Matemática Discreta 1

Lista de Exercícios 1

Professor: Luiz Augusto Fontes Laranjeira

Proposições, conectivos e operações lógicas sobre proposições

1. Sabendo que p, q e r são as proposições a seguir.

- p: Ursos-cinzentos são vistos na área.
- q: Fazer caminhada na trilha é seguro.
- r: As bagas estão maduras ao longo da trilha.

Escreva as proposições a seguir usando p, q e r e conectivos lógicos.

(a) As bagas estão maduras ao longo da trilha, mas os ursos-cinzentos não são vistos na área.

(b) Ursos-cinzentos não são vistos na área e fazer caminhada na trilha é seguro, mas as bagas estão maduras ao longo da trilha.

(c) Se as bagas estão maduras ao longo da trilha, fazer caminhada é seguro se e somente se os ursos-cinzentos não forem vistos na área.

(d) Não é seguro fazer caminhada na trilha, mas os ursos-cinzentos não são vistos na área e as bagas ao longo da trilha estão maduras.

(e) Para a caminhada ser segura, é necessário, mas não suficiente, que as bagas não estejam maduras ao longo da trilha e que os ursos-cinzentos não sejam vistos na área.

(f) Caminhada não é segura ao longo da trilha sempre que os ursos-cinzentos são vistos na área e as bagas estão maduras ao longo da trilha.

2. Considere que p e q são as proposições: “Nadar na praia em Nova Jersey é permitido.”e “Foram descobertos tubarões perto da praia.”, respectivamente. Expresse cada uma das proposições compostas a seguir como uma sentença em português.

(a) $\sim q$

(b) $p \wedge q$

(c) $\sim p \vee q$

(d) $p \to \sim q$

(e) $\sim q \to p$

(f) $\neg p \to \neg q$

(g) $p \leftrightarrow \neg q$

(h) $\neg p \wedge (p \vee \neg q)$

3. Determine o **valor lógico** (V ou F) das proposições compostas a seguir.

(a) Não é verdade que 12 é um número ímpar

(b) É falso que $2 + 3 = 5$ e $1 + 1 = 3$

(c) $4^3 \neq 64 \to \sim (3 + 3 = 7 \leftrightarrow 1 + 1 = 2)$

(d) Brasília não é a capital do Brasil, e ou $2^0 = 1$ ou $3^0 = 1$

(e) É falso que $3 + 3 = 6$ ou $\sqrt{-1} = 0$

(f) $1 \geq \operatorname{sen} \dfrac{\pi}{2} \leftrightarrow \cos \dfrac{\pi}{4} < 1$

(g) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = 4 \leftrightarrow \sqrt{2} = 0$

4. Sabendo que p, q, r e s são proposições simples nas quais p e s são verdadeiras e q e r são falsas, determine o **valor lógico** (V ou F) das proposições compostas a seguir.

(a) $\sim (p \vee r) \wedge (q \wedge r) \vee q$

(b) $\sim s \vee q$

(c) $\sim (\sim q \vee q)$

(d) $\sim [(\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee r) \wedge (\sim r \wedge s)] \vee (p \to s)$

(e) $(p \wedge s) \wedge (q \vee \ \sim s)$

5. Mostre que se S é uma proposição, em que S é a sentença condicional "Se S é verdadeira, então unicórnios existem", então "Unicórnios existem" é verdadeira. Mostre que disso segue que S não pode ser uma proposição.

6. Steve quer determinar os salários relativos de três colegas de trabalho usando dois fatos. Primeiro, ele sabe que se Fred não tem o maior salário dos três, então Janice tem. Segundo, ele sabe que se Janice não tem o salário mais baixo, então Maggie é a mais bem paga. É possível determinar os salários relativos de Fred, Maggie e Janice a partir do que Steve sabe? Se sim, quem tem o salário maior e quem tem o menor? Exponha seus argumentos.

