



UNIDADE III – SÉRIE DE PAGAMENTOS E RECEBIMENTOS

1. INTRODUÇÃO

Podemos definir **séries** como um conjunto de fluxos de caixa representativos de pagamentos, ou de recebimentos, sucessivos, exigíveis em épocas determinadas, destinados a extinguir uma dívida ou constituir um capital.

Exemplo: Operações de Crédito Direto ao Consumidor – CDC, Poupança Programada, etc.

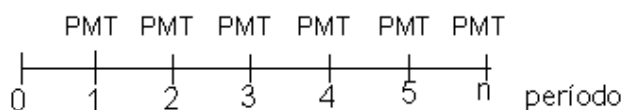
Os valores que compõem uma série (pagamento ou recebimento) são denominados de “Termo da Série” e são geralmente representados por “PMT” (pode representar o valor de uma prestação ou de um depósito).

As séries podem ser classificadas quanto:

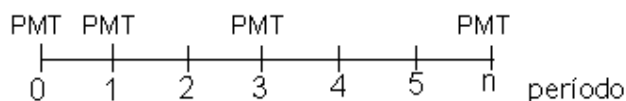
- a) à periodicidade dos pagamentos ou recebimentos;
- b) ao número de termos (PMT);
- c) à disposição dos termos (PMT);
- d) ao valor dos termos (PMT).

a) Quanto à **periodicidade**, as séries classificam-se em:

- **Periódicas** – os intervalos de tempo entre dois termos consecutivos (pagamentos ou recebimentos) são iguais, exemplo:

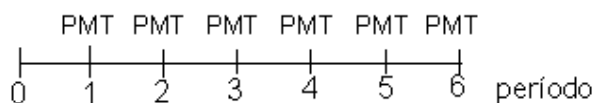


- **Não Periódicas** – os intervalos de tempo entre dois termos consecutivos (pagamentos ou recebimentos) não obedecem a um padrão uniforme, exemplo:

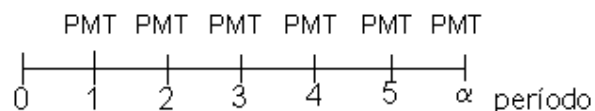


b) Quanto ao **número de termos** (PMT), as séries podem ser:

- **Temporárias** – possuem termo final, prazo conhecido a priori, por exemplo, 6 termos:

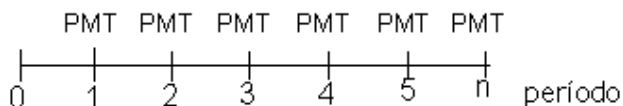


- **Perpétuas** – não há termo final, número de termos da série é infinito, exemplo:

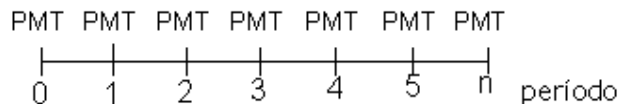


c) Quanto à **disposição dos termos** (PMT), as séries são classificadas em:

- **Postecipadas** – os termos posicionam-se no final de cada intervalo de tempo a que se referir a taxa de juros considerada, exemplo: compra com a primeira prestação ocorrendo ao final do primeiro mês.



- **Antecipadas** – os termos posicionam-se no início de cada intervalo de tempo a que se referir a taxa de juros considerada, exemplo: compra com a primeira prestação ocorrendo no ato da compra.

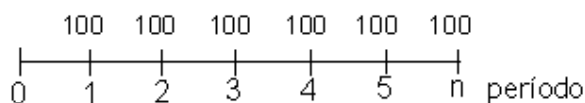


- **Diferidas** – o primeiro termo ocorre somente depois de decorridos “m” períodos de tempo a que se referir a taxa de juros, exemplo: empréstimo com carência.

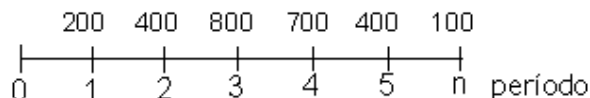


d) Quanto ao **valor dos termos** (PMT), as séries são classificadas em:

- **Uniformes** – todos os termos possuem o mesmo valor.



