LEZIONE 6

FORMULAZIONE DEL PROBLEMA ELETTROMAGNETICO IN TERMINI DI EQUAZIONI INTEGRALI

Giuseppe Pelosi
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni
Università di Firenze
E-mail: *giuseppe.pelosi@unifi.it*
URL: http://ingfi9.det.unifi.it/

LEZIONI PRECEDENTI

- **Lezione 1 – Teoria dei potenziali**
- **Lezione 2 – Dipolo elettrico corto e integrali di radiazione**
- **Lezione 3 – Radiatori elementari**
- **Lezione 4 – Parametri fondamentali delle antenne**
- **Lezione 5 –Teorema di equivalenza**
- **Lezione 6 – Formulazione del problema elettromagnetcio in termini di equazioni integrali**

ANTENNE

LEZIONE 6

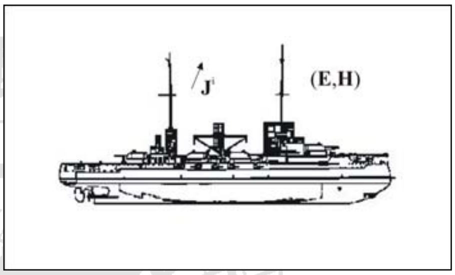
FORMULAZIONE DEL PROBLEMA ELETTROMAGNETCIO IN TERMINI DI EQUAZIONI INTEGRALI

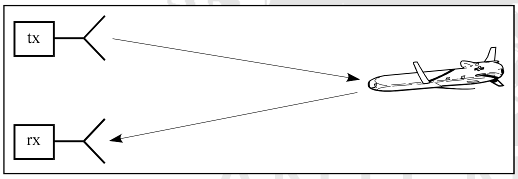
- Problema di antenna e problema radar
- Principio di equivalenza (formulazione di Love)
- Dalle correnti al campo elettromagnetico
- Modalità di soluzione del problema di antenna
- Il metodo dell'equazione integrale
- Equazioni integrali
- Equazioni integrali per strutture filari

- **Problema di antenna e problema radar**
- Principio di equivalenza (formulazione di Love)
- Dalle correnti al campo elettromagnetico
- Modalità di soluzione del problema di antenna
- Il metodo dell'equazione integrale
- Equazioni integrali
- Equazioni integrali per strutture filari

PROBLEMA DI ANTENNA E PROBLEMA RADAR

Nel *problema di antenna* la distribuzione di corrente nota $\mathbf{J}^i$ (antenna) è posta al finito rispetto alla struttura e si vuole determinare il campo in zona vicina-lontana.





Nel *problema radar* la struttura è supposta illuminata da un'onda piana e si vuole determinare il campo lontano

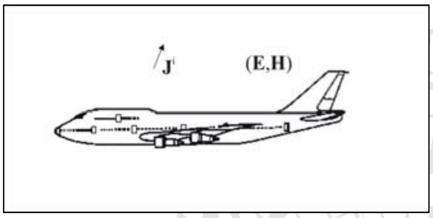
Lezione 6 – Formulazione del problema elettromagnetico in termini di equazioni integrali

ANTENNE I - ANTENNE PER SISTEMI DI TELECOMUNICAZIONI
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

- Problema di antenna e problema radar
- **Principio di equivalenza (formulazione di Love)**
- Dalle correnti al campo elettromagnetico
- Modalità di soluzione del problema di antenna
- Il metodo dell'equazione integrale
- Equazioni integrali
- Equazioni integrali per strutture filari

ANTENNE I - ANTENNE PER SISTEMI DI TELECOMUNICAZIONI
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

PRINCIPIO DI EQUIVALENZA (FORMULAZIONE DI LOVE)



La soluzione del problema elettromagnetico richiede la soluzione delle equazioni di Maxwell una volta specificate

- le sorgenti $\mathbf{J}^i$ (antenna)

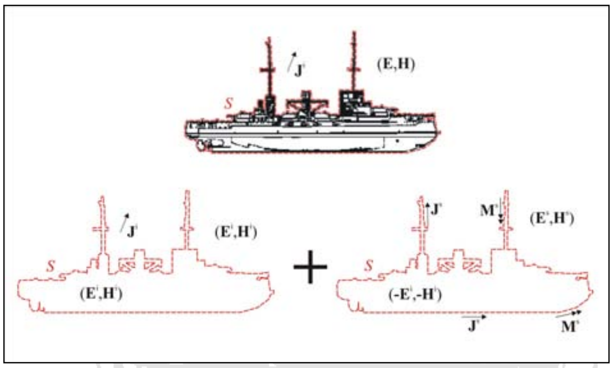
e imposte

- le condizioni al contorno sulle superfici che delimitano materiali diversi
- la condizione di radiazione all'infinito

