Analisi Matematica II
Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica

Prova n.1 (a) Dire per quali valori del parametro $\alpha \in R$, la funzione $y(x)$ definita in un intorno di $x = 0$, soluzione del problema

$$f\left(x, y(x)\right) = 0 \qquad\qquad y(0) = 0$$

dove

$$f(x,y) = x^2 - e^x y^2 + \ln(1 + x + y^2) + 3y - \alpha y \cos x - x$$

ha un massimo relativo in 0

(b) Studiare la differenziabilità nell'origine della funzione definita da:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^3}{x^2+y^2} & se \;\; x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0 & se \;\; x^2 + y^2 \neq 0 \end{cases}$$

(c)Calcolare il volume del solido definito dalle disuguaglianze:

$$\frac{1}{2} \leq x \leq 3; \quad x \leq 4 - 2z^2 - 3y^2$$

(d)Calcolare la lunghezza della curva

$$\gamma = \{x = \cos t, y = \sin t, z = 3t; \quad 0 \leq t < 2\pi\}$$

e l'integrale curvileo

$$\int_\gamma (y^2 + x^2 + z^2)dl$$

(e)Determinare il raggio di convergenza della seguente serie di potenze:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \sin \frac{n\pi}{4} x^n$$

Prova n.2 .

(a) Dire per quali valori del parametro $\alpha \in R$, la funzione $y(x)$ definita in un intorno di $x = 0$, soluzione del problema

$$f\,(x, y(x)) = 0 \qquad\qquad y(0) = 0$$

dove

$$f(x, y) = x^2 - e^x y^2 + \ln(1 + x + y^2) - 2y + \alpha y \cos x - x$$

ha un massimo relativo in 0

(b) Determinare il raggio di convergenza della seguente serie di potenze:

$$\sum_{n=0}^{\infty}(1 + (-1)^n)nx^n$$

(c)Calcolare il volume del solido definito dalle disuguaglianze:

$$1 \leq y \leq \frac{5}{2}; \quad y \leq 4 - 2z^2 - 3x^2;$$

(d) Trovare il dominio della seguente funzione

$$f(x, y) = \ln^2(x + y - 1) - \ln^2(x - y - 1)$$

. Studiare il segno della funzione, determinare i massimi ed i minimi relativi.

(e)Calcolare

$$\iint_S < F, n > ds$$

dove

$$F : R^3 \to R^3 \grave{e}\ definito\ da : F(x, y, z) = (x, y, -2z)$$

ed $S = \{(x, y, z) \in R^3 : x^2 + z^2 \geq 16; x^2 + y^2 + z^2 = 25\}$, considerando la normale n interna.

Prova n.3 .

(a)Determinare il raggio di convergenza della seguente serie di potenze:

$$\sum_{n=0}^{\infty}(n+1)^n\frac{x^n}{n!}$$

(b) Calcolare il volume del solido

$$V=\left\{(x,y,z)\in R^3 : x^2+y^2+z^2\leq 1; x^2+y^2\leq z^2; z\geq 0\right\};$$

(c) Trovare il dominio della seguente funzione

$$f(x,y)=\ln^2(x+y+1)-\ln^2(x-y+1)$$

studiare il segno della funzione e determinare i massimi ed i minimi relativi.

(d)Calcolare l'area della porzione di superficie:

$$z=\frac{\sqrt{2}}{3}(x+y)^{\frac{3}{2}}$$

con $(x,y)\in D$ dove $D=\{(x,y)\in R^2 : x\geq 0,\ y\geq 0,\ x+y\leq 3\}$.

Prova n.4 .

