Выч-мат Семинар

$$f(x_1, x_2) = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{f_2 - f_1}{x_2 - x_1}$$ распределенная разность

$$f(x_1, x_2, x_3) = \frac{f(x_2, x_3) - f(x_1, x_2)}{x_3 - x_1} = \frac{f_{23} - f_{12}}{x_3 - x_1}$$

$$f_{1,\dots,n+1} = \frac{f_{2,\dots,n+1} - f_{1,\dots,n}}{x_{n+1} - x_1}$$

$$f_{\overline{1,n}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{f_i}{\prod\limits_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} (x_i - x_j)}$$ - док-ть по индукции

⊛ Интерполяционный полином в форме Ньютона

$$L_n(x) = f(x_1) + f_{1,2}(x - x_1) + f_{\overline{1,3}}(x - x_1)(x - x_2) + \dots$$
$$\dots + f_{\overline{1,n}}(x - x_1) \cdot \ldots \cdot (x - x_{n-1})$$

$$\left.\begin{array}{ll} x_1 = 1 & f_1 = 0 \\ x_2 = 0 & f_2 = 7 \\ x_3 = 2 & f_3 = -1 \end{array}\right]$$ Построить в форме Ньютона

$$L_3(x) = f(x_1) + f_{1,2}(x - x_1) + f_{\overline{1,3}}(x - x_1)(x - x_2)$$

$$f_{1,2} = f(x_1, x_2) = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{7 - 0}{0 - 1} = \boxed{-7}$$

$$f_{\overline{1,3}} = f(x_1, x_2, x_3) = \frac{f_{2,3} - f_{1,2}}{x_3 - x_1} = \frac{-4+7}{2-1} = 3$$

[+]

$$f_{2,3} = \frac{f_3 - f_2}{x_3 - x_2} = \frac{-1-7}{2-0} = \boxed{-4}$$

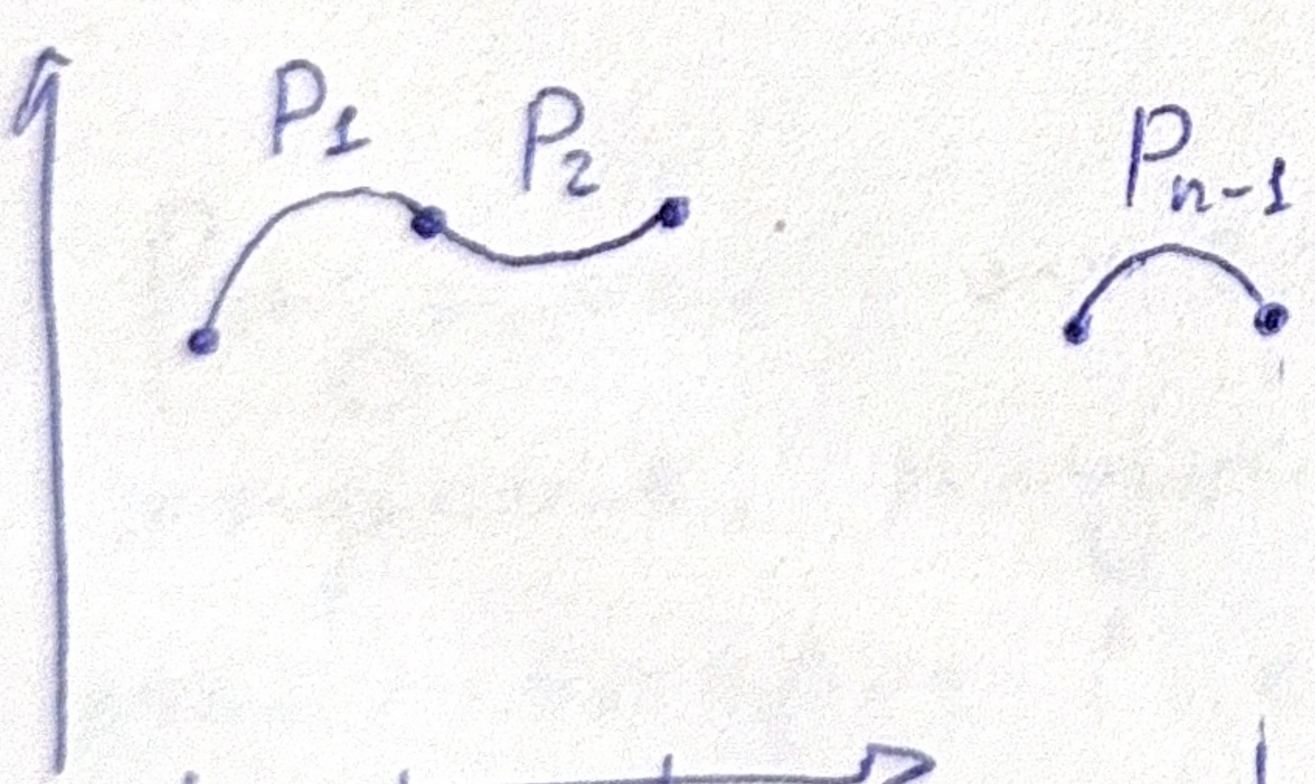
$$L_3(x) = 0 + (-7)(x - \underset{\overset{\shortparallel}{1}}{x_1}) + 3(x-1)(x-0) =$$

