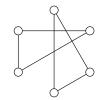
## A számítástudomány alapjai 2019. I. félév 8. gyakorlat

1. Állapítsuk meg az alábbi gráfok kromatikus számait! Mely gráfok párosak az alábbiak közül? Állapítsuk meg a  $\nu$  (max. független élek),  $\rho$  (min. lefogó élek),  $\alpha$  (max. független pontok) és  $\tau$  (min. lefogó pontok) paramétereket az alábbi gráfokban!





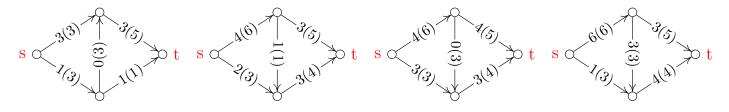




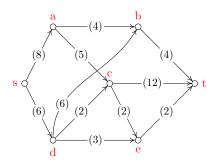


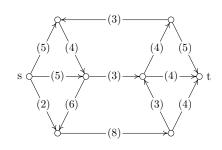


2. Az alábi hálózatokban valaki már létrehozott valamilyen nagyságú folyamokat. Az s csúcsok a forrásokat, a t-k pedig a nyelőket jelölik. Az éleken zárójelben a kapacitás látható, a zárójelen kívül pedig a folyam értéke. Rajzoljuk fel a javítógráfokat és azok mentén próbáljunk meg javítani!

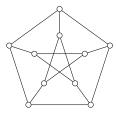


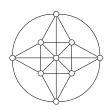
3. Adjunk meg egy-egy maximális nagyságú folyamot az alábbi hálózatokban, és bizonyítsuk be, hogy nagyobb folyam nem lehetséges!

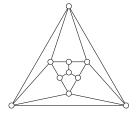


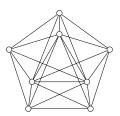


4. Állapítsuk meg az alábbi gráfokban az  $\omega,\,\chi,\,\nu,\,\rho,\,\alpha$  és  $\tau$  paramétereket.



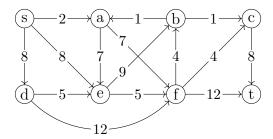






- 5. Legyen  $V(G)=\{1,2,3,\ldots,100\}$ , és legyen  $ij\in E(G)$ , ha  $|i-j|\leq 7$ . Mennyi az így meghatározott G gráf  $\chi(G)$  kromatikus száma?
- 6. [**ZH-2010**] Legyenek a G irányítatlan gráf csúcsai az  $1, 2, \ldots, 100$  számok, az i és j csúcs között pedig akkor fusson él, ha j < i esetén az i j szám 4-gyel osztva 1-et ad maradékul. Páros-e a G gráf?

- 7. Legyenek K és H a G gráf két komponense. Legyen G' az a gráf, amit G-ből úgy kapunk, hogy K minden pontját összekötjük H minden pontjával. Bizonyítsuk be, hogy  $\chi(G) = \max\{\chi(K), \chi(H)\}$  ill.  $\chi(G') = \chi(H) + \chi(K)$ .
- 8. [PPZH-2010] Tegyük fel, hogy G olyan 2n csúcsú gráf, aminek van teljes párosítása. Határozzuk meg a komplementergráf kromatikus számát,  $\chi(\bar{G})$ -t.
- 9. [ZH-2014] Tegyük fel, hogy a 88 pontú G páros gráf egy lefogó élhalmaza független élekből áll. Határozzuk meg  $\tau(G)$  értékét, azaz a G-t lefogó pontok minimális számát.
- 10. [ZH-2016] Tegyük fel, hogy valamely G véges, egyszerű gráfban a lefogó ponthalmaz minimális méretére és a maximális klikkméretre  $\tau(G) = \omega(G) 1$  teljesül. Igazoljuk, hogy G kromatikus száma  $\chi(G) = \omega(G)$ .
- 11. [**PPZH-2012**] Legyenek a  $G_n$  egyszerű gráf csúcsai az (i, j) számpárok, ahol i és j 1 és n közötti egészek. A G gráf (i, j) és (k, l) egymástól különböző csúcsai pontosan akkor szomszédosak, ha i = k vagy j = l. Rajzoljuk le a  $G_3$  egy áttekinthető diagramját, valamint határozzuk meg a  $G_3$  kromatikus számát,  $\chi(G)$ -t.
- 12. [PZH-2010] A mellékelt ábrán látható hálózatban a 12 kapacitású df él elromlott, kapacitása 0 lett. Határozzuk meg a kapott hálózatban a maximális st folyam nagyságát.



Kiderült közben, hogy a kiesett élt egy p kapacitású éllel tudjuk pótolni. Határozzuk meg, hogyan függ a maximális nagyságú st folyam nagysága a p paraméter értékétől!

13. Évekkel az utolsó mobiltelefonok megsemmisítése után Diablo, a Terror Ura, megszűnt halhatatlannak lenni és így a nephalemnek sikerült is legyőznie őt. A nekromaták azonban újabb tervvel rukkoltak elő, mégpedig Lilith-et, a Gyűlölet Lányát szeretnék megidézni. Ehhez a lenti gráf szerint felvázolt oltár három pontjában  $(\Lambda, \Gamma, \Xi)$  kell embereket feláldozni és elfolyatni a vérüket a középső  $\Psi$  pontba. Legfeljebb mennyi vért tudnak befolyatni az oltár közepébe, ha az csak a megjelölt utakon haladhat, és minden út maximális véráteresztőképességét az utakon jelölt szám mutatja?

