ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN TP. HCM **KHOA ĐIỆN TỬ - VIỄN THÔNG**	Môn: **PHƯƠNG PHÁP TÍNH** Bài tập tại lớp số 1 Họ tên SV: Nguyễn Tiến Đại Mã số SV: 21200274

CHƯƠNG 8: GIẢI GẦN ĐÚNG PHƯƠNG TRÌNH

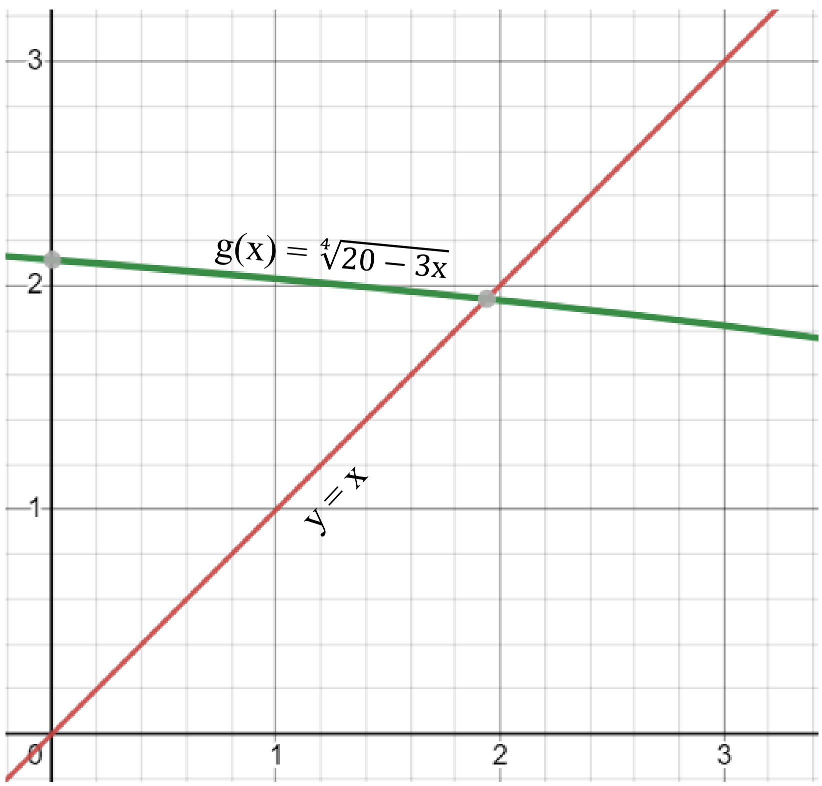
(số kế cuối MSSV) 3.2 bài 7/ trang 103

Bài tập 3.2 Bằng phương pháp lặp đơn, phương pháp Newton, và phương pháp dây cung tìm nghiệm gần đúng của các phương trình sau sao cho đạt sai số tuyệt đối < 0.01

7) $x^4 + 3x = 20$

* <u>Phương pháp lặp đơn:</u>

- Bước 1: Đưa phương trình về dạng $x = g(x) = \sqrt[4]{20-3x}$



Bằng phương pháp vẽ đồ thị web demos.com ta thấy phương trình có nghiệm duy nhất trong khoảng (1,2)

- Bước 2: Tìm q > 0 sao cho $|g'(x)| \le q < 1$

Trong khoảng (1,2): $|g'(x)| = \frac{3}{2.\sqrt[4]{20-3x}} < 0.8 < 1$

- Bước 3: Chọn phép lặp hội tụ $x_n = g(x_{n-1})$

- Bước 4: Chọn xấp xỉ ban đầu x_0 và thực hiện phép lặp

Có thể chọn $x_0 = 1$, với phép lặp $x_n = \sqrt[4]{20 - 3x_{n-1}}$

Ta tính được dãy nghiệm gần đúng ở bảng sau:

n	x_{n-1}	x_n	$\lvert x_n - x_{n-1}\rvert$
1	1	2.0305	1.0305
2	2.0305	1.9311	0.0993
3	1.9311	1.9414	0.0103
4	1.9414	1.9403	0.0011

Với n = 4, ta có $|x_n - x_{n-1}| < \varepsilon = 0.01$ nên nghiệm xấp xỉ cần tìm $x \approx 1.94$

* Phương pháp Newton:

Đặt $f(x) = x^4 + 3x - 20 = 0$

- Bước 1: f(x) liên tục. Tìm khoảng phân ly nghiệm [a, b] thỏa *f(a).f(b) < 0*

$$\left.\begin{array}{l} f(1) = -16 \\ f(2) = 2 \\ f(3) = 70 \end{array}\right\}$$ Chọn khoảng phân ly thứ 1: $[a,b] = [1,2] \rightarrow \alpha \in [1,2]$

$$\left.\begin{array}{l} f(-1) = -22 \\ f(-2) = -10 \\ f(-3) = 52 \end{array}\right\}$$ Chọn khoảng phân ly thứ 2: $[a,b] = [-2,-3] \rightarrow \alpha \in [-2,-3]$

- Bước 2: Xét điều kiện hội tụ trên 2 khoảng phân ly nghiệm → Thực hiện phương pháp tiếp tuyến

$$\left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} f'(x) = 4x^3 + 3 > 0 \\ f''(x) = 12x^2 > 0 \end{array}\right\} \forall x \in [1,2] \\ \left.\begin{array}{l} f'(x) = 4x^3 + 3 < 0 \\ f''(x) = 12x^2 > 0 \end{array}\right\} \forall x \in [-2,-3] \end{array}\right\}$$

f'(x) và f''(x) không đổi dấu trên cả 2 khoảng phân ly nghiệm → Phương pháp Newton hội tụ

- Bước 3: Chọn x_0 = a hoặc b sao cho $f(x_0)$ cùng dấu f''(x) $\forall x \in [a,b]$

Chọn $x_0 = b = 2$ Vì $f(2) > 0$ cùng dấu $f''(x) > 0$ $\forall x \in [1,2]$

Chọn $x_0 = b = -3$ Vì $f(-3) > 0$ cùng dấu $f''(x) > 0$ $\forall x \in [-2,-3]$

- Bước 4: Tính $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$

Thực hiện phép lặp $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$, n = 1,2,3,… Ta có:

+ Khoảng phân ly nghiệm [1,2]

Nhập vào Calculator: $y = x - \frac{x^4 + 3x - 20}{\frac{d}{dx}(x^4 + 3x - 20)|x=x} : |y - x| : x = y$

CALC x = 2 bấm " = " ta được kết quả ở bảng sau:

n	x_n	$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$	$\lvert x_{n+1} - x_n \rvert$
1	2	1.9429	0.0571
2	1.9429	1.9405	0.0024

Với n=2, ta có $|x_{n+1} - x_n| < \varepsilon = 0.01$ nên nghiệm xấp xỉ cần tìm $x_n \approx 1.94$

+ Khoảng phân ly nghiệm [-2,-3]

Tương tự như trên ta được bảng sau:

n	x_n	$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$	$\lvert x_{n+1} - x_n \rvert$
1	-3	-2.5048	0.4952
2	-2.5048	-2.3068	0.1979
3	-2.3068	-2.2765	0.0303
4	-2.2765	-2.2759	0.0007

Với n = 4, ta có $|x_{n+1} - x_n| < \varepsilon = 0.01$ nên nghiệm xấp xỉ cần tìm $x_n \approx -2.276$

* <u>Phương pháp dây cung:</u>

Đặt $f(x) = x^4 + 3x - 20 = 0$

- Bước 1: f(x) liên tục. Tìm khoảng phân ly nghiệm [a, b] thỏa *f(a).f(b) < 0*

$$\left.\begin{array}{l} f(1) = -16 \\ f(2) = 2 \\ f(3) = 70 \end{array}\right\} \text{Chọn khoảng phân ly thứ 1: } [a,b] = [1,2] \rightarrow \alpha \in [1,2]$$

$$\left.\begin{array}{l} f(-1) = -22 \\ f(-2) = -10 \\ f(-3) = 52 \end{array}\right\} \text{Chọn khoảng phân ly thứ 2: } [a,b] = [-2,-3] \rightarrow \alpha \in [-2,-3]$$

- Bước 2: Xét điều kiện hội tụ

$$\left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} f'(x) = 4x^3 + 3 > 0 \\ f''(x) = 12x^2 > 0 \end{array}\right\} \forall x \in [1,2] \\ \left.\begin{array}{l} f'(x) = 4x^3 + 3 < 0 \\ f''(x) = 12x^2 > 0 \end{array}\right\} \forall x \in [-2,-3] \end{array}\right\}$$

f'(x) và f''(x) không đổi dấu trên cả 2 khoảng phân ly nghiệm → Phương pháp dây cung hội tụ

