

Отчёт по лабораторной работе 5

Вероятностные алгоритмы проверки чисел на простоту

Гаджиев Нурсултан Тофик оглы НФИ-01-22

Содержание

1	Цель работы	5
2	Теоретические сведения	6
2.1	Тест Ферма	6
2.2	Тест Соловья-Штрассена	6
2.3	Тест Миллера-Рабина.	7
3	Выполнение лабораторной работы	8
4	Выводы	12
5	Список литературы	13

List of Tables

List of Figures

3.1	Функция для алгоритма ферма	8
3.2	Функция для вычисления бинарного эксп	9
3.3	Функция для вычисления Якоби	9
3.4	Функция для алгоритма Соловья-Штрассена	10
3.5	Функция для алгоритма Миллера-Рабина	10
3.6	Результат алгоритмов	11

1 Цель работы

Реализация алгоритмов Ферма, Соловья-Штрассена, Миллера-Рабина и вычисления Якоби.

2 Теоретические сведения

Тестом простоты (или проверкой простоты) называется алгоритм, который, приняв на входе число N , позволяет либо не подтвердить предположение о составности числа, либо точно утверждать его простоту. Во втором случае он называется истинным тестом простоты. Таким образом, тест простоты представляет собой только гипотезу о том, что если алгоритм не подтвердил предположение о составности числа N , то это число может являться простым с определённой вероятностью. Это определение подразумевает меньшую уверенность в соответствии результата проверки истинному положению вещей, нежели истинное испытание на простоту, которое даёт математически подтверждённый результат[1].

2.1 Тест Ферма

- Вход. Нечетное целое число $n \geq 5$.
 - Выход. «Число n , вероятно, простое» или «Число n составное».
1. Выбрать случайное целое число a , $2 \leq a \leq n - 2$.
 2. Вычислить $r = a^{n-1} \pmod{n}$
 3. При $r = 1$ результат: «Число n , вероятно, простое». В противном случае результат: «Число n составное» [2].

2.2 Тест Соловья-Штрассена

- Вход. Нечетное целое число $n \geq 5$.

- Выход. «Число n , вероятно, простое» или «Число n составное».

1. Выбрать случайное целое число a , $2 \leq a \leq n - 2$.
2. Вычислить $r = a^{(\frac{n-1}{2})} \pmod{n}$
3. При $r \neq 1$ и $r \neq n - 1$ результат: «Число n составное».
4. Вычислить символ Якоби $s = (\frac{a}{n})$
5. При $r = s \pmod{n}$ результат: «Число n , вероятно, простое». В противном случае результат: «Число n составное» [3].

2.3 Тест Миллера-Рабина.

- Вход. Нечетное целое число $n \geq 5$.
- Выход. «Число n , вероятно, простое» или «Число n составное».

1. Представить $n - 1$ в виде $n - 1 = 2^s r$, где r - нечетное число
2. Выбрать случайное целое число a , $2 \leq a \leq n - 2$.
3. Вычислить $y = a^r \pmod{n}$
4. При $y \neq 1$ и $y \neq n - 1$ выполнить действия
 - Положить $j = 1$
 - Если $j \leq s - 1$ и $y \neq n - 1$ то
 - Положить $y = y^2 \pmod{n}$
 - При $y = 1$ результат: «Число n составное».
 - Положить $j = j + 1$
 - При $y \neq n - 1$ результат: «Число n составное».
5. Результат: «Число n , вероятно, простое» [4].

