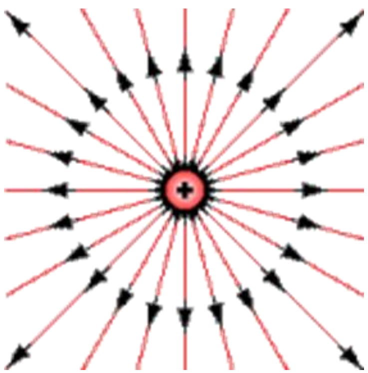
Електричното поле може да се изобрази графично чрез линиите на вектора на интензитета на полето, наречени още електрични силови линии.

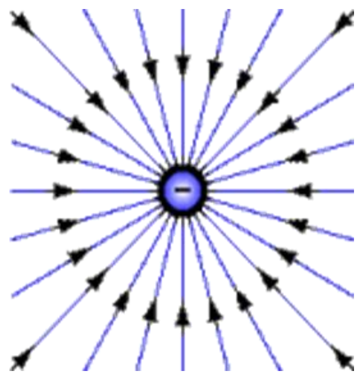
По определение ***електрична силова линия*** е такава линия, допирателните към която съвпадат във всяка точка с посоката на вектора на интензитета $\vec{E}$ на електричното поле в тази точка.

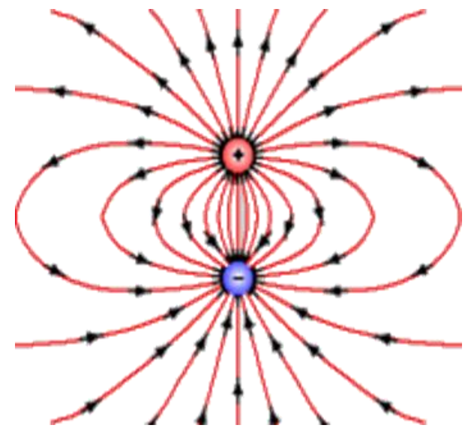


Електричните силови линии започват от положителните и завършват върху отрицателните заряди.

Като примери са показани електричните силови линии на положителен точков заряд, отрицателен точков заряд и електричен дипол.

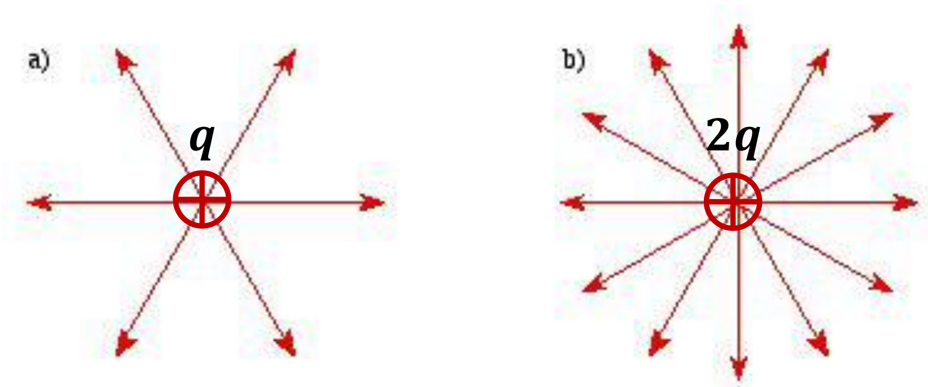




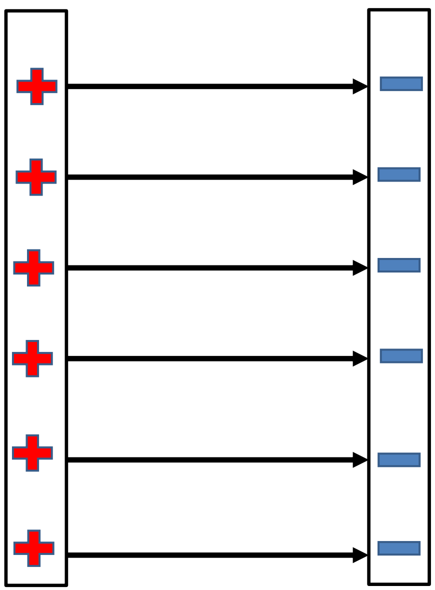


От определението за електрични силови линии следва, че те характеризират посоката на вектора на интензитета $\vec{E}$ във всяка точка на полето. За да можем с тяхна помощ да характеризираме и големината на $\vec{E}$ в дадена точка от пространството можем да постъпим по два начина:

1) Тъй като през всяка точка от пространството може да се прекара силова линия, на практика се чертаят само някои от тях. Следователно можем да чертаем силовите линии така, че броят на силовите линии, които пробождат единица площ, поставена перпендикулярно на вектора на интензитета $\vec{E}$ на полето в даденото място, да бъде пропорционален на големината на интензитета, т.е. поле с по-голям интензитет се чертае с по-гъсти силови линии.



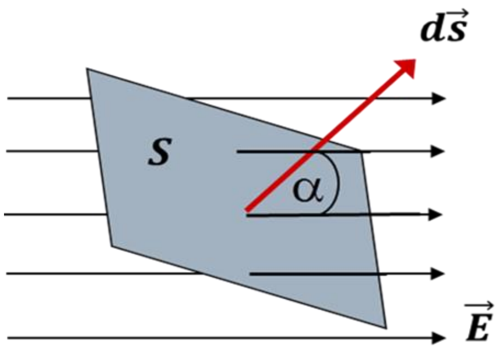
На фигурата са показани електричните силови линии между две успоредни разноименно заредени повърхнини. Вижда се, че те са успоредни и разположени на равно разстояние една от друга. Следователно интензитетът $\vec{E}$ на електростатичното поле между тези повърхнини има една и съща големина във всички точки. Такова поле се нарича ***хомогенно електростатично поле***.



2) От физична гледна точка по-точен начин за характеризиране на големината на вектора на интензитета на електростатичното поле е като се въведе величината ***поток*** $\boldsymbol{\Phi_E}$ ***на вектора на интензитета*** $\vec{E}$ на електростатичното поле през произволна площ S.

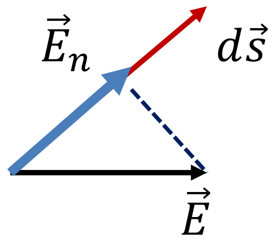
По определение

$$\Phi_E = \int_S \vec{E}.d\vec{s}$$



където $d\vec{s}$ е вектор, насочен по посока на положителната нормала към площта S и има безкрайно малка големина с размерност на площ.

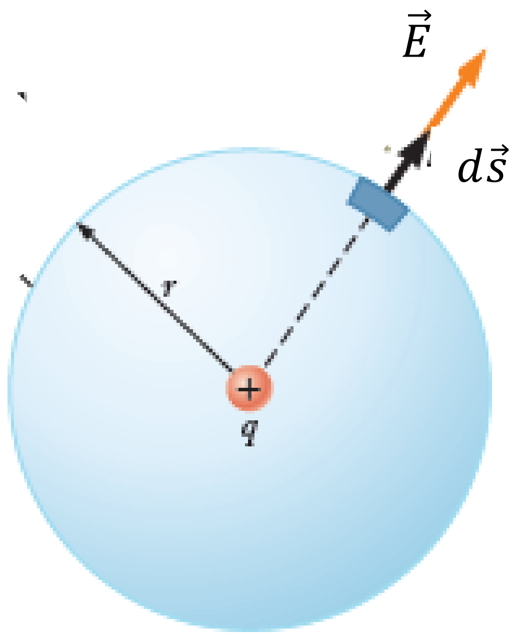
Но $\vec{E}.d\vec{s} = Eds\cos\alpha = E_n ds$, където α е ъгъла между векторите $\vec{E}$ и $d\vec{s}$, и E_n е проекцията на вектора $\vec{E}$ по направление на нормалата. Следователно потокът Φ_E на вектора на интензитета на полето през дадена площ S е пропорционален на броя на силовите линии, пробождащи тази площ перпендикулярно.



