



Prof. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

PERDITE SULLE PARETI

Lezione XI Guide d'onda

In particolare non è possibile conciliare la condizione di impedenza con l'esistenza dei modi TE e TM. In particolare $\mathbf{H} \times \hat{l}_n$ è una corrente di tipo longitudinale e ad essa corrisponde, per la condizione di impedenza, una corrente secondo z e dunque un modo TE che non può esistere poiché dovrebbe essere $\mathbf{E}_z = 0$. Analogamente alla componente trasversale del campo elettrico \mathbf{E}_t è associata per la condizione di impedenza una componente \mathbf{H}_z per cui non può esistere un modo TM

Di conseguenza:

- 1. I modi si accoppiano
- 2. Non è più assicurata la completezza

Ne segue che:

$$P(0)-P(\Delta z) = \frac{1}{2} \Re \iint_{A} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^{*}) \cdot (-\hat{n}) dA$$

$$=\frac{1}{2}\Re\iint_{\mathbb{A}}Z_{s}\left(\mathbf{H}\times\hat{i}_{n}\times\mathbf{H}^{*}\right)\cdot\left(-\hat{n}\right)dA=\frac{1}{2}\iint_{\mathbb{A}}R_{s}\left(\mathbf{H}\times\hat{i}_{n}\times\mathbf{H}^{*}\right)\cdot\left(-\hat{n}\right)dA$$

9/24



PERDITE SULLE PARETI

Lezione XI Guide d'onda

Dall'ultima espressione e ponendo:

$$\mathbf{a} = \mathbf{H} \times \hat{\mathbf{n}}$$
 $\mathbf{b} = \mathbf{H}^*$ $\mathbf{c} = \hat{\mathbf{r}}$

$$\big(\mathbf{a}\!\times\!\mathbf{b}\big)\!\cdot\!\mathbf{c} = \mathbf{a}\!\cdot\!\big(\mathbf{b}\!\times\!\mathbf{c}\big)$$

$$P\big(0\big) - P\big(\Delta z\big) = -\frac{1}{2} \iint_{A} R_{s} \left(\mathbf{H} \times \hat{n}\right) \cdot \left(\mathbf{H}^{*} \times \hat{n}\right) dA = -\frac{1}{2} \iint_{A} R_{s} J_{s} \cdot J_{s}^{*} dA = -\frac{1}{2} \iint_{A} R_{s} \left|J_{s}\right|^{2} dA$$

Ora poiché $A = \ell \cdot \Delta z$

$$P(0) - P(\Delta z) = -\frac{1}{2} \iint_{A} R_{s} |J_{s}|^{2} dA = -\frac{1}{2} R_{s} \Delta z \iint_{J} |J_{s}|^{2} d\ell = -2\alpha P(0) \Delta z$$

Si ha che:

$$\alpha = \frac{P_d}{2P_t} = \frac{\frac{1}{2}R_s \oint_{L} |\mathbf{H} \times \hat{\mathbf{n}}|^2 d\ell}{2\frac{1}{2}\iint_{S} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot \hat{\mathbf{z}} dS}$$

10/24

eoria e Tecnica delle Onde Elettromagnetiche - Propagazione radiata e propagazione guidati rodi. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerio. iparfimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze



Prof. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

PERDITE SULLE PARETI

Lezione XI Guide d'onda

$$\alpha = \frac{P_d}{2P_t} = \frac{\frac{1}{2}R_s \oint_{L} |\mathbf{H} \times \hat{n}|^2 d\ell}{2\frac{1}{2} \iint_{L} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot \hat{z} dS}$$

In quest'ultima espressione si ha:

- è la potenza dissipata
- è la potenza trasmessa

I campi **E** e **H** che compaiono all'interno della precedente espressione risultano essere i campi all'interno della guida con pareti non perfettamente conduttrici.

Per materiali comunemente utilizzati, come rame, ottone, alluminio e le loro leghe, materiali che possono essere considerati buoni conduttori anche alle frequenze delle microonde, la costante di attenuazione assume valori piccoli la quale può essere calcolato con un metodo perturbativo al primo ordine.