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega \mathbf{B}$$
$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega \mathbf{D} + \mathbf{J}^i$$
$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$
$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0$$

ANTENNE I - ANTENNE PER SISTEMI DI TELECOMUNICAZIONI
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

PRINCIPIO DI EQUIVALENZA (FORMULAZIONE DI LOVE)

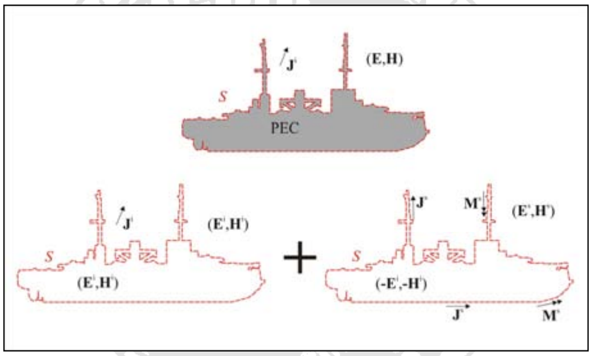


- si lavora nello spazio libero
- le correnti equivalenti $\mathbf{J}^s$ e $\mathbf{M}^s$ sono incognite e dipendono dal campo elettromagnetico totale $(\mathbf{E},\mathbf{H}) = (\mathbf{E}^i,\mathbf{H}^i) + (\mathbf{E}^s,\mathbf{H}^s)$ **su** S
- si perde però l'informazione sul campo elettromagnetico all'interno della superficie di equivalenza *S*

PRINCIPIO DI EQUIVALENZA (FORMULAZIONE DI LOVE)

Un caso particolare: corpi perfettamente conduttori

Facendo coincidere la superficie di equivalenza con quella di un oggetto perfettamente conduttore (*PEC*), le sorgenti equivalenti sono soltanto di tipo elettrico.



$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}^i(\mathbf{r};\mathbf{J}^i) + \mathbf{E}^s(\mathbf{r};\mathbf{J}^s,\mathbf{M}^s = 0)$$
$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}^i(\mathbf{r};\mathbf{J}^i) + \mathbf{H}^s(\mathbf{r};\mathbf{J}^s,\mathbf{M}^s = 0)$$

Lezione 6 – Formulazione del problema elettromagnetico in termini di equazioni integrali

- Problema di antenna e problema radar
- Principio di equivalenza (formulazione di Love)
- **Dalle correnti al campo elettromagnetico**
- Modalità di soluzione del problema di antenna
- Il metodo dell’equazione integrale
- Equazioni integrali
- Equazioni integrali per strutture filari

ANTENNE I - ANTENNE PER SISTEMI DI TELECOMUNICAZIONI
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

ANTENNE I - ANTENNE PER SISTEMI DI TELECOMUNICAZIONI
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

DALLE CORRENTI AL CAMPO ELETTROMAGNETICO

Equazioni di Helmholtz per sorgenti elettriche e magnetiche

Equazione di Helmholtz per il potenziale vettore di tipo elettrico

$$\nabla^2 \mathbf{A} + k^2 \mathbf{A} = -\mu \, \mathbf{J}$$

Equazione di Helmholtz per il potenziale vettore di tipo magnetico (**F** è il potenziale di Fitzgerald):

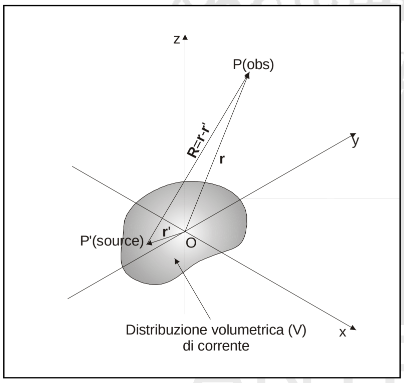
$$\nabla^2 \mathbf{F} + k^2 \mathbf{F} = -\varepsilon \, \mathbf{M}$$

