

Analisi e Simulazione di Sistemi Dinamici

18/11/2003

Risposte										
Domande	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

N. matricola

Scrivere il numero della risposta sopra alla corrispondente domanda.

(voti: 2,0,-1, min=14 sulle prime 10)

Analizzare il sistema dinamico $\mathcal{S} = (A, B, C, D)$ LTI tempo-continuo, dove

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \\ -2 & 2 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad C = [3 \quad -2 \quad -2], \quad D = 1$$

Domanda 1) Il sistema \mathcal{S} è

1) esternamente instabile; **2**) BIBO stabile;

Domanda 2) Il sottospazio di raggiungibilità del sistema \mathcal{S} ha dimensione

1) tre; **2**) due; 3) zero; 4) uno;

Domanda 3) Il sistema \mathcal{S} è

1) in decomposizione canonica di osservabilità; 2) in decomposizione canonica di raggiungibilità; **3**) non in decomposizione canonica; 4) una realizzazione minimale;

Domanda 4) Il guadagno di Bode del sistema \mathcal{S} è

1) $K_B = 1/3$; **2**) $K_B = -2/3$; 3) $K_B = -5/3$; 4) $K_B = 0$;

Domanda 5) Il sistema \mathcal{S} è espresso in rappresentazione

1) globale ingresso-stato-uscita; 2) globale ingresso-uscita; **3**) locale ingresso-stato-uscita; 4) locale ingresso-uscita;

Domanda 6) La Funzione di Trasferimento che rappresenta il sistema \mathcal{S}

1) ha ordine uno; **2**) ha ordine due; 3) ha ordine infinito; 4) ha ordine tre;

Domanda 7) Il sistema \mathcal{S} è

1) instabile; 2) esponenzialmente stabile; **3**) marginalmente stabile; 4) asintoticamente stabile;

Domanda 8) I modi naturali del sistema \mathcal{S} sono

1) $\{e^t, e^{3t}, e^{-t}\}$; 2) $\{e^{2t}, e^{-3t}, e^t\}$; **3**) $\{1, e^{-3t}, e^{-t}\}$; 4) $\{1, e^{3t}, e^{-t}\}$;

Domanda 9) La risposta permanente del sistema \mathcal{S} all'ingresso $u(t) = 3 \cdot 1(t)$

1) diverge; 2) converge a $y=-5$; **3**) converge a $y=-2$; 4) converge a $y=0$;

Domanda 10) Il sottospazio di osservabilità del sistema \mathcal{S} ha dimensione

1) uno; 2) due; **3**) tre; 4) zero;

Domanda 11) Si consideri il seguente sistema a tempo-discreto dipendente da un parametro $\beta \in \mathbf{R}$

$$y(t+2) - y(t+1) - (\beta^2 - 1)y(t) - y^2(t) = 0$$

a) Esprimere il sistema in rappresentazione di stato:

b) Determinare gli stati di equilibrio del sistema al variare del parametro β :

c) Discutere la stabilità degli stati di equilibrio del sistema al variare del parametro β :

Domanda 12) Si tracci il diagramma di Bode (asintotico e reale) per $G(s) = \frac{s}{s^4 - 16}$

Cognome:	Nome:	Matricola:
----------	-------	------------

Esercizio 1. Dato il sistema lineare tempo invariante SISO,

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) &= -2 x_1(t) + x_2(t) + 2u(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -x_2(t) + u(t) \\ \dot{x}_3(t) &= -3 x_1(t) + 3 x_2(t) + x_3(t) + u(t) \\ y(t) &= x_2(t) \end{cases}$$

rispondere ai seguenti punti giustificando sempre la risposta.

