



## METODI AD ALTA FREQUENZA PER I PROBLEMI DI ANTENNA E DI REIRRADIAZIONE

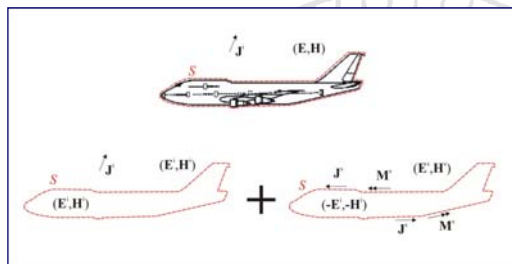
### Ottica geometrica, teoria geometrica della diffrazione e sua versione uniforme, esempi di applicazione

Giuseppe Pelosi  
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni  
Università di Firenze  
E-mail: [giuseppe.pelosi@unifi.it](mailto:giuseppe.pelosi@unifi.it)  
URL: <http://ingfi9.det.unifi.it/>

1/74



### ...RIASSUMENDO



Le sorgenti equivalenti ( $J^s, M^s$ )  
incognite soddisfano ad una  
equazione integro-differenziale

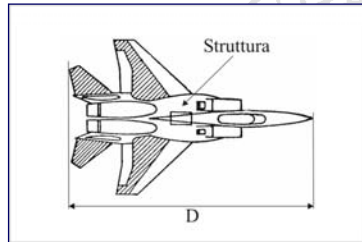
$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) \times \hat{n} = [\mathbf{E}^s(\mathbf{r}; \mathbf{J}^s, \mathbf{M}^s) + \mathbf{E}^i(\mathbf{r}; \mathbf{J}^i)] \times \hat{n} = 0 \quad \mathbf{r} \in S$$

La soluzione dell'equazione integro-differenziale è fatta utilizzando tecniche numeriche. Tali tecniche riconducono la soluzione dell'equazione integro-differenziale a quella di un sistema lineare

2/74



### ...RIASSUMENDO



Nel caso in cui le dimensioni caratteristiche della struttura sono grandi rispetto alla lunghezza d'onda le dimensioni della matrice delle impedenze generalizzate associata al sistema lineare acquista dimensioni proibitive

$D$  sono le dimensioni caratteristiche della struttura

$$D \gg \lambda$$

3/74



### ...RIASSUMENDO

Si devono dunque cercare metodi alternativi...

...si usano le tecniche in alta frequenza (che hanno in genere un'elevata efficienza computazionale) e sfruttano il fatto che ....

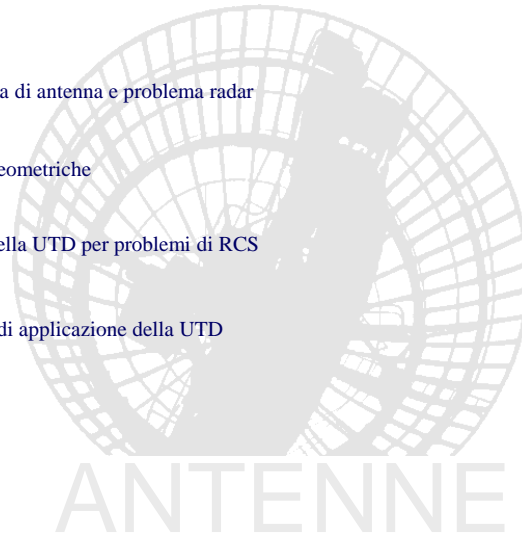
- il fenomeno reirradiativo è di tipo locale e quindi risulta dominante, nella determinazione del fenomeno reirradiativo, la forma della struttura
- le correnti che sono indotte sulla superficie elementare della struttura sono funzioni del campo elettromagnetico incidente e della configurazione geometrica ed elettrica della superficie della struttura
- le correnti indotte non sono influenzate dal campo creato dalle correnti indotte in altre zone della struttura che non sono vicine al punto considerato

4/74



## ORGANIZZAZIONE DELLA PRESENTAZIONE

1. Problema di antenna e problema radar
2. Teorie geometriche
3. Limiti della UTD per problemi di RCS
4. Esempi di applicazione della UTD

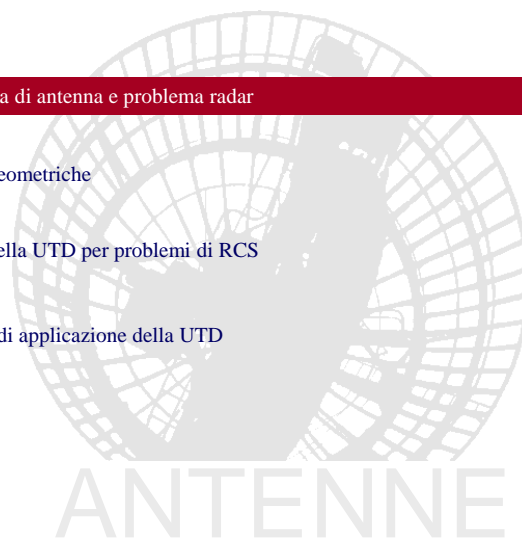


5/74



## PROBLEMA DI ANTENNA E PROBLEMA RADAR

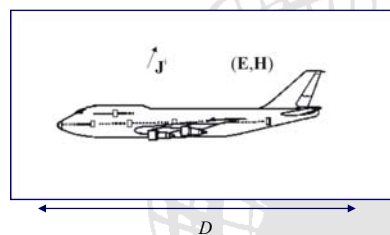
1. Problema di antenna e problema radar
2. Teorie geometriche
3. Limiti della UTD per problemi di RCS
4. Esempi di applicazione della UTD



6/74



### PROBLEMA DI ANTENNA...



$$D \gg \lambda$$

D sono le dimensioni caratteristiche della struttura

Nel *problema di antenna* la distribuzione di corrente nota  $J'$  (antenna) è posta al finito rispetto alla struttura e si vuole determinare il campo in zona vicina-lontana.

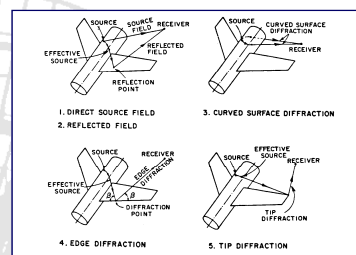
7/74



### PROBLEMA DI ANTENNA...

Per il problema d'antenna si utilizzano le teorie geometriche in cui si approssima a priori il campo elettromagnetico scomponendo il problema in un insieme di problemi canonici.

$$\mathbf{E}^S \cong \mathbf{E}^{go} + \mathbf{E}^d$$

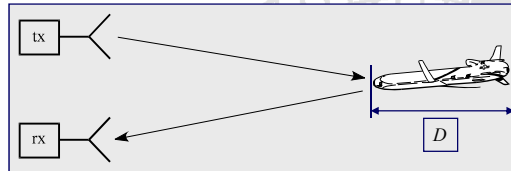


- $\mathbf{E}^{go}$  campo di ottica geometrica (Geometrical Optics, GO)
- $\mathbf{E}^d$  campo diffratto che si calcola con la teoria geometrica della diffrazione nella sua versione uniforme (Uniform Geometrical Theory of Diffraction, UTD)

8/74



### ...E PROBLEMA RADAR



$$D \gg \lambda$$

D sono le dimensioni  
caratteristiche della struttura

Nel problema *radar* la struttura è supposta illuminata da un'onda piana e si vuole determinare il campo lontano

9/74



### ...E PROBLEMA RADAR

Per il *problema radar* si utilizzano le teorie fisiche in cui si approssimano *a priori* le correnti indotte sul bersaglio supposto illuminato da un'onda piana e il campo reirradiato può essere determinato mediante l'integrale di radiazione

$$\mathbf{J}^{tot} = \mathbf{J}^{PO} + \mathbf{J}^f \rightarrow \mathbf{E}^s = \mathbf{E}^{PO}(\mathbf{J}^{PO}) + \mathbf{E}^f(\mathbf{J}^f)$$

- $\mathbf{J}^{PO}$  è la corrente di ottica fisica (Physical Optics, PO)
- $\mathbf{J}^f$  è la corrente di frange che si determina mediante la teoria fisica della diffrazione (Physical Theory of Diffraction, PTD)

10/74



## TEORIE GEOMETRICHE

1. Problema di antenna e problema radar
2. Teorie geometriche
3. Limiti della UTD per problemi di RCS
4. Esempi di applicazione della UTD

11/74



## TEORIE GEOMETRICHE

1. Ottica geometrica (*Geometrical Optics, GO*)
2. Teoria geometrica della diffrazione nella sua versione uniforme (*Uniform Geometrical Theory of Diffraction, UTD*)

12/74



## TEORIE GEOMETRICHE

$$\mathbf{E}^S \cong \mathbf{E}^{go} + \mathbf{E}^d$$

Il campo  $\mathbf{E}^{GO}$  è calcolato mediante l'ottica geometrica (*Geometrical Optics*, GO)

Il campo diffratto  $\mathbf{E}^d$  è calcolato mediante la *Geometrical Theory of Diffraction* (GTD), Keller, 1962, nella sua versione uniforme (*Uniform Geometrical Theory of Diffraction*, UTD), R.G. Kouyoumjian, P.H. Pathak, 1974

