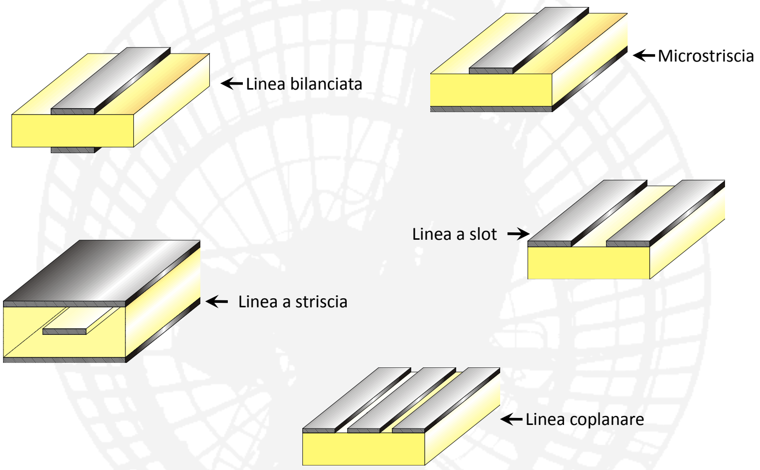
LEZIONE XVI
APPLICAZIONE DELLE FD AI PROBLEMI DI PROPAGAZIONE GUIDATA: MICROSTRISCE

Corso di
"Teoria e tecnica delle onde elettromagnetiche"

Prof. Giuseppe Pelosi
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni
Università di Firenze
E-mail: *giuseppe.pelosi@unifi.it*
URL: *http://www.cem.unifi.it/*

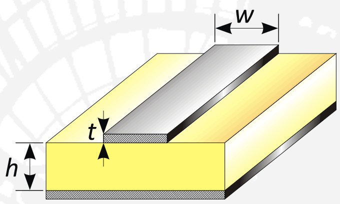
LINEE DI TRASMISSIONI A STRISCIA

Linee di trasmissioni planari sono quelle dove i conduttori metallici sono costituite da strisce metalliche e si trovano in piani paralleli separati da materiale dielettrico e/o aria.
Il loro impiego compre frequenze da 0.5 ai 50 GHz



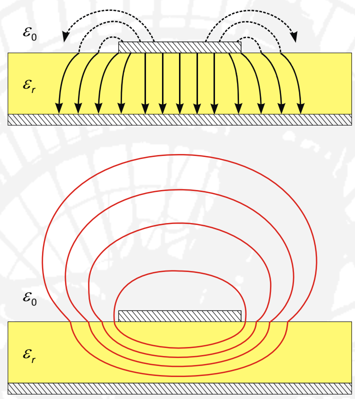
MICROSTRISCIA

Una linea a microstriscia è una struttura guidante planare, ricavata mediante le tecniche classiche dei circuiti stampati utilizzando un substrato dielettrico con piano di massa conduttore.
La configurazione tipica di una linea a microstriscia è consiste in una striscia di materiale conduttore di larghezza *w* e spessore *t* posto in un dielettrico di spessore *h* soprastante un piano metallico di massa.



La propagazione avviene lungo l’asse longitudinale secondo cui la linea si sviluppa
Le caratteristiche elettriche e geometriche si mantengono il più possibile uniforme lungo l’asse longitudinale
Nel piano trasverso le caratteristiche sono **non omogenee** dovuto alla presenza di un’interfaccia dielettrico-aria

MICROSTRISCIA – LINEE DI CAMPO



Lezione XVI
Applicazione delle FD ai problemi di propagazione guidata: microstrisce

Modo quasi TEM

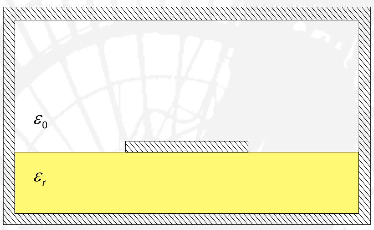
Nella struttura non si ha un modo TEM puro ma un modo quasi TEM

Teoria e Tecnica delle Onde Elettromagnetiche - Propagazione radiata e propagazione guidata
Prof. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

5/32

Lezione XVI
Applicazione delle FD ai problemi di propagazione guidata: microstrisce

Microstriscia e irradiazione elettromagnetica



Teoria e Tecnica delle Onde Elettromagnetiche - Propagazione radiata e propagazione guidata
Prof. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

6/32

Impedenza caratteristica della microstriscia

Determiniamo l'impedenza caratteristica Z_0 della microstriscia.

