Лекция 12
Тема: Начална статистическа обработка на данни

Основни понятия и формули

Статистическа съвкупност е множеството от еднородни предмети или явления, обединени по общ признак.
Генерална съвкупност (*популация*) е статистическа съвкупност, за която се изучава разпределението на случайна величина X, която характеризира общия признак.
Случайна извадка с обем n е част от генерална съвкупност, която е достъпна за анализ.
Измерени са n стойности на случайната величина $X=\{x_1,...,x_i,...,x_n\}$, за която е неизвестен закона на разпределение $F(x)$.
Вариационен ред на извадката са наредените по големина стойности на X: $x_1 \le x_2 \le ... \le x_i \le ... \le x_n$.
Нека резултатът x_k от извадката $\{x_1,...,x_i,...,x_n\}$ се повтаря n_k пъти и броят на различните резултати е l, тогава $\sum_{k=1}^{l} n_k = n$. За резултата x_k, броят n_k е *абсолютна честота*, а отношението $w_k = \dfrac{n_k}{n}$ е *относителна честота- статистическата вероятност*, като $\sum_{k=1}^{l} \dfrac{n_k}{n} = 1$.
Статистическият ред на разпределение на случайна величина X е даден в *табл. 12.1*.

Таблица 12.1.

Стойности на сл. величина X	x_1	$\cdots$	x_k	$\cdots$	x_l
Абсолютна честота n_k	n_1	$\cdots$	n_k	$\cdots$	n_l
Статистическа вероятност $w_k = \dfrac{n_k}{n}$	w_1	$\cdots$	w_k	$\cdots$	w_l

Статистическа функция на разпределение $F_n^*(x)$ на случайната величина X е

(12.1) $$F_n^*(x) = \sum_{x_i < x} \frac{n_i}{n}.$$

Графиката на $F_n^*(x)$ е дадена на фиг.12.1.

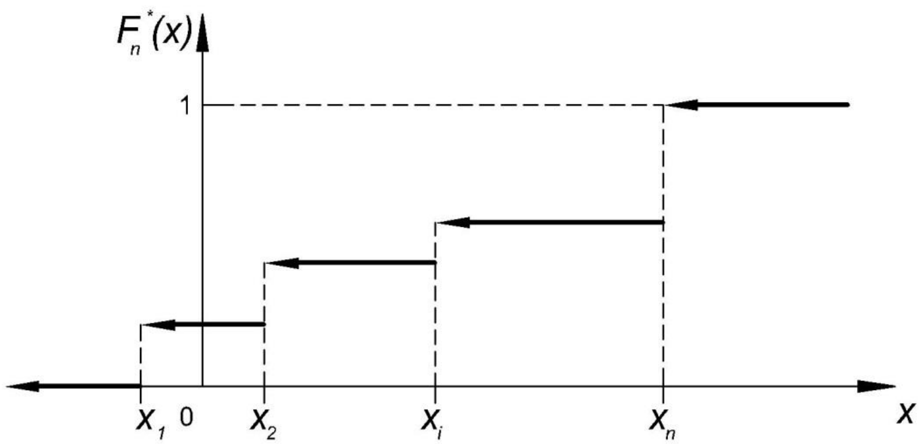
При конкретна извадка $\{x_1,...,x_i,...,x_n\}$ емпиричната функция на разпределение $F_n^*(x)$ е напълно определена стъпаловидна функция. За различни извадки:

$X_1,...,X_i,...,X_n$ тя може да има изобщо различен вид. Тъй като $X_1,...,X_i,...,X_n$ са независими и еднакво разпределени, за всяко x и $\varepsilon > 0$, е вярно

(12.2) $$\lim_{n\to\infty} P\left\{\left|F_n^*(x) - F(x)\right| > \varepsilon\right\} = 0,$$

където $F(x)$ е теоретичната функция на разпределение на X.

От (12.2) следва, че при достатъчно голям обем на извадката, то $F_n^*(x)$ може да се използва като оценка на $F(x)$.



Фиг. 12.1.

Ако обемът n на извадката е голям, то елементите ѝ се обединяват в групи - k броя (например, при $n > 50$ за k се препоръчва да бъде от 5 до 15 и ако $n \geq 100$ за k до 20). Нека различните елементи на извадката са $x_1 < ... < x_j < ... < x_l$

Размах R на извадката е

(12.3) $$R = x_l - x_1,$$

който е дължината на интервала, съдържащ всички елементи на извадката.

