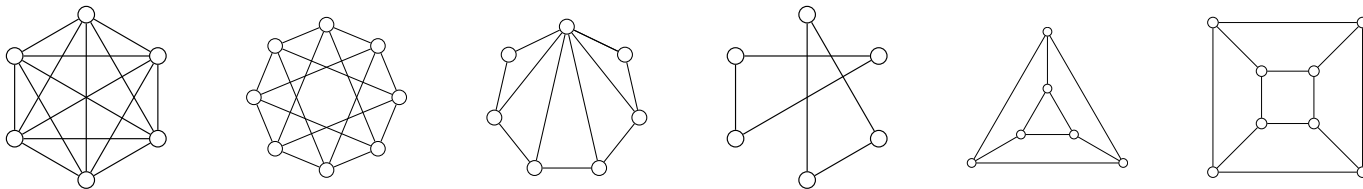


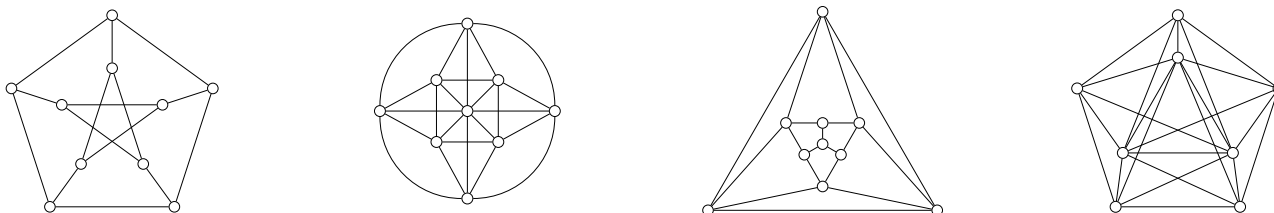
A számítástudomány alapjai 2021. I. félév

6. gyakorlat

1. Állapítsuk meg az alábbi gráfok kromatikus számait! Mely gráfok párosak az alábbiak közül? Állapítsuk meg a ν (max. független él), ρ (min. lefogó él), α (max. független pontok) és τ (min. lefogó pontok) paramétereit az alábbi gráfokban!



2. Állapítsuk meg az alábbi gráfokban az ω , χ , ν , ρ , α és τ paramétereit.



-
3. Legyen $V(G) = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$, és legyen $ij \in E(G)$, ha $|i - j| \leq 7$. Mennyi az így meghatározott G gráf $\chi(G)$ kromatikus száma?
4. [ZH-2010] Legyenek a G irányítatlan gráf csúcsai az $1, 2, \dots, 100$ számok, az i és j csúcs között pedig akkor fusson él, ha $j < i$ esetén az $i - j$ szám 4-gyel osztva 1-et ad maradékul. Páros-e a G gráf?
5. Van-e olyan G gráf, amiben nincs 4 csúcsú teljes részgráf, de G mégsem színezhető ki 3 színnel?
6. Legyenek a G gráf csúcsai a sakktábla mezői. Két mező közt akkor fusson él, ha a huszár (bástya, futó, király) egy lépésben az egyik mezőről a másikra léphet. Mennyi a G gráf kromatikus száma?
7. Igazoljuk, hogy ha G egyszerű gráf, akkor $|E(G)| \geq \binom{\chi(G)}{2}$.
8. Legyenek K és H a G gráf két komponense. Legyen G' az a gráf, amit G -ből úgy kapunk, hogy K minden pontját összekötjük H minden pontjával. Bizonyítsuk be, hogy $\chi(G) = \max\{\chi(K), \chi(H)\}$ ill. $\chi(G') = \chi(H) + \chi(K)$.
9. [PPZH-2010] Tegyük fel, hogy G olyan $2n$ csúcsú gráf, aminek van teljes párosítása. Határozzuk meg a komplementergráf kromatikus számát, $\chi(\bar{G})$ -t.
10. [ZH-2014] Tegyük fel, hogy a 88 pontú G páros gráf egy lefogó élhalmaza független élekből áll. Határozzuk meg $\tau(G)$ értékét, azaz a G -t lefogó pontok minimális számát.
11. [ZH-2016] Tegyük fel, hogy valamely G véges, egyszerű gráfban a lefogó ponthalmaz minimális méretére és a maximális klikkméretre $\tau(G) = \omega(G) - 1$ teljesül. Igazoljuk, hogy G kromatikus száma $\chi(G) = \omega(G)$.
12. Legfeljebb hány éle lehet annak az n csúcsú G gráfnak, amire $\chi(G) \leq 2$? És akkor, ha $\chi(G) \leq 3$?
13. [PPZH-2012] Legyenek a G_n egyszerű gráf csúcsai az (i, j) számpárok, ahol i és j 1 és n közötti egészek. A G gráf (i, j) és (k, l) egymástól különböző csúcsai pontosan akkor szomszédosak, ha $i = k$ vagy $j = l$. Rajzoljuk le a G_3 egy áttekinthető diagramját, valamint határozzuk meg a G_3 kromatikus számát, $\chi(G)$ -t.

14. **[ZH-2013]** Egy n csúcsú konvex sokszöget egymást nem metsző átlókkal háromszögekre bontunk (háromszögeljük). (Ezt mindig többféleképpen is meg lehet tenni.) Bizonyítsuk be, hogy akárhogyan is háromszögelünk, a kapott háromszögelésre gráfként tekintve (csúcsok a sokszög csúcsai, élek a sokszög oldalai és átlói), a kapott gráf kromatikus száma mindig ugyanannyi lesz!