

[ここに入力]

マクロ成長モデルの安定性とシミュレーション報告書

2017.1.31 高野成章

0. 要約

地域の政府、住民、企業の公平性の条件を考慮した最適な生活施設および生産施設の整備過程をモデル化した肥田野登先生の論文をもとに、数値シミュレーションで具体的な整備過程を再現した。モデルでは効用関数を線形関数と仮定することで数学的に性質を導けるが、今回はより一般的な効用関数を、プログラムを実装して経路の性質を調べた。当報告書の意義は数学的解けない一般的な関数を用いても適切にパラメータを調節することでシミュレーションが可能になる点である。なお、整備過程に現実的かつ効果的な開発速度制約(過程制約)を付け足した場合も再現している。

1. モデルの内容、変数

ある地域を最適成長とは、「公平」で実現可能な成長のことである。ここで、公平性とは、地域の家計(住民)、企業、政府の行動をすべて考慮したモデルを考えるということである。

そこで次のようにモデル化する。

<家計>

ある時点 t で、 $u_N(t)$ を 外部地域の効用、 $u(t)$ を地域の効用とすると人口は、

$u(t) > u_N(t)$ 外から地域へ流入

$u(t) > u_N(t)$ 地域から外へ流出

する。ここで人は一瞬で移動しないという仮定の下で地域の人口増加率は次のようになる。

$\eta = n + m(u(t) - u_N(t))$ (η :人口増加率、 m :移動係数)

ここで効用関数は次の変数に従うものとする。

$$u(c, \omega) = u(w, \omega)$$

(ω :一人当たりの公共生活施設($\omega = W/N$)、 c :消費、 w : 一人当たりの賃金)

(住民は賃金の分だけ消費するとする。)

<企業>

地域の企業は利潤 Π を最大化する。生産関数 X はコブ・ダグラス型とする。

$$\max_{X, N, K} \Pi = X - wN - iK$$

[ここに入力]

$$\text{s.t. } X = X(N, K, G) = a' \left(\frac{G}{K} \right)^\delta K^{\alpha_0} N^{\beta_0} \quad (\alpha_0 + \beta_0 = 1)$$

X: 利益生産物

w: 一人当たりの賃金

N: 地域の人口

Y: 生産 ($Y = X - (\text{資源} \cdot \text{材料費})$ だが今回は資源や材料費は 0 とする。)

i: 配当

K: 資本

$$\frac{\partial \Pi}{\partial N} = \frac{\partial X}{\partial N} - w = 0 \quad \dots (1)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial K} \Big|_{\frac{G}{K} = \text{const}} = \frac{\partial X}{\partial K} - i = 0 \quad \dots (2)$$

(G/K は地域の混雑を表し、これは一定に保つことが望ましい)

$$\beta_0 a' \left(\frac{G}{K} \right)^\delta K^{\alpha_0} N^{\beta_0-1} - w = 0 \quad \dots (1)'$$

$$\alpha_0 a' \left(\frac{G}{K} \right)^\delta K^{\alpha_0-1} N^{\beta_0} - i = 0 \quad \dots (2)'$$

(2)' より、

$$K = \left(\frac{i}{\alpha_0 a' G^\delta N^{\beta_0}} \right)^{\frac{1}{\alpha_0 + \delta - 1}}$$

$$w = \beta_0 a' \left(\frac{G}{K} \right)^\delta K^{\alpha_0} N^{\beta_0-1} = \beta_0 a' G^{\alpha_0 - \delta} N^{\beta_0-1} = a \left(\frac{G}{N} \right)^\epsilon \zeta$$

(完全競争下では一人当たりの限界生産能力と賃金が一致するため、一人あたりの公共生産施設

によって決定される。 $\frac{\partial Y}{\partial N} = w$ より $w = a \left(\frac{G}{N} \right)^\epsilon \zeta = a g^\epsilon \zeta$)

ただし、

$$a = a' \left(\frac{w}{\alpha_0 a'} \right)^{-(\alpha_0 - \delta)/(\beta_0 + \delta)}, \quad \epsilon = \frac{\delta}{\beta_0 + \delta}, \quad \zeta = \frac{\beta_0}{\beta_0 + \delta}$$

<政府>

[ここに入力]

地方政府は次のような変数を用いて定式化する。

効用関数は、 $u(w, \omega) = dw + b\omega^\mu$ を用いると、 $u(w, \omega) = u(g, \omega) = d\alpha g^\epsilon \zeta + b\omega^\mu$ と書ける。

また、

$$f = hlw = ahl\zeta g^\epsilon \quad (\epsilon > 0)$$

$$s = f - c_1 g - c_2 \omega - c_0, s \geq 0$$

$$c_1 g = \frac{c_1 G}{N}$$

$$c_2 \omega = \frac{c_2 W}{N}$$

f: 単位あたりの歳入(一般財源)

h: 税率

l: 歳入拡大係数(交付税も含む)

s: (単位当たりの)余剰財源

ω : (一人当たりの)公共生活施設

g: (一人当たりの)公共生産施設

c_i : 施設単位あたりの経常経費

c_0 : その他経常経費

政府の行動は次のようになる。

目標年次 T までに住民の効用を最大化するように(一人当たりの)公共生産施設量 g および(一人当たりの)公共生活施設量 ω を調節する。

$$\max_{g, \omega} \int_u^T u e^{-\rho t} dt = \max_{s_1} \int_u^T u e^{-\rho t} dt$$

$$\begin{cases} \dot{g} = s_1 m_1 - \eta g \\ \dot{\omega} = (s - s_1) m_2 - \eta \omega \end{cases}$$

$$\dot{G} = S_1 m_1 \rightarrow \dot{g} = \frac{\dot{G}}{N} = \frac{G}{N} - \frac{\dot{N}}{N^2} G = \frac{S_1 m_1}{N} - \frac{\dot{N}}{N} \frac{G}{N} = s_1 m_1 - \eta g$$

$$\int_0^T u e^{-\rho t} dt = \max_{0 \leq s_1 \leq s} \int_0^T u e^{-\rho t} dt$$