13/74



## PROBLEMI CANONICI E PROBLEMI INGEGNERISTICI

1. Problemi canonici
2. Dai problemi canonici ai problemi ingegneristici

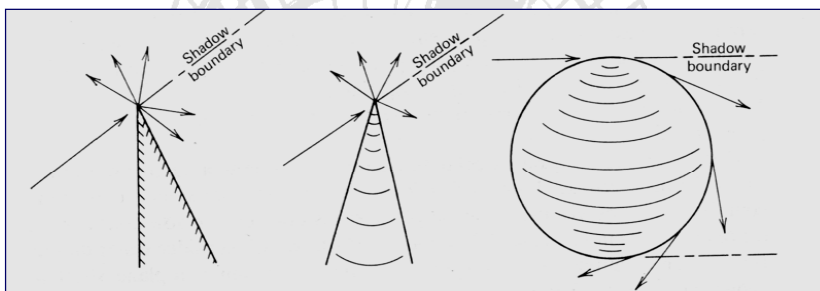
14/74



Metodi ad alta frequenza per i problemi di antenna e di reirradiazione: ottica geometrica, teoria geometrica della diffrazione e sua versione uniforme, esempi di applicazione

### PROBLEMI CANONICI

Nelle teorie geometriche il campo totale è somma del campo dell'ottica geometrica e del campo diffratto. Il campo diffratto è generato dalle discontinuità geometriche/elettriche presenti nella struttura



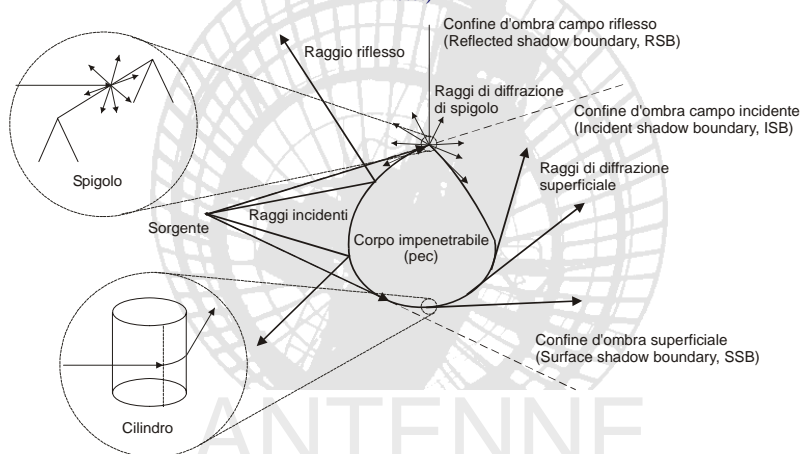
15/74



Metodi ad alta frequenza per i problemi di antenna e di reirradiazione: ottica geometrica, teoria geometrica della diffrazione e sua versione uniforme, esempi di applicazione

### PROBLEMI CANONICI

Il campo totale è dato dalla sovrapposizione dei contributi, associati ai vari problemi canonici, che possono contribuire al campo elettromagnetico (spigolo o *wedge*, cilindro, vertice o *corner, tip*, etc.)



16/74

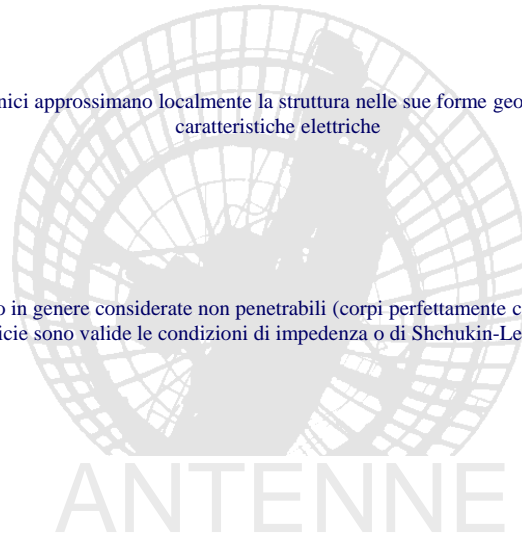




## PROBLEMI CANONICI

I problemi canonici approssimano localmente la struttura nelle sue forme geometriche e nelle sue caratteristiche elettriche

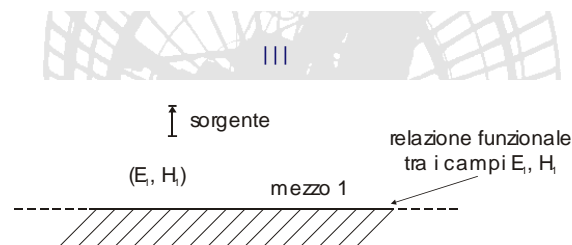
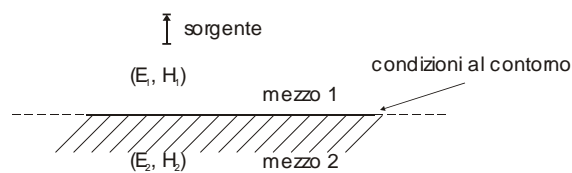
Le strutture sono in genere considerate non penetrabili (corpi perfettamente conduttori, corpi sulla cui superficie sono valide le condizioni di impedenza o di Shchukin-Leontovich, ecc.)



17/74



## CONDIZIONI DI IMPEDENZA DI LEONTOVICH (*Impedance Boundary Conditions, IBC*)



Mi disinteresso del campo elettromagnetico (E2, H2)!!



18/74



### CONDIZIONI DI IMPEDENZA DI LEONTOVICH (*Impedance Boundary Conditions, IBC*)

La relazione funzionale tra i campi elettromagnetici  $(\mathbf{E}^1, \mathbf{H}^1)$  ed  $(\mathbf{E}^2, \mathbf{H}^2)$  in corrispondenza della superficie di interfaccia tra i due mezzi è del tipo:

$$\mathbf{E}_1 - (\hat{n} \cdot \mathbf{E}_1) \hat{n} = Z_s (\hat{n} \times \mathbf{H}_1)$$

o alternativamente

$$\hat{n} \times \mathbf{E}_1 = Z_s \hat{n} \times (\hat{n} \times \mathbf{H}_1)$$

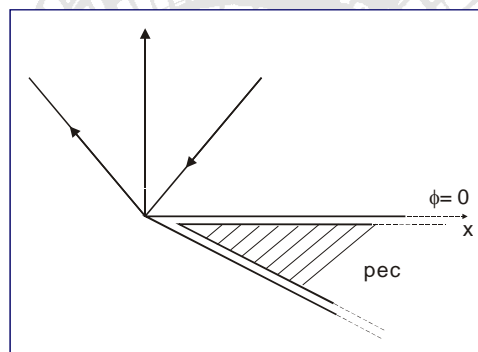
$Z_s$  è l'impedenza superficiale che lega la componente tangente del campo elettrico nel mezzo 1 alla corrente elettrica superficiale indotta all'interfaccia tra i due mezzi ( $Z_s=0$ , caso perfettamente conduttore)

19/74



### ESEMPIO DI CONDIZIONI DI IMPEDENZA

Diedro conduttore ricoperto da un dielettrico



20/74



## REIRRADIAZIONE DA WEDGE

IN REGIME DI ALTA FREQUENZA IL FENOMENO DOMINANTE E' ASSOCIATO ALLA REIRRADIAZIONE DA

WEDGE

21/74



## PROBLEMI CANONICI

Equazioni di Maxwell

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\epsilon\mathbf{E}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H}$$

Sostituendo la seconda nella prima e viceversa si può agevolmente riscrivere:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} - k^2\mathbf{E} = 0$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{H} - k^2\mathbf{H} = 0$$



$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2\mathbf{E} - k^2\mathbf{E} = 0$$

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{H}) - \nabla^2\mathbf{H} - k^2\mathbf{H} = 0$$

22/74



### PROBLEMI CANONICI

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0$$



$$\nabla^2 E_z + k^2 E_z = 0$$

$$\nabla^2 H_z + k^2 H_z = 0$$

$$\left(k^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) E_x = \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} E_z - j\omega\mu \frac{\partial}{\partial y} H_z$$

$$\left(k^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) E_y = \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} E_z + j\omega\mu \frac{\partial}{\partial x} H_z$$

$$\left(k^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) H_x = \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} H_z + j\omega\mu \frac{\partial}{\partial y} E_z$$

$$\left(k^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) H_y = \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} H_z - j\omega\mu \frac{\partial}{\partial x} E_z$$

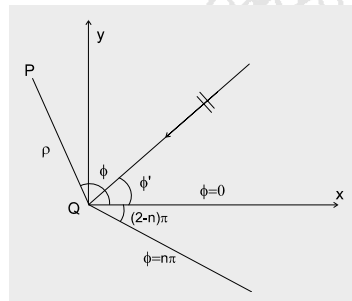
se la dipendenza dei campi dalla coordinata  $z$  è fissata, si ottiene:

$$E_x, H_y, E_y, H_x \text{ funzione di } (E_z, H_z)$$

23/74



### WEDGE PERFETTAMENTE CONDUTTORE (CASO 2D)



- Caso  $TE_z$  (campo elettrico trasverso rispetto all'asse  $z$ )

$$\mathbf{E}_z = 0$$

$$\mathbf{H}^i = H_z^i \hat{z}$$

Caso *Hard*  
(condizioni di Neumann)


