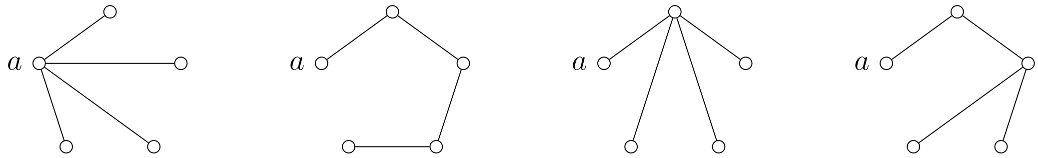
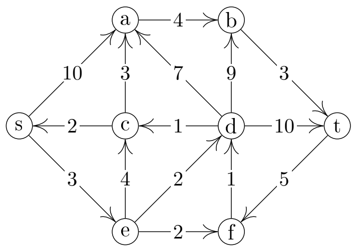
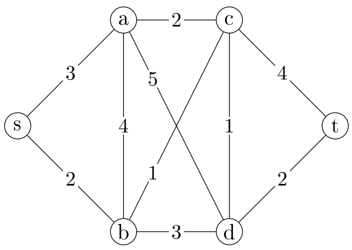
A számítástudomány alapjai 2020. I. félév
5. gyakorlat

1. Az alábbi feszítőfákat az a csúcsokból indított BFS után kaptuk meg. Hogy nézhetett ki az eredeti gráf az egyes esetekben?

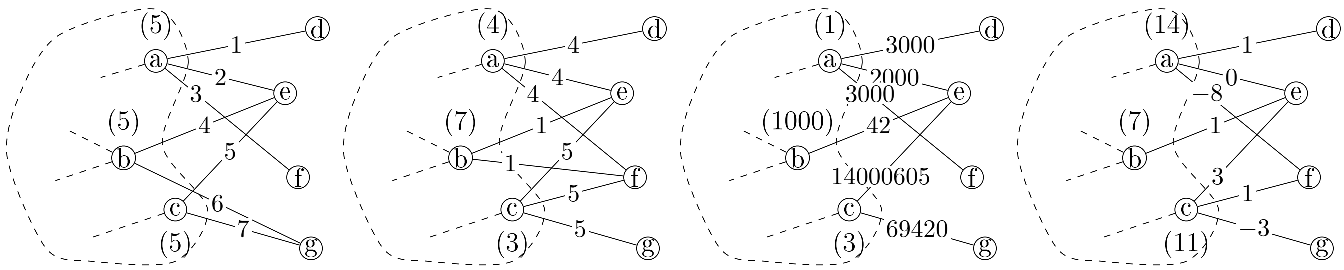


2. Határozzuk meg a legrövidebb utakat az alábbi gráfokban az s és a t csúcs között!

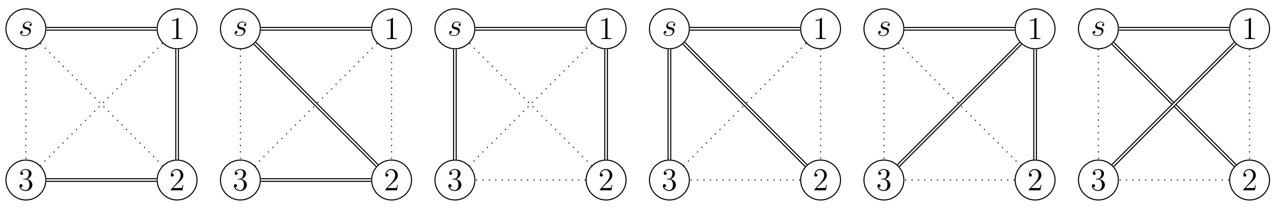




3. Az alábbi ábrákon gráfok részletei láthatóak, amin épp a Dijkstra algoritmust hajtjuk végre. Az a, b és c csúcsokat már bevettük a megvizsgált csúcsok halmazába, a csúcsok mellett zárójelben vannak feltüntetve, hogy a kezdőponttól milyen távol vannak. Melyik csúcsot fogja bevenni következőnek a Dijkstra algoritmus és milyen távolsággal?

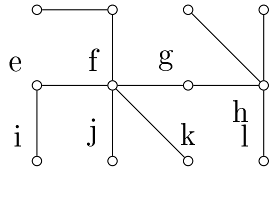


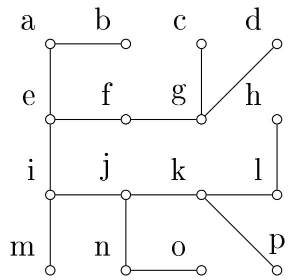
4. Az alábbi K_4 (irányítatlan) gráfok éleire írjunk pozitív egész élsúlyokat úgy, hogy ha a Dijkstra algoritmust s-ből indítjuk, akkor a vastagon szedett élek mentén adja a legrövidebb utakat; a csúcsokat minden esetben (egyértelműen) 1, 2, 3 sorrendben látogatja meg; az élsúlyok összege a lehető legkisebb.



---

5. **[PZH-2014]** Az alábbi bal oldali ábrán látható valamely G gráf egy szélességi fája. Honnan indulhatott a bejárás, ha tudjuk, hogy b és c szomszédosak G-ben?





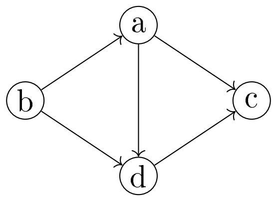
6. **[PZH-2015]** A fenti jobb oldali ábrán látható az egyszerű, irányítatlan G gráf i gyökeréből indított szélességi bejárása után kapott F feszítőfa. Tudjuk, hogy az e csúcs G-beli fokszáma 7. Határozzuk meg a G gráf e-ből induló éleit.

7. **[PZH-2010]** Adott egy G gráf, az e él hosszát jelölje $l(e)$. Minden él hosszát növeljük meg 2-vel, azaz legyen $l'(e) = l(e) + 2$ minden élre. Tegyük fel, hogy u és v között P egy legrövidebb út az l' élhosszokkal. Igaz-e, hogy P biztosan egy legrövidebb út u és v között az l élhosszokra nézve is?

8. **[ZH-2014 alapján]** Legyenek a 7 csúcsú G gráf pontjai v_1, v_2, v_3, v_4, v_6, v_8 és v_9, valamint akkor legyen v_i és v_j szomszédos, ha i és j relatív prímek. Ekkor a v_iv_j él hosszúsága $|i - j|$. Határozzuk meg a v_1 csúcsból minden más csúcsba egy-egy legrövidebb utat.

9. **[PZH-2014]** Legyen $V(G) = \{v_3, v_4, \ldots, v_{10}\}$, és $v_iv_j \in E(G)$, ha i és j nem relatív prímek, azaz van 1-nél nagyobb közös osztójuk. Legyen a v_iv_j él hossza $\min(i, j) - 1$. Határozzuk meg a v_5 csúcsból minden más csúcsba egy-egy legrövidebb utat, ha van.

10. **[ZH-2008]** Határozzuk meg a lenti bal oldali gráfban az élsúlyokat úgy, hogy a Dijkstra algoritmus rossz eredményt adjon!



11. **[ZH-2011]** Legyen a $G = (V, E)$ gráf csúcshalmaza $V = \{27, 28, \ldots, 33\}$, él pedig akkor fusson két csúcs között, ha indexeik relatív prímek: $E = \{ij : (i, j) = 1\}$. Rajzoljuk le G diagramját, indítsunk a 27 csúcsból szélességi bejárást, valamint határozzuk meg a bejáráshoz tartozó fát és a többi csúcsnak a 27 csúcstól való távolságát.

12. KITÖRT AZ AFRIKAI SERTÉSPESTIS! Az alábbi ábrán a város csomópontjai és azok föld alatti összeköttetései találhatóak. A többszáz malac az a pontbeli karanténból kiszabadulva minden lehetséges irányba elkezdett rohanni. A malacoknak egy napba telik, hogy egy összeköttetésen keresztül át tudjanak menni az egyik csomópontból a másikba. Új csomópontba érkezve a malacok megfertőzik az ottani sertésállomány egyedeit, amelyek szintén megvadulnak és kiszabadulva csatlakoznak az ámokfutáshoz.
    (a) Hány nap múlva fertőződik meg a város összes sertése?
    (b) Mely csomópont(ok) fertőződik(fertőződnek) meg utoljára?
    (c) A második nap végén megérkezik Rick Sanchez (C-137) és pillanatok alatt összeállítja a sertéspestis ellenszerét (amely többek között tartalmaz kaktusz, golden retriever, cápa és dinoszaurusz DNS-t is). Az ellenszer egy vírusfelhőként szin-tén a föld alatti utakon terjed, de kétszer olyan gyorsan. A hatóanyag egyből gyógyít és immunissá tesz, viszont hátulütője, hogy cronenberggékké változtatja a fertőzött malacokat. Lesz-e olyan csomópont, ahol nem változnak cronenberggé a malacok?