- Bước 3: Chọn x_0 = a hoặc b sao cho $\left\{\begin{array}{l} f(x_0).f''(x) < 0 \\ f(d).f(x_0) < 0 \end{array}\right. \quad \forall x \in [a,b]$

+ Khoảng phân ly [1,2]:

Chọn $x_0 = a = 1$ vì $f(1).f''(x) < 0 \ \forall x \in [1,2]$ → Chọn d = b = 2

+ Khoảng phân ly [-2,-3]:

Chọn $x_0 = a = -2$ vì $f(-2).f''(x) < 0 \ \forall x \in [-2,-3]$ → Chọn d = b = -3

- Bước 4: Thực hiện phép lặp $x_n = \frac{x_{n-1}.f(d) - d.f(x_n - 1)}{f(d) - f(x_{n-1})}$

+ Khoảng phân ly nghiệm [1,2]

Nhập vào Calculator:

$$y = \frac{x.(z^4 + 3z - 20) - z.(x^4 + 3x - 20)}{(z^4 + 3z - 20) - (x^4 + 3x - 20)} : |y - x| : x = y$$

CALC x = 1, z = 2 bấm " = "ta được bảng sau:

n	x_{n-1}	x_n	$\|x_n - x_{n-1}\|$
1	1	1.8889	0.8889
2	1.8889	1.9383	0.0494
3	1.9383	1.9404	0.0021

Với n = 3, ta có $|x_n - x_{n-1}| < \varepsilon = 0.01$ nên nghiệm xấp xỉ cần tìm $x_n \approx 1.94$

+ Khoảng phân ly nghiệm [-2,-3]

Tương tự như trên ta được bảng sau:

n	x_{n-1}	x_n	$\|x_n - x_{n-1}\|$
1	-2	-2.1613	0.1613
2	-2.1613	-2.2303	0.069
3	-2.2303	-2.2581	0.0277
4	-2.2581	-2.2689	0.0109
5	-2.2689	-2.2732	0.0042

Với n=5, ta có $|x_n - x_{n-1}| < \varepsilon = 0.01$ nên nghiệm xấp xỉ cần tìm $x_n \approx -2.273$

CHƯƠNG 9: GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH

(số cuối MSSV) 4.2 bài 2/ trang 158

Bài tập 4.2 Giải hệ phương trình bằng phương pháp Gauss-Jordan (tính theo thuật toán kẻ bảng và sử dụng máy tính tay).

2) $$\begin{cases} 6x - 5y + 7z + 8t = 3 \\ 3x + 11y + 2z + 4t = 6 \\ 3x + 2y + 3z + 4t = 1 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$$

$A = \begin{bmatrix} 6 & -5 & 7 & 8 \\ 3 & 11 & 2 & 4 \\ 3 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

- Bước 1: Ghép A và B thành ma trận Ab: $\begin{bmatrix} 6 & -5 & 7 & 8 & 3 \\ 3 & 11 & 2 & 4 & 6 \\ 3 & 2 & 3 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

- Bước 2: Bằng các phép biến đổi sao cho ma trận có đường chéo chính bằng 1

+) Hàng 1 ← (Hàng 1)/6: $\begin{bmatrix} 1 & -5/6 & 7/6 & 4/3 & 1/2 \\ 3 & 11 & 2 & 4 & 6 \\ 3 & 2 & 3 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Hàng 2 ← Hàng 2 – 3(Hàng 1): $\begin{bmatrix} 1 & -5/6 & 7/6 & 4/3 & 1/2 \\ 0 & 27/2 & -3/2 & 0 & 9/2 \\ 3 & 2 & 3 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Hàng 3 ← Hàng 3 – 3(Hàng 1): $\begin{bmatrix} 1 & -5/6 & 7/6 & 4/3 & 1/2 \\ 0 & 27/2 & -3/2 & 0 & 9/2 \\ 0 & 9/2 & -1/2 & 0 & -1/2 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Hàng 4 ← Hàng 4 – Hàng 1: $\begin{bmatrix} 1 & -5/6 & 7/6 & 4/3 & 1/2 \\ 0 & 27/2 & -3/2 & 0 & 9/2 \\ 0 & 9/2 & -1/2 & 0 & -1/2 \\ 0 & 11/6 & -1/6 & -4/3 & -1/2 \end{bmatrix}$