ANTENNE I - ANTENNE PER SISTEMI DI TELECOMUNICAZIONI
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

DALLE CORRENTI AL CAMPO ELETTROMAGNETICO

Integrali di radiazione

Risolvendo le equazioni di Helmholtz si ottengono le *relazioni integrali* che legano il potenziale vettore **A** ed il potenziale di Fitzgerald **F** alle sorgenti



$$\mathbf{A} = \mathbf{A}(\mathbf{r};\mathbf{J}) = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_V \mathbf{J}(\mathbf{r}') \frac{e^{-jkR}}{R} dv'$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}(\mathbf{r},\mathbf{M}) = \frac{\varepsilon}{4\pi} \iiint_V \mathbf{M}(\mathbf{r}') \frac{e^{-jkR}}{R} dv'$$

$$R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \qquad k = \beta - j\alpha$$

$$G(\mathbf{r},\mathbf{r}') = \frac{e^{-jkR}}{4\pi R}$$

funzione di Green dello spazio libero

DALLE CORRENTI AL CAMPO ELETTROMAGNETICO

Dai potenziali al campo

Noti i potenziali **A** ed **F** il campo elettromagnetico può essere ottenuto tramite delle *relazioni differenziali* dai potenziali vettore **A** ed **F**

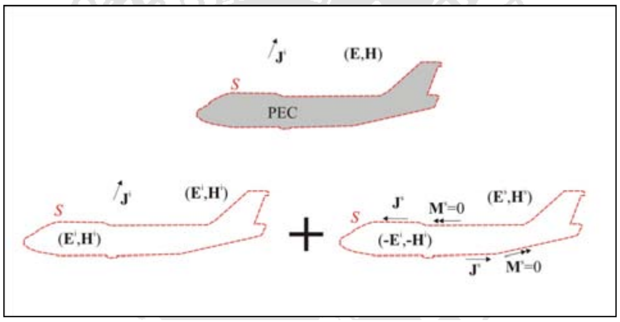
$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_A + \mathbf{E}_F = -j\omega\mathbf{A} - \frac{j}{\omega\varepsilon\mu}\nabla\left(\nabla\cdot\mathbf{A}\right) - \frac{1}{\varepsilon}\nabla\times\mathbf{F}$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_A + \mathbf{H}_F = -j\omega\mathbf{F} - \frac{j}{\omega\varepsilon\mu}\nabla\left(\nabla\cdot\mathbf{F}\right) + \frac{1}{\mu}\nabla\times\mathbf{A}$$

DALLE CORRENTI AL CAMPO ELETTROMAGNETICO

Torniamo al problema originario...

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}^i(\mathbf{r};\mathbf{J}^i) + \mathbf{E}^S(\mathbf{r};\mathbf{J}^S,\mathbf{M}^S = 0)$$
$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}^i(\mathbf{r};\mathbf{J}^i) + \mathbf{H}^S(\mathbf{r};\mathbf{J}^S,\mathbf{M}^S = 0)$$



Le relazioni che legano i campi alle correnti, passando attraverso i potenziali, sono di tipo integro-differenziale

- Problema di antenna e problema radar
- Principio di equivalenza (formulazione di Love)
- Dalle correnti al campo elettromagnetico
- **Modalità di soluzione del problema di antenna**
- Il metodo dell'equazione integrale
- Equazioni integrali
- Equazioni integrali per strutture filari

MODALITÀ DI SOLUZIONE DEL PROBLEMA DI ANTENNA

Determinazione delle incognite

Come determinare le sorgenti incognite $\mathbf{J}^s$ (che sono funzioni del campo magnetico totale incognito sulla superficie S e di conseguenza il campo elettromagnetico ($\mathbf{E}^s$, $\mathbf{H}^s$) ?

MODALITÀ DI SOLUZIONE DEL PROBLEMA DI ANTENNA

Bassa e alta frequenza

Ad esempio dalla condizione al contorno per il campo elettrico sulla superficie di equivalenza *S* si ottiene un'equazione integro-differenziale per la corrente equivalente incognita

$$\mathbf{E}(\mathbf{r})\times\hat{n} = [\mathbf{E}^s(\mathbf{r};\mathbf{J}^s) + \mathbf{E}^i(\mathbf{r};\mathbf{J}^i)]\times\hat{n} = 0 \quad \mathbf{r}\in S$$

$$\mathbf{E}^s(\mathbf{r};\mathbf{J}^s)\times\hat{n} = -\mathbf{E}^i(\mathbf{r};\mathbf{J}^i)\times\hat{n} \quad \mathbf{r}\in S$$

L'equazione integro-differenziale (EFIE, *Electric Field Integral Equation*) deve essere risolta con tecniche di tipo numerico che riconducono la soluzione dell'equazione integro-differenziale alla risoluzione di un'equazione di tipo matriciale.

