TEORIA E TECNICA DELLE ONDE ELETTROMAGNETICHE

PROPAGAZIONE RADIATA E PROPAGAZIONE GUIDATA

Lezione I
Equazioni di Maxwell e principio di equivalenza

Prof. Giuseppe Pelosi
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni
Università di Firenze
e-mail: *giuseppe.pelosi@unifi.it*
web: *http://www.cem.unifi.it/*

Programma del corso

Propagazione radiata

- Le equazioni di Maxwell e il principio di equivalenza
- Teoria dei potenziali
- Dipolo elettrico corto
- Dipolo magnetico e spira di corrente
- Sorgente di Huygens e radiogoniometro
- Parametri fondamentali delle antenne
- Antenne filari
- Antenne a patch
- Altre tipologie di antenne
- Esercizi sulla propagazione radiata

Propagazione guidata

- Strutture guidanti
- Modi di propagazione in guida
- Guide d'onda rettangolari
- Guide d'onda circolari
- Perdite in guida
- Cavità risonanti
- Alimentazione delle guide d'onda
- Guide ridged
- Linea in microstriscia
- Matrice ABCD e matrice S
- Esercizi sulla propagazione guidata

Teoria e Tecnica delle Onde Elettromagnetiche - Propagazione radiata e propagazione guidata
Prof. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

EQUAZIONI DI MAXWELL NEL DOMINIO DEL TEMPO

Forma differenziale

Legge di Faraday $\nabla \times \mathbf{e}(\mathbf{r},t) = -\dfrac{\partial \mathbf{b}(\mathbf{r},t)}{\partial t}$

Legge di Ampère $\nabla \times \mathbf{h}(\mathbf{r},t) = \dfrac{\partial \mathbf{d}(\mathbf{r},t)}{\partial t} + \mathbf{j}(\mathbf{r},t)$

Legge di Gauss $\nabla \cdot \mathbf{d}(\mathbf{r},t) = \rho(\mathbf{r},t)$

Legge di Gauss (magnetico) $\nabla \cdot \mathbf{b}(\mathbf{r},t) = 0$

TEORIA E TECNICA DELLE ONDE ELETTROMAGNETICHE
PROPAGAZIONE RADIATA E PROPAGAZIONE GUIDATA
Lezione I
Equazioni di Maxwell e principio di equivalenza

Teoria e Tecnica delle Onde Elettromagnetiche - Propagazione radiata e propagazione guidata
Prof. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

EQUAZIONI DI MAXWELL NEL DOMINIO DEL TEMPO

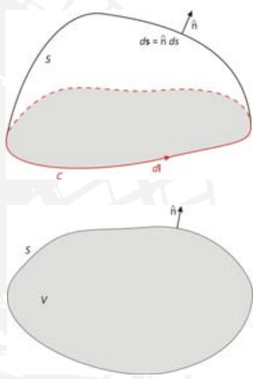
Forma integrale

Legge di Faraday $\oint_c \mathbf{e}(\mathbf{r},t)\cdot d\mathbf{l} = \int_s -\dfrac{\partial \mathbf{b}(\mathbf{r},t)}{\partial t}\cdot d\mathbf{s}$

Legge di Ampère $\oint_c \mathbf{h}(\mathbf{r},t)\cdot d\mathbf{l} = \int_s \left(\mathbf{j}(\mathbf{r},t) + \dfrac{\partial \mathbf{d}(\mathbf{r},t)}{\partial t}\right)\cdot d\mathbf{s}$

Legge di Gauss $\int_s \mathbf{d}(\mathbf{r},t)\cdot d\mathbf{s} = Q$

Legge di Gauss (magnetico) $\int_s \mathbf{b}(\mathbf{r},t)\cdot d\mathbf{s} = 0$



Teoria e Tecnica delle Onde Elettromagnetiche - Propagazione radiata e propagazione guidata
Prof. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

