نظریه اختلال در ماتریس

و پیدا کردن ویژه مقدارهای جدید

$$[K_0]\, x_{0i} = \lambda_{0i}\, x_{0i}$$

$$[K] = [K_0] + [\delta K_0]$$

$$\cancel{[M] = [M_0] + [\delta M_0]}$$

$$\lambda_i = \lambda_{0i} + \delta\lambda_{0i}$$

$$x_i = x_{0i} + \delta x_{0i}$$

$$x_i = \sum \varepsilon_i\, x_{0i}$$

$$[K]\, x_i = \lambda_i\, x_i$$

$$[K_0] + [\delta K_0](x_{0i} + \delta x_i) = (\lambda_{0i} + \delta\lambda_{0i})(x_{0i} + \delta x_{i0})$$

$$\delta x_{i0} = \sum \varepsilon_{ij}\, x_{0i}$$

$$([K_0] + [\delta K_0]) \sum_j (\varepsilon_{ij} + 1)\, x_{0i} = (\lambda_{0i} + \delta\lambda_{0i}) \sum_j (\varepsilon_{ji} + 1)\, x_{0i}$$

$$\sum_j (\varepsilon_{ij} + 1)\, \lambda_{0i}\, x_{0i} + \sum_j (\varepsilon_{ij} + 1)[\delta K]\, x_{0i} =$$

$$\sum_j (\lambda_{0i} + \delta\lambda_{0i})(\varepsilon_{ji} + 1)\, x_{0i} \Longrightarrow$$

$$\sum_j (\varepsilon_{ij} + 1)[\delta K]\, x_{0i} = \delta\lambda_{0i} \sum_j (\varepsilon_{ij} + 1)\, x_{0i}$$

$$\sum_j (\varepsilon_{ij} + 1)\left[[\delta K]\, x_{0i} - \delta\lambda_{0i}\, x_{0i}\right] = 0$$

$$\boxed{\delta\lambda_{0i} = x_{0i}^{T}\, [\delta K]\, x_{0i}} \qquad (1)$$

معادله 18 مقاله Morita در STBA (2003)

$$\lambda_i(s/N)\, x_i(s/N) = R\left(-\frac{ks}{2N}\right) M_Q(s/N|0)\, x_i(s/N) \qquad (1)$$

$$x_i = \lim_{N\to\infty} x_i(s/N)$$

$$\lambda_i = \lim_{N\to\infty} \left(\lambda_i(s/N)\right)^N$$

$$(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4) = \left(e^{-i\omega_H s}, e^{+i\omega_H s}, e^{-i\omega_L s}, e^{+i\omega_L s}\right)$$

$$X = (x_1, x_2, x_3, x_4) = \begin{pmatrix} i\frac{2\omega_H}{k} & -\frac{i 2\omega_H}{k} & \frac{k}{2K} & \frac{k}{2K} \\ \frac{2K}{k} & \frac{2K}{k} & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -\frac{i\omega_L}{K} & i\frac{\omega_L}{K} \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M_Q\left(\frac{s}{N}\Big|0\right) = \begin{pmatrix} 1 & s/N & 0 & 0 \\ -Ks/N & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & s/N \\ 0 & 0 & Ks/N & 1 \end{pmatrix} \leftarrow \text{Morit}$$

در مقاله

و در مقاله Toprek ← (معادله 3)

$$M'_Q\left(\frac{s}{N}\Big|0\right) = \begin{pmatrix} 1 & s/N & 0 & 0 \\ k_x s/N & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & s/N \\ 0 & 0 & k_y s/N & 1 \end{pmatrix}$$

$$k_x = k - \frac{4qI}{4\pi\varepsilon m v^3 a(a+b)} = k - \Delta k_x$$

$$k_y = k - \Delta k_y$$

$$M'\left(\frac{s}{N}\Big|0\right) = M_Q(s/N|0) + \delta M$$

$$\delta M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Delta k_x s/N & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta k_y s/N & 0 \end{pmatrix}$$

با توجه به معادله (۱) ماتریس اصلی با $R(-\frac{ks}{N})M_Q(s/N|0)$ است.