(a) Studiare la differenziabilità nell'origine della funzione definita da:

$$f(x,y)=\begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2+y^2}} & se\ \ x^2+y^2\neq 0 \\ 0 & se\ \ x^2+y^2\neq 0 \end{cases}$$

(b) Calcolare il volume dell'insieme $V\subset R^3$ definito da:

$$V=\left\{(x,y,z)\in R^3 : x^2+z^2\leq 4; 0\leq y\leq x^2+z^2\right\}$$

(c)Calcolare l'area della porzione di superficie:

$$2z = x^2 + y^2$$

con $(x, y) \in D$ dove $D = \{(x, y) \in R^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$.

(d)Calcolare la lunghezza della curva

$$\gamma = \{x = t - \sin t, y = 1 - \cos t; \quad 0 \leq t < 2\pi\}$$

e l'integrale curvileo

$$\int_\gamma (y + x) dl$$

(e)Determinare il massimo ed il minimo assoluto della funzione

$$z = x^2 + xy^2 - 9x$$

nell'insieme $D = \{(x, y) \in R^2 : (x - 3)^2 + y^2 \leq 4\}$

Prova n.5 .

(a) Calcolare

$$\iint_S < F, n > ds$$

dove

$$F : R^3 \to R^3 \text{è } definito\ da : F(x, y, z) = (x, y, -2z)$$

ed $S = \{(x, y, z) \in R^3 : x^2 + z^2 \geq 16; x^2 + y^2 + z^2 = 25\}$, considerando la normale n interna .

(c)Calcolare l'integrale $\int_\gamma \omega$ dove ω è la forma differenziale lineare:

$$\omega(x, y) = \left[-y(y^2 - xy)^3 + y\right] dx + \left[-x + (2y - x)\left(y^2 - xy\right)^3\right] dy$$

e dove γ è la frontiera del dominio $D = \left\{(x, y) \in R^2 : (x - 1)^2 + y^2 \leq 1; 0 \leq y \leq 2 - x\right\}$ percorsa in senso orario.

Prova n.6

.

(a) Calcolare
$$\iint_S < F, n > ds$$
dove

$$F : R^3 \to R^3 \grave{e}\ definito\ da : F(x, y, z) = (-x, -y, 2z)$$

ed $S = \left\{(x, y, z) \in R^3 : x \leq 2y^2 + 2z^2 + 1; x \geq \frac{1}{3}; x^2 + y^2 + z^2 = 7\right\}$, considerando la normale n esterna.

(c)Calcolare l'integrale $\int_\gamma \omega$ dove ω è la forma differenziale lineare:

$$\omega(x, y) = \left(\frac{x}{x^2 + y^2 - 4} + ye^{xy}\right) dx + \left(\frac{y}{x^2 + y^2 - 4} + xe^{xy}\right) dy$$

γ è la curva $\{x^2 + y^2 = 16; x > 0, y > 0\}$

N.7 (a) Calcolare
$$\iint_S < F, n > ds$$
dove

$$F : R^3 \to R^3 \grave{e}\ definito\ da : F(x, y, z) = (x, y, -2z)$$

ed $S = \{(x, y, z) \in R^3 : x^2 + y^2 = 3z; x^2 + y^2 \geq 1; 0 \leq z \leq 1\}$, considerando la normale n esterna.

(b)Studiare l'insieme di convergenza e la somma della serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n - 1}{n!} x^n$$

(c)Dire se la forma differenziale lineare:

$$\omega(x, y) = \frac{(3x^2 - y^2)(x^2 + y^2)}{x^2 y} dx + \frac{(3y^2 - x^2)(x^2 + y^2)}{x^2 y} dy$$

è esatta nel dominio $D = \{(x, y) \in R^2 : x > 0, y > 0\}$. In caso affermativo trovare il potenziale.

N.8 1) Si consideri $f : D \to R$ dove

$$D \equiv \left\{(x, y) \in R^2 : x + y^2 + 2y \leq 0\right\}$$

ed

$$f(x, y) = (y - x)\sqrt{x - y^2 - 2y}$$

Si trovino il massimo ed il minimo assoluto di f in D.

