

PNC 方法介绍

April 1, 2024



1. 推转单粒子态

2. 原子核对关联的粒子数守恒方法

- 2.1. 单粒子能级截断与多粒子组态截断
- 2.2. 推转的多粒子态 (CMPC)
- 2.3. 对力的处理
- 2.4. 转动惯量的计算

3. 总结

考虑一个轴对称变形核，对称轴取 z 轴，并且绕着 x 轴转动。通过引入两个参考系：第一个是随原子核一起旋转的参考系，设为 Σ ，称为本体坐标系 (body-fixed frame)，也称为转动参考系 (rotating frame)；第二个是实验室参考系，设为 $\tilde{\Sigma}$ 。

并由两个参考系之间的关系引入推转 Hamilton 量 (Routhian)

$$h(\omega) = h - \omega j_x \quad (1)$$

即本体参考系 (转动参考系) 中的单粒子 Hamilton 量。

当 h 中的单粒子势取为 Nilsson 势时，

$$h(\omega) = h_{Nil} - \omega j_x \quad (2)$$

可通过解能量本征方程求得推转的 Nilsson 能级 e_μ 和 Nilsson 态 $|\mu\rangle$ 。

对于 h_{Nil} , 选取了球形谐振子基 $|Nl\Lambda\Sigma\rangle$ 表象, $|Nl\Lambda\Sigma\rangle$ 是 $(h_{osc}, \vec{l}^2, l_z, s_z)$ 的共同本征态。

在 $|Nl\Lambda\Sigma\rangle$ 表象中将 h_{Nil} 对角化后, h_{Nil} 的本征态记为

$$\begin{aligned} h_{Nil} |\chi_\Omega\rangle &= \varepsilon_\Omega |\chi_\Omega\rangle \quad (\text{二重简并}) \\ |\chi_\Omega\rangle &= \sum_{l\Lambda} a_{l\Lambda} |Nl\Lambda\Sigma\rangle, |\chi_{-\Omega}\rangle = \sum_{l\Lambda} a_{l\Lambda} |Nl - \Lambda - \Sigma\rangle \end{aligned} \tag{3}$$

即 $|\chi_\Omega\rangle$ 和 $|\chi_{-\Omega}\rangle$ 同属于能级 ε_Ω 。其中 $|\chi_{-\Omega}\rangle$ 可定义为 $T |\chi_\Omega\rangle$, T 为时间反演。

对于推转 Nilsson 哈密顿量 $h(\omega)$, 由于 $[j_z, h(\omega)] = -\omega [j_z, j_x] \neq 0$, Ω 不再是好量子数。

假设 h_{Nil} 只包含四极形变 (Y_{20}) 和十六极形变 (Y_{40}), 分别用 $(\varepsilon_2, \varepsilon_4)$ 参数描述, 则绕 x 轴 (垂直于对称轴 z) 旋转 180° 的运算

$$R_x(\pi) = e^{-i\pi j_x/\hbar} \quad (4)$$

是守恒量, 即 $[R_x(\pi), h(\omega)] = 0$

对于 Fermi 子, $R_x(\pi)^2 = R_x(2\pi) = -1$ 。设 $R_x(\pi)$ 的本征值为 r , 则 $r^2 = -1$, 所以 $R_x(\pi)$ 的本征值为 $r = \pm i$ 。令 $r = e^{-i\pi\alpha}$, 则 $r = \pm i$ 也就是 $\alpha = \mp 1/2$ 。

r 称为旋称 (signature), α 称为旋称指数 (signature exponent), 也简称为旋称。

除旋称外, 推转 Nilsson 哈密顿量还具有空间反射对称性, 宇称 $\pi = (-)^N$ 也是守恒量。



对角化表象的构造

由于 $[R_x(\pi), j_z^2] = 0$, 故可以选择 $(j_z^2, R_x(\pi))$ 的共同本征态作为表象的基矢, 来把 $h(\omega)$ 对角化。

将未推转的一对二重简并单粒子态记为 $|\chi_{\Omega_\xi}\rangle \equiv |\xi\rangle, |\chi_{-\Omega_\xi}\rangle \equiv |-\xi\rangle$

$$|\xi\rangle = |N_\xi l_\xi \Lambda_\xi \Sigma_\xi\rangle = a_\xi^+ |0\rangle \quad (5)$$

$$|-\xi\rangle = |N_\xi l_\xi - \Lambda_\xi - \Sigma_\xi\rangle = a_{-\xi}^+ |0\rangle \quad (6)$$