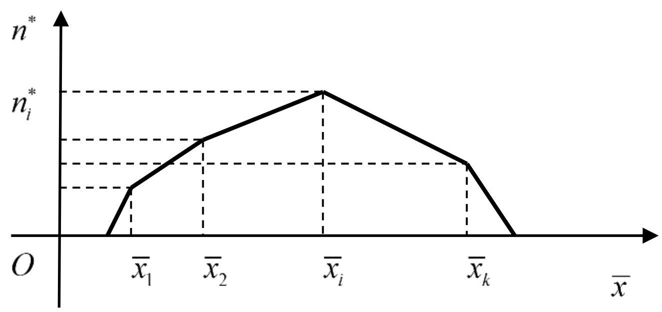
Най-често интервалите са с една и съща дължина $\Delta x = h \approx \dfrac{R}{k}$. Нека $i-$тият интервал е $[x_{i-1}; x_i), i = 1,...,k$, като в първия интервал е включен елемента x_1-най-малкия, а в последния $k-$ти интервал е включен елемента x_l-най-големия. Определят се броят на наблюденията n_i^*, $\sum_{i=1}^{k} n_i^* = n$, относителните честоти $p_i^* = \dfrac{n_i^*}{n}$, $\sum_{i=1}^{k} p_i^* = 1$ и статистическата плътност $f_i^*(x) = \dfrac{p_i^*}{\Delta x_i}$ за $i-$тия интервал и се съставя *честотна таблица* на групираните данни *табл. 12.2.*

Таблица 12.2.

$[x_{i-1};x_i)$	$[x_0;x_1)$	$\dots$	$[x_{i-1};x_i)$	$\dots$	$[x_{k-1};x_k]$
Дължина Δx_i	Δx_1	$\dots$	Δx_i	$\dots$	Δx_k
Среда $\overline{x}_i = \dfrac{x_{i-1}+x_i}{2}$	$\overline{x}_1$	$\dots$	$\overline{x}_i$	$\dots$	$\overline{x}_k$
n_i^*	n_1^*	$\dots$	n_i^*	$\dots$	n_k^*
$p_i^* = \dfrac{n_i^*}{n}$	p_1^*	$\dots$	p_i^*	$\dots$	p_k^*
$f_i^*(x) = \dfrac{p_i^*}{\Delta x_i}$	$f_1^*(x)$	$\dots$	$f_i^*(x)$	$\dots$	$f_k^*(x)$

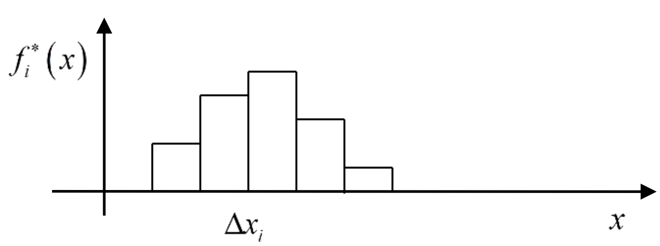
Освен таблично, другите форми за представяне на групираните данни на извадката са:

Честотен полигон е начупена линия между точките $M_i\left(\overline{x}_i, n_i^*\right)$, $i=1,\dots,k$, (фиг.12.2).



Фиг.12.2.

Хистограма е диаграма, от правоъгълници с абсциси равни на дължината Δx_i на интервалите и с ординати равни на $f_i^*(x), i=1,\dots,k$, (фиг.12.3.).



Фиг.12.3.

Статистическа (*емпирична*) *функция* на разпределение е стъпаловидната функция

(12.4) $$F^*(x) = \sum_{\overline{x}_i < x} p_i^* \,.$$

Числовите характеристики на случайна величина X при случайна извадка $\{x_1,\dots,x_i,\dots,x_n\}$ са дадени в *табл.12.3.*

Таблица 12.3.

	Негрупирани данни ($n-$броя)	Групирани данни (к-броя)
Статистическо очакване m_X^*	$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = a + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - a\right)$	$\sum_{i=1}^{k} \overline{x}_i p_i^*$
Статистическа дисперсия D_X^*	$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - m_X^*\right)^2$	$\sum_{i=1}^{k}\left(\overline{x}_i - m_X^*\right)^2 p_i^*$
Статистическо отклонение σ_X^*	$\sqrt{D_X^*}$	$\sqrt{D_X^*}$

Правила за решаване на задачи

Анализ на негрупирани данни

- Определя се броят на извадката;
- Съставя се вариационният ред на извадката и статистическия ред, *табл.12.1;*
- По (12.1) се определя статистическата функция на разпределение;
- От *табл.12.3.* се определят m_X^* и D_X^*. Формулата $m_X^* = a + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - a\right)$ се използва за удобно пресмятане, като a е избрано подходящо ново начало.

