

$$\begin{array}{ccc}
V_S \times V_{S'} \times V_{S''} & \xrightarrow{id \times v_{S',S''}} & V_S \times V_{S' \cup S''} \\
v_{S,S'} \times id \downarrow & & \downarrow v_{S,S' \cup S''} \\
V_{S \cup S'} \times V_{S''} & \xrightarrow{v_{S \cup S',S''}} & V_{S \cup S' \cup S''}
\end{array}$$