Concludendo, è possibile ricavare la costante di attenuazione approssimando i campi all'interno della struttura con quello che si avrebbe nella struttura ideale in assenza di perdite.

11/24



COSTANTE DI ATTENUAZIONE PER I MODI TEmn IN GUIDA RETTANGOLARE

Lezione XI

Guide d'onda

I campi possono essere espressi per il modo TE₁₀ come segue:

$$E_{x} = jB \frac{\zeta_{0}\omega}{(\omega_{cH})_{mn}} \frac{k_{y}}{(k_{cH})_{mn}} \cos(k_{x}x)\sin(k_{y}y)$$

$$E_{y} = -jB \frac{\zeta_{0}\omega}{(\omega_{cH})_{mn}} \frac{k_{x}}{(k_{cH})_{mn}} \sin(k_{x}x)\cos(k_{y}y)$$

$$E_{z} = 0$$

$$H_{x} = -\frac{E_{y}}{Z_{oH}}$$

$$H_{y} = \frac{E_{x}}{Z_{oH}}$$

$$H = B\cos(k_{x}x)\cos(k_{y}y)$$

$$E_{y} = -jB \frac{\zeta_{0}\omega}{(\omega_{cH})_{mn}} \frac{k_{x}}{(k_{cH})_{mn}} \sin(k_{x}x) \cos(k_{y}y)$$

$$E_z = 0$$

$$H_{x} = -\frac{E_{y}}{Z_{oH}}$$

$$H_y = \frac{E_x}{7}$$

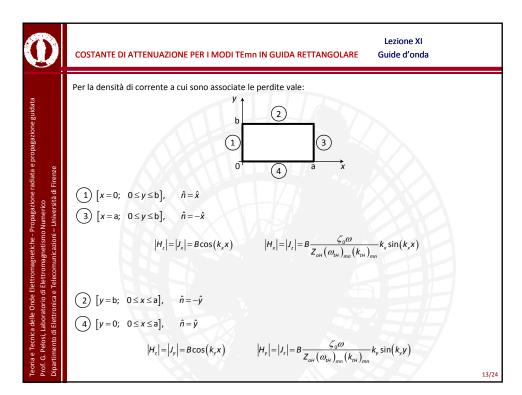
$$H_z = B\cos(k_x x)\cos(k_y y)$$

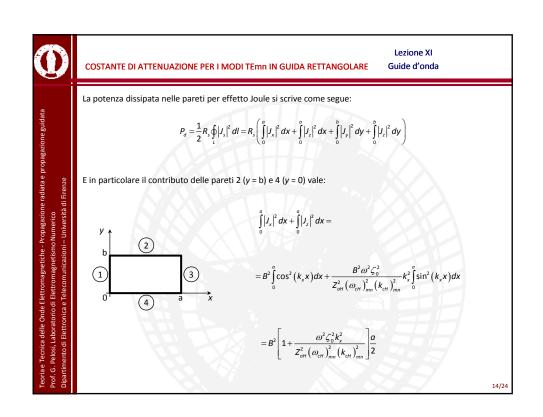
Dove

$$k_x = \frac{m\pi}{a}$$
 $k_y = \frac{n\pi}{b}$ $(k_{cH})_{mn} = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$

12/24

ento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze of. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico







COSTANTE DI ATTENUAZIONE PER I MODI TEmn IN GUIDA RETTANGOLARE

Lezione XI Guide d'ond

Dov

$$\int \cos^2(u) du = \frac{u}{2} + \frac{\sin(2u)}{4} \qquad \Rightarrow \qquad \int_0^a \cos^2(k_x x) dx = \frac{1}{k_x} \left[\frac{u}{2} + \frac{\sin(2u)}{4} \right]_0^{k_x a} = \frac{a}{2}$$

$$\int \sin^2(u) du = \frac{u}{2} - \frac{\sin(2u)}{4} \qquad \Rightarrow \qquad \int_0^a \sin^2(k_x x) dx = \frac{1}{k_x} \left[\frac{u}{2} - \frac{\sin(2u)}{4} \right]_0^{k_x a} = \frac{a}{2}$$