- Caso  $TM_z$  (campo magnetico trasverso rispetto all'asse  $z$ )

$$\mathbf{H}_z = 0$$

$$\mathbf{E}^i = E_z^i \hat{z}$$

Caso *Soft*  
(condizioni di Dirichlet)

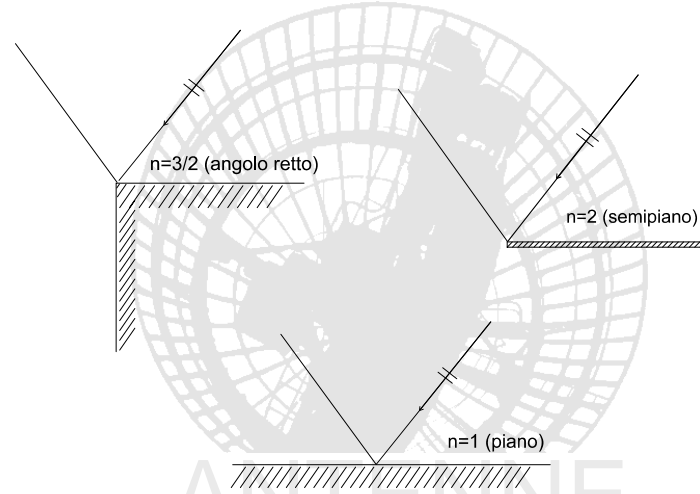
24/74




**ANTENNE II - ANTENNE IN AMBIENTE OPERATIVO**  
 Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico  
 Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni - Università di Firenze

Metodi ad alta frequenza per i problemi di antenna e di irradiazione: ottica geometrica, teoria geometrica della diffrazione e sua versione uniforme, esempi di applicazione

**WEDGE PERFETTAMENTE CONDUTTORE (CASO 2D)**



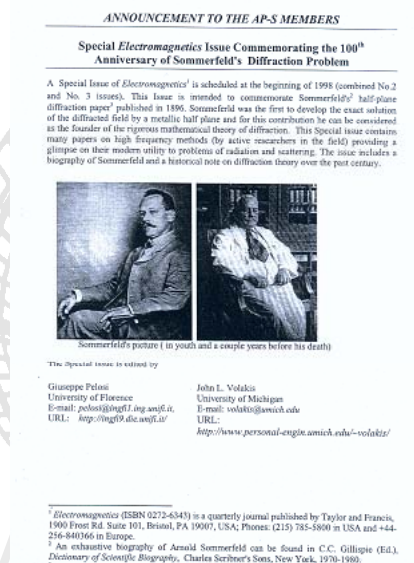
25/74



**ANTENNE II - ANTENNE IN AMBIENTE OPERATIVO**  
 Prof. G. Pelosi - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico  
 Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni - Università di Firenze

Metodi ad alta frequenza per i problemi di antenna e di irradiazione: ottica geometrica, teoria geometrica della diffrazione e sua versione uniforme, esempi di applicazione

**WEDGE PERFETTAMENTE CONDUTTORE (CASO 2D,  $n=2$ , il problema di A. Sommerfeld)**



26/74



### WEDGE PERFETTAMENTE CONDUTTORE (CASO 2D)

campo incidente, Q punto di fase nulla

$$u^i(\rho, \phi) = e^{jk\rho \cos(\phi - \phi')}$$

$$u^i(\rho, \phi) = E_z^i(\rho, \phi) \quad \text{caso soft}$$

$$u^i(\rho, \phi) = H_z^i(\rho, \phi) \quad \text{caso hard}$$

campo totale

$$(\nabla_t^2 + k^2)u(\rho, \phi) = 0$$

$$\nabla_t^2 = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2}$$

$$u(\rho, \phi) = E_z(\rho, \phi) \quad \text{caso soft}$$

$$u(\rho, \phi) = H_z(\rho, \phi) \quad \text{caso hard}$$

caso hard

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial u(\rho, \phi)}{\partial \phi} = 0 \quad \phi = 0$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial u(\rho, \phi)}{\partial \phi} = 0 \quad \phi = n\pi$$

caso soft

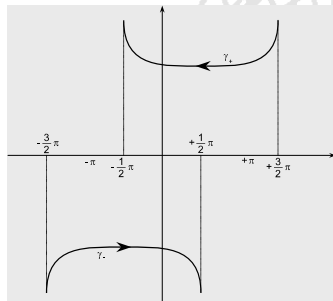
$$u(\rho, \phi) = 0 \quad \phi = 0$$

$$u(\rho, \phi) = 0 \quad \phi = n\pi$$

27/74



### WEDGE PERFETTAMENTE CONDUTTORE (CASO 2D)



Rappresentazione integrale del campo totale di Sommerfeld-Maliuzhinets

$$u(\rho, \phi) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\gamma} s(\alpha + \phi - n\pi/2) e^{jk\rho \cos \alpha} d\alpha$$

$\gamma = \gamma^+ + \gamma^-$  contorno di integrazione di Sommerfeld

$s(\alpha)$  funzione spettrale

$$|s(\alpha) - s(\pm j\infty)| < \exp(-a|\Im(\alpha)|), \quad a > 0$$

con  $\Im(\alpha) \rightarrow \pm\infty$

28/74



### WEDGE PERFETTAMENTE CONDUTTORE (CASO 2D)-CASO SOFT

Si deve determinare la funzione spettrale che dipende dalle condizioni al contorno del campo elettromagnetico totale sulla superficie del wedge  $\phi = 0$  e  $\phi = n\pi$

$$u(\rho, \phi) = 0 \quad \phi = 0$$

$$\frac{1}{2\pi j} \int_{\gamma} s(\alpha - n\pi/2) e^{jk\rho \cos \alpha} d\alpha = 0$$

$$u(\rho, \phi) = 0 \quad \phi = n\pi$$

$$\frac{1}{2\pi j} \int_{\gamma} s(\alpha + n\pi/2) e^{jk\rho \cos \alpha} d\alpha = 0$$

$$\begin{cases} s(\alpha - n\pi/2) = s(-\alpha - n\pi/2) \\ s(\alpha + n\pi/2) = s(-\alpha + n\pi/2) \end{cases}$$

sistema di equazioni  
funzionali alle differenze

$$\frac{1}{n} \frac{2 \cos(\alpha/n)}{\sin(\alpha/n) - \sin(\phi'/n)} =$$

$$= \cot\left(\frac{n\pi - \alpha - \phi'}{2n}\right) - \cot\left(\frac{\alpha - \phi'}{2n}\right)$$

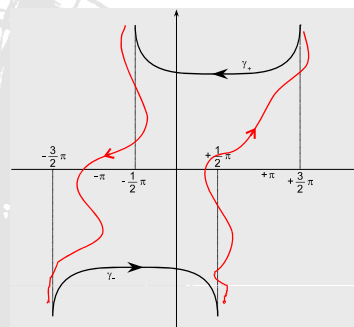
soluzione del sistema

29/74



### WEDGE PERFETTAMENTE CONDUTTORE (CASO 2D)-CASO SOFT

Trovata la funzione spettrale, si pone il problema del calcolo dell'integrale che si risolve applicando il teorema di Cauchy e si pone il problema di come scegliere i cammini di chiusura  $C_1$  e  $C_2$



$$\frac{1}{2\pi j} \int_{\gamma} s(\alpha + \phi - n\pi/2) e^{jk\rho \cos \alpha} d\alpha + \frac{1}{2\pi j} \int_{C_1} s(\alpha + \phi - n\pi/2) e^{jk\rho \cos \alpha} d\alpha +$$

$$+ \frac{1}{2\pi j} \int_{C_2} s(\alpha + \phi - n\pi/2) e^{jk\rho \cos \alpha} d\alpha = \text{somma dei residui dei poli}$$

30/74



**WEDGE PERFETTAMENTE CONDUTTORE (CASO 2D)-CASO SOFT**

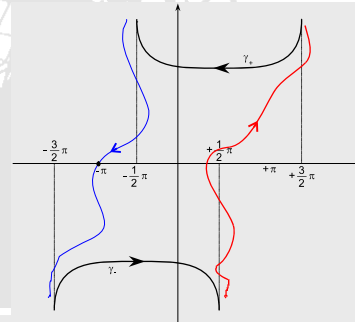
Si scelgono i cammini  $C_1$  e  $C_2$  di chiusura in modo che passino per i punti di sella

$$I(k\rho) = \int_{C_1} e^{k\rho f(\alpha)} F(\alpha) d\alpha$$

$$f(\alpha) = f_R(\alpha) + jf_I(\alpha) = j \cos \alpha$$

$$F(\alpha) = s(\alpha + \phi - n\pi/2)$$

$$\frac{df(\alpha)}{d\alpha} = 0 \text{ punto di sella } \alpha = \alpha_s = \pm\pi$$



