

ANALISI MODE MATCHING DI UN ACCOPPIATORE DIREZIONALE DI TIPO RIBLET

Laurent Ntibarikure

Gennaio 2009

Sommario

Si presenta la tecnica numerica del *mode matching* in vista di analizzare un accoppiatore direzionale in guide rettangolari del tipo Riblet. L'analisi di tale dispositivo a quattro porte viene condotta suddividendo il problema complessivo in blocchi le cui soluzioni elettromagnetiche, previo operazioni di assemblaggio, permettono di simulare il comportamento dell'intera struttura.

Indice

1	Introduzione	1
2	La tecnica del mode matching	2
2.1	Formalismo analitico	2
2.2	Il problema del gradino	3
2.3	Il problema della giunzione N a 1	5
2.4	Implementazione numerica	5
3	L'accoppiatore direzionale di Hildebrand	8
3.1	Struttura	9
3.2	Schema di analisi	11
3.3	Risultati	13
4	Conclusione	15

1 Introduzione

La progettazione di dispositivi passivi a microonde richiede l'utilizzo di tecniche numeriche sofisticate che, con minor impegno computazionale e mantenendo adeguate accuratezze, permettano l'ottimizzazione di strutture spesso molto complesse in tempi ridotti. Per comprendere quali siano le difficoltà nell'implementazione di una tecnica numerica, abbiamo scelto di analizzare un accoppiatore direzionale di tipo Riblet con la tecnica del *mode matching* (MM), ormai affermatasi nella risoluzione di problemi di *scattering* in guide d'onda. Per i suoi ridotti tempi di calcolo, il MM agevolerebbe notevolmente la progettazione di strutture guidanti complesse.

Il MM è un metodo di analisi di strutture guidanti che sfrutta la possibilità di esprimere il campo elettromagnetico in esse confinato in una somma infinita di configurazioni modali per valutare, ad una determinata frequenza, le caratteristiche di diffusione in corrispondenza delle discontinuità.

Un generico dispositivo passivo può essere diviso in regioni omogenee, segmenti di guide d'onda di soluzioni elettromagnetiche analiticamente note. Una volta determinate, per ogni segmento, le

costanti di propagazione o d'attenuazione di ciascun modo, si applicano le condizioni al contorno imponendo la continuità delle componenti tangenziali dei campi in corrispondenza delle giunzioni tra i vari segmenti. Si ottengono così i parametri di riflessione e trasmissione che caratterizzano le discontinuità, e con pochi ulteriori passaggi, si giunge alla matrice di *scattering* del dispositivo.

Il grado di accuratezza di questa tecnica dipende dall'ordine di troncamento della somma di modi. Vi è un numero di modi che approssima adeguatamente il campo, e per cui il costo computazionale rimane largamente inferiore, per esempio, alla più diffusa tecnica degli elementi finiti¹ (FEM). Questo vantaggio si paga con una minor flessibilità della tecnica: il MM trova la sua applicazione in un numero ben più ristretto di problemi.

2 La tecnica del mode matching

Nei paragrafi 2.1-2.3 si descrivono le linee fondamentali del MM, trattando i problemi del gradino tra segmenti di guida e quello della giunzione "N a 1" o "N-forcazione". La teoria che verrà presentata è stata implementata nell'ambiente Matlab®, sviluppando del codice per simulare cascate di gradini e N-forcazioni. L'implementazione numerica di quest'ultime verrà discussa nel paragrafo 2.4, simulando una struttura che comprende entrambe le tipologie di giunzioni.

2.1 Formalismo analitico

È noto dalla teoria delle strutture guidanti[1] che il campo elettromagnetico in una guida rettangolare assume una serie infinita di configurazioni modali. Quest'ultime derivano dalla soluzione delle equazioni di Maxwell trasversalizzate per i campi elettrico e magnetico longitudinali e dall'imposizione delle condizioni al contorno sulle pareti perfettamente conduttrici². I campi trasversi totali, in una guida rettangolare omogenea idealmente priva di perdite, possono essere riscritti nelle seguenti espansioni modali:

$$\begin{aligned} E_t^e &= \sum_m \sum_n \nabla_t T_{mn}^e (a_{mn}^e e^{-jk_{mn}z} + b_{mn}^e e^{jk_{mn}z}) \\ E_t^h &= \sum_m \sum_n -Z_{mn}^h \hat{\mathbf{z}} \times \nabla_t T_{mn}^h (a_{mn}^h e^{-jk_{mn}z} + b_{mn}^h e^{jk_{mn}z}) \\ H_t^e &= \sum_m \sum_n Y_{mn}^e \hat{\mathbf{z}} \times \nabla_t T_{mn}^e (a_{mn}^e e^{-jk_{mn}z} - b_{mn}^e e^{jk_{mn}z}) \\ H_t^h &= \sum_m \sum_n \nabla_t T_{mn}^h (a_{mn}^h e^{-jk_{mn}z} - b_{mn}^h e^{jk_{mn}z}) \end{aligned} \quad (1)$$

