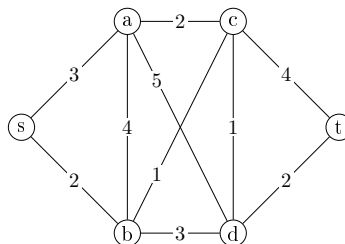
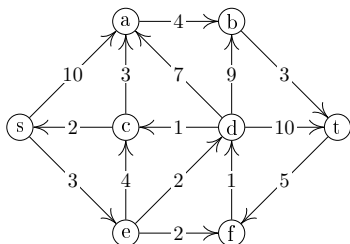


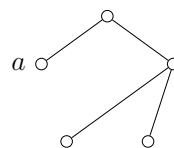
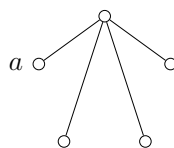
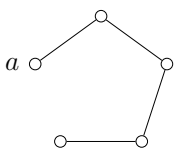
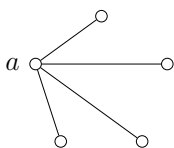
# A számítástudomány alapjai 2020. I. félév

## 5. gyakorlat

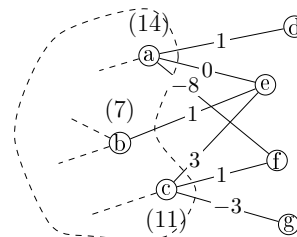
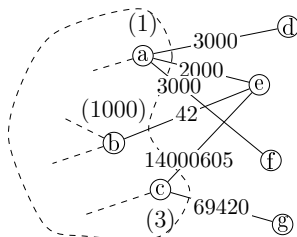
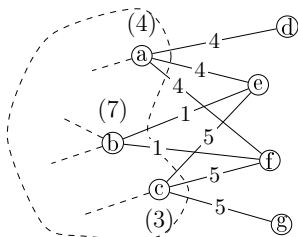
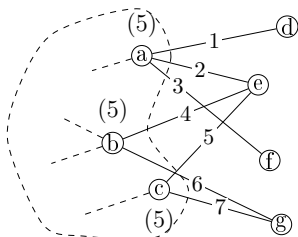
1. Indítsunk BFS-t az alábbi gráfok súlyozatlan változatának az  $s$  pontjaiból! Határozzuk meg a legrövidebb utakat az alábbi súlyozott gráfokban az  $s$  és a  $t$  csúcs között!



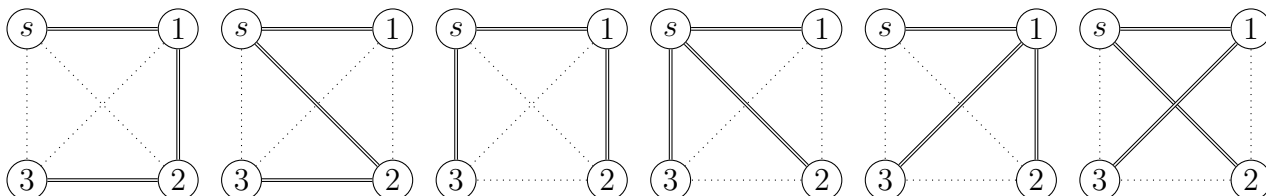
2. Az alábbi feszítőfákat az  $a$  csúcsokból indított BFS után kaptuk meg. Hogy nézhetett ki az eredeti gráf az egyes esetekben?



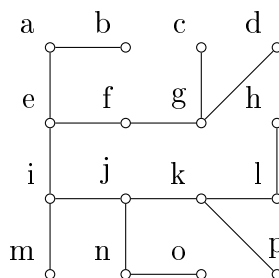
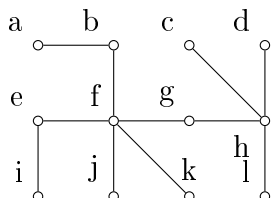
3. Az alábbi ábrákon gráfok részletei láthatóak, amin épp a Dijkstra algoritmust hajtjuk végre. Az  $a$ ,  $b$  és  $c$  csúcsokat már bevettük a megvizsgált csúcsok halmazába, a csúcsok mellett zárójelben vannak feltüntetve, hogy a kezdőponttól milyen távol vannak. Melyik csúcsot fogja bevenni következőnek a Dijkstra algoritmus és milyen távolsággal?



