弹性电子-奇A核散射与四极形变参数β_2

2024.3.18文献阅读报告

冯仟潞

中山大學
SUN YAT-SEN UNIVERSITY

CONTENTS

研究背景

关于原子核形状以及电子-核散射截面的相关知识

研究方法

关于非极化电子-奇A核散射与计划情况下散射截面的推导

计算结果与分析

以Na原子核的长椭与扁椭情况，Mg与Co原子核的长椭情况为例与实验结果进行分析

研究结论

研究结论及相关讨论

01

研究背景

关于原子核形状以及电子-核散射截面的相关知识

基础知识

对于原子核形状的简单描述：假设核为轴对称，引入四级形变参数β_2

1. 四级形变参数β_2：其符号（±）表示对称轴与垂直轴的关系
2. 电四级跃迁几率$B(E_{20})$与β_2的平方成正比
3. 用来反映原子核结构的实验：β衰变实验，电子散射实验等

原子核结构与电子散射实验的关系

1. 电荷分布与电荷形状因子：形状因子的第一个极小值与电荷分布均方根有关，第二个极大值反映电荷分布的表面扩散
2. 在电子与核均未被极化时，电荷形状因子只依赖于不同级次形状因子平方的线性叠加
3. 通过引入入射电子与靶核的极化自由度，可使形状因子包含纵向多级展开C0与C2的相干项
4. 实验上的实现：利用极化的靶核拦截储存环中的循环电子

02

研究方法

关于非极化电子-奇A核散射与计划情况下散射截面的推导

散射截面推导

理论依据：平面波玻恩近似（用于理论推导）与库伦畸变波玻恩近似（用于最后与实验结果的对比分析）

微分散射截面表达式：

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}|_{I_i^{\pi_i}\to I_f^{\pi_f}} = \sigma_{tot}(\theta',\phi') = Z^2\sigma_M f_{rec}^{-1}[\sigma_0 + \sigma_{al}(\theta',\phi')]$$

其中σ_M为Mott截面，f_{rec}为反冲项

$$\sigma_0 = V_L|F_L(q)|^2 + V_T|F_T(q)|^2$$

$$V_L = (Q^2/q^2), V_T = tan^2(\theta_e/2) - (Q^2/q^2)/2$$

σ_0中的 V_L 与 V_T 为运动学项，而 F_L 与 F_T 分别为纵向电荷形状因子与横向电磁形状因子，本文主要讨论与电荷分布密切相关的电荷形状因子 F_L ,库伦响应与各级电荷形状因子关系如下：

$$|F_L(I_i,I_f;q)|^2 = \sum_{\lambda\geq 0}|F^{C\lambda}(I_i,I_f;q)|^2$$

第λ级电荷形状因子可写为：

$$F^{C\lambda}(I_i,I_f;q) = \frac{\sqrt{4\pi}}{Z} < I_f||\hat{T}^{C\lambda}||I_i > /\sqrt{2I_i+1}$$

散射截面推导

$$F^{C\lambda}(I_i, I_f; q) = \frac{\sqrt{4\pi}}{Z} < I_f || \hat{T}^{C\lambda} || I_i > / \sqrt{2I_i + 1}$$

式中的库伦多级算符T为：

$$\hat{T}^{C\lambda}_{\mu}(q) = i^{\lambda} \int dR j_{\lambda}(qR) Y^{\mu}_{\lambda}(\Omega_R) \hat{\rho}(R)$$

与σ_0类似，σ_{al}依赖靶核的取向，可表示为如下形式：

$$\begin{aligned}\sigma_{al}(\theta', \phi') = \sum_{l=even>0} & \alpha_l^{I_i} [P_l(cos\theta')(-V_L F_L^l + V_T F_T^l) \\ & P_l^2(cos\theta') cos(2\phi') V_{TT} F_T T^l \\ & + P_l^1(cos\theta') cos\phi' V_{TL} F_{TL}^l]\end{aligned}$$

式中的α为统计因子，P(M_i)为一个态占据的概率：

$$\alpha_{\ell}^{I_i} = \sum_{M_i} P(M_i) \langle I_i M_i \ell 0 | I_i M_i \rangle$$

其中的（θ’,Φ’）为极化方向。简便起见，本文只考虑纵向的相干项，因此只考虑包含该相干项的F_L^l

$$F_L^l(I_i, I_f; q) = \sum_{\lambda, \lambda'} X(\lambda, \lambda', I_i, I_f, l) F^{C\lambda}(I_i, I_f; q) F^{C\lambda'}(I_i, I_f; q)$$