2)L'equazione

$(2x + \cos y)e^{x+y} - e^y \cos 2x - 3x - 3y = 0$ ha la soluzione $x = 0, y = 0$

si domanda

a) se in un intorno di $x = 0, y = 0$ l'equazione definisce una funzione implicita $y = \varphi(x)$

tale che $\varphi(0) = 0$

b) se il punto $x = 0$ è un estremo relativo di tale funzione

c) scrivere il polinomio di Mac-Laurin del secondo ordine per la funzione $y = \varphi(x)$.

3)Si determinino i punti $P(x,y,z) \in \gamma$ la cui altezza z assume valore massimo essendo γ la curva in R^3 intersezione della quadrica di equazione $x^2 - z^2 = 1 - y^2$ con il piano $x + y + 2z = 0$.

N.9 .

1) Calcolare l'integrale curvilineo:

$$\int_\Gamma \left(2\arctan\frac{y}{x}\right)dx + \left(x + \ln(x^2+y^2)\right)dy$$

.

dove Γ è la curva in R^2 : $\left\{(x,y) \in R^2 : 4(x-2)^2 + \frac{y^2}{4} = 1\right\}$

2)Si consideri $f : D \to R$ dove $D \equiv \{(x,y) \in R^2 : x + y^2 + 2y \leq 0\}$

$$f(x,y) = (y-x)\sqrt{x - y^2 - 2y}$$

si trovi il massimo assoluto di f nel dominio D.

3)

a)Determinare per quali valori dei parametri $\alpha, \beta \in R$ l'equazione

$$(2x + \cos y)e^{x+y} - e^{\beta y}\cos 2x - 3\alpha x = 0$$

ha la soluzione $x = 0, y = 0$ e definisce implicitamente in un intorno del punto $P(0,0)$ una funzione $y = \varphi(x)$ tale che $\varphi(0) = 0$ ed il punto $x = 0$ è un minimo relativo di tale funzione.

b)Scrivere il polinomio di Mac-Laurin del secondo ordine per la funzione $y = \varphi(x)$.

3)Calcolare l'area della superficie:

$$S \equiv \left\{(x,y,z) \in R^3 : x = 3z^2 + 3y^2, 1 \leq x \leq 9\right\}$$

N.10 a)Sia $f : R^2 \to R$ la funzione definita da:

$$f\left(x,y\right)=\left\{\begin{array}{ll}\frac{y^3}{\sqrt{x^2+y^2}} & se\left(x,y\right)\neq\left(0,0\right)\\ 0 & se\left(x,y\right)=\left(0,0\right)\end{array}\right.$$

Sia T il triangolo di vertici $(0,0)\,,(1,0)\,,(1,1)$

Si chiede di:

1) provare che f è differenziabile nell'origine

c)Calcolare l'area della superficie

$$S=\left\{z=x^2+y^2;\ x\geq|y|\,;1\leq x^2+y^2\leq 16\right\}$$

d)Trovare $f\left(y\right)\in C^1\left(R\right)$in modo tale che la forma differenziale :

$\omega\left(x,y\right)=f\left(y\right)dx+x\left(ye^y+f\left(y\right)\right)dy$ sia esatta su tutto R^2.

Calcolare $\int_C \omega$ dove C è l'arco di curva

$$\left\{\begin{array}{l}x=2\cos\theta\\ y=2\sin\theta\end{array}\right.\quad\theta\in\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$$

N.11 a)Dire se la funzione

$$f\left(x,y\right)=\left\{\begin{array}{lll}\frac{x^5}{\left(y-x^2\right)^2+x^6} & se & \left(x,y\right)\neq\left(0,0\right)\\ 0 & se & \left(x,y\right)=\left(0,0\right)\end{array}\right.$$

è continua, derivabile, differenziabile nell'origine.