31/74



**WEDGE PERFETTAMENTE CONDUTTORE (CASO 2D)-CASO SOFT**

Tra tutti i possibili cammini  $C_1$  e  $C_2$  passanti per i punti di sella si sceglie quello tale che:

$$I(k\rho) = \int_{C_1} e^{k\rho f(\alpha)} F(\alpha) d\alpha$$

$$f(\alpha) = f_R(\alpha) + jf_I(\alpha) = j \cos \alpha$$

$$f_R(\alpha) = f_R(\alpha = \alpha_s) - s^2$$

$$f_I(\alpha) = f_I(\alpha = \alpha_s)$$

$$F(\alpha) = F(\alpha = \alpha_s) - s^2$$

$$I(k\rho) = e^{k\rho f(\alpha_s)} \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(s) e^{-k\rho s^2} ds$$

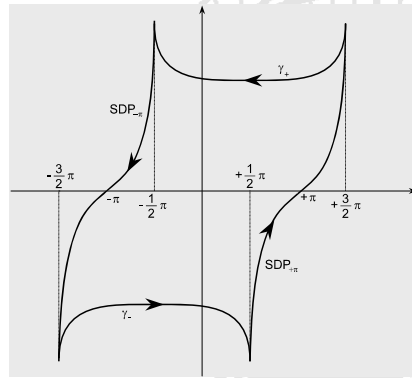
$$\phi(s) = F(\alpha) \frac{d\alpha(s)}{ds}$$

32/74





**WEDGE PERFETTAMENTE CONDUTTORE (CASO 2D)-CASO SOFT**



**Steepest Descent Paths, SDP**

$$SDP_{+\pi} \quad Re(\alpha) = +\pi - gd[Im(\alpha)]$$

$$SDP_{-\pi} \quad Re(\alpha) = -\pi - gd[Im(\alpha)]$$

$$gd(x) = \cos^{-1}[\cosh(x)]$$

*Gudermann function*

33/74



**WEDGE PERFETTAMENTE CONDUTTORE (CASO 2D)-CASO SOFT**

$$\frac{1}{2\pi j} \int_{\gamma} s(\alpha + \phi - n\pi/2) e^{jk\rho \cos \alpha} d\alpha + \frac{1}{2\pi j} \int_{SDP_{+\pi}} s(\alpha + \phi - n\pi/2) e^{jk\rho \cos \alpha} d\alpha +$$

$$+ \frac{1}{2\pi j} \int_{SDP_{-\pi}} s(\alpha + \phi - n\pi/2) e^{jk\rho \cos \alpha} d\alpha = \sum_n r_n$$

$r_n$  sono i residui nella fascia  $-\pi - gd[Im(\alpha)] < Re(\alpha) < +\pi - gd[Im(\alpha)]$

$$u(\rho, \phi) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\gamma} s(\alpha + \phi - n\pi/2) e^{jk\rho \cos \alpha} d\alpha = u^d(\rho, \phi) + u^{go}(\rho, \phi)$$

$$u^{go}(\rho, \phi) = \sum_n r_n$$

campo dell'ottica geometrica

$$u^d(\rho, \phi) = -\frac{1}{2\pi j} \int_{SDP_{+\pi}} s(\alpha + \phi - n\pi/2) e^{jk\rho \cos \alpha} d\alpha - \frac{1}{2\pi j} \int_{SDP_{-\pi}} s(\alpha + \phi - n\pi/2) e^{jk\rho \cos \alpha} d\alpha$$

campo diffratto

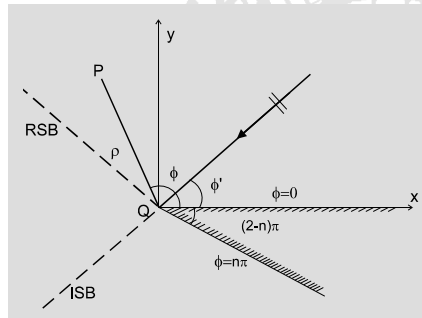
34/74



Metodi ad alta frequenza per i problemi di antenna e di reirradiazione: ottica geometrica, teoria geometrica della diffrazione e sua versione uniforme, esempi di applicazione

### WEDGE PERFETTAMENTE CONDUTTORE (CASO 2D)-CASO SOFT-CONTRIBUTO DI GO

Fissata la direzione d'incidenza e il punto di osservazione è fissata la localizzazione nel piano-a dei poli



I poli possono essere intercettati o non dalla chiusura del cammino di Sommerfeld attraverso i due SDP

I contributi dei residui dei poli intercettati dall'applicazione del teorema di Cauchy forniscono il contributo della GO

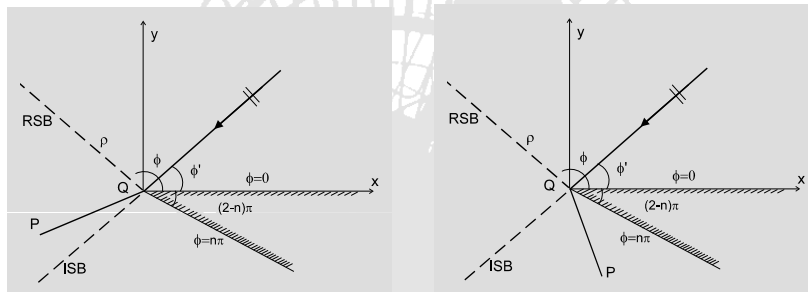
2 poli = campo diretto + campo riflesso

35/74



Metodi ad alta frequenza per i problemi di antenna e di reirradiazione: ottica geometrica, teoria geometrica della diffrazione e sua versione uniforme, esempi di applicazione

### WEDGE PERFETTAMENTE CONDUTTORE (CASO 2D)-CASO SOFT-CONTRIBUTO DI GO



1 poli = campo diretto in P

0 poli = il campo di GO è nullo in P

36/74

**WEDGE PERFETTAMENTE CONDUTTORE (CASO 2D)-CASO SOFT-CONTRIBUTO DI GO**

Il campo dell'Ottica Geometrica è discontinuo!!

$$u^i(\rho, \phi) h[\pi - (\phi - \phi')] + u^r(\rho, \phi) h[\pi - (\phi + \phi')]$$

$$u^i(\rho, \phi) = e^{jk\rho \cos(\phi - \phi')} \quad \text{campo incidente}$$

$$u^r(\rho, \phi) = -e^{jk\rho \cos(\phi + \phi')} \quad \text{campo riflesso}$$

Si deve introdurre il campo diffratto per rendere continuo il campo totale

$$u^d(\rho, \phi) = -\frac{1}{2\pi j} \int_{SDP_{+\pi}} s(\alpha + \phi - n\pi/2) e^{jk\rho \cos \alpha} d\alpha - \frac{1}{2\pi j} \int_{SDP_{-\pi}} s(\alpha + \phi - n\pi/2) e^{jk\rho \cos \alpha} d\alpha$$

37/74

**WEDGE PERFETTAMENTE CONDUTTORE (CASO 2D)-CASO SOFT-CAMPO DIFFRATTO**

$$u^d(\rho, \phi) = -\frac{1}{2\pi j} \int_{SDP_{+\pi}} s(\alpha + \phi - n\pi/2) e^{jk\rho \cos \alpha} d\alpha - \frac{1}{2\pi j} \int_{SDP_{-\pi}} s(\alpha + \phi - n\pi/2) e^{jk\rho \cos \alpha} d\alpha$$

Si devono valutare in modo efficiente i due integrali lungo i due SDP passanti attraverso i due punti di sella  $\alpha_s$

$$\alpha = \alpha_s = \pm\pi$$

Per fare questo si utilizza il metodo SDP nella versione modificata di Pauli-Clemmow

38/74



Metodi ad alta frequenza per i problemi di antenna e di reirradiazione: ottica geometrica, teoria geometrica della diffrazione e sua versione uniforme, esempi di applicazione

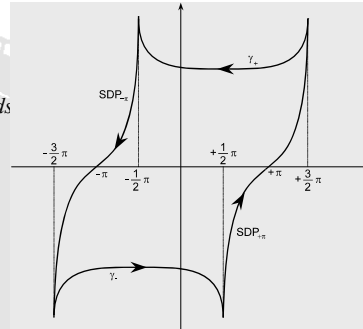
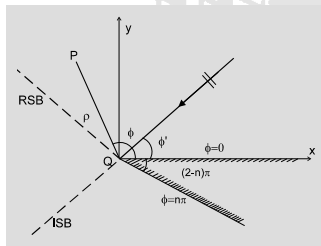
## WEDGE PERFETTAMENTE CONDUTTORE (CASO 2D)-CASO SOFT-CAMPO DIFFRATTO

$$I(k\rho) = \int_{SDP_{-\pi}} e^{k\rho f(\alpha)} F(\alpha) d\alpha = e^{k\rho f(\alpha_s)} \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(s) e^{-k\rho s^2} ds$$

$$f(\alpha) = f_R(\alpha) + j f_I(\alpha) = j \cos \alpha$$

$$\phi(s) = F(\alpha) \frac{d\alpha}{ds}$$

$$F(\alpha) = s(\alpha + \phi - n\pi/2)$$



La funzione  $F(\alpha)$  ha poli sull'asse reale ( $\alpha = \alpha_p$ ) ed i residui dei poli corrispondono ai contributi di GO

