

Influences of $Z = 100$ and $N = 152$ deformed shells on $K^\pi = 8$ isomers and rotational bands in $N = 150$ isotones

Mingxi Lyu

2025.3



Introduction

Abstract

Background

Theoretical Framework

PNC-CSM

Gallagher-Moszkowski rules

Result and Discussions

Cranked Nilsson levels

$K^\pi = 8^-$ isomeric states

Moments of inertia

Rotational behaviors

The rotational behavior of ^{252}No



Abstract

本文对 $N = 150$, $94 \leq Z \leq 104$ 的偶偶核中 $K^\pi = 8^-$ 的同核异能态与转动带进行研究。其中, 使用了带有粒子数守恒方法的推转壳模型 (PNC-CSM) 来计算对关联, 并成功再现了实验观测到的带首能量和运动学转动惯量 (MOIs)。

计算表明, 该类同核异能态中最低态为双中子组态 $\nu 9/2^- [734] \otimes \nu 7/2^+ [624]$, 说明 $N = 152$ 中存在变形的中子壳层。由于 $Z = 100$ 处质子壳层变形, 仅在 ^{252}No 和 ^{254}Rf 中预测到了低能两质子组态 $\pi^2 8^- (\pi 9/2^+ [624] \otimes \pi 7/2^- [514])$ 。

在较轻的同中子素中, $\nu^2 8^-$ 带表现出明显的上弯现象, 而在较重的同中子素中则没有这种现象。在 ^{244}Pu 中, $\nu^2 8^-$ 带在频率 $\hbar\omega \approx 0.20 \text{ MeV}$ 处的上弯现象可归因于相互作用项 $j_x(\pi 5/2^+ [642] \otimes \pi 7/2^+ [633])$ 的质子顺排突然增加。在 ^{252}No 中, MOI 的不规则变化可以由 $\nu^2 8^- (\nu 9/2^- [734] \otimes \nu 7/2^+ [624])$ 和 $\pi^2 8^- (\pi 9/2^+ [624] \otimes \pi 7/2^- [514])$ 两组态的混合来解释。与基态相比, 8^- 的带首 $J^{(1)}$ 增加了 20% - 30%, 这归因于双中子组态 $\nu 7/2^+ [624] \otimes \nu 9/2^- [734]$ 的配对能隙比基态减少了约 5%。



Background

在偶偶 $N = 150$ 同中子素中，系统地观察到了 $K^\pi = 8^-$ 的同核异能态，这些态被认为与两质子组态 $\pi 9/2^+[624] \otimes \pi 7/2^-[514]$ 或两中子组态 $\nu 9/2^-[734] \otimes \nu 7/2^+[624]$ 有关。在 ^{244}Pu 、 ^{250}Fm 和 ^{252}No 中发现了基于这些态的旋转带。在 ^{244}Pu 中，观察到的 $K^\pi = 8^-$ 带在旋转频率 $\hbar\omega \approx 0.25\text{MeV}$ 处表现出上弯现象，而在 ^{250}Fm 中，随着转动频率的增加，转动惯量几乎保持不变。对于 ^{252}No ， $K^\pi = 8^-$ 带在旋转频率 $\hbar\omega \approx 0.175\text{MeV}$ 处表现出不规则性。这些带的不同转动行为需要进一步的研究和理论解释。

近年来对这类核的转动态的研究主要集中于基态性质，并未对 $K^\pi = 8^-$ 态进行系统的理论计算。PNC-CSM 方法可以严格保证粒子数守恒，同时不会被堵塞效应所影响。并且成功描述了 ^{254}No 中的高 K 同核异能态和旋转带，证明了其在研究超重核结构中的有效性。



PNC-CSM

推转壳模型的哈密顿量在旋转坐标系中表示为：

$$H_{\text{CSM}} = H_0 + H_P = H_{\text{Nil}} - \omega J_x + H_P(0) + H_P(2)$$

配对相互作用包括单极配对和四极配对，其形式为：

$$H_P(0) = -G_0 \sum_{\xi\eta} a_\xi^\dagger a_\xi^\dagger a_{\bar{\eta}} a_\eta$$

$$H_P(2) = -G_2 \sum_{\xi\eta} q_2(\xi) q_2(\eta) a_\xi^\dagger a_\xi^\dagger a_{\bar{\eta}} a_\eta$$