- ☐ /2 Calcolare la funzione di trasferimento del sistema:
- ☐ /2 Studiare la stabilità esterna:
- ☐ /2 Studiare la stabilità interna:
- ☐ /2 Le equazioni precedenti costituiscono una realizzazione minimale?:
In caso negativo, costruire una realizzazione minimale del sistema:
- ☐ /3 Il sistema è completamente raggiungibile?:
In caso negativo, calcolare il sottospazio raggiungibile:
- ☐ /3 Il sistema è completamente osservabile?:
In caso negativo, calcolare il sottospazio non osservabile:
- ☐ /2 Si calcoli la risposta nell'uscita ad un segnale a gradino in ingresso e condizioni iniziali $x(0) = [1 \ 0 \ 1]'$.
 $y(t) =$

Esercizio 2. Tracciare il Diagramma di Bode (asintotico e reale) della funzione di trasferimento:

☐ /8
$$G(s) = \frac{s(10s + 1)}{(s^2 - 1)(s^2 + 9)}$$
 ☐ Allegato

Esercizio 3. Si consideri il sistema a tempo-continuo

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) &= \alpha x_2(t) - x_2^2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -x_1(t) + x_1(t)x_2(t) - x_2^3(t) \\ \dot{x}_3(t) &= -x_3^3(t) \end{cases}$$

- ☐ /5 Determinare gli stati di equilibrio al variare del parametro reale α .
- ☐ /5 Discutere la stabilità locale degli stati di equilibrio al variare del parametro reale α .

Cognome:	Nome:	Matricola:
----------	-------	------------

Esercizio 1. Dato il sistema lineare tempo invariante SISO,

$$\begin{cases} x_1(t+1) = \frac{1}{3} x_2(t) - \frac{1}{3} x_3(t) + 3u(t) \\ x_2(t+1) = \frac{1}{3} x_2(t) + \frac{2}{3} x_3(t) + 2u(t) \\ x_3(t+1) = x_3(t) \\ y(t) = -x_1(t) + 2x_2(t) - 2x_3(t) - u(t) \end{cases}$$

rispondere ai seguenti punti giustificando sempre la risposta.

- Calcolare la funzione di trasferimento del sistema:
- Studiare la stabilità esterna:
- Calcolare i modi naturali del sistema:
- Studiare la stabilità interna:
- Calcolare gli autovalori raggiungibili:
- Calcolare gli eventuali autovalori non osservabili:
- Si calcoli la risposta nell'uscita ad un segnale a gradino in ingresso. $y(t) =$

Esercizio 2. Tracciare il Diagramma di Bode (asintotico e reale) della funzione di trasferimento:

/10

$$G(s) = \frac{(5s + 1)}{(s^2 - s)(s^2 - 81)}$$

☐ Allegato

Esercizio 3. Il moto di un sistema costituito da una massa ed una molla è descritto dall'equazione differenziale

$$\ddot{z}(t) + \dot{z}(t) + 4z(t) - z^3(t) = u(t)$$

dove $z(t)$ rappresenta la posizione della massa e $u(t)$ è un ingresso forzante.

- Descrivere il sistema tramite equazioni di stato e determinare i punti di equilibrio del sistema, assumendo $u(t) = 0$.
- Discutere la stabilità dei punti di equilibrio ottenuti al punto precedente.

Cognome:	Nome:	Matricola:
----------	-------	------------

Esercizio 1. Dato il sistema lineare tempo invariante SISO,

$$\frac{d^3 y(t)}{dt^3} + \frac{d^2 y(t)}{dt^2} = u(t)$$

rispondere ai seguenti punti giustificando sempre la risposta.

- ☐ /3 Valutare la risposta libera nell'uscita con condizioni iniziali $y(0) = 1, \dot{y}(0) = 0, \ddot{y}(0) = 0$.
 $y(t) =$
- ☐ /2 Studiare la stabilità esterna:
- ☐ /2 Determinare una realizzazione di stato di ordine minimo:
- ☐ /2 Studiare la stabilità interna del sistema I/S/U del punto precedente:
- ☐ /2 Calcolare i modi naturali del sistema I/S/U:
- ☐ /2 Calcolare la funzione di trasferimento del sistema: $G(s) =$
- ☐ /3 Calcolare la risposta impulsiva: $y(t) =$

Esercizio 2. Dato il sistema definito nell'esercizio 1, con

$$u(t) = y^3 - \alpha y^2$$

- ☐ /3 Si scrivano le equazioni di stato del sistema;
- ☐ /3 Si calcolino le possibili configurazioni di equilibrio al variare del parametro reale α ;
- ☐ /3 Si discuta la stabilità delle configurazioni determinate al punto precedente.