它们都是 j_z 的本征态, 本征值为 $\pm\Omega_\xi$ 。利用 $|\xi\rangle$ 和 $|-\xi\rangle$ 的线性叠加可以构造 $R_x(\pi)$ 和 j_z^2 的共同本征态 $|\xi\alpha\rangle$ 。

令,

$$|\xi\alpha\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [1 - e^{-i\pi\alpha} R_x(\pi)] |\xi\rangle, \quad \alpha = \pm\frac{1}{2} \quad (7)$$

可以验证

$$\begin{aligned} j_z^2 |\xi\alpha\rangle &= \Omega_\xi^2 |\xi\alpha\rangle \\ R_x(\pi) |\xi\alpha\rangle &= e^{-i\pi\alpha} |\xi\alpha\rangle = r |\xi\alpha\rangle \end{aligned} \quad (8)$$

我们再利用关系式

$$R_x(\pi)|\xi\rangle = (-)^{N_\xi+1/2}|- \xi\rangle \quad (9)$$

将 $|\xi\alpha\rangle$ 改写为

$$\begin{aligned} |\xi\alpha\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} [1 - e^{-i\pi\alpha} R_x(\pi)] |\xi\rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} [|\xi\rangle - (-)^{\alpha} (-)^{N_\xi+\frac{1}{2}} |- \xi\rangle] \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} [|\xi\rangle \pm (-)^{N_\xi} |- \xi\rangle] \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} [a_\xi^+ \pm (-)^{N_\xi} a_{-\xi}^+] |0\rangle = b_{\xi\alpha}^+ |0\rangle \end{aligned} \quad (10)$$

于是，我们就可以在新构造的 $|\xi\alpha\rangle$ 表象中，将 $h(\omega) = h_{\text{Nil}} - \omega j_x$ 对角化。

由于旋称 α 是好量子数，可以在给定 α ($\alpha = \pm \frac{1}{2}$) 的两个子空间中分别将 $h(\omega)$ 对角化。为此，需要计算在 $|\xi\alpha\rangle$ 表象中 $h(\omega)$ 各项的矩阵元。

首先, h_{Nil} 的矩阵元是对角的,

$$\langle \xi \alpha | h_{Nil} | \xi' \alpha' \rangle = \langle \xi \alpha | h_{Nil} | \xi' \alpha' \rangle \delta_{\alpha \alpha'} = \langle \xi | h_{Nil} | \xi \rangle \delta_{\alpha \alpha'} \quad (11)$$

其次, 对于 $-\omega j_x$ 项, 需要区分以下两种情况, 可以证明

$$\langle \xi \alpha | j_x | \xi' \alpha' \rangle = \begin{cases} \langle \xi | j_x | \xi' \rangle \delta_{\alpha \alpha'}, & \Omega_\xi \neq \frac{1}{2} \text{ or } \Omega_{\xi'} \neq \frac{1}{2} \\ (-)^{N_\xi + \frac{1}{2} - \alpha} \langle \xi | j_x | -\xi \rangle \delta_{\alpha \alpha'}, & \Omega_\xi = \Omega_{\xi'} = \frac{1}{2} \end{cases} \quad (12)$$

对于 h_{Nil} 来讲, $|\pm \xi\rangle$ 是简并的。在计及推转项 $-\omega j_x$ 后, 或者说, 在 Coriolis 力的作用下, 原来是二重简并的 Nilsson 能级的简并将被解除, 可以按旋称分解成 $\alpha = \pm \frac{1}{2}$ 两个子空间。

把 $h(\omega)$ 对角化之后, 即可得到推转单粒子态 $|\mu \alpha\rangle$ 和推转 Nilsson 能级 $\varepsilon_{\mu \alpha}$

$$\begin{aligned} h(\omega) |\mu \alpha\rangle &= \varepsilon_{\mu \alpha} |\mu \alpha\rangle \\ |\mu \alpha\rangle &= \sum_{\xi} C_{\mu \xi}(\alpha) |\xi \alpha\rangle = \beta_{\mu \alpha}^+ |0\rangle \end{aligned} \quad (13)$$