$$= -7x + 7 + 3x^2 - 3x = 3x^2 - 10x + 7$$

Замечание:

Основное различие форм Л и Н: в Н получили результат и можем просто добавить точку.

Сплайны:



$$P_i(x) = a_i + b_i(x - x_i) + \frac{c_i}{2}(x - x_i)^2 + \frac{d_i}{6}(x - x_i)^3,$$

$i = \overline{1, n-1}$

Условие непрерывности:

$$\left.\begin{aligned} p_i(x_{i+1}) &= p_{i+1}(x_{i+1}) \\ p_i'(x_{i+1}) &= p_{i+1}'(x_{i+1}) \\ p_i''(x_{i+1}) &= p_{i+1}''(x_{i+1}) \end{aligned}\right\} \quad i = \overline{1, n-2} \quad \text{условий}$$

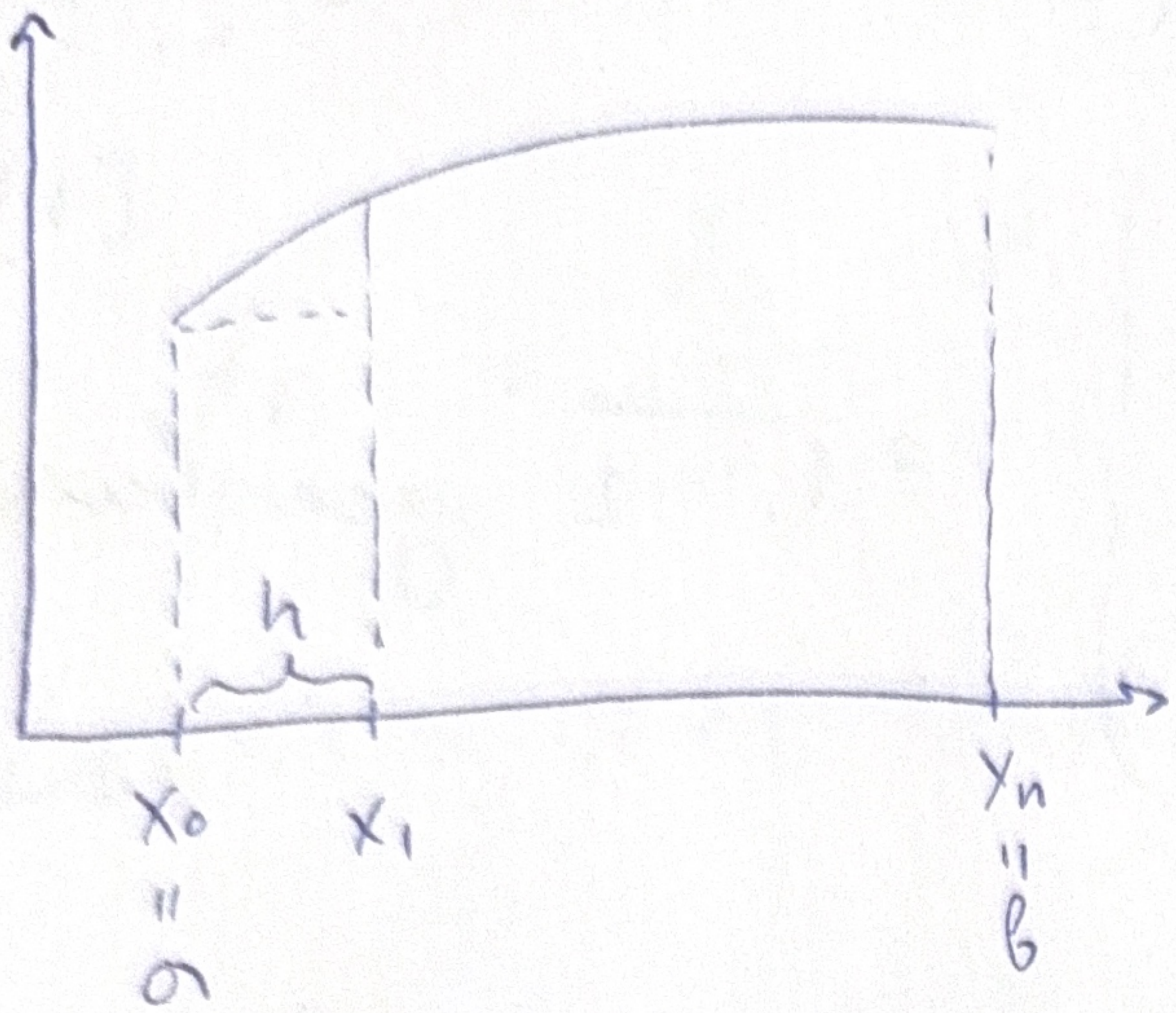
$$\left.\begin{aligned} p_i(x_i) &= f_i \\ p_{n-1}(x_n) &= f_n \end{aligned}\right\} \quad i = \overline{1, n-1} \quad \text{условия}$$