Nella struttura si propaga un modo TEM o quasi-TEM.

La velocità di fase sarà:

$$v_f = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{(in presenza del dielettrico)}, \qquad c = \frac{1}{\sqrt{LC_{aria}}} \quad \text{(in assenza del dielettrico)}$$

Dove si è supposto che l'induttanza per unità di lunghezza L sia la stessa

$$(Z_0)_{aria} = \sqrt{\frac{L}{C_{aria}}} = cL = \frac{1}{cC_{aria}}$$

Per cui:

$$L = \frac{(Z_0)_{aria}}{c} = \frac{1}{c^2 C_{aria}} \qquad Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{c}\frac{1}{\sqrt{CC_{aria}}}$$

Il problema della determinazione di Z_0 si riduce perciò alla determinazione di C e di C_{aria}

Valutazione della capacità C

La capacità C è legata alla conoscenza del potenziale ϕ.

Il potenziale soddisfa la relazione:

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi$$

Inoltre $\mathbf{D} = \varepsilon\,\mathbf{E}$, per cui

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \nabla^2\phi = 0$$

Che è l'equazione di Laplace che dovrà essere risolta con opportune condizioni al contorno

VALUTAZIONE DELLA CAPACITÀ C

Per determinare la capacità si deve risolvere l'equazione di Laplace

$$\nabla^2 \phi = 0$$

Che in coordinate cartesiane assume la forma:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0$$

Nel caso di un problema si avrà evidentemente che $\phi = \phi(x,y)$, per cui:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0$$

E' importante mettere in evidenza che tale metodo è potente per i problemi interni ma presenta difficoltà di applicazione per i problemi esterni

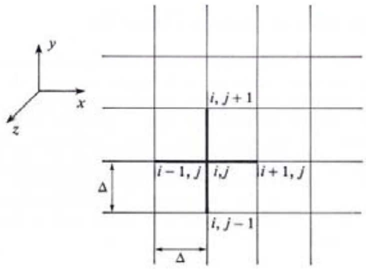
Vediamo l'espressione dell'equazione di Laplace alle differenze finite nei seguenti casi:

- Caso (A): singolo dielettrico, grigliato uniforme
- Caso (B): singolo dielettrico, grigliato non uniforme
- Caso (C): singolo dielettrico, superficie curva
- Caso (D): mezzo costituito da due dielettrici

Teoria e Tecnica delle Onde Elettromagnetiche - Propagazione radiata e propagazione guidata
Prof. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

Consideriamo innanzitutto il caso in cui la si voglia risolvere l'equazione di Laplace per un dielettrico uniforme

Definiamo a tale fine un grigliato uniforme bidimensionale dove Δ è la spaziatura e ϕ_{ij} è il potenziale nel nodo (i,j) di coordinate (x,y)



Grigliato bi-dimensionale uniforme

Si avrà nella direzione (i,j) → (i+1,j) $\dfrac{\partial\phi}{\partial x} \simeq \dfrac{\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}}{\Delta}$ Forward-difference

e nella direzione (i,j) → (i-1,j) $\dfrac{\partial\phi}{\partial x} \simeq \dfrac{\phi_{i,j} - \phi_{i-1,j}}{\Delta}$ Backward-difference

CASO (A): SINGOLO DIELETTRICO, GRIGLIATO UNIFORME

Lezione XVI
Applicazione delle FD ai problemi di propagazione guidata: microstrisce

Teoria e Tecnica delle Onde Elettromagnetiche - Propagazione radiata e propagazione guidata
Prof. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

Conseguentemente per la derivata seconda:

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} \simeq \frac{\left(\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}\right)/\Delta - \left(\phi_{i,j} - \phi_{i-1,j}\right)/\Delta}{\Delta} = \frac{\phi_{i+1,j} + \phi_{i-1,j} - 2\phi_{i,j}}{\Delta^2}$$

In modo analogo si ottiene:

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} \simeq \frac{\phi_{i,j+1} + \phi_{i,j-1} - 2\phi_{i,j}}{\Delta^2}$$

CASO (A): SINGOLO DIELETTRICO, GRIGLIATO UNIFORME

Utilizzando le precedenti, l'equazione di Laplace può essere scritta:

$$\phi_{i+1,j} + \phi_{i-1,j} + \phi_{i,j+1} + \phi_{i,j-1} - 4\phi_{i,j} = 0$$

Per cui il potenziale nel generico modo (i,j) vale:

$$\phi_{i,j} = \frac{\phi_{i+1,j} + \phi_{i-1,j} + \phi_{i,j+1} + \phi_{i,j-1}}{4}$$

Ovvero è pari alla "media aritmetica" del potenziale nei nodi adiacenti.

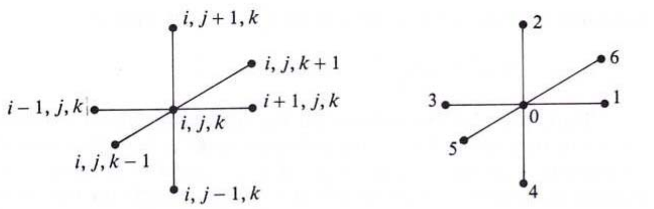
CASO (A): SINGOLO DIELETTRICO, GRIGLIATO UNIFORME

Estensione al caso tridimensionale:

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} = 0$$

E si avrà nel nodo (i,j,k) (si ha un nuovo indice)

$$\phi_{i,j,k} = \frac{\phi_{i+1,j,k} + \phi_{i-1,j,k} + \phi_{i,j+1,k} + \phi_{i,j-1,k} + \phi_{i,j,k+1} + \phi_{i,j,k-1}}{6}$$



Notazione della stella a sette punti

Esempio:

Consideriamo il condotto rettangolare, con un valore di partenza nullo ad ogni nodo

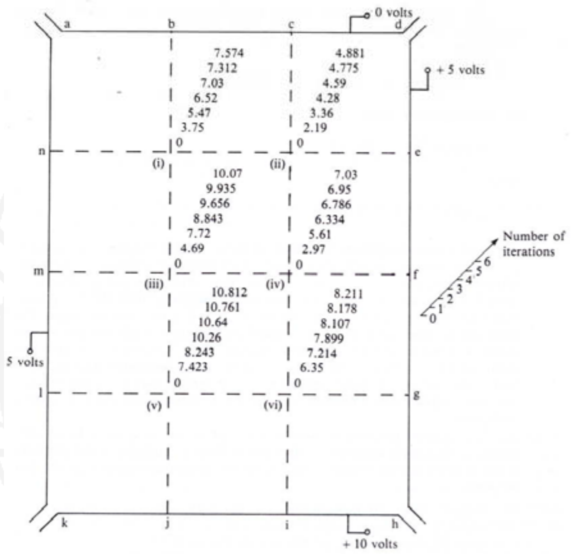
$$\phi(a)=\frac{0+0+0+15}{4}=3.75 \qquad \phi(b)=\frac{0+0+3.75+5}{4}=2.19 \qquad \phi(c)=\frac{15+3.75+0+0}{4}=4.69$$

Si può procedere finché la differenza tra il valore ad una iterazione è quello successivo è più piccolo di una quantità prefissata

Teoria e Tecnica delle Onde Elettromagnetiche - Propagazione radiata e propagazione guidata
Prof. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

CASO (A): SINGOLO DIELETTRICO, GRIGLIATO UNIFORME

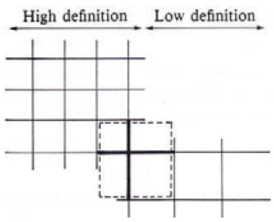
Lezione XVI
Applicazione delle FD ai problemi di propagazione guidata: microstrisce



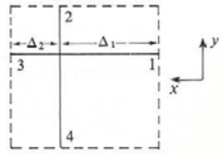
Esempio di problema alle differenze finite risolto mediante iterazione

CASO (B): SINGOLO DIELETTRICO, GRIGLIATO NON UNIFORME

In alcuni problemi può essere utile utilizzare grigliati più fitti in certe zone per avere maggiore risoluzione