Анализ на групирани данни

- Определя се броят на групите за извадката;
- Съставя се честотната таблица, както *табл.12.2.,*

Забележка 1: Интервалите могат да бъдат и от вида $\left(x_{i-1}; x_i\right]$, основно зависи от експериментатора;

- По (12.4) се определя статистическата функция на разпределение;
- Построяват се честотният полигон и хистограмата на извадката;
- От *табл. 12.3*. се определят m_X^* и D_X^*.

Задачи и въпроси

12.1. Да се намерят статистическата функция на разпределение, математическото очакване и дисперсията на случайната величина X с дадена извадка: 0,-2,-2,-2,0,2,2,2,-2,-2,3,0,0,3,3,2,2,2,0,0.

Решение: След преброяване на данните от извадката се определя, че $n = 20$.

Вариационният ред е: $-2,-2,-2,-2,-2,0,0,0,0,0,0,2,2,2,2,2,2,3,3,3$.

Статистическият ред на X, както *табл.12.1* е показан в *табл.12.4*.

Таблица 12.4

Стойности на сл. величина X	-2	0	2	3
Абсолютна честота n_k	5	6	6	3
Статистическа вероятност $w_k = \frac{n_k}{n}$	$0,25$	$0,3$	$0,3$	$0,15$

Статистическата функция на разпределение на X се определя по (12.1) и тя е

$$F_{20}^{*} = \begin{cases} 0, & x \le -2, \\ 0,25, & -2 < x \le 0, \\ 0,55, & 0 < x \le 2, \\ 0,85, & 2 < x \le 3, \\ 1, & x > 3. \end{cases}$$

По формулите от *табл. 12.3.* се пресмятат:

- Статистическото очакване

$$m_X^{*} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{1}{20}\left(5.(-2)+6.0+6.2+3.3\right) = 0,55 .$$

- Статистическата дисперсия

$$D_X^{*} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - m_X^{*}\right)^2 =$$

$$= \frac{1}{20}\left(5.(-2-0,55)^2 + 6.(0-0,55)^2 + 6.(2-0,55)^2 + 3(3-0,55)^2\right) = 3,5125 .$$

- Статистическото отклонение е $\sigma_X^{*} = \sqrt{D_X^{*}} = \sqrt{3,5125} \approx 1,874$

.

12.2. Извършени са 12 наблюдения над случайната величина X и са получени резултатите 3, 7, 15, 3, 3, 15, 7, 8, 8, 3, 1, 8. Да се намерят:

а) обемът на извадката;
б) вариационният ред на случайната величина X ;
в) статистическият ред на случайната величина X ;
г) емпиричната функция на разпределение;
д) статистическото математическо очакване m_X^{*} ;
е) статистическата дисперсия D_X^{*} ;
ж) статистическото средно квадратично отклонение σ_X^{*} ;
з) модата и медианата на извадката.

Решение: а) обемът на извадката е равен на броя наблюдения, т.е. $n = 12$.
б) вариационният ред на случайната величина X е 1, 3, 3, 3, 3, 7, 7, 8, 8, 8, 15, 15.
в) статистическият ред на случайната величина X е показан в *табл.12.5*.

Таблица 12.5

Стойности на сл. величина X	1	3	7	8	15
Абсолютна честота n_k	1	4	2	3	2

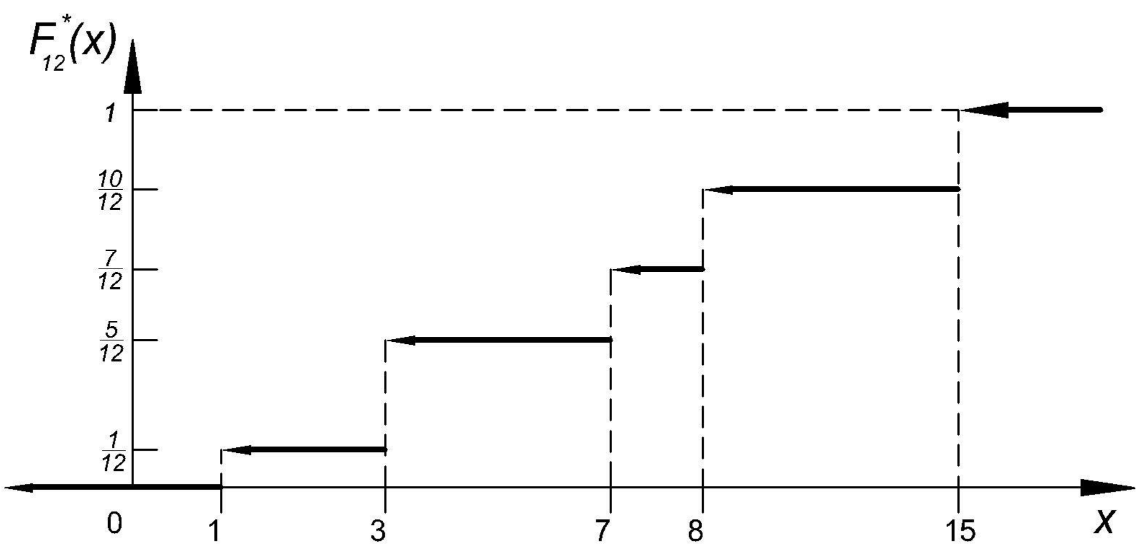
Статистическа вероятност $w_k = \frac{n_k}{n}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{4}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{2}{12}$

