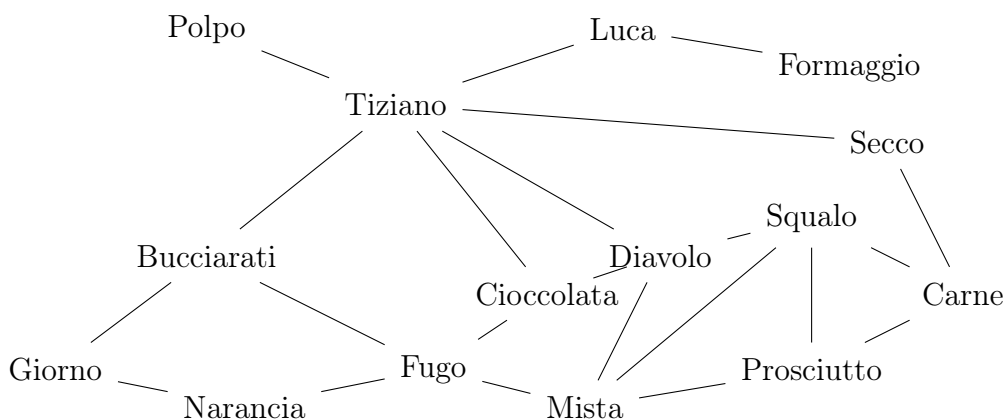


A számítástudomány alapjai 2022. I. félév

1. gyakorlat

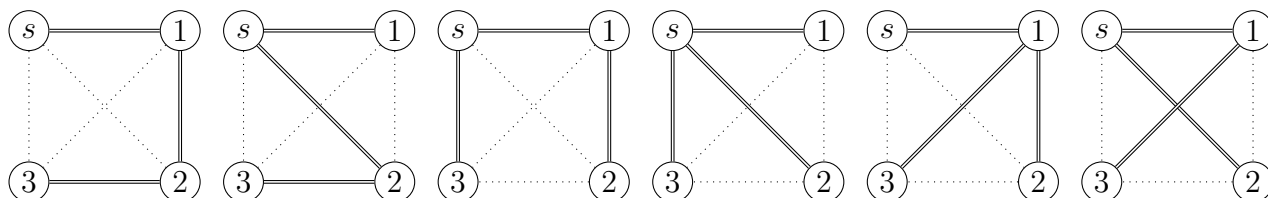
1. Az alábbi gráf az olasz maffia ismerettségi körét ábrázolja. A maffiózók nevei felelnek meg a gráf csúcsainak, a köztük futó élek pedig kölcsönös ismerettséget jelentenek. Jelölje a maffiózó ismerettségét a gráfban lévő fokszáma (pl. Giorno-nak 2). Ekkor ki a legismertebb maffiózó? Jelölje a maffiózó befolyását az ismerőseinek az ismerettségének (fokszámainak) az összege (például Giorno-nak 5). Ekkor ki a legbefolyásosabb maffiózó?



2. Van-e olyan egyszerű gráf, aminek a fokszámai

- (a) 1, 2, 2, 3, 3, 3;
(b) 1, 1, 2, 2, 3, 4, 4?

3. Az alábbi gráfok közül melyek izomorfak?



4. **[ZH-2014]** Legyenek a G egyszerű gráf csúcsai az $1, 2, \dots, 10$ számok, és két különböző csúcs között akkor fusson él, ha a két szám különbsége páratlan. Hány 4 hosszú köre van a G gráfnak?
5. Bizonyítsuk be, hogy bármely 13 ember között van olyan, aki legalább 6 másikat ismer vagy van köztük 3 olyan, akik páronként nem ismerik egymást. (Az ismeretség kölcsönös.)
6. Találjuk meg (izomorfia erejéig) mindazon egyszerű gráfokat, amelyekre
- (a) $n = 5, e = 2$; (c) $n = 5, e = 7$; (e) $n = 5, e = 8$.
(b) $n = 5, e = 3$; (d) $n = 4, e = 5$;

7. **[ZH-1999]** Egy fának 8 csúcsa van, fokszámai pedig kétfélék. Mi lehet ez a két szám?

8. Mutassuk meg, hogy ha egy G gráfnak 11 csúcsa és 45 éle van, akkor G -nek van olyan csúcsa, ami legalább 9-edfokú.
9. **[ZH-2015]** Tegyük fel, hogy a G egyszerű gráfnak 100 csúcsa van, melyek bármelyikének a fokszáma legalább 33, továbbá G -nek van olyan csúcsa, melyből legalább 66 él indul. Bizonyítsuk be, hogy G összefüggő.

10. **[ZH-2016]** A G gráfnak $n + 3$ csúcsa van: ebből 3 piros (a, b, c) és n zöld (v_1, v_2, \dots, v_n) . Két csúcs pontosan akkor szomszédos G -ben, ha a színük különbözik. Hány 6 pontú kör van a G gráfban?
11. **[ZH-2012]** Tegyük fel, hogy a háromszöget nem tartalmazó, irányítatlan, 100 csúcsú G egyszerű gráf 4-reguláris, azaz minden foka száma 4. Hány 3-élű útja van G -nek?
12. Legyenek e, f és g a G egyszerű, összefüggő gráf különböző élei. Tegyük fel, hogy a G gráf összefüggő marad, bármely élet is hagyjuk el, ám a $G - e - f$ és a $G - e - g$ gráfok egyike sem összefüggő. Igazoljuk, hogy ekkor a $G - f - g$ gráf sem összefüggő.
13. **[PZH-2014]** Igazoljuk, hogy ha egy 6 csúcsú G gráf foka száma 2, 2, 2, 4, 5, 5, akkor G nem egyszerű.
14. **[PZH-2015]** Tegyük fel, hogy a K_{2015} teljes gráf minden egyes élet kiszíneztük 1008 lehetséges szín valamelyikére. Bizonyítsuk be, hogy található a gráfnak egy u és v pontja valamint egy c szín úgy, hogy ne vezessen u -ból v -be olyan út, amelynek minden éle c színű.