Esercizio 3. Tracciare il Diagramma di Bode (asintotico e reale) della funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{s(s-1)}{(s^2 + s + 1)(s+1)} \quad \square \text{ Allegato}$$

- ☐ /3 Calcolare la risposta di regime permanente ad un ingresso $u(t) = 4 \sin(2t)$.

Cognome:	Nome:	Matricola:
----------	-------	------------

Esercizio 1. Dato il sistema lineare tempo invariante SISO,

$$\begin{cases} x_1(t+1) &= -\frac{1}{2} x_2(t) + \frac{1}{2} x_3(t) + 2u(t) \\ x_2(t+1) &= -\frac{1}{2} x_2(t) - \frac{1}{2} x_3(t) + 2u(t) \\ x_3(t+1) &= -x_3(t) \\ y(t) &= x_2(t) - 2x_3(t) \end{cases}$$

rispondere ai seguenti punti giustificando sempre la risposta.

- Calcolare la funzione di trasferimento del sistema:
- Studiare la stabilità esterna:
- Calcolare i modi naturali del sistema:
- Studiare la stabilità interna:
- Calcolare gli autovalori raggiungibili:
- Calcolare gli eventuali autovalori non osservabili:
- Si calcoli la risposta nell'uscita ad un segnale a gradino in ingresso. $y(t) =$

Esercizio 2. Tracciare il Diagramma di Bode (asintotico e reale) della funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{s(2s+1)}{(s^2-1)(s^2+81)}$$

☐ Allegato

Esercizio 3. Dato il seguente sistema dinamico non lineare

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -x_1 - 2x_2^2 \\ \dot{x}_2 &= x_1x_2 - x_2^2 \end{aligned}$$

- Determinare gli stati di equilibrio.
- Discutere la stabilità dei punti di equilibrio ottenuti al punto precedente.

Cognome:	Nome:	Matricola:
----------	-------	------------

Esercizio 1. Tracciare il Diagramma di Bode (asintotico e reale) della funzione di trasferimento

/12

$$G(s) = \frac{s(5s+1)}{(s^2+s+1)(s+4)}$$

☐ Allegato

e valutare, se esiste, la risposta di regime permanente all'ingresso $u(t) = \sin t \cos t$.

Esercizio 2. Dato il sistema lineare tempo invariante SISO,

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) - x_3(t) + 3u(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_2(t) + 2x_3(t) + 2u(t) \\ \dot{x}_3(t) &= 3x_3(t) \\ y(t) &= -x_1(t) + 2x_2(t) - 2x_3(t) - u(t) \end{cases}$$

rispondere ai seguenti punti giustificando sempre la risposta.

/3 Calcolare la funzione di trasferimento del sistema:

/2 Studiare la stabilità esterna:

/2 Calcolare i modi naturali del sistema:

/2 Studiare la stabilità interna:

/2 Calcolare gli autovalori raggiungibili:

/2 Calcolare gli eventuali autovalori non osservabili:

/3 Si calcoli la risposta nell'uscita ad un segnale a gradino in ingresso. $y(t) =$

Esercizio 3. Un sistema dinamico non lineare è descritto dall'equazione alle differenze

$$y(t+2) + y(t+1) + 2y(t) - y^3(t+1) = u(t).$$

/5 Descrivere il sistema tramite equazioni di stato e determinare i punti di equilibrio del sistema, assumendo $u(t) = 0$.

