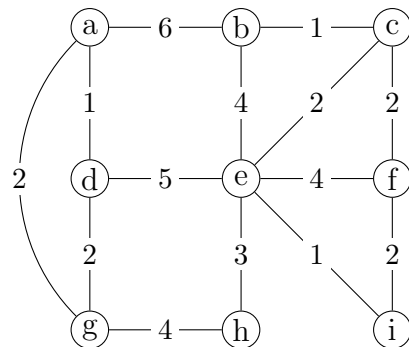


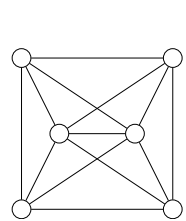
A számítástudomány alapjai 2022. I. félév

8. gyakorlat

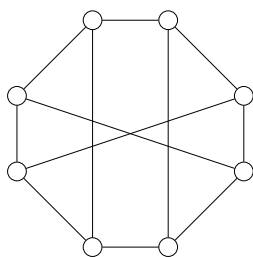
- [ZH-2021] Tegyük fel, hogy a 15-csúcsú, egyszerű G gráf élei úgy vannak piros, fehér és zöld színre színezve, hogy a piros élek egy feszítőfát, a fehér élek pedig egy Hamilton-kört alkotnak. Mennyi a zöld élek száma, ha a \bar{G} komplementernek épp 34 éle van?
- [PZH-2021] Tegyük fel, hogy a K_{12} teljes gráf minden élét úgy színeztük ki a piros, fehér vagy zöld színek valamelyikére, hogy minden csúcsra pontosan 5 piros él illeszkedik, és a fehér élek a K_{12} egy feszítőfáját alkotják. A zöld élek pedig úgy vannak irányítva, hogy minden v -től különböző csúcsból pontosan két zöld él vezet ki. Hány zöld él lép ki a v csúcsból?



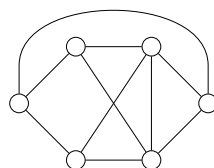
- [ZH-2021] Van-e olyan b -ből indított DFS bejárása az ábrán látható G gráfnak, ami után az eb , ed , és ef élek mindegyike faél lesz?
- [ZH-2021] Van-e az ábrán látható G gráfnak olyan feszítőfája, ami az f csúcsból minden más csúcsba tartalmazza a G egy legrövidebb útját? Ha igen, adjunk meg egy ilyen feszítőfát. (Az élekre írt számok most az élek hosszait jelentik.)
- [ZH-2021] A fenti ábrán látható G gráf kilenc várost és az azokat összekötő utakat mutatja. Úgy szeretnénk újraaszfaltozni néhány útszakaszt, hogy bármely városból bármely másik városba el lehessen jutni újraaszfaltozott útvonalon, de ehhez a lehető legkevesebb aszfaltra legyen szükség. Hogyan végezzük el ezen feltétel mellett a felújítást, ha azt is el szeretnénk érni, hogy az a városból a c -be vezető felújított útvonal a lehető legrövidebb legyen? (Az élekre írt számok az adott útszakasz hosszát jelentik, az aszfaltozáshoz szükséges mennyiség pedig a hosszal arányos.)
- [PZH-2021] Van-e a fenti G gráfnak olyan, f gyökérből indított szélességi bejárása, amely során ag faél? (Az élekre írt számoktól tekintsünk el.)
- [PZH-2021] Legfeljebb mennyivel tud növekedni a fenti ábrán látható gráf minimális költségű feszítőfájának költsége akkor, ha a gráf egy tetszőlegesen választott élének költségét tetszőlegesen megváltoztathatjuk? (Az élekre írt számok az adott él költségét jelentik.)
- Síkbarajzolhatóak-e az alábbi ábrán látható gráfok?



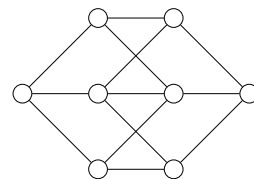
(a) [ZH-2019]



(b) [PZH-2019]



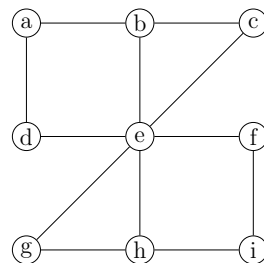
(c) [ZH-2021]



(d) [PZH-2021]

- [ZH-2020] A G irányítatlan gráfnak nyolc csúcsa van: a, b, c, d, e, f, g, h . Ezek fokszámai rendre 6, 4, 4, 2, 2, 2, 1, 1. A G éleinek egy alkalmas irányításával a létrejövő irányított gráfban a fenti csúcsokból rendre $D, 3, 1, 1, 2, 1, 0, 0$ él lép ki. Határozzuk meg D értékét!
- [ZH-2020] Hány csúcsa van az F fának, ha F -nek pontosan két nyolcadfokú és tizenhárom negyedfokú csúcsa van, és f minden más csúcsa levél?