I poli possono passare per il punto di sella  $\alpha = \alpha_s = \pm\pi$  e questo avviene quando il punto di osservazione è vicino ai confini RSB e ISB

39/74



Metodi ad alta frequenza per i problemi di antenna e di reirradiazione: ottica geometrica, teoria geometrica della diffrazione e sua versione uniforme, esempi di applicazione

## WEDGE PERFETTAMENTE CONDUTTORE (CASO 2D)-CASO SOFT-CAMPO DIFFRATTO

$$\alpha = \alpha_p \text{ polo}$$

$$G(s) = F(\alpha) \frac{d\alpha}{ds} [f(\alpha) - f(\alpha = \alpha_p)]$$

$$G(s) = \sum_{m=0}^{\infty} c_m s^m$$

$$f(\alpha) - f(\alpha = \alpha_p) = f(\alpha = \alpha_s) - f(\alpha = \alpha_p) + s^2 = (s^2 + ja)$$

$$a = j [f(\alpha = \alpha_s) - f(\alpha = \alpha_p)]$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F(\alpha) \frac{d\alpha(s)}{ds} e^{-k\rho s^2} ds = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{G(s)}{s^2 + ja} e^{-k\rho s^2} ds \cong -c_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-k\rho s^2}}{s^2 + ja} ds, \quad k\rho \gg 1$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-k\rho s^2}}{s^2 + ja} ds = 2e^{k\rho a} \sqrt{\frac{\pi}{a}} \int_{\sqrt{k\rho a}}^{+\infty} e^{-\tau^2} d\tau$$

40/74



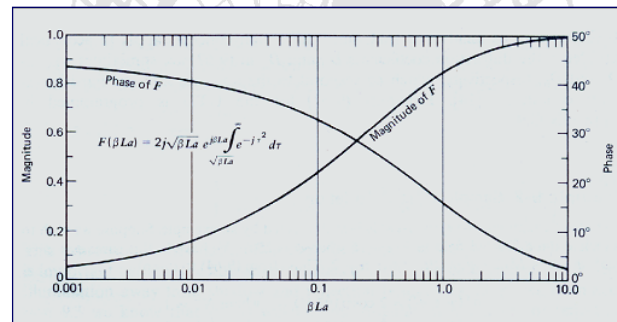
Metodi ad alta frequenza per i problemi di antenna e di reirradiazione: ottica geometrica, teoria geometrica della diffrazione e sua versione uniforme, esempi di applicazione

## WEDGE PERFETTAMENTE CONDUTTORE (CASO 2D)-CASO *SOFT*-CAMPO DIFFRATTO

$$2e^{k\rho a} \sqrt{\frac{\pi}{a}} \int_{\sqrt{k\rho a}}^{+\infty} e^{j\tau^2} d\tau$$

Questo integrale viene in genere scritto utilizzando la funzione di transizione

$$F(X) = 2j \sqrt{|X|} e^{jX} \int_{\sqrt{|X|}}^{\infty} e^{-j\tau^2} d\tau$$

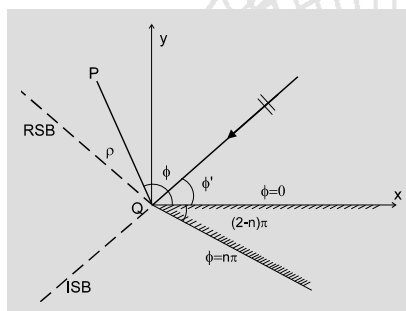


41/74



Metodi ad alta frequenza per i problemi di antenna e di reirradiazione: ottica geometrica, teoria geometrica della diffrazione e sua versione uniforme, esempi di applicazione

## WEDGE PERFETTAMENTE CONDUTTORE (CASO 2D)-CASO *SOFT*-CAMPO TOTALE



$$u(\rho, \phi) = E_z(\rho, \phi)$$

$$u(\rho, \phi) = u^d(\rho, \phi) + u^{go}(\rho, \phi)$$

$$u^{go}(\rho, \phi) = u^i(\rho, \phi) + u^r(\rho, \phi)$$

$$u^i(\rho, \phi) = e^{jk\rho \cos(\phi - \phi')} \quad \text{campo incidente}$$

$$u^r(\rho, \phi) = -e^{jk\rho \cos(\phi + \phi')} \quad \text{campo riflesso}$$

$$u^d(\rho, \phi) = D(\rho, \phi, \phi') \frac{e^{-jk\rho}}{\sqrt{\rho}} \quad \text{campo diffratto}$$

42/74



## WEDGE PERFETTAMENTE CONDUTTORE (CASO 2D)-CASO *SOFT*-CAMPO TOTALE

Coefficiente di diffrazione della UTD per un *wedge* perfettamente conduttore

$$u(\rho, \phi) = u^d(\rho, \phi) + u^{go}(\rho, \phi)$$

$$u^d(\rho, \phi) = D(\rho, \phi, \phi') \frac{e^{-jk\rho}}{\sqrt{\rho}} \quad \text{campo diffratto}$$

$$D(\rho, \phi, \phi') = \frac{-e^{-j(\pi/4)}}{2n\sqrt{2\pi k}} \times \left[ \cot\left(\frac{\pi + (\phi - \phi')}{2n}\right) F[k\rho a^+(\phi - \phi')] + \cot\left(\frac{\pi - (\phi - \phi')}{2n}\right) F[k\rho a^-(\phi - \phi')] \right] \mp \left[ \cot\left(\frac{\pi + (\phi + \phi')}{2n}\right) F[k\rho a^+(\phi + \phi')] + \cot\left(\frac{\pi - (\phi + \phi')}{2n}\right) F[k\rho a^-(\phi + \phi')] \right]$$

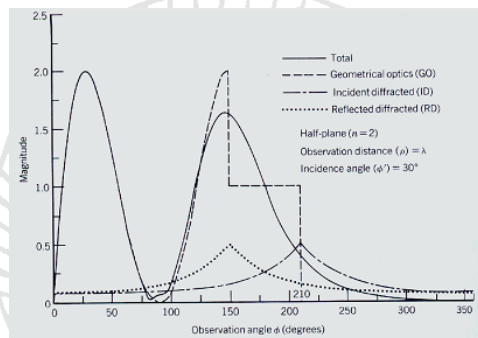
$$a^\pm(\phi \pm \phi') = 2 \cos^2 \left[ \frac{2n\pi N^\pm - (\phi \pm \phi')}{2} \right] \quad N^\pm \text{ interi che meglio soddisfano le relazioni:}$$

$$\begin{cases} 2n\pi N^+ - (\phi \pm \phi') = \pi \\ 2n\pi N^- - (\phi \pm \phi') = -\pi \end{cases}$$

43/74



## WEDGE PERFETTAMENTE CONDUTTORE (CASO 2D)



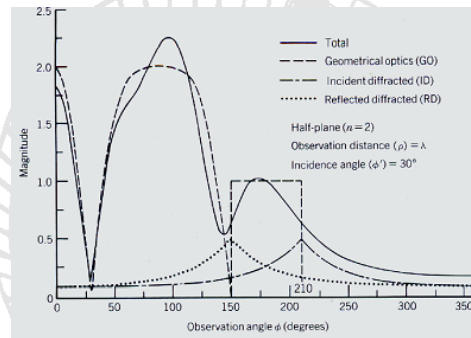
Distribuzione del campo elettrico dovuto ad un'onda piana incidente normalmente su un semipiano perfettamente conduttore (caso *soft*)

44/74



Metodi ad alta frequenza per i problemi di antenna e di reirradiazione: ottica geometrica, teoria geometrica della diffrazione e sua versione uniforme, esempi di applicazione

### WEDGE PERFETTAMENTE CONDUTTORE (CASO 2D)



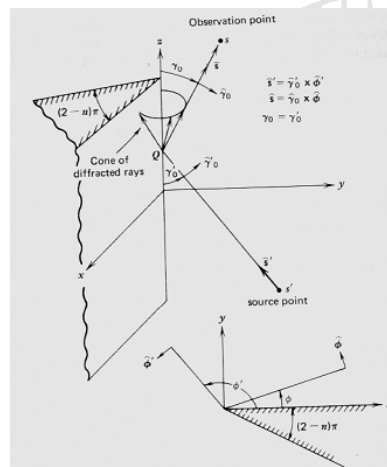
Distribuzione del campo magnetico dovuto ad un'onda piana incidente normalmente su un semipiano perfettamente conduttore (caso *hard*)

45/74



Metodi ad alta frequenza per i problemi di antenna e di reirradiazione: ottica geometrica, teoria geometrica della diffrazione e sua versione uniforme, esempi di applicazione

### WEDGE PERFETTAMENTE CONDUTTORE (CASO 3D)-Ray Fixed Coordinate System

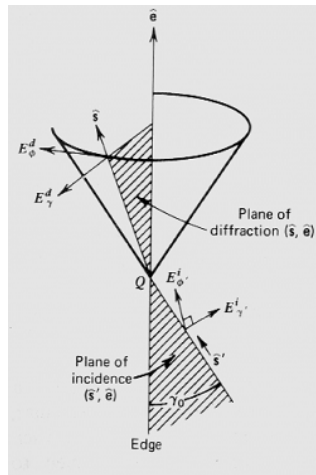


$$\begin{bmatrix} E_y^d(s) \\ E_\phi^d(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -D_{||} & 0 \\ 0 & -D_{\perp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{y'}^i(Q) \\ E_{\phi'}^i(Q) \end{bmatrix} A(s) e^{-jks}$$