通过对角化推转壳模型哈密顿量，可以得到低激发态的本征态：

$$|\psi\rangle = \sum_i C_i |i\rangle$$

轨道 μ 的占据概率 n_μ 定义为：

$$n_\mu = \sum_i |C_i|^2 P_{i\mu}$$

PNC-CSM

本征态 $|\psi\rangle$ 的角动量顺排 $\langle J_x \rangle$ 包括对角和非对角贡献：

$$\langle J_x \rangle = \sum_{\mu} j_x(\mu) + \sum_{\mu < \nu} j_x(\mu\nu)$$

其中： $j_x(\mu) = \langle \mu | j_x | \mu \rangle n_\mu$ 是对角贡献。 $j_x(\mu\nu) = 2\langle \mu | j_x | \nu \rangle \sum_{i < j} (-1)^{M_{i\mu} + M_{j\nu}} C_i C_j$ 是非对角贡献。

运动学转动惯量 (Kinematic Moment of Inertia, $J^{(1)}$)：

$$J^{(1)} = \frac{\langle J_x \rangle}{\omega}$$

动力学转动惯量 (Dynamic Moment of Inertia, $J^{(2)}$)：

$$J^{(2)} = \frac{d\langle J_x \rangle}{d\omega}$$

对于两粒子态 $|i\rangle = |\sigma_1 \sigma_2 \mu_1 \bar{\mu}_1 \cdots \mu_k \bar{\mu}_k\rangle$, 其中 σ_1 和 σ_2 是被两个未配对粒子占据的尼尔森轨道, 其总角动量投影 K 和宇称 π 由 Gallagher-Moszkowski (GM) 规则决定。

Gallagher-Moszkowski rules

GM 规则是核物理中用于预测两粒子耦合态能量顺序的重要经验规则。主要用于预测两个核子耦合形成的态的能量顺序（特别是在形变核中）。

如果两个核子的空间波函数是对称的（即轨道角动量 L 为偶数），则自旋单态 ($S = 0$) 的能量低于自旋三重态 ($S = 1$)。反之则三重态能量更低。

即，对于两个核子耦合形成的态，其总角动量投影 K 和宇称 π 由以下规则决定：

1. 自旋单态 ($S = 0$):

总角动量投影 $K = |\Omega_1 - \Omega_2|$ 。

宇称 $\pi = \pi_1 \cdot \pi_2$ 。

2. 自旋三重态 ($S = 1$):

总角动量投影 $K = |\Omega_1 + \Omega_2|$ 。

宇称 $\pi = \pi_1 \cdot \pi_2$ 。

例如：对于两中子组态 $\nu 9/2^- [734] \otimes \nu 7/2^+ [624]$ ，其总角动量投影

$K = |-9/2 + 7/2| = 1$ 或 $K = |-9/2 - 7/2| = 8$ 。根据规则，自旋单态 ($S = 0$) 的能量较低，因此 $K = 8$ 的态是能量最低的态。

Cranked Nilsson levels

如图 1 所示，在 $Z = 100$ 处存在一个质子能隙，在 $N = 152$ 处存在一个中子能隙，这与 Woods-Saxon 势的计算结果一致。其中正负宇称分别用红色和蓝色表示， $\alpha = +1/2$ 和 $\alpha = -1/2$ 分别用实线和虚线表示。

基于这样的单粒子能级，邻近奇 A 核中的实验单粒子态得到了很好的复现，例如 ^{247}Bk 和 ^{249}Es 中的单质子态，以及 ^{247}Cf 和 ^{249}Cf 中的单中子激发态，唯一的例外是第一激发态 $\nu 5/2^+[622]$ 。可能是由于 $\nu 5/2^+[622]$ 和 $\nu 9/2^- [734]$ 轨道之间的剩余八极相互作用（并未计算），导致 $\nu 5/2^+[622]$ 态的激发能量较低。