Questo tipo di approccio viene utilizzato quando le dimensioni caratteristiche del problema sono piccole rispetto alla lunghezza d'onda.

Lezione 6 – Formulazione del problema elettromagnetico in termini di equazioni integrali

MODALITÀ DI SOLUZIONE DEL PROBLEMA DI ANTENNA

ANTENNE I - ANTENNE PER SISTEMI DI TELECOMUNICAZIONI
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

Bassa e alta frequenza

In alternativa….

….. se non si risolve la predetta equazione integro-differenziale si può cercare una stima *a priori* della corrente elettrica superficiale incognita e quindi valutare il campo elettromagnetico ad essa associato attraverso gli integrali di radiazione

L'approssimazione *a priori* della corrente elettrica equivalente è utilizzata per il *problema radar* nell'ambito delle tecniche ad alta frequenza o asintotiche (ovvero quando le dimensioni caratteristiche del problema sono grandi rispetto alla lunghezza d'onda)

L'approssimazione viene eseguita utilizzando le *tecniche fisiche*

PO, *Physical Optics*

PTD, *Physical Theory of Diffraction*

MODALITÀ DI SOLUZIONE DEL PROBLEMA DI ANTENNA

Bassa e alta frequenza

… ed ancora in alternativa …

…si può procedere ad una stima *a priori* del campo elettromagnetico totale reirradiato dalle strutture

L'approssimazione *a priori* del campo totale è utilizzata per il *problema d'antenna* nell'ambito delle tecniche ad alta frequenza o asintotiche (ovvero quando le dimensioni caratteristiche del problema sono grandi rispetto alla lunghezza d'onda).

L'approssimazione viene eseguita utilizzando le *tecniche geometriche*

GO, *Geometrical Optics*

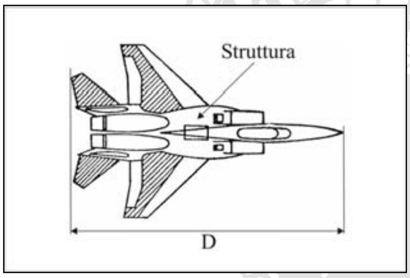
UTD, *Uniform Geometrical Theory of Diffraction*

ANTENNE I - ANTENNE PER SISTEMI DI TELECOMUNICAZIONI
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

MODALITÀ DI SOLUZIONE DEL PROBLEMA DI ANTENNA

Bassa e alta frequenza

Affrontiamo il problema della soluzione delle equazioni integrali per strutture le cui dimensioni caratteristiche sono piccole rispetto alla lunghezza d'onda



$D \leq \lambda$ bassa frequenza (metodi numerici)

$D \rightarrow$ dimensione caratteristica della struttura

ANTENNE I - ANTENNE PER SISTEMI DI TELECOMUNICAZIONI
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

ANTENNE I - ANTENNE PER SISTEMI DI TELECOMUNICAZIONI
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

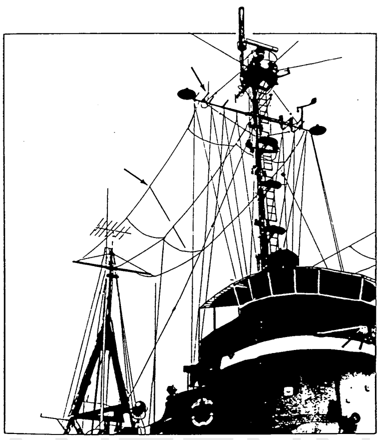
- Problema di antenna e problema radar
- Principio di equivalenza (formulazione di Love)
- Dalle correnti al campo elettromagnetico
- Modalità di soluzione del problema di antenna
- **Il metodo dell'equazione integrale**
- Equazioni integrali
- Equazioni integrali per strutture filari

Lezione 6 – Formulazione del problema elettromagnetico in termini di equazioni integrali