46/74



**WEDGE PERFETTAMENTE CONDUTTORE (CASO 3D)-Ray Fixed Coordinate System**



$$\mathbf{E}^d = [D] \mathbf{E}^i A(s) e^{-jks}$$

$$\begin{bmatrix} E_{\parallel}^d(s) \\ E_{\perp}^d(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -D_{\parallel} & 0 \\ 0 & -D_{\perp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{\parallel}^i(Q) \\ E_{\perp}^i(Q) \end{bmatrix} A(s) e^{-jks}$$

$[D] \rightarrow$  matrice coefficienti di diffrazione

$s \rightarrow$  distanza osservatore-punto di diffrazione

$A(s) \rightarrow$  fattore di *spreading*

47/74



**WEDGE PERFETTAMENTE CONDUTTORE (CASO 3D)-Ray Fixed Coordinate System**

Coefficiente di diffrazione della UTD per un *wedge* perfettamente conduttore

$$D_{\perp}(L, \phi, \phi') = \frac{-e^{-j(\gamma_0'/2)}}{2n\sqrt{2\pi k} \sin \gamma_0'} \times \left[ \cot\left(\frac{\pi + (\phi - \phi')}{2n}\right) F[kLa^+(\phi - \phi')] + \cot\left(\frac{\pi - (\phi - \phi')}{2n}\right) F[kLa^-(\phi - \phi')] \right] \mp \left[ \cot\left(\frac{\pi + (\phi + \phi')}{2n}\right) F[kLa^+(\phi + \phi')] + \cot\left(\frac{\pi - (\phi + \phi')}{2n}\right) F[kLa^-(\phi + \phi')] \right]$$

48/74





### WEDGE PERFETTAMENTE CONDUTTORE (CASO 3D)-Ray Fixed Coordinate System

Tipologia dell'onda incidente



$$L = \begin{cases} s \sin^2 \gamma_0 & \text{onda piana} \\ \frac{\rho' \rho}{\rho' + \rho} & \text{onda cilindrica} \\ \frac{s' s \sin^2 \gamma_0}{s' + s} & \text{onda sferica} \end{cases}$$

$$F(X) = 2j \sqrt{|X|} \int_{\sqrt{|X|}}^{\infty} e^{-j\tau^2} d\tau$$

$$a^{\pm}(\phi \pm \phi') = 2 \cos^2 \left[ \frac{2n\pi N^{\pm} - (\phi \pm \phi')}{2} \right]$$

$N^{\pm}$  interi che meglio soddisfano le relazioni:

$$\begin{cases} 2n\pi N^+ - (\phi \pm \phi') = \pi \\ 2n\pi N^- - (\phi \pm \phi') = -\pi \end{cases}$$

49/74



### WEDGE PERFETTAMENTE CONDUTTORE (CASO 3D)-Ray Fixed Coordinate System

L'equazione che fornisce il campo diffratto dal wedge può essere riscritta

$$\begin{bmatrix} E_{\parallel}^d(s) \\ E_{\perp}^d(s) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} -D_{\parallel} & 0 \\ 0 & -D_{\perp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{\parallel}^i(Q) \\ E_{\perp}^i(Q) \end{bmatrix} A(s) e^{-j\beta s}$$

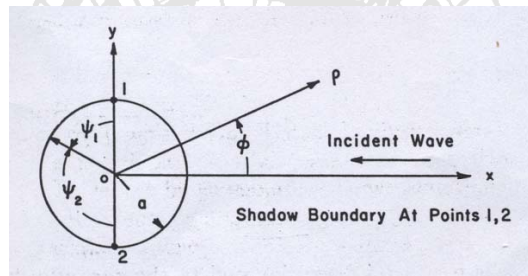
$$A(s) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{s}} & \text{onde piane, cilindriche e coniche} \\ \sqrt{\frac{s'}{s(s+s')}} & \text{onde sferiche} \end{cases}$$

50/74



### DIFFRAZIONE DA SUPERFICI CURVE-*Creeping wave*

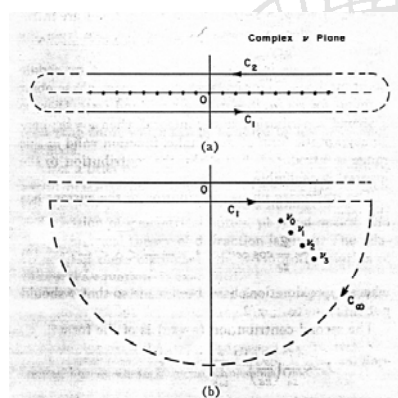
$$E_z(\rho, \phi) = e^{-jk\rho \cos \phi} - \sum_{n=-\infty}^{+\infty} j^n \frac{J_n(ka)}{H_n^{(2)}(ka)} H_n^{(2)}(ka) e^{jn\phi}$$



51/74



### DIFFRAZIONE DA SUPERFICI CURVE-*Creeping wave*



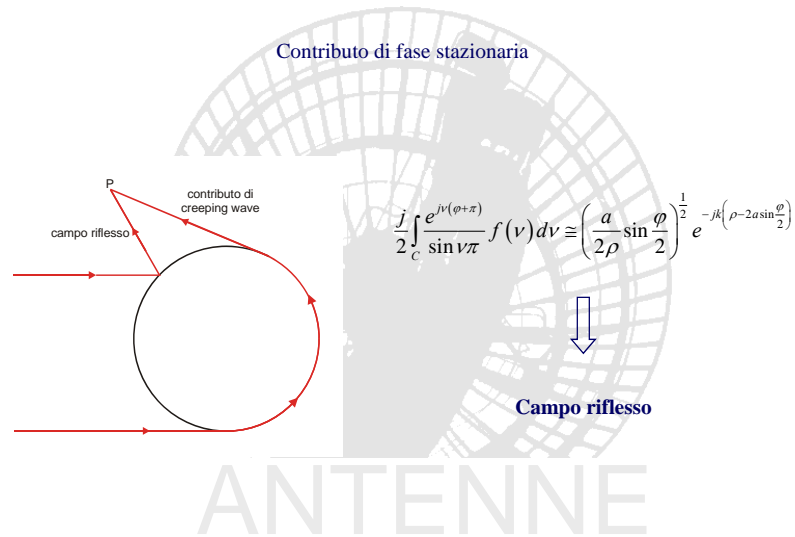
Trasformata di Watson

$$\frac{j}{2} \int_c \frac{e^{j\nu(\phi+\pi)}}{\sin \nu\pi} f(\nu) d\nu = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f(n) e^{jn\phi}$$

52/74



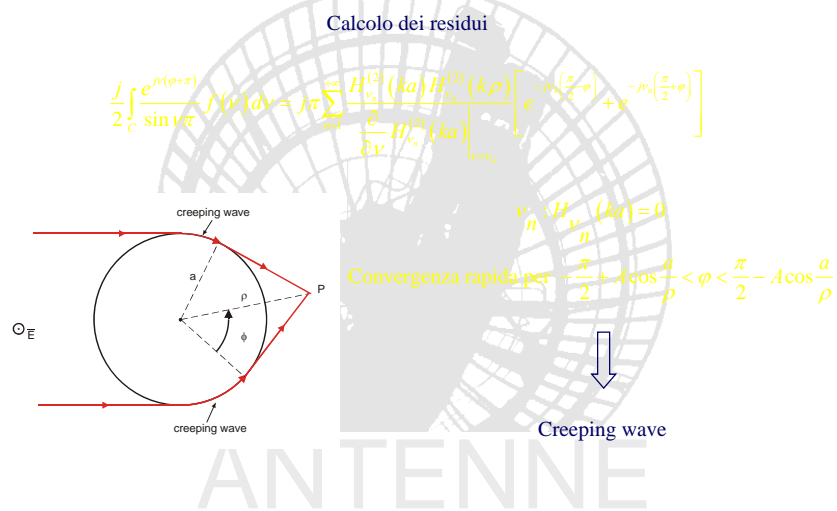
### DIFFRAZIONE DA SUPERFICI CURVE-*Creeping wave*



53/74



### DIFFRAZIONE DA SUPERFICI CURVE-*Creeping wave*



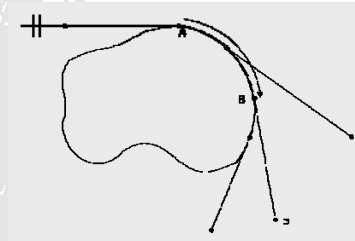
54/74



Metodi ad alta frequenza per i problemi di antenna e di reirradiazione: ottica geometrica, teoria geometrica della diffrazione e sua versione uniforme, esempi di applicazione

### DIFFRAZIONE DA SUPERFICI CURVE-*Creeping wave*

$$E_{cw}^s = E_A^i L_A D_B G(s) \frac{e^{-jkl}}{\sqrt{l}} e^{-\int_A^B \gamma(s) ds}$$