DAL DOMINIO DEL TEMPO AL DOMINIO DELLA FREQUENZA

$$F(\omega)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-j\omega t}dt$$

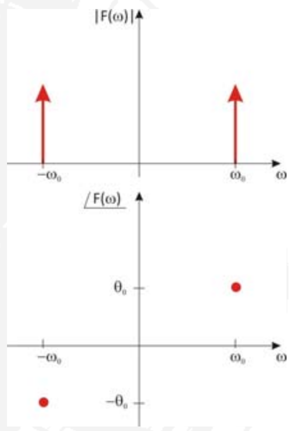
$$f(t)=F\cos(\omega_0 t+\theta_0)$$

Oscillazione sinusoidale

$$F(\omega)=F\delta(\omega+\omega_0)e^{j\theta_0}+F\delta(\omega-\omega_0)e^{j\theta_0}$$

f(t) Dominio del Tempo (DT)

F(w) Dominio della Frequenza (DF)



TEORIA E TECNICA DELLE ONDE ELETTROMAGNETICHE
PROPAGAZIONE RADIATA E PROPAGAZIONE GUIDATA

Lezione I
Equazioni di Maxwell e principio di equivalenza

Teoria e Tecnica delle Onde Elettromagnetiche - Propagazione radiata e propagazione guidata
Prof. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

DAL DOMINIO DEL TEMPO AL DOMINIO DELLA FREQUENZA

$$f(t)=F\cos(\omega_0 t+\theta_0)$$

$$F(\omega)=Fe^{j\theta_0}$$

$$\boxed{f(t)=\mathrm{Re}\left(Fe^{j\theta_0}e^{j\omega_0 t}\right)}$$

CONVENZIONE

$$f_1(t)=F_1\cos(\omega_0 t+\theta_1)$$
$$f_2(t)=F_2\cos(\omega_0 t+\theta_2)$$

$$T=\frac{2\pi}{\omega_0}$$

$$\underbrace{\langle f_1(t),f_2(t)\rangle}_{\text{valor medio}}=\frac{1}{T}\int_0^T f_1(t)f_2(t)dt=\frac{F_1F_2}{2}\cos(\theta_1-\theta_2)=\mathrm{Re}\left(\frac{1}{2}F_1F_2^*\right)$$

Teoria e Tecnica delle Onde Elettromagnetiche - Propagazione radiata e propagazione guidata
Prof. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

EQUAZIONI DI MAXWELL NEL DOMINIO DELLA FREQUENZA PER CAMPI SINUSOIDALI

Forma differenziale

Legge di Faraday $\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r},\omega) = -j\omega \mathbf{B}(\mathbf{r},\omega)$

Legge di Ampère $\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r},\omega) = j\omega \mathbf{D}(\mathbf{r},\omega) + \mathbf{J}(\mathbf{r},\omega)$

Legge di Gauss $\nabla \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r},\omega) = \rho(\mathbf{r},\omega)$

Legge di Gauss (magnetico) $\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r},\omega) = 0$

Dal dominio della frequenza al dominio del tempo $\mathbf{a}(\mathbf{r},t) = \Re\left\{\mathbf{A}(\mathbf{r},\omega)e^{j\omega t}\right\}$

TEORIA E TECNICA DELLE ONDE ELETTROMAGNETICHE
PROPAGAZIONE RADIATA E PROPAGAZIONE GUIDATA

Lezione I
Equazioni di Maxwell e principio di equivalenza

Teoria e Tecnica delle Onde Elettromagnetiche - Propagazione radiata e propagazione guidata
Prof. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

EQUAZIONI DI MAXWELL NEL DOMINIO DELLA FREQUENZA PER CAMPI SINUSOIDALI

Forma integrale

Legge di Faraday $\oint_C \mathbf{E}(\mathbf{r},\omega)\cdot d\mathbf{l} = -j\omega \int_S \mathbf{B}(\mathbf{r},\omega)\cdot d\mathbf{s}$

Legge di Ampère $\oint_C \mathbf{H}(\mathbf{r},\omega)\cdot d\mathbf{l} = \int_S \left(\mathbf{J}(\mathbf{r},\omega) + j\omega \mathbf{D}(\mathbf{r},\omega)\right)\cdot d\mathbf{s}$

Legge di Gauss $\int_S \mathbf{D}(\mathbf{r},\omega)\cdot d\mathbf{s} = Q$

Legge di Gauss (magnetico) $\int_S \mathbf{B}(\mathbf{r},\omega)\cdot d\mathbf{s} = 0$

Teoria e Tecnica delle Onde Elettromagnetiche - Propagazione radiata e propagazione guidata
Prof. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