+) Hàng 2 ← (Hàng 2) / $\frac{27}{2}$: $\begin{bmatrix} 1 & -5/6 & 7/6 & 4/3 & 1/2 \\ 0 & 1 & -1/9 & 0 & 1/3 \\ 0 & 9/2 & -1/2 & 0 & -1/2 \\ 0 & 11/6 & -1/6 & -4/3 & -1/2 \end{bmatrix}$

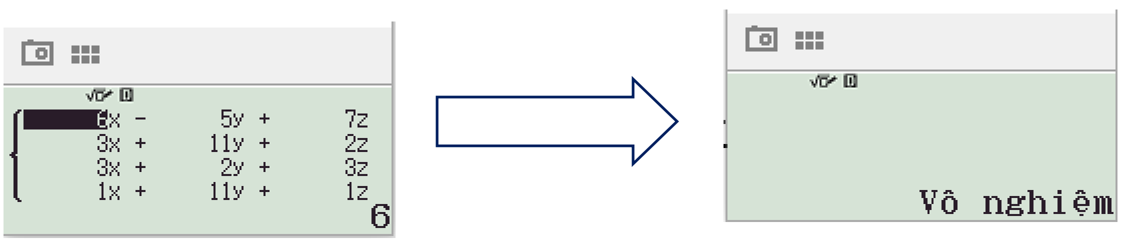
Hàng 1 ← (Hàng 1) + $\frac{5}{6}$ (Hàng 2): $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 29/27 & 13/6 & 7/9 \\ 0 & 1 & -1/9 & 0 & 1/3 \\ 0 & 9/2 & -1/2 & 0 & -1/2 \\ 0 & 11/6 & -1/6 & -4/3 & -1/2 \end{bmatrix}$

Hàng 3 ← (Hàng 3) - $\frac{9}{2}$(Hàng 2): $\begin{bmatrix} 1 & -5/6 & 7/6 & 4/3 & 1/2 \\ 0 & 1 & -1/9 & 0 & 1/3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 11/6 & -1/6 & -4/3 & -1/2 \end{bmatrix}$

$$\rightarrow \begin{cases} x - \frac{5}{6}.y + \frac{7}{6}.z + \frac{4}{3}.t = \frac{1}{2} \\ y - \frac{1}{9}.z = \frac{1}{3} \\ 0 = -2 \\ \frac{11}{6}.y - \frac{1}{6}.z - \frac{4}{3}.t = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

→ **VÔ NGHIỆM**

- Máy tính tay:



CHƯƠNG 10: NỘI SUY, HỒI QUY

|số kế cuối MSSV - 5| Bài 5.2/ trang 189

Bài tập 5.2 Tìm đa thức nội suy bậc hai của hàm y = 3^x trên [-1,1], từ đó suy ra giá trị gần đúng của $\sqrt{3}$.

Đa thức nội suy bậc 2 có dạng: $P_2(x) = y(x) = a_0 + a_1.x + a_2.x^2$

Cần 3 điểm x ∈ [-1,1] để tìm nội suy đa thức bậc 2

$y(-1) = a_0 - a_1 + a_2 = \frac{1}{3}$ (1)

$y(0) = a_0 = 1$ (2)

$y(1) = a_0 + a_1 + a_2 = 3$ (3)

Từ (1) (2) (3) => $a_0 = 1$, $a_1 = \frac{4}{3}$, $a_2 = \frac{2}{3}$

Vậy $P_2(x) = 1 + \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}x^2$

- Giá trị gần đúng của $\sqrt{3}$

$y(x) = \sqrt{3} \iff y(x) = 3^{\frac{1}{2}}$

Thay $x = \frac{1}{2}$ vào $P_2(x)$ ta được: $P_2(\frac{1}{2}) = 1 + \frac{4}{3}.\frac{1}{2} + \frac{2}{3}.(\frac{1}{2})^2 = \frac{11}{6} \approx 1.8333$

Vậy $\sqrt{3} \approx 1.8333$

CHƯƠNG 11 + 12: ĐẠO HÀM, TÍCH PHÂN, PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN

|số cuối MSSV- 5| Bài 6.1/ trang 220

Bài tập 6.1: Cho 5 mốc nội suy là x_0, x_1, x_2, x_3, x_4. Hãy lập công thức tính đạo hàm của hàm y = f(x) tại 5 mốc đã cho.