$E_{cw}^s$  campo diffratto dovuto alla *creeping wave*

$L_A$  coefficiente di lancio nel punto A

$D_B$  coefficiente diffrazione nel punto B

$\gamma(s) = \alpha(s) + j\beta(s)$  fattore di propagazione di *creeping wave*

$s$  lunghezza arco lungo il percorso della *creeping wave*

$G(s)$  fattore di divergenza dovuto alla geometria del raggio

55/74



Metodi ad alta frequenza per i problemi di antenna e di reirradiazione: ottica geometrica, teoria geometrica della diffrazione e sua versione uniforme, esempi di applicazione

### DIFFRAZIONE DA UN VERTICE (O *CORNER*), DA UN *TIP*,...

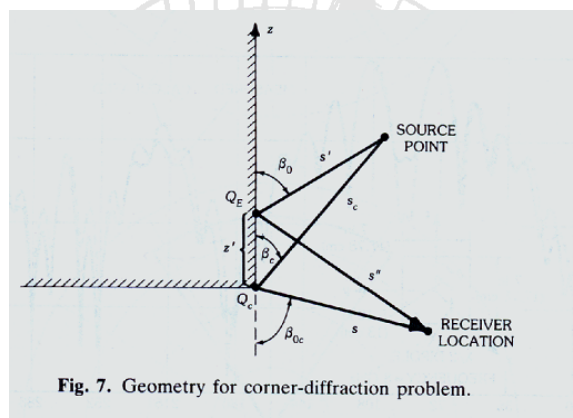
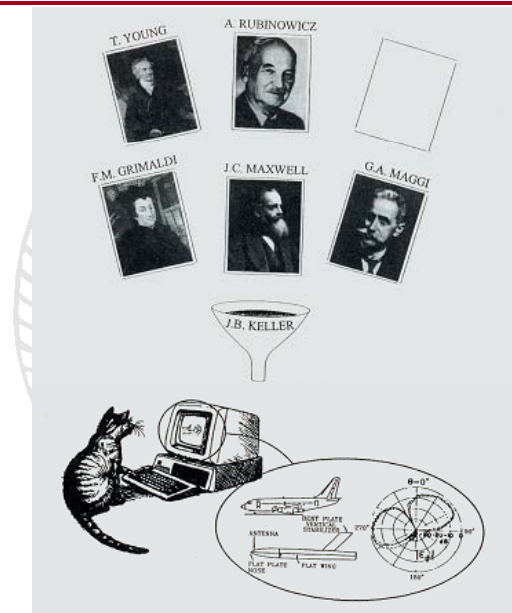


Fig. 7. Geometry for corner-diffraction problem.

56/74



### DAI PROBLEMI CANONICI AI PROBLEMI INGEGNERISTICI



57/74



### DAI PROBLEMI CANONICI AI PROBLEMI INGEGNERISTICI

#### Geometrical Theory of Diffraction

Joseph B. Keller

The geometrical theory of diffraction is an extension of geometrical optics which accounts for diffraction. It introduces diffracted rays in addition to the usual rays of geometrical optics. These rays are produced by incident rays which hit edges, corners, or vertices of boundary surfaces, or which graze such surfaces. Various laws of diffraction, analogous to the laws of reflection and refraction, are employed to characterize the diffracted rays. A modified form of Fermat's principle, equivalent to these laws, can also be used.

J.B. Keller, Geometrical Theory of Diffraction, *Journal of the Optical Society of America*, Vol. 52 n. 2, pp. 116-130, 1962

58/74



### DAI PROBLEMI CANONICI AI PROBLEMI INGEGNERISTICI

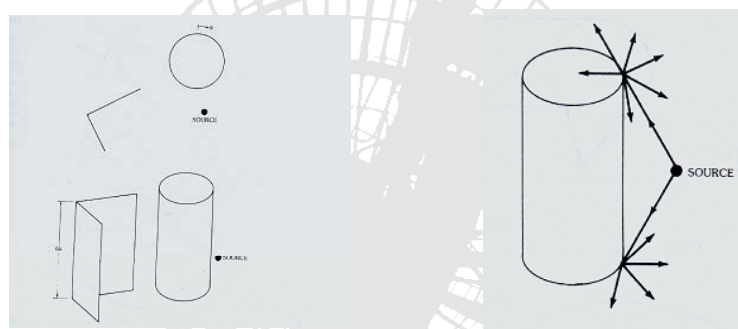
In pratica in regime di alta frequenza (ovvero quando le dimensioni della struttura sono grandi rispetto alla lunghezza d'onda) .....

- l'oggetto è scomposto in un insieme di problemi canonici (*wedge* o spigolo, cilindro, vertice o *corner*, *tip*, etc.) che approssimano localmente la struttura nelle sue caratteristiche geometriche ed elettriche
- il campo totale è la somma del campo di ottica geometrica e del campo diffratto associato ai vari problemi canonici
- fissati il punto di osservazione e il punto sorgente i problemi canonici che contribuiscono al campo totale sono individuati mediante il principio di Fermat generalizzato (*ray tracing*)

59/74



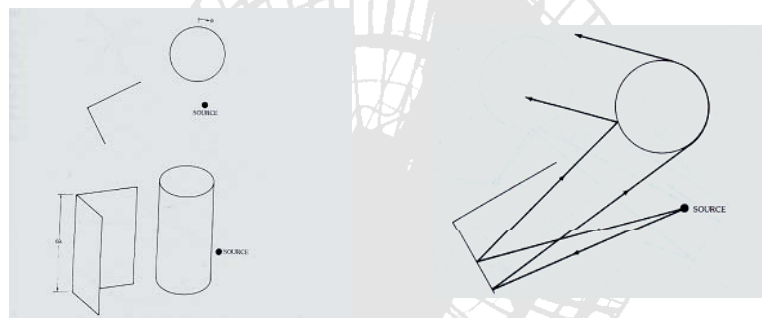
### DAI PROBLEMI CANONICI AI PROBLEMI INGEGNERISTICI



60/74



### DAI PROBLEMI CANONICI AI PROBLEMI INGEGNERISTICI



61/74



### DAI PROBLEMI CANONICI AI PROBLEMI INGEGNERISTICI

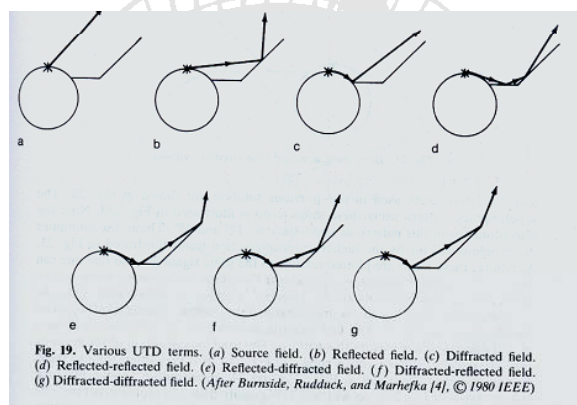


Fig. 19. Various UTD terms. (a) Source field. (b) Reflected field. (c) Diffracted field. (d) Reflected-reflected field. (e) Reflected-diffracted field. (f) Diffracted-reflected field. (g) Diffracted-diffracted field. (After Burnside, Rudduck, and Marhefka [4], © 1980 IEEE)

62/74



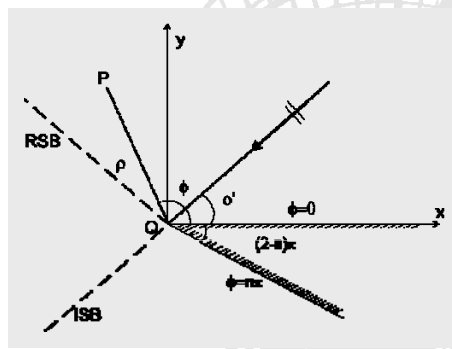
### LIMITI DELLA UTD PER PROBLEMI DI RCS

1. Problema di antenna e problema radar
2. Teorie geometriche
3. Limiti della UTD per problemi di RCS
4. Esempi di applicazione della UTD

63/74



### LIMITI DELLA UTD PER PROBLEMI DI RCS



per  $k\rho \rightarrow \infty$

$$F(x)=1$$

Per cui il campo diffratto diverge sui  
confini ISB e RSB

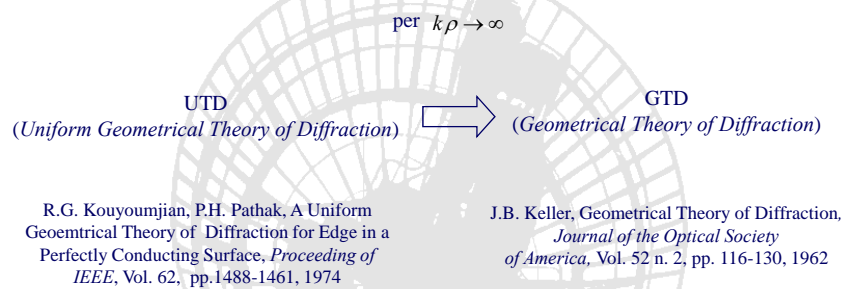
64/74





Metodi ad alta frequenza per i problemi di antenna e di reirradiazione: ottica geometrica, teoria geometrica della diffrazione e sua versione uniforme, esempi di applicazione