RELAZIONI COSTTUTIVE

- Il sistema di equazioni di Maxwell non è risolubile
- Il numero di incognite è superiore al numero di equazioni
- Sono necessarie altre relazioni indipendenti che leghino tra di loro i vettori del sistema
- Tali relazioni sono dette relazioni costitutive
- Le relazioni dipendono dalle caratteristiche fisiche del mezzo

$$u(\mathbf{r},t) \text{ causa}$$

$$v(\mathbf{r},t) \text{ effetto}$$

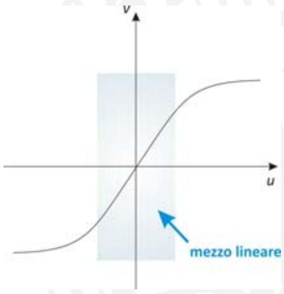
Linearità, omogeneità, isotropia, dispersività nel tempo

TEORIA E TECNICA DELLE ONDE ELETTROMAGNETICHE
PROPAGAZIONE RADIATA E PROPAGAZIONE GUIDATA
Lezione I
Equazioni di Maxwell e principio di equivalenza

Teoria e Tecnica delle Onde Elettromagnetiche - Propagazione radiata e propagazione guidata
Prof. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

RELAZIONI COSTTUTIVE

Linearità



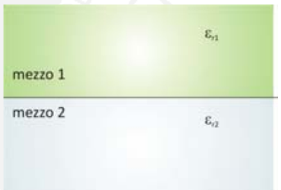
$$u_1(\mathbf{r},t) \text{ causa} \rightarrow v_1(\mathbf{r},t) \text{ effetto}$$

$$u_2(\mathbf{r},t) \text{ causa} \rightarrow v_2(\mathbf{r},t) \text{ effetto}$$

$$u = \alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2 \rightarrow v = \alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2$$

RELAZIONI COSTTUTIVE

Omogeneità (spazialmente omogeneo invariante nello spazio)



(mezzo 1) spazialmente omogeneo

(mezzo 2) spazialmente omogeneo

(mezzo 1) + (mezzo 2) spazialmente inomogeneo

spazialmente omogeneo = le caratteristiche del mezzo sono invarianti con la coordinata **r**

temporalmente omogeneo = le caratteristiche del mezzo non dipendono dalla coordinata *t*

TEORIA E TECNICA DELLE ONDE ELETTROMAGNETICHE
PROPAGAZIONE RADIATA E PROPAGAZIONE GUIDATA

Lezione I
Equazioni di Maxwell e principio di equivalenza

Teoria e Tecnica delle Onde Elettromagnetiche - Propagazione radiata e propagazione guidata
Prof. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

RELAZIONI COSTTUTIVE

Isotropia

$$\mathbf{d} = d_x\hat{x} + d_y\hat{y} + d_z\hat{z} \quad \text{effetto}$$

$$\mathbf{e} = e_x\hat{x} + e_y\hat{y} + e_z\hat{z} \quad \text{causa}$$

Matrice di permittività

$$\begin{pmatrix} d_x \\ d_y \\ d_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_x \\ e_y \\ e_z \end{pmatrix}$$

- Se la matrice è simmetrica esiste un particolare sistema di coordinate rispetto a cui la matrice è diagonale
- In questo caso se si applica **e** (causa) nella direzione di uno degli assi il vettore **d** è ancora diretto secondo uno degli assi
- Il mezzo si dice isotropo se per qualunque campo **e** il campo **d** è ad esso parallelo
- La matrice delle permittività deve avere gli elementi diagonali uguali

Teoria e Tecnica delle Onde Elettromagnetiche - Propagazione radiata e propagazione guidata
Prof. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

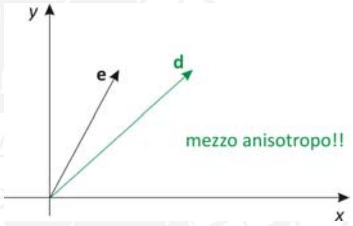
RELAZIONI COSTTUTIVE

Isotropia

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \varepsilon_0 \begin{pmatrix} 7 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{e} = e_0 \cos\omega t (2\hat{x} + \hat{y})$$

$$\mathbf{d} = \begin{pmatrix} d_x \\ d_y \\ d_z \end{pmatrix} = \varepsilon_0 e_0 \cos\omega t \begin{pmatrix} 7 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \varepsilon_0 e_0 \cos\omega t (16\hat{x} + 8\hat{y})$$