上の問題を解くことは、ハミルトン関数を $H = u + p_1 \dot{g} + p_2 \dot{\omega}$ とすれば、

[ここに入力]

ラグランジュ関数 L を用いて次のように書き下すことができる。

$$L = \int_0^T (H + \dot{p}_1 g + \dot{p}_2 \omega + p_1 g(-\rho) + p_2 \omega(-\rho) + q_1(s - s_1) + q_2 s_1) e^{-\rho t} dt \\ - g(T) p_1(T) e^{-\rho T} - \omega(T) p_2(T) e^{-\rho T} + g(0) p_1(0) + \omega(0) p_2(0)$$

について以下の必要条件を満たす：

- (i) $p_i(t)$ は $[0, T]$ で連続かつ微分可能 ($i=1, 2$)
- (ii) $\dot{g} = \frac{\partial L}{\partial p_1}$, $\dot{\omega} = \frac{\partial L}{\partial p_2}$, $\dot{p}_1 = -\frac{\partial L}{\partial g}$, $\dot{p}_2 = -\frac{\partial L}{\partial \omega}$
- (iii) $\hat{H}(\hat{g}, \hat{\omega}, \hat{s}_1, t, p_1, p_2) \geq H(\hat{g}, \hat{\omega}, s_1, t, p_1, p_2)$ for all $t, (0 \leq s_1 \leq s)$
- (iv) $\frac{\partial L}{\partial s_1} = 0$
- (v) $q_1(s - s_1) = 0$, $q_1 \geq 0$, $q_2 s_1 = 0$, $q_2 \geq 0$
- (vi) $p_1(T) = p_2(T) = 0$, $g(0) = g_0$, $\omega(0) = \omega_0$

(ii) より、

$$H = u + p_1 \dot{g} + p_2 \dot{\omega} = p_1(s_1 m_1 - \eta g) + p_2((s - s_1)m_2 + \eta \omega) + u$$

であり、よって (iii) より

$$Q = \frac{\partial H}{\partial s_1} = p_1 m_1 - p_2 m_2 \quad \text{について、}$$

$Q > 0$ のとき、 $s_1 = s$, $Q < 0$ のとき $s_1 = 0$ である。なお、今回は $m_1 = m_2 = 1$ として計算を進める。

今回調べるのは、最適成長が定常状態 ($\dot{g} = 0, \dot{\omega} = 0$) へ向かう動学経路である。上記の必要条件より、過程制約を加えていない場合、動学経路は以下の 4 つの微分方程式に従う。

$$\dot{p}_1 = p_1(\rho + \eta) - u_g$$

$$\dot{p}_2 = p_2(\rho + \eta) - u_\omega \quad (u_g = \frac{\partial u}{\partial g}, u_\omega = \frac{\partial u}{\partial \omega} \text{と表記する})$$

$$\dot{g} = s_1 m_1 - \eta g$$

$$\dot{\omega} = (s - s_1)m_2 - \eta \omega$$

2. 分析ケース

[ここに入力]

地方政府の財源振り分けを考えるにあたって、 ω - g グラフで動学経路を考える。

まず分析にあたって可能領域について説明する。可能領域とは想定する地域の望ましい状態の領域のことである。

過程制約のないケース：

過程制約のないケースにおいては、上記の定式化による。可能領域は $s > 0$ であり、 $\eta > 0$ であることが望ましい。この領域内で初期値を設定し、動学経路を計算することにする。

過程制約のあるケース：

過程制約は次のようなものである。まず、地域住民にとって生活水準が各時点で低下することがないように ω はある一定の速度で増加するようにする。 $\dot{\omega} \geq \alpha\omega$ ($\alpha \geq 0$)

民間生産施設の一時点の急速な拡大は生産施設の建設施設の建設能力や資本など現実的に困難である場合があるので成長に $\dot{k} \leq \beta k$ ($\beta \geq 0$) なる制約を加える。なお、簡略化するため民間生産施設と公共生産施設公共生産施設と同じとする。(総生産施設(K')=民間生産施設(K)+公共生産施設(G)、 $\dot{K} = C\dot{G}$ ($C = 1$ とする))

最後に地域政府にとって余剰財源が負の増加をするのは好ましくないため次の制約を加える。

$$\dot{s} \geq \gamma s$$

このとき、 $\dot{s} = s_g \dot{g} + s_\omega \dot{\omega} = s_g(s_1 m_1 - \eta g) \geq \gamma s$ より、

$$s_1 \geq \frac{\gamma s + \eta g s_g - s_\omega s m_2 - \eta \omega s_\omega}{s_g m_1 - s_\omega m_2} (= \sigma_1) \quad (s_g m_1 - s_\omega m_2 \geq 0)$$

$$\dot{\omega} - \alpha\omega = \{(s - s_1)m_2 - \eta\omega\} - \alpha\omega = (s - s_1)m_2 - (\eta + \alpha)\omega \geq 0 \quad \text{より、}$$

$$s_1 \leq \frac{(s m_2 - \eta + \alpha)\omega}{m_2} (= \sigma_2)$$

$$\dot{k} - \beta k = \epsilon m_1 s_1 - (\beta - \eta(1 - \epsilon)) \leq 0 \quad \text{より}$$

$$s_1 \leq \frac{(\beta - \eta(1 - \epsilon))g}{\epsilon m_1} (= \sigma_3)$$

このとき、最適過程の必要条件は次のようになる。

$$L = \int_0^T \left(H + \dot{p}_1 g + \dot{p}_2 \omega + p_1 g(-\rho) + p_2 \omega(-\rho) + q_1(s - s_1) + q_2 s_1 + q_3(\dot{s} - \gamma s) + q_4(\dot{\omega} - \alpha\omega) + q_5(\beta k - \dot{k}) \right) e^{-\rho t} dt - g(T)p_1(T)e^{-\rho T} - \omega(T)p_2(T)e^{-\rho T} + g(0)p_1(0) +$$