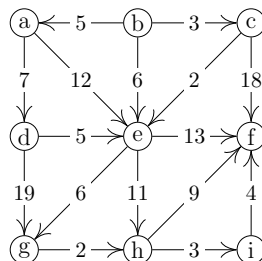
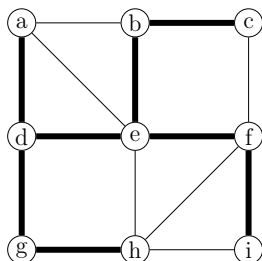
11. [ZH-2020] Indítsunk a jobb oldali ábrán látható G gráf d csúcsából szélességi bejárást és határozzuk meg a hozzá tartozó szélességi fát. Végrehajtható-e a fent említett BFS úgy, hogy a bc faél legyen?



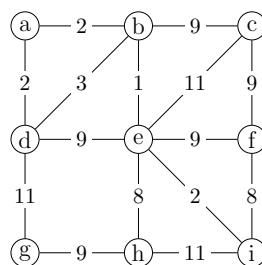
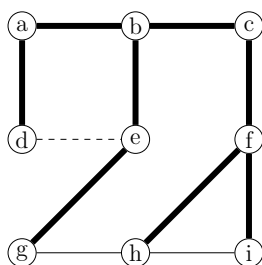
12. A mellékelt táblázat Dijkstra algoritmus lefutását mutatja a G irányítatlan gráfon. Az egyes sorok az adott fázis utáni (r, l) -felső becsléseket adják meg.

a	b	c	d	e
∞	∞	∞	0	∞
42	24	7	0	∞
33	16	7	0	77
24	16	7	0	18
22	16	7	0	18

- (a) [ZH-2020] Határozzuk meg, milyen sorrendben kerültek be az egyes csúcsok a KÉSZ halmazba, azaz adjuk meg, g csúcsainak az algoritmus által meghatározott u_1, u_1, \dots, u_n sorrendjét!
- (b) [PZH-2020] Határozzuk meg a ca él $l(ca)$ hosszát!
13. [ZH-2020] Legyen $G = (V, E)$ véges, irányítatlan gráf. Tegyük fel, hogy a $k : E \rightarrow \mathbb{R}_+$ költségfüggvényre ugyanúgy 14 a minimális költségű feszítőfa költsége, mint a k' költségfüggvényre, ahol $k'(e) = 2k(e) - 1$ a G minden e élére. Mennyi a minimális költségű feszítőfa költsége a $k'' = 2k(e) + 1$ képlettel megadott k'' költségfüggvényre?
14. [PZH-2020] Hány levele van a 100-csúcsú F fának, ha F 40 db harmadfokú csúcsán kívül minden más csúcsának legfeljebb 2 a fokszáma?
15. [PZH-2020] Indítsunk a lenti bal oldali ábrán látható G gráf a csúcsából mélységi bejárást és határozzuk meg a hozzá tartozó elérési sorrendet és mélységi fát. Legkevesebb hány élt kell törölni a G -ből ahhoz, hogy a vastaggal jelölt élek a törlés után kapott gráf c gyökerű DFS fáját alkothassák?



16. [PZH-2020] Kritikus-e az e tevékenység fenti jobb oldali ábrán látható PERT problémában?
17. [ZH-2019] A lenti bal oldali ábrán látható G gráf élei mellett az adott él hossza szerepel. Válasszuk ki G néhány élet úgy, hogy a kiválasztott éleken G bármely csúcsából G bármely csúcsába el lehessen jutni, és a kiválasztott élek összhossza a lehető legkevesebb legyen.
18. [ZH-2019] A lenti bal oldali ábrán látható G gráf élei mellett az adott él hossza szerepel. Igaz-e, hogy az i csúcs legalább 7-tel távolabb van g -től, mint a d csúcs, azaz, hogy $dist(g, i) \geq dist(g, d) + 7$?



19. [ZH-2019] A fenti jobb oldali ábrán látható G gráf egy mélységi fája. Tudjuk, hogy gh és hi a G élei. Lehetnek-e G -ben a d és e csúcsok szomszédosak?