Un procedimento analogo si esegue anche per le pareti 1 (x = 0) e 3 (x = a), ottenendo:

$$\int\limits_{0}^{b} \left| J_{y} \right|^{2} dy + \int\limits_{0}^{b} \left| J_{z} \right|^{2} dy = B^{2} \left[1 + \frac{\omega^{2} \zeta_{0}^{2} k_{y}^{2}}{Z_{\text{oH}}^{2} \left(\omega_{\text{CH}} \right)_{mn}^{2} \left(k_{\text{CH}} \right)_{mn}^{2}} \right] \frac{1}{2}$$

15/24



ento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

of. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico

Prof. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico

COSTANTE DI ATTENUAZIONE PER I MODI TEmn IN GUIDA RETTANGOLARE

Lezione XI

Guide d'onda

In definitiva si ha che la potenza dissipata vale:

$$P_{d} = \frac{1}{2}R_{s}B^{2}\left[1 + \frac{\omega^{2}\zeta_{0}^{2}k_{s}^{2}}{Z_{OH}^{2}\left(\omega_{cH}\right)_{mm}^{2}\left(k_{cH}\right)_{mm}^{2}}\right]\frac{a}{2} + \frac{1}{2}R_{s}B^{2}\left[1 + \frac{\omega^{2}\zeta_{0}^{2}k_{y}^{2}}{Z_{OH}^{2}\left(\omega_{cH}\right)_{mm}^{2}\left(k_{cH}\right)_{mm}^{2}}\right]\frac{b}{2}$$

$$=\frac{1}{2}R_{s}B^{2}\left(\frac{a}{2}+\frac{b}{2}\right)+\frac{1}{2}R_{s}B^{2}\frac{\omega^{2}\zeta_{0}^{2}}{Z_{oH}^{2}\left(\omega_{cH}\right)_{mm}^{2}\left(k_{cH}\right)_{mm}^{2}}\left(k_{x}^{2}\frac{a}{2}+k_{y}^{2}\frac{b}{2}\right)$$

Che per i modi con n = 0 si ha:

$$\left(k_{cH}\right)_{m0} = k_{x} \qquad k_{y} = 0$$

Per il modo fondamentale TE_{10} (m = 1, n = 0)

$$P_{d} = R_{s}B^{2} \left[\left(1 + \frac{\omega^{2} \zeta_{0}^{2}}{Z_{OH}^{2} (\omega_{cH})_{10}^{2}} \right) \frac{a}{2} + b \right]$$

16/24



Prof. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

COSTANTE DI ATTENUAZIONE PER I MODI TEmn IN GUIDA RETTANGOLARE

Lezione XI Guide d'onda

La potenza trasmessa può essere scritta come segue:

$$P_{t} = \frac{1}{2}R_{s} \oint_{L} \left| \mathbf{H} \times \hat{\mathbf{n}} \right|^{2} dI = \frac{1}{2} \int_{0}^{b} \int_{0}^{b} \left(E_{x} H_{y}^{*} - E_{y} H_{x}^{*} \right) dx dy = \frac{Z_{oH}}{2} \int_{0}^{a} \int_{0}^{b} \left(\left| H_{x} \right|^{2} + \left| H_{y} \right|^{2} \right) dx dy$$

$$=\frac{1}{2}\frac{B^2\omega^2\zeta_0^2}{Z_{oH}\left(\omega_{CH}\right)_{mn}^2\left(k_{cH}\right)_{mn}^2\int_0^a\int_0^a\left[k_y^2\cos^2\left(k_xx\right)\sin^2\left(k_yy\right)+k_x^2\sin^2\left(k_xx\right)\cos^2\left(k_yy\right)\right]dxdy}$$

Quando m ≠ 0 e n ≠ 0 si ha:

$$I_3 = \int_{0.5}^{a.5} \cos^2(k_x x) \sin^2(k_y y) dx dy = \frac{at}{4}$$

$$I_{3} = \int_{0}^{a} \int_{0}^{b} \cos^{2}\left(k_{x}x\right) \sin^{2}\left(k_{y}y\right) dxdy = \frac{ab}{4}$$

$$I_{4} = \int_{0}^{a} \int_{0}^{b} \sin^{2}\left(k_{x}x\right) \cos^{2}\left(k_{y}y\right) dxdy = \frac{ab}{4}$$