[ここに入力]

$$\omega(0)p_2(0)$$

$$(iii)' \quad \hat{H}(\hat{g}, \hat{\omega}, \hat{s}_1, t, p_1, p_2) \geq H(\hat{g}, \hat{\omega}, s_1, t, p_1, p_2)$$

$$for all (0 \leq s_1 \leq s), \dot{\omega} \geq \alpha \omega (\alpha \geq 0), \dot{k} \leq \beta k (\beta \geq 0), \dot{s} \geq \gamma s$$

$$(v)' \quad q_1(s - s_1) = 0 \quad q_2 s_1 = 0, \quad q_3(\dot{s} - \gamma s) = 0, \quad q_4(\dot{\omega} - \alpha \omega) = 0, \quad q_5(\beta k - \dot{k}) = 0, \quad q_i \geq 0 \quad (i=1 \sim 5)$$

動学経路の微分方程式は次のようになる。

$Q > 0$ のとき

$$\dot{g} = m_1 \cdot \min(\sigma_2, \sigma_3, 0) - \eta g$$

$$\dot{\omega} = m_2(s - \min(\sigma_2, \sigma_3, s)) - \eta \omega$$

$Q \leq 0$ のとき

$$\dot{g} = m_1 \max(0, \sigma_1) - \eta g$$

$$\dot{\omega} = m_2(s - \max(0, \sigma_1)) - \eta \omega$$

に従う。

$$(\sigma_1 = \frac{\gamma s + \eta g s_g - s_\omega s m_2 - \eta \omega s_\omega}{s_g m_1 - s_\omega m_2}, \sigma_2 = \frac{(s m_2 - \eta + \alpha) \omega}{m_2}, \sigma_3 = \frac{(\beta - \eta(1 - \epsilon)) g}{\epsilon m_1})$$

以上の制約全体を満たす領域は $\max(0, \sigma_1) \leq s_1 \leq \min(\sigma_2, \sigma_3, s)$ ($\sigma_1 \leq \min(\sigma_2, \sigma_3, s), \sigma_2 \geq 0, \sigma_3 \geq 0$) である。以上の条件を、過程制約を用いないケースの可能領域に新たに課す。

3. 過程制約のないケースの定式化、最適条件、均衡、均衡の鞍点安定性

4. 過程制約のあるケースの定式化、最適条件、均衡、均衡の鞍点安定性

5. 過程制約のないケースの数値解析・均衡経路

人口増加率 $\eta \geq 0$ 、余剰財源 $s \geq 0$ のケースで $s_g = 0$ 、定常状態の曲線で区分された六つの領域を初期値とし、シミュレーションを行った。なお、 a, h, l, ρ, \dots などの数値は任意に定めてあり、目標時間 T は十分大きな値(均衡状態に行き着くまで)を設定している。動学経路を決める初期値は p_1, p_2, g, ω である。図には動学経路の方向が分かるように、 (ω, g) の初期値を記す。

[ここに入力]

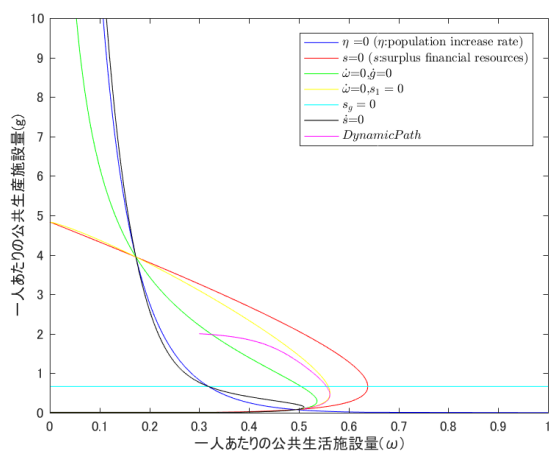


Figure 2 初期値(0.3,2.0)

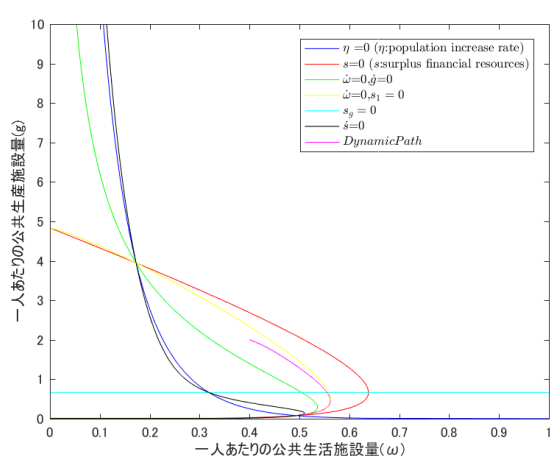


Figure 1 初期値(0.4,2.0)