Очевидно $\sum_{k=1}^{5} \omega_k = \frac{1}{12} + \frac{4}{12} + \frac{2}{12} + \frac{3}{12} + \frac{2}{12} = 1$.

г) емпиричната функция на разпределение получаваме от (12.1) $F_n^*(x) = \sum_{x_i < x} \frac{n_i}{n}$, т.е.

$$F_{12}^*(x) = \begin{cases} 0, & при\, x < 1 \\ \frac{1}{12}, & при\, 1 \le x < 3 \\ \frac{5}{12}, & при\, 3 \le x < 7 \\ \frac{7}{12}, & при\, 7 \le x < 8 \\ \frac{10}{12}, & при\, 8 \le x < 15 \\ 1, & при\, x \ge 15 \end{cases}$$

Графиката на емпиричната функция на разпределение е показана на *Фиг.12.4.*



Фиг.12.4.

д) статистическото математическо очакване m_X^* получаваме по формула от *табл.12.3*: $m_X^* = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{1}{12}(1.1 + 3.4 + 7.2 + 8.3 + 15.2) = \frac{81}{12} = 6,75$.

е) статистическата дисперсия D_X^* получаваме по формула от *табл.12.3*: $D_X^* = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - m_X^*\right)^2 =$

$$=\frac{1}{12}\left(1.(1-6,75)^2+4.(3-6,75)^2+2.(7-6,75)^2+3.(8-6,75)^2+2.(15-6,75)^2\right)=$$
$$=\frac{1}{12}\left(1.(-5,75)^2+4.(-3,75)^2+2.(0,25)^2+3.(1,25)^2+2.(8,25)^2\right)=$$
$$=\frac{1}{12}(33,0625+4.21,5625+2.0,0625+3.1,5625+2.68,0625)=$$
$$=\frac{1}{12}(33,0625+86,25+0,125+4,6875+136,125)=$$
$$=\frac{1}{12}.260,125=21,677\,.$$

За намиране на статистическото математическо очакване и статистическата дисперсия можем да използваме спомагателната таблица - *табл.12.6*.

Таблица 12.6

x_i	n_i	$n_i x_i$	$x_i-m_X^*$	$\left(x_i-m_X^*\right)^2$
1	1	1	-5,75	33,0625
3	4	12	-3,75	21,5625
7	2	14	0,25	0,0625
8	3	24	1,25	1,5625
15	2	30	8,25	68,0625
		$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i=\frac{81}{12}=6,75$	$D_X^*=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-m_X^*\right)^2=21,677$	

ж) статистическото средно квадратично отклонение получаваме по формула от *табл.12.3*: $\sigma_X^*=\sqrt{D_X^*}=\sqrt{21,677}\approx 4,656$.

з) модата на извадката е $M_O=3$ - най-често срещаният резултат при наблюденията. Медианата на извадката е $M_D=\frac{7+7}{2}=7$ - средно аритметичното от двете средни стойности във вариационния ред, тъй като обемът на извадката е четно число.

12.3. Проведени са 16 измервания на началната скорост на снаряд. Резултатите (в м/с) от тях са представени в *табл 12.6.*

Таблица 12.6

i	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
x_i	1235,6	1237,5	1232,9	1236,2	1238,5	1234,2	1235,9	1233,3
i	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**
x_i	1234,5	1236,8	1237,6	1233,1	1234,3	1237,5	1235,4	1234,7

За началната скорост на снаряда да се определи:

а) статистическото математическо очакване;

б) статистическата дисперсия;

в) статистическото средноквадратично отклонение.

Решение: а) Ще използваме формулата от *табл.12.3:* $m_X^* = a + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - a)$, като ще приемем, че $a = 1235$. Съставяме *табл 12.7*.

Таблица 12.7

i	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
$x_i - a$	0,6	2,5	-2,1	1,2	3,5	-0,8	0,9	-1,7
i	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**
$x_i - a$	-0,5	1,8	2,6	-1,9	-0,7	2,5	0,4	-0,3

Тогава $m_X^* = a + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - a) = 1235 + \frac{1}{16}(16-8) = 1235,5$ м/с.

