

## 1 FUNZIONI DI PIU' VARIABILI

### 1.1 Si rappresenti sul piano il dominio delle seguenti funzioni:

$$\begin{aligned}f(x, y) &= \sqrt{(x^2 - 2x - y)(x^2 - 2x + y)} \\f(x, y) &= \ln \frac{(1-x)}{2-y^2} \\f(x, y) &= \frac{\sqrt{1-x-|y|}}{\sqrt{2x-1}} \\f(x, y) &= \frac{\sqrt{x^2-y}}{\sqrt{x}} \\f(x, y) &= \frac{\ln(1-x^2-y^2)}{\sqrt{2x-1}}\end{aligned}$$

### 1.2 Calcolare, quando esistono, i seguenti limiti:

$$\begin{aligned}\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y^2 \log x}{(x-1)^2 + y^2} \\ \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{(1+y^2) \sin x}{x} \\ \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x}{x-y} \\ \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y^2 x}{x^3 + y^3} \\ \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y^3 - x^3}{x^2 + y^2} \\ \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x \sin(y-1)}{1 - \cos[x(y-1)]} \\ \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x-2y)}{x-y} \\ \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y^2 x^2}{x^6 - y^2} \\ \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{1 - \cos(xy)}{x^6 + y^2} \\ \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\log(1+xy)}{x^2 + y^2}\end{aligned}$$

### 1.3 Studiare la continuità e la differenziabilità delle seguenti funzioni nell'insieme in cui sono definite

$$\begin{aligned}1) \quad f(x, y) &= \begin{cases} xy \ln |x|; & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases} \\2) \quad f(x, y) &= \begin{cases} (x^2 + y^2) \sin \frac{1}{x^2 + y^2}; & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases} \\3) \quad f(x, y) &= \ln(4(1 - y^2) - x^2) \\4) \quad f(x, y) &= \begin{cases} \frac{1}{(x^4 + y^4)} e^{-\frac{1}{x^2 + y^2}}; & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases} \\5) \quad f(x, y) &= 1 - (x^2 + y^2)^{\frac{2}{3}}\end{aligned}$$

- 6)  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{(x^2-y^2)}{(x^2+y^2)} \sin(x^2 y^2); & se(x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & se(x, y) = (0, 0) \end{cases}$
- 7)  $f(x, y) = \begin{cases} x^2 y^2 e^{-\frac{x^2}{y^2}}; & se y \neq 0 \\ 0 & se y = 0 \end{cases}$
- 8)  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{\sqrt{x^4+y^2}}; & se(x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & se(x, y) = (0, 0) \end{cases}$
- 9)  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^4 y}{x^2+y^2}; & se(x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & se(x, y) = (0, 0) \end{cases}$
- 10)  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 \sin y}{x^2+y^2}; & se(x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & se(x, y) = (0, 0) \end{cases}$
- 11)  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2 \cos(x^2+y)}{\sqrt{x^2+y^2}}; & se(x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & se(x, y) = (0, 0) \end{cases}$
- 12)  $f(x, y) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2+y^2}}; & se(x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & se(x, y) = (0, 0) \end{cases}$
- 13)  $f(x, y) = x^2 y^2 (1 - x^2 - y^2)$