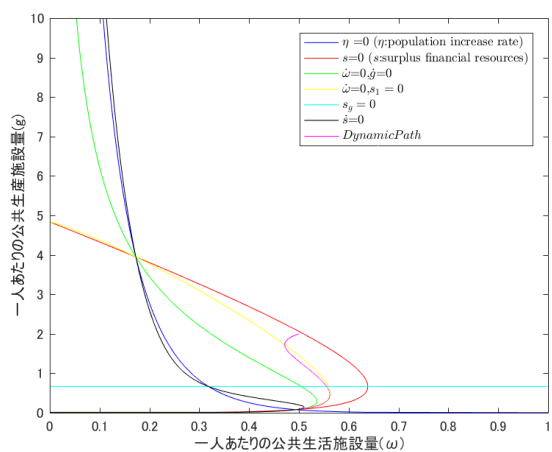


Figure 3 初期値(0.5,2.0)

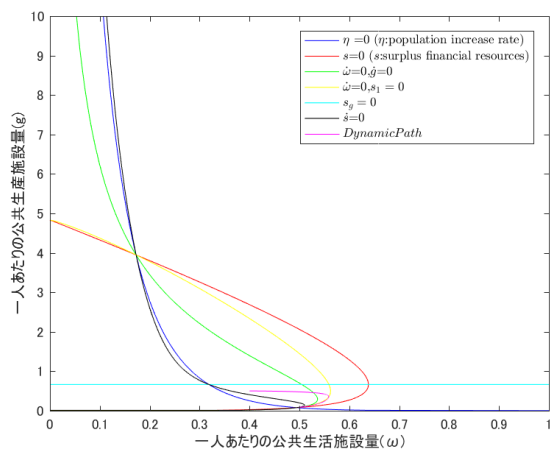


Figure 4 初期値(0.4,0.5)

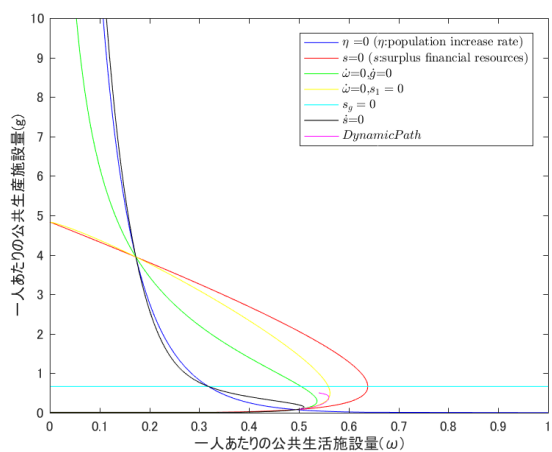


Figure 5 初期値(0.54,0.50)

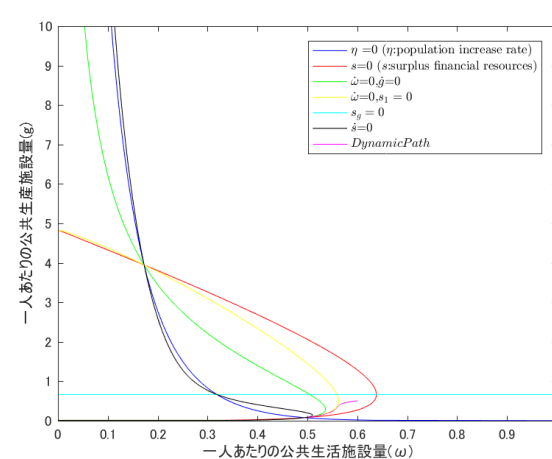


Figure 6 初期値(0.6,0.5)

以上の結果から分かることは、最終的には $\dot{g} = \dot{\omega} = 0, s = 0$ 上の点に行き着くことである。また、 g は減少方向に進むことから、下のほうの交点に行くことがわかる。(ここで $\dot{s} = 0$ 曲線は過

[ここに入力]

程制約を用いるケースで考えられるため、無視する。)

6. 過程制約のあるケースの数値解析・均衡経路

同様に、過程制約のあるケースを記す。

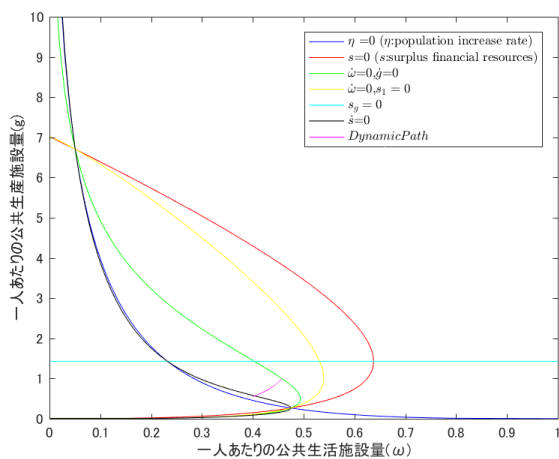


Figure 7 初期値(0.4,0.55)

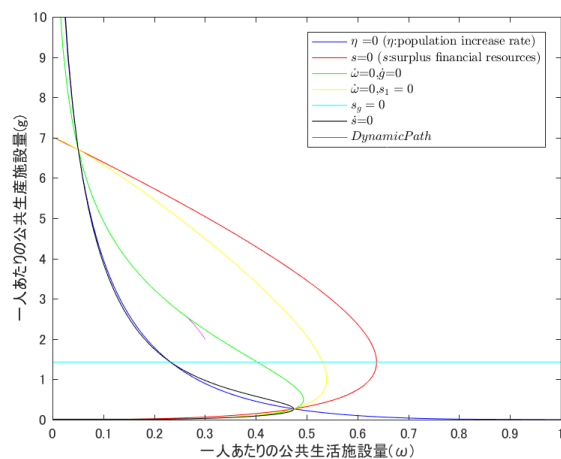


Figure 8 初期値(0.3,2.0)