7. A polícia tem três suspeitos para o assassinato do sr. Cooper: sr. Smith, sr. Jones e sr. Williams. Smith, Jones e Williams declaram que não mataram Cooper. Smith também declara que Cooper era amigo de Jones e que Williams não gostava da vítima. Jones declara também que não conhecia Cooper e que estava fora da cidade no dia em que Cooper for morto. Por sua vez, Williams declara também que ele viu Smith e Jones com Cooper no dia em que ele foi morto e que ou Jones ou Smith o mataram. Você pode determinar quem foi o assassino se:

(a) um dos três é culpado e os dois inocentes estão falando a verdade, mas as declarações do homem culpado podem ou não ser falsas?

(b) os homens inocentes não mentem?

Os itens de 8 a 10 se referem a *Ilha dos Cavaleiros e Bandidos*; local fictício criado pelo filósofo Raymond M. Smullyan no qual os cavaleiros sempre dizem a verdade e os bandidos sempre mentem.

8. Suponha que lá você encontra duas pessoas, A e B. Determine, se possível, quem são A e B se eles o conduzirem pelos caminhos descritos. Se não puder determinar quem são essas duas pessoas, você pode tirar alguma conclusão?

(a) A diz: "Ao menos um de nós é um bandido" e B não diz nada.

(b) A diz: "Nós dois somos cavaleiros" e B diz "A é um bandido".

(c) A diz: "Eu sou um bandido ou B é um cavaleiro" e B não diz nada.

(d) Ambos, A e B, dizem: "Eu sou um cavaleiro".

(e) A diz: "Nós dois somos bandidos" e B não diz nada.

9. Suponha você foi visitar à Ilha dos Cavaleiros e Bandidos motivado por um boato que aponta à presença de ouro no local. Ao conhecer um nativo ele te dá permissão para perguntar apenas uma vez algo a ser respondido com *sim* ou *não*. Qual pergunta você faria para determinar se há ou não ouro na ilha? (A resposta envolve um importante princípio descoberto pelo filósofo Nelson Goodman.)

10. Antes de deixar o local você participa do julgamento de um nativo chamado José, suspeito de ter cometido um assalto. No tribunal constam duas testemunhas chamadas João e Maria. O juiz, que é um cavaleiro (isto é, sempre fala a verdade), primeiro perguntou a João: "José é inocente ou culpado ?" e João respondeu: "Ele uma vez alegou ser inocente". Neste momento, Maria retrucou: "Ele afirmou uma vez que é culpado", ao que José (o acusado) respondeu: "Maria é uma mentirosa!". O juiz então perguntou a José "E quanto a João? Ele é um mentiroso?"que respondeu sim ou não, e o juiz (que era bom de lógica) concluiu naquele momento se ele era ou não o culpado. Qual foi a conclusão do juiz? Justifique.

Tabelas - verdade

11. Determine quantas linhas aparecem na tabela-verdade de cada uma das proposições compostas a seguir.

(a) $(q \to \sim p) \vee (\sim p \to \sim q)$
(b) $(p \vee \neg t) \wedge (p \vee \neg s)$
(c) $(p \to r) \vee (\sim s \to \sim t) \vee (\sim u \to v)$
(d) $(p \wedge r \wedge s) \vee (q \wedge t) \vee (r \wedge \neg t)$

12. Construa a tabela-verdade das proposições compostas a seguir.

(a) $\sim p \cdot r \to q + \sim r$
(b) $p \to r \leftrightarrow q + \sim r$
(c) $(p \wedge q \to r) \vee (\sim p \leftrightarrow q \vee \sim r)$

13. Sabendo que a condicional $p \to q$ é falsa e a disjunção $r \vee (p \to q)$ é verdadeira, determine o valor lógico das condicionais $p \vee r \to q \vee r$ e $p \wedge r \to q \wedge r$.

14. Suprima o maior número possível de parênteses nas proposições compostas a seguir.

(a) $((q \leftrightarrow (r \vee q)) \leftrightarrow (p \wedge (\sim (\sim q))))$
(b) $((p \wedge (\sim (\sim q))) \leftrightarrow (q \leftrightarrow (r \vee q)))$
(c) $(((p \vee q) \to (\sim r)) \vee ((((\sim q) \wedge r) \wedge q)))$

15. Considerando que as letras p, q e r representem proposições simples conhecidas determine se há uma combinação de valorações verdadeiras ou falsas atribuídas a elas que permite a verdade simultanea de $q \to p$, $\sim (p \wedge r)$ e $q \vee r$.

