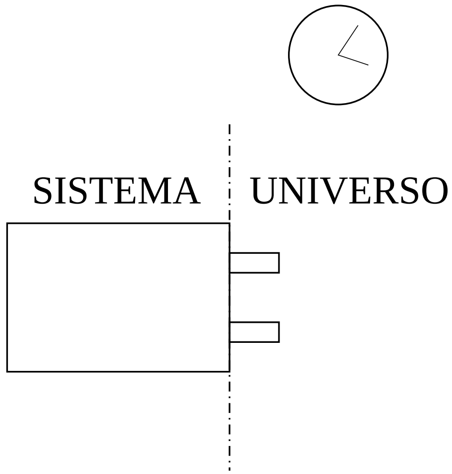
ANALISI E SIMULAZIONE DI SISTEMI DINAMICI

Lezione I: Introduzione ai sistemi dinamici

- Cosa è un sistema dinamico
- Un pò di storia
- Principio di *causalità*
- Concetto di *stato*
- Esempi di sistemi dinamici

I sistemi dinamici



- Descrizione astratta di processi e fenomeni “reali”

- Caratteristiche essenziali:

  1. Interazione con l’universo mediante un’interfaccia ben definita

  2. Evoluzione nel tempo

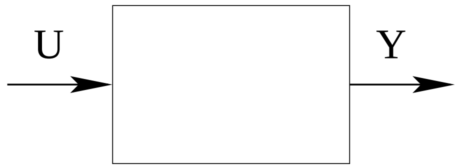
- Modello matematico quantitativo

- Obbiettivo: Analisi, Sintesi, Predizione, Supervisione, Stima

Un pò di storia

- I modelli matematici nascono applicati alla Fisica (moto dei pianeti, sistemi termodinamici)
- Segnano la transizione della fisica da scienza descrittiva e qualitativa a scienza quantitativa !
- Successivamente: Ingegneria, Chimica.
- Attualmente: informatica, ecologia, economia, scienze politiche, demografia ...
- XXI secolo: Biologia ?

Principio di causalità



- Partizione delle interazioni con l'universo in *cause* e *conseguenze*

- Ingressi (u) e Uscite (y)

- Concetto di segnale $u(t), y(t)$.

- Concetto di passato, presente e futuro.

- Sistema Causale: $y(t)$ dipende soltanto da $u(-\infty, t]$, (e non dipende da $u(t, +\infty]$).

$$y(t) = F(u(-\infty, t])$$

- Sistema generale (eventualmente non causale):

$$y(t) = F(u(-\infty, +\infty))$$

Lo stato di un sistema

- Solo per sistemi causali !

- Lo stato $x(t)$ è un segnale che contiene l'informazione relativa alla storia passata di $u(t)$ sufficiente per determinare l'evoluzione futura di $y(t)$.

- Cioé:

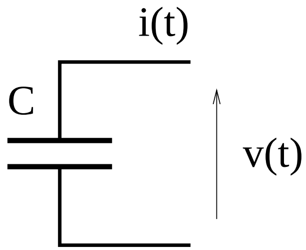
$$y(t, +\infty) = F(x(t), u(t, +\infty))$$

- Scelta dello stato non univoca !

- Nota: $x(t) = u(-\infty, t]$ è sempre una scelta possibile per lo stato del sistema :-) (ma poco utile :-( )

- Meglio se lo stato è piccolo in qualche senso (o minimale).

Esempio: Condensatore



- Relazione fra tensione $v(t)$ e corrente $i(t)$:

$$v(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{t} i(s)\, ds$$

- Posso scegliere: $i(t)$ ingresso e $v(t)$ uscita

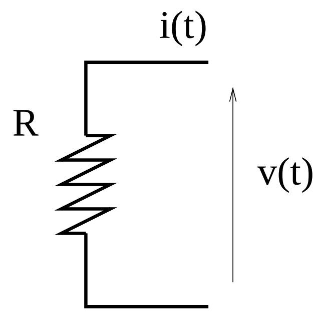
- Stato del sistema:

$$x(t) := \int_{-\infty}^{t} i(s)\, ds$$

  Dunque lo stato è in questo caso uno scalare !

- Infatti: $\dot{x}(t) = i(t)$ Per la teoria delle equazioni differenziali del primo ordine, conoscendo $x(0)$ e $i[0, t]$ posso determinare $x(t)$ e infine $v(t)$ dato che $v(t) = \frac{1}{C}x(t)$.

Esempio: Resistenza



- Legge di Ohm:

$$v(t) = Ri(t)$$

- Posso considerare $v(t)$ uscita e $i(t)$ ingresso

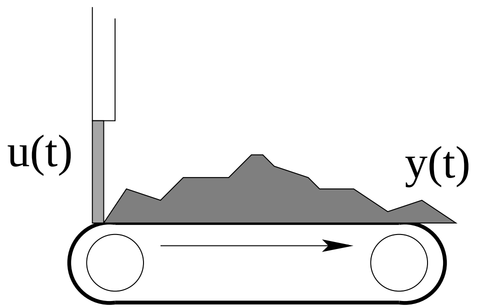
- La legge di Ohm mostra come $v(t)$ dipenda soltanto dal valore di $i(t)$ allo stesso istante (almeno idealmente). Per cui per questo sistema si può scegliere $x(t) = \emptyset$.

- La resistenza è dunque un *sistema statico*

- Questo è vero solo in prima approssimazione, visto che per ingressi ad alta frequenza $v(t)$ dipende dal passato di $i(t)$.

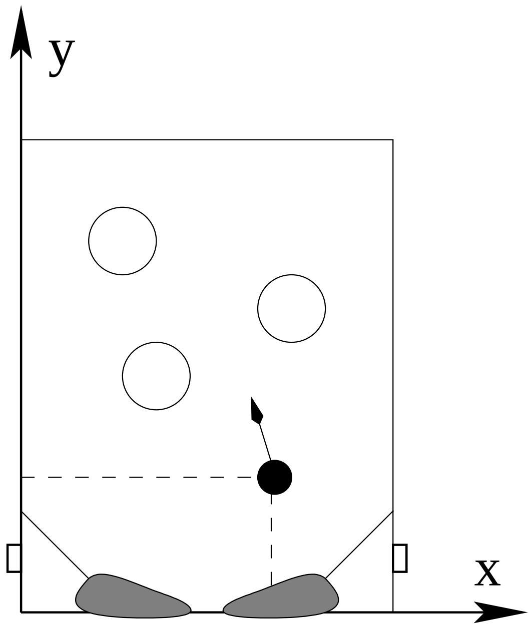
Esercizi

Si determino ingressi e uscite per i sistemi in figura. Quale è lo stato?



Lunghezza nastro L
Velocita' scorrimento v

- Nastro trasportatore:



- Flipper: