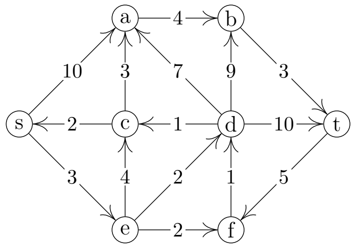
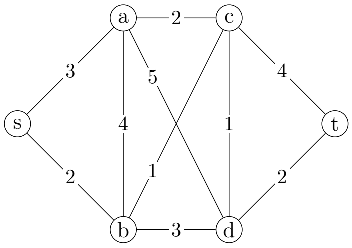
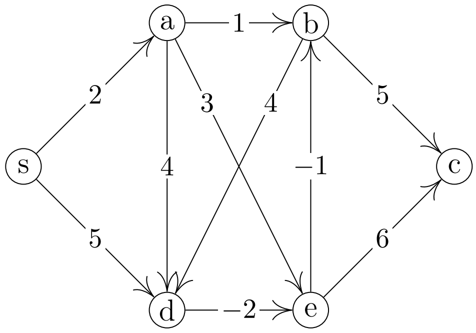
A számítástudomány alapjai 2022. I. félév
3. gyakorlat

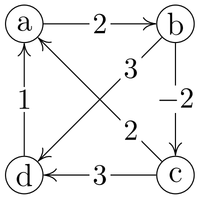
1. Határozzuk meg a legrövidebb utakat az alábbi gráfokban az s és a t csúcs között a Dijkstra-algoritmussal!





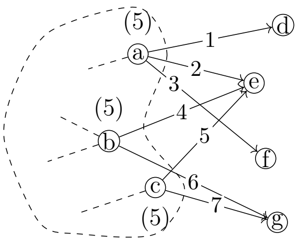
2. Határozzuk meg az alábbi bal oldali gráfban a legrövidebb utakat az s és a többi csúcs között a Bellman-Ford algoritmussal!

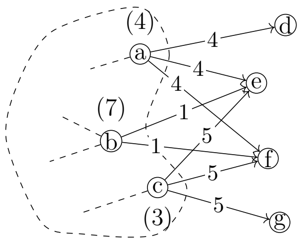


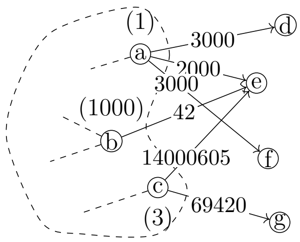


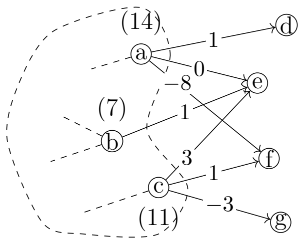
3. Határozzuk meg a fenti jobb oldali gráfban az egyes csúcsok közti legrövidebb utakat a Floyd algoritmus segítségével!

4. Az alábbi ábrákon gráfok részletei láthatóak, amin épp a Dijkstra algoritmust hajtjuk végre. Az a, b és c csúcsokat már bevettük a megvizsgált csúcsok halmazába, a csúcsok mellett zárójelben vannak feltüntetve, hogy a kezdőponttól milyen távol vannak. Melyik csúcsot fogja bevenni következőnek a Dijkstra algoritmus és milyen távolsággal?

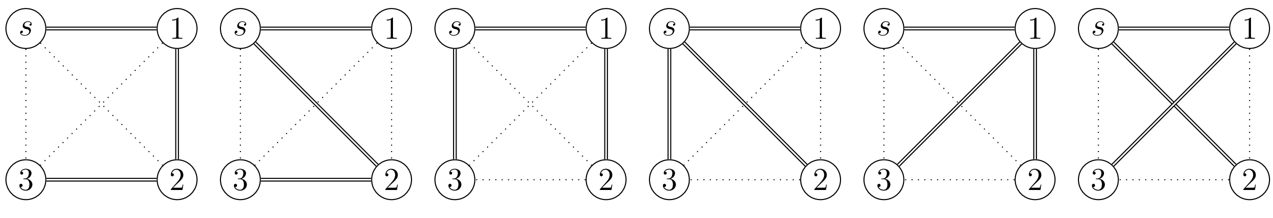








5. Az alábbi K_4 (irányítatlan) gráfok éleire írjunk pozitív egész élsúlyokat úgy, hogy ha a Dijkstra algoritmust s-ből indítjuk, akkor a vastagon szedett élek mentén adja a legrövidebb utakat; a csúcsokat minden esetben (egyértelműen) 1, 2, 3 sorrendben látogatja meg; az élsúlyok összege a lehető legkisebb.