$$[K_0] = R(-\frac{ks}{N})\,M_Q(s/N|0)$$

ماتریس عملگری برای فاصله $s/N \to 0$

با درنظر گرفتن ترک S

$$[K] = R(-\frac{ks}{N})\,M'_Q(s/N|0)$$

$$[K] = R(-\frac{ks}{N})\left(M_Q(s/N|0) + \delta M\right)$$

$$[K] = [K_0] + [\delta K]$$

$$[\delta K] = R(-\frac{ks}{N})\,\delta M$$

$$[K_0]\,x_{0i}(s/N) = \lambda_{0i}(s/N)\,x_{0i}(s/N)$$

$$[K]\,x_i(s/N) = \lambda_i(s/N)\,x_i(s/N)$$

$$\lambda'_i = \lim_{N\to\infty}\left(\lambda_i(s/N)\right)^N$$

با استفاده از نظریه اختلال

$$\lambda_i(s/N) = \lambda_{0i}(s/N) + \delta\lambda_{0i}(s/N)$$

$$\delta\lambda_{0i}(s/N) = x^{+}_{0i}(s/N)\,[\delta K]\,x_{0i}(s/N)$$

$$\lambda_i(\frac{s}{N}) = \lambda_{0i}(s/N) + x^{+}_{0i}(s/N)[\delta K]\,x_{0i}(s/N)$$

page 4

$$\lambda'_i = \lim_{N\to\infty}\left(\lambda_{0i}(s/N) + x_0^{+}(s/N)\,[\delta k]\,x_{0i}(s/N)\right)^N$$

$$[\delta k] = R_{-}\left(\frac{ks}{N}\right)\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Delta k_x \frac{s}{N} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta k_y \frac{s}{N} & 0 \end{pmatrix}$$

relationship between the eigenvalue correlation and tune shift

A. Burov and V. Lebedev

page 2

قبل از معادله (۱۹)

$$\Delta Q_n = \frac{i}{4\pi}\left(\frac{\Delta\lambda_n}{\lambda_n}\right)$$

من به این رابطه برای کار خودمون اعتقادی ندارم . این رابطه برای تغییرات ~~...~~ ویژه مقدارها برای یک رابطه دیگر درست . در آن ماتریس از پارامترهای α و β استفاده شده و اصلاً مسأله با کار ما فرق دارد. ویژه بردارهای ما همان x و x' و y و y' هست پس من فکر نمی‌کنم که استفاده از این رابطه درست باشد . عرض به در صفحه 6 نوشتم ولی در ادامه توضیح کردم این هست که از این معادله استفاده کردم و ΔQ_n را

$$M'_{(s/N)}\,x_i = \lambda_i\, x_i(s/N)$$

و x_i ها هم

$$x_i = \begin{pmatrix} x_i \\ x'_i \\ y_i \\ y'_i \end{pmatrix}$$

۴ تا x_i داریم که با این x ها فضای ویژه مقدارها ساخته می‌شوند هر بردار x که در این فضا باشد در رابطه زیر صدق می‌کند

می کند

$$x = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i$$

بار k میزان تغییرات جابه جایی را نشان می دهد.

(در تئیتا عان مفاهیم که برای کوانتوم فیزیک معرفی می کردیم)

بنابراین تغییرات tune در داخل k_i نهفته است.

~~نتیجه~~ Morita می گفت که ω_H فرکانس های بالا را نشان می دهد و ω_L فرکانس های پایین. پس ω_H و ω_L، tune ها را نشان می دهد.

نتیجه محاسبات با برنامه مطلب در صفحه 6 است.

با فرض اینکه k ابد نتیجه محاسبات برابر باشد $k_i = \exp(\omega_H^L s)$ تغییرات tune را از روی تغییرات ω_H^L پیدا می کنیم.

ادامه در صفحه 7

مسأله ما کاملاً با اختلالی که در مقالات A. Burov and — نشان داده شده متفاوت هست — و نیز بردهای آنجا کاملاً با مال ما متفاوت هست.

$$\lambda_{01} = \exp\left(\frac{is\sqrt{4K+k^2}}{2}\right)$$

$$\lambda_{02} = \exp\left(\frac{+is\sqrt{4K+k^2}}{2}\right)$$

$$\lambda_{03} = \exp\left(\frac{-is\,(4K+k^2)^{1/2}}{2}\right)$$

$$\lambda_{04} = \exp\left(\frac{-is\sqrt{4K+k^2}}{2}\right)$$

$$\lambda_1 = \exp\left(\frac{is(\sqrt{k^2-4K})\,(\Delta k_y + K)}{2K}\right) = \exp\left(is\,\omega_L\,\frac{\overbrace{(\Delta k_y + K)}^{k_y}}{2K}\right)$$

