METODI A BASSA FREQUENZA: SOLUZIONE DELL'EQUAZIONE INTEGRALE ED ESEMPI DI APPLICAZIONE

Giuseppe Pelosi
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni
Università di Firenze
E-mail: *giuseppe.pelosi@unifi.it*
URL: http://ingfi9.det.unifi.it/

METODI A BASSA FREQUENZA: SOLUZIONE DELL'EQUAZIONE INTEGRALE ED ESEMPI DI APPLICAZIONE

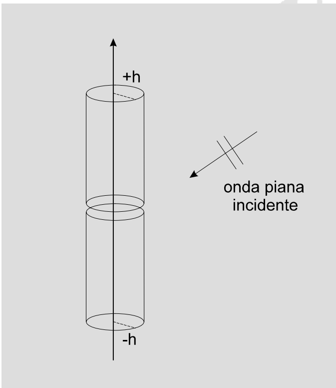
ANTENNE

SOLUZIONE NUMERICA DELLE EQUAZIONI INTEGRALI

1. **Un primo tentativo di soluzione numerica di un'equazione EFIE**
2. Metodo dei residui pesati (metodo dei momenti) per strutture filari
3. Metodo dei residui pesati (metodo dei momenti) per strutture complesse o strutture filari complesse
4. Alcune problematiche inerenti l'implementazione della soluzione numerica del MoM
5. Esempi e risultati

ANTENNE II – ANTENNE IN AMBIENTE OPERATIVO
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze
Metodi a bassa frequenza: soluzione dell'equazione integrale ed esempi di applicazione

UN PRIMO TENTATIVO DI SOLUZIONE NUMERICA DI UN'EQUAZIONE EFIE NELL'AMBITO DELLA THIN WIRE APPROXIMATION

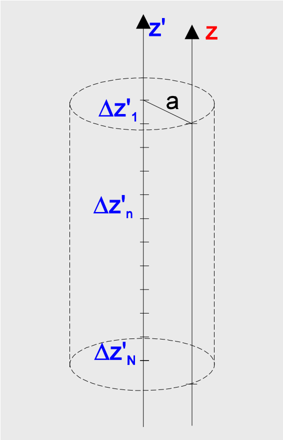


Onda piana incidente su un'antenna filare il cui diametro della struttura cilindrica è piccolo rispetto alla lunghezza *2h*

⇩

EFIE nell'ambito dell'approssimazione di filo sottile

UN PRIMO TENTATIVO DI SOLUZIONE NUMERICA DI UN'EQUAZIONE EFIE NELL'AMBITO DELLA THIN WIRE APPROXIMATION



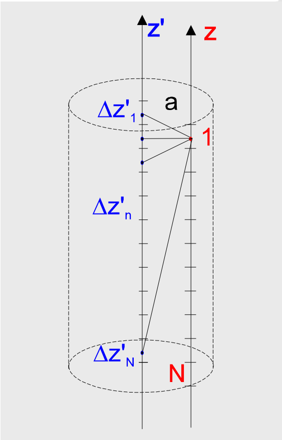
L'asse dell'antenna filare viene suddiviso in N segmenti di lunghezza Δz (Δz << 1) e la corrente incognita è rappresentata come sovrapposizione di una serie di dipoli elettrici corti (*dec*) di ampiezza incognita corrispondenti a ciascun segmento

$$I(z') \cong \sum_{n=1}^{N} I_n F_n(z')$$

$$F_n(z') = \begin{cases} 1 & \text{per } \; z' \text{ in } \Delta z' \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

ANTENNE

UN PRIMO TENTATIVO DI SOLUZIONE NUMERICA DI UN'EQUAZIONE EFIE NELL'AMBITO DELLA THIN WIRE APPROXIMATION



Anche la superficie dell'antenna viene suddivisa in N segmenti di cui si considerano i punti centrali (1,2,…N) in corrispondenza dei quali vengono imposte le condizioni al contorno.

Il campo elettrico tangente corrispondente alla somma dei contributi di tutti i dipoli in ciascun punto della superficie deve essere uguale alla componente tangente del campo incidente cambiata di segno

$$\mathbf{E}_z^1(z_1) + \mathbf{E}_z^2(z_1) + \ldots + \mathbf{E}_z^N(z_1) = -\mathbf{E}_z^i(z_1)$$

$$\mathbf{E}_z^1(z_2) + \mathbf{E}_z^2(z_2) + \ldots + \mathbf{E}_z^N(z_2) = -\mathbf{E}_z^i(z_2)$$

$$\vdots$$

$$\mathbf{E}_z^1(z_N) + \mathbf{E}_z^2(z_N) + \ldots + \mathbf{E}_z^N(z_N) = -\mathbf{E}_z^i(z_N)$$

ANTENNE

UN PRIMO TENTATIVO DI SOLUZIONE NUMERICA DI UN'EQUAZIONE EFIE NELL'AMBITO DELLA THIN WIRE APPROXIMATION

Poiché il campo irradiato da un dipolo elettrico corto è proporzionale alla corrente si ha:

$E_z^n(z_m) = Z_{mn} I_n$ → Contributo al campo elettrico nel punto *m* sull'asse *z* dovuto alla *n-esimo* dipolo posto sull'asse *z'*

$V_m = -E_z^i(z_m)$ → Componente *z* del campo elettrico incidente valutata nel punto *m-esimo* della superficie dell'antenna

L'equazione che traduce la condizione al contorno per il campo elettrico tangente diventa:

$$\sum_{n=1}^{N} Z_{mn} I_n = V_m \quad , \quad m = 1,\ldots N$$

Metodi a bassa frequenza: soluzione dell'equazione integrale ed esempi di applicazione

UN PRIMO TENTATIVO DI SOLUZIONE NUMERICA DI UN'EQUAZIONE EFIE NELL'AMBITO DELLA THIN WIRE APPROXIMATION

$$[Z_{mn}][I_n] = [V_m]$$

$$\Downarrow$$

$$[I_n] = [Z_{mn}]^{-1}[V_m]$$

$[V_m] = [-E_z^i(z_m)]$ Vettore delle tensioni generalizzate

$[Z_{mn}]$ Vettore delle impedenze generalizzate

$[I_n]$ Vettore delle correnti generalizzate (incognite)

UN PRIMO TENTATIVO DI SOLUZIONE NUMERICA DI UN'EQUAZIONE EFIE NELL'AMBITO DELLA THIN WIRE APPROXIMATION

In definitiva si è ridotto il problema della soluzione di un'equazione integrale di tipo EFIE per una struttura filare nell'ambito della *thin wire approximation* alla risoluzione di un sistema lineare

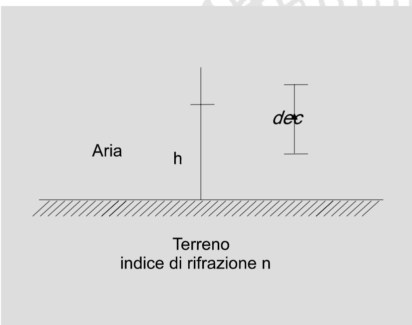
E' possibile generalizzare e sistematizzare l'approccio?

Antenna filare in presenza del terreno (problema di Sommerfeld)

ANTENNE II – ANTENNE IN AMBIENTE OPERATIVO
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

UN ESEMPIO: ANTENNA FILARE IRRADIANTE IN PRESENZA DEL TERRENO PROBLEMA DI SOMMERFELD

Si costruisce a partire dal problema di Sommerfeld per l'irradiazione di un dipolo elettrico corto (funzioni di base *pulse function*)



$$\left(\nabla^2 + k_1^2\right)\Pi_{1z} = \frac{-j(\Delta z I)}{\omega\varepsilon_0}\delta(x)\delta(y)\delta(z-h)$$

$$\left(\nabla^2 + k_2^2\right)\Pi_{2z} = 0$$

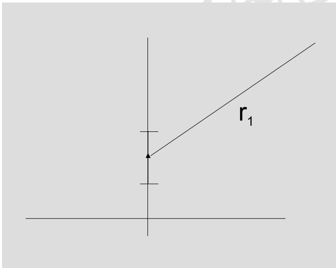
$$\Pi_{1z} = n^2\Pi_{2z}$$

$$\frac{\partial\Pi_{1z}}{\partial z} = \frac{\partial\Pi_{2z}}{\partial z}$$

Per trovare la soluzione si usa un approccio spettrale!!

UN ESEMPIO: ANTENNA FILARE IRRADIANTE IN PRESENZA DEL TERRENO PROBLEMA DI SOMMERFELD

Dipolo elettrico che irradia nello spazio libero



$$\frac{-j(I\Delta z)}{4\pi\omega\varepsilon_0}\frac{e^{-jkr_1}}{r_1} = -\frac{(I\Delta z)}{8\pi^2\omega^2\varepsilon_0}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} F(\alpha_1,\alpha_2)\,d\alpha_1 d\alpha_2$$

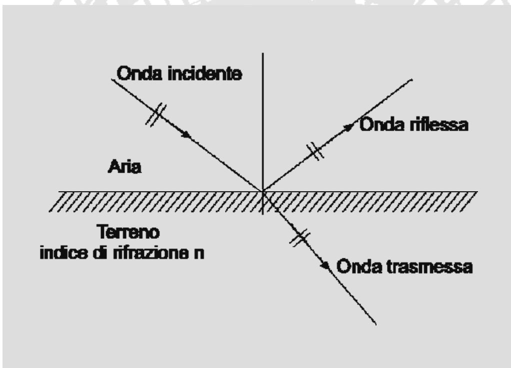
$F(\alpha_1,\alpha_2)$ è lo spettro di onde piane omogenee e non omogenee

Metodi a bassa frequenza: soluzione dell'equazione integrale ed esempi di applicazione

UN ESEMPIO: ANTENNA FILARE IRRADIANTE IN PRESENZA DEL TERRENO PROBLEMA DI SOMMERFELD

ANTENNE II – ANTENNE IN AMBIENTE OPERATIVO
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

Ogni onda piana si riflette e si trasmette tramite i coefficienti di riflessione e trasmissione di Fresnel



UN ESEMPIO: ANTENNA FILARE IRRADIANTE IN PRESENZA DEL TERRENO PROBLEMA DI SOMMERFELD

Trovata la soluzione (integrale doppio) si deve valutare il campo mediante un processo di differenziazione

Quindi si deve calcolare l'integrale doppio in modo efficiente. Questo si fa approssimando l'integrale doppio sotto determinate ipotesi

1. Un primo tentativo di soluzione numerica di un'equazione EFIE
2. Metodo dei residui pesati (metodo dei momenti) per strutture filari
3. Metodo dei residui pesati (metodo dei momenti) per strutture complesse o strutture filari complesse
4. Alcune problematiche inerenti l'implementazione della soluzione numerica del MoM
5. Esempi e risultati

IL METODO DEI RESIDUI PESATI (METODO DEI MOMENTI) PER STRUTTURE FILARI - Generalizzazione della tecnica

Il metodo dei residui pesati (Metodo dei Momenti, *Method of Moments*, MoM, R.F. Harrington, 1965) è una tecnica numerica più generale per la soluzione di equazioni funzionali lineari del tipo:

$$L(I) = g$$

$$L(\cdot) = \int_{-h}^{+h} K(z,z')(\cdot)\,dz'$$

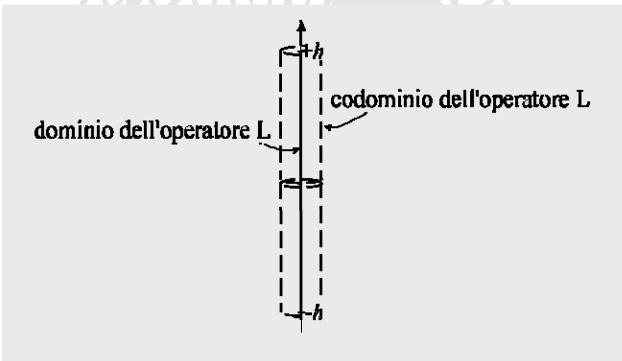
$$g(z) = -\mathbf{E}^i(z)\cdot\hat{z}$$

I funzione (corrente) incognita da determinare
L operatore lineare integro-differenziale
g funzione nota (generatori)

Il metodo riconduce la soluzione di un'equazione funzionale lineare a quella di un'equazione di tipo matriciale.

IL METODO DEI RESIDUI PESATI (METODO DEI MOMENTI) PER STRUTTURE FILARI - Generalizzazione della tecnica

EFIE per un'antenna filare (*thin wire approximation*)



IL METODO DEI RESIDUI PESATI (METODO DEI MOMENTI) PER STRUTTURE FILARI - Fasi della tecnica di soluzione

La soluzione numerica dell'equazione di Pocklington si articola nelle seguenti fasi:

1) Fase *di pre-processing*

   a. discretizzazione della geometria del problema
   b. costruzione di un'equazione matriciale tramite il metodo dei residui pesati
   c. calcolo dei coefficienti della matrice e del vettore dei termini noti

2) Fase di soluzione

   soluzione del sistema di equazioni

3) Fase di *post-processing*

   a. calcolo dei parametri di interesse
   b. visualizzazione dei dati

ANTENNE

Metodi a bassa frequenza: soluzione dell'equazione integrale ed esempi di applicazione

IL METODO DEI RESIDUI PESATI (METODO DEI MOMENTI) PER STRUTTURE FILARI

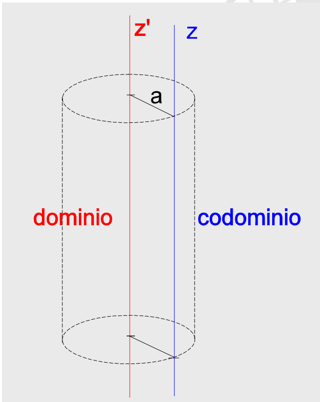
1) definizione di un insieme di funzioni di *base* (*mode function*) e sviluppo della corrente equivalente incognita in termini delle funzioni di base
2) definizione di un insieme di funzioni di *peso*
3) definizione del *residuo*
4) introduzione di un *prodotto interno*
5) imposizione dell'annullamento della proiezione del residuo sulle funzioni di peso e deduzione di un'equazione matriciale

ANTENNE

ANTENNE II – ANTENNE IN AMBIENTE OPERATIVO
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

IL METODO DEI RESIDUI PESATI (METODO DEI MOMENTI) PER STRUTTURE FILARI – funzioni di base

ANTENNE II – ANTENNE IN AMBIENTE OPERATIVO
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze



La corrente incognita viene sviluppata in una serie di funzioni di base definite nel dominio dell'operatore L cioè sull'asse dell'antenna

$$I(z') \cong \sum_{n=1}^{N} I_n F_n(z')$$

IL METODO DEI RESIDUI PESATI (METODO DEI MOMENTI) PER STRUTTURE FILARI – Criteri di scelta per le funzioni di base

ANTENNE II – ANTENNE IN AMBIENTE OPERATIVO
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

Elementi di cui tener conto nella scelta delle funzioni di base:

- particolare problema preso in considerazione;
- accuratezza della soluzione desiderata;
- facilità con cui possono essere valutati i vari elementi della matrice;
- dimensione della matrice che deve essere invertita;
- realizzazione di una matrice ben condizionata;
- minimizzazione dei tempi di calcolo.

