



Chương 3

PHÉP TÍNH TÍCH PHÂN CỦA HÀM MỘT BIẾN

CHƯƠNG 3

3.1 TÍCH PHÂN BẤT ĐỊNH

3.2 TÍCH PHÂN XÁC ĐỊNH

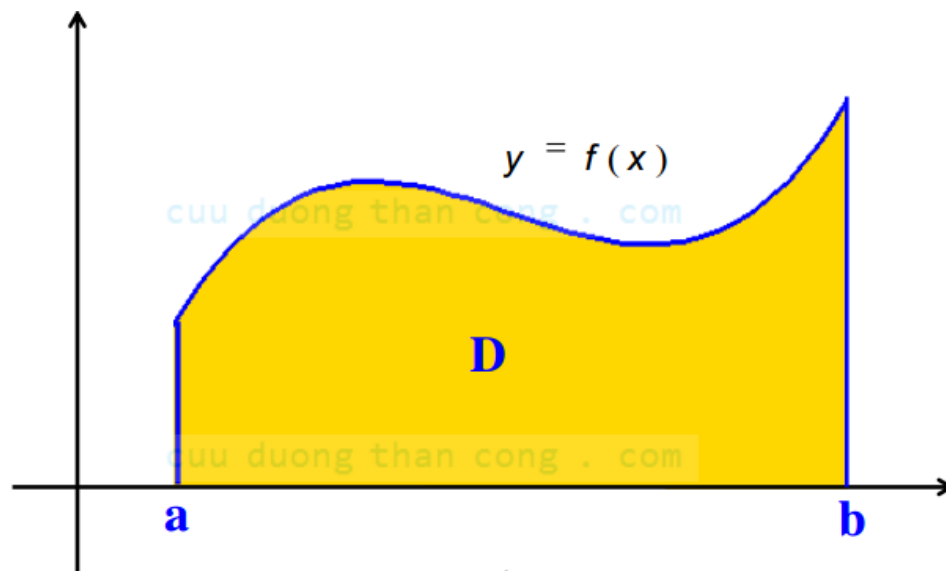
3.3 TÍCH PHÂN SUY RỘNG

3.4 MỘT SỐ ỨNG DỤNG CỦA TP

3.3. ỨNG DỤNG CỦA TÍCH PHÂN XÁC ĐỊNH

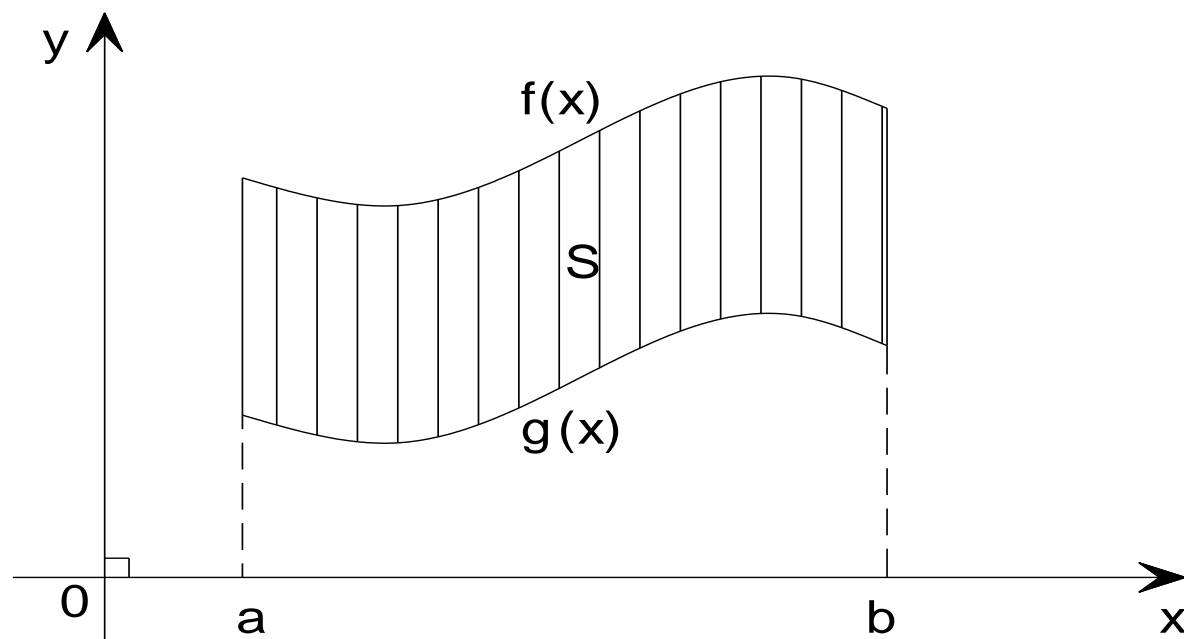
3.3.1. Tính diện tích hình phẳng:

a. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường $y = f(x)$, $x = a$, $x = b$, trục Ox .



$$S = \int_a^b |f(x)| dx$$

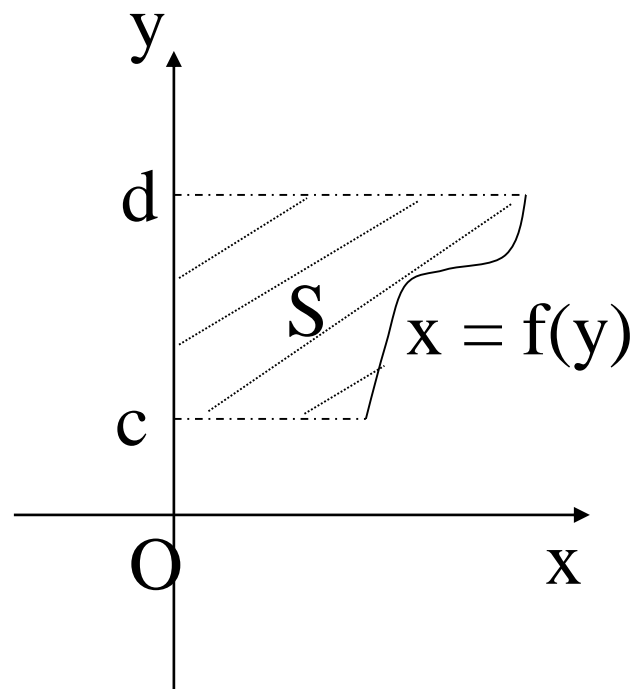
b. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên $[a, b]$ và các đường thẳng $x = a$, $x = b$.



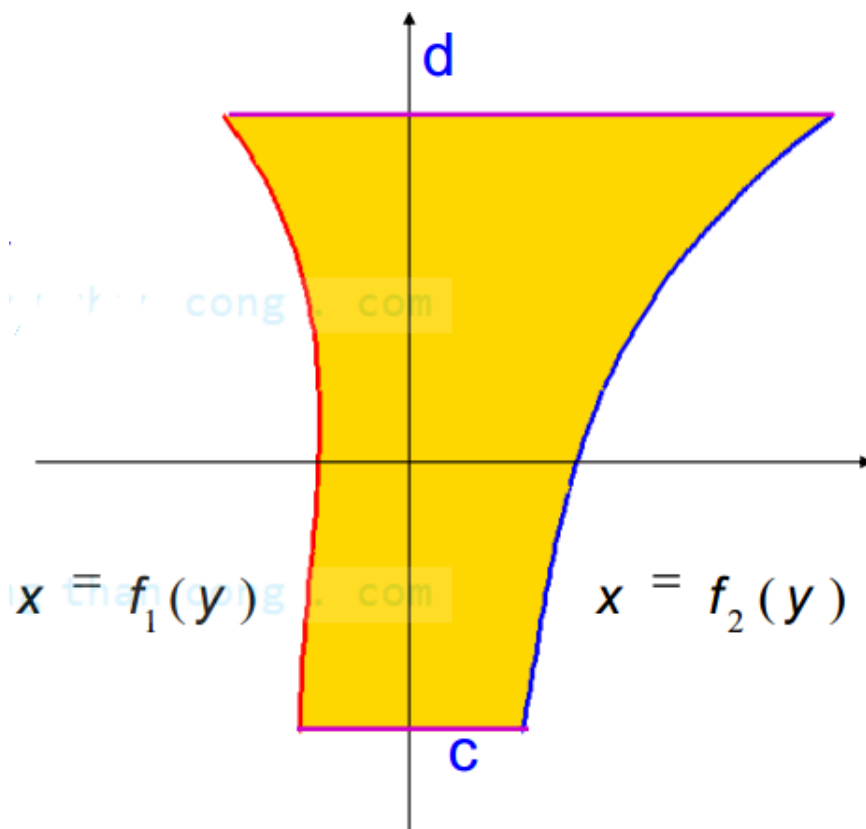
$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

c. Hình phẳng giới hạn bởi đường cong $x = f(y)$, $x = 0$
 $y = c$, $y = d$.