$$\lambda_2 = \exp\left(is\,\frac{\sqrt{k^2+4K}\,(k^2 - 4\Delta k_x K)}{2k^2}\right) = \exp\left(is\,\omega_H\left(\frac{1}{2} - \frac{2\Delta k_x K}{k^2}\right)\right)$$

$$\lambda_3 = \exp\left(-is\,\frac{\sqrt{k^2-4K}\,\overbrace{(\Delta k_y + K)}^{k_y}}{2K}\right) = \exp\left(-is\,\omega_L\left(\frac{k_y}{2K}\right)\right)$$

$$\lambda_4 = \exp\left(-is\,\frac{\sqrt{k^2+4K}\,(k^2 - 4\Delta k_x K)}{2k^2}\right) = \exp\left(-is\,\omega_H\left(\frac{k^2 - 4\Delta k_x K}{2k^2}\right)\right)$$

$$\lambda_1 = \lambda_{01} + \Delta\lambda_1 \rightarrow \Delta\lambda_1 = \exp\left(+is\,\omega_L \times \frac{k_y}{2K}\right) - \exp(+is\,\omega_L)$$

$$\frac{\Delta\lambda_1}{\lambda_1} = \frac{\exp\left[(+is\,\omega_L)^{k_y/2K}\right] - \exp(+is\,\omega_L)}{\exp(+is\,\omega_L)} = \left(\exp(is\,\omega_L)^{(k_y/2K - 1)} - 1\right)$$

$$\frac{\Delta\lambda_1}{\lambda_1} = \left\{\exp\left(is\,\omega_L\left(\frac{k_y}{2K} - 1\right)\right) - 1\right\}$$

page 7

$$\lambda_{1,3} = \exp\left(\pm i s \omega_L \left(\frac{k_y}{2K}\right)\right) = \exp\left(\pm i s \omega'_L\right)$$

$$\omega'_L = \omega_L \left(\frac{k_y}{2K}\right) \qquad \omega_L = 2\pi \nu_L$$

$$Q'_L = Q_L \left(\frac{k_y}{2K}\right)$$

$$\Delta Q_L = Q_L \left[\frac{k_y}{2K} - 1\right] = \frac{\omega_L}{2\pi}\left[\frac{k_y}{2k} - 1\right]$$

$$\boxed{\Delta Q_L = \frac{\sqrt{k^2 - 4K}}{2\cdot 4\pi}\left[\frac{k_y}{2k} - 1\right]}$$

$$\lambda_{2,4} = \exp\left(\pm i s \omega_H \left(\frac{1 - 4\Delta k_x K/k^2}{2}\right)\right) = \exp\left(\pm i s \omega'\right)$$

$$\omega' = \omega_H \left(\frac{1 - 4\Delta K_x K/k^2}{2}\right)$$

$$\Delta Q = \frac{\omega_H}{2\pi}\left(\frac{1 - 4\Delta K_x K/k^2}{2} - 1\right) = -\frac{\omega_H}{2\pi}\left\{-\frac{1}{2} - \frac{2\Delta k_x K}{k^2}\right)$$

$$\Delta Q = -\frac{\sqrt{k^2 - 4K}}{4\pi \times 2}\left(1 + \frac{4\Delta k_x K}{k^2}\right)$$

$$\boxed{\Delta Q = \frac{\sqrt{k^2 - 4K}\left(1 + \frac{4\Delta k_x K}{k^2}\right)}{8\pi}}$$

از مقاله A.Burov رابطه (1) داریم

$$\Delta Q_y = -\frac{\lambda r_0}{2\pi \gamma_0^3 \beta_0^2} \oint \frac{\beta_y ds}{a_y(a_x+a_y)}$$

$$\Delta Q = C \oint \frac{\beta_y \, ds}{a_y(a_x+a_y)}$$

$$\boxed{\beta_y = \left(\frac{dQ}{ds}\right) \frac{a_y(a_x+a_y)}{C}}$$

$$\frac{dQ}{ds} = ?$$

برای یک cell $\Rightarrow \quad Q\left(\frac{s}{N}\right) = \ln\left(\lambda_i(s/N)\right)/2\pi s$

$$\Rightarrow \quad \frac{dQ(s/N)}{ds} = \frac{d}{ds}\left[\ln(\lambda_i(s/N))/2\pi s\right]$$

$$\boxed{\beta_y = \frac{d}{ds}\left[\ln(\lambda_i(s/N))/2\pi s\right] \frac{a_y(a_x+a_y)}{C}}$$

Toprek قسمت سوم مقاله

$$\varphi_E(r,\theta,z) = \sum_{m=1,3,5} a_n r^{2n} \cos(2n(\theta-\varphi)) \quad r<r_0$$

$\varphi = k\frac{z}{2}$ که

چون بیم کم انرژی را بررسی می‌کند روی electric twised quadrupale متمرکز می‌شود.