IL METODO DEI RESIDUI PESATI (METODO DEI MOMENTI) PER STRUTTURE FILARI – Residuo

$$L(I) = g$$

$$g(z) = -\mathbf{E}^i(z)\cdot\hat{z}$$

$$L(\cdot) = \int_{-h}^{+h} K(z,z')(\cdot)dz'$$

$$I(z') \cong \sum_{n=1}^{N} I_n F_n(z')$$

$$L\left(\sum_{n=1}^{N} I_n F_n\right) \cong g$$

Si definisce il residuo r :

$$r(z) = \sum_{n=1}^{N} I_n L(F_n) - g$$

Metodi a bassa frequenza: soluzione dell'equazione integrale ed esempi di applicazione

IL METODO DEI RESIDUI PESATI (METODO DEI MOMENTI) PER STRUTTURE FILARI – Funzioni di peso

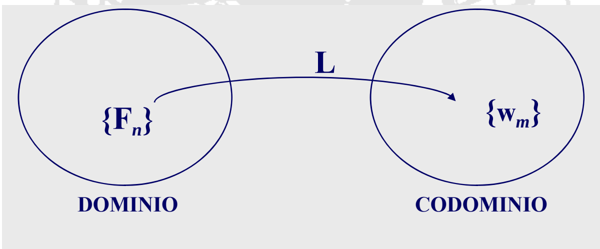
ANTENNE II – ANTENNE IN AMBIENTE OPERATIVO
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

Si definisce nel codominio dell'operatore L un insieme di funzioni di peso $\{w_m, m = 1,..,N\}$

$w_m = F_n$ metodo di Galerkin

$w_m = L(F_n)$ metodo dei minimi quadrati

$w_m = \delta(z-z_m)$ (delta di Dirac) metodo del *point-matching*



IL METODO DEI RESIDUI PESATI (METODO DEI MOMENTI) PER STRUTTURE FILARI – Prodotto interno

Si definisce nel codominio dell'operatore L un prodotto interno $<v,w>$ dotato delle seguenti proprietà:

$<v,w> = <w,v>$

$<\alpha v+\beta u,w> = \alpha <v,w>+ \beta <u,w>$

$$< w,v > \begin{cases} = 0 & \text{per } v = 0 \\ > 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$< w_m, v_m >= \int_{-h}^{+h} w_m(z) v_m(z) dz$$

ANTENNE

IL METODO DEI RESIDUI PESATI (METODO DEI MOMENTI) PER STRUTTURE FILARI – Equazione matriciale

Si moltiplica il residuo per le N funzioni di peso, utilizzando la precedente definizione di prodotto interno, e si uguaglia a 0 il risultato

$$\int_{-h}^{+h} w_m(z) r(z) dz = 0 \quad , \quad m = 1,2,3 \cdots N$$

$$\int_{-h}^{+h} w_m(z) \sum_{n=1}^{N} I_n L(F_n) dz + \int_{-h}^{+h} w_m(z) E_z^i(z) dz = 0 \quad , \quad m = 1,2,3 \cdots, N$$

$$\Downarrow$$

$$\sum_{n=1}^{N} I_n \underbrace{\int_{-h}^{+h} w_m(z) L(F_n) dz}_{Z_{mn}} = \underbrace{-\int_{-h}^{+h} w_m(z) E_z^i(z) dz}_{V_m} \quad , \quad m = 1,2,3 \cdots, N$$

ANTENNE

IL METODO DEI RESIDUI PESATI (METODO DEI MOMENTI) PER STRUTTURE FILARI – Equazione matriciale

ANTENNE II – ANTENNE IN AMBIENTE OPERATIVO
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

si ottengono così N equazioni lineari nelle incognite I_n

$$I_1<w_1,L(F_1)>+ I_2<w_1,L(F_2)>+\dots +I_N<w_1,L(F_N)> = <w_1,g>$$
$$I_1<w_2,L(F_1)>+ I_2<w_2,L(F_2)>+\dots +I_N<w_2,L(F_N)> = <w_2,g>$$
$$\dots$$
$$I_1<w_N,L(F_1)>+ I_2<w_N,L(F_2)>+\dots +I_N<w_N,L(F_N)> = <w_N,g>$$

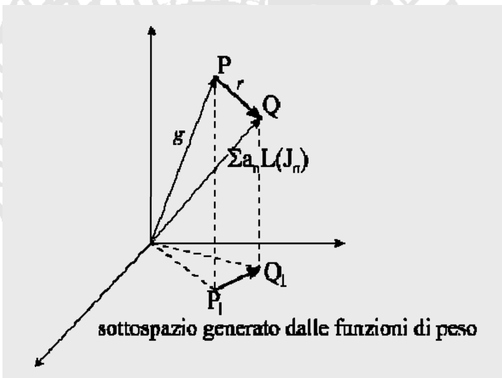
in forma matriciale:

$$[Z_{mn}][I_n]=[V_m]$$

IL METODO DEI RESIDUI PESATI (METODO DEI MOMENTI) PER STRUTTURE FILARI – Interpretazione geometrica del metodo

ANTENNE II – ANTENNE IN AMBIENTE OPERATIVO
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

In pratica si impone l'annullamento della proiezione del residuo sul sottospazio generato dalle N funzioni di peso.



IL METODO DEI RESIDUI PESATI (METODO DEI MOMENTI) PER STRUTTURE FILARI – Soluzione dell'equazione matriciale

$$[Z_{mn}][I_n] = [V_m]$$

$Z_{mn} = < w_m, L(F_n) >$ elemento della matrice delle impedenze generalizzate

$V_m = < w_m, g >$ elemento del vettore dei termini noti

I_n elemento del vettore delle incognite

Risolvendo il sistema si ricavano i coefficienti I_n $\quad [I_n] = [Z_{mn}]^{-1}[V_m]$

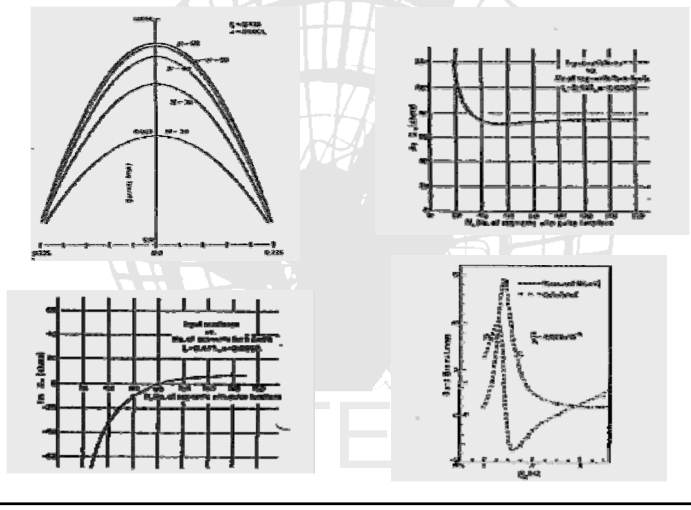
e quindi un'approssimazione della funzione incognita $\quad I \cong \sum_{n=1}^{N} I_n F_n$

da cui si deducono poi le caratteristiche dell'antenna

ANTENNE II – ANTENNE IN AMBIENTE OPERATIVO
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

IL METODO DEI RESIDUI PESATI (METODO DEI MOMENTI) PER STRUTTURE FILARI – Un esempio: soluzione per un'antenna filare irradiante nello spazio libero