Os exercícios 16 e 17 devem ser resolvidos traduzindo as proposições em expressões lógicas e argumentos e analisando suas respectivas tabelas-verdade

16. Um detetive entrevistou quatro testemunhas de um crime. A partir das histórias das testemunhas, o detetive concluiu que, se o mordomo está dizendo a verdade, então o cozinheiro também está; o cozinheiro e o jardineiro, ambos, não podem estar dizendo a verdade; o jardineiro e o zelador, ambos, não estão mentindo; e se o zelador está dizendo a verdade, então o cozinheiro esá mentindo. Para cada uma das quatro testemunhas, o detetive pode determinar se a pessoa está mentindo ou dizendo a verdade? Exponha seus argumentos.

17. Cinco homens de nacionalidades diferentes, com empregos diferentes, vivem em casas consecutivas em uma rua. Essas casas estão pintadas com cores diferentes. Os homens têm animais de estimação diferentes e gostam de bebidas diferentes. Determine quem tem uma zebra e quem tem por bebida favorita água mineral, a partir das pistas a seguir.

1) O inglês vive na casa vermelha.
2) O espanhol tem um cachorro.
3) O japonês é pintor.
4) O italiano bebe chá.
5) O norueguês vive na primeira casa à esquerda.
6) A casa verde é imediatamente do lado direito da casa branca.
7) O fotógrafo cria caracóis.
8) O diplomata vive na casa amarela.
9) Bebe-se leite na casa do meio.
10) A casa do norueguês é ao lado da azul.
11) O violinista bebe suco de laranja.
12) A raposa está na casa ao lado da do físico.
13) O cavalo está na casa ao lado da do diplomata.
14) O dono da casa verde bebe chá.

(***Dica:*** Faça uma tabela em que as linhas representem os homens e as colunas, a cor das casas, seus empregos, seus animais e suas bebidas favoritas e use a argumentação lógica para determinar as entradas corretas da tabela.)

Tautologias, contradições e contingências

18. Determine, através da tabela-verdade, quais das proposições compostas a seguir são tautológicas, contraválidas ou contingentes.

(a) $p \to (\sim p \to q)$

(b) $\sim p \vee q \to (p \to q)$

(c) $((p \to q) \leftrightarrow q) \to p$

(d) $p \vee \sim q \to (p \to \sim q)$

19. Encontre uma proposição composta que envolva as variáveis p, q e r, que é verdadeira quando exatamente duas de p, q e r forem verdadeiras, mas o contrário é falso.

20. Uma proposição composta é **satisfatória** se existe uma atribuição de valores - verdade para as variáveis na proposição que torna a declaração verdadeira. Explique como um algoritmo usado para definir se uma proposição composta é satisfatória pode ser usado para determinar se uma proposição composta é uma tautologia. (***Dica***: Observe $\sim P$, em que P é a proposição composta que está sendo examinada)

Equivalências e implicações lógicas

21. Demonstre, através da tabela-verdade, a validade das implicações e equivalências lógicas a seguir.

(a) $p \leftrightarrow q \iff \sim p \leftrightarrow \sim q$

(b) $(\sim p \leftrightarrow q) \iff (p \leftrightarrow \sim q)$

(c) $(x \neq 0 \rightarrow x = y) \wedge x \neq y \implies x = 0$

(d) $p \not\Rightarrow p \wedge q$

22. Demonstre, através do método dedutivo, a validade das equivalências e implicações lógicas a seguir.

(a) $p \wedge \sim p \implies q$

(b) $\sim p \rightarrow p \equiv p$

(c) $p \rightarrow p \wedge q \equiv p \rightarrow q$

(d) $(p \rightarrow q) \rightarrow q \equiv p \vee q$

(e) $(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r) \equiv p \wedge q \rightarrow r$

(f) $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow q \wedge r$

23. Determine a oposta (ou *recíproca*), a inversa (ou *contrária*) e a contrapositiva das proposições condicionais a seguir.

(a) Se nevar hoje, esquiarei amanhã.

(b) Eu venho à aula sempre que há uma prova.

(c) Um inteiro positivo é um primo apenas se não tem divisores além de 1 e dele mesmo.