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi_E \quad , \vec{F} = q\vec{E}$$

$$\frac{d}{dt}(\gamma m \vec{v}) = \vec{F} \quad \text{and} \quad \frac{dT}{dt} = \vec{F}\cdot\vec{v}$$

T_k : kenetic energy

$$F = q(E + \vec{E}^{sc})$$

$$\varphi_E(r,\theta,z) = a r^2 \cos(2\theta - kz)$$

$$\cos(2\theta - kz) = \frac{x^2-y^2}{(x^2+y^2)}\cos(kz) + \frac{2xy}{(x^2+y^2)}\sin(kz)$$

page 10

$$\Phi_E(x,y,z) = a\left[(x^2-y^2)\cos(kz) + 2xy\sin(kz)\right]$$

$$\begin{cases} E_x = -a\left[2x\cos(kz) + 2y\sin(kz)\right] \\ E_y = -a\left[-2y\cos(kz) + 2x\sin(kz)\right] \\ E_z = -ka\left[(y^2-x^2)\sin(kz) + 2xy\cos(kz)\right] \end{cases}$$

$$\gamma m \ddot{x} = -2qa\left[x\cos(kz) + y\sin(kz)\right] + \frac{Iq}{\pi\varepsilon_0 \gamma^2 v a}\frac{x}{(a+b)}$$

$$\ddot{x} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d}{dt}(v_z x') = \underbrace{\frac{dv_z}{dt}}_{\ddot{z}} x' + \underbrace{v_z^2}_{\frac{v^2}{(1+x'^2+y'^2)}} x''$$

$$x'' = \frac{\ddot{x}(1+x'^2+y'^2)}{v^2} - \frac{\ddot{z}\,x'(1+x'^2+y'^2)}{v^2}$$

$$\ddot{z} = -\frac{qak}{\gamma m}\left[2xy\cos(kz) + (y^2-x^2)\sin(kz)\right]$$

$$x'' = \left(\frac{1+x'^2+y'^2}{v^2}\right)\left\{-\frac{2qa}{\gamma m}(x\cos(kz) + y\sin(kz)) + \frac{Iq}{\pi\varepsilon_0\gamma^3 m}\frac{x}{a(b+a)} + \frac{qak}{\gamma m}\left[2xy\cos kz + (y^2-x^2)\sin(kz)\right]x'\right\}$$

$$x'' = \left(\frac{1+x'^2+y'^2}{v^2}\right)\left\{-\frac{2qa}{\gamma m}\left[(x - kx'xy)\cos(kz) + \left(y + (x^2-y^2)\frac{kx'}{2}\right)\sin(kz)\right]\right\} + \frac{Iq}{\pi\varepsilon_0\gamma^3 v^2 m}\frac{x}{a(b+a)}(1+x'^2+y'^2)$$

$$x'' = -\frac{2\frac{q}{m}a}{\gamma V_z^2}\left\{ [x - kx'xy]\cos(kz) + \left[y + \frac{k}{2}(x^2-y^2)x'\right]\sin(kz)\right\}$$

$$+ \frac{Iq}{\pi\varepsilon_0\gamma^3 V_z^2}\,\frac{x}{(a+b)a}$$

$$\boxed{G = 2a}$$

معادله (16a) درمقاله Toprek

$$y'' = \frac{\ddot{y}}{V_z^2} - \frac{\ddot{z}\,y'}{V_z^2}$$

$$\ddot{y} = +\frac{2qa}{\gamma m}\left[y\cos(kz) + x\sin(kz)\right]$$

$$y'' = -\frac{2\frac{q}{m}a}{\gamma V_z^2}\left[-(y + kxyy')\cos(kz) + \left(x + \frac{k}{2}(x^2-y^2)y'\right)\sin kz\right\} + \frac{Iq}{\pi\varepsilon_0 m\gamma^3 V_z^3}\,\frac{y}{a(a+b)}$$

معادله (16b) درمقاله Toprek

با معادله T'' نیز اصلاً کاری نکردیم