Funzioni di base di tipo *pulse function*



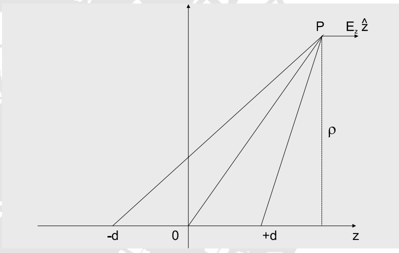
IL METODO DEI RESIDUI PESATI (METODO DEI MOMENTI) PER STRUTTURE FILARI – Un esempio: soluzione per un'antenna filare irradiante nello spazio libero

ANTENNE II – ANTENNE IN AMBIENTE OPERATIVO
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

Funzioni di base di tipo PWS (*piecewise sinusodal functions*) – Metodo di Galerkin

$$\mathrm{I}(z') = \frac{\sin\left[k\left(d-|z'|\right)\right]}{\sin(kd)}$$

$$-d \le z' \le +d$$



$$\mathrm{E}_z(x,y,z) = \frac{j\zeta}{4\sin(kd)}\left[\frac{e^{-jkR_1}}{R_1} - 2\cos(kd)\frac{e^{-jkR_0}}{R_0} + \frac{e^{-jkR_2}}{R_2}\right]$$

$$R_1 = \sqrt{\rho^2+(z+d)^2},\; R_2 = \sqrt{\rho^2+(z-d)^2},\; R_0 = \sqrt{\rho^2+d^2},\; \rho^2 = x^2+y^2$$

IL METODO DEI RESIDUI PESATI (METODO DEI MOMENTI) PER STRUTTURE FILARI – Un esempio: soluzione per un'antenna filare irradiante nello spazio libero

ANTENNE II – ANTENNE IN AMBIENTE OPERATIVO
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

Funzioni di base di tipo PWS – Metodo di Galerkin

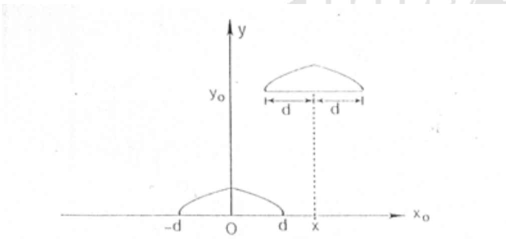


Figure 3.1 Geometry of two parallel equal-length piecewise sinusoidal expansion modes

la matrice delle impedenze generalizzate è di Toeplitz

$$Z_{mn} = Z_{1,|m-n|+1} \qquad m \ge 1$$

$$Z_{ij} = \frac{15}{\sin^2 kd}\sum_{m=-2}^{2}\sum_{m=-1}^{1} A(m+3)e^{-jkn(x_0+md)}E(k\beta)$$

$$\beta = \sqrt{y_0^2+(x_0+md)^2} - n(x_0+md)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$A(1) = A(5) = 1$$

$$A(2) = A(4) = -4\cos kd$$

$$A(3) = 2 + 4\cos^2 kd$$

$$E(k\beta) = C_i(x) - jS_i(x)s$$

IL METODO DEI RESIDUI PESATI (METODO DEI MOMENTI) PER STRUTTURE FILARI – Un esempio: soluzione per un'antenna filare irradiante nello spazio libero

```
THIS PROGRAM DOES A MOMENT METHOD SOLUTION FOR A
WIRE DIPOLE IN FREE-SPACE.

WHAT IS THE FREQUENCY(MHz)? 300
WHAT IS THE DIPOLE LENGTH(meters)? .5
WHAT IS THE DIPOLE RADIUS(meters)? .001
HOW MANY PWS EXPANSION MODES? 3
MODE #      CO-ORD
   1        -0.125
   2         0.000
   3         0.125
AT WHAT MODE IS THE FEED POINT? 2
ARE THERE LUMPED LOADS(Y,N)? N

 1            1            13.42896     -448.5261
 1            2            12.66705      318.7791
 1            3            10.44671      37.57219
MODE #    CURRENT(RE,IM)
   1     0.0072  -0.0046
   2     0.0098  -0.0050
   3     0.0072  -0.0046

INPUT IMPEDANCE=  81.19     41.31 ohms
RADIATION EFFICIENCY=100.0%
BROADSIDE GAIN= . 2.16 dB

CONTINUE(Y,N)? N
```

Antenna Design Using Personal Computers

is compared with Richmond's code run on a VAX 11/780.

N	Z_{in} for $L = 0.5\lambda$, $a = .001\lambda$	
	PC	Richmond
1	$73.1+j42.2$	$73.2+j42.6$
3	$81.2+j41.3$	$81.3+j41.7$
5	$82.8+j42.0$	$82.8+j42.4$
7	$83.6+j42.7$	$83.7+j43.1$

Sample output for N=3 is shown below.

Example of DIPOLE Usage

The convergence of the input impedance of a center-fed, unloaded $\lambda/2$ dipole with a radius of 0.001λ

ANTENNE

1. Un primo tentativo di soluzione numerica di un'equazione EFIE
2. Metodo dei residui pesati (metodo dei momenti) per strutture filari
3. Metodo dei residui pesati (metodo dei momenti) per strutture complesse o strutture filari complesse
4. Alcune problematiche inerenti l'implementazione della soluzione numerica del MoM
5. Esempi e risultati

ANTENNE

IL METODO DEI RESIDUI PESATI (METODO DEI MOMENTI) PER STRUTTURE COMPLESSE - Applicazione della tecnica a strutture non filari e filari più complesse

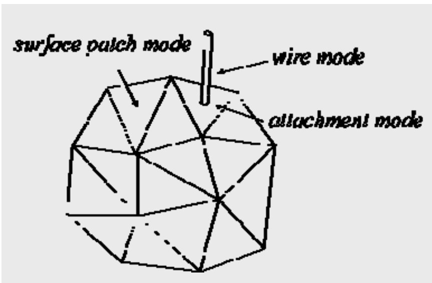
Per strutture non filari si complica l'equazione integrale. La procedura continua ad essere la stessa con le opportune generalizzazioni (ad esempio delle funzioni di base).

$$L_E\left(\mathbf{J}^s\right) = \mathbf{g}$$

Metodi a bassa frequenza: soluzione dell'equazione integrale ed esempi di applicazione

ANTENNE II – ANTENNE IN AMBIENTE OPERATIVO
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

IL METODO DEI RESIDUI PESATI (METODO DEI MOMENTI) PER STRUTTURE COMPLESSE - Classificazione delle funzioni di base



$$\mathbf{J}^s(\mathbf{r}) \cong \sum_{n=1}^{N_w} I_n \mathbf{J}_n^{sw}(\mathbf{r}) + \sum_{n=1}^{N_s} I_n \mathbf{J}_n^{ss}(\mathbf{r}) + \sum_{n=1}^{N_a} I_n \mathbf{J}_n^{sa}(\mathbf{r})$$

$J_n^{sw}(z)$: *wire mode,* funzioni di base di tipo mono-dimensionale per gestire densità di corrente su strutture di tipo filare.

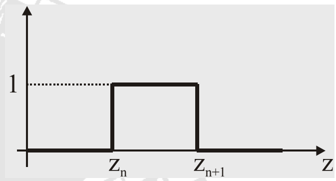
$J_n^{ss}(z)$: *surface patch mode,* funzioni di base di tipo bi-dimensionale per gestire densità di correnti su superfici.

$J_n^{sa}(z)$: *attachment mode,* funzioni di base per gestire le connessioni di una struttura filare ad una superficie.