### LIMITI DELLA UTD PER PROBLEMI DI RCS



**Ne consegue che la UTD non risulta utilizzabile per problemi radar!!**

65/74



Metodi ad alta frequenza per i problemi di antenna e di reirradiazione: ottica geometrica, teoria geometrica della diffrazione e sua versione uniforme, esempi di applicazione

### ESEMPI DI APPLICAZIONE DELLA UTD

1. Problema di antenna e problema radar
2. Teorie geometriche
3. Limiti della UTD per problemi di RCS
4. Esempi di applicazione della UTD
5. Teorie fisiche
6. Radar Cross Section (RCS) per bersagli complessi

66/74



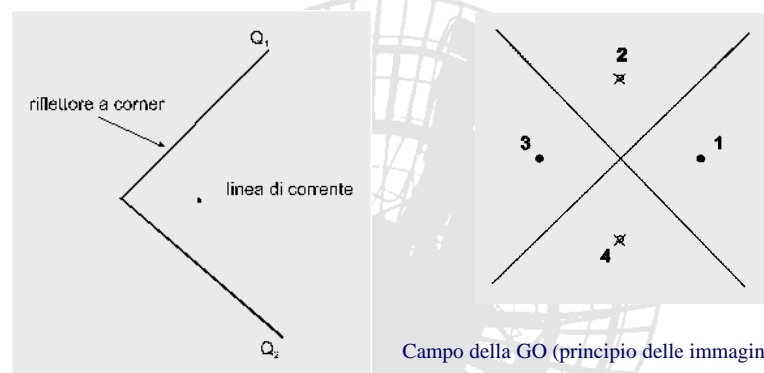
### ESEMPI DI APPLICAZIONE DELLA UTD

1. Problema di antenna e problema radar
2. Teorie geometriche
3. Limiti della UTD per problemi di RCS
4. Esempi di applicazione della UTD

67/74



### ESEMPI DI APPLICAZIONE DELLA UTD



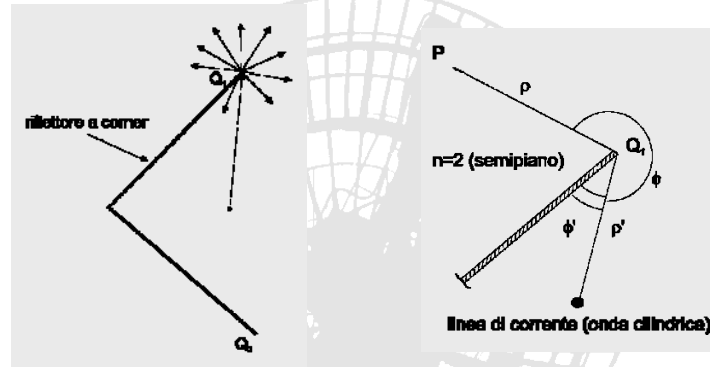
Campo della GO (principio delle immagini)

sorgente (1) - campo diretto  
sorgente (2) e (4) - riflesso  
sorgente (3) - campo doppiamente riflesso

68/74



### ESEMPI DI APPLICAZIONE DELLA UTD

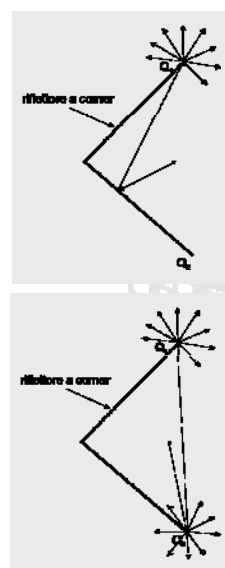


Il campo diffratto da  $Q_1$  compensa le discontinuità associate al campo delle sorgenti (1) e (2)

69/74



### ESEMPI DI APPLICAZIONE DELLA UTD



Problema canonico associato è il semipiano ( $n=2$ )

Il campo riflesso-diffratto compensa parte delle discontinuità associate al campo della sorgente (3) (doppiamente riflesso)

Il campo doppiamente diffratto compensa parte delle discontinuità associate al campo singolarmente diffratto

70/74



Metodi ad alta frequenza per i problemi di antenna e di irradiazione: ottica geometrica, teoria geometrica della diffrazione e sua versione uniforme, esempi di applicazione

## IL NEC-BSC



### NEC - Basic Scattering Code

NEC-BSC Version 4.2

Ronald J. Marhefka

The Ohio State University  
ElectroScience Laboratory  
1330 Kinnear Road  
Columbus, OH 43212-1191  
Tel: +1-614-292-5752  
Fax: +1-614-292-7297  
Email: [marhefka.1@osu.edu](mailto:marhefka.1@osu.edu)

October 2000

The Numerical Electromagnetic Code - Basic Scattering Code (NEC-BSC V4.2) is a user-oriented computer code for the electromagnetic analysis of the radiation from antennas in the presence of complex structures at high frequency. For many practical sized structures this corresponds to UHF and above. The code can be used to predict patterns of antennas in the presence of scattering structures, to provide the EMC or coupling between antennas in a complex environment, and to determine potential radiation hazards. Simulation of the scattering structures is accomplished using combinations of multiple flat plates, finite elliptic cylinders, composite cone frustums, finite composite ellipsoids, and thin wires. The structures can be perfectly conducting or composed of multilayered materials. The plates can be transparent or opaque, that is, metal backed. The curved surfaces presently must be metal backed.

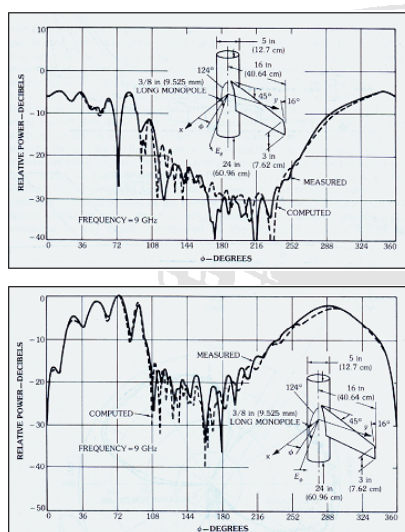
The analysis is based on uniform asymptotic techniques formulated in terms of the Uniform Geometrical Theory of Diffraction (UTD).

71/74



Metodi ad alta frequenza per i problemi di antenna e di irradiazione: ottica geometrica, teoria geometrica della diffrazione e sua versione uniforme, esempi di applicazione

## UN ESEMPIO



Confronto fra il pattern di campo vicino misurato e calcolato utilizzando la UTD. Sono mostrate le componenti  $E_0$  (figura in alto) ed  $E_\phi$  (figura in basso) del campo elettrico.

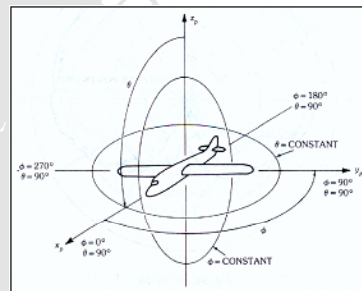
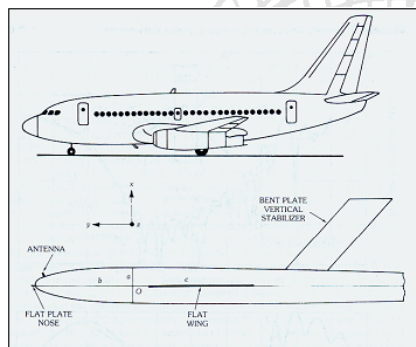
72/74



Metodi ad alta frequenza per i problemi di antenna e di reirradiazione: ottica geometrica, teoria geometrica della diffrazione e sua versione uniforme, esempi di applicazione

### UN ESEMPIO

Confronto fra il *pattern* misurato e calcolato utilizzando la UTD, per un'antenna a monopolo montata sull'abitacolo di un Boeing 737



Sistema di coordinate usato per le misure

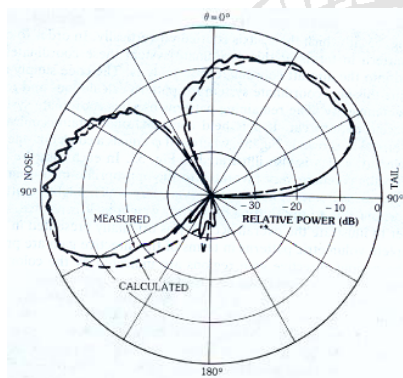
Profilo reale e modello utilizzato per l'analisi dell'aereo

73/74

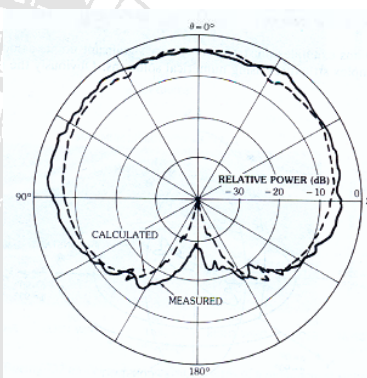


Metodi ad alta frequenza per i problemi di antenna e di reirradiazione: ottica geometrica, teoria geometrica della diffrazione e sua versione uniforme, esempi di applicazione

### UN ESEMPIO



Andamento del *pattern* sul piano di elevazione



Andamento del *pattern* sul piano azimutale

74/74