ANTENNE I - ANTENNE PER SISTEMI DI TELECOMUNICAZIONI
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

IL METODO DELL'EQUAZIONE INTEGRALE

Modelli della struttura e/o antenna



Tipico ambiente operativo a bordo di una Unità navale

IL METODO DELL'EQUAZIONE INTEGRALE

Modelli della struttura e/o antenna

Dal problema fisico al modello della struttura

Problema fisico

⇩

Modello della struttura e/o antenna

IL METODO DELL'EQUAZIONE INTEGRALE

Modelli della struttura e/o antenna

Scelta del modello

La soluzione di un'equazione integrale, associata al problema elettromagnetico, può essere ottenuta per via numerica con il metodo dei residui pesati. Prima occorre creare un modello della struttura.

Esistono due tecniche per modellare la struttura e/o antenna

Wire Grid Model (WGM)

Surface Patch Model (SPM)

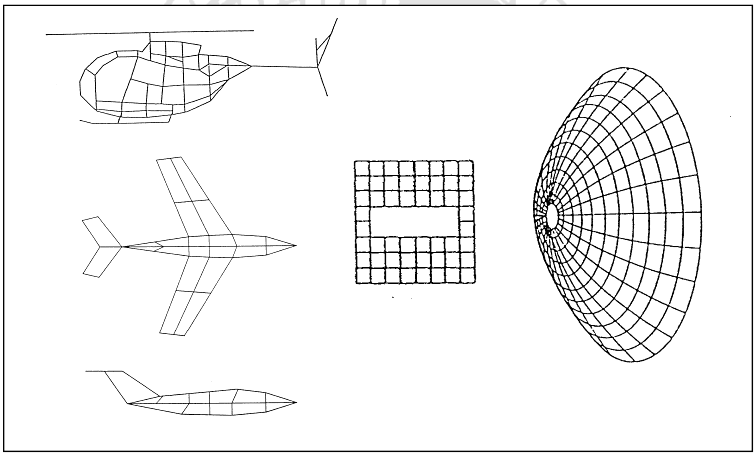
La scelta del modello condiziona la scelta dell'equazione integrale.

IL METODO DELL'EQUAZIONE INTEGRALE

Modelli della struttura e/o antenna

Esempi di modelli: *Wire Grid Model* (WGM)

Il *Wire Grid Model* (WGM) approssima la struttura con un grigliato di dimensioni finite.



ANTENNE I - ANTENNE PER SISTEMI DI TELECOMUNICAZIONI
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

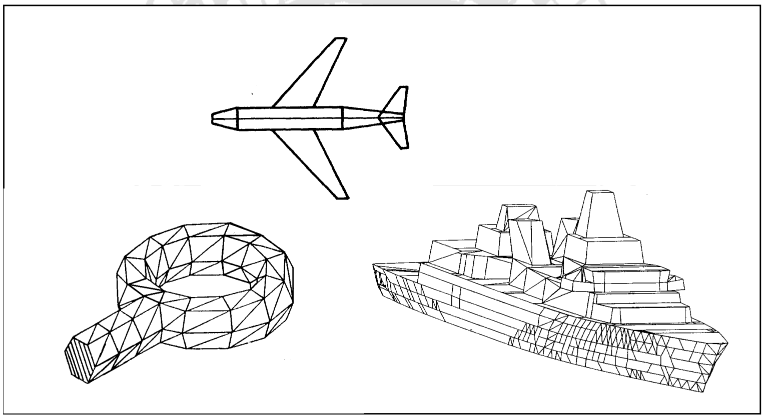
Lezione 6 – Formulazione del problema elettromagnetico in termini di equazioni integrali

IL METODO DELL'EQUAZIONE INTEGRALE

Modelli della struttura e/o antenna

Esempi di modelli: *Surface Patch Model* (SPM)

Il *Surface Patch Model* (SPM) approssima la struttura con una opportuna connessione di piastre piane poligonali.