Отг. б) $D_X^* = 3,06$ м/с, в) $\sigma_X^* \approx 1,75$ м/с

12.4. Броят на авариите в едно предприятие е случайната величина X, която през последните десет години е 5, 2, 3, 4, 5, 4, 0, 3, 4, 3. За случайната величина X да се намерят:

а) обемът на извадката;

б) вариационният ред на случайната величина X;

в) статистическият ред на случайната величина X;

г) емпиричната функция на разпределение;

д) статистическото математическо очакване m_X^*;

е) статистическата дисперсия D_X^*;

ж) статистическото средно квадратично отклонение σ_X^*;

з) модата и медианата на извадката.

12.5. Трудовият стаж (в години) на 22 работника е случайната величина X, която е 12, 14, 12, 11, 14, 17, 11, 7, 15, 15, 14, 17, 11, 7, 12, 14, 12, 14, 11, 7, 14, 12. За случайната величина X да се намерят:

а) обемът на извадката;

б) вариационният ред на случайната величина X;

в) статистическият ред на случайната величина X;

г) емпиричната функция на разпределение;

д) статистическото математическо очакване m_X^*;

е) статистическата дисперсия D_X^*;

ж) статистическото средно квадратично отклонение σ_X^*;

з) модата и медианата на извадката.

12.6. С помощта на измервателен уред, който практически няма системна грешка, са проведени 8 независими измервания на теглото (в грамове) на машинен детайл.резултатите от измерването са представени в *табл 12.8*.

Таблица 12.8

i	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
x_i	2504	2486	2525	2495	2515	2515	2492	2494

Да се определят математическото очакване и дисперсията на случайната величина X .

Отг. $m_X^* = 2504,9$ гр; $D_X^* = 221,1$ гр

12.7. Да се състави и построи графиката на статистическата функция на разпределение на грешката при 20 последователни измервания с далекомер на дадено разстояние. Резултатите за грешката от измерването са дадени в *табл 12.9*.

Таблица 12.9

i	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
x_i	5	-7	10	12	3	-6	-15	20	12	15
i	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
x_i	-4	-2	20	14	-7	-12	16	10	-5	17

12.8. При измерване на случайната величина X , са получени 31 стойности, които заедно с честотата на появаване на всяка от тях са показани в *табл 12.10*.

Таблица 12.10

x_i	**46**	**48**	**49**	**50**	**51**	**52**	**53**	**54**	**55**	**56**	
брой	2	2	2	2	2	2	2	3	3	7	
x_i	**57**	**58**	**59**	**60**	**61**	**62**	**63**	**64**	**65**	**66**	
брой	8	7	10	13	12	17	13	10	11	7	
x_i	**67**	**68**	**69**	**70**	**71**	**72**	**73**	**74**	**75**	**77**	**79**
брой	8	6	4	2	2	2	1	1	1	1	1

Да се представят получените резултати таблично като се оформят интервали със стъпка $h = 3$. За получените групирани данни да се определят:
а) статистическото математическо очакване и стастическата дисперсия;
б) статистическото средно квадратично отклонение;
в) емпиричната функция на разпределение;
г) да се построят честотният полигон и хистограмата, представящи групираните данни графично.

Решение: Тъй като $x_1 = 46$, $x_{31} = 79$, по (12.3) определяме размаха на извадката $R = x_{31} - x_1 = 79 - 46 = 33$.

Броят k на интервалите получаваме от $k=\dfrac{R}{h}=\dfrac{33}{3}=11$.

Обемът n на извадката получаваме като сумираме броя на появяванията на всяка стойност: $n=2+2+2+2+2+2+2+3+4+7+10+13+$
$+12+17+13+10+11+7+8+6+4+2+2+2+1+1+1+1+1=165$.

Дължината на всеки интервал е $\Delta x_i=h=3$.

Абсолютната честота n_i^* за всеки интервал $\left[x_{i-1};x_i\right)$ получаваме като сумираме броя на появяванията на всяка стойност, която принадлежи на съответния интервал.

Съставяме таблица за групираните данни - *табл 12.11*.