散射截面推导

$$F_L^l(I_i, I_f; q) = \sum_{\lambda,\lambda'} X(\lambda, \lambda', I_i, I_f, l) F^{C\lambda}(I_i, I_f; q) F^{C\lambda'}(I_i, I_f; q)$$

$$X = (-1)^{I_i+I_f+1} \bar{I}_i \bar{\lambda} \bar{\lambda}' \bar{\ell}^2 \begin{pmatrix} \lambda & \lambda' & \ell \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} I_i & I_i & \ell \\ \lambda & \lambda' & I_f \end{Bmatrix} \qquad \bar{a} = \sqrt{2a+1}.$$

与偶-偶核不同，靶核为整齐排列I=k≥3/2的奇A核时，C0与C2级次的相干项对与电荷形状因子有贡献。通过比较未被极化时与经极化后的散射截面，即可通过其差异得到核结构的信息

θ’=0且核取向取转移动量的方向时，包含相干项的项可被分离出来：

$$\sigma_{tot}(\theta' = 0, \phi') - \sigma_0 = \sum_l \alpha_l^{I_i}(-V_L F_L^l + V_T F_T^l)$$

关注C0与C2的相干项：

$$\sigma_{al} = -\alpha_2^{I_i} P_2(cos\theta') V_L F_L^{l=2}$$

弹性散射条件下，可得

$$F_L^{\ell=2}(I_f; q) = -2\sqrt{5} F_{I_f}^{C0}(q) F_{I_f}^{C2}(q)$$

该形状因子包含C0与C2形状因子的相对相位，与λ=2电荷分布的ρ_2有关

原子核形状与四级形变参数β_2

以上公式中的密度是在BCS近似下通过考虑对关联效应的形变Skyrme Hartree-Fock方法计算所得：

$$\rho(\vec{R}) = 2\sum_i v_i^2 |\Phi_i(\vec{R})|^2$$

而β_2可通过以下式子得到

$$\beta_2 = \sqrt{\frac{\pi}{5}} \frac{Q_0}{A < R^2 >},$$

$$Q_0 = \sqrt{16\pi/5} \int \rho(\vec{R}) R^2 Y_{20}(\Omega_R) d\vec{R}$$

$$\langle R^2 \rangle = \frac{\int R^2 \rho(\vec{R}) d\vec{R}}{\int \rho(\vec{R}) d\vec{R}}.$$

其中Q_0为固有四极矩，$<R^2>$为均方半径，通过上式，可将四级形变参数β_2与散射截面联系起来

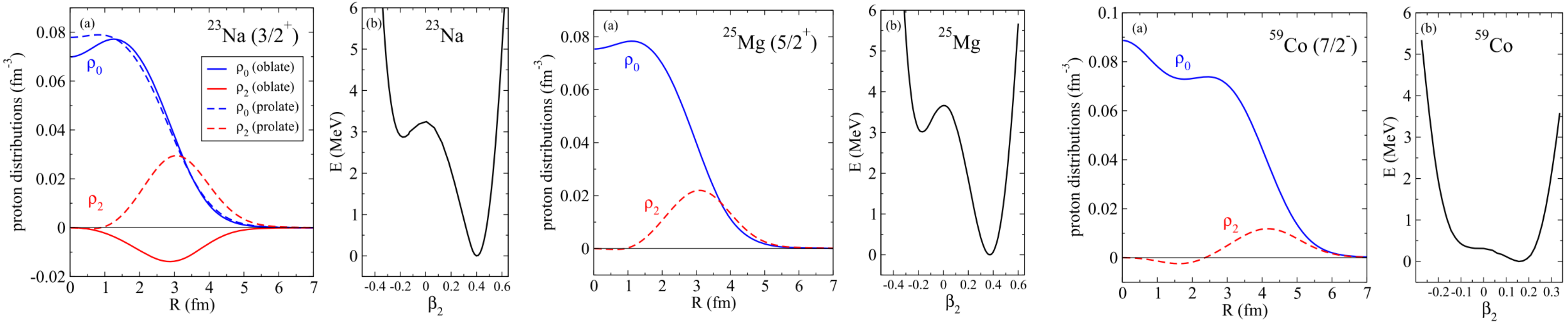
03

计算结果与分析

以Na原子核的长椭与扁椭情况，Mg与Co原子核的长椭情况为例与实验结果进行分析

密度分布对比

^{23}Na（$I^{\pi}=3/2^{+}$），^{25}Mg（$I^{\pi}=5/2^{+}$），^{59}Co（$I^{\pi}=7/2^{-}$）长椭与扁椭情况下不同级次的质子分布及激发能关于β2的函数

