

Analisi Matematica I (Corso di laurea in Ingegneria Elettronica) a.a. 2002-2003

1. Delle seguenti funzioni:

trovare il campo di esistenza - determinare il segno, - individuare eventuali simmetrie

$$f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}; f(x) = \sqrt{\frac{x^3}{x+3}}; f(x) = \frac{x-1}{x^3}; f(x) = \frac{x}{x-1}e^{-x}; f(x) = e^{\frac{x}{x^2-2}};$$

$$f(x) = \frac{\log x}{x^2}; f(x) = \frac{1}{2}(3^x + 3^{-x}); f(x) = \log \frac{1+x}{1-x}; f(x) = x^3 e^{\frac{1}{x^2}};$$

$$f(x) = \sqrt{1+x+x^2} - \sqrt{1-x-x^2}; f(x) = \log(x + \sqrt{1+x^2}); f(x) = \log \frac{2+x^2}{1-2x^2};$$

$$f(x) = \log \frac{1+x^2}{1-3x}; f(x) = \sqrt[3]{x+1}; f(x) = \log|x^2 - 2x - 15|;$$

$$f(x) = e^x(x-1); f(x) = \ln(1+e^x) - x; f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}; f(x) = \frac{\ln x}{x^2};$$

$$f(x) = xe^{-x^2}; f(x) = |\log x|; f(x) = \log|x|; f(x) = \sin|x|; f(x) = \sin(x^2);$$

$$f(x) = \sin^2(x); f(x) = |\sin(x)|$$

2. Stabilire se le seguenti funzioni sono continue, crescenti o decrescenti, invertibili nel loro insieme di definizione:

$$f(x) = \sqrt{x+2}; f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+2}}; f(x) = \log \frac{1}{x}; f(x) = \log(x+1); f(x) = e^{2-x^2};$$

3. Calcolare, ove possibile, i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{x^2-2}{x-\sqrt{2}}; \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{\frac{x^2+x}{x}}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+2x}; \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{\sqrt{1+x^2}};$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{7-2x}(3 - \sin 7x); \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(\sqrt{1+e^{-2x}} - \sqrt{1-e^{-2x}})}{3x-5}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(3\sin x) - 1}{5x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^x + 2^x}{4^x + 3^x}; \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - 1}{x^2 - 1}; \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4^x + 3 \cos x + 2}{3x - 1}; \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \cos x}{4 - x^2};$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2^x + 3x)x}{1-2x}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2 x - \sin^2 x}{x^4}; \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sin 2x + 4 \cos x)2^{1-x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 3^x}{1-4^x}; \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2-1}); \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 2^x}{x}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right); \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \ln\left(1 - \frac{2}{x^2}\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \ln|x-1|}{x^2+1}; \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{x - \sqrt{2}}{x^2 - 2}; \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{(x-5)^2}}{|x-5|}; \lim_{x \rightarrow 0} \left[\sqrt{\frac{1}{x^2} + 1} - \frac{1}{x} \right]$$

4. Calcolare i seguenti limiti di successioni:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 3^n}{4^n - 2^n}; \lim_{n \rightarrow \infty} \left(-1 + \frac{3n}{2n-1} \right); \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{2n} \right)^{n-1}; \lim_{n \rightarrow \infty} 2n \sin\left(\frac{1}{n}\right);$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)^n; \lim_{n \rightarrow \infty} n \left[(n+2)^{\frac{1}{3}} - n^{\frac{1}{3}} \right]; \lim_{n \rightarrow \infty} (2^n + 3^n)^{\frac{1}{n}}$$

5. Studiare il carattere delle seguenti serie numeriche:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{3^n}; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+1}; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n}; \sum_{n=1}^{\infty} \ln \left(1 + \frac{1}{n^3 + 1}\right); \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - e^{\frac{1}{n^2}}\right); \sum_{n=1}^{\infty} 3^{-n}; \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2}{n!};$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin(n^2); \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)!}{(n+4)!}; \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\cos \frac{1}{\sqrt{n}} - 1\right); \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{3^n}; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n)}{\sqrt[3]{n^5}}; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{\frac{1}{n}};$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \ln \left(1 + \frac{1}{\sqrt[3]{n}}\right); \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \sin \frac{1}{n}; \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1+2^n}{3^n}; \sum_{n=1}^{\infty} n \left(1 - e^{\frac{1}{n^3}}\right); \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(1 - \cos \frac{1}{\sqrt{n}}\right)$$

6. Studiare il grafico delle seguenti funzioni

$$f(x) = \frac{e^{1-2x}}{x-2}; f(x) = x \log|x|; f(x) = (x-1)^2 - 2|x|;$$