Grigliato irregolare: regione con grigliato misto



Grigliato irregolare: stella irregolare

Dove si ha alta o bassa risoluzione si può ancora applicare le formule precedenti, mentre si deve modificare la formula nelle zone di confine

$$\phi_1 = \phi_0 - \Delta_1 \left.\frac{\partial \phi}{\partial x}\right|_0 + \frac{\Delta_1^2}{2} \left.\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}\right|_0 + \cdots \qquad \phi_3 = \phi_0 - \Delta_2 \left.\frac{\partial \phi}{\partial x}\right|_0 + \frac{\Delta_1^2}{2} \left.\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}\right|_0 + \cdots$$

Da cui:

$$\left.\frac{\partial \phi}{\partial x}\right|_0 = \frac{\phi_0 - \phi_1}{\Delta_1} + (\text{termini di ordine superiore}) \qquad \left.\frac{\partial \phi}{\partial x}\right|_0 = \frac{\phi_3 - \phi_0}{\Delta_1} + (\text{termini di ordine superiore})$$

Teoria e Tecnica delle Onde Elettromagnetiche - Propagazione radiata e propagazione guidata
Prof. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

CASO (B): SINGOLO DIELETTRICO, GRIGLIATO NON UNIFORME

Sfortunatamente in questo caso i termini di ordine superiore non possono essere trascurati per cui si prende

$$A(\phi_1 - \phi_0) + B(\phi_3 - \phi_0) = \left.\frac{\partial \phi}{\partial x}\right|_0 (B\Delta_2 - A\Delta_1) + \frac{1}{2}\left.\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}\right|_0 (B\Delta_2^2 - A\Delta_1^2) + \cdots$$

Dove A e B sono delle costanti da determinare.

Se la somma deve valere:

$$\left.\frac{\partial \phi}{\partial x}\right|_0$$

Dovrà essere:

$$A = -\frac{B\Delta_2^2}{\Delta_1^2}$$

Teoria e Tecnica delle Onde Elettromagnetiche - Propagazione radiata e propagazione guidata
Prof. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

CASO (B): SINGOLO DIELETTRICO, GRIGLIATO NON UNIFORME

Teoria e Tecnica delle Onde Elettromagnetiche - Propagazione radiata e propagazione guidata
Prof. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

Da cui sostituendo, si ricava:

$$\left.\frac{\partial \phi}{\partial x}\right|_0 = \frac{\Delta_1^2(\phi_3-\phi_0)-\Delta_2^2(\phi_1-\phi_0)}{\Delta_1\Delta_2(\Delta_1+\Delta_2)}$$

$$\left.\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}\right|_0 = 2\left[\frac{\Delta_2(\phi_1-\phi_0)+\Delta_1(\phi_3-\phi_0)}{\Delta_1\Delta_2(\Delta_1+\Delta_2)}\right]$$

Per $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta$ di ottiene il risultato precedente

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{\phi_1+\phi_3-2\phi_0}{\Delta^2}$$

CASO (C): SINGOLO DIELETTRICO, SUPERFICIE CURVA

Teoria e Tecnica delle Onde Elettromagnetiche - Propagazione radiata e propagazione guidata
Prof. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

Per il nodo (1) e (3) si avrà

Grigliato per contorno curvo

$$\phi_1 = \phi_0 + (a\Delta)\left.\frac{\partial \phi}{\partial x}\right|_0 + \frac{(a\Delta)^2}{2}\left.\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}\right|_0 + \frac{(a\Delta)^3}{6}\left.\frac{\partial^3 \phi}{\partial x^3}\right|_0 + \cdots$$

$$\phi_3 = \phi_0 - \Delta\left.\frac{\partial \phi}{\partial x}\right|_0 + \frac{\Delta^2}{2}\left.\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}\right|_0 + \frac{\Delta^3}{6}\left.\frac{\partial^3 \phi}{\partial x^3}\right|_0 + \cdots$$

Da cui:

$$\phi_1 + a\phi_3 = (1-a)\phi_0 + \frac{a(1+a)\Delta^2}{2}\left.\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}\right|_0 + (\text{termini di ordine superiori})$$

$$\left.\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}\right|_0 = \frac{1}{\Delta^2}\left[\frac{2\phi_1}{a(1+a)} + \frac{2\phi_3}{1+a} + \frac{2\phi_0}{a}\right]$$