TEORIA E TECNICA DELLE ONDE ELETTROMAGNETICHE
PROPAGAZIONE RADIATA E PROPAGAZIONE GUIDATA

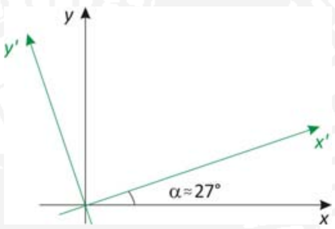
Lezione I
Equazioni di Maxwell e principio di equivalenza

Teoria e Tecnica delle Onde Elettromagnetiche - Propagazione radiata e propagazione guidata
Prof. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

RELAZIONI COSTTUTIVE

Isotropia

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \varepsilon_0 \begin{pmatrix} 8 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$



Teoria e Tecnica delle Onde Elettromagnetiche - Propagazione radiata e propagazione guidata
Prof. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

RELAZIONI COSTTUTIVE

Dispersività nel tempo

Un mezzo si dice dispersivo nel tempo se l'effetto **v**(t) dipende da tutti i valori precedentemente assunti dalla causa **u**(t)

$$\mathbf{d}(\mathbf{r},t)=\int_{-\infty}^{t} g_e(t-\tau)\mathbf{e}(\mathbf{r},t)d\tau \quad \text{convoluzione}$$

$$\mathbf{D}(\mathbf{r},\omega)=\varepsilon(\omega)\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega)$$

$$\nabla\times\mathbf{h}(\mathbf{r},t)=\frac{\partial\mathbf{d}(\mathbf{r},t)}{\partial t}+\mathbf{j}(\mathbf{r},t)$$

$$\nabla\times\mathbf{H}(\mathbf{r},\omega)=j\omega\mathbf{D}(\mathbf{r},\omega)+\mathbf{J}(\mathbf{r},\omega)$$

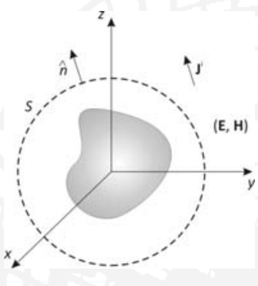
$$\nabla\times\mathbf{H}(\mathbf{r},\omega)=j\omega\varepsilon(\omega)\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega)+\mathbf{J}(\mathbf{r},\omega)$$

TEORIA E TECNICA DELLE ONDE ELETTROMAGNETICHE
PROPAGAZIONE RADIATA E PROPAGAZIONE GUIDATA

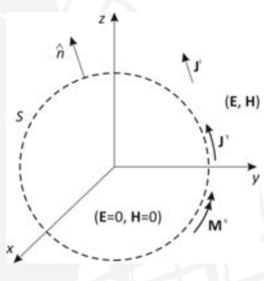
Lezione I
Equazioni di Maxwell e principio di equivalenza

Teoria e Tecnica delle Onde Elettromagnetiche - Propagazione radiata e propagazione guidata
Prof. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

IL PRINCIPIO DI EQUIVALENZA: FORMULAZIONE DI LOVE



Problema originario
interessa il campo EM al di fuori della superficie S



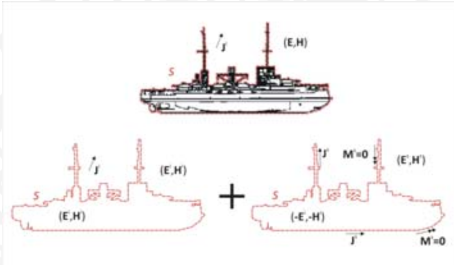
Problema equivalente (spazio libero)

$$\mathbf{J}^s=\hat{n}\times\mathbf{H}$$

$$\mathbf{M}^s=-\hat{n}\times\mathbf{E}$$

Mediante le correnti di equivalenza si riproducono sulla superficie *S* le stesse condizioni al contorno del problema originario