IL METODO DEI RESIDUI PESATI (METODO DEI MOMENTI) PER STRUTTURE COMPLESSE - Funzioni di base: esempi di *wire mode*

Funzioni rettangolari (*piecewise uniform function*)

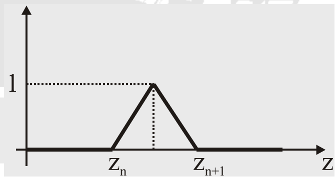
$$\mathbf{J}^{sw} = P(z - z_n)\hat{z}$$



Funzioni triangolari a tratti (*piecewise linear function*)

$$\mathbf{J}^{sw}(z) = \left[P(z - z_n)\frac{z_{n+1} - z}{z_{n+1} - z_n} + P(z - z_{n-1})\frac{z - z_{n-1}}{z_n - z_{n-1}} \right]\hat{z}$$

$$P(z - z_n) = 1 \quad , \quad z_n \le z \le z_{n+1}$$
$$P(z - z_n) = 0 \quad , \quad \text{altrove}$$

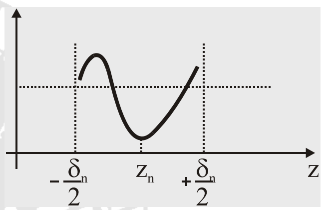


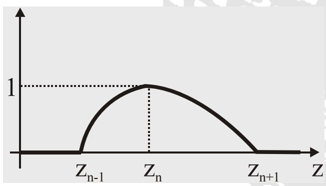
IL METODO DEI RESIDUI PESATI (METODO DEI MOMENTI) PER STRUTTURE COMPLESSE - Funzioni di base: esempi di *wire mode*

Funzioni seno-coseno-costante (programma NEC)

$$\mathbf{J}^{sw}(z) = \{1 + a_n \sin[k(z - z_n)] + b_n \cos[k(z - z_n)]\}\hat{z}$$

$$|z - z_n| < \frac{\delta_n}{2}$$





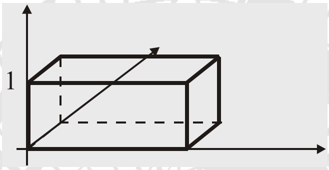
Funzioni sinusoidali a tratti di tipo mono-dimensionale (*piecewise sinusoid function*) (programma ESP)

$$\mathbf{J}^{sw}(z) = \frac{1}{2\pi a}\left[P(z - z_n)\frac{\sin[k(z_{n+1} - z)]}{\sin[k(z_{n+1} - z_n)]} + P(z - z_{n-1})\frac{\sin[k(z - z_{n-1})]}{\sin[k(z_n - z_{n-1})]} \right]\hat{z}$$

ANTENNE II – ANTENNE IN AMBIENTE OPERATIVO
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

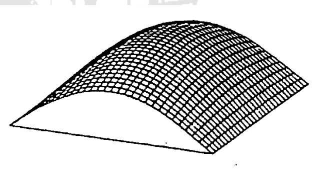
IL METODO DEI RESIDUI PESATI (METODO DEI MOMENTI) PER STRUTTURE COMPLESSE - Funzioni di base: esempi di surface patch mode

Funzioni rettangolari (*pulse function*)



Funzioni sinusoidali a tratti di tipo bi-dimensionale (*piecewise sinusoid function)* (programma ESP-IV)

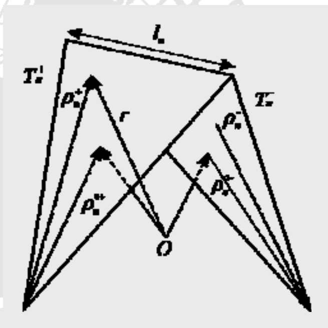
$$\mathbf{J}_S^S(y,z)=\left\{\mathrm{P}(z-z_1)\frac{k\,\mathrm{sen}\left[k(z-z_1)\right]\cos ky}{2\,\mathrm{sen}\left[k(z_2-z_1)\right]\mathrm{sen}\,kw}+\right.$$
$$\left.+\mathrm{P}(z-z_2)\frac{\mathrm{sen}\left[k(z_3-z)\right]\cos ky}{\mathrm{sen}\left[k(z_3-z_2)\right]\mathrm{sen}\,kw}\right\}\hat{\mathrm{z}}$$



IL METODO DEI RESIDUI PESATI (METODO DEI MOMENTI) PER STRUTTURE COMPLESSE - Funzioni di base: esempi di surface patch mode

Funzioni *roof-top* (programma EMPACK)

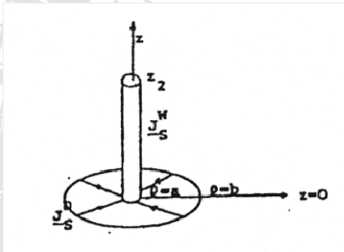
$$\begin{cases}\mathbf{J}_S^S(r)=\dfrac{l}{2A}\boldsymbol{\rho}^+ & \mathrm{r}\quad \text{in } \mathrm{T}^+\\ \mathbf{J}_S^S(r)=\dfrac{l}{2A}\boldsymbol{\rho}^- & \mathrm{r}\quad \text{in } \mathrm{T}^-\\ \mathbf{J}_S^S(r)=0 & \text{altrove}\end{cases}$$



IL METODO DEI RESIDUI PESATI (METODO DEI MOMENTI) PER STRUTTURE COMPLESSE - Funzioni di base: esempi di *attachment* mode

Funzioni di base utilizzate dal programma ESP-IV

$$\mathbf{J}_S^A = \mathbf{J}_S^W + \mathbf{J}_S^D$$



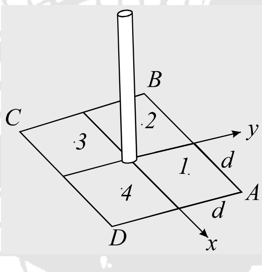
$$\left.\begin{aligned}\mathbf{J}_S^W(z) &= \frac{1}{2\pi a}\frac{\operatorname{sen}\left[k(z_2 - z)\right]}{\operatorname{sen} kz_2}\hat{z} \\ \mathbf{J}_S^D(z) &= -\frac{1}{2\pi\rho}\frac{\operatorname{sen}\left[k(b-\rho)\right]}{\operatorname{sen}\left[k(b-a)\right]}\hat{\rho}\end{aligned}\right\} \quad , \quad a < \rho < b$$

ANTENNE

ANTENNE II – ANTENNE IN AMBIENTE OPERATIVO
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze
Metodi a bassa frequenza: soluzione dell'equazione integrale ed esempi di applicazione

IL METODO DEI RESIDUI PESATI (METODO DEI MOMENTI) PER STRUTTURE COMPLESSE - Funzioni di base: esempi di *attachment* mode

Funzioni di base utilizzate dal programma NEC



$$\mathbf{J}_S(x,y) \cong I_0\mathbf{f}(x,y) + \sum_{j=1}^{4} g(x,y)\left(\mathbf{J}_j - I_0\mathbf{f}_j\right)$$

$$\mathbf{f}(x,y) = \frac{x\hat{\mathbf{x}} + y\hat{\mathbf{y}}}{2\pi\left(x^2+y^2\right)} \quad \mathbf{f}_j = \mathbf{f}(x_j, y_j)$$

$$g_{1,4}(x,y) = \frac{(d+x)(d\mp y)}{4d^2} \quad g_{2,3}(x,y) = \frac{(d-x)(d\pm y)}{4d^2}$$

ANTENNE

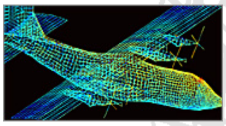
IL METODO DEI RESIDUI PESATI (METODO DEI MOMENTI) PER STRUTTURE COMPLESSE - Esempi di codici numerici