неизвестных $4(n-1)$

условия $4n-6$

добавим 2 ур-ия: $p_1''(x_1) = \alpha$

$p_{n-1}''(x_n) = \beta$



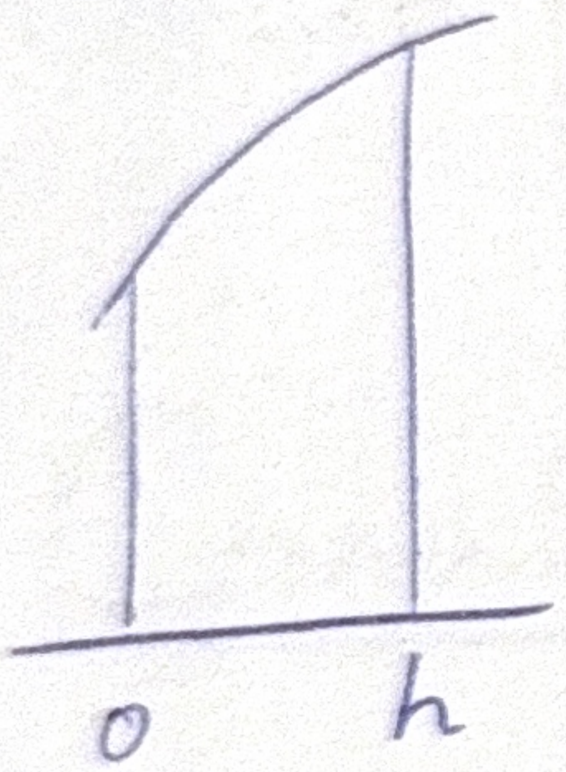
$$I = \int_a^b f(x)\,dx = \sum_{i=1}^{n} \int_{x_{i-1}}^{x_i} f(x)\,dx$$

$$S = f(x_0)h + f(x_1)h + \dots + f(x_{n-1})\cdot h \; -$$

– ф-ла инт-ия с помощью левых прямоугол

С какой точностью считаем?

$$|I - S| = \left|\sum_{i=0}^{n-1} (I_i - S_i)\right| \leqslant \sum_{i=0}^{n-1} |I_i - S_i|$$



$$I_i = \int_0^h f(x)\,dx$$

$$S_i = h \cdot f(0)$$

ряд Тейлора:

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)(x-a)}{1!} + \frac{f''(a)(x-a)^2}{2!} + \dots$$

у нас: $f(x)\big|_{x=0} = f(0) + f'(0)\cdot x + \frac{f''(0)\cdot x^2}{2!} +$

$+ O(x^3)$

т.е. больше не надо