Mentre quando m = 0 o n = 0 si ha:

$$I_3 = \frac{ab}{2} \qquad \qquad I_4 = \frac{ab}{2}$$

17/24



COSTANTE DI ATTENUAZIONE PER I MODI TEmn IN GUIDA RETTANGOLARE

Lezione XI Guide d'onda

Tenendo conto delle precedenti espressioni per il caso m ≠ 0 e n ≠ 0 si ha:

$$P_{t} = \frac{B^{2}\omega^{2}\zeta_{0}^{2}}{Z_{oH}\left(\omega_{cH}\right)_{mn}^{2}\left(k_{cH}\right)_{mn}^{2}}\frac{ab}{4}$$

Che per il caso m = 1 e n = 0 (Modo TE_{10}) diviene:

$$P_{t} = \frac{B^{2} \omega^{2} \zeta_{0}^{2}}{Z_{OH} (\omega_{CH})_{10}^{2} k_{x}^{2}} \frac{ab}{2}$$

18/24

rof. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico ipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze



COSTANTE DI ATTENUAZIONE PER I MODI TEmn IN GUIDA RETTANGOLARE

Lezione XI Guide d'onda

Riepilogando i risultati ottenuti si ha:

$$\alpha = \frac{P_d}{2P}$$

$$P_{d} = \frac{1}{2}R_{s}B^{2}\left(\frac{a}{2} + \frac{b}{2}\right) + \frac{1}{2}R_{s}B^{2}\frac{\omega^{2}\zeta_{0}^{2}}{Z_{OH}^{2}\left(\omega_{cH}\right)_{mn}^{2}\left(k_{cH}\right)_{mn}^{2}}\left(k_{x}^{2}\frac{a}{2} + k_{y}^{2}\frac{b}{2}\right)$$

$$\alpha = \frac{P_a}{2F}$$

$$P_{t} = \frac{B^{2} \omega^{2} \zeta_{0}^{2}}{Z_{oH} (\omega_{cH})_{mn}^{2} (k_{cH})_{mn}^{2}} \frac{ab}{4}$$

In definitiva la costante di attenuazione α , per m \neq 0 e n \neq 0 diviene:

$$\alpha = \frac{\frac{1}{2}R_{z}B^{2}\left[\frac{a+b}{2} + \frac{\omega^{2}\zeta_{0}^{2}}{Z_{\text{OH}}^{2}\left(\omega_{\text{CH}}\right)_{mn}^{2}\left(k_{\text{CH}}\right)_{mn}^{2}} \frac{k_{x}^{2}a + k_{y}^{2}b}{2}\right]}{2\frac{B^{2}\omega^{2}\zeta_{0}^{2}}{Z_{\text{OH}}\left(\omega_{\text{CH}}\right)_{mn}^{2}\left(k_{\text{CH}}\right)_{mn}^{2}} \frac{ab}{4}}$$

19/24



rof. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico

COSTANTE DI ATTENUAZIONE PER I MODI TEmn IN GUIDA RETTANGOLARE

Lezione XI Guide d'onda

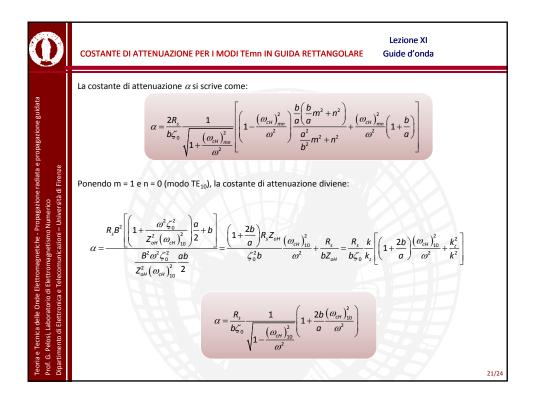
 $=\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{R_{s}B^{2}}{2}\left[\frac{a+b}{2}+\frac{\omega^{2}\zeta_{0}^{2}}{Z_{oH}^{2}\left(\omega_{cH}\right)_{mn}^{2}\left(k_{cH}\right)_{mn}^{2}}\frac{k_{s}^{2}a+k_{y}^{2}b}{2}\right]}{2}$ $=\frac{1}{2}\frac{B^{2}\omega^{2}\zeta_{0}^{2}}{Z_{oH}\left(\omega_{cH}\right)_{mn}^{2}\left(k_{cH}\right)_{mn}^{2}}\frac{ab}{4}$

