

# **Отчёт по лабораторной работе №5**

**Модель Хищник-Жертва**

Тасыбаева Н.С.

# Содержание

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>Подготовила</b>                                     | <b>5</b>  |
| <b>2</b> | <b>Цель работы</b>                                     | <b>6</b>  |
| <b>3</b> | <b>Задание</b>   | <b>7</b>  |
| <b>4</b> | <b>Выполнение лабораторной работы</b>                  | <b>9</b>  |
| 4.1      | Расчет стационарного состояния системы . . . . .       | 9         |
| 4.2      | Решение на OpenModelica . . . . .                      | 9         |
| 4.3      | Результаты, получение с помощью OpenModelica . . . . . | 10        |
| 4.4      | Решение на языке julia . . . . .                       | 11        |
| 4.5      | Результаты, получение с помощью julia . . . . .        | 13        |
| <b>5</b> | <b>Выводы</b>  | <b>15</b> |
|          | <b>Список используемой литературы</b>                  | <b>16</b> |

## Список иллюстраций

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 4.1 | Колебания изменения численности хищников и жертв . . . . .                          | 10 |
| 4.2 | Зависимости изменения численности хищников от изменения численности жертв . . . . . | 11 |
| 4.3 | Колебания изменения численности хищников . . . . .                                  | 13 |
| 4.4 | Колебания изменения численности жертв . . . . .                                     | 13 |
| 4.5 | Зависимости изменения численности хищников от изменения численности жертв . . . . . | 14 |

## Список таблиц

# 1 Подготовила

- Тасыбаева Наталья Сергеевна
- Группа НПИбд-02-20
- Студ. билет 1032201735

## 2 Цель работы

Изучить модель “Хищник-Жертва” и построить графики функций.

### 3 Задание

Вариант №6

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.17x(t) + 0.046x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.37y(t) - 0.034x(t)y(t) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях:  $x_0 = 11$  и  $y_0 = 16$ . Найдите стационарное состояние системы. # Теоретическое введение

Простейшая модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры [1]. Данная двухвидовая модель основывается на следующих предположениях:

1. Численность популяции жертв  $x$  и хищников  $y$  зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории)
2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает
3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными
4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается
5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -ax(t) + bx(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = cy(t) - dx(t)y(t) \end{cases}$$

В этой модели  $x$  – число жертв,  $y$  – число хищников. Коэффициент  $a$  описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников, — естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников ( $xy$ ). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены  $-bx$  и  $dxy$  в правой части уравнения). Стационарное состояние системы (положение равновесия, не зависящее от времени решение) будет в точке:  $x_0 = \frac{c}{d}$ ,  $y_0 = \frac{a}{b}$ .



## 4 Выполнение лабораторной работы

### 4.1 Расчет стационарного состояния системы

$$x_0 = \frac{c}{d} = \frac{0,37}{0,034} = 10,88$$
$$y_0 = \frac{a}{b} = \frac{0,17}{0,046} = 3,69$$

### 4.2 Решение на OpenModelica

Сперва я написала код на OpenModelica [2] и построила два графика: - График зависимости численности популяций хищников и жертв от времени - График зависимости численности хищников от численности жертв

```
model lab5_Tasybaeva
Real x;
Real y;
Real a = 0.17;
Real b = 0.046;
Real c = 0.37;
Real d = 0.034;
Real t = time;
initial equation
x = 11;
y = 16;
equation
```

```

der(x) = -a*x + b*x*y;
der(y) = c*y - d*x*y;
end lab5_Tasybaeva;

```

### 4.3 Результаты, получение с помощью OpenModelica

График колебания изменения численности хищников и численности жертв (рис. 4.1).

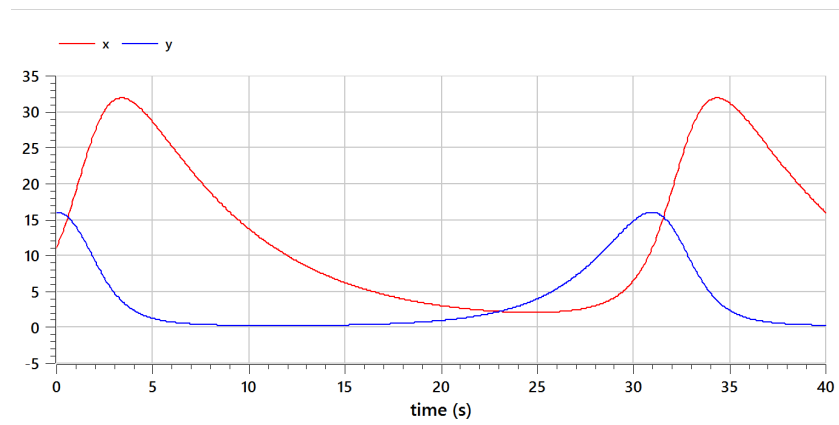


Рис. 4.1: Колебания изменения численности хищников и жертв

График зависимости изменения численности хищников от изменения численности жертв (рис. 4.2).

