Выч. мат

Реш. алг. ур-ий ($f(x) = 0$, $|f(x_*)| \le \varepsilon$)

1. Локализация корней
2. Пусть $\exists!\, x_*$ на $[a, b]$, $f(a) < 0$, $f(b) > 0$
   $\uparrow$ единств

   Ищем бинар поиском

   $c = \frac{a+b}{2}$. а) $|f(c)| < \varepsilon$ => c - корень

   б) $|f(c)| \ge \varepsilon$ => ищем на $[a, c]$

3. $\exists!\, x_*$ на $[a, +\infty)$ $f(a) < 0$, Δ - шаг

$$f(a+\Delta) - \left[\begin{array}{l} > 0, \text{ ищем отр } [a, a+\Delta] \\ < 0, \; f(a+2\Delta) \ldots \end{array}\right.$$

$f(a+k\Delta)$ => $[a+(k-1)\Delta;\ a+k\Delta)$

$f(x) = ax^2 + bx + c$, $a > 0$

$D = b^2 - 4ac$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

$a \% 2 = 0$;

$D = b^2 - ac$

$x_{1,2} = \frac{-\cancel{2}b \pm \sqrt{D}}{a}$

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$

$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b = 0$

1) $D \leq 0$

2) $D \geq 0$

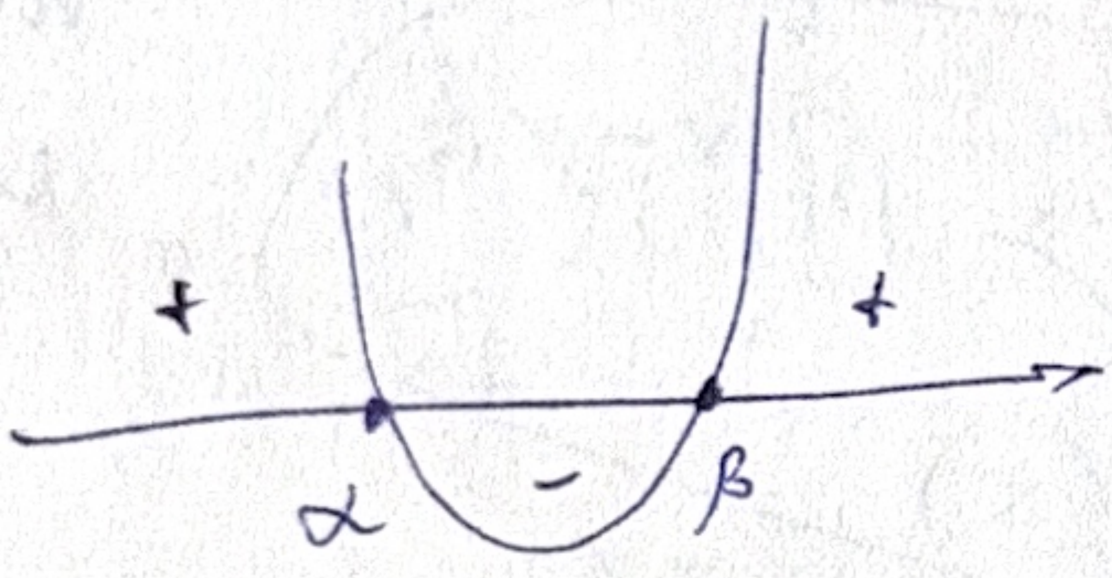
1. $f(0) = b$