Таблица 12.10

№	Граници на интервала $\left[x_{i-1};x_i\right)$	Среда на интервала $\overline{x}_i=\dfrac{x_{i-1}+x_i}{2}$	Абсолютна честота n_i^*	Относителна честота $p_i^*=\dfrac{n_i^*}{n}$	Статист. плътност $f_i^*\left(x\right)=\dfrac{p_i^*}{\Delta x_i}$
1	$\left[46;49\right)$	47,5	4	$\dfrac{4}{165}$	$\dfrac{4}{495}$
2	$\left[49;52\right)$	50,5	6	$\dfrac{6}{165}$	$\dfrac{6}{495}$
3	$\left[52;55\right)$	53,5	7	$\dfrac{7}{165}$	$\dfrac{7}{495}$
4	$\left[55;58\right)$	56,5	19	$\dfrac{19}{165}$	$\dfrac{19}{495}$
5	$\left[58;61\right)$	59,5	30	$\dfrac{30}{165}$	$\dfrac{30}{495}$
6	$\left[61;64\right)$	62,5	42	$\dfrac{42}{165}$	$\dfrac{42}{495}$
7	$\left[64;67\right)$	65,5	28	$\dfrac{28}{165}$	$\dfrac{28}{495}$
8	$\left[67;70\right)$	68,5	18	$\dfrac{18}{165}$	$\dfrac{18}{495}$
9	$\left[70;73\right)$	71,5	6	$\dfrac{6}{165}$	$\dfrac{6}{495}$
10	$\left[73;76\right)$	74,5	3	$\dfrac{3}{165}$	$\dfrac{3}{495}$
11	$\left[76;79\right]$	77,5	2	$\dfrac{2}{165}$	$\dfrac{2}{495}$

а) За намиране на статистическото математическо очакване и статистическата дисперсия можем да използваме спомагателната таблица - *табл.12.7*.

Таблица 12.7

№	$\overline{x}_i$	p_i^*	$\overline{x}_i p_i^*$	$\overline{x}_i - m_X^*$	$\left(\overline{x}_i - m_X^*\right)^2$	$\left(\overline{x}_i - m_X^*\right)^2 p_i^*$
1	47,5	$\frac{4}{165}$	1,15151515	-14,47	209,3809	5,07590061
2	50,5	$\frac{6}{165}$	1,83636364	-11,47	131,5609	4,78403273
3	53,5	$\frac{7}{165}$	2,26969697	-8,47	71,7409	3,04355333
4	56,5	$\frac{19}{165}$	6,50606061	-5,47	29,9209	3,44543697
5	59,5	$\frac{30}{165}$	10,81818182	-2,47	6,1009	1,10925455
6	62,5	$\frac{42}{165}$	15,90909091	0,53	0,2809	0,07150182
7	65,5	$\frac{28}{165}$	11,1151512	3,53	12,4609	2,11457697
8	68,5	$\frac{18}{165}$	7,47272727	6,53	42,6409	4,65173455
9	71,5	$\frac{6}{165}$	2,6	9,53	90,8209	3,30257818
10	74,5	$\frac{3}{165}$	1,35454545	12,53	157,0009	2,85456182
11	77,5	$\frac{2}{165}$	0,93939394	15,53	241,1809	2,92340485
	$\sum_{i=1}^{11} \overline{x}_i p_i^* = 61,97272728 \approx 61,97$			$\sum_{i=1}^{11} \left(\overline{x}_i - m_X^*\right)^2 p_i^* = 33,37653638 \approx 33,38$		

От *табл.12.7*. получихме следните разултати за статистическото математическо очакване и статистическата дисперсия:

- $m_X^* = 61,97$;
- $D_X^* = 33,38$.

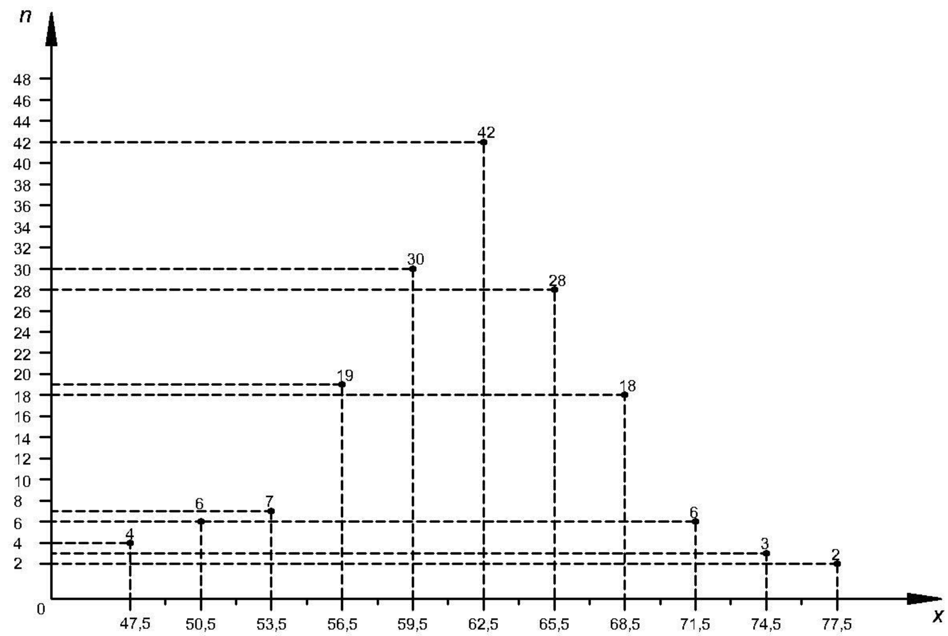
б) статистическото средно квадратично отклонение σ_X^* получаваме от *табл.12.3:*
$\sigma_X^* = \sqrt{D_X^*} = \sqrt{33,38} \approx 5,7767$.