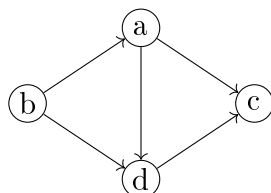
4. Az alábbi  $K_4$  (irányítatlan) gráfok éleire írjunk pozitív egész élsúlyokat úgy, hogy ha a Dijkstra algoritmust  $s$ -ből indítjuk, akkor a vastagon szedett élek mentén adja a legrövidebb utakat; a csúcsokat minden esetben (egyértelműen) 1, 2, 3 sorrendben látogatja meg; az élsúlyok összege a lehető legkisebb.



5. [PZH-2014] Az alábbi bal oldali ábrán látható valamely  $G$  gráf egy szélességi fája. Honnan indulhatott a bejárás, ha tudjuk, hogy  $b$  és  $c$  szomszédosak  $G$ -ben?



6. [PZH-2015] A fenti jobb oldali ábrán látható az egyszerű, irányítatlan  $G$  gráf  $i$  gyökeréből indított szélességi bejárása után kapott  $F$  feszítőfa. Tudjuk, hogy az  $e$  csúcs  $G$ -beli fokszáma 7. Határozzuk meg a  $G$  gráf  $e$ -ből induló éleit.
7. [PZH-2010] Adott egy  $G$  gráf, az  $e$  él hosszát jelölje  $l(e)$ . Minden él hosszát növeljük meg 2-vel, azaz legyen  $l'(e) = l(e) + 2$  minden éltre. Tegyük fel, hogy  $u$  és  $v$  között  $P$  egy legrövidebb út az  $l'$  élhosszokkal. Igaz-e, hogy  $P$  biztosan egy legrövidebb út  $u$  és  $v$  között az  $l$  élhosszokra nézve is?
8. [ZH-2014 alapján] Legyenek a 7 csúcús  $G$  gráf pontjai  $v_1, v_2, v_3, v_4, v_6, v_8$  és  $v_9$ , valamint akkor legyen  $v_i$  és  $v_j$  szomszédos, ha  $i$  és  $j$  relatív príme. Ekkor a  $v_i v_j$  él hosszúsága  $|i - j|$ . Határozzuk meg a  $v_1$  csúcsból minden más csúcsba egy-egy legrövidebb utat.
9. [PZH-2014] Legyen  $V(G) = \{v_3, v_4, \dots, v_{10}\}$ , és  $v_i v_j \in E(G)$ , ha  $i$  és  $j$  nem relatív príme, azaz van 1-nél nagyobb közös osztójuk. Legyen a  $v_i v_j$  él hossza  $\min(i, j) - 1$ . Határozzuk meg a  $v_5$  csúcsból minden más csúcsba egy-egy legrövidebb utat, ha van.
10. [ZH-2008] Határozzuk meg a lenti bal oldali gráfban az élsúlyokat úgy, hogy a Dijkstra algoritmus rossz eredményt adjon!



11. [ZH-2011] Legyen a  $G = (V, E)$  gráf csúcshalmaza  $V = \{27, 28, \dots, 33\}$ , él pedig akkor fusson két csúcs között, ha indexeik relatív príme:  $E = \{ij : (i, j) = 1\}$ . Rajzoljuk le  $G$  diagramját, indítsunk a 27 csúcsból szélességi bejárást, valamint határozzuk meg a bejáráshoz tartozó fát és a többi csúcsnak a 27 csúcstól való távolságát.
12. KITÖRT AZ AFRIKAI SERTÉSPESTIS! Az alábbi ábrán a város csomópontjai és azok föld alatti összeköttetései találhatók. A többszáz malac az  $a$  pontbeli karanténból kiszabadulva minden lehetséges irányba elkezdett rohanni. A malacoknak egy napba telik, hogy egy összeköttetésen keresztül át tudjanak menni az egyik csomópontból a másikba. Új csomópontba érkezve a malacok megfertőzik az ottani sertésállomány egyedeit, amelyek szintén megvadulnak és kiszabadulva csatlakoznak az ámokfutáshoz.

(a) Hány nap múlva fertőződik meg a város összes sertése?

(b) Mely csomópont(ok) fertőződik(fertőződnek) meg utoljára?

(c) A második nap végén megérkezik Rick Sanchez (C-137) és pillanatok alatt összeállítja a sertéspestis ellenszerét (amely többek között tartalmaz kaktusz, golden retriever, cápa és dinoszaurusz DNS-t is). Az ellenszer egy vírusfelhőként szintén a föld alatti utakon terjed, de kétszer olyan gyorsan. A hatóanyag egyből gyógyít és immunissá tesz, viszont hátulütője, hogy cronenbergké változtatja a fertőzött malacokat. Lesz-e olyan csomópont, ahol nem válnak cronenberggá a malacok?