$|f(0)| < \varepsilon$

$f(0) < -\varepsilon \Rightarrow [0; +\infty)$

$f(0) > \varepsilon \Rightarrow (-\infty; 0]$

2. $D \geq 0$

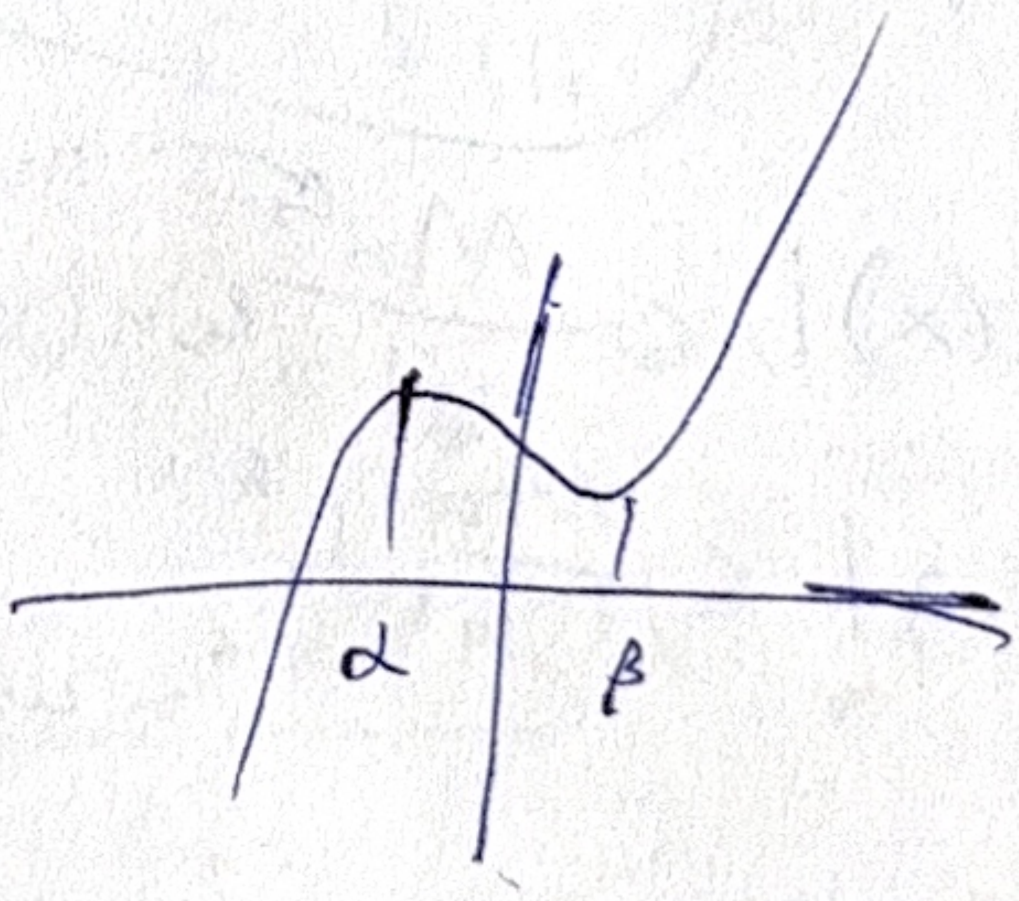


$f(\alpha) > \varepsilon$, то

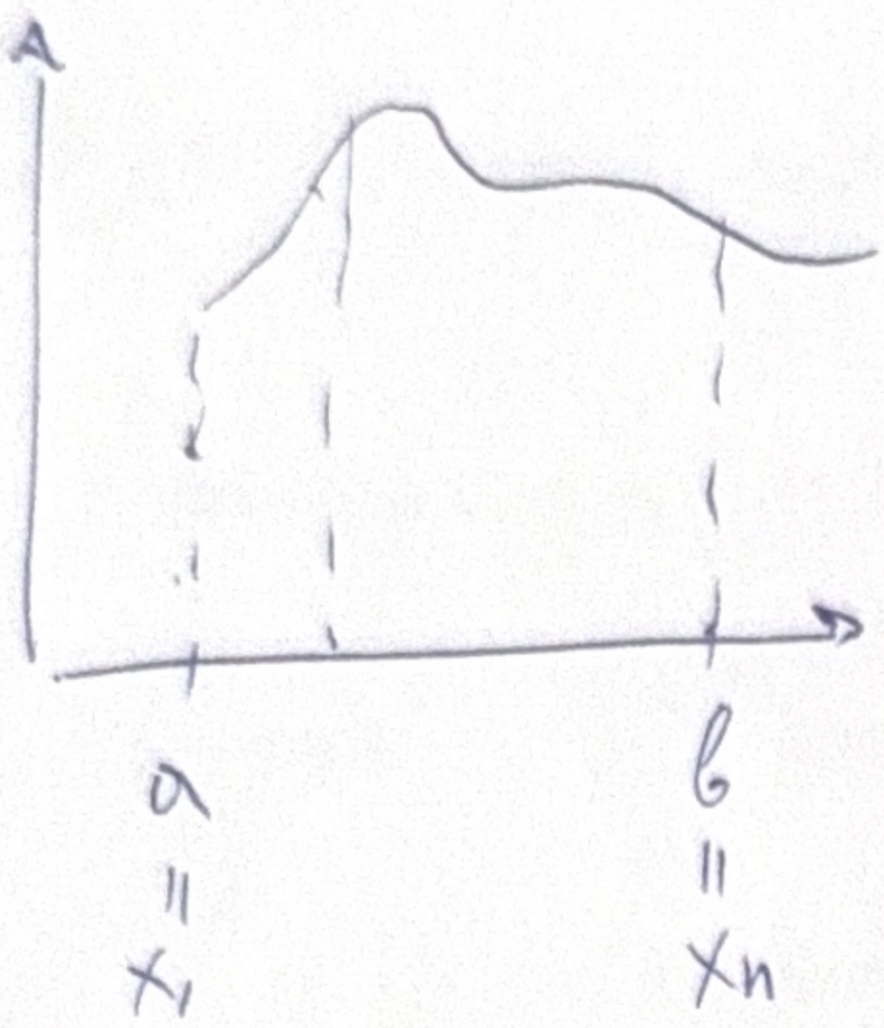
а) $f(\beta) > \varepsilon$

б) $|f(\beta)| \leq \varepsilon$

в) $f(\beta) < -\varepsilon$



Интерполяция



с помощью n точек можно построить ф-ию n-1 степ.

$$P_{n-1}(x) = L_n(x) = \sum_{i=0}^{n-1} a_i x^i$$

$$L_n(x) = \sum_{i=1}^{n} f_i \prod_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

остаточный член, погрешность интерполяции

Точность:

$$\prod x - x_i$$

$$f(x) - L_n(x) = \frac{f^{(n)}(\xi)}{n!} \omega_n(x)$$

$$\max(f^{(n)}(\xi))$$

$$|f(x) - L_n(x)| \leq \frac{M_n}{n!} \omega_n(x)$$

$$|f(x) - L_n(x)| \leq \frac{M_n}{n} h^n$$

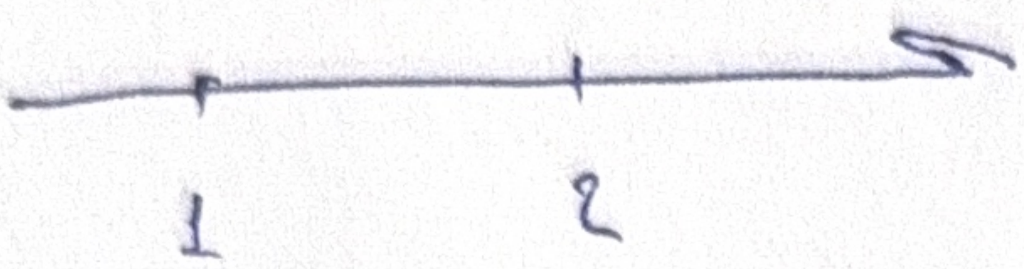
шаг между точек

Задача

$n = 2 \quad x_1 = 1 \quad f_1 = 2$

$\qquad\quad x_2 = 2 \quad f_2 = 5$