- **Variáveis** – os termos da série têm valores diferentes.



Independentemente do tipo de série objeto do problema, é importante salientar que os fundamentos aprendidos até o momento continuam sendo aplicados. Assim, caso se deseje conhecer o valor presente de uma série, por exemplo, basta efetuarmos a descapitalização de todos os fluxos da série até a data focal e somá-los. Da mesma forma, se desejarmos conhecer o valor futuro de uma série, basta capitalizarmos todos os fluxos até a data focal desejada e somá-los.

Como as séries são formadas sob o regime de capitalização composto, utilizamos as equações de PV e FV para juros compostos, sempre que desejarmos conhecer o valor presente ou o valor futuro de uma série.

Para as séries uniformes postecipadas (SUP) e para as séries uniformes antecipadas (SUA), estudadas a seguir, os procedimentos de cálculo podem ser simplificados, mediante a determinação de fatores que aplicados ao termo da série (PMT), possibilitam sua capitalização ou descapitalização em uma única operação.

Variáveis utilizadas em qualquer série:

Onde:

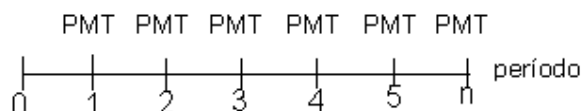
- PMT** – termos da série (pagamento ou recebimento).
- i*** – taxa de juros envolvida na operação.
- n*** – número de termos da série.
- PV** – valor presente **do conjunto de fluxos** que compõem a série.
- FV** = valor futuro **do conjunto de fluxos** que compõem a série

2. SÉRIE UNIFORME POSTECIPADA (SUP)

Também conhecida como “série padrão”, ocorre na maioria das operações de empréstimo e de financiamento realizadas no mercado e possuem as seguintes características:

- a) Os termos (prestação) possuem valores iguais, ou seja, são séries uniformes ;
- b) Os fluxos são temporários e periódicos, ou seja, a quantidade é conhecida e os intervalos entre sua ocorrência são constantes;
- c) É postecipada, o que indica que o primeiro termo (prestação) ocorrerá sempre ao final do primeiro período a que se referir a taxa de juros da operação.

Exemplo:



2.1 - Determinação do Valor Presente (PV) para SUP

$$PV = PMT \cdot FPV(i, n)$$

$$FPV(i, n) = \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \right]$$

2.2 – Determinação do Valor Futuro (FV) para SUP

$$FV = PMT \cdot FFV(i, n)$$

$$FFV(i, n) = \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

Observações:

- (i) $FPV(i, n)$ = Fator de Valor Presente – Constante para um dado i e n .
- (ii) $FFV(i, n)$ = Fator de Valor Futuro – Constante para um dado i e n .
- (iii) A variável “ n ” representa o número de termos (PMT) da série e não o prazo da operação.
- (iv) Sempre que o problema não informar a ocorrência da primeira parcela, iremos considerar como sendo ao final do primeiro período (SUP), por representar a série padrão.

Exemplos 01

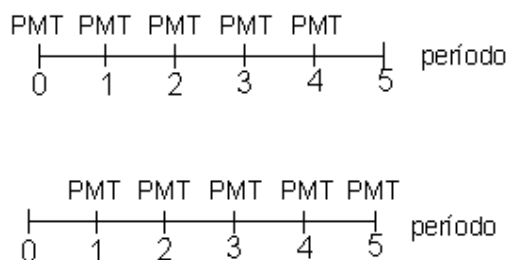
1. Qual será o preço à vista de uma mercadoria adquirida em 12 parcelas iguais e sucessivas, no valor de R\$ 230,00, sabendo-se que a taxa de juros do financiamento foi de 4,5% a.m.?
2. Ao adquirir um eletrodoméstico, uma pessoa financia o valor de R\$ 1.500,00 para pagar em 24 prestações, iguais e sucessivas. Considerando que a taxa de juros da operação foi de 5,5% a.m., calcular o valor das prestações.
3. A comissão de formatura de uma turma de graduação irá depositar mensalmente R\$ 800,00, durante 28 meses, numa opção de investimento que paga 0,6% de juros ao mês. Calcular o montante de recursos que os alunos irão ter, ao final do período, a fim de custear a festa de colação de grau.
4. Para efetuar uma viagem de férias, um indivíduo planeja efetuar depósitos durante os 9 meses que antecedem a aquisição de um pacote turístico, que custará R\$ 8.000,00. Qual o valor de cada depósito que ele deverá fazer, sabendo-se que a modalidade de aplicação financeira escolhida paga juros à taxa de 1,2% ao mês?