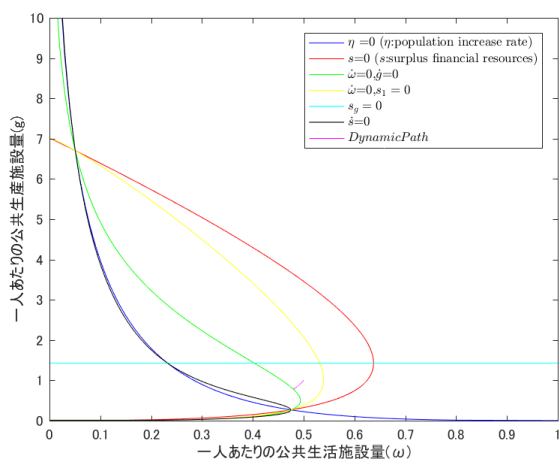


Figure 9 初期値(0.5,1.0)

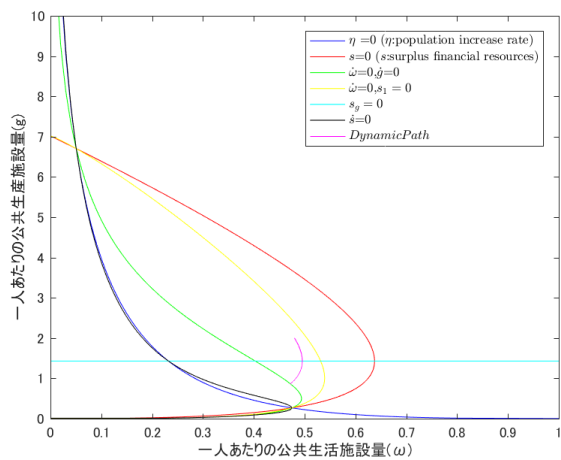


Figure 10 初期値(0.48,2.00)

[ここに入力]

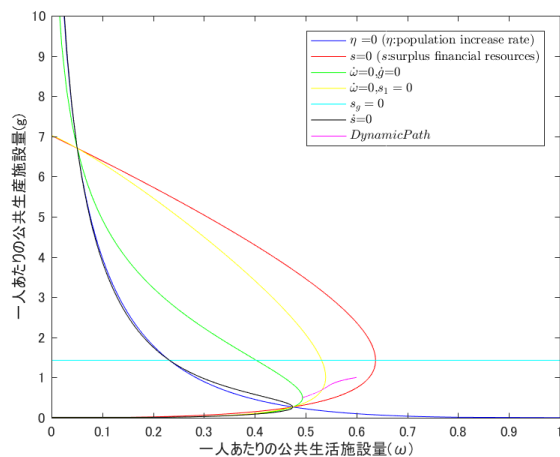


Figure 11 初期値(0.6,1.0)

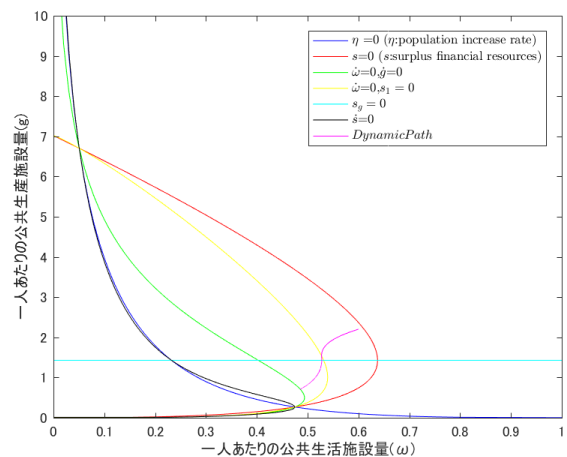


Figure 12 初期値(0.6,2.2)

シミュレーションから分かることは、動学経路は定常経路($\dot{g} = 0, \dot{\omega} = 0$)に乗ると停止することであり、また過程制約を満たす可能領域は初期値が $s_g > 0$ かつ定常経路の左側の曲線を

そこで $s_g = 0$ と定常経路の左側の交点に行き着く曲線を描くことで、具体的な可能領域を導いてみる。そのために、交点から時間を逆行したときに(Backward Induction の要領)動学経路がたどる曲線を描く。交点の座標は(0.403,1.427)とする。

これを初期値とし、そこから動学経路を、時間を戻しながら計算する。

具体的には次のようにする。

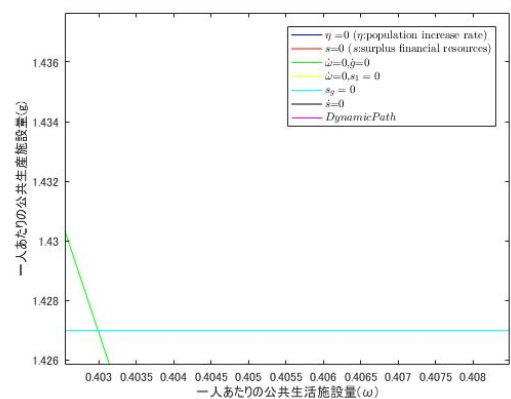


Figure 13 ズームして境界点を求める

```
p1 = dp1 + p1;
p2 = dp2 + p2;
g = dg + g;
omega = domega + omega;
```



```
p1 = -dp1 + p1;
p2 = -dp2 + p2;
g = -dg + g;
omega = -domega + omega;
```