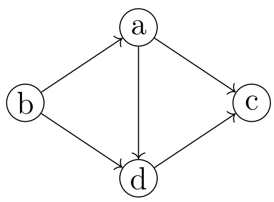


6. **[PZH-2010]** Adott egy G gráf, az e él hosszát jelölje $l(e)$. Minden él hosszát növeljük meg 2-vel, azaz legyen $l'(e) = l(e) + 2$ minden élre. Tegyük fel, hogy u és v között P egy legrövidebb út az l' élhosszokkal. Igaz-e, hogy P biztosan egy legrövidebb út u és v között az l élhosszokra nézve is?

7. **[ZH-2014 alapján]** Legyenek a 7 csúcsú G gráf pontjai v_1, v_2, v_3, v_4, v_6, v_8 és v_9, valamint akkor legyen v_i és v_j szomszédos, ha i és j relatív prímek. Ekkor a v_iv_j él hosszúsága $|i - j|$. Határozzuk meg a v_1 csúcsból minden más csúcsba egy-egy legrövidebb utat.

8. **[PZH-2014]** Legyen $V(G) = \{v_3, v_4, \ldots, v_{10}\}$, és $v_iv_j \in E(G)$, ha i és j nem relatív prímek, azaz van 1-nél nagyobb közös osztójuk. Legyen a v_iv_j él hossza $\min(i, j) - 1$. Határozzuk meg a v_5 csúcsból minden más csúcsba egy-egy legrövidebb utat, ha van.

9. **[ZH-2008]** Határozzuk meg a lenti bal oldali gráfban az élsúlyokat úgy, hogy a Dijkstra algoritmus rossz eredményt adjon!



10. **[ZH-2011]** Legyen a $G = (V, E)$ gráf csúcshalmaza $V = \{27, 28, \ldots, 33\}$, él pedig akkor fusson két csúcs között, ha indexeik relatív prímek: $E = \{ij : (i, j) = 1\}$. Rajzoljuk le G diagramját, indítsunk a 27 csúcsból szélességi bejárást, valamint határozzuk meg a bejáráshoz tartozó fát és a többi csúcsnak a 27 csúcstól való távolságát.

11. Úgy tűnik a Galaktikus Föderáció kezd kilábalni a gazdasági csődjéből (miután sikerült visszaállítani a centralizált galaktikus pénznem, a blemflarck értékét 0-ról 1-re). Rick Sanchez azonban ezt nem hagyhatja annyiban, az intergalaktikus terrorista ismét monetáris csapást készül mérni. A föderációs adatbázisokat meghekkelve Rick átállította a galaxis pénzeinek árfolyamát az alábbi táblázat alapján, mely azt írja le, hogy egy adott pénz egységéért mennyit kap egy másikból (pl. itt 16 flurboért 1 brapple-t lehet kapni). Rick terve az, hogy ügyes átváltásokkal végtelen sok pénzt fog tudni termelni magának. Sikerülni fog-e ez neki emellett a módosított árfolyam mellett.

	Blemflarck	Brapple	Flurbo	Schmeckle	Smidgen
Blemflarck	1 : 1	8 : 1	1 : 2	4 : 1	128 : 1
Brapple	1 : 4	1 : 1	16 : 1	1 : 2	8 : 1
Flurbo	4 : 1	16 : 1	1 : 1	4 : 1	64 : 1
Schmeckle	4 : 1	8 : 1	1 : 4	1 : 1	8 : 1
Smidgen	1 : 4	1 : 8	4 : 1	4 : 1	1 : 1