3. SÉRIE UNIFORME ANTECIPADA (SUA)

Dando continuidade ao estudo das séries de pagamentos e recebimentos, vamos conhecer os procedimentos de cálculo do valor presente e do valor futuro das chamadas “séries uniformes antecipadas” (SUA) que, além de possuir fluxos de valores iguais, ocorrendo em intervalos de tempo constantes e com número de termos conhecido (limitado), caracteriza-se pela ocorrência do primeiro fluxo no início do período a que se referir a taxa de juros.

Se compararmos o fluxo de caixa representativo de uma série uniforme antecipada (SUA), ao fluxo de caixa das séries uniformes postecipadas (SUP), estudadas no módulo anterior, veremos que a única diferença entre as duas está no momento da ocorrência do primeiro termo da série. Enquanto nas SUP o primeiro fluxo ocorre ao final do primeiro período, nas SUA este fluxo ocorrerá no início do primeiro período.

Veja, em seguida, os fluxos de caixa referentes a aquisição de um produto numa loja em cinco pagamentos iguais e sucessivos, pelos dois tipos de séries (SUA) e (SUP), respectivamente.



3.1 – Determinação do Valor Presente (PV) para SUA

$$PV = PMT \cdot FPV(i, n) \cdot (1+i)$$

$$FPV(i, n) = \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \right]$$

3.2 – Determinação do Valor Futuro (FV) para SUA

$$FV = PMT \cdot FFV(i, n) \cdot (1+i)$$

$$FFV = \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

Exemplos 02

1. Qual será o preço à vista de uma mercadoria adquirida em 18 parcelas iguais e sucessivas, no valor de R\$ 108,00, sabendo-se que a primeira parcela ocorre no ato da compra e que a taxa de juros do financiamento é de 5,5% a.m.?
2. Uma loja anuncia a venda de um eletrodoméstico, no valor de R\$ 2.800,00, em 1+7 parcelas iguais e sucessivas. Considerando que a taxa de juros da operação é de 6% a.m., calcular o valor das prestações.
3. Uma pessoa decide depositar mensalmente R\$ 135,00, durante 5 anos, numa opção de investimento que paga 0,6% de juros ao mês. Calcular o montante de recursos que ela terá ao final do período, sabendo que o primeiro depósito será efetuado na data de hoje.
4. Um financiamento de R\$ 50000 será pago em 12 prestações mensais aplicando-se juros efetivos de 8% a.m. Considerando que foi estipulado um período de carência de três meses, calcular o valor das prestações antecipadas e postecipadas.

5. Uma pessoa pode abater R\$ 7500 se entregar seu carro usado na compra de um veículo novo, cujo valor à vista é de R\$ 18.500,00. O saldo será pago por meio de uma entrada, mais 18 prestações mensais postecipadas de R\$ 350. Considerando que foram aplicados juros nominais de 72% a.a. ccm, calcular o valor da entrada.

6. A juros efetivos de 3% a.m., determinar o tempo necessário para liquidar um financiamento de R\$ 842,36 por meio de prestações mensais postecipadas de R\$ 120.

7. Uma indústria financia suas vendas à prazo aplicando juros efetivos de 10% a.m. determinar o valor das prestações postecipadas para uma venda de R\$ 250000, sabendo que serão pagas em 4 prestações trimestrais.

8. Um empréstimo de R\$ 20.000,00 é concedido para pagamento em 5 prestações mensais, iguais e sucessivas de R\$ 4.300,00. Calcular o custo efetivo deste empréstimo.