b)Calcolare

$$\iint_s < \overrightarrow{F}, \overrightarrow{n} > dS$$

dove $\overrightarrow{n}$ è la normale interna

$$S = \left\{ (x, y, z) = z = 2x^2 + 2y^2 - 8; \qquad z \leq 0 \right\}$$

e

$$\overrightarrow{F} = (3x - y, z, y - 3z)$$

N.12 b)Calcolare il seguente integrale:

$$\iiint_V |x| \, dxdydz$$

dove

$$V \equiv \left\{ (x, y, z) \in R^3 : y^2 + z^2 \leq 1; x^2 + z^2 \leq 1 \right\}$$

N.13 1)Dato l'arco di ellisse Γ di equazione polare:

$$\rho = \frac{1}{2 - \cos\theta} \qquad \textit{con} \quad \theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$$

si consideri la retta r passante per gli estremi di Γ,

determinare il punto di Γ avente massima distanza dalla retta r.

calcolare $\int_\Gamma \omega$ (Γ orientata in senso orario) dove ω è la forma differenziale lineare:

$$\omega = \left(\ln\left(x^2 + y^2\right) + \frac{2x^2}{x^2 + y^2} \right) dx + \frac{2xy}{x^2 + y^2} dy$$

2)Calcolare in due modi diversi l'integrale $\int_S \langle \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} \rangle \, ds$ dove

S è la superficie in $\mathbf{R}^3$:

$$S \equiv \left\{ (x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : 4z^2 + 4y^2 + 3x^2 - 2x = 1; 0 \le x \le z^2 + y^2 \right\}$$

il vettore normale orientato verso l'esterno della superficie (flusso "uscente") ed $\mathbf{F} : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ è il campo vettoriale cosi definito:

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (y^2, x^2 - z, yx)$$

3)Determinare l'intervallo di convergenza e la somma della serie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n+2} x^{2n-3}$$

N.14 1)Dato l'arco di ellisse Γ di equazione polare:

$$\rho = \frac{1}{3 - \sin\theta} \qquad con \quad \theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$$

si consideri la retta r passante per gli estremi di Γ,

-determinare il punto di Γ avente massima distanza dalla retta r.

-calcolare $\int_\Gamma \omega$ (Γ orientata in senso orario)dove ω è la forma differenziale lineare:

$$\omega = \left(-\frac{2xy^2}{(x^2+y^2)^2} \right) dx + \left(\frac{2yx^2}{(x^2+y^2)^2} \right) dy$$

2)Calcolare in due modi diversi l'integrale $\int_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} ds$ dove

S è la superficie in $\mathbf{R}^3$ determinata dalle condizioni:

$$S \equiv \left\{ (x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : 9z^2 + 8y^2 + 9x^2 - 2y = 1; 0 \le y \le z^2 + x^2 \right\}$$

il vettore normale orientato verso l'esterno della superficie (flusso "uscente") ed $\mathbf{F} : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ è il campo vettoriale cosi definito: $\mathbf{F}(x, y, z) = (y - 1, x^2 - y, z)$

3)Determinare l'intervallo di convergenza e la somma della serie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+4)!} x^{2n-3}$$

N.15 1)Dato l'arco di ellisse Γ di equazione polare:

$$\rho = \frac{3}{4 - \sin\theta} \qquad \textit{con} \quad \theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$$

si consideri la retta r passante per gli estremi di Γ,

-determinare il punto di Γ avente massima distanza dalla retta r.

-calcolare $\int_\Gamma \omega$ (Γ orientata in senso orario) dove ω è la forma differenziale lineare:

$$\omega = \left(\tfrac{1}{y+1} e^{\frac{x}{y+1}}\right) dx + \left(-\tfrac{x}{(y+1)^2} e^{\frac{x}{y+1}}\right) dy$$

2)Calcolare in due modi diversi l'integrale $\int_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} ds$ dove