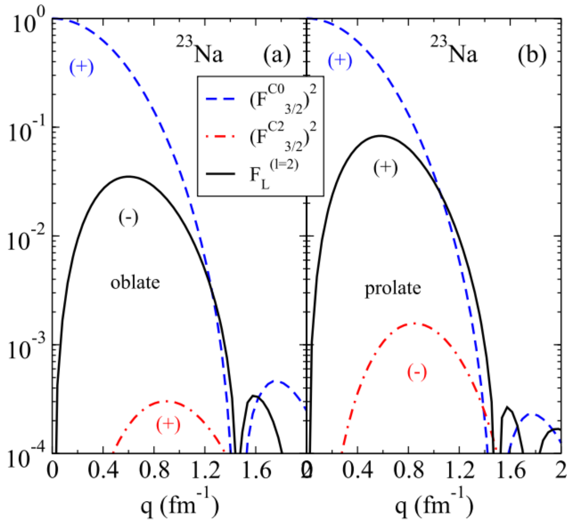


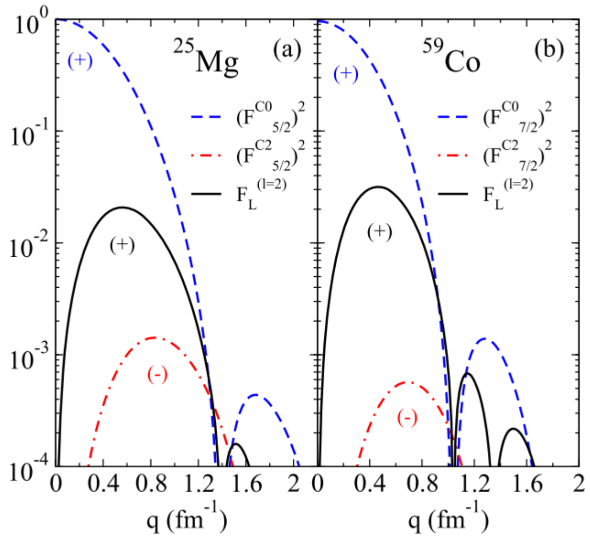
第二级次对应的密度主要在原子核表面达到峰值，影响较为显著，而对于原子核内部的影响非常微小；根据β_2符号的不同，ρ_2的主要取值也不相同

β_2的符号的影响主要表现在原子核形状的长椭与扁椭上。

形状因子对比

^{23}Na（$I^{\pi}=3/2^{+}$），^{25}Mg（$I^{\pi}=5/2^{+}$），^{59}Co（$I^{\pi}=7/2^{-}$）不同级次库伦形状因子的平方及 $F_L^{\ell=2}$





在利用未被极化的靶核的实验中，C2的数量级远远小于C0，因此其对于衍射极小值几乎没有贡献

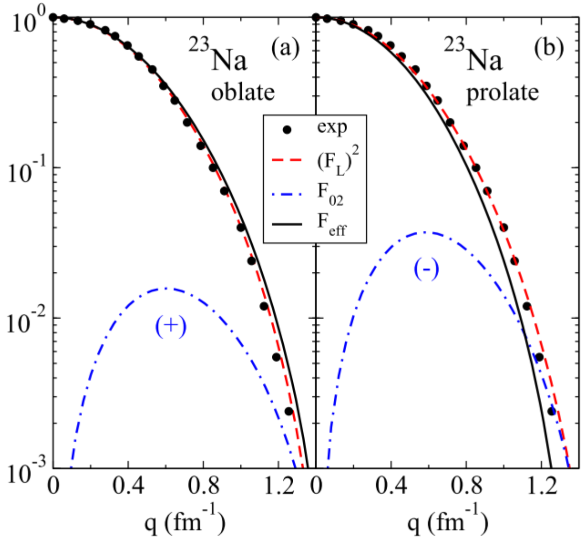
同时由于实验中只有$(F^{C2})^2$可进行观测，因此无法给出第二级次密度的正负