/5 Discutere la stabilità dei punti di equilibrio ottenuti al punto precedente.

Cognome:	Nome:	Matricola:
----------	-------	------------

Esercizio 1. Dato il sistema lineare tempo invariante SISO,

$$\begin{cases} x_1(t+1) &= 0 \\ x_2(t+1) &= -x_1(t) - x_2(t) + u(t) \\ x_3(t+1) &= x_1(t) + \frac{4}{3}x_2(t) + \frac{1}{3}x_3(t) \\ y(t) &= -3x_1(t) - 3x_2(t) \end{cases}$$

rispondere ai seguenti punti giustificando sempre la risposta.

- Calcolare la funzione di trasferimento del sistema:
- Studiare la stabilità esterna:
- Calcolare i modi naturali del sistema:
- Studiare la stabilità interna:
- Calcolare gli autovalori raggiungibili:
- Calcolare gli eventuali autovalori non osservabili:
- Si calcoli la risposta nell'uscita ad un segnale a gradino in ingresso. $y(t) =$

Esercizio 2. Tracciare il Diagramma di Bode (asintotico e reale) della funzione di trasferimento:

/10

$$G(s) = \frac{s(s^2 + 9)}{(5s + 1)(s + 9)^2}$$

☐ Allegato

e calcolare la risposta di regime permanente all'ingresso $u(t) = \cos 3t$.

Esercizio 3. Un sistema è costituito da una massa unitaria che si muove in linea retta con posizione $y(t)$ e soggetto alla forza $F = 4y(t)^3 - 9y(t) - \dot{y}(t)$.

- Descrivere il sistema dinamico nella sua rappresentazione ingresso-uscita;
- Scegliendo opportunamente uno stato $x(t)$, descrivere il sistema dinamico in rappresentazione di stato;
- Determinare i punti di equilibrio del sistema e discutere la loro stabilità.

Cognome:	Nome:	Matricola:
----------	-------	------------

Esercizio 1. Dato il sistema lineare tempo invariante SISO,

$$\begin{cases} x_1(t+1) &= 0 \\ x_2(t+1) &= -x_1(t) - x_2(t) + u(t) \\ x_3(t+1) &= x_1(t) + \frac{4}{3}x_2(t) + \frac{1}{3}x_3(t) \\ y(t) &= -3x_1(t) - 3x_2(t) \end{cases}$$

rispondere ai seguenti punti giustificando sempre la risposta.

- ☐ /3 Calcolare i modi naturali del sistema e studiare la stabilità interna:
- ☐ /3 Calcolare gli autovalori raggiungibili:
- ☐ /3 Calcolare gli eventuali autovalori non osservabili:
- ☐ /3 Si calcoli la risposta nell'uscita ad uno stato iniziale $x_0 = [010]'$. $y(t) =$
- ☐ /2 Studiare la stabilità esterna:
- ☐ /4 Calcolare la funzione di trasferimento del sistema e la risposta nell'uscita ad un segnale a gradino in ingresso. $y(t) =$

Esercizio 2. Tracciare il Diagramma di Bode (asintotico e reale) della funzione di trasferimento:

☐ /10

$$G(s) = \frac{(s^2 + 4)}{s(5s + 1)(s + 4)^2}$$

☐ Allegato

e calcolare la risposta di regime permanente all'ingresso $u(t) = \sin t \cos t$.

Esercizio 3. Un sistema è costituito da una massa unitaria che si muove in linea retta con posizione $y(t)$ e soggetto alla forza $F = 4y(t)^3 - 9y(t) - \dot{y}(t)$.

- ☐ /2 Descrivere il sistema dinamico nella sua rappresentazione ingresso-uscita;
- ☐ /3 Scegliendo opportunamente uno stato $x(t)$, descrivere il sistema dinamico in rappresentazione di stato;
- ☐ /6 Determinare i punti di equilibrio del sistema e discutere la loro stabilità.