S è la superficie in $\mathbf{R}^3$ determinata dalle condizioni:

$$S \equiv \left\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : 8z^2 + x^2 + 8y^2 - 3x = 4; 0 \le x \le y^2 + z^2\right\}$$

il vettore normale orientato verso l'esterno della superficie (flusso "uscente") ed $\mathbf{F} : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ è il campo vettoriale cosi definito: $\mathbf{F}(x, y, z) = (z^2 - 1, x^2, y)$

3)Determinare l'intervallo di convergenza e la somma della serie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+3)!} x^{2n-3}$$

N.16 1)Dato l'arco di ellisse Γ di equazione polare:

$$\rho = \frac{1}{5 - \sin\theta} \qquad\qquad con \quad \theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$$

si consideri la retta r passante per gli estremi di Γ,

-determinare il punto di Γ avente massima distanza dalla retta r.

-calcolare $\int_\Gamma \omega$ (Γ orientata in senso orario)dove ω è la forma differenziale lineare:

$$\omega = \left(\frac{y^2-x^2-2xy}{(x^2+y^2)^2}\right) dx + \left(\frac{x^2-y^2-2xy}{(x^2+y^2)^2}\right) dy$$

2)Calcolare in due modi diversi l'integrale $\int_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} ds$ dove

S è la superficie in $\mathbf{R}^3$ determinata dalle condizioni:

$$S \equiv \left\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : 5z^2 + 8y^2 + 5x^2 - 2y = 1; 0 \leq y \leq z^2 + x^2\right\}$$

il vettore normale orientato verso l'esterno della superficie (flusso "uscente") ed $\mathbf{F} : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ è il campo vettoriale cosi definito: $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, x^2 - y, x + y)$

3)Determinare l'intervallo di convergenza e la somma della serie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+2)!} x^{2n-6}$$

Esercizi Vari Delle seguenti funzioni determinare il campo di esistenza D,studiare la continuità e differenziabilità in D, trovare gli estremi relativi, valutare $f(D)$:

1) $f(x, y) = \begin{cases} xy \ln|x| \,; se\, x \neq 0 \\ 0 \qquad se\, x = 0 \end{cases}$

2) $\quad f(x,y)=\begin{cases} (x^2+y^2)\sin\frac{1}{x^2+y^2};\, se\,(x,y)\neq(0,0) \\ 0 \qquad se\,(x,y)=(0,0) \end{cases}$

3) $\;f(x,y)=\ln(4(1-y^2)-x^2)$

4) $\quad f(x,y)=\begin{cases} \frac{1}{(x^4+y^4)}e^{-\frac{1}{x^2+y^2}};\, se\,(x,y)\neq(0,0) \\ 0 \qquad se\,(x,y)=(0,0) \end{cases}$

5) $\quad f(x,y)=1-(x^2+y^2)^{\frac{2}{3}}$

6) $\quad f(x,y)=\begin{cases} \frac{(x^2-y^2)}{(x^2+y^2)}\sin x^2y^2;\, se\,(x,y)\neq(0,0) \\ 0 \qquad se\,(x,y)=(0,0) \end{cases}$

7) $\quad f(x,y)=\begin{cases} x^2y^2e^{-\frac{x^2}{y^2}};\, se\, y\neq 0 \\ 0 \qquad se\, y=0 \end{cases}$

8) $\,f(x,y)=\begin{cases} \frac{x^2y}{\sqrt{x^4+y^2}};\, se\,(x,y)\neq(0,0) \\ 0 \qquad se\,(x,y)=(0,0) \end{cases}$

9) $\quad f(x,y)=\begin{cases} \frac{x^4y}{x^2+y^2};\, se\,(x,y)\neq(0,0) \\ 0 \qquad se\,(x,y)=(0,0) \end{cases}$

10) $f(x,y)=\begin{cases} \frac{x^2\sin y}{x^2+y^2};\, se\,(x,y)\neq(0,0) \\ 0 \qquad se\,(x,y)=(0,0) \end{cases}$