в) емпиричната функция на разпределение получаваме от (12.4) $F^*(x) = \sum_{\overline{x}_i < x} p_i^*$

$$F^*(x)=\begin{cases} 0, & \text{при } x<47,5 \\ \frac{4}{165}, & \text{при } 47,5\le x<50,5 \\ \frac{10}{165}, & \text{при } 50,5\le x<53,5 \\ \frac{17}{165}, & \text{при } 53,5\le x<56,5 \\ \frac{36}{165}, & \text{при } 56,5\le x<59,5 \\ \frac{66}{165}, & \text{при } 59,5\le x<62,5 \\ \frac{108}{165}, & \text{при } 62,5\le x<65,5 \\ \frac{136}{165}, & \text{при } 65,5\le x<68,5 \\ \frac{154}{165}, & \text{при } 68,5\le x<71,5 \\ \frac{160}{165}, & \text{при } 71,5\le x<74,5 \\ \frac{162}{165}, & \text{при } 74,5\le x<77,5 \\ \frac{165}{165}=1, & \text{при } x\ge 77,5 \end{cases}$$

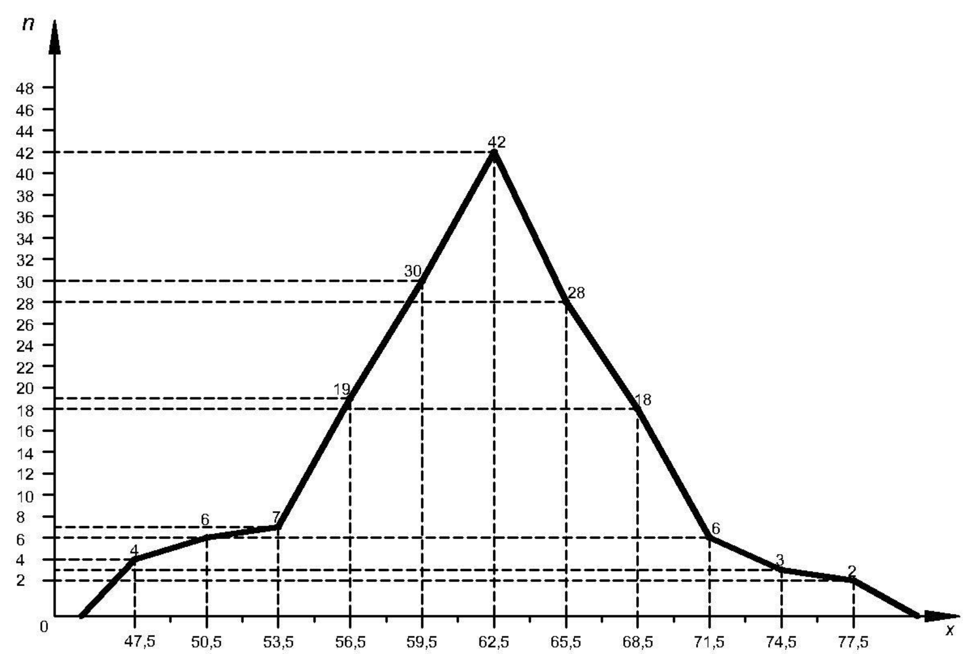
г) Представяме групираните данни графично:

- Точково представяне:



