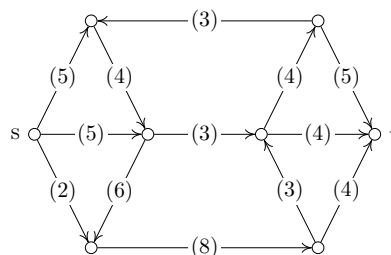
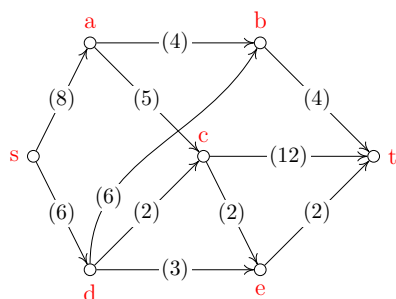


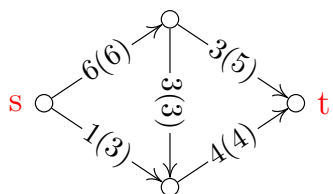
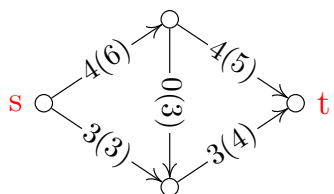
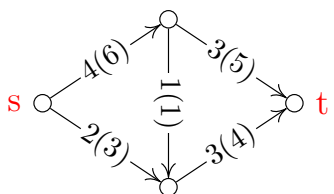
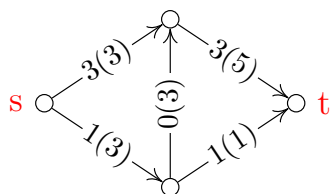
A számítástudomány alapjai 2021. I. félév

7. gyakorlat

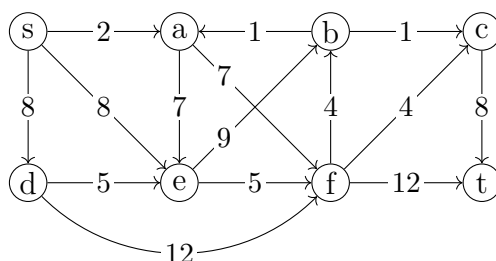
1. Adjunk meg egy-egy maximális nagyságú folyamot az alábbi hálózatokban, és bizonyítsuk be, hogy nagyobb folyam nem lehetséges!



2. Az alábbi hálózatokban valaki már létrehozott valamilyen nagyságú folyamokat. Az s csúcsok a forrásokat, a t -k pedig a nyelőket jelölik. Az éleken zárójelben a kapacitás látható, a zárójelen kívül pedig a folyam értéke. Rajzoljuk fel a javítógráfokat és azok mentén próbáljunk meg javítani!

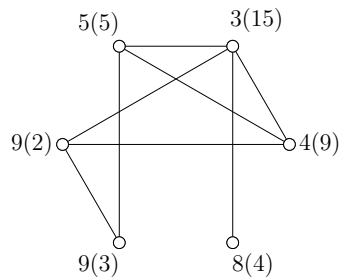


3. [PZH-2011] A $G = (V, E)$ irányított gráf csúcshalmaza $V = \{v_{12}, v_{13}, v_{14}, v_{15}, v_{16}\}$ és $i < j$ esetén a $v_i v_j$ él kapacitása $c(v_i v_j) = (i, j)$, ahol (i, j) jelöli az i és j számok legnagyobb közös osztóját. Más éle a G -nek nincs. Ha a $v_{15} v_{16}$ él kapacitását tetszés szerint megváltoztathatjuk, mennyi lehet a v_{12} -ből v_{16} -ba vezető maximális folyam nagysága? Mekkora az a legkisebb kapacitás a $v_{15} v_{16}$ élen, amire ez a maximális folyam nagyság elérhető?
4. Adott a D irányított gráf, valamint élein egy c kapacitásfüggvény. Bizonyítsuk be, hogy ha s, t , és w a D olyan csúcsai, hogy létezik D -ben m nagyságú st -folyam és m nagyságú tw -folyam is, akkor D -ben létezik m nagyságú sw -folyam.
5. Egy (G, s, t, c) hálózatban minden él piros, fehér, vagy zöld. Ha csak a piros és fehér, vagy csak a piros és zöld, vagy csak a fehér és zöld éleket tekintjük, akkor a kapott hálózatokban a maximális nagyságú st -folyam nagysága 10. Bizonyítsuk be, hogy a teljes hálózatban a maximális nagyságú st -folyam nagysága legalább 15.
6. [PZH-2010] A mellékelt ábrán látható hálózatban a 12 kapacitású df él elromlott, kapacitása 0 lett. Határozzuk meg a kapott hálózatban a maximális st folyam nagyságát.



Kiderült közben, hogy a kiesett élt egy p kapacitású éllel tudjuk pótolni. Határozzuk meg, hogyan függ a maximális nagyságú st folyam nagysága a p paraméter értékétől!

7. Amíg a Mortal Kombat harci torna szünetel, Skorpió és néhány barátja úgy döntenek, hogy elmennek árufeltöltőnek részmunkaidőben. Első nap rögtön egy nagyon fontos feladatot kapnak. Az egyetem kólaautomatái között nem lettek pontosan szétosztva reggel a kólás üvegek, valahova több érkezett, valahol pedig hiány keletkezett. Az automaták közötti utakat az alábbi bal oldali gráf szemlélteti, két automata akkor van összekötve, ha van köztük (kétirányú) út, az egyes automaták felett számok ábrázolják a kólásüvegeket (zárójelben az, hogy pontosan mennyi kólára van szükségük). Minden egyes automatánál több harcos is állomásozik, akik az automatánál lévő üvegeket át tudják vinni egy szomszédos automatához. Szét lehet-e osztani a kólákat úgy, hogy minden automatánál pontosan annyi legyen, amennyire szükség van ott úgy, hogy a harcosoknak legfeljebb csak egyszer kelljen szállítaniuk? (A harcosok egyszerre indulnak el az automatáktól, azaz senki nem várhatja meg, hogy a másik áthozzon neki valamennyi kólát.)



8. Évekkel az utolsó mobiltelefonok megsemmisítése után Diablo, a Terror Ura, megszűnt halhatatlannak lenni és így a nephalemnek sikerült is legyőznie őt. A nekromaták azonban újabb tervvel rukkoltak elő, mégpedig Lilith-et, a Gyűlölet Lányát szeretnék megidézni. Ehhez a lenti gráf szerint felvázolt oltár három pontjában (Λ , Γ , Ξ) kell embereket feláldozni és elfolyatni a vérüket a középső Ψ pontba. Legfeljebb mennyi vért tudnak befolyatni az oltár közepébe, ha az csak a megjelölt utakon haladhat, és minden út maximális véráteresztőképességét az utakon jelölt szám mutatja?