[ここに入力]

以上によりつぎのような曲線(黒太)が得られる。

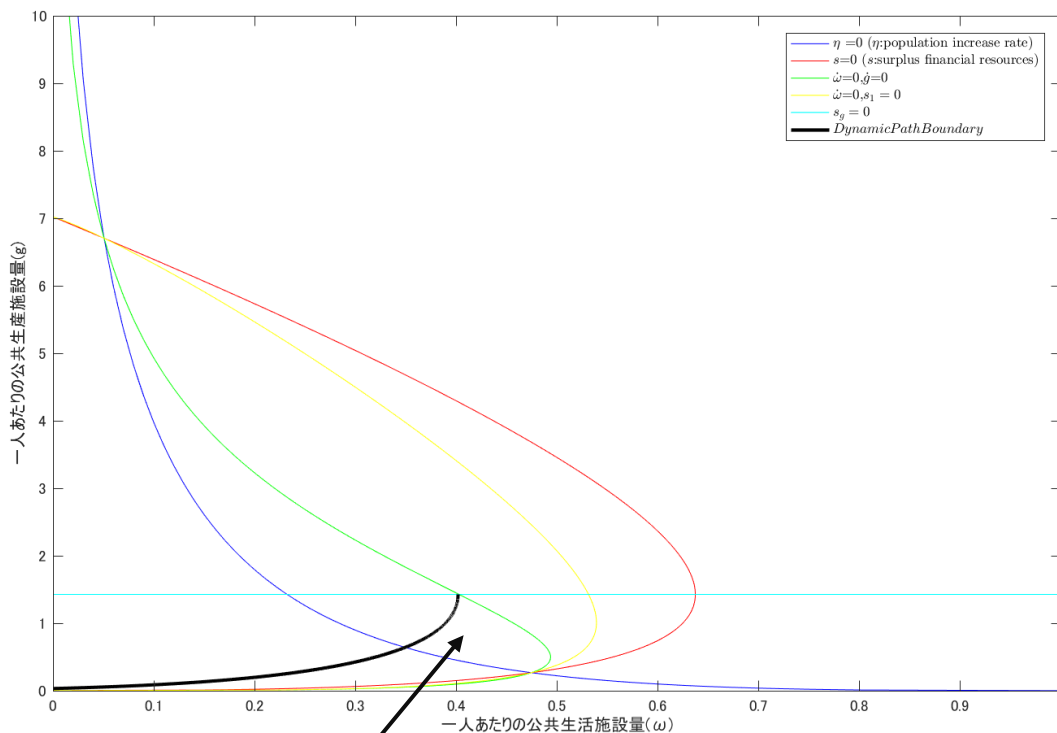


Figure 14 可能領域を図示

この領域(青、緑、黒で囲まれている)であれば過程制約を満たしながら定常経路(緑曲線)に乗る

7. まとめ

今回は肥田野先生のモデルをプログラムで再現することができ、様々なケースでシミュレーションを行うことが可能になった。このことにより、動学経路の具体的な形状、均衡解などが分かり、効用関数や数値パラメータを任意に定めて実験することが可能になる。また、可能領域を求める曲線についても導出することが可能になった。

このたび用いた設定においては、過程制約がない場合は g を減少させ、 $s=0$ かつ g, ω が定常状態になるところまで動学経路が進むことが分かった。過程制約がある場合は定常状態の曲線上に乗るまで動学経路が続くことが分かった。 $s=0$ になるまでとは限らないことがシミュレーションによりわかった。

今後の課題としては、得られたシミュレーションの結果を用いて再度数学的にモデルの性質

[ここに入力]

を捉えられるか検証すること、また、シミュレーションに用いた数値パラメータを現実的な値を採用し、実際にある地域のケーススタディに用いることでシミュレーションが実用的であるか検証することである。

8. プログラム

今回はグラフの形状を詳しく調べることを想定し、matlab でプログラムを組んだ。プログラムは p_1, p_2 の時間による推移、 ω - g グラフ、 ω, g の時間による推移の図および、各時点での u を出力する。以下にプログラムを乗せる。

```
clear;

clf;

format long;

figure(1);clf;figure(2);clf;

figure(3);clf;figure(4);clf;

[x,y] = ndgrid(0:0.01:1,0:0.01:10);

%%PARAMETERS

c0 = 0.01; %その他の経常経費
c1 = 0.1; % g にかかる経常経費
c2 = 0.4; % omega にかかる経常経費

%%INTERIOR PARAMETERS

h1 = 2.4; %h*1 h:税率、1:拡大係数
m = 1; %移動係数.効用の差でどれくらい人が移動するか。
m1 = 1;
m2 = 1;

rho = 0.04;%主観的割引率

%%効用関数 d*a*g^eps*zeta+b*omega^mu %%%

mu = 0.25; %μ
eps = 0.20; %ε

a = 0.3;
d = 0.9; %h1 = md =0.3
```

[ここに入力]

b = 0.5; %この値によって、グラフの形状が大きく変わるのはなぜ？1.1だと接点を持たない。。

zeta = 0.5;

%%% CHUNK(まとめたもの) %%%

A = a*h1*zeta; %0.15;

B = a*d*m*zeta; %B = 0.15; %B=a*d*m*zeta

alp = b*m; %alpha = 6.0; %α = bm

f0 = -0.5;

%%% plot g=omega=0 %%%

ita = B.*y.^eps+b.*m.*x.^mu+f0;

sta = A.*y.^eps-c1.*y-c2.*x-c0;

h = sta-(y+x).*ita;

omega0 = sta*m2-x.*ita;

sg0 = eps.*A.*y.^(eps-1)-c1;

st0 = sg0.*m1.*(sta.*m2-ita.*x)/m2-ita.*y;

figure(1);

