Nathan Araújo Euzébia Rocha

081220008

Exercício 1:

A)

Para a matriz dada:

$\alpha 7$ $\alpha 8$

0 $\alpha 9$

Substituindo os valores de $\alpha 7 = 0$, $\alpha 8 = 0$ e $\alpha 9 = 8$, temos a matriz:

0 0

0 8

Os autovalores são os elementos da diagonal principal: 0 e 8.

Para o autovalor 0, temos o sistema homogêneo:

$0x + 0y = 0$

$0x + 8y = 0$

A segunda equação implica que $y = 0$. Logo, o autovetor associado ao autovalor 0 é (1, 0).

Para o autovalor 8, temos o sistema homogêneo:

$-8x + 0y = 0$

$0x + 0y = 0$

A primeira equação implica que $x = 0$. Logo, o autovetor associado ao autovalor 8 é (0,1).

B)

Para a matriz dada:

$\alpha 7$ 0

$\alpha 8$ $\alpha 9$

Substituindo os valores de $\alpha 7 = 0$, $\alpha 8 = 0$ e $\alpha 9 = 8$, temos a matriz:

0 0

0 8

Os autovalores são os elementos da diagonal principal: 0 e 8.

Para o autovalor 0, temos o sistema homogêneo:

$0x + 0y = 0$

$0x + 8y = 0$

A segunda equação implica que $y = 0$. Logo, o autovetor associado ao autovalor 0 é (1, 0).

Para o autovalor 8, temos o sistema homogêneo:

$-8x + 0y = 0$

$0x + 0y = 0$

A primeira equação implica que $x = 0$. Logo, o autovetor associado ao autovalor 8 é (0,1).

C)

Para a matriz dada:

$0\ \alpha9 + 1$

$\alpha9 + 1\ 0$

Substituindo o valor de $\alpha9 = 8$, temos a matriz:

0 9

9 0

Para encontrar os autovalores, precisamos resolver a equação característica $\det(A - \lambda I) = 0$:

det(A - λI) = det([[-λ, 9], [9, -λ]]) = λ^2 - 81 = 0

Resolvendo essa equação quadrática, encontramos os autovalores $\lambda1 = -9$ e $\lambda2 = 9$.

Para o autovalor -9, temos o sistema homogêneo:

$9x + 9y = 0$

$9x + 9y = 0$

A primeira equação implica que $x = -y$. Logo, um autovetor associado ao autovalor -9 é (1,-1).

Para o autovalor 9, temos o sistema homogêneo:

$-9x + 9y = 0$

$9x - 9y = 0$

A primeira equação implica que $x = y$. Logo, um autovetor associado ao autovalor 9 é (1,1).

D)

Para a matriz dada:

0 $(\alpha 8 + 1)$^2

$(\alpha 9 + 1)$^2 0

Substituindo os valores de $\alpha 8 = 0$ e $\alpha 9 = 8$, temos a matriz:

0 1

81 0

Para encontrar os autovalores, precisamos resolver a equação característica $\det(A - \lambda I) = 0$:

$\det(A - \lambda I) = \det([[-\lambda, 1], [81, -\lambda]]) = \lambda$^2 - 81 = 0

Resolvendo essa equação quadrática, encontramos os autovalores $\lambda 1 = -9$ e $\lambda 2 = 9$.

Para o autovalor -9, temos o sistema homogêneo:

$9x + y = 0$

$81x + 9y = 0$

A primeira equação implica que $x = -y/9$. Logo, um autovetor associado ao autovalor -9 é (1,-9).

Para o autovalor 9, temos o sistema homogêneo:

$-9x + y = 0$

$81x - 9y = 0$

A primeira equação implica que $x = y/9$. Logo, um autovetor associado ao autovalor 9 é (1,9).

E)

Para a matriz dada:

$\alpha 4$ $\alpha 5$ $\alpha 6$

0 $\alpha 7$ $\alpha 8$

0 0 $\alpha 9$

Substituindo os valores de $\alpha 4 = 2$, $\alpha 5 = 2$, $\alpha 6 = 0$, $\alpha 7 = 0$, $\alpha 8 = 0$ e $\alpha 9 = 8$, temos a matriz:

2 2 0

0 0 0

0 0 8

Os autovalores são os elementos da diagonal principal: 2, 0 e 8.

Para o autovalor 2, temos o sistema homogêneo:

$0x + 2y + 0z = 0$

$0x + 0y + 0z = 0$

$0x + 0y + 6z = 0$

A primeira equação implica que y = 0. A terceira equação implica que z = 0. Logo, o autovetor associado ao autovalor 2 é (1,0,0).