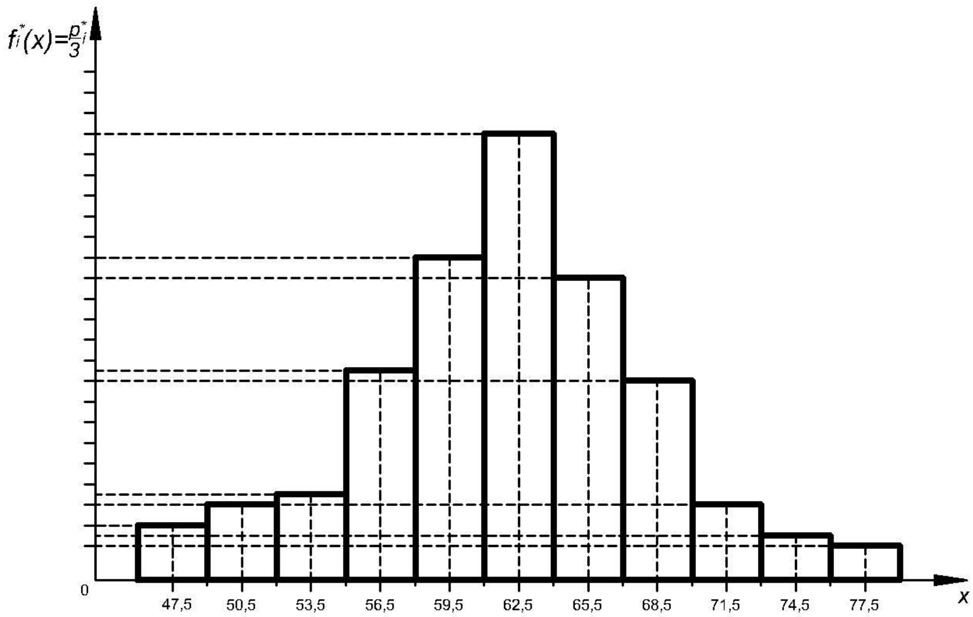
Фиг.12.5.

- Честотен полигон:



Фиг.12.6.

- Хистограма:



Фиг.12.7.

12.9. Трудовият стаж (в години) на 60 работника в една фирма е 7, 14, 11, 17, 17, 21, 15, 15, 18, 11, 15, 16, 20, 14, 25, 25, 35, 27, 24, 24, 31, 28, 33, 25, 28, 33, 24, 7, 13, 21, 16, 22, 23, 28, 23, 27, 27, 31, 34, 34, 37, 41, 20, 41, 13, 20, 20, 25, 30, 22, 22, 34, 31, 34, 24, 29, 34, 36, 8, 37. Да се представят получените резултати таблично като се оформят интервали със стъпка $h=6$. За получените групирани данни да се определят:

а) статистическото математическо очакване;

б) стастическата дисперсия;

в) статистическото средно квадратично отклонение;

г) емпиричната функция на разпределение;

д) да се построят честотният полигон и хистограмата, представящи групираните данни графично.

Отг. $m_X^* = 24,6$; $D_X^* = 11,06255$

12.10. Да се групират данните в 7 интервала на извадка от 56 наблюдения върху стойностите на случайна величина X. Елементите на извадката са както следва 17, 19, 23, 18, 21, 15, 16, 13, 20, 18, 15, 20, 14, 20, 16, 14, 20, 19, 15, 19, 16, 19, 15, 22, 21, 12, 10, 21, 18, 14, 14, 17, 16, 13, 19, 18, 20, 24, 16, 20, 19, 17, 18, 18, 21, 17, 19, 17, 13, 17, 11, 18, 19, 19, 17, 10. Да се намерят статистическото математическо очакване и дисперсията за посочената извадка. Да се построи честотният полигон, хистограмата и графиката на емпиричната функция на разпределение за наблюдаваната случайна величина.

Отг. $m_X^* = 17,71429$; $D_X^* = 9,06122449$

12.12. В отдела по технически контрол са били измерени диаметрите на 300 вала в една партида. Отклоненията на измерените диаметри от еталона (в нанометри) са дадени в *табл 12.12*.

Таблица 12.12

Граници на отклонението	$[-30;-25)$	$[-25;-20)$	$[-20;-15)$	$[-15;-10)$	$[-10;-5)$	$[-5;-0)$
Брой валове	3	8	15	35	40	60
Граници на отклонението	$[0;5)$	$[5;10)$	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$	$[25;30]$
Брой валове	55	30	25	14	8	7

Да се намерят статистическото математическо очакване и дисперсията за посочената извадка. Да се построи честотният полигон, хистограмата и графиката на емпиричната функция на разпределение за наблюдаваната случайна величина.

Отг. $m_X^* = -0,4$ нм; $D_X^* = 95,41$ нм

12.13. В Технически университет – София е измерен ръста на 100 случайно избрани студентки. Получените резултати (в см) са дадени в *табл 12.13*.

Таблица 12.13

Ръст	$154-158$	$158-162$	$162-166$	
Брой студентки	10	14	26	
Ръст	$166-170$	$170-174$	$174-178$	$178-182$
Брой студентки	28	12	8	2

Да се намерят статистическото математическо очакване и дисперсията за посочената извадка. Да се построи честотният полигон, хистограмата и графиката на емпиричната функция на разпределение за наблюдаваната случайна величина.

Отг. $m_X^* = 166$ см; $D_X^* = 33,44$ см