I = contour(x,y,ita,[0,0], 'b'); hold on;

S = contour(x,y,sta,[0,0], 'r'); hold on;

H = contour(x,y,h,[0,0], 'g'); hold on;

O = contour(x,y,omega0,[0,0], 'y');hold on;

SG = contour(x,y,sg0,[0,0], 'c');hold on;

ST = contour(x,y,st0,[0,0], 'k'); hold on;

xlabel('一人あたりの公共生活施設量(ω)');

ylabel('一人あたりの公共生産施設量(g)');

%%%%%%%% 動学経路 DIFFERENTIAL EQUATION %%%%%%%%%

DT = 0.001;

TT = 200000;

TOUT = 10;

%%%% 初期値 %%%%

g = 2;

[ここに入力]

```
omega = 0.3;

p1 = 0.306;
p2 = 2.3744;
u = 0;
u_sum = 0;
du_sum_ger = 0;

tt(1) = 0.0;
gg(1) = g;
omegalist(1) = omega;

p1list(1) = p1;
p2list(1) = p2;
du_sum_gerlist(1) = du_sum_ger*exp(-rho*0);

%%%% EULER METHOD %%%%

for i = 1:1:TT

    s = A.*g.^eps-c1.*g-c2.*omega-c0;

    eta = a.*d.*m.*zeta.*g.^eps+ b.*m.*omega.^mu+f0;

    u_before = u;

    u_after = a.*d.*zeta.*g.^eps+b.*omega.^mu;

    u = u_after;

%%%%潜在価格が0で打ち切り%%%%

    if p1<0 || p2 <0

        break;

    end

    if p1*m1>=p2*m2

        dg = (s*m1-eta.*g).*DT;

        domega = (-eta.*omega).*DT;

    else

        dg = (-eta.*g).*DT;
```

[ここに入力]

```
domega = (s*m2-eta.*omega).*DT;

end

dp1 = (p1.*(rho+eta)-eps.*a*d.*zeta.*g.^(eps-1)).*DT;
dp2 = (p2.*(rho+eta)-b.*mu.*omega.^(mu-1)).*DT;

p1 = dp1 + p1;
p2 = dp2 + p2;
g = dg + g;
omega = domega + omega;

if p1<0 || p2 <0
    break;
else
    if mod(i,TOUT) == 0
        gg(i/TOUT+1) = g;
        omegalist(i/TOUT+1) = omega;
        p1list(i/TOUT+1) = p1;
        p2list(i/TOUT+1) = p2;
        etalist(i/TOUT+1) =eta;
        slist(i/TOUT+1) = s;
        du_sum_gerlist(i/TOUT+1) = du_sum_ger;
        ulist(i/TOUT+1) = u_before;

        tt(i/TOUT+1) = i*DT;
    end
end

end

end

plot(omegalist,gg,'m'); hold on;

hl = legend('${\eta}$ =0 (${ \eta}$:population increase rate)', '${s}$=0 (${s}$:surplus financial
resources)', '$\dot{\omega}$=0,$\dot{g}$=0', '$\dot{\omega}$=0,${s_1}=0$', '${s_g}=0$', '$\dot{s}$=0', '$
{Dynamic Path}$');
set(hl,'Interpreter','latex');
```

[ここに入力]

```
%%=0 (s:余剰財源)

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%PLOT%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%{ %}

figure(2)

plot(tt,gg)

xlabel('時間(tt)');
ylabel('一人あたりの公共生産施設(g)')

figure(3)

plot(tt,omegalist)

xlabel('時間(tt)');
ylabel('一人あたりの公共生活施設(w)')

figure(4)

plot(tt,p1list,'b'); hold on
plot(tt,p2list,'r');
legend('p1','p2');
xlabel('時間(tt)');
ylabel('潜在価格')

saveas(figure(1),'data_nc1-1','png')
saveas(figure(2),'data_nc1-2','png')
saveas(figure(3),'data_nc1-3','png')
saveas(figure(4),'data_nc1-4','png')

data = horzcat(tt',p1list',p2list',gg',omegalist',etalist',slist');
csvwrite('C:\Users\成章
\Desktop\экономика\экономика\matlab_simulation\data2_02\noconstraints\data1\data1.csv',data)

過程制約のあるケース（上の共通部分は割愛）

%%% EULER METHOD %%%

for i = 1:1:TT

    s = A.*g.^eps-c1.*g-c2.*omega-c0;

    eta = a.*d.*m.*zeta.*g.^eps+ b.*m.*omega.^mu+f0;
```

[ここに入力]

```
sig1 = (gamma.*s+eta.*g.*(eps.*A.*g.^(eps-1)-c1)+c2.*s.*m2-c2.*eta.*omega)/((eps.*A.*g.^(eps-1)-  
c1).*(m1+c2.*m2));  
  
sig2 = (s.*m2-(eta+alpha).*(omega))/m2;  
  
sig3 = (beta-eta.*(1-eps).*(g))/(eps.*m1);  
  
  
u_before = u;  
  
u_after = a.*d.*zeta.*g.^eps+b.*omega.^mu;  
  
u = u_after;  
  
  
%%%潜在価格が0で打ち切り%%%  
  
if p1<0 || p2 <0  
  
    break;  
  
end  
  
  
if p1*m1>=p2*m2  
  
    dg = (min(sig2,sig3)*m1-eta.*g).*(DT);  
  
    domega = (m2.*(s-min(sig2,sig3))-eta.*omega).*(DT);  
  
  
else  
  
    dg = (m1.*max(0,sig1)-eta.*g).*(DT);  
  
    domega = (m2.*(s-max(0,sig1))-eta.*omega).*(DT);  
  
end  
  
  
  
dp1 = (p1.*(rho+eta)-eps.*a*d.*zeta.*g.^(eps-1)).*(DT);  
  
dp2 = (p2.*(rho+eta)-b.*mu.*omega.^(mu-1)).*(DT);  
  
  
du_sum = (u_before+u_after).*(0.5.*DT);  
  
du_sum_ger = du_sum_ger + du_sum.*exp(-rho.*i);  
  
  
p1 = dp1 + p1;  
  
p2 = dp2 + p2;  
  
g = dg + g;  
  
omega = domega + omega;  
  
  
if p1<0 || p2 <0
```


