

$$\begin{array}{ccc}
 V_S \times V_{S'} & \xrightarrow{\phi_S \times \phi_{S'}} & W_S \times W_{S'} \\
 v_{S,S'} \downarrow & & \downarrow w_{S,S'} \\
 V_{S \cup S'} & \xrightarrow{\phi_{S \cup S'}} & W_{S \cup S'}
 \end{array}$$