$$S = \int_c^d |f(y)| dy$$



d. Hình phẳng giới hạn bởi các đường cong
 $x = f_1(y)$, $x = f_2(y)$, $y = c$, $y = d$

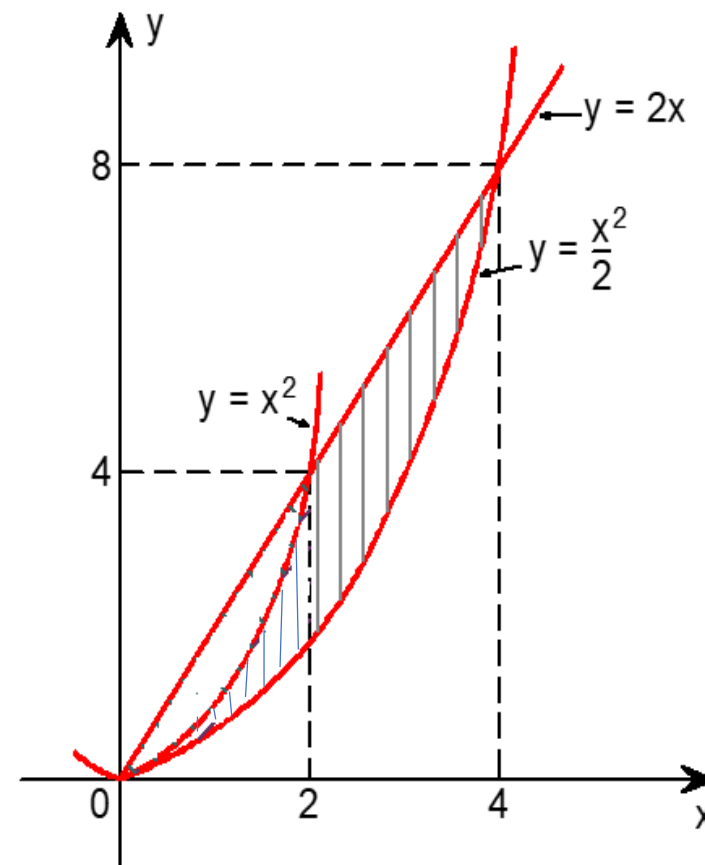


$$S = \int_c^d |f_1(y) - f_2(y)| dy$$

Ví dụ

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường:

- a. $y = \sin x$ ($0 \leq x \leq \pi$), trục Ox
- b. $y = x^2$, $y = 0$, $x + y = 2$
- c. $y = x^2$, $y = x^2/2$, $y = 2x$ (hình vẽ)
- d. $y^2 = x$, $y = x - 2$





e. Đường cong cho bởi phương trình tham số

Nếu đường cong cho bởi PT tham số:

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases} \quad (t \in [a, b])$$

thì diện tích hình cong giới hạn bởi đường cong đó, $y = 0$, $x = x(a)$, $x = x(b)$ là:

$$S = \int_a^b |y(t)x'(t)|dt$$

Ví dụ:

Tính diện tích elip: $x = acost$, $y = bsint$ ($a > 0$, $b > 0$)

