# 1. gyakorlat

5. valamilyen

11. valami

# 5. gyakorlat

3. Ha körbeállnak a politikusok, akkor Hamilton kört fognak alkotni. Két politikus akkor legyen összekötve, ha ismerik, de nem utálják egymást. Ekkor minden csúcs foka legalább 111. Dirac-tétel miatt így van Hamilton kör.

4. Mivel $G_1$-ben és $G_2$-ben van Euler-kör, ezért a fokszámok párosak. $G_3$-at úgy kapjuk, hogy egyesítjük a $G_1$ és $G_2$ éleit, majd kitöröljük azokat az éleket, amik mindkét élhalmazban benne van. Így minden csúcs fokszáma csak páros értékekkel módosul. Ezért az új gráfban is párosak a fokszámok. Mivel a feladat azt írja, hogy a gráf öf., ezért van benne Euler-kör.

5. 8 darab 3 fokú csúcsunk van. Egy úttal legfeljebb két csúcs fokszámának tudjuk megváltoztatni a paritását. Tehát legalább 4 út kell majd és ez elég is. Ha vannak testátlók, akor minden csúcs foka páros, lesz Euler-kör és elég lesz 1 drótdarab.

6. A feladat állítása szerint négy színünk van, és mindegyik csúcsból ugyanannyi él indul ki az adott szín fajtából. Minden csúcsból kimegy 15 él. Pl. a négy szín piros, kék, sárga, zöld. Ekkor mondjuk így nézhetnek ki a színek minden csúcsra: 4 piros, 5 kék, 5 sárga, 1 zöld színű. Ekkor válasszuk azt a két színt, amelyek a két legnagyobb fokszámhoz tartozik. Ez a két érték együtt meghaladja a csúcsok számának felét, így a Dirac-tétel miatt lesz Hamilton kör.

7. Ha $G$-ben egy $v$ csúcs foka $d(v)$, akkor $\bar{G}$-ben $98 - d(v)$. Mivel $G$-ben minden csúcs foka páros, ezért $\bar{G}$-ben is. Már csak azt kell bizonyítani, hogy összefüggő a gráf. Ez azért igaz, mert $\bar{G}$-ben minden csúcs foka legalább 68, ami nagyobb, mint $n/2$, azaz van a gráfban Hamilton kör, tehát a gráf összefüggő.

8. A $G$ gráf élein úgy tudunk végigmenni, hogy először végigmegyünk a $G - C$ körön, utána a $C$ körön, így minden élt egyszer érintettünk.

9. Ha $u$ és $v$ nincs összekötve, akkor kössük össze őket. Ekkor Ore-tétel miatt van benne Hamilton kör. Ezután szedjük ki az $uv$ élt. Ha a Hamilton kör az $uv$ élen ment át, akkor maradt egy Hamilton utunk. Ha nem, akkor van egy Hamilton körünk, ami még jobb.

10. Vegyünk egy csúcsot. Ekkor rajta kívül még van $n - 1$ darab csúcs a gráfban. Ezek közül legfeljebb $\frac{n-2}{2}$ csúccsal van összekötve. Ekkor legalább $n-1-\frac{n-2}{2} = \frac{n}{2}$ csúccsal nincs összekötve. Azaz ezek a komplementergráfban élek lesznek, és a Dirac-tétel miatt lesz bennük Hamilton kör.

13. `https://codeforces.com/blog/entry/16048`