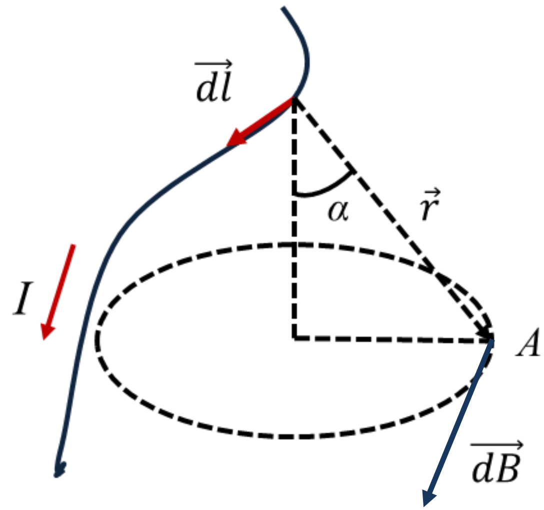
18 въпрос. Магнитно поле на постоянен ток. Закон на Био-Савар.

Използването на закона за циркулацията на вектора на магнитната индукция по произволен затворен контур е ограничено само за случаите, когато разпределението на токовете, създаващи магнитното поле, има симетрия. За да може да се определи вектора на магнитната индукция в случай на произволно разпределение на токовете, се използва закона на Био-Савар.

Разглеждаме проводник с произволна форма, по който тече ток с големина I.



Можем да разделим мислено проводника на елементи $d\vec{l}$ с безкрайно малка дължина и посока по положителната посока на тока I. Произведението $Id\vec{l}$се нарича безкрайно малък токов елемент. Съгласно закона на Био-Савар всеки такъв токов елемент създава в произволна точка A от пространството около проводника магнитно поле с индукция

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\left(d\vec{l} \times \vec{r}\right)}{r^3}$$

където $\vec{r}$ е радиус-векторът, описващ положението на т. A, относно елемента $d\vec{l}$.

Ако с α означим ъгъла между векторите $d\vec{l}$ и $\vec{r}$, то големината на вектора на магнитната индукция е

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dl\,\sin\alpha}{r^2}$$

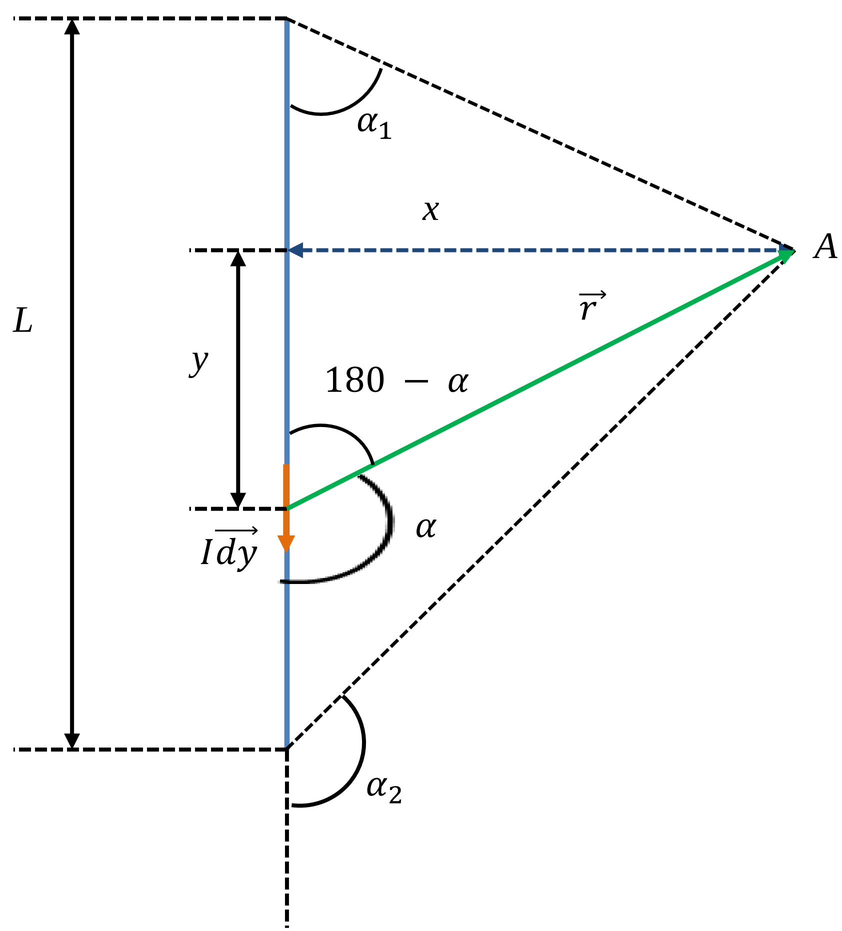
Магнитната индукция $\vec{B}$ на полето, създавано от целия проводник в т. A се определя от принципа за суперпозиция на магнитните полета: Ако магнитното поле се създава от N проводника, по които текат токове, то векторът на магнитната индукция на резултантното поле е равен на векторната сума от магнитните индукции на полетата, създавани от всеки един от проводниците по отделно