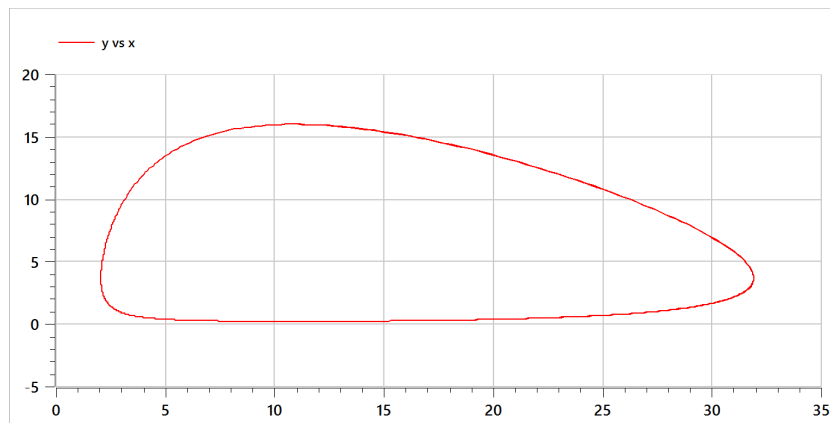


Рис. 4.2: Зависимости изменения численности хищников от изменения численности жертв

## 4.4 Решение на языке julia

Далее я реализовала алгоритм на языке Julia [3].

```
using Plots
using DifferentialEquations

# вариант 6
a = 0.17
b = 0.046
c = 0.37
d = 0.034

function system(dx, x, p, t)
    dx[1] = -a*x[1] + b*x[1]*x[2]
    dx[2] = c*x[2] - d*x[1]*x[2]
end

t0 = 0
tmax=80
T=(t0, tmax)
x0 = [11, 16]
```

```

t = collect(LinRange(t0, tmax, 8000))
prob = ODEProblem(system, x0, T)
sol = solve(prob, saveat=t)
y1 = [sol[i][1] for i in 1:length(sol)]
y2 = [sol[i][2] for i in 1:length(sol)]
plot(
    t,
    y1,
    xlabel="Популяция хищников",
    color=:red)
savefig("lab5_1.png")
plot(
    t,
    y2,
    xlabel="Популяция жертв",
    color=:green
)
savefig("lab5_2.png")
plot(
    y1,
    y2,
    xlabel="Популяция жертв",
    ylabel="Популяция хищников",
    label="Хищник против Жертвы",
    color=:red,
    xlim=[0,40],
    ylim=[0,20]
)
savefig("lab5_3.png")

```

## 4.5 Результаты, получение с помощью julia

График колебания изменения численности хищников (рис. 4.3).

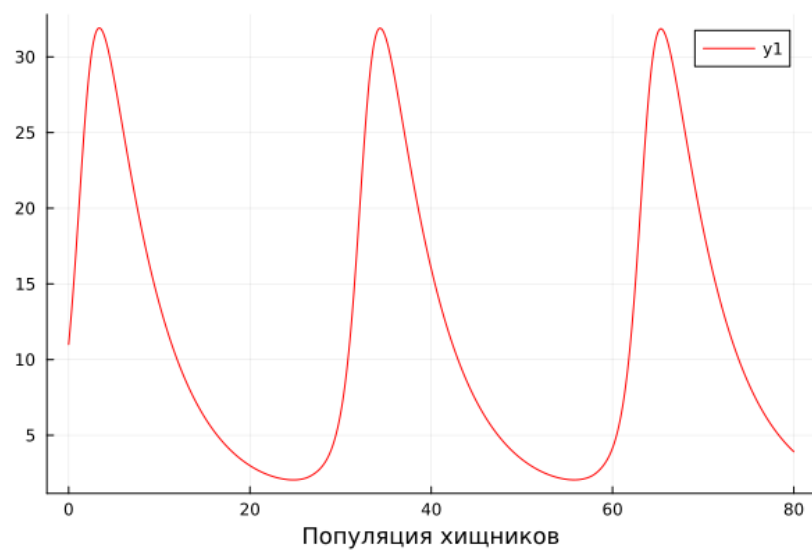


Рис. 4.3: Колебания изменения численности хищников

График колебания изменения численности жертв (рис. 4.4).