Autore	Programma	Modello	Equazione Integrale	Funzioni di base	Funzioni di peso
J. H. Richmond (*Ohio State University*)	Thin Wire	WGM	EFIE	PWS	PWS
G. J. Burke, A. J. Poggio (*Lawrence Livermore Laboratory*)	Numerical Electromagnetic Code (NEC)	WGM SPM	EFIE MFIE	Seno-coseno-costante-*pulse function*	Dirac
P. H. Newman (*Ohio State University*)	Electromagnetic Surface Patch Code (ESP)	WGM SPM	EFIE	PWS	PWS
D.R. Wilton, S.M. Rao, A.W. Glisson (*University of Mississippi*)	EMPACK	SPM	EFIE MFIE	*roof-top*	Dirac mediate
D. Nitch, A. Fourie (*Poynting Software*)	SuperNEC	WGM	EFIE	seno-coseno-costante	Dirac

IL METODO DEI RESIDUI PESATI (METODO DEI MOMENTI) PER STRUTTURE COMPLESSE - Esempi di codici numerici: SuperNEC

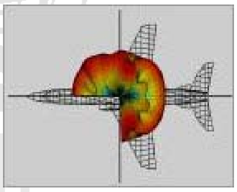
POYNTING Antennas and Electromagnetics

http://www.poynting.co.za



SuperNEC è un *software* commerciale per l'analisi di strutture complesse basato su un metodo ibrido che utilizza il metodo dei momenti (per una EFIE e un modello WGM) e la teoria della diffrazione nella versione uniforme (UTD) (Parte III).

L'interfaccia grafica per MATLAB (versione 5.2 o superiore) consente una facile definizione della struttura da analizzare e la visualizzazione dei parametri elettromagnetici di uscita



IL METODO DEI RESIDUI PESATI (METODO DEI MOMENTI) PER STRUTTURE FILARI - Calcolo dei parametri di interesse e visualizzazione grafica

ANTENNE II – ANTENNE IN AMBIENTE OPERATIVO
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

$$[Z_{mn}][I_n] = [V_m]$$

$Z_{mn} = < w_m, L(F_n) >$	elemento della matrice delle impedenze generalizzate
$V_m = < w_m, g >$	elemento del vettore dei termini noti
I_n	elemento del vettore delle incognite

Risolvendo il sistema si ricavano i coefficienti I_n $\qquad [I_n] = [Z_{mn}]^{-1}[V_m]$

e quindi un'approssimazione della funzione incognita $\qquad I \cong \sum_{n=1}^{N} I_n F_n$

ANTENNE

Metodi a bassa frequenza: soluzione dell'equazione integrale ed esempi di applicazione

IL METODO DEI RESIDUI PESATI (METODO DEI MOMENTI) PER STRUTTURE FILARI – Calcolo dei parametri di interesse e visualizzazione grafica

ANTENNE II – ANTENNE IN AMBIENTE OPERATIVO
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

Dalla distribuzione di corrente equivalente J^s possono essere ricavati

campi lontani

- diagrammi di radiazione
- direttività e guadagno
- efficienza di radiazione
- sezione equivalente radar di un bersaglio (*RCS*, *Radar Cross Section*)

campi vicini

- impedenza di ingresso delle antenne
- entità degli accoppiamenti antenna-antenna e antenna struttura
- livelli di pericolosità delle radiazioni elettromagnetiche non ionizzanti (sul personale, sui combustili RADHAZ=*Radiation Hazard*), sulle armi (HERO=*Hazard of Electromagnetic Radiation Ordenance*), ecc.)

ANTENNE

ALCUNE PROBLEMATICHE INERENTI L'IMPLEMENTAZIONE DELLA SOLUZIONE NUMERICA

1. Un primo tentativo di soluzione numerica di un'equazione EFIE
2. Metodo dei residui pesati (metodo dei momenti) per strutture filari
3. Metodo dei residui pesati (metodo dei momenti) per strutture complesse o strutture filari complesse
4. Alcune problematiche inerenti l'implementazione della soluzione numerica del MoM
5. Esempi e risultati

ANTENNE II – ANTENNE IN AMBIENTE OPERATIVO
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

Metodi a bassa frequenza: soluzione dell'equazione integrale ed esempi di applicazione

PRINCIPALI PROBLEMATICHE NUMERICHE

Le principali problematiche da affrontare nell'implementazione numerica del metodo dei residui pesati sono:

1. soluzione del sistema di equazioni lineari
2. occupazione di memoria
3. tempi di calcolo
4. miglioramento dell'efficienza numerica
5. validazione del codice numerico

ANTENNE II – ANTENNE IN AMBIENTE OPERATIVO
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

SOLUZIONE DEL SISTEMA DI EQUAZIONI LINEARI

La scelta del metodo di soluzione è legata:

- ai tempi di calcolo e all’occupazione di memoria
- al tipo di matrice ottenuta (simmetrica o non simmetrica, ben-condizionata o mal-condizionata)
- alle dimensioni della matrice del sistema, pari al numero di incognite N

ANTENNE

ANTENNE II – ANTENNE IN AMBIENTE OPERATIVO
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

OCCUPAZIONE DELLA MEMORIA: OPERAZIONI RICHIESTE PER L’INVERSIONE DELLA MATRICE DELLE IMPEDENZE GENERALIZZATE

Metodo	Occupazione di memoria
Eliminazione di Gauss	N^2+2N
Metodo iterativo di Seildel	N^2+2N
Metodo iterativo di Jacobi	N^2+3N
Method of stepeest descent	N^2+4N+2
Metodo del gradiente coniugato	N^2+6N+3

Metodo	Divisioni	Moltiplicazioni	Addizioni
Eliminazione di Gauss	N	$N^3/3+ N^2- N/3$	$N^3/3+ N^2/2- 5N/6$
Metodo iterativo di Seildel	N	N^2	N^2-2
Metodo iterativo di Jacobi	N	N^2	N^2-2
Method of stepeest descent	1	$2N^2+3N$	$2N^2+4N$
Metodo del gradiente coniugato	2	$2N^2+6N$	$2N^2+6N$

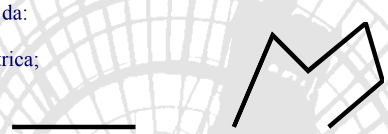
ANTENNE

ANTENNE II – ANTENNE IN AMBIENTE OPERATIVO
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

OCCUPAZIONE DELLA MEMORIA

Il numero di incognite, o meglio le dimensioni della matrice delle impedenze generalizzate dipendono da:

1) la complessità geometrica;



struttura 1 *struttura 2*

$N(1) < N(2)$

2) le dimensioni in termini di lunghezza d'onda;

struttura 1 *struttura 2*

$N(1) < N(2)$

3) il tipo di modello utilizzato.

ANTENNE

Metodi a bassa frequenza: soluzione dell'equazione integrale ed esempi di applicazione

ANTENNE II – ANTENNE IN AMBIENTE OPERATIVO
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

OCCUPAZIONE DELLA MEMORIA: CONFRONTO WGM-SPM

In generale l'uso di un *surface patch model* richiede a parità di area da simulare, un numero minore di incognite rispetto al *wire grid model.*

Esempio: sia N il numero di incognite necessario per simulare una superficie di area λ^2 ed S l'area massima simulabile con 300 incognite. Con ESP-IV (Ohio State University) si ha:

	WGM	SPM
N	150	40
S	$2\lambda^2$	$8\lambda^2$

Il calcolo degli elementi della matrice nel caso si utilizzi *SPM* è più oneroso. L'efficienza di modellizzazione è bassa nel caso di elementi superficiali rettangolari o trapezoidali, elevata con l'impiego di elementi triangolari.