In modo simile si trova che:

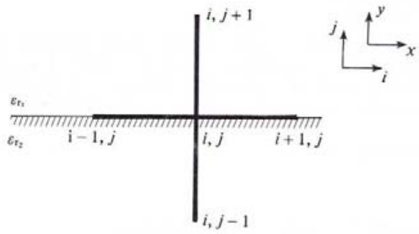
$$\left.\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}\right|_0 = \frac{1}{\Delta^2}\left[\frac{2\phi_2}{b(1+b)} + \frac{2\phi_4}{1+b} + \frac{2\phi_0}{b}\right]$$

Se il mezzo non è omogeneo non si può applicare l'equazione di Laplace $\nabla^2\phi = 0$

Vediamo come si procede:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0\varepsilon_r\mathbf{E} = -\varepsilon_0\varepsilon_r\nabla\phi$$

$$\nabla\cdot\mathbf{D} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} = 0$$



Problema con dielettrico misto

Si avrà perciò:

$$D_y^{(1)} = -\varepsilon_0\varepsilon_{r1}\frac{\phi_{i,j+1}-\phi_{i,j}}{\Delta} \ \text{(regione 1)}, \qquad D_y^{(2)} = -\varepsilon_0\varepsilon_{r2}\frac{\phi_{i,j}-\phi_{i,j-1}}{\Delta} \ \text{(regione 2)}$$

Per cui:

$$\frac{\partial D_y}{\partial y} = \frac{D_y^{(1)}-D_y^{(2)}}{\Delta} = -\frac{\varepsilon_0}{\Delta^2}\left[\varepsilon_{r1}\left(\phi_{i,j+1}-\phi_{i,j}\right)-\varepsilon_{r2}\left(\phi_{i,j}-\phi_{i,j-1}\right)\right]$$

Una simile procedura si dovrebbe utilizzare per calcolare la derivata nella direzione x:
Quale valore di ε_r si deve prendere nei punti (i-1,j) e (i+1,j) ?
Ipotizziamo che $\varepsilon_r = \varepsilon_{r3}$ (ε_{r3} da determinare)

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_{r3}}{\Delta^2}\left(\phi_{i+1,j}+\phi_{i-1,j}-2\phi_{i,j}\right)$$

Si ha l'equazione:

$$-\phi_{i,j}\left(\varepsilon_{r1}+\varepsilon_{r2}+\varepsilon_{r3}\right)+\varepsilon_{r1}\phi_{i,j+1}+\varepsilon_{r2}\phi_{i,j-1}+\varepsilon_{r3}\phi_{i+1,j}=0$$

Da cui:

$$\phi_{i,j} = \frac{\varepsilon_{r1}\phi_{i,j+1}+\varepsilon_{r2}\phi_{i,j-1}+\varepsilon_{r3}\left(\phi_{i+1,j}+\phi_{i-1,j}\right)}{\varepsilon_{r1}+\varepsilon_{r2}+\varepsilon_{r3}}$$

Dove ε_{r3} è un incognita del problema

CASO (D): MEZZO COSTITUITO DA DUE DIELETTRICI

Per determinare ε_{r3} esistono vari modi, tra questo il più semplice è quello di imporre che il potenziale lungo x sia uguale a quello lungo y in modo che valga:

$$\varepsilon_{r1}\phi_{i,j+1} + \varepsilon_{r2}\phi_{i,j-1} = \varepsilon_{r3}\left(\phi_{i-1,j} + \phi_{i+1,j}\right)$$

E quindi:

$$\varepsilon_{r3} = \frac{\varepsilon_{r1}\phi_{i,j+1} + \varepsilon_{r2}\phi_{i,j-1}}{\phi_{i-1,j} + \phi_{i+1,j}}$$

Si determina quindi prima ε_{r3} e poi $\phi_{i,j}$

METODI DI SOLUZIONE VELOCE PER LE EQUAZIONI DELLE DIFFERENZE FINITE

Si può notare che nei procedimenti illustrati quando si calcola $\phi_{i,j}$ con la relazione

$$\phi_{i,j} = \frac{\phi_{i+1,j} + \phi_{i-1,j} + \phi_{i,j+1} + \phi_{i,j-1}}{4}$$