IL PRINCIPIO DI EQUIVALENZA: FORMULAZIONE DI LOVE



Scegliendo la superficie di equivalenza conforme ad un corpo PEC le correnti magnetiche sono identicamente nulle

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega \mathbf{B}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega \mathbf{D} + \mathbf{J}^i + \mathbf{J}^s$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0$$

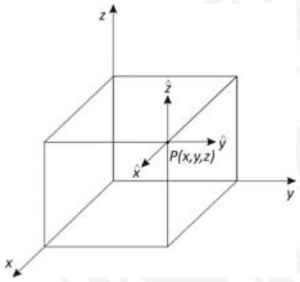
- Condizioni al contorno su superfici che delimitano materiali diversi
- Condizioni di radiazione all'infinito

DA RICORDARE...

- Sistema di riferimento in coordinate cartesiane
- Sistema di riferimento in coordinate cilindriche
- Sistema di riferimento in coordinate sferiche
- Relazioni tra i sistemi di coordinate

Teoria e Tecnica delle Onde Elettromagnetiche - Propagazione radiata e propagazione guidata
Prof. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

SISTEMA DI COORDINATE CARTESIANO



$$d\mathbf{l} = \hat{x}dx + \hat{y}dy + \hat{z}dz$$
$$dS_x = dy\,dz$$
$$dS_y = dx\,dz$$
$$dS_z = dx\,dy$$
$$dV = dx\,dy\,dz$$

Gradiente: $\nabla V = \hat{x}\frac{\partial V}{\partial x} + \hat{y}\frac{\partial V}{\partial x} + \hat{z}\frac{\partial V}{\partial z}$

Divergenza: $\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial x} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$

Rotore: $\nabla \times \mathbf{A} = \hat{x}\left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right) + \hat{y}\left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right) + \hat{z}\left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right)$

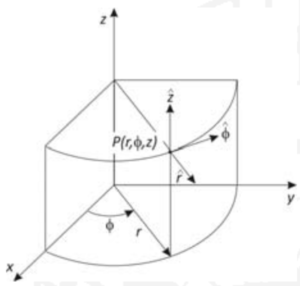
Laplaciano: $\nabla \cdot \nabla V = \nabla^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$

TEORIA E TECNICA DELLE ONDE ELETTROMAGNETICHE
PROPAGAZIONE RADIATA E PROPAGAZIONE GUIDATA

Lezione I
Equazioni di Maxwell e principio di equivalenza

Teoria e Tecnica delle Onde Elettromagnetiche - Propagazione radiata e propagazione guidata
Prof. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

SISTEMA DI COORDINATE CILINDRICO



$$d\mathbf{l} = \hat{r}\,dr + \hat{\phi}\,r\,d\phi + \hat{z}\,dz$$
$$dS_r = r\,d\phi\,dz$$
$$dS_\phi = dr\,dz$$
$$dS_z = r\,dr\,d\phi$$
$$dV = r\,dr\,d\phi\,dz$$

Gradiente: $\nabla V = \hat{r}\frac{\partial V}{\partial r} + \hat{\phi}\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \phi} + \hat{z}\frac{\partial V}{\partial z}$

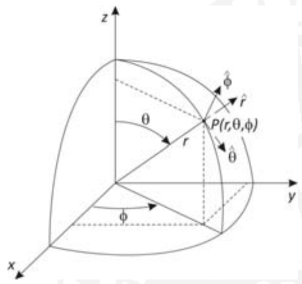
Divergenza: $\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$

Rotore: $\nabla \times \mathbf{A} = \hat{r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z}\right) + \hat{\phi}\left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}\right) + \hat{z}\frac{1}{r}\left(\frac{\partial}{\partial r}(rA_\phi) - \frac{\partial A_r}{\partial \phi}\right)$

Laplaciano: $\nabla \cdot \nabla V = \nabla^2 V = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial V}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$

Teoria e Tecnica delle Onde Elettromagnetiche - Propagazione radiata e propagazione guidata
Prof. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

SISTEMA DI COORDINATE SFERICO



$$d\mathbf{l} = \hat{r}\,dr + \hat{\theta}\,r\,d\theta + \hat{\phi}\,r\sin\theta\,d\phi$$
$$dS_r = r^2\sin\theta\,d\theta\,d\phi$$
$$dS_\theta = r\sin\theta\,dr\,d\phi$$
$$dS_\phi = r\,dr\,d\theta$$
$$dV = r^2\sin\theta\,dr\,d\theta\,d\phi$$