ANTENNE

TEMPI DI CALCOLO

Il tempi di calcolo t associato alla procedura di soluzione di un problema elettromagnetico (di antenna o di *scattering*) con il metodo dei residui pesati sono dati approssimativamente

$$t \cong AN^2 + BN^3 + CN^2 N_1 + DNN_1 N_A$$

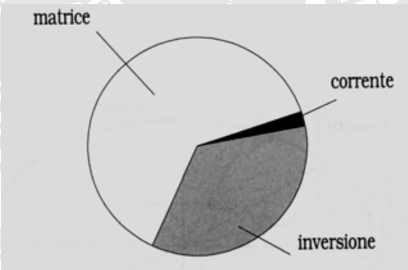
N	numero di incognite
N	numero di incognite
N_1	numero di sorgenti
N_A	numero di punti in cui si vuole calcolare il campo
A	tempo di calcolo di un elemento della matrice
BN^3	tempo necessario per invertire la matrice del sistema
CN_1	tempo di calcolo per la valutazione della corrente
DNN_1N_A	tempo necessario per calcolare i campi irradiati

ANTENNE

TEMPI DI CALCOLO

I coefficienti A, B, C e D dipendono dalle funzioni di base e di peso scelte, dal tipo di calcolatore e di algoritmi numerici utilizzati.

Ad esempio se si utilizza il NEC (matrice delle impedenze non simmetrica, inversione con il metodo di Gauss, simulazione della struttura con un *Wire Grid Model*) la distribuzione dei tempi di calcolo è approssimativamente ripartita come segue



MIGLIORAMENTO DELL'EFFICIENZA NUMERICA

Per risolvere il sistema è possibile utilizzare un algoritmo per cui i tempi di calcolo crescono come N^2 anziché come N^3. In tal caso in generale il termine che pesa maggiormente sui tempi di calcolo è quello legato al calcolo degli elementi della matrice delle impedenze, che comporta in genere una doppia integrazione. In alcuni casi è sufficiente calcolare un numero di elementi inferiore a N^2.

Esempio 1) - Se si utilizza il metodo di Galerkin la matrice delle impedenze è simmetrica

$$Z_{mn} = Z_{nm}$$

e gli elementi da calcolare sono solo N(N+1)/2.

ANTENNE

MIGLIORAMENTO DELL'EFFICIENZA NUMERICA

Esempio 2) - Se la matrice delle impedenze è di Toeplitz, come nel caso di antenne filari divise in sottosezioni di pari lunghezza , si ha:

$$Z_{mn} = Z_{1,|m-n|+1}$$

è quindi sufficiente calcolare N elementi

Esempio 3) - Nel caso di *array* di elementi uguali la matrice delle impedenze è di Toeplitz a blocchi:

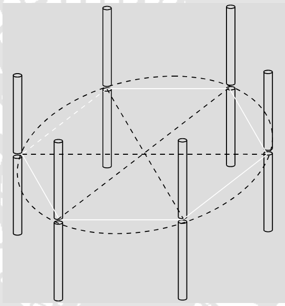
$$[Z]_{array} = \begin{bmatrix} [S]_{11} & [S]_{12} & \cdots & [S]_{1M} \\ [S]_{21} & [S]_{22} & & [S]_{2M} \\ \vdots & & \ddots & \\ [S]_{M1} & & & [S]_{MM} \end{bmatrix}$$

$$[S]_{ij} = [S]_{1,|i-j|+1}$$

ANTENNE

MIGLIORAMENTO DELL'EFFICIENZA NUMERICA

Esempio 4) - Eventuali simmetrie del problema possono essere sfruttate per ridurre il numero di incognite



Oltre a consentire una diminuzione dei tempi di calcolo, questi accorgimenti consentono di migliorare l'efficienza numerica anche in termini di precisione ed occupazione di memoria.

ANTENNE

MIGLIORAMENTO DELL'EFFICIENZA NUMERICA

Analisi nel dominio del tempo - Problematica EMP
Si lavora direttamente nel DT oppure passando nel DF
Si vuole valutare l'andamento della corrente indotta $J^s(\omega)$ dall'impulso elettromagnetico su di una struttura complessa (aereo).

$$\xrightarrow{\textbf{MoM}} \boxed{\mathbf{J}^s(\omega)} \xrightarrow{\textbf{FFT}} \boxed{\mathbf{j}(t)}$$

Per ogni pulsazione si deve calcolare la matrice delle impedenze generalizzate; siccome $Z_{mn}(\omega)$ è lentamente variabile con la frequenza è possibile applicare ai campioni di $Z_{mn}(\omega)$ una procedura di interpolazione per ottenere una descrizione a larga banda degli elementi di $[Z]$.

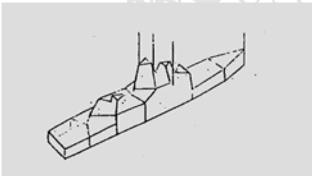
ANTENNE

MIGLIORAMENTO DELL'EFFICIENZA NUMERICA

ANTENNE II – ANTENNE IN AMBIENTE OPERATIVO
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

Modularità del metodo dei residui pesati

Partendo dai modelli geometrici e numerici delle antenne e delle strutture ($[Z_{NN}]$ e $[Z_{AA}]$), si vogliono effettuare prove ripetute di installazione di un'antenna su una struttura elettromagnetica complessa (ad esempio una nave)



$$[\mathbf{Z}] = \begin{bmatrix} [\mathbf{Z}]_{NN} & [\mathbf{Z}]_{NA} \\ [\mathbf{Z}]_{AN} & [\mathbf{Z}]_{AA} \end{bmatrix}$$

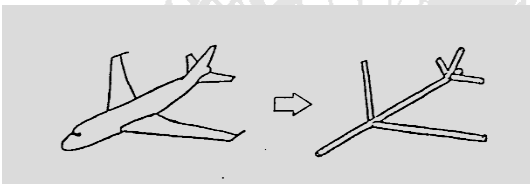
La modularità del metodo permette, per differenti prove d'installazione dell'antenna, di calcolare soltanto le matrici d'interazione antenna-nave $[Z_{AN}]$ e nave-antenna $[Z_{NA}]$.

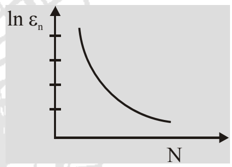
VALIDAZIONE DEL CODICE NUMERICO

ANTENNE II – ANTENNE IN AMBIENTE OPERATIVO
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

Errori associati alla soluzione numerica

Physical Modeling Error (ε_p); deriva dalla sostituzione della struttura fisica reale con una rappresentazione matematica ideale.





Numerical Modeling Error (ε_n) (deriva dalla soluzione numerica approssimata della rappresentazione matematica ideale)

N può essere fatto grande in modo tale che $\varepsilon_n < \varepsilon_p$.