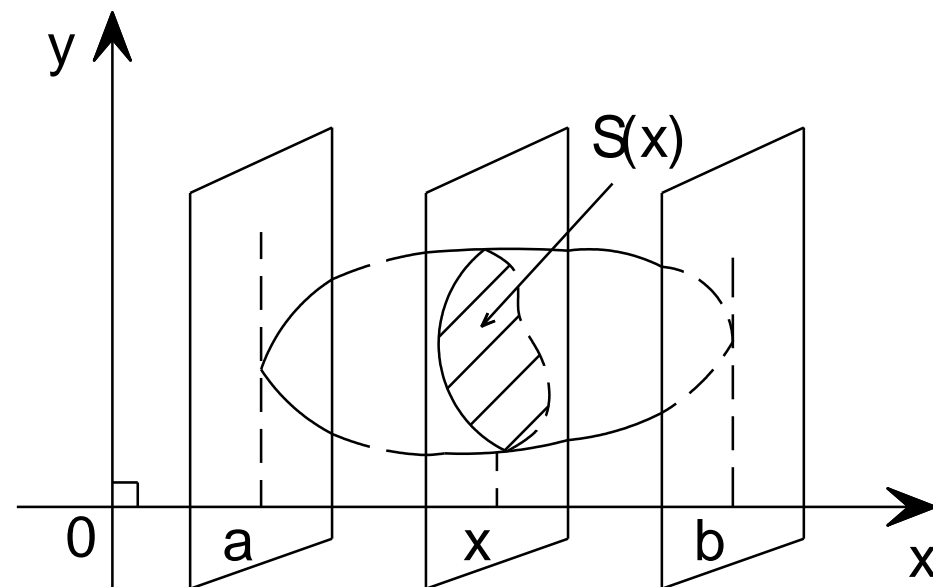
3.3.2. Tính thể tích vật thể

a. Vật thể bất kì

Cho vật thể giới hạn bởi một mặt cong và hai mặt phẳng $x = a$, $x = b$, $a < b$. Thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại x ($a \leq x \leq b$) là $S(x)$

Khi đó, thể tích của vật thể là:

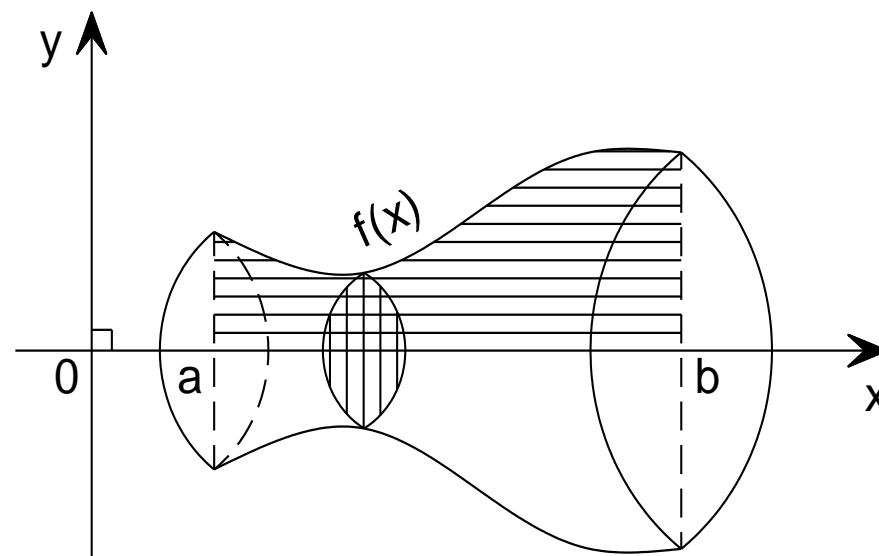
$$V = \int_a^b S(x) dx$$



b. Vật thể tròn xoay.

Cho hình thang cong $aABb$, giới hạn bởi đường cong $y = f(x)$, trục Ox , $x = a$, $x = b$, quay quanh trục Ox .
thể tích V của vật thể tròn xoay tạo nên bởi phép quay này là:

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$$

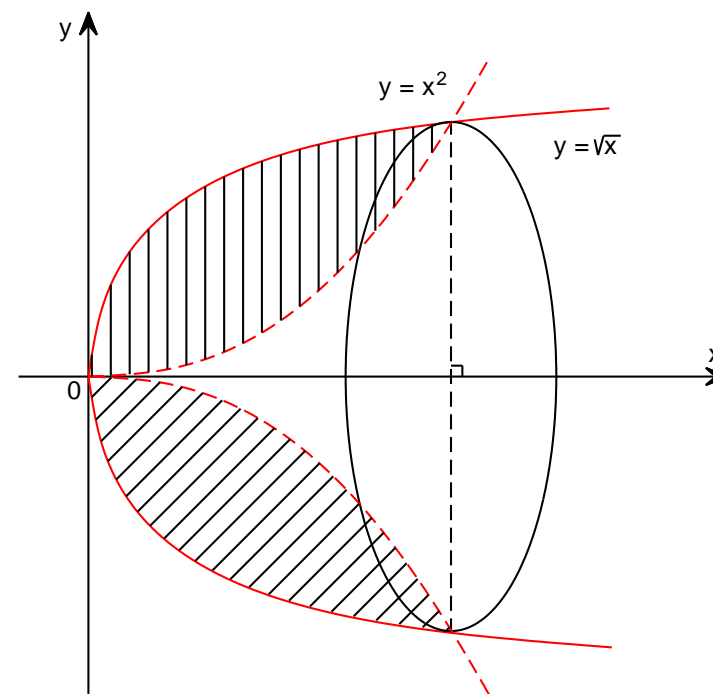
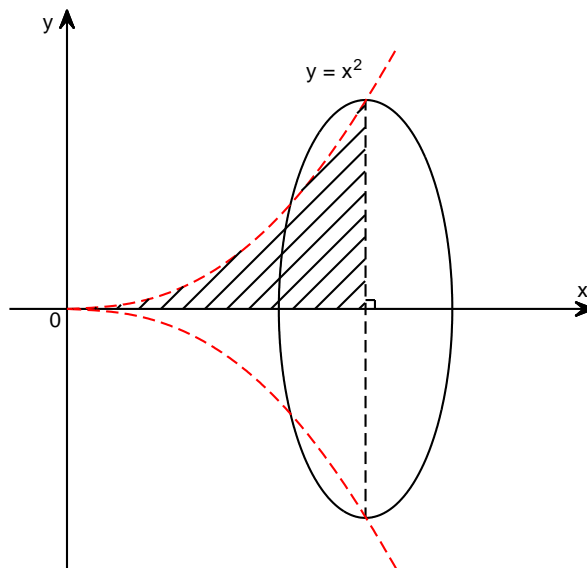
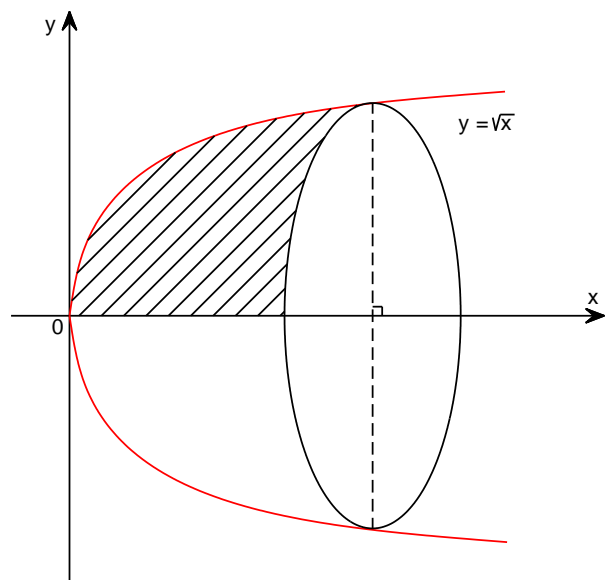


Ví dụ. Tính thể tích vật thể tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi:

a. $y = \sqrt{x}, x = 1$, trục Ox

b. $y = x^2, x = 1$, trục Ox

c. $y = x^2, y = \sqrt{x}$, trục Ox





3.3.3. Độ dài cung phẳng

a. Trong tọa độ Đề- các.

Cung AB có phương trình: $y = f(x)$ ($a \leq x \leq b$)

độ dài cung AB:

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + f'^2(x)} dx$$

Ví dụ:

Tính độ dài cung $y = \frac{1}{2}x^2$ ($0 \leq x \leq 1$)



b. Cung đường cong cho dưới dạng tham số

Độ dài cung đường cong được cho bởi PT tham số:

$x = x(t), y = y(t), t \in [a, b]$ là:

$$L = \frac{1}{2} \int_a^b \sqrt{x'^2(t) + y'^2(t)} dt$$

Ví dụ:

Tính độ dài cung $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi]$