Non si sfrutta l'informazione che la funzione è già nota al passo precedente. Si modifica la relazione precedente nel seguente modo:

$$\phi_{i,j}\Big|_{nuovo} = R\left(\frac{\phi_{i+1,j} + \phi_{i-1,j} + \phi_{i,j+1} + \phi_{i,j-1}}{4}\right) + (1-R)\phi_{i,j}\Big|_{vecchio}$$

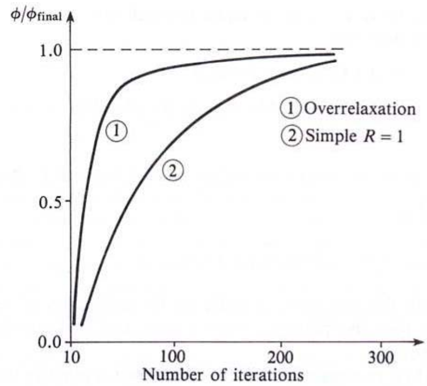
Dove R prende il nome di residuo (per $R = 1$ ci si riduce al caso precedente)

$R < 1$ (metodo "overrealaxed")

$R > 1$ (metodo "underrealaxed")

In genere non esiste un criterio per stabilire il valore di R (molto spesso si prende $R \approx 1.5$) ma in ogni caso si migliora la convergenza con la sua introduzione

Teoria e Tecnica delle Onde Elettromagnetiche - Propagazione radiata e propagazione guidata
Prof. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

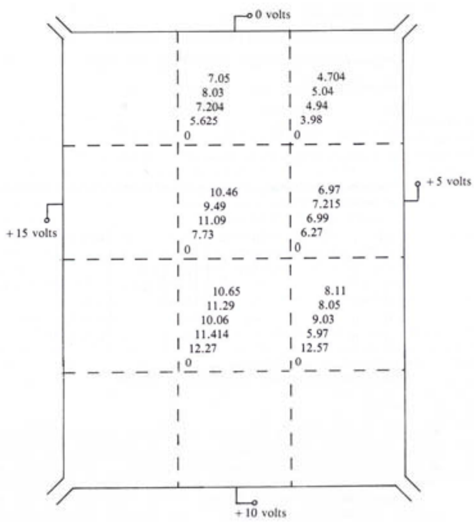


Velocità di convergenza del processo iterativo per la soluzione di un problema alle differenze finite, nel caso di iterazione semplice e di "Relaxation Technique"

Metodi di soluzione veloce per le equazioni delle differenze finite

Lezione XVI
Applicazione delle FD ai problemi di propagazione guidata: microstrisce

Teoria e Tecnica delle Onde Elettromagnetiche - Propagazione radiata e propagazione guidata
Prof. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze



Esempio di problema alle differenze finite risolto mediante la "Relaxation Technique"

Teoria e Tecnica delle Onde Elettromagnetiche - Propagazione radiata e propagazione guidata
Prof. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

Vediamo adesso un metodo alternativo che utilizza una notazione matriciale, utile nel caso in cui si abbia un numero elevato di nodi. Chiamiamo per semplicità $V_i = \phi(i)$

$$4V_{(i)} = V_b + V_{(ii)} + V_{(iii)} + V_n$$

$$4V_{(ii)} = V_c + V_e + V_{(iv)} + V_{(i)}$$

$$4V_{(iii)} = V_{(i)} + V_{(iv)} + V_{(v)} + V_m$$

$$4V_{(iv)} = V_{(ii)} + V_f + V_{(vi)} + V_{(iii)}$$

$$4V_{(v)} = V_{(iii)} + V_{(vi)} + V_j + V_l$$

$$4V_{(vi)} = V_{(iv)} + V_g + V_i + V_{(v)}$$

Teoria e Tecnica delle Onde Elettromagnetiche - Propagazione radiata e propagazione guidata
Prof. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