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \cdots + \vec{B}_N = \sum_{i=1}^{N} \vec{B}_i$$

За безкрайно малки токови елементи $Id\vec{l}$ сумата преминава в интеграл

$$\vec{B} = \int d\vec{B}$$

Ще покажем приложението на закона на Био-Савар за определяне на магнитната индукция на поле, създавано от праволинеен проводник с дължина L, по който тече ток с големина I. Като безкрайно малък токов елемент избираме елемента $Id\vec{y}$ и ще определим индукцията на магнитното поле $\vec{B}$ в т. A, намираща се на разстояние x от проводника.



Радиус-векторът от токовия елемент $Id\vec{y}$ до т. A означаваме с $\vec{r}$. Тогава от закона на Био-Савар следва

$$dB = \frac{\mu_0\, I\, dy \sin\alpha}{4\pi r^2}$$

$$B = \int dB$$

Двете променливи r и α не са независими. Вижда се, че

$$\frac{y}{x} = \mathrm{cotg}(180 - \alpha) = -\mathrm{cotg}(\alpha) \qquad \Rightarrow \qquad y = -x\,\mathrm{cotg}(\alpha)$$

Следователно

$$dy = -\left(-\frac{x\, d\alpha}{\sin^2\alpha}\right) = \frac{x\, d\alpha}{\sin^2\alpha}$$

От друга страна

$$\frac{x}{r} = \sin(180 - \alpha) = \sin\alpha \qquad \Rightarrow \qquad r = \frac{x}{\sin\alpha} \qquad \Rightarrow \qquad r^2 = \left(\frac{x}{\sin\alpha}\right)^2$$

Следователно

$$dB = \frac{\mu_0 \; I \; \sin\alpha \; x \; d\alpha \; \sin^2\alpha}{4\pi \; \sin^2\alpha \; x^2} = \frac{\mu_0 \; I \; \sin\alpha \; d\alpha}{4\pi x}$$

$$B = \int dB = \int\limits_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\mu_0 \; I \; \sin\alpha \; d\alpha}{4\pi x} = \frac{\mu_0 I}{4\pi x}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin\alpha \; d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi x}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi x}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$$

Ако проводникът е безкрайно дълъг $\alpha_1 \to 0$, $\alpha_2 \to \pi$. Следователно

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

Пример 1: Магнитната индукция на поле, създадено в центъра на кръгов проводник, по който тече ток с големина 20 A е 0,25 mT. На колко е равен радиусът на кръговия проводник?

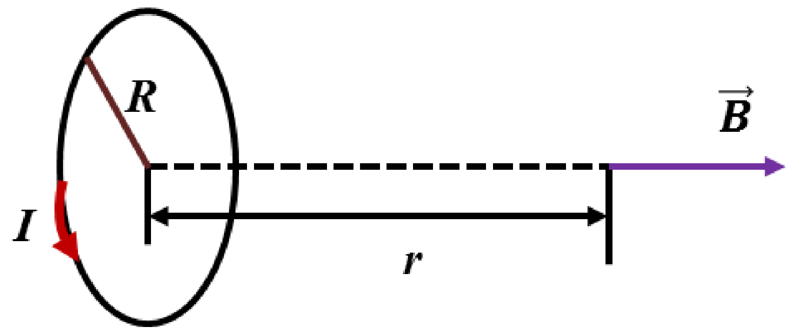
Дадено: $B = 0{,}25 \text{ mT} = 0{,}25 \times 10^{-3} \text{ T}$, $I = 20 \text{ A}$

$R = ?$

Решение:

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + r^2)^{3/2}}$$

В центъра на кръга $r = 0$ и следователно



$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{\mu_0 I}{2B} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 20}{2 \times 0{,}25 \times 10^{-3}} = 0{,}05 \text{ m}$$