3 Выполнение лабораторной работы

1. Написал функцию `ferma` для алгоритма ферма. (рис. 3.1)

```
3 ▼ def ferma(n):  
4     print("Теста Ферма")  
5     a = random.randint(2, n - 2)  
6     r = a ** (n - 1) % n  
7 ▼   if r==1:  
8       print("Число n, вероятно, простое")  
9 ▼   else:  
10        print("Число n составное")  
11  
12 n= int(input("enter n(Odd number): "))  
13 ferma(n)  
14
```

Figure 3.1: Функция для алгоритма ферма

2. Написал функцию `modul` для вычисления бинарного эксп. (рис. 3.2)


```

15 # функция для бинарного эксп
16 ▼ def modul(base, exponent, mod):
17     x = 1
18     y = base
19 ▼     while (exponent > 0):
20 ▼         if (exponent % 2 == 1):
21             x = (x * y) % mod
22
23             y = (y * y) % mod
24             exponent = exponent // 2
25
26     return x % mod
27

```

Figure 3.2: Функция для вычисления бинарного эксп

3. Написал функцию jacobian для вычисления Якоби. (рис. 3.3)

```

29 ▼ def jacobian(a, n):
30 ▼     if (a == 0):
31         return 0
32     ans = 1
33 ▼     if (a < 0):
34         a = -a
35 ▼         if (n % 4 == 3):
36             ans = -ans
37 ▼     if (a == 1):
38         return ans
39 ▼     while (a):
40 ▼         if (a < 0):
41             a = -a
42 ▼             if (n % 4 == 3):
43                 ans = -ans
44 ▼             while (a % 2 == 0):
45                 a = a // 2
46 ▼                 if (n % 8 == 3 or n % 8 == 5):
47                     ans = -ans
48             a, n = n, a
49 ▼             if (a % 4 == 3 and n % 4 == 3):
50                 ans = -ans
51             a = a % n
52 ▼             if (a > n // 2):
53                 a = a - n
54 ▼     if (n == 1):
55         return ans
56     return 0

```

Figure 3.3: Функция для вычисления Якоби

4. Написал функцию solovoy для алгоритма Соловья-Штрассена. (рис. 3.4)

```

58▼ def solovoy(n):
59     print("Тест Соловья-Штрассена")
60     a = random.randrange(2,n-2)
61     r= (a**(n-1/2))%n
62▼    if (r != 1 and r!=n-1):
63        print("Число n составное")
64
65     s=jacobian(a,n)
66▼    if modul(r,s,n) == 1:
67        print( "Число n составное")
68▼    else:
69        print("Число n, вероятно, простое")
70

```

Figure 3.4: Функция для алгоритма Соловья-Штрассена

5. Написал функцию MillerRabin для алгоритма Миллера-Рабина. (рис. 3.5)

```

71▼ def toBinary(n):
72     r = []
73▼    while (n > 0):
74        r.append(n % 2)
75        n = n / 2
76    return r
77
78▼ def MillerRabin(n, s = 10):
79
80▼    for j in range(1, s + 1):
81        a = random.randint(1, n - 1)
82        b = toBinary(n - 1)
83        d = 1
84▼        for i in range(len(b) - 1, -1, -1):
85            x = d
86            d = (d * d) % n
87▼            if d == 1 and x != 1 and x != n - 1:
88                print("Число n составное") # Составное
89▼            if b[i] == 1:
90                d = (d * a) % n
91▼                if d != 1:
92                    print("Число n составное") # Составное
93                    print("Число n, вероятно, простое")
94
95    solovoy(n)
96    MillerRabin(n)

```

Figure 3.5: Функция для алгоритма Миллера-Рабина

6. Получил результат (рис. 3.6)

The screenshot shows a web browser window with a Replit terminal. The terminal has two tabs: "_ Console" and "Shell". The console output is as follows:

```
enter n(Odd number): 5
Теста Ферма
Число n, вероятно, простое
Тест Соловья-Штрассена
Число n составное
Число n составное
❖ []
```

Figure 3.6: Результат алгоритмов

4 Выводы

Реализовал алгоритмы Ферма, Соловья-Штрассена, Миллера-Рабина и вычисления Якоби.

5 Список литературы

1. Тест простоты [Электронный ресурс] - Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/Тест_простоты
2. Тест Ферма [Электронный ресурс] - Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/Тест_Ферма
3. Тест Соловея — Штрассена [Электронный ресурс] - Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/Тест_Соловея_—_Штрассена
4. Тест Миллера — Рабина [Электронный ресурс] - Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/Тест_Миллера_—_Рабина