Riordinando si ottiene:

$$4V_{(i)} - V_{(ii)} - V_{(iii)} + 0V_{(iv)} + 0V_{(v)} + 0V_{(vi)} = V_b + V_n$$

$$-V_{(i)} + 4V_{(ii)} + 0V_{(iii)} - V_{(iv)} + 0V_{(v)} + 0V_{(vi)} = V_c + V_e$$

$$-V_{(i)} + 0V_{(ii)} + 4V_{(iii)} - V_{(iv)} - V_{(v)} + 0V_{(vi)} = V_m$$

$$0V_{(i)} - V_{(ii)} - V_{(iii)} + 4V_{(iv)} + 0V_{(v)} - V_{(vi)} = V_f$$

$$0V_{(i)} + 0V_{(ii)} - V_{(iii)} + 0V_{(iv)} + 4V_{(v)} - V_{(vi)} = V_j + V_l$$

$$0V_{(i)} + 0V_{(ii)} + 0V_{(iii)} - V_{(iv)} - V_{(v)} + 4V_{(vi)} = V_g + V_i$$

MEOTDI DI SOLUZIONE VELOCE PER LE EQUAZIONI DELLE DIFFERENZE FINITE

Ovvero:

$$[\mathbf{A}][\mathbf{X}]=[\mathbf{B}]$$

Dove [**A**] è una matrice di ordine pari al numero di nodi.
Conseguentemente:

$$[\mathbf{X}]=[\mathbf{A}]^{-1}[\mathbf{B}]$$

Il vantaggio è che queste matrici hanno simmetrie spinte e sono a diagonale dominante (con 40 % di elementi nulli), per cui si possono utilizzare metodi rapidi di inversione.

Teoria e Tecnica delle Onde Elettromagnetiche - Propagazione radiata e propagazione guidata
Prof. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

Lezione XVI
Applicazione delle FD ai problemi di propagazione guidata: microstrisce

VALUTAZIONE DELLA CAPACITÀ

$$C=\frac{Q}{V}$$

Dove C è la capacità incognita e V è nel nostro caso la d.d.p. tra conduttori assunta unitaria.
Tenendo presente che il problema e bidimensionale di ha per la densità di energia U

$$U=\frac{1}{2}CV=\frac{1}{2}\int_A \varepsilon_0\varepsilon_r |\mathbf{E}|^2\, dA$$

Si ha:

$$C=\frac{2U}{V^2} \qquad \text{o} \qquad C=2U \quad (\text{per V = +1 Volt})$$

VALUTAZIONE DELLA CAPACITÀ

Nel nostro procedimento si può porre:

$$E_x \simeq -\frac{1}{2}\left(\frac{\phi_{i+1,j}-\phi_{i,j}}{\Delta}+\frac{\phi_{i+1,j+1}-\phi_{i,j+1}}{\Delta}\right) \qquad E_y \simeq -\frac{1}{2}\left(\frac{\phi_{i,j+1}-\phi_{i,j}}{\Delta}+\frac{\phi_{i+1,j+1}-\phi_{i+1,j}}{\Delta}\right)$$

E l'energia associata all'area Δ^2 può essere scritta come:

$$\Delta U = \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r\left(E_x^2+E_y^2\right)\Delta^2 = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r}{4}\left[\left(\phi_{i,j}-\phi_{i+1,j+1}\right)^2+\left(\phi_{i+1,j}-\phi_{i,j+1}\right)^2\right]$$

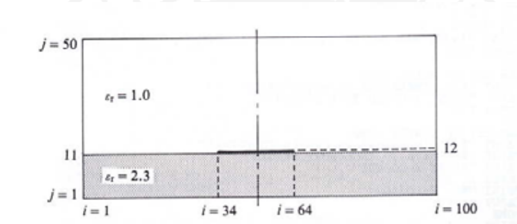
Segue:

$$C = 2\sum_{i=1}^{i_{max}-1}\sum_{j=1}^{j_{max}-1}\Delta U$$

Teoria e Tecnica delle Onde Elettromagnetiche - Propagazione radiata e propagazione guidata
Prof. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

Lezione XVI
Applicazione delle FD ai problemi di propagazione guidata: microstrisce

ESEMPIO DI MICROSTRISCIA



Linea in microstriscia rivestita di metallo

Si ottiene:

impedenza caratteristica $Z_0 = 86.32\Omega$