24. Determine, através do método dedutivo, uma proposição composta logicamente equivalente às proposições a seguir usando apenas o operador lógico $\downarrow$ (NOR).

(a) $p \vee q$

(b) $p \rightarrow q$

25. A sentença a seguir foi tirada das especificações de um sistema telefônico: *Se o diretório de dados for do banco aberto, então o monitor é posto em estado de fechamento, se o sistema não estiver em seu estado inicial.* Essa especificação é difícil de ser compreendida porque envolve proposições com duas condicionais. Encontre uma equivalente, uma especificação de fácil compreensão, que envolva disjunções e negações, mas não proposições condicioniais.

26. Um conjunto de operadores lógicos é chamado de **funcionalmente completo** quando todas as proposições compostas são logicamente equivalentes a uma proposição composta que envolva apenas esses operadores lógicos. Mostre que $\sim$ e $\vee$ formam um grupo de operadores funcionalmente completo.

Argumentos e regras de inferência

27. Indique a regra de inferência que justifica a validade dos argumentos a seguir.

(a) $p \to q \vdash (p \to q) \vee \sim r$

(b) $\sim p \wedge (q \to r) \vdash \sim p$

(c) $p \to q,\ q \to \sim r \vdash p \to \sim r$

(d) $p \to (q \to r),\ p \vdash q \to r$

(e) $(q \vee r) \to \sim p,\ \sim\sim p \vdash \sim (q \vee r)$

(f) $p \to q,\ r \to \sim s \vdash (p \to q) \wedge (r \to \sim s)$

(g) $(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge r),\ \sim (\sim p \wedge r) \vdash p \wedge q$

(h) $p \to q \vee r \vdash p \to p \wedge (q \vee r)$

(i) $x + y = z \to y + x = z,\ x + y = z \vdash y + x = z$

(j) $x,\ y \in \mathbb{R} \to x + y \in \mathbb{R},\ x + y \notin \mathbb{R} \vdash x,\ y \notin \mathbb{R}$

(k) $x \neq 0,\ x \neq 1 \vdash x \neq 0 \wedge x \neq 1$

(l) $3 < 5 \vdash 3 < 5 \vee 3 < 2$

(m) $x < 0 \vee x = 1,\ x \neq 1 \vdash x < 0$

(n) $x = 1 \to x < 3,\ x < 3 \to x + y < 5 \vdash x = 1 \to x + y < 5$

(o) $\pi > 3 \wedge \pi < 4 \vdash \pi < 4$

28. Use as Regras *Modus ponens, Modus tollens, Silogismo disjuntivo, Silogismo hipotético, Dilema construtivo e Dilema destrutivo*, respectivamente, para deduzir a conclusão de cada um dos pares ou ternos de premissas a seguir.

(a) (1) $x = y \wedge y = z$
(2) $(x = y \wedge y = z) \rightarrow x = z$

(b) (1) $x \neq 0 \rightarrow x + y \neq y$
(2) $x + y = y$

(c) (1) $x + 8 = 12 \vee x \neq 4$
(2) $x + 8 \neq 12$

(d) (1) $p \rightarrow r \vee \sim s$
(2) $r \vee \sim s \rightarrow t$

(e) (1) $p \rightarrow r$
(2) $\sim q \rightarrow \sim s$
(3) $p \vee \sim q$

(f) (1) $p \wedge q \rightarrow r$
(2) $q \rightarrow r \wedge s$
(3) $\sim r \vee \sim (r \wedge s)$

29. Determine qual a regra de inferência utilizada no argumento *se eu trabalhar a noite toda nesta tarefa de casa, então posso resolver todos os exercícios. Se eu resolver todos os exercícios, eu entenderei todo o material. Por isso, se eu trabalhar à noite nesta tarefa, então eu entenderei o material.*

30. Verifique, através da tabela-verdade, a validade do argumento

$$p\,,\,q \vdash \sim (p \wedge q) \rightarrow p$$

Argumentos, regras de inferência, equivalências lógicas e demonstrações diretas

31. Demonstre, através das **regras de inferência** e equivalências lógicas, a validade dos argumentos a seguir.

(a) $p \vee q \rightarrow \sim r,\ p, s \rightarrow r \vdash \sim s$

(b) $p \wedge (q \vee r),\ q \vee r \rightarrow \sim s,\ s \vee t \vdash t$

(c) $p \vee q \rightarrow \sim r,\ q,\ s \wedge t \rightarrow r \vdash \sim (s \wedge t)$