11) $\;f(x,y)=\begin{cases} \frac{xy^2\cos(x^2+y)}{\sqrt{x^2+y^2}};\, se\,(x,y)\neq(0,0) \\ 0 \qquad se\,(x,y)=(0,0) \end{cases}$

12) $\quad f(x,y)=\begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2+y^2}};\, se\,(x,y)\neq(0,0) \\ 0 \qquad se\,(x,y)=(0,0) \end{cases}$

13) $\quad f(x,y)=x^2y^2\,(1-x^2-y^2)$

Determinare i massimi ed i minimi relativi ed assoluti delle funzioni seguenti nei domini indicati:

1) $f(x,y)=\ln(x\sqrt{4-|x|-|y|})$ nel triangolo di vertici:$(1,1)\,,(1,5/2),(5/2,1)$

2) $f(x,y) = \frac{y^2 e^x}{1+x^2}$ $\qquad D = \{(x,y) \in R^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$

4)$f(x,y) = x^2 + y^2 e^{x-y}, D = \{(x,y) \in R^2 : |x| + |y| \leq 1\}$

3)Trovare il parallelepipedo rettangolo di superficie assegnata S¿0 che ha massimo volume.

4) Trovare i lati di un triangolo rettangolo del quale è assegnata l'area S(S¿0) in modo che il suo perimetro sia minimo.

5)Determinare il massimo ed il minimo assoluto di $z = x^2 + xy^2 - 9x$ nell'insieme $D = \{(x,y) \in R^2 : (x-3)^2 + y^2 \leq 4\}$

0.0.1 Funzioni implicite

1)Dire per quali valori di $\alpha \in R$ la soluzione $y(x)$ definita in un intorno di zero del problema:

$$F(x, y(x)) = 0 \qquad y(0) = 0$$

ha un massimo relativo in 0,dove $F(x,y) = x^2 - e^x y^2 + \ln(1 + x + y^2) + 3y - \alpha y \cos x - x$

2)Dire per quali valori di $\alpha \in R$ la soluzione $y(x)$ definita in un intorno di zero del problema:

$$F(x, y(x)) = 0 \qquad y(0) = 0$$

ha un massimo relativo in 0,dove $F(x,y) = x^2 - e^x y^2 + \ln(1 + x + y^2) - 2y - \alpha y \cos x - x$

3)Dire per quali valori di $\alpha \in R$ la soluzione $y(x)$ definita in un intorno di zero del problema:

$$F(x, y(x)) = 0 \qquad y(0) = 1$$

ha un estremo relativo in 0 , dove $F(x, y) = x^4 + y^4 + \alpha(x^2 - y^2)$. Determinare la natura di detto punto.

4)Dire per quali valori di $\alpha \in R$ la soluzione $y(x)$ definita in un intorno di zero del problema:

$$F(x, y(x)) = 0 \qquad y(0) = 1$$

ha un estremo relativo in 0 , dove $F(x, y) = x^3 + y^3 + x^2 y - 3y^2 + 2 = 0$. Determinare la natura di detto punto.

5)L'equazione: $(x^2 + y^2) + 10(y^2 - x^2) - 19 = 0$ ha la soluzione $x_0 = \frac{3}{\sqrt{5}}; y_0 = \frac{4}{\sqrt{5}}$

si domanda :

a) se in un intorno di $x_0 = \frac{3}{\sqrt{5}}$ l'equazione definisce una funzione implicita $y = \varphi(x)$ tale che $\varphi(x_0) = y_0$;

b)se il punto x_0è un estremo relativo di tale funzione.