ANTENNE II – ANTENNE IN AMBIENTE OPERATIVO
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

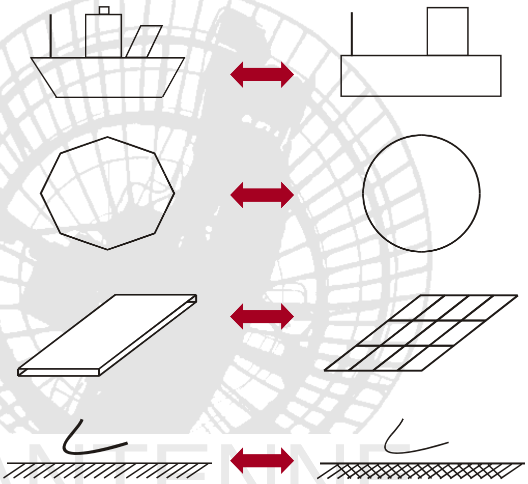
VALIDAZIONE DEL CODICE NUMERICO – *Physical Modeling Error*

forma semplificata

forma differente

oggetto differente

materiale differente

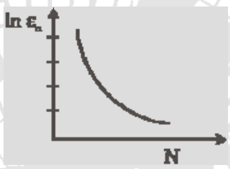


Metodi a bassa frequenza: soluzione dell'equazione integrale ed esempi di applicazione

ANTENNE II – ANTENNE IN AMBIENTE OPERATIVO
Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

VALIDAZIONE DEL CODICE NUMERICO – *Numerical Modeling Error*

non convergenza del procedimento numerico



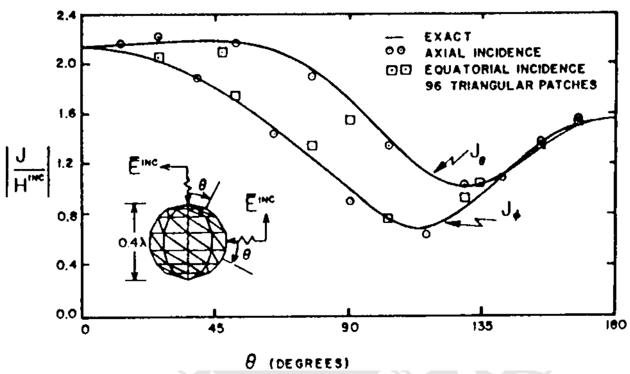
omissione di alcuni dettagli della rappresentazione matematica nel modello numerico

terminazione cuspide variazione di sezione

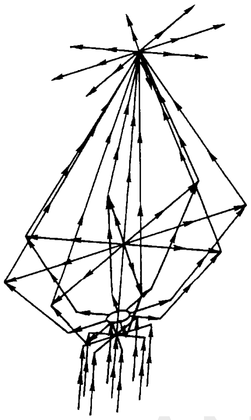
ESEMPI E RISULTATI

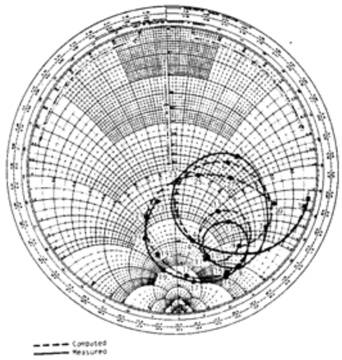
1. Un primo tentativo di soluzione numerica di un'equazione EFIE
2. Metodo dei residui pesati (metodo dei momenti) per strutture filari
3. Metodo dei residui pesati (metodo dei momenti) per strutture complesse o strutture filari complesse
4. Alcune problematiche inerenti l'implementazione della soluzione numerica del MoM
5. **Esempi e risultati**

ESEMPI E RISULTATI - Corrente su di una sfera conduttrice (EMPACK)



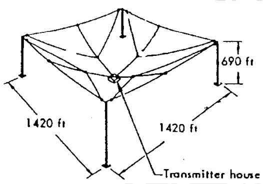
ESEMPI E RISULTATI - Impedenza d'ingresso di un'antenna discono (NEC)

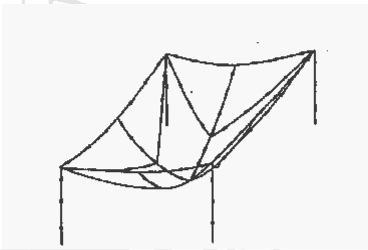


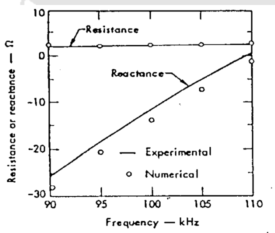


ANTENNE

ESEMPI E RISULTATI - Sectionalized LORAN Transmitter antenna

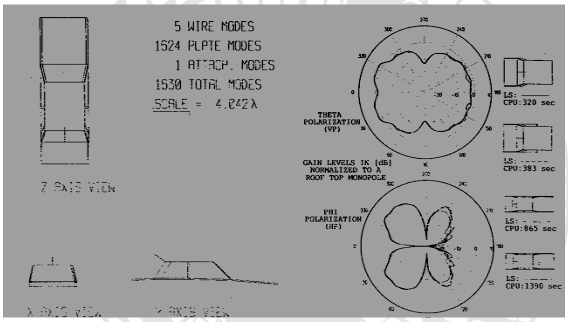




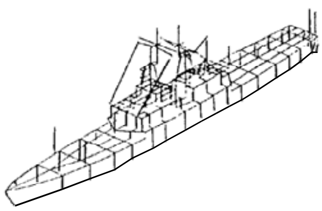


ANTENNE

ESEMPI E RISULTATI - Antenna montata su un'automobile (ESP-IV)



ESEMPI E RISULTATI - Antenna montata su una nave (NEC)



numero fili = 829

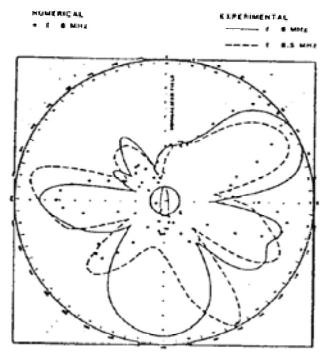
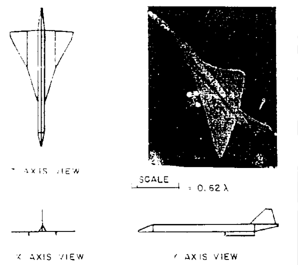
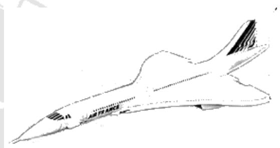


Diagramma di radiazione nel piano azimutale:
confronto tra risultati sperimentali e simulazione

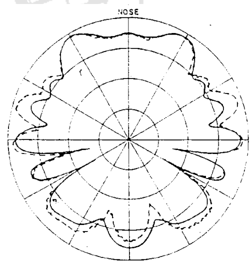
ESEMPI E RISULTATI - RCS di un Concorde (ESP-IV)



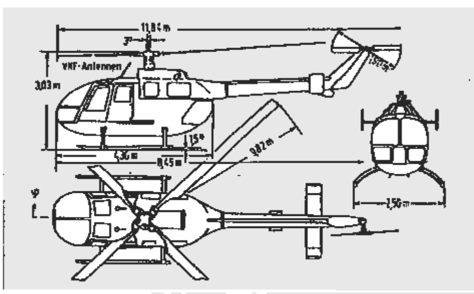


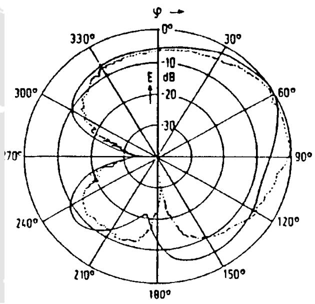
numero piastre = 14

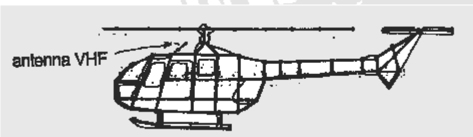
RCS nel piano azimutale per la polarizzazione ϕ : misure (linea tratteggiata), simulazione numerica (linea continua).



ESEMPI E RISULTATI - Antenna VHF montata su un elicottero Bo 105







misure (linea continua)

simulazione numerica con un *Wire Grid Model* (tratteggio)