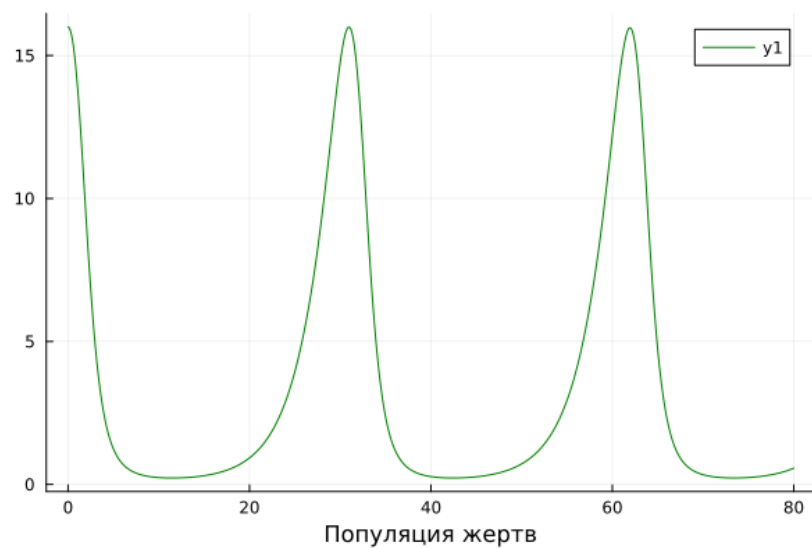


Рис. 4.4: Колебания изменения численности жертв

График зависимости изменения численности хищников от изменения численности жертв (рис. 4.5).

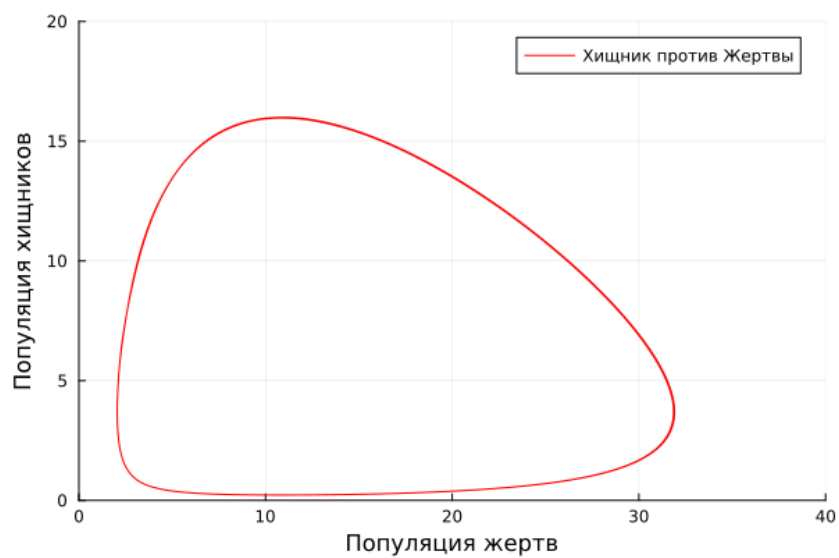


Рис. 4.5: Зависимости изменения численности хищников от изменения численности жертв

## 5 Выводы

Я изучила модель «хищник-жертва» и построила график зависимости количества хищников от количества жертв, а также график колебаний изменений популяций хищников и популяций жертв в зависимости от времени.

## Список используемой литературы

1. Теоритический материал "Модель Хищник-Жертва" [Электронный ресурс]. URL: [https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1971733/mod\\_resource/content/2/%D0%9B%D0%B0%D0%B1%D0%BE%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%BD%D0%B0%D1%8F%20%D1%80%D0%B0%D0%B1%D0%BE%D1%82%D0%B0%20%E2%84%96%204.pdf](https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1971733/mod_resource/content/2/%D0%9B%D0%B0%D0%B1%D0%BE%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%BD%D0%B0%D1%8F%20%D1%80%D0%B0%D0%B1%D0%BE%D1%82%D0%B0%20%E2%84%96%204.pdf).
2. Решение ОДУ на OpenModelica [Электронный ресурс]. URL: <https://habr.com/ru/post/202596/>.
3. Решение ОДУ на Julia [Электронный ресурс]. URL: [https://events.rudn.ru/event/107/papers/487/files/999-ittmm-template-ru\\_short\\_fin.pdf](https://events.rudn.ru/event/107/papers/487/files/999-ittmm-template-ru_short_fin.pdf).