1. 推转单粒子态

2. 原子核对关联的粒子数守恒方法

- 2.1. 单粒子能级截断与多粒子组态截断
- 2.2. 推转的多粒子态 (CMPC)
- 2.3. 对力的处理
- 2.4. 转动惯量的计算

3. 总结

1. 推转单粒子态

2. 原子核对关联的粒子数守恒方法

2.1. 单粒子能级截断与多粒子组态截断

2.2. 推转的多粒子态 (CMPC)

2.3. 对力的处理

2.4. 转动惯量的计算

3. 总结

假设原子核的单粒子能级是二重简并的且均匀分布，相邻单粒子能级的间距 $d = 1$ （取为能量单位），核子之间存在单极对力

$$H = \sum_{\mu} \varepsilon_{\mu} (a_{\mu}^+ a_{\mu} + a_{\bar{\mu}}^+ a_{\bar{\mu}}) - G \sum_{\mu\nu} a_{\mu}^+ a_{\bar{\mu}}^+ a_{\bar{\nu}} a_{\nu} \quad (14)$$

ε_{μ} 表示 Nilsson 单粒子能级, a_{μ}^+ 和 $a_{\bar{\mu}}^+$ 分别是单粒子态 μ 及其时间反演态 $\bar{\mu}$ 的粒子产生算符, a_{μ} 和 $a_{\bar{\mu}}$ 则为相应的湮灭算符。

设 ε_F 表示 Fermi 面位置。按 SPL 截断, 凡满足

$$|\varepsilon_{\mu} - \varepsilon_F| \leq \varepsilon_C \quad (15)$$

的单粒子能级 ε_{μ} 都应加以考虑, 而 $|\varepsilon_{\mu} - \varepsilon_F| > \varepsilon_C$ 的单粒子能级 ε_{μ} 则不予考虑, ε_C 即 SPL 截断能量。

多粒子组态 (MPC, many-particle configuration) 截断方案:

处理多粒子体系的基态和低激发态时只考虑满足下列条件的多粒子组态 (能量为 E)

$$|E - E_0| \leq E_C \quad (16)$$

这里 E_0 是最低 MPC 的能量, E_C 为所取定的 MPC 截断能量 (参量)。这样一个相当精确的能量本征值和本征函数不难求出。

并且有数据表明, 如采用单粒子能级截断概念, 一方面把大量的成分微不足道的组态卷入计算中来, 使计算变得十分繁琐, 另一方面又会把一些重要的组态漏掉而使精确度减低。故我们采用的是 MPC 截断。

1. 推转单粒子态

2. 原子核对关联的粒子数守恒方法

2.1. 单粒子能级截断与多粒子组态截断

2.2. 推转的多粒子态 (CMPC)

2.3. 对力的处理

2.4. 转动惯量的计算

3. 总结

推转的多粒子态 (CMPC)

按照旋称分成两个子空间, 设子空间的维数为 M , 对于一个 n 粒子系统, n 个粒子在 $2M$ 个推转的单粒子态上的任何一种可能的填布方式, 都构成这个多粒子系统的一个组态 (记为 $|i\rangle$):

$$|i\rangle = |\mu_{1i}\mu_{2i}\cdots\mu_{ni}\rangle = \beta_{\mu_{1i}}^+ \beta_{\mu_{2i}}^+ \cdots \beta_{\mu_{ni}}^+ |0\rangle \quad (17)$$

每一个组态都有确定的能量 E_i 、宇称 π_i 和旋称 α_i ,

$$\begin{aligned} E_i &= \sum_{\mu_i(\text{occupied})} \varepsilon_{\mu_i} \\ \pi_i &= \prod_{\mu_i(\text{occupied})} \pi_{\mu_i} \\ \alpha_i &= \sum_{\mu_i(\text{occupied})} \alpha_{\mu_i} \end{aligned} \quad (18)$$

$\mu_i(occupied)$ 是指被粒子占据的推转的 Nilsson 态, ε_{μ_i} 、 π_{μ_i} 和 α_{μ_i} 分别是该推转 Nilsson 态的能量, 宇称和旋称。