(d) $p \rightarrow q,\ \sim q,\ \sim p \vee \sim r \rightarrow s \vdash s$

(e) $p \vee (q \wedge r),\ q \rightarrow s,\ r \rightarrow t,\ s \wedge t \rightarrow p \vee r,\ \sim p \vdash r$

(f) $q \vee (r \rightarrow t),\ q \rightarrow s,\ \sim s \rightarrow (t \rightarrow p),\ \sim s \vdash r \rightarrow p$

(g) $p \vee q \rightarrow (p \rightarrow s \wedge t),\ p \wedge r \vdash t \vee r$

(h) $r \to p \wedge q, \sim p \vee \sim q, r \vee s \vdash s$

(i) $p \vee q \to r, \sim r, \sim p \to s \vdash s$

(j) $(p \to q) \to r, \sim r, (\sim p \vee q) \vee s \vdash s$

(k) $\sim (p \wedge q) \to (r \to s),\ r \wedge \sim s, q \to t \vdash t$

(l) $p \vee \sim (q \vee \sim r), \sim p, r \to s \vee t \vdash s \vee t$

(m) $p \vee q \to r, \sim r, q \vee (\sim s \vee t) \vdash s \to t$

32. Demonstre, através das regras de inferência e equivalências lógicas, a validade dos argumentos a seguir.

(a)
$$\begin{array}{ll} (1) & x > y \to x > z \\ (2) & z \not> 6 \to \sim (x > y \to z < 7) \\ (3) & x > z \to z < 7 \\ \hline \therefore & z > 6 \vee z < y \end{array}$$

(b)
$$\begin{array}{ll} (1) & x \neq y \to x > y \vee x < y \\ (2) & x > y \vee x < y \to x \neq 4 \\ (3) & x < y \to \sim (x \neq y \to x \neq 4) \\ (4) & x \neq y \\ \hline \therefore & x > y \end{array}$$

(c)
$$\begin{array}{ll} (1) & x = 3 \vee y = 3 \\ (2) & x > 2 \vee x + y \not> 5 \\ (3) & y = 3 \vee x = 3 \to x + y > 5 \\ (4) & \sim (y < 5 \wedge y > 3) \to x \not> 2 \\ \hline \therefore & y < 5 \end{array}$$

(d)
$$\begin{array}{ll} (1) & x < 3 \wedge y > 6 \\ (2) & y \neq 7 \to \sim (x = 2 \wedge y > x) \\ (3) & y > 6 \wedge x < 3 \to y > x \wedge x = 2 \\ \hline \therefore & y = 7 \end{array}$$

(e)
$$\begin{array}{ll} (1) & x > y \vee x < 6 \\ (2) & x > y \to x > 4 \\ (3) & x > 4 \to x = 5 \wedge x < 7 \\ (4) & x < 6 \to x = 5 \wedge x < 7 \\ (5) & x < 7 \wedge x = 5 \to z > x \vee y < z \\ (6) & x > y \to \sim (y < z \vee z > x) \\ \hline \therefore & x < 6 \end{array}$$

(f) (1) $y \not> x \leftrightarrow x = y \lor x < y$
(2) $\sim (y < 1 \lor y \not> x)$

$\therefore\ x \not< y \land x \neq y$

(g) (1) $x < 3 \lor y < 6$
(2) $y \neq 7 \lor x = 2$
(3) $x < 3 \lor y < 6 \rightarrow \sim (x = 2)$
(4) $\sim (y > x \land y > 6) \rightarrow \sim (y \neq 7)$

$\therefore\ y > x$

33. Demonstre que os conjuntos de proposições a seguir são inconsistentes deduzindo uma contradição para cada um deles.

(a) (1) $q \rightarrow p$
(2) $\sim (p \lor r)$
(3) $q \lor r$

(b) (1) $p \lor \sim q$
(2) $\sim (q \rightarrow r)$
(3) $p \rightarrow r$

(c) (1) $\sim (p \lor q)$
(2) $\sim q \rightarrow r$
(3) $\sim r \lor s$
(3) $\sim p \rightarrow \sim s$

