

$$\begin{array}{ccc}
 V_S \times V_{S'} \times V_{S''} & \xrightarrow{id \times v_{S',S''}} & V_S \times V_{S' \cup S''} \\
 \downarrow v_{S,S'} \times id & & \downarrow v_{S,S' \cup S''} \\
 V_{S \cup S'} \times V_{S''} & \xrightarrow{v_{S \cup S',S''}} & V_{S \cup S' \cup S''}
 \end{array}$$