1. 推转单粒子态

2. 原子核对关联的粒子数守恒方法

2.1. 单粒子能级截断与多粒子组态截断

2.2. 推转的多粒子态 (CMPC)

2.3. 对力的处理

2.4. 转动惯量的计算

3. 总结

推转以后，对力的表述形式比较复杂，但堵塞效应及 Coriolis 力影响，已自动考虑在内。

在球形谐振子基 $|Nl\Lambda\Sigma\rangle$ 表象中，对力哈密顿量可以表示为：

$$H_P = -G \sum_{\xi, \eta > 0} a_{\xi}^{+} a_{\bar{\xi}}^{+} a_{\bar{\eta}} a_{\eta} \quad (19)$$

$|\xi\rangle = a_{\xi}^{+}|0\rangle, |\bar{\xi}\rangle = a_{\bar{\xi}}^{+}|0\rangle$ 是 $|\xi\rangle$ 的时间反演态。

在 $|\xi\alpha\rangle$ 表象中，利用 $b_{\xi\pm}^{+} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[a_{\xi}^{+} \pm (-)^{N_{\xi}} a_{-\xi}^{+} \right]$ ，对力哈密顿量改写为：

$$H_P = -G \sum_{\xi, \eta > 0} (-)^{\Omega_{\xi} - \Omega_{\eta}} b_{\xi+}^{+} b_{\xi-}^{+} b_{\eta-} b_{\eta+} \quad (20)$$

在推转的 Nilsson 态 $|\mu\alpha\rangle$ 表象中，

$$|\mu\alpha\rangle = \sum_{\xi} C_{\mu\xi}(\alpha) |\xi\alpha\rangle = \sum_{\xi} C_{\mu\xi}(\alpha) b_{\xi\alpha}^{+} |0\rangle = \beta_{\mu\alpha}^{+} |0\rangle$$

所以可以得到

$$\beta_{\mu\alpha}^+ = \sum_{\xi} C_{\mu\xi}(\alpha) b_{\xi\alpha}^+ \quad (21)$$

注意 $\langle \mu\alpha | \mu'\alpha' \rangle$ 的正交归一性:

$$\sum_{\xi} C_{\mu\xi}(\alpha) C_{\mu'\xi}(\alpha') = \delta_{\mu\mu'} \delta_{\alpha\alpha'} \quad (22)$$

由于表象变换是么正变换，那么我们可以得到两个逆变换

$$|\xi\alpha\rangle = \sum_{\mu} C_{\xi\mu}(\alpha) |\mu\alpha\rangle, b_{\xi\alpha}^+ = \sum_{\mu} C_{\mu\xi}(\alpha) \beta_{\mu\alpha}^+ \quad (23)$$

并且正交归一性也变为

$$\sum_{\mu} C_{\xi\mu}(\alpha) C_{\xi'\mu}(\alpha') = \delta_{\xi\xi'} \delta_{\alpha\alpha'} \quad (24)$$

在 $|\mu\alpha\rangle$ 表象中对力哈密顿量 H_P ,

$$\begin{aligned} H_P &= -G \sum_{\xi, \eta > 0} (-)^{\Omega_\xi - \Omega_\eta} b_{\xi+}^+ b_{\xi-}^+ b_{\eta-} b_{\eta+} \\ &= -G \sum_{\mu\mu'\nu\nu'} \sum_{\xi} (-)^{\Omega_\xi} C_{\mu\xi(+)} C_{\mu'\xi(-)} \sum_{\eta} (-)^{-\Omega_\eta} C_{\nu'\eta(+)} C_{\nu\eta(-)} \beta_{\mu+}^+ \beta_{\mu'-}^+ \beta_{\nu-} \beta_{\nu'+} \end{aligned}$$

令

$$\begin{aligned} f_{\mu\mu'}^* &= \sum_{\xi} (-)^{\Omega_\xi} C_{\mu\xi(+)} C_{\mu'\xi(-)} \\ f_{\nu'\nu} &= \sum_{\eta} (-)^{-\Omega_\eta} C_{\nu'\eta(+)} C_{\nu\eta(-)} \end{aligned} \tag{25}$$

可得

$$H_P = -G \sum_{\mu\mu'\nu\nu'} f_{\mu\mu'}^* f_{\nu'\nu} \beta_{\mu+}^+ \beta_{\mu'-}^+ \beta_{\nu-} \beta_{\nu'+} \tag{26}$$