0.0.2 Integrali curvilinei

Calcolare la lunghezza delle seguenti curve:

$\Gamma = \begin{cases} x(t) = r(t - \sin t) \\ y(t) = r(1 - \cos t) \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi];$

$\Gamma = \begin{cases} x(t) = \cos t \\ y(t) = \sin t \quad t \in [0, \frac{\pi}{2}]; \\ z(t) = t \end{cases}$

$\Gamma : (x^2 + y^2)x - 2y^2 = 0 \quad$ x$\in [0, 1]$;

$\Gamma : \rho = 2(1 - \cos\theta); \theta \in [0, 2\pi]$;

Calcolare i seguenti integrali curvilinei:

$\int\limits_C zdl$ dove C ha equazione parametrica:

$\Gamma = (t\cos t, t\sin t, t)$ con t$\in [0,\pi/2]$

$\int\limits_C (x^2+y^2)dl$ dove C ha equazione parametrica:

$\Gamma = (\cos t + t\sin t, \sin t - t\cos t)$ con t$\in [0,2\pi]$

$\int\limits_C (2x-3y)dl$ dove $C = \{(x,y) : x = y^2, y \in [0,1]\}$

$\int\limits_C (2x^2+3y^2)dl$ dove $C = \{(x,y) : y = (x-2)^2, x \in [1,3]\}$

0.0.3 Integrali multipli

1)Calcolare il volume dei seguenti domini in R^3 :

$V = \{(x,y,z) \in R^3 : z \geq x^2 + (y-2)^2; z \leq 2(y-2)\}$;

$V = \{(x,y,z) \in R^3 : z^2 + y^2 \leq 1; 0 \leq x \leq 2\}$;

$V = \left\{(x,y,z) \in R^3 : z^2 \leq 1 - x^2 + y^2; \frac{1}{2} \leq z\right\}$;

2) Calcolare l'area delle seguenti superfici:

$S = \{(x,y,z) \in R^3 : x^2 + (y-1)^2 = 1; 0 \leq z \leq x^2 + y^2 + 1\}$;

$S = \{(x,y,z) \in R^3 : z = x^2 + (y-2)^2; z \leq 2(y-2)\}$

$S = \{(x,y,z) \in R^3 : z = x^2 + y^2 - 4; z \leq 0; x^2 + y^2 - 2x \geq 0\}$

$S = \{(x,y,z) \in R^3 : x^2 + y^2 - 5 = z^2; 1 \leq z \leq 2\}$

$S = \{(x,y,z) \in R^3 : x^2 + y^2 = 1; -1 \leq z \leq 2\}$

$S = \{(x,y,z) \in R^3 : x^2 + y^2 = z; 1 \leq z \leq 4\}$;

$S = \{(x,y,z) \in R^3 : x^2 + y^2 = z^2; -2 \leq z \leq 2\}$;

3) Calcolare i seguenti integrali doppi:

$\int \frac{xy}{(3+x^2+y^2)^2} dxdy$

con $D=\left\{(x,y)\in R^2: x^2+y^2\leq 4; y\leq \frac{\sqrt{3}}{3}x; y\geq -x\right\}$

$\int \frac{\left(x^2+y^2\right)y}{x\sqrt{(x^2+y^2-1)}}dxdy$

con $D=\left\{(x,y)\in R^2: 4\leq x^2+y^2\leq 9; \frac{\sqrt{3}}{3}x\leq y\leq \sqrt{3}x\right\}$

Calcolare il Volume dei seguenti solidi:

$V=\left\{(x,y,z)\in R^3 \quad x^2+y^2+z^2\leq 1; x^2+y^2\geq \frac{1}{2}\right\};$

$V=\{(x,y,z)\in R^{3:} \quad y^2+2z^2\leq 1; 0\leq x\leq 1\};$

$V=\{(x,y,z)\in R^{3:} \quad x^2+y^2-z\leq 0; x^2+y^2+z^2\leq 1\};$

$V=\{(x,y,z)\in R^{3:} \quad x^2+y^2-2x\leq 0; 0\leq z\leq 1\};$

$V=\{(x,y,z)\in R^{3:} \quad x^2+y^2-z^2\leq 0; 0\leq z\leq 2\};$

$V=\{(x,y,z)\in R^{3:} \quad x^2+y^2+z^2\leq 1; x^2+y^2\leq z^2; z\geq 0\};$