[ここに入力]

```
break;

else

    if mod(i,TOUT) == 0

        gg(i/TOUT+1) = g;

        omegalist(i/TOUT+1) = omega;

        p1list(i/TOUT+1) = p1;

        p2list(i/TOUT+1) = p2;

        etalist(i/TOUT+1) =eta;

        slist(i/TOUT+1) = s;

        du_sum_gerlist(i/TOUT+1) = du_sum_ger;

        ulist(i/TOUT+1) = u_before;

        tt(i/TOUT+1) = i*DT;

    end

end

end

end
```

9. 最適過程の数値

過程制約を満たしている場合のケース一つずつの抜粋した動学経路の数値を乗せる。

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I |
|----|------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|
| 1 | t | p1 | p2 | g | ω | η | s | u | u (0->t)和 |
| 2 | 0 | 0.7511 | 3.1906 | 0.55 | 0.4 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 0.01 | 0.750758 | 3.18962 | 0.550496 | 0.400106 | 0.007202 | 0.067031 | 0.507196 | 0.003853 |
| 4 | 0.02 | 0.750416 | 3.188642 | 0.550991 | 0.400212 | 0.007263 | 0.067031 | 0.507257 | 0.0066 |
| 5 | 0.03 | 0.750075 | 3.187666 | 0.551486 | 0.400318 | 0.007324 | 0.067031 | 0.507318 | 0.008441 |
| 6 | 0.04 | 0.749734 | 3.186692 | 0.551981 | 0.400424 | 0.007384 | 0.067031 | 0.507378 | 0.009676 |
| 7 | 0.05 | 0.749395 | 3.185719 | 0.552475 | 0.400529 | 0.007445 | 0.067031 | 0.507439 | 0.010503 |
| 8 | 0.06 | 0.749056 | 3.184749 | 0.552969 | 0.400635 | 0.007505 | 0.067031 | 0.507499 | 0.011058 |
| 9 | 0.07 | 0.748718 | 3.183781 | 0.553462 | 0.40074 | 0.007566 | 0.067031 | 0.50756 | 0.01143 |
| 10 | 0.08 | 0.74838 | 3.182815 | 0.553955 | 0.400845 | 0.007626 | 0.067031 | 0.50762 | 0.01168 |

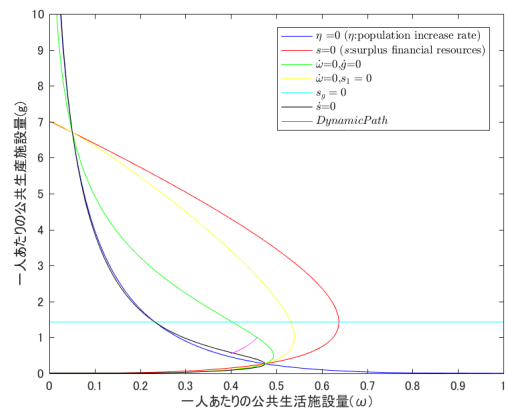
...

| | | | | | | | | | |
|------|-------|----------|----------|----------|----------|----------|---------|----------|----------|
| 9128 | 91.26 | 0.014245 | 0.010752 | 0.997859 | 0.457284 | 0.046064 | 0.06703 | 0.546064 | 0.012187 |
| 9129 | 91.27 | 0.013784 | 0.008513 | 0.997859 | 0.457284 | 0.046064 | 0.06703 | 0.546064 | 0.012187 |
| 9130 | 91.28 | 0.013323 | 0.006271 | 0.997859 | 0.457284 | 0.046064 | 0.06703 | 0.546064 | 0.012187 |
| 9131 | 91.29 | 0.012861 | 0.004028 | 0.997859 | 0.457284 | 0.046064 | 0.06703 | 0.546064 | 0.012187 |
| 9132 | 91.3 | 0.012399 | 0.001783 | 0.997859 | 0.457284 | 0.046064 | 0.06703 | 0.546064 | 0.012187 |

[ここに入力]

上のデータより、次のことがわかる：

- p_1, p_2 が最終的に 0 ではないが、0 に近いところに向かっている。(そのように p_1, p_2, g, ω の初期値を設定している)
- 「 $u(0 \rightarrow t)$ 和」は $\int_0^T u e^{-\rho t} dt$ のことであり、増加していることがわかる。
- 制約条件を満たしていることが見える。(例えば、 $\dot{\omega} \geq 0$)
- 動学経路の行ついた先(定常解)。また、そこに着くまでの時間が分かる。



10. 参考文献

- 1) 肥田野登, “開発プロセスを考慮した地域整備過程に関する研究—開発速度論的アプローチ—”, 地域学研究, Vol.11, 1980, pp.135-153
- 2) 肥田野登, 入門社会理工学, 日本評論社 (2000/01), pp.155-168