由于 Ω_ξ 是半奇数, $f_{\mu\mu'}^*$ 和 $f_{\nu'\nu}$ 都是复数, 可以令 $F_{\mu\mu'} = (-1)^{1/2} f_{\mu\mu'}^*$ 使得 $f_{\mu\mu'}^*$ 和 $f_{\nu'\nu}$ 实数化, 因此

$$f_{\mu\mu'}^* f_{\nu'\nu} = f_{\mu\mu'}^* (-f_{\nu'\nu}^*) = F_{\mu\mu'} F_{\nu'\nu} \quad (27)$$

这样, H_P 可以表示为

$$H_P = -G \sum_{\mu\mu'\nu\nu'} F_{\mu\mu'} F_{\nu'\nu} \beta_{\mu+}^+ \beta_{\mu'}^+ - \beta_{\nu-} \beta_{\nu'+} +$$
$$F_{\mu\mu'} = \sum_{\xi} (-)^{\Omega_\xi+1/2} C_{\mu\xi}(+) C_{\mu'\xi}(-) \quad (28)$$

那么, 在 $|\mu\alpha\rangle$ 表象中推转壳模型哈密顿量可以表示为

$$H_{CSM} = H_0 + H_P$$
$$H_0 = \sum_{\mu\alpha} \varepsilon_{\mu\alpha} \beta_{\mu\alpha}^+ \beta_{\mu\alpha} \quad (29)$$

下面分别来讨论 H_P 的矩阵元

(1) 两个组态相差两个单粒子态，对力矩阵元为

$$\sum_{\mu\mu'\nu'\nu} \left\langle \cdots 1_l \cdots 1_k \cdots 0_j \cdots 0_i \cdots \left| F_{\mu\mu'} F_{\nu'\nu} \beta_{\mu+}^+ \beta_{\mu'-}^+ \beta_{\nu-} \beta_{\nu'+} \right| \cdots 1_i \cdots 1_j \cdots 0_k \cdots 0_l \cdots \right\rangle \quad (30)$$

$$= \begin{cases} 0, & \text{当}(i, j) \text{ 或}(l, k) \text{ 的旋称为}(+, +) \text{ 或}(-, -) \\ -F_{kl} F_{ij} (-)^{\sum_{\nu=1}^{k-1} n_{\nu} + \sum_{\nu=1}^{l-1} n_{\nu} + \sum_{\nu=1}^{i-1} n_{\nu} + \sum_{\nu=1}^{j-1} n_{\nu}}, & (i, j) \text{ 与}(l, k) \text{ 的旋称都为}(+, -) \text{ 或都为}(-, +) \\ F_{kl} F_{ji} (-)^{\sum_{\nu=1}^{k-1} n_{\nu} + \sum_{\nu=1}^{l-1} n_{\nu} + \sum_{\nu=1}^{i-1} n_{\nu} + \sum_{\nu=1}^{j-1} n_{\nu}} & (i, j) = (+, -), (l, k) = (-, +) \\ F_{lk} F_{ij} (-)^{\sum_{\nu=1}^{k-1} n_{\nu} + \sum_{\nu=1}^{l-1} n_{\nu} + \sum_{\nu=1}^{i-1} n_{\nu} + \sum_{\nu=1}^{j-1} n_{\nu}} & (i, j) = (+, -), (l, k) = (-, +) \end{cases}$$

(2) 当两个组态相差一个单粒子态时，对力矩阵元为

$$\begin{aligned} & \sum_{\mu\mu'\nu\nu'} \left\langle \cdots 1_k \cdots 0_i \cdots \left| F_{\mu\mu'} F_{\nu'\nu} \beta_{\mu+}^+ \beta_{\mu'}^+ - \beta_{\nu-} \beta_{\nu'+} \right| \cdots 1_i \cdots 0_k \cdots \right\rangle \\ &= - \sum_l F_{kl} F_{il} (-)^{\sum_{\nu=1}^{k-1} n_{\nu} + \sum_{\nu=1}^{i-1} n_{\nu}} \end{aligned} \quad (31)$$