(d) (1) $p \lor s \rightarrow q$
(2) $q \rightarrow \sim r$
(3) $t \rightarrow p$
(3) $t \land r$

(e) (1) $x = y \rightarrow x < 4$
(2) $x \not< 4 \lor x < z$
(3) $\sim (x < z \lor x \neq y)$

(f) (1) $x = 0 \leftrightarrow x + y = y$
(2) $x > 1 \land x = 0$
(3) $x + y = y \rightarrow x \not> 1$

34. (**Polícia Federal, Agente de Polícia Federal, CESPE, 2014 - ADAPTADO**) As premissas a seguir referem-se a uma argumentação hipotética.

- *Se Paulo é inocente, então João ou Jair é culpado.*
- *Se João é culpado, então Jair é inocente.*
- *Se Jair é culpado, então, no depoimento de José e no de Maria, todas as afirmações de José eram verdadeiras e todas as afirmações de Maria eram falsas.*

Com relação a essas premissas e as que forem sendo apresentadas, responda ao que se pede.

(a) Se Maria em seu depoimento disse que Paulo é inocente, e se Paulo for de fato inocente, se pode concluir que Jair é culpado? Justifique.

(b) Se Jair é inocente, o que se pode concluir a respeito da culpa de João? Justifique.

35. As suposições a seguir referem-se a uma argumentação hipotética.

- *Lógica é difícil ou não muitos estudantes gostam de lógica.*
- *Se matemática é fácil, então lógica não é difícil.*

Transcrevendo essas suposições em proposições que envolvam variáveis proposicionais e concetivos lógicos, determine se cada uma das conclusões a seguir é valida para as suposições.

(a) Matemática não é fácil, se muitos estudantes gostam de lógica.

(b) Poucos estudantes gostam de lógica, se matemática não é fácil.

(c) Matemática não é fácil ou lógica é difícil.

(d) Se poucos estudantes gostam de lógica, então matemática não é fácil ou lógica não é difícil.

(e) É falso que matemática é fácil e lógica é difícil.

Argumentos, regras de inferência, equivalências lógicas e demonstrações indiretas

36. Utilize a estratégia de demonstração **indireta** que julgar mais adequada (condicional ou contradição, também chamada de *redução ao absurdo*) para mostrar que são válidos os argumentos a seguir.

(a) $\sim r \vee \sim s,\, q \to s \vdash r \to \sim q$

(b) $\sim (p \wedge q),\, p \rightarrow r,\, q \vee \sim r \vdash \sim p$

(c) $p \rightarrow \sim q,\, \sim (r \wedge \sim p) \vdash q \rightarrow \sim r$

(d) $p \rightarrow \sim q,\, r \rightarrow \sim p,\, q \vee r \vdash \sim p$

(e) $r \rightarrow t,\, t \rightarrow \sim s,\, (r \rightarrow \sim s) \rightarrow q \vdash p \rightarrow p \wedge q$

(f) $\sim (p \wedge q),\, \sim r \rightarrow q,\, \sim p \rightarrow r \vdash r$

(g) $p \rightarrow q,\, r \rightarrow p,\, s \rightarrow r \vdash s \rightarrow q$

(h) $p \rightarrow q \vee r,\, q \rightarrow \sim p,\, s \rightarrow \sim r \vdash \sim (p \wedge s)$

(i) $\sim p,\, \sim r \rightarrow q,\, \sim s \rightarrow p \vdash \sim (r \wedge s) \rightarrow q$

(j) $p \vee q,\, p \rightarrow \sim r,\, q \rightarrow s \vdash \sim r \vee s$

(k) $p \rightarrow \sim q,\, \sim r \rightarrow q,\, \sim s \rightarrow \sim q \vdash p \vee \sim s \rightarrow r$

(l) $p \vee q,\, s \rightarrow \sim p,\, \sim (q \vee r) \vdash \sim s$

37. Determine se o argumento a seguir é válido

Se o Super-homem era capaz e tinha vontade de combater o mal, ele seria benevolente. Se o Super-homem não fosse capaz de combater o mal, ele seria impotente; se ele não tivesse vontade de combater o mal, ele seria malevolente. O Super-homem não combate o mal. Se o Super-homem existe, ele é ou impotente ou malevolente. Por isso, o Super-homem não existe.