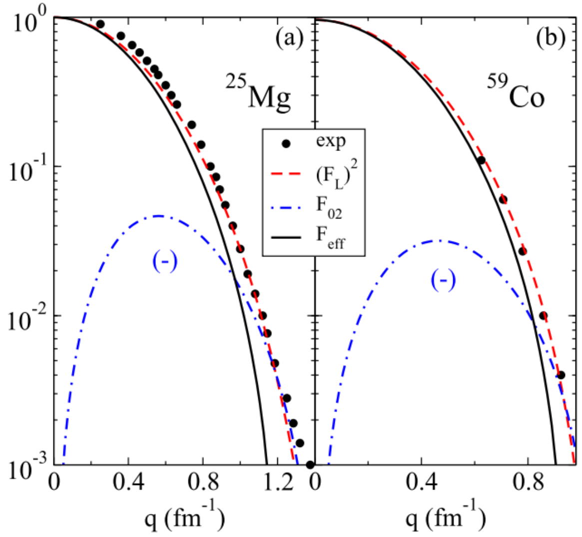
相干项 $F_L^{\ell=2}$远大于$(F^{C2})^2$,则可在实验上进行独立观测

形状因子与实验结果对比

当θ’=0，且靶核取向为转移动量的方向时：有 $F_{\text{eff}} = |F_L|^2 + F_{02} = |F^{C0}|^2 + |F^{C2}|^2 + F_{02}$，

做出^{23}Na在长椭与扁椭情况下及^{25}Mg与^{59}Co的$(F_L)^2$, F_{02}和F_{eff}及非极化时实验测得的$(F_L)^2$



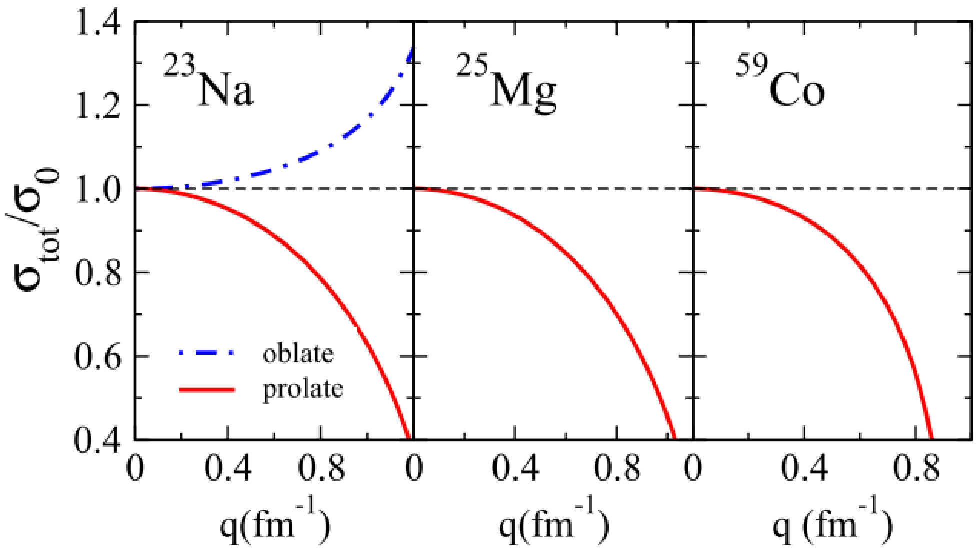


由上图可得，只需对比F_{eff}与$(F_L)^2$的大小关系，即可得到原子核的形状信息

散射截面对比

做出总极化散射截面与非极化散射截面的比值σ_{tot}/σ_0

$$\frac{(\sigma_0+\sigma_{al})}{\sigma_0}=1+\frac{F_{02}}{|F_L|^2}=\frac{F_{eff}}{|F_L|^2}$$



由上图可清晰看出，极化结果与非极化结果的偏差较大，可通过实验进行观测

04

研究结论

部分原子核的相关结果分析

研究结论

可通过将奇A核进行极化的方式，引入多级库伦形状因子的相干项，将其结果与未经极化的实验结果进行对比，因而得到关于原子核形状的相关信息

其他拓展研究

1.在文章的理论推导阶段，做了一些限制，可进一步讨论去掉该限制后的情况

2.关于除C0/C2外其他相干项的讨论

3.关于核形状共存的原子核的横截面对于原子核形状的敏感性

感谢您的聆听

冯仟璐

2024.3.18

中山大學
SUN YAT-SEN UNIVERSITY