ANTENNE I - ANTENNE PER SISTEMI DI TELECOMUNICAZIONI
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

IL METODO DELL’EQUAZIONE INTEGRALE

ANTENNE I - ANTENNE PER SISTEMI DI TELECOMUNICAZIONI
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

Modelli della struttura e/o antenna

Dal modello all’equazione integrale

Problema fisico

⇓

Modello della struttura e/o antenna

⇓

Formulazione del problema elettromagnetico in termini di un’equazione integrale

ANTENNE

Lezione 6 – Formulazione del problema elettromagnetico in termini di equazioni integrali

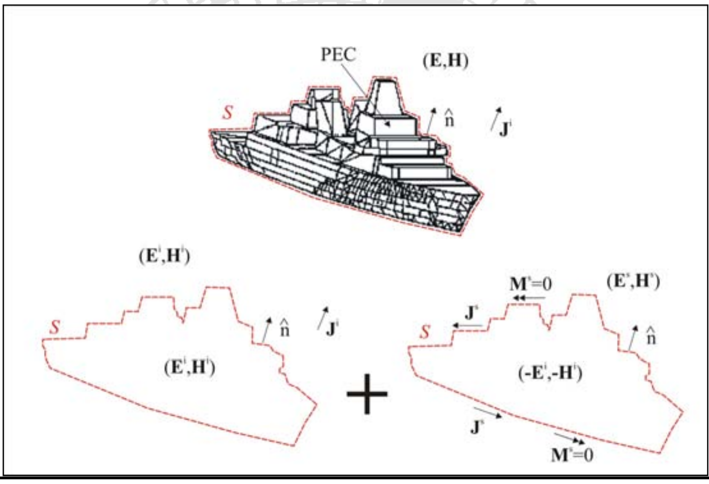
IL METODO DELL’EQUAZIONE INTEGRALE

ANTENNE I - ANTENNE PER SISTEMI DI TELECOMUNICAZIONI
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

Modelli della struttura e/o antenna

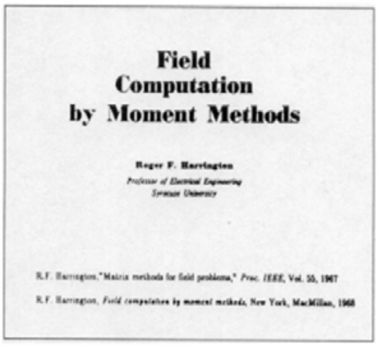
Dal modello all’equazione integrale

Si applica il teorema di equivalenza



IL METODO DELL'EQUAZIONE INTEGRALE

Le correnti equivalenti $\mathbf{J}^s$ possono essere determinate costruendo un'equazione integro-differenziale, che deriva dall'imposizione delle condizioni al contorno (*Integral Equation method*, IE *method*), e risolvendola numericamente con la procedura del metodo dei residui pesati (*Method of Weighted Residuals*), noto, nell'ambiente dell'ingegneria elettromagnetica, con il nome di metodo dei momenti (*Method of Moments*, MoM, R.F. Harrington, 1965) .



Field Computation by Moment Methods

Roger F. Harrington
Professor of Electrical Engineering
Syracuse University

R.F. Harrington, "Matrix methods for field problems," *Proc. IEEE*, Vol. 55, 1967

R.F. Harrington, *Field computation by moment methods*, New York, MacMillan, 1968

ANTENNE I - ANTENNE PER SISTEMI DI TELECOMUNICAZIONI
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

Lezione 6 – Formulazione del problema elettromagnetico in termini di equazioni integrali

IL METODO DELL'EQUAZIONE INTEGRALE

Le equazioni integrali più usate per determinare la corrente equivalente J^s sono due: l'*Electric Field Integral Equation* (EFIE) e la *Magnetic Field Integral Equation* (MFIE).

La formulazione del problema elettromagnetico in termini di equazioni integrali contiene in modo intrinseco la condizione di radiazione all'infinito.

ANTENNE I - ANTENNE PER SISTEMI DI TELECOMUNICAZIONI
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

EQUAZIONI INTEGRALI

L'EFIE (*Electric Field Integral Equation*) deriva dalla condizione al contorno per il campo elettrico tangente alla superficie di un corpo perfettamente conduttore, coincidente con la superficie di equivalenza. L'EFIE è un'equazione di Fredholm di 1ª specie.

$$\mathbf{E}\times\hat{n} = \left[\mathbf{E}^s(\mathbf{J}^s)+\mathbf{E}^i(\mathbf{J}^i)\right]\times\hat{n} = 0$$

$$\mathbf{E}^s(\mathbf{J}^s)\times\hat{n} = -\mathbf{E}^i(\mathbf{J}^i)\times\hat{n}$$

$$\mathbf{E}^s(\mathbf{J}^s)\times\hat{n} = -\mathbf{E}^i(\mathbf{J}^i)\times\hat{n} \quad \Longrightarrow \quad L_E\left(\mathbf{J}^s\right) = \mathbf{g}$$

$$L_E\left(\mathbf{J}^s\right) = \mathbf{E}^s\left(\mathbf{J}^s\right)\times\hat{n}$$

$$\mathbf{g} = \hat{n}\times\mathbf{E}^i\left(\mathbf{J}^i\right)$$

EQUAZIONI INTEGRALI

La MFIE (*Magnetic Field Integral Equation*) deriva dalla condizione al contorno per il campo magnetico tangente alla superficie di un corpo perfettamente conduttore:

$$\hat{n}\times\mathbf{H}=\hat{n}\times\left[\mathbf{H}^s(\mathbf{J}^s)+\mathbf{H}^i(\mathbf{J}^i)\right]=\mathbf{J}^s$$

$$\hat{n}\times\mathbf{H}^s(\mathbf{J}^s)-\mathbf{J}^s=-\hat{n}\times\mathbf{H}^i(\mathbf{J}^i)$$

La MFIE è un'equazione di Fredholm di 2ª specie.

$$\hat{n}\times\mathbf{H}^s(\mathbf{J}^s)-\mathbf{J}^s=-\hat{n}\times\mathbf{H}^i(\mathbf{J}^i)\quad\Longrightarrow\quad L_H\left(\mathbf{J}^s\right)=\mathbf{g}$$

$$L_H\left(\mathbf{J}^s\right)=\hat{n}\times\mathbf{H}^s\left(\mathbf{J}^s\right)-\mathbf{J}^s\left(\mathbf{r}'\right)$$

$$\mathbf{g}=-\hat{n}\times\mathbf{H}^i\left(\mathbf{J}^i\right)$$

ANTENNE I - ANTENNE PER SISTEMI DI TELECOMUNICAZIONI
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

EQUAZIONI INTEGRALI

Come scegliere l'equazione integrale: EFIE o MFIE???

Sia l'EFIE (*Electric Field Integral Equation*) sia la MFIE (*Magnetic Field Integral Equation*) possono essere impiegate per valutare le correnti equivalenti $\mathbf{J}^s$ sulla superficie di equivalenza *S* che delimita una struttura perfettamente conduttrice.

ANTENNE I - ANTENNE PER SISTEMI DI TELECOMUNICAZIONI
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

EQUAZIONI INTEGRALI

Altre equazioni integrali

CFIE (*Combined Field Integral Equation*)

$$\alpha \mathbf{E}^s(\mathbf{J}^s)\times\hat{n}+\zeta(1-\alpha)\left[\frac{\mathbf{J}^s}{2}+\mathbf{H}(\mathbf{J}^s)\times\hat{n}\right]=\alpha\,\hat{n}\times\mathbf{E}^i(\mathbf{J}^i)+\zeta(1-\alpha)\hat{n}\times\mathbf{H}^i(\mathbf{J}^i)$$

$\alpha=$ coefficiente di accoppiamento

AFIE (*Augmented Field Integral Equation*)

ANTENNE I - ANTENNE PER SISTEMI DI TELECOMUNICAZIONI
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

EQUAZIONI INTEGRALI

Scelta dell'equazione

EFIE (*Electric Field Integral Equation*)

☺ strutture filari nell'ambito della *thin wire approximation*

☹ superfici chiuse

☺ strutture aperte

MFIE (*Magnetic Field Integral Equation*)

☹ strutture filari nell'ambito della *thin wire approximation*

☺ superfici chiuse

☹ strutture aperte

ANTENNE I - ANTENNE PER SISTEMI DI TELECOMUNICAZIONI
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

- Problema di antenna e problema radar
- Principio di equivalenza (formulazione di Love)
- Dalle correnti al campo elettromagnetico
- Modalità di soluzione del problema di antenna
- Il metodo dell'equazione integrale
- Equazioni integrali
- **Equazioni integrali per strutture filari**