Ta có 5 mốc nội suy x_0, x_1, x_2, x_3, x_4 → Hàm bậc 4

Theo công thức nội suy Newton tiến ta có:

$f(x) \approx P_4(x) = P_4(x_0 + ht)$

$= y_0 + \frac{t}{1!}\Delta y_0 + \frac{t(t-1)}{2!}\Delta^2 y_0 + \frac{t(t-1)(t-2)}{3!}\Delta^3 y_0 + \frac{t(t-1)(t-2)(t-3)}{4!}\Delta^4 y_0$

Trong đó: $t = \frac{x - x_0}{h}$

$\Rightarrow f'(x) \approx P'_4(x) = P'_t.t'_x = \frac{1}{h}.P'(t)$

$= \frac{1}{h}[\Delta y_0 + \frac{2t-1}{2}\Delta^2 y_0 + \frac{3t^2-6t+2}{6}\Delta^3 y_0 + \frac{4t^3-18t^2+22t-6}{24}\Delta^4 y_0\ ]$ (*)

Sai phân cấp 4

$\Delta y_0 = y_1 - y_0$

$\Delta^2 y_0 = y_2 - 2y_1 + y_0$

$\Delta^3 y_0 = y_3 - 3y_2 + 3y_1 - y_0$

$\Delta^4 y_0 = y_4 - 4y_3 + 6y_2 - 4y_1 + y_0$

Quy đồng (*) và sau đó thế Δy_0; $\Delta^2 y_0$; $\Delta^3 y_0$; $\Delta^4 y_0$ vào (*) ta được:

$f'(x_0) \approx P'_4(x_0)$

$= \frac{1}{24h}[24\Delta y_0 + 12.(2t-1)\Delta^2 y_0 + 4.(3t^2-6t+2)\Delta^3 y_0 + (4t^3-18t^2+22t-6)\Delta^4 y_0]$

1) Khi $x = x_0 \rightarrow t = 0$

$f'(x_0) \approx P'_4(x_0) = \frac{1}{24h}[24.\Delta y_0 - 12.\Delta^2 y_0 + 2.4.\Delta^3 y_0 - 6.\Delta^4 y_0]$

$= \frac{1}{24h}(-50y_0 + 96y_1 - 72y_2 + 32y_3 - 6y_4)$

2) Khi $x = x_1 \rightarrow t = 1$

$f'(x_1) \approx P'_4(x_1) = \frac{1}{24h}[24.\Delta y_0 + 12.\Delta^2 y_0 - 4.\Delta^3 y_0 - 2.\Delta^4 y_0]$

$= \frac{1}{24h}(-10y_0 - 4y_1 + 12y_2 + 4y_3 - 2y_4)$

3) Khi $x = x_2 \rightarrow t = 2$

$f'(x_2) \approx P'_4(x_2) = \frac{1}{24h}[24.\Delta y_0 + 36.\Delta^2 y_0 + 8.\Delta^3 y_0 - 2.\Delta^4 y_0]$

$= \frac{1}{24h}(-2y_0 - 16y_1 + 16y_3 - 2y_4)$

4) Khi $x = x_3 \rightarrow t = 3$

$f'(x_3) \approx P'_4(x_3) = \frac{1}{24h}[24.\Delta y_0 + 5.12.\Delta^2 y_0 + 4.11.\Delta^3 y_0 + 6.\Delta^4 y_0]$

$= \frac{1}{24h}(-2y_0 + 12y_1 - 36y_2 + 20y_3 + 6y_4)$

5) Khi $x = x_4 \rightarrow t = 4$

$f'(x_4) \approx P'_4(x_4) = \frac{1}{24h}[24.\Delta y_0 + 7.12.\Delta^2 y_0 - 4.26.\Delta^3 y_0 + 50.\Delta^4 y_0]$

$= \frac{1}{24h}(6y_0 - 32y_1 - 72y_2 - 96y_3 + 50y_4)$

App designer phiên bản Matlab R2023