В много случаи е полезно да определяме потока Φ_E на вектора на интензитета на електростатичното поле през затворена повърхност, т.е. през повърхност, ограничаваща затворен обем (например футболна топка). В този случай Φ_E през затворената повърхност се записва във вида

$$\Phi_E = \oint \vec{E}.d\vec{s} = \oint Eds\cos\alpha$$

В случая на затворена повърхност ще приемем, че ако ъгълът α между векторите $\vec{E}$ и $d\vec{s}$ е $\alpha < 90^0$ $(\cos\alpha > 0)$, $\Phi_E > 0$ и ще казваме, че потока на вектора на интензитета излиза от затворената повърхнина. Ако $\alpha > 90^0$ $(\cos\alpha < 0)$, то $\Phi_E < 0$ и потокът влиза в площта.



Теоремата на Гаус дава връзката между потока Φ_E на вектора на интензитета на електростатичното поле през затворена повърхност и сумарния заряд Q, разположен вътре в тази повърхност

$$\Phi_E = \oint \vec{E}.d\vec{s} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

В този израз под сумарен заряд Q ще разбираме алгебричната сума на електричните заряди, обхванати от затворената повърхност

$$Q = \sum_{i=1}^{N} q_i$$

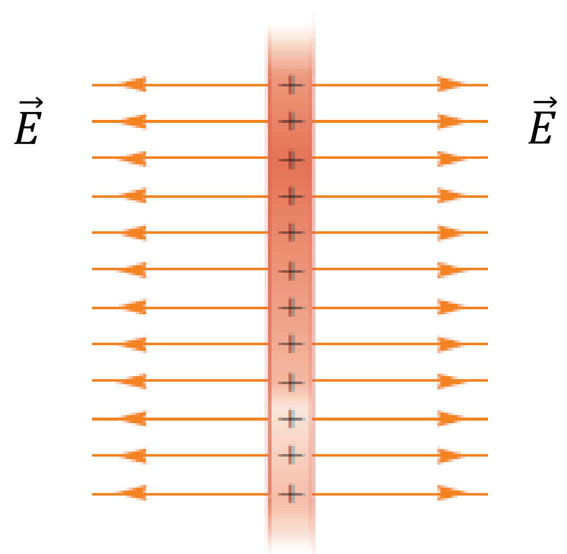
Пример 1: Безкрайна равнина е равномерно заредена с положителен заряд с повърхностна плътност σ. Да се определи интензитета на електростатичното поле, създавано от тази равнина.

Решение: Повърхностната плътност на заряда (или заряда на единица площ от заредената равнина) се определя чрез израза

$$\sigma = \frac{q}{S}$$

където q е заряда, разположен върху площ с големина S.

Поради това, че равнината е безкрайна и равномерно заредена, интензитетът на полето $\vec{E}$ е перпендикулярен на равнината и има една и съща големина.



Като затворена повърхнина ще изберем цилиндър, обхващащ част от заредената равнина и чиято ос е перпендикулярна на равнината. Съгласно теоремата на Гаус

$$\Phi_E = \oint \vec{E}.d\vec{s} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Но потокът на вектора на интензитета на полето през околната повърхнина на цилиндъра е равен на нула, защото за нея ъгълът α между $\vec{E}$ и нормалата към околната повърхнина $d\vec{s}_{\text{околна}}$ на цилиндъра е 90^0 и $\cos 90^0 = 0$. Различен от нула е само потокът на вектора на интензитета на полето през двете основи на цилиндъра. За тях $\alpha = 0^0$ $(\cos\alpha = \cos 0^0 = 1)$ и следователно

$$\oint \vec{E}.d\vec{s} = 2\int \vec{E}.d\vec{s}_{\text{основа}} = 2\int E.ds_{\text{основа}}.\cos\alpha = 2E\int ds_{\text{основа}} = 2ES$$

където S е площта на основата на цилиндъра.

Следователно

$$2ES = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0}$$

или

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$