2 PREGUNTA 2

PARTE 1

a) La distancia Manhattan entre dos dos piezas (x_1, y_1) y (x_2, y_2) es $|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$. Para demostrar que la suma de distancias Manhattan es una heurística admisible, demostraré que esta heuristica genera una función de costo Monótona. Es decir, para todo estado n y $n*$ se tiene que $f(n*) \geq f(n)$ donde $n*$ es estado sucesor de n. Recordemos que bajo el Puzzle de 15 piezas común $f(n) = g(n) + h(n)$, en donde $g(n*) = g(n) + 1$ y $h(n*) = h(n) + \delta$ en donde delta es el cambio en la suma de las distancias Manhattan luego de realizar un movimiento. Ahora tenemos tres casos:

   a) **Después de realizar un movimiento, una ficha extra está fuera de posición:** Cuando movemos el espacio en blanco y el tablero posee una ficha mas alejada de su posición objetivo tenemos que $h(n*) = h(n) + 1$ y luego, $f(n*) = f(n) + 1 + 1 \geq f(n)$

   b) **Después de realizar un movimiento, una ficha menos está fuera de posición:** Cuando movemos el espacio en blanco y el tablero posee una ficha menos alejada de su posición objetivo tenemos que $h(n*) = h(n) - 1$ y luego, $f(n*) = f(n) + 1 - 1 \geq f(n)$

   c) **Después de realizar un movimiento la misma cantidad de fichas está fuera de posición:** Cuando movemos el espacio en blanco y el tablero posee la misma cantidad de fichas alejadas de su posición, existe entonces una compensación de pesos $+1$ y -1 por lo que $h(n*) = h(n)$ y $f(n*) = f(n)$.

   En todos los casos, $f(n*) \geq f(n) \Rightarrow cost(n, n*) + h(n*) \geq h(n)$ y con ello, la distancia Manhattan es una heuristica consistente.

b) Si consideramos a n un nodo del problema y $n*$ un nodo hijo del mismo tenemos que como la heurística h es consistente, entonces $h(n) \leq cost(n, n*) + h(n*)$. Lo que implica que $f(n) = g(n) + h(n) \leq g(n\star) + cost(n, n*) + h(n*) = f(n*)$. Luego si seleccionamos un nodo s para expandir, entonces todo otro nodo $s*$ de la $OPEN$ cumple que $f(s*) \geq f(s)$ y con ello, durante la expansión $A*$ nunca volverá a escoger $f(s)$ ya que si esto sucediera sería una contradiccion con la monotonía de la función de costos f y la extracción de elementos de la $OPEN$.

2.1 PARTE 2

En esta parte del problema de fichas livianas se comparó la suma de las distancias Manhattan divididas por 15 (manhattan_div_ 15()) con la heuristica Light_manhattan que es una variante de la distancia Manhattan y se calcula de la siguiente manera: la distancia entre dos piezas (x_1, y_1) y (x_2, y_2) es $(|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|) * \frac{1}{n}$ en donde n es el valor de la pieza que se mueve. Sin embargo, este valor sobreestima el valor de la funcion objetivo debido a que cuando se realiza una permutacion de fichas el resto del cambio de heurística no es un numero entero. Sin embargo, sabemos que ese resto esta acotado por el menor valor que puede tomar un cambio de fichas el cual es $\frac{1}{15}$. Luego la heuristica admisible que no sobreestima queda:

$$(|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|) * \frac{1}{n} - (|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|) * \frac{1}{15}$$

Siendo n el valor de la ficha que se mueve. A continuación se comparan los desempeños de cada una de las heurísticas dados los problemas propuestos en termino de las expansiones del algoritmo con diferentes pesos:

Con W=1:

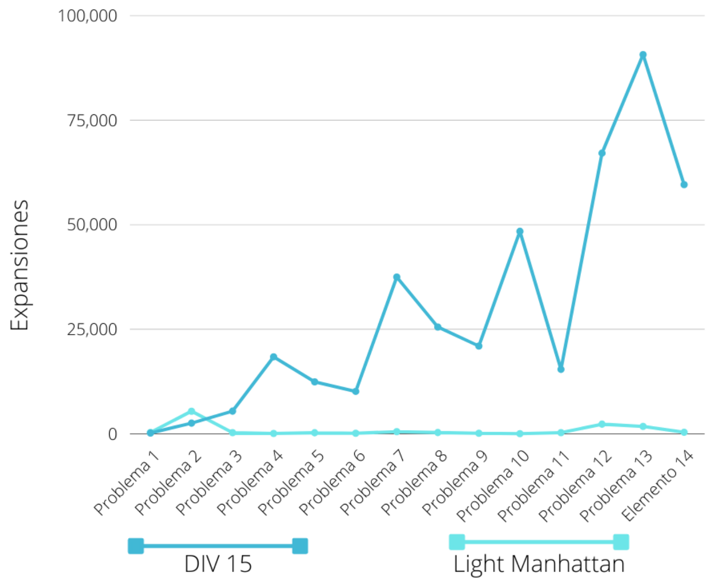

Figura 2: Diferencia de Rendimiento en termino de expansiones de manhattan_div y Light_Manhattan con w= 1

Con W=1.5:

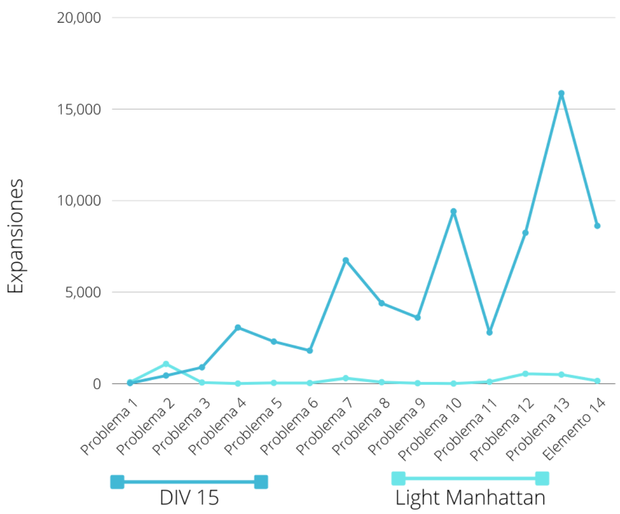

Figura 3: Diferencia de Rendimiento en termino de expansiones de manhattan_div y Light_Manhattan con w= 1.5

Con W=2:

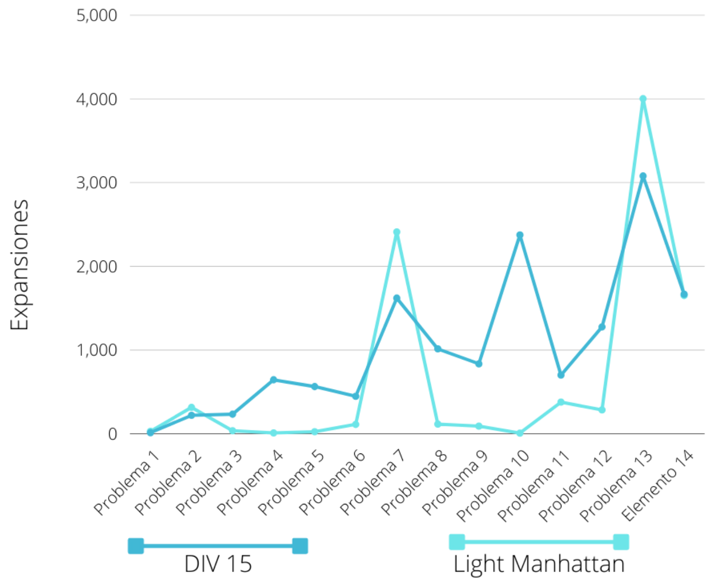

Figura 4: Diferencia de Rendimiento en termino de expansiones de manhattan_div y Light_Manhattan con w= 2

Con W=3:

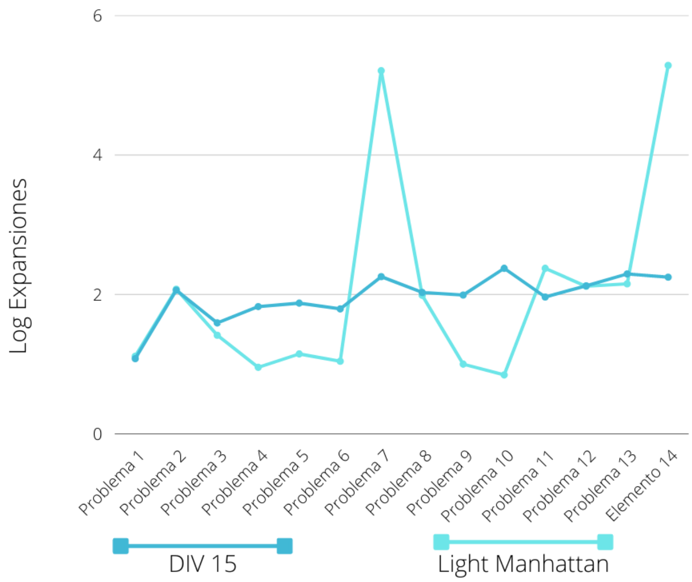

Figura 5: Diferencia de Rendimiento en termino de log(expansiones) de manhattan_div y Light_Manhattan con w= 3

Notar que en este último grafico se utilizo la escala logaritmica para evaluar las expansiones, esto es, porque con la heuristica Light Manhattan el problema 7 y 14 daba un numero muy superior de expansiones en comparación con el resto. Es por esto, que para poder notar de mejor forma las diferencias se utilizó el logaritmo.

Con W=5:

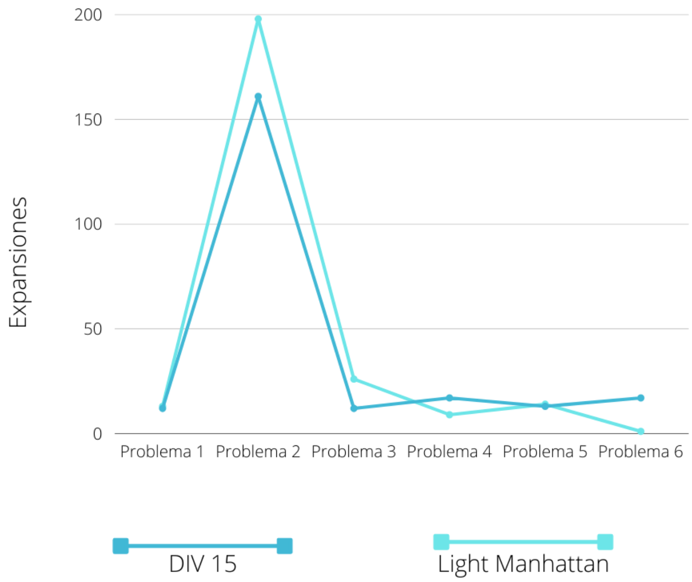

Figura 6: Diferencia de Rendimiento en termino de expansiones de manhattan_div y Light_Manhattan con w= 5

En esta última prueba se evaluó hasta el problema 6. Esto debido a que la heurística Light Manhattan tardaba mucho tiempo en computar las soluciones de el resto de los problemas.

Siguiendo la misma linea, es posible notar que con los pesos 1, 1.5 y 2 la heurística Light Manhattan es muy superior en cuanto a la cantidad de expansiones comparado con la heurística Manhattan Div. Sin embargo, a medida que se aumentan los pesos del algoritmo esta diferencia no se hace tan significativa, incluso, en la ultima ejecución Manhattan 15 reporta mejores valores que Light Manhattan en la mayoría de los casos. Además en la última ejecución Manhattan Div es capaz de resolver todos los problemas en un tiempo razonable, sin embargo, Light Manhattan se demora mucho mas para encontrar una solución al problema.

3 | PARTE 3

El vídeo se encuentra en el siguiente Link de Youtube