$$L_2(x) = \sum_{i=1}^{2} f_i \prod_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{2} \frac{x - x_j}{x_i - x_j} =$$



$$= 2\,\frac{x-2}{1-2} + 5\,\frac{x-1}{2-1} =$$

</it>

$$= -2x + 4 + 5x - 5 =$$

$$= 3x - 1$$

<it>

</....>

</>it <.../>

<div/>

</it>

more that faculty

$x_1 = 1 \quad f_1 = 1$

$x_2 = 2 \quad f_2 = 0$

$x_3 = 5 \quad f_3 = 2$

$$L_3(x) = \sum_{i=1}^{3} f_i \prod_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{3} \frac{x - x_j}{x_i - x_j} =$$

$$= 1\,\frac{x-2}{1-2}\cdot\frac{x-5}{1-5} + 2\,\frac{x-1}{5-1}\cdot\frac{x-2}{5-2} =$$

$$= +\frac{1}{4}x^2 - \frac{5}{4}x - \frac{1}{2}x + \frac{5}{2} + \frac{1}{6}x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{6}x + \frac{1}{3} =$$

$$= \underbrace{\frac{3x^2 + 2x^2}{12}}_{\frac{5}{12}x^2} + \underbrace{\frac{(-15 - 6\,\cancel{4}\,4 - 2)x}{12}}_{\frac{-27x}{12}} + \underbrace{\frac{15 + 2}{6}}_{\frac{17}{6}} =$$

$$= \frac{1}{12}\left(5x^2 - 27x - 34\right)$$

U

N*