38. Utilize a estratégia de demonstração **indireta** que julgar mais adequada (condicional ou contradição, também chamada de *redução ao absurdo*) para mostrar que são válidos os argumentos a seguir.

(a)
$$\begin{array}{ll}
(1) & x \neq y \rightarrow\ x > y \vee y > x \\
(2) & y \neq 2 \vee x = 2 \\
(3) & x > y \vee y > x \rightarrow x \neq 2 \\
\hline
\therefore & y = 2 \rightarrow x = y
\end{array}$$

(b)
$$\begin{array}{ll}
(1) & 2x + 3y = 24 \\
(2) & (x = 6 \rightarrow y = 4) \vee 2x = 12 \\
(3) & (2x = 12 \rightarrow x = 6) \vee 2x + 3y \neq 24 \\
(4) & x \neq 6 \\
\hline
\therefore & 2x = 12 \rightarrow y = 4
\end{array}$$

(c)
$$\begin{array}{ll}
(1) & y = 1 \rightarrow x = 0 \vee x > y \\
(2) & z = -1 \rightarrow x = 0 \vee x < z \\
(3) & x \not> y \\
(4) & x \not< z \\
(5) & y = 1 \vee z = -1 \\
\hline
\therefore & x = 0
\end{array}$$

$$
\begin{array}{lll}
\text{(d)} & (1) & x = 0 \to x^2 - x = 0 \\
& (2) & x = 1 \to x^2 - x = 0 \\
& (3) & x = 2 \lor x^2 - x = 0 \to x^3 - 3x^2 + 2x = 0 \\
\hline
& \therefore & x = 0 \lor x = 1 \to x^3 - 3x^2 + 2x = 0
\end{array}
$$

Regras de Inferência

Regra de Inferência	Tautologia	Nome
(1) $p \vee q$ (2) $\sim p$ $\therefore\ q$	$((p \vee q) \wedge \sim p) \rightarrow q$	Silogismo Disjuntivo
(1) $p \rightarrow q$ (2) $q \rightarrow r$ $\therefore\ p \rightarrow r$	$((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$	Silogismo Hipotético
(1) p (2) $p \rightarrow q$ $\therefore\ q$	$(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q$	Modus Ponens
(1) $\neg q$ (2) $p \rightarrow q$ $\therefore \neg p$	$((\sim q) \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow \sim p$	Modus Tollens
(1) p $\therefore\ p \vee q$	$p \rightarrow (p \vee q)$	Adição
(1) $p \wedge q$ $\therefore\ p$	$(p \wedge q) \rightarrow p$	Simplificação

Equivalência	Nome
$p \equiv p$	Propriedade reflexiva
$p \wedge \mathrm{V} \equiv p$ $p \vee \mathrm{F} \equiv p$	Propriedade dos elementos neutros
$p \vee \mathrm{V} \equiv \mathrm{V}$ $p \wedge \mathrm{F} \equiv \mathrm{F}$	Propriedades de dominação
$p \vee p \equiv p$ $p \wedge p \equiv p$	Propriedades idempotentes
$\sim (\sim p) \equiv p$	Propriedade da dupla negação
$p \vee q \equiv q \vee p$ $p \wedge q \equiv q \wedge p$	Propriedades comutativas
$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$ $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$	Propriedades associativas
$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	Propriedades distributivas
$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$ $\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$	Leis de De Morgan
$p \vee (p \wedge q) \equiv p$ $p \wedge (p \vee q) \equiv p$	Propriedades de absorção
$p \vee \sim p \equiv \mathrm{V}$ $p \wedge \sim p \equiv \mathrm{F}$	Propriedades de negação
$(p \wedge q) \rightarrow r \equiv p \rightarrow (q \rightarrow r)$	Propriedade da exportação-importação
$(p \leftrightarrow q) \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$	Equivalência da bicondicional
$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$	Equivalência da condicional
$p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$	Equivalência da contrapositiva