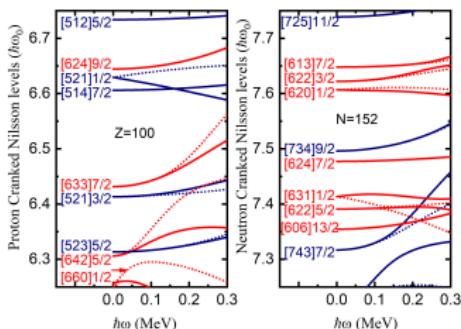


图 1: ^{248}Cf 中靠近费米面处的推转尼尔森能级

$K^\pi = 8^-$ isomeric states

实验上, $N = 150$ 同中子素中的 $K^\pi = 8^-$ 同核异能态, 从 ^{244}Pu 到 ^{252}No , 其激发能非常接近, 约为 1.20MeV , 而在 ^{254}Rf 中, 8^- 同核异能态的能量较高, 约为 1.35MeV 。

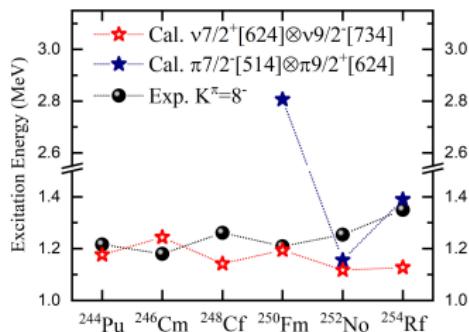


图 2: $N = 150$ 同中子素中 $K^\pi = 8^-$ 激发态能量的实验观测与理论的对比

Moments of inertia

我们可以认为 $K^\pi = 8^-$ 在整个旋转频率区域内是双中子 $\nu 9/2^- [734] \otimes \nu 7/2^+ [624]$ 组态。

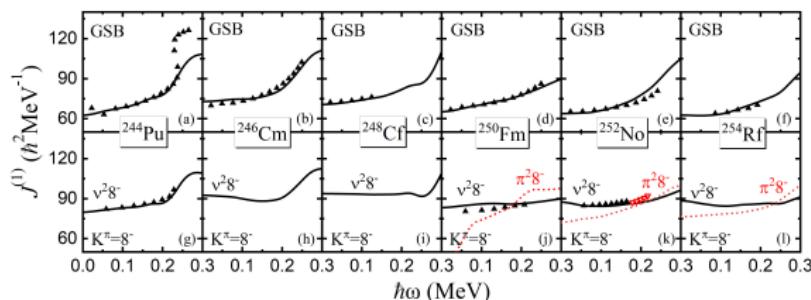


图 3: 实验和理论计算得到的 $N = 150$ 同中子素的基态和同核异能态 $K^\pi = 8^-$ 的运动学转动惯量 $J^{(1)}$ 。

Rotational behaviors

以 ^{244}Pu 和 ^{250}Fm 为例, 详细讨论较轻同中子素和较重同中子素之间双中子带的不同转动行为:

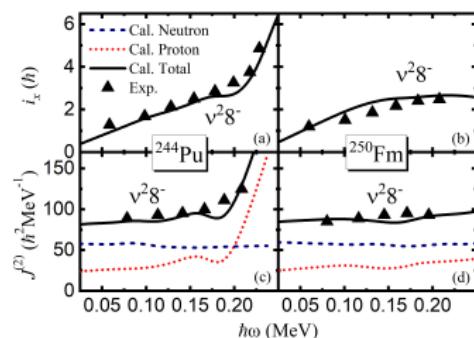


图 4: ^{244}Pu 和 ^{250}Fm 中, 双中子态角动量顺排及运动学转动惯量 (MOIs)