ANTENNE I - ANTENNE PER SISTEMI DI TELECOMUNICAZIONI
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

EQUAZIONI INTEGRALI PER STRUTTURE FILARI

Derivazione dell'equazione integrale

Problema fisico

⇩

Modello della struttura e/o antenna

⇩

Formulazione del problema elettromagnetico in termini di un'equazione integrale

⇩

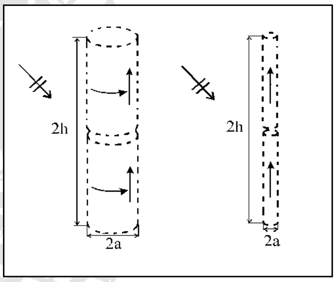
Equazioni integrali per strutture filari

EQUAZIONI INTEGRALI PER STRUTTURE FILARI

Antenne filari – EFIE: *thin wire approximation*

Se la struttura è sottile ($h >> a$) si trascurano:

- la variazione della corrente lungo la circonferenza
- la componente longitudinale della corrente rispetto a quella assiale
- i contributi delle estremità della struttura cilindrica



Inoltre la corrente è assunta:

- nulla alle estremità della struttura filare
- concentrata sull'asse della struttura filare

EQUAZIONI INTEGRALI PER STRUTTURE FILARI

Antenne filari – EFIE: *thin wire approximation*

La *thin wire approximation* consente di:

- semplificare l'equazione integrale
- rimuovere la singolarità della funzione di Green che si ha quando punto di integrazione e di osservazione coincidono

Esempi di EFIE:

➢ Equazione di Hallén: modello di generatore a *delta gap*

(E. Hallén, *"Theoretical investigations into the transmitting and receiving qualities of antennae"*, Nova Acta Regiae Soc. Sci. Upsaliensis, Ser. IV, 11, 1-44, 1938)

➢ Equazione di Pocklington: onda piana incidente

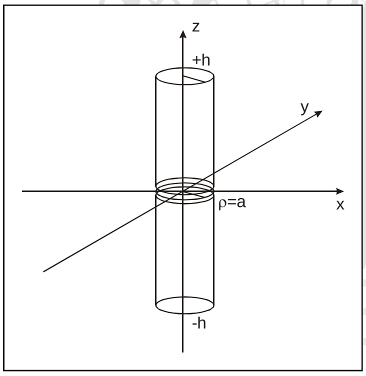
(H.C. Pocklington, *"Electrical oscillations in wire"*, Camb. Phil. Soc. Proc. 9, 324-32, 1897)

EQUAZIONI INTEGRALI PER STRUTTURE FILARI

Antenne filari – Equazione di Hallén

Antenna in trasmissione

$$\int_{-h}^{h} K(z,z')I(z')dz' = \frac{B}{\mu}\cos(kz) - \frac{j}{2\zeta}V_g \sin(k|z|) \qquad \text{(equazione di Hallén)}$$



$$K(z,z') = G(z,z') = \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}$$

Modello di generatore a δ - *gap*

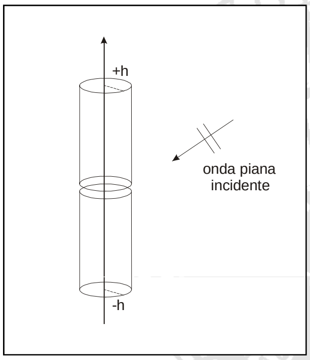
$$\mathbf{E}^i(z) = V_g\, \delta(z)\hat{z}, \quad \rho = a$$

Lezione 6 – Formulazione del problema elettromagnetico in termini di equazioni integrali

EQUAZIONI INTEGRALI PER STRUTTURE FILARI

ANTENNE I - ANTENNE PER SISTEMI DI TELECOMUNICAZIONI
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

Antenne filari – Equazione di Pocklington



$$\int_{-h}^{h} K(z,z')I(z')dz' = -\mathbf{E}^i(z)\cdot\hat{z}$$

(equazione di Pocklington)

$$K(z,z') = \frac{1}{j\omega\varepsilon_0}\left[\frac{\partial^2 G(z,z')}{\partial^2 z} + \mathrm{k}^2 G(z,z')\right]$$

$$G(z,z') = \frac{e^{-jk\sqrt{(z,z')^2+a^2}}}{4\pi\sqrt{(z,z')^2+a^2}}$$

Antenna in ricezione
Onda piana incidente sull'antenna filare

EQUAZIONI INTEGRALI PER STRUTTURE FILARI

Antenne filari – Altri modelli di generatore: *magnetic frill generator*

Equivale ad alimentare l'antenna mediante un spira di corrente magnetica (ovvero con un dipolo elettrico corto)