(3) 在同一个组态 $|i\rangle$ 下, H_P 的平均值 (对角元) 为

$$\sum_{\mu\mu'\nu\nu'} \left\langle i \left| F_{\mu\mu'} F_{\nu'\nu} \beta_{\mu+}^+ \beta_{\mu'}^+ - \beta_{\nu-} \beta_{\nu'+} \right| i \right\rangle = \sum_{i,j} F_{ij} F_{ij} \quad (32)$$

这样, 我们可以在一个足够大的 CMPC 空间中将 H_{CSM} 对角化, 即可得到 CSM 哈密顿量的晕带和低激发带的足够精确的解。这些解可以表示为

$$|\varphi\rangle = \sum_i D_i |i\rangle \quad (33)$$

其中 D_i 取为实数。

1. 推转单粒子态

2. 原子核对关联的粒子数守恒方法

2.1. 单粒子能级截断与多粒子组态截断

2.2. 推转的多粒子态 (CMPC)

2.3. 对力的处理

2.4. 转动惯量的计算

3. 总结

在实验室参考系 $\tilde{\Sigma}$ 中，能量记为 \tilde{E} ,

$$\tilde{E} = \langle \tilde{\psi} | \tilde{H}(t) | \tilde{\psi} \rangle = \langle \psi | H(\omega) | \psi \rangle + \omega \langle \psi | J_x | \psi \rangle \quad (34)$$

即

$$\begin{aligned} \tilde{E} &= E + \omega \langle J_x \rangle \\ \langle J_x \rangle &= \langle \psi | J_x | \psi \rangle = \sum_{\mu(occ.)} \langle \mu | j_x | \mu \rangle \end{aligned} \quad (35)$$

称为原子核总角动量沿转动轴 x 方向的“顺排” (alignment)。

在 $|\varphi\rangle$ 态下，角动量顺排为：

$$\langle \varphi | J_x | \varphi \rangle = \sum_i D_i^2 \langle i | J_x | i \rangle + 2 \sum_{i < j} D_i D_j \langle i | J_x | j \rangle \quad (36)$$

我们将两项分别分析。

1、 $\langle i | J_x | i \rangle$ 项

$$\begin{aligned} \langle i | J_x | i \rangle &= \sum_{\mu\alpha} \langle \mu\alpha | j_x | \mu\alpha \rangle P_{\mu\alpha}^i \\ P_{\mu\alpha}^i &= \begin{cases} 1, & |i\rangle \text{ 中 } |\mu\alpha\rangle \text{ 态被粒子占据} \\ 0, & |i\rangle \text{ 中 } |\mu\alpha\rangle \text{ 态无粒子占据} \end{cases} \end{aligned} \quad (37)$$

2、 $\langle i | J_x | j \rangle$ 项

设 $|i\rangle$ 和 $|j\rangle$ 相差的单核子态为 μ 和 ν , 其它粒子态的填布都相同:

$$\begin{aligned} |i\rangle &= |\cdots \mu \cdots \cdots \rangle \\ |j\rangle &= |\cdots \cdots \nu \cdots \rangle \end{aligned} \quad (38)$$

经过重排后化为

$$\begin{aligned} |i\rangle &= (-)^{M_{i\mu}} |\mu \cdots \rangle \\ |j\rangle &= (-)^{M_{j\nu}} |\nu \cdots \rangle \end{aligned} \quad (39)$$

其中 $M_{i\mu}$ 和 $M_{j\nu}$ 是重排的费米子交换的次数, 由此可得出:

$$\langle i | J_x | j \rangle = \sum_{\mu\alpha, \nu\alpha'} (-)^{M_{i\mu} + M_{j\nu}} P_{\mu\alpha}^i P_{\nu\alpha'}^j \langle \mu\alpha | j_x | \nu\alpha' \rangle \delta_{\alpha\alpha'} \quad (40)$$

在分析原子核转动谱时, 常引进两类转动惯量。

第一类转动惯量 $J^{(1)}$, 也称为运动学 (kinematic) 转动惯量, 定义为 $\langle J_x \rangle = J^{(1)}\omega$, 即

$$J^{(1)} = \langle J_x \rangle / \omega \quad (41)$$

在独立粒子模型中

$$J^{(1)} = \frac{1}{\omega} \sum_{\mu(occ.)} \langle \mu | j_x | \mu \rangle \quad (42)$$