Para o autovalor 0, temos o sistema homogêneo:

$2x + 2y + 0z = 0$

$0x + 0y + 0z = 0$

$0x + 0y + 8z = 0$

A primeira equação implica que x = -y. A terceira equação implica que z = 0. Logo, um autovetor associado ao autovalor 0 é (1,-1,0).

Para o autovalor 8, temos o sistema homogêneo:

$-6x + y + z = z$

$x - y - z = -z$

$x - y - z = -z$

A primeira equação implica que x = (y+z)/6. A segunda e terceira equações são equivalentes e implicam que x=y+z. Logo, um autovetor associado ao autovalor 8 é (1,-1/5,-1/5).

F)

Para a matriz dada:

2 2 3

0 α9 2

0 2 α9

Substituindo o valor de α9 = 8, temos a matriz:

2 2 3

0 8 2

0 2 8

Para encontrar os autovalores, precisamos resolver a equação característica det(A - λI) = 0:

det(A - λI) = det([[2-λ, 2, 3], [0, 8-λ, 2], [0, 2, 8-λ]]) = (λ-12)(λ-6)(λ+2) = 0

Resolvendo essa equação cúbica, encontramos os autovalores λ1 = -2, λ2 = 6 e λ3 = 12.

Para o autovalor -2, temos o sistema homogêneo:

$4x + y + z = z$

$x + y + z = z$

$x + y + z = z$

A primeira equação implica que x = (y+z)/4. A segunda e terceira equações são equivalentes e implicam que x=y+z. Logo, um autovetor associado ao autovalor -2 é (1,-1/3,-1/3).

Para o autovalor 6, temos o sistema homogêneo:

-4x +   y +   z =   z

x -   y -   z = - z

x -   y -   z = - z

A primeira equação implica que x = (y+z)/4. A segunda e terceira equações são equivalentes e implicam que x=y+z. Logo, um autovetor associado ao autovalor 6 é (1,-1/5,-1/5).

Para o autovalor 12, temos o sistema homogêneo:

-10x +   y +   z =   z

x -   y -   z = - z

x -   y -   z = - z

A primeira equação implica que x = (y+z)/10. A segunda e terceira equações são equivalentes e implicam que x=y+z. Logo, um autovetor associado ao autovalor 12 é (1,-1/11,-1/11).

G)

Para a matriz dada:

0 α6 0

0 α7 0

0 α8 α9 + 1

Substituindo os valores de α6 = 0, α7 = 0, α8 = 0 e α9 = 8, temos a matriz:

0 0 0

0 0 0

0 0 9

Os autovalores são os elementos da diagonal principal: 0, 0 e 9.

Para o autovalor 0, temos o sistema homogêneo:

0x + 0y + 0z = 0

0x + 0y + 0z = 0

0x + 0y -9z = 0

A terceira equação implica que z = 0. Logo, um autovetor associado ao autovalor 0 é (1,1,0).

Para o autovalor 9, temos o sistema homogêneo:

-9x +   y +   z =   z

x - y - z = - z

x - y - z = - z

A primeira equação implica que x = (y+z)/9. A segunda e terceira equações são equivalentes e implicam que x=y+z. Logo, um autovetor associado ao autovalor 9 é (1,-1/10,-1/10).

Exercício 2:

A degradação mais perceptível na qualidade da imagem ocorrerá se reduzirmos o percentual de valores singulares mantidos de 100% para 80%, pois, neste caso, estaremos retirando uma quantidade significativa de informações relevantes para a formação da imagem. Isso ocorre porque a matriz S, que contém os valores singulares, está ordenada do maior para o menor, o que significa que os primeiros valores contêm as informações mais relevantes para a formação da imagem.

Exercício 3:

A relação observada entre a proporção de valores singulares mantidos e o tamanho do arquivo resultante é que quanto menor a porcentagem de valores singulares mantidos, menor o tamanho do arquivo comprimido. Isso acontece porque menos informações são mantidas na imagem comprimida, resultando em um arquivo menor.

Exercício 4:

Ao reduzirmos a proporção de valores singulares mantidos durante o processo de compressão, a qualidade da imagem é progressivamente degradada, com perda de detalhes e definição. As áreas da imagem com maior variação de intensidade de cor e textura são as mais afetadas, enquanto as áreas com menor variação e mais homogêneas mantêm sua aparência original com maior fidelidade.