

## Lista 2 de Matemática Discreta

Nicolas Chagas Souza

21 de setembro de 2020

1)

$$\text{a)} \quad \sum_{i=1}^n i^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

Hipótese indutiva:

$$1^3 = \frac{1^2(1+1)^2}{4} \quad 1 = \frac{4}{4} \quad 1 = 1$$

Então a propriedade é válida para  $i = 1$ . Suponha agora que a propriedade seja válida para  $i = k$ , temos:

$$\sum_{i=1}^k i^3 = \frac{k^2(k+1)^2}{4}$$

Precisamos verificar se a propriedade é válida para  $k + 1$ :

$$\sum_{i=1}^{k+1} i^3$$

$$\sum_{i=1}^k i^3 + (k+1)^3$$

Pela hipótese indutiva:

$$\frac{k^2(k+1)^2}{4} + (k+1)^3$$

$$\frac{k^2(k+1)^2 + 4(k+1)^3}{4}$$

$$\frac{k^2(k+1)^2 + 4(k+1)^2(k+1)}{4}$$

$$\frac{k^2(k+1)^2+4(k+1)^2(k+1)}{4}$$

$$\frac{(k+1)^2(k^2+4(k+1))}{4}$$

$$\frac{(k+1)^2(k^2+4k+4))}{4}$$

$$\frac{(k+1)^2(k+2)^2}{4}$$

$$\frac{(k+1)^2(k+2)^2}{4}$$

$$\therefore \sum_{i=1}^{k+1} i^3 = \frac{(k+1)^2(k+2)^2}{4}$$