Gradiente: $$\nabla V = \hat{r}\frac{\partial V}{\partial r} + \hat{\theta}\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta} + \hat{\phi}\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial \phi}$$

Divergenza: $$\nabla\cdot\mathbf{A} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 A_r\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(A_\theta\sin\theta\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi}$$

Rotore: $$\nabla\times\mathbf{A} = \hat{r}\frac{1}{r\sin\theta}\left(\frac{\partial}{\partial\theta}\left(A_\phi\sin\theta\right) - \frac{\partial A_\theta}{\partial\phi}\right) + \hat{\theta}\frac{1}{r}\left(\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\phi} - \frac{\partial}{\partial r}\left(rA_\phi\right)\right) + \hat{\phi}\frac{1}{r}\left(\frac{\partial}{\partial r}\left(rA_\theta\right) - \frac{\partial A_r}{\partial\theta}\right)$$

Laplaciano: $$\nabla\cdot\nabla V = \nabla^2 V = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial V}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial V}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 V}{\partial\phi^2}$$

TEORIA E TECNICA DELLE ONDE ELETTROMAGNETICHE
PROPAGAZIONE RADIATA E PROPAGAZIONE GUIDATA

Lezione I
Equazioni di Maxwell e principio di equivalenza

Teoria e Tecnica delle Onde Elettromagnetiche - Propagazione radiata e propagazione guidata
Prof. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

RELAZIONI TRA I SISTEMI DI COORDINATE

CARTESIANO		CILINDRICO		SFERICO
x	=	$r\cos\theta$	=	$r\sin\theta\cos\phi$
y	=	$r\sin\phi$	=	$r\sin\theta\sin\phi$
z	=	z	=	$r\cos\theta$
$\hat{x}$	=	$\hat{r}\cos\phi - \hat{\phi}\sin\phi$	=	$\hat{r}\sin\theta\cos\phi + \hat{\theta}\cos\theta\cos\phi - \hat{\phi}\sin\phi$
$\hat{y}$	=	$\hat{r}\sin\phi + \hat{\phi}\cos\phi$	=	$\hat{r}\sin\theta\sin\phi + \hat{\theta}\cos\theta\sin\phi + \hat{\phi}\cos\phi$
$\hat{z}$	=	$\hat{z}$	=	$\hat{r}\cos\theta - \hat{\theta}\sin\theta$

CILINDRICO		CARTESIANO		SFERICO
r	=	$\sqrt{x^2+y^2}$	=	$r\sin\theta$
ϕ	=	$\tan^{-1}\frac{y}{x}$	=	ϕ
z	=	z	=	$r\cos\theta$
$\hat{r}$	=	$\hat{x}\cos\phi - \hat{y}\sin\phi$	=	$\hat{r}\sin\theta + \hat{\theta}\cos\theta$
$\hat{\phi}$	=	$-\hat{x}\sin\phi + \hat{y}\cos\phi$	=	$\hat{\phi}$
$\hat{z}$	=	$\hat{z}$	=	$\hat{r}\cos\theta - \hat{\theta}\sin\theta$

SFERICO		CARTESIANO		CILINDRICO
r	=	$\sqrt{x^2+y^2+z^2}$	=	$\sqrt{r^2+z^2}$
θ	=	$\cos^{-1}\frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$	=	$\cos^{-1}\frac{z}{\sqrt{r^2+z^2}}$
ϕ	=	$\cot^{-1}\frac{x}{y}$	=	ϕ
$\hat{r}$	=	$\hat{x}\sin\theta\cos\phi + \hat{y}\sin\theta\sin\phi + \hat{z}\cos\theta$	=	$\hat{r}\sin\theta + \hat{z}\cos\theta$
$\hat{\theta}$	=	$\hat{x}\cos\theta\cos\phi + \hat{y}\cos\theta\sin\phi - \hat{z}\sin\theta$	=	$\hat{r}\cos\theta - \hat{z}\sin\theta$
$\hat{\phi}$	=	$-\hat{x}\sin\theta + \hat{y}\cos\phi$	=	$\hat{\phi}$