

Môn thi: **TOÁN**

Thời gian làm bài: 120 phút

**Bài I (2 điểm)**

Cho biểu thức  $A = \left( \frac{1}{3-\sqrt{x}} - \frac{1}{3+\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{3+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$  với  $x > 0$  và  $x \neq 9$ .

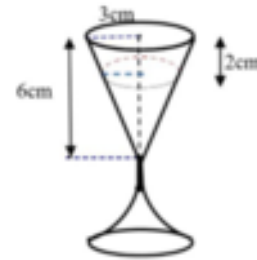
- Rút gọn biểu thức  $A$ .
- Tính giá trị biểu thức  $A$  khi  $x = 16$ .
- Tìm tất cả các giá trị nguyên của  $x$  để  $A > \frac{1}{3}$ .

**Bài II (2 điểm)**

1. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Một người mua hai loại hàng phải trả tổng cộng 4,9 triệu đồng kể cả thuế giá trị gia tăng (VAT) với mức 10% đối với loại hàng thứ nhất và 8% đối với loại hàng thứ hai. Nếu thuế VAT là 9% đối với hai loại hàng thì phải trả tổng cộng là 4,905 triệu đồng. Nếu chưa kể thuế VAT thì người đó phải trả bao nhiêu tiền cho mỗi loại hàng?

2. Cho cốc rượu có phần phía trên là một hình nón có chiều cao 6cm và đáy là đường tròn bán kính 3cm. Biết trong cốc có chứa rượu với mực nước đang cách miệng cốc 2cm. Tính thể tích rượu trong ly (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị và lấy  $\pi \approx 3,14$ ).

**Bài III (2,5 điểm)**

1. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{1}{y+1} = \frac{7}{3} \\ \frac{5}{x} - \frac{3}{y+1} = 4 \end{cases}$$

2. Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho parabol  $(P): y = x^2$  và đường thẳng  $(d): y = 2x - m + 3$ .

a) Vẽ đồ thị  $(P)$ .

b) Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để  $(d)$  cắt  $(P)$  tại hai điểm phân biệt có hoành độ  $x_1, x_2$  thỏa mãn

$$x_1^2(x_2 + 2) + x_2^2(x_1 + 2) \leq 20.$$

**Bài IV (3 điểm)**

Cho tam giác  $\triangle ABC$  nội tiếp đường tròn  $(O; R)$ . Vẽ hai đường cao  $BE$  và  $CF$  của tam giác  $ABC$  cắt nhau tại  $H$  ( $E$  thuộc  $AC$ ,  $F$  thuộc  $AB$ ).

1. Chứng minh  $AEHF$  là tứ giác nội tiếp.

2. Chứng minh  $BH \cdot BE = BF \cdot BA$ .

3. Đường thẳng  $CF$  cắt đường tròn tại  $D$  ( $D$  khác  $C$ ). Gọi  $P, Q, I$  lần lượt là các điểm đối xứng của  $B$  qua  $AD, AC, CD$ . Chứng minh rằng  $P, Q, I$  thẳng hàng.

**Bài V (0,5 điểm)**

Cho hai số thực  $x, y > 0$  thỏa mãn  $x + y + 3xy = 5$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = x^2 + y^2$ .

-----Hết-----

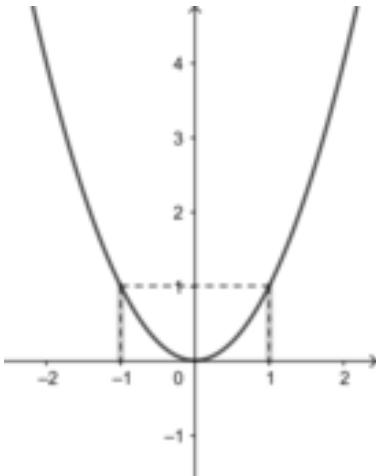
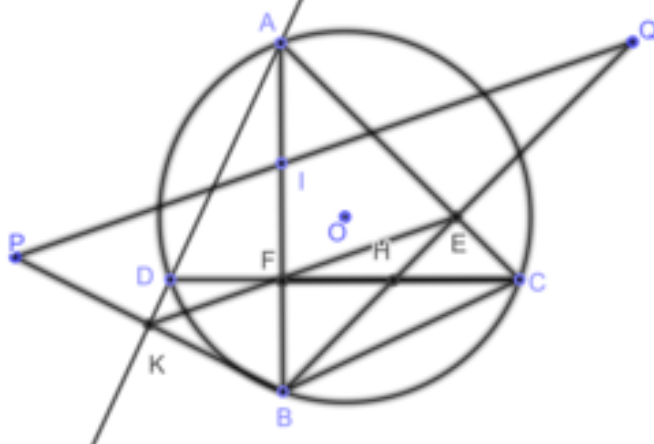
(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

Họ và tên của cán bộ coi thi:.....Chữ ký của cán bộ coi thi:.....

HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài	Ý	Hướng dẫn – Đáp án	Điểm
<b>Bài I</b> (2 điểm)	1.	Rút gọn biểu thức $A$ . Ta có $A = \frac{3 + \sqrt{x} - 3 + \sqrt{x}}{(3 - \sqrt{x})(3 + \sqrt{x})} \cdot \frac{3 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$	0,25đ
		$A = \frac{2\sqrt{x}}{(3 - \sqrt{x})(3 + \sqrt{x})} \cdot \frac{3 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$	0,25đ
		$A = \frac{2}{3 - \sqrt{x}}$	0,5đ
	2.	Tính giá trị biểu thức $A$ khi $x = 16$ . Thay $x = 16$ (tmdk) vào $A$	0,25đ
		Ta tính được $A = -2$	0,25đ
	3.	Tìm tất cả các giá trị nguyên của $x$ để $A > \frac{1}{3}$ . $A = \frac{2}{3 - \sqrt{x}} > \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{3 + \sqrt{x}}{3 - \sqrt{x}} > 0$	0,25đ
<b>Bài II</b> (2 điểm)		Do $3 + \sqrt{x}$ nên $3 - \sqrt{x} > 0 \Leftrightarrow x < 9$ . Kết hợp điều kiện $x \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$	0,25đ
	1.	Gọi số tiền người đó phải trả khi chưa kể phí VAT cho loại hàng thứ nhất là $x$ , loại hàng thứ hai là $y$ (triệu đồng, $x, y > 0$ )	0,25đ
		Lập luận dẫn đến hệ phương trình $\begin{cases} 1,1x + 1,08y = 4,9 \\ 1,09x + 1,09y = 4,905 \end{cases}$	0,25đ
		Giải hệ phương trình ta được $x = 2; y = 2,5$	0,25đ
		Kết luận: khi chưa kể phí VAT loại hàng thứ nhất phải trả 2 triệu đồng, loại hàng thứ hai phải trả 2,5 triệu đồng.	0,25đ
	2.	Thể tích rượu trong ly là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h \approx \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 2^2 \cdot 4 \approx 17(\text{cm}^3)$	0,5đ
<b>Bài III</b> (2,5 điểm)		KL Thể tích rượu $17\text{cm}^3$	0,5đ
	1.	Điều kiện $x \neq 0, y \neq -1$	0,25đ
		$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{1}{y+1} = \frac{7}{3} \\ \frac{5}{x} - \frac{3}{y+1} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = 1 \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{3} \end{cases}$	0,25đ
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$	0,25đ
		Đối chiếu điều kiện kết luận nghiệm của hệ phương trình là $(x; y) = (1; 2)$	0,25đ

	2.	a) Chọn điểm (P) đi qua $(x; y) = (0;0); (1;1); (-1;1)$		0,5đ
		b) Phương trình hoành độ giao điểm $x^2 - 2x + m - 3 = 0$		0,25đ
		(d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1, x_2$ khi $\Delta' = 1^2 - (m - 3) > 0 \Leftrightarrow m < 4$		0,25đ
		$x_1^2(x_2 + 2) + x_2^2(x_1 + 2) \leq 20$ $\Leftrightarrow x_1x_2(x_1 + x_2) + 2(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 \leq 20$ $\Leftrightarrow 2(m - 3) + 2.2^2 - 4(m - 3) \leq 20$ $\Leftrightarrow m \geq -3$		0,25đ
		Kết hợp điều kiện $-3 \leq m < 4$		0,25đ
Bài IV (3 điểm)	1.		Vẽ đúng hình đến ý 1.	0,25đ
		Xét đường tròn (O;R) có $AFH = 90^0$ (do CF là đường cao) $AEH = 90^0$ (do BE là đường cao)		0,5đ
		$AFH + AEH = 180^0$ nên tứ giác AEHF là tứ giác nội tiếp		0,5đ
	2.	Xét $\triangle BAE$ và $\triangle BHF$ có $BAE = FHB$ (cùng bù với $FHE$ ) $FBH$ chung nên $\triangle BAE$ đồng dạng $\triangle BHF$ $\Rightarrow \frac{BA}{BH} = \frac{BE}{BF} \Rightarrow BH.BE = BA.BF$		0,5đ
				0,25đ
	3.	Hạ AD cắt BP tại K nên $AKB = 90^0$ (tính chất đối xứng). Tứ giác ABCD nội tiếp (O) nên $KDB = ACB$ (cùng bù $ADB$ ). Nên hai tam giác vuông $DKB$ và $CEB$ đồng dạng . Tứ giác $DKBF$ nội tiếp nên $DFK = DBK$ Tứ giác $BFEC$ nội tiếp nên $EFC = EBC$ Nên $DFK = EFC$ Mà $DFK + KFC = 180^0$ nên $EFC + KFC = 180^0$ . Suy ra K, F, E thẳng hàng. Lại có $KF \parallel PI; IO \parallel EF$ .		0,25đ
				0,25đ
				0,25đ
				0,25đ
				0,25đ

		Suy ra $P; I; Q$ tăng hàng theo tiên đề Oclic.	0,25đ
Bài V (0,5 điểm)		$x + y + 3xy \geq 2\sqrt{xy} + 3xy$ $\Leftrightarrow 5 \geq 2\sqrt{xy} + 3xy$ $\Leftrightarrow (\sqrt{xy} - 1)(3\sqrt{xy} + 5) \leq 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{xy} \leq 1$ $P = x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = (5 - 3xy)^2 - 2xy$ $= (3xy - 3)^2 - 14xy + 16 \geq 2$	0,25đ
		Dấu bằng xảy ra khi $x = y = 1$ Kết luận $\min P = 2 \Leftrightarrow x = y = 1$	0,25đ