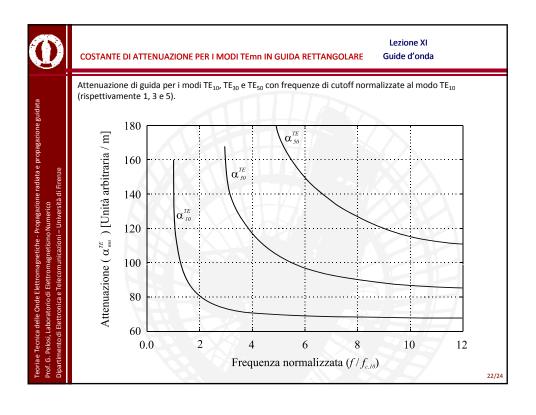
Semplificando la precedente espressione si ottiene:

$$\alpha = \frac{2R_s}{bZ_{oH}} \left[\frac{k_x^2 a + k_y^2 b}{a \left(k_{cH}\right)_{mn}^2} + \frac{\left(\omega_{cH}\right)_{mn}^2 Z_{oH}^2}{\omega^2 \zeta_0^2} \left(\frac{a + b}{a}\right) \right]$$

Esplicitando il termine:

$$\frac{k_{_{\!A}}^2a+k_{_{\!p}}^2b}{a\big(k_{_{\!CH}}\big)_{_{\!mn}}^2} = \frac{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2a+\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2b}{a\bigg[\bigg(\frac{m\pi}{a}\bigg)^2+\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2\bigg]} = \frac{\frac{m^2}{a}+\frac{n^2}{b}}{\frac{m^2}{a}+\frac{n^2a}{b^2}} = \frac{\frac{b}{a}\bigg(\frac{b}{a}m^2+n^2\bigg)}{\frac{a^2}{b^2}m^2+n^2}$$







COSTANTE DI ATTENUAZIONE PER I MODI TEmn IN GUIDA RETTANGOLARE

Lezione XI Guide d'onda

Un procedimento analogo a quello visto per i modi TE permette di ricavare le perdite nelle pareti per i modi TM la cui espressione generale diviene:

$$\alpha = 2 \frac{R_s}{\zeta_0 \sqrt{1 - \frac{\left(\omega_{crt}\right)_{10}^2}{\omega^2}}} \frac{n^2 + \left(\frac{b}{a}\right)^3 m^2}{n^2 + \left(\frac{b}{a}\right)^2 m^2}$$

23/24



rof. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico ilpartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

rof. G. Pelosi, Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico

ESERCIZIO: ATTENUAZIONE SULLA GUIDA WR 90

Lezione XI Guide d'onda

Calcoliamo la costante di attenuazione lpha (dB/100 ft) per una guida rettangolare standart con pareti in alluminio (σ = 3.51 107 Ω /m) avente dimensioni a = 0.9 inc, b = 0.4 inc, alla frequenza f = 8.2 GHz

Convertiamo le dimensioni della guida da pollici in metri (1 inc = 0.0254 m)

$$a = 0.9 \cdot 0.0254 = 0.0228m$$

 $b = 0.4 \cdot 0.0254 = 0.0101m$

Per cui la guida risulta leggermente ribassata e i primi due modi che si propagano soni il ${\sf TE}_{10}$ e il ${\sf TE}_{20}$ con le rispettive frequenze di taglio:

$$f_{c,10} = \frac{c}{\lambda_{c,1}} = \frac{c}{2a} = 6.557GHz$$

$$f_{c,10} = \frac{c}{\lambda_{c,10}} = \frac{c}{2a} = 6.557 GHz,$$
 $f_{c,20} = \frac{c}{\lambda_{c,20}} = \frac{c}{a} = 13.114 GHz$

Alla frequenza di 8.2 GHz siamo in regime mono-modale

24/24