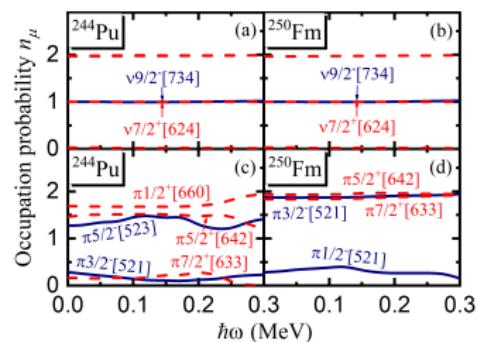


图 5: ^{244}Pu 和 ^{250}Fm 中, $K^\pi = 8^-$ 态费米面附近每个推转 Nilsson 轨道 μ 的占据概率 n_μ

Upbending mechanism

^{244}Pu (a) 中质子顺排的上弯主要是由于质子的非对角贡献。随着旋转频率 $\hbar\omega$ 的增加, 对角和非对角部分都逐渐变化, 这导致 ^{250}Fm (b) 中总顺排逐渐上升。图 (c) 和图 (d) 展示了高自旋闯入态 $\pi i_{13/2}$ (虚线) 和其他态 (实线) 的影响。

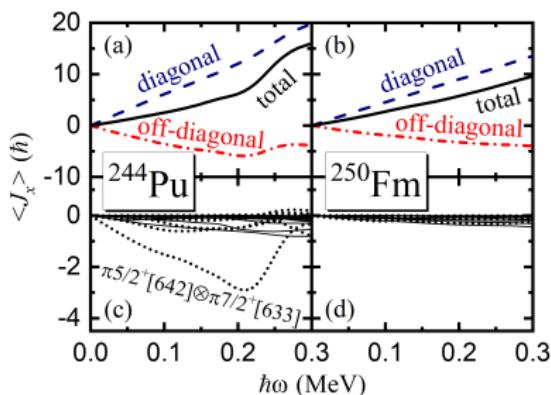


图 6: ^{244}Pu 和 ^{250}Fm 中, 质子对 $K^\pi = 8^-$ 态角动量顺排 $\langle J_x \rangle$ 的贡献

Irregularity of moment of inertia in ^{252}No

^{252}No 的 $K^\pi = 8^-$ 带中，频率较高时双质子组态的计算结果与实验数据更加吻合。
 ^{254}Rf 计算结果也出现了类似的情况，但缺乏实验数据，需等待进一步验证。

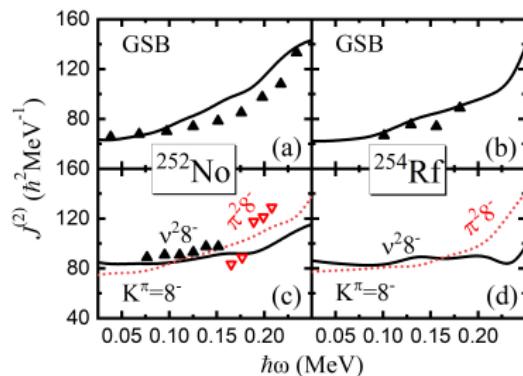


图 7: ^{252}No 和 ^{254}Rf 中基态 (GSBs) 和 $K^\pi = 8^-$ 带的动力学转动惯量 $J^{(2)}$

Pairing correlations in ^{252}No

在 $N = 150$ 同中子素中, $K^\pi = 8^-$ 带的带首 $J^{(1)}$ 比基态大约高出 20% 到 30%。这种现象可以通过堵塞效应导致的配对减弱来解释。PNC-CSM 中, 配对间隙 (pairing gap) 定义为:

$$\tilde{\Delta} = G_0 \left[-\frac{1}{G_0} \langle \psi | H_P | \psi \rangle \right]$$

以 ^{252}No 为例, 理论计算的配对间隔随着转动频率 ω 的增加而减小:

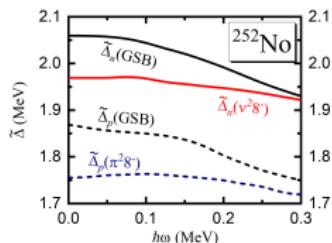


图 8: 基态、 $K^\pi = 8^-$ 双中子态和双质子态的配对间隙

实验测量的 $J^{(1)}$ 中, $^{252}No K^\pi = 8^-$ 态的带首能量比基态高出约 30%, 可以归因于双中子组态的配对间隙减小。

Thank you !