第二类转动惯量 $J^{(2)}$, 也称为动力学 (dynamic) 转动惯量, 定义为

$$J^{(2)} = \frac{d}{d\omega} \langle J_x \rangle = \frac{d}{d\omega} (\omega J^{(1)}) \quad (43)$$

转动惯量的计算

按照 (37) 式和 (40) 式给出的角动量的重排，原子核的运动学和动力学转动惯量 $J^{(1)}$, $J^{(2)}$ 可如下求出：

$$\begin{aligned} J^{(1)} &= \frac{\langle \varphi | J_x | \varphi \rangle}{\omega} \\ J^{(2)} &= \frac{d \langle \varphi | J_x | \varphi \rangle}{d\omega} \end{aligned} \quad (44)$$

其中 ω 为推转角频率。

考虑处于各个推转单粒子轨道上的粒子分别对 $J^{(1)}$ 和 $J^{(2)}$ 的贡献时

$$\begin{aligned} \langle \varphi | J_x | \varphi \rangle &= \sum_{\mu\alpha} j^\alpha(\mu) + \sum_{\mu < \nu, \alpha} j^\alpha(\mu\nu) \\ j^\alpha(\mu) &= \langle \mu\alpha | j_x | \mu\alpha \rangle \sum_i D_i^2 P_{\mu\alpha}^i = \langle \mu\alpha | j_x | \mu\alpha \rangle n_{\mu\alpha} \\ j^\alpha(\mu\nu) &= 2 \langle \mu\alpha | j_x | \nu\alpha \rangle \sum_{i < j} (-)^{M_{i\mu} + M_{j\nu}} P_{\mu\alpha}^i P_{\nu\alpha}^j D_i D_j, (\mu \neq \nu) \end{aligned} \quad (45)$$

转动惯量的计算

$\langle \mu\alpha | j_x | \mu\alpha \rangle$ 是 $|\mu\alpha\rangle$ 态上单粒子的角动量顺排, $n_{\mu\alpha}$ 代表了推转的单粒子能级 $|\mu\alpha\rangle$ 上粒子的填布几率。

各个单粒子能级上的粒子分别对 $\langle \varphi | J_x | \varphi \rangle$ 的贡献还可以表示为:

$$\begin{aligned}\langle \varphi | J_x | \varphi \rangle &= \sum_{\mu} j(\mu) + \sum_{\mu < \nu} j(\mu\nu) \\ j(\mu) &= j^+(\mu) + j^-(\mu) \\ j(\mu\nu) &= j^+(\mu\nu) + j^-(\mu\nu), (\mu \neq \nu)\end{aligned}\tag{46}$$

这里的 \pm 号分别指旋称 $\alpha = \pm 1/2$, 这样单粒子态 $|\mu\rangle$ (包含 $\alpha = \pm 1/2$ 两条能级) 对于转动惯量 $j^{(1)}, j^{(2)}$ 的贡献可以表示为:

$$\begin{aligned}j^{(1)}(\mu) &= j(\mu)/\omega & j^{(1)}(\mu\nu) &= j(\mu\nu)/\omega \\ j^{(2)}(\mu) &= \frac{d}{d\omega} j(\mu) & j^{(2)}(\mu\nu) &= \frac{d}{d\omega} j(\mu\nu)\end{aligned}\tag{47}$$

1. 推转单粒子态

2. 原子核对关联的粒子数守恒方法

- 2.1. 单粒子能级截断与多粒子组态截断
- 2.2. 推转的多粒子态 (CMPC)
- 2.3. 对力的处理
- 2.4. 转动惯量的计算

3. 总结

PNC 方法解决了 BCS 方法的严重困难，其一是粒子数不守恒问题，即不引入 Bogolubov-Valatin 变换，那么就不存在准粒子，不存在粒子的涨落问题；其二是能够正确处理堵塞效应，即可以人为地使得轨道占有几率为 1 而不会导致“对崩溃”及“假态”等问题。并且，PNC 方法只需要计算矩阵元，解决了 BCS 迭代计算中的不收敛问题。更进一步，它可以提供与单粒子有关的详细信息，如单粒子的填布几率，单粒子对转动惯量的贡献等等，对研究核结构中各种物理现象的微观机制很有价值。