dove $a_{mn}^{e,h}$ e $b_{mn}^{e,h}$ sono rispettivamente i coefficienti d'onda incidente e riflessa sulla giunzione. Gli apici e e h si riferiscono ai modi trasversi-magnetici (TM) e trasversi-elettrici (TE) considerati. $k_{mn}^{e,h} = -j\sqrt{(k_{xm}^2 + k_{yn}^2) - k^2}$ sono le costanti di propagazione di ciascun modo, dove $k = \omega\sqrt{\epsilon\mu}$ e $k_{xm} = \frac{m\pi}{a}$ e $k_{yn} = \frac{n\pi}{b}$ i numeri d'onda trasversi, con a e b i lati della sezione rettangolare come illustrato in figura 1. $Z_{mn}^h = \frac{k\zeta}{k_{mn}^h}$ e $Y_{mn}^e = \frac{k}{\zeta k_{mn}^e}$, sono rispettivamente le impedenze dei modi TE e ammettenze dei modi TM, con ζ impedenza caratteristica del mezzo in guida. $T_{mn}^{e,h}$ sono le configurazioni di campo trasversali o funzioni modali, caratterizzate da funzioni trigonometriche della forma:

$$\begin{aligned} T_{mn}^e &= A_{mn}^e \sin(k_{xm}x) \sin(k_{yn}y) \\ T_{mn}^h &= A_{mn}^h \cos(k_{xm}x) \cos(k_{yn}y) \end{aligned} \quad (2)$$

dove $A_{mn}^{e,h}$ sono costanti arbitrarie.

¹Il FEM richiede, in presenza di un grande numero di discontinuità, l'impiego di elementi di dimensioni minori per mantenere un'accuratezza adeguata. Ne consegue un maggior impegno computazionale.

² $T_{mn}^e = 0$, condizione di Dirichlet per i modi trasversi magnetici e $\hat{\mathbf{n}} \cdot \nabla T_{mn}^h = 0$, condizione di Neumann per i modi trasversi elettrici, dove $\hat{\mathbf{n}}$ è la normale uscente alla curva individuata dal contorno della sezione trasversale.

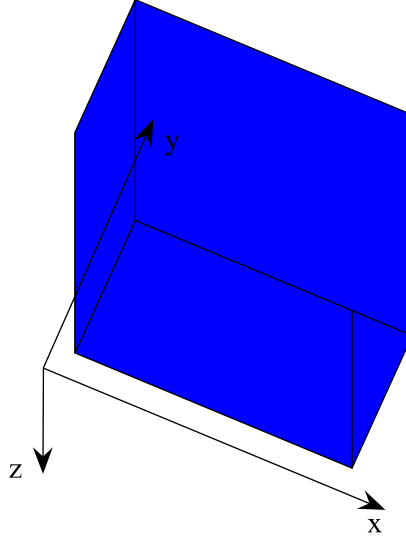


Figura 1: Guida rettangolare con propagazione dei campi lungo \hat{z}

La potenza che fluisce in guida è data dal flusso del vettore di Poynting dei campi modali (1) sulla superficie della sezione trasversale. Vengono scelti dei fattori di ampiezza $A_{mn}^{e,h}$ per le funzioni modali in modo da effettuare la seguente normalizzazione in potenza:

$$\begin{aligned} P_{mn}^e &= \frac{1}{2} \Re \left\{ \iint_A (E_{xmn} H_{ymn}^* - E_{ymn} H_{xmn}^*) dA \right\} = \frac{1}{2} [|a_{mn}^e|^2 - |b_{mn}^e|^2] k_{mn}^e \omega \epsilon \\ P_{mn}^h &= \frac{1}{2} \Re \left\{ \iint_A (E_{xmn} H_{ymn}^* - E_{ymn} H_{xmn}^*) dA \right\} = \frac{1}{2} [|a_{mn}^h|^2 - |b_{mn}^h|^2] k_{mn}^h \omega \mu \end{aligned} \quad (3)$$

dove A è l'area della sezione.

Ogni segmento di guida avrà le rispettive ampiezze dei coefficienti modali $a_{mn}^{e,h}$ e $b_{mn}^{e,h}$, incognite del problema della giunzione. Per valutare l'entità dell'accoppiamento tra modi di un segmento e l'altro della giunzione, si dovranno proiettare i campi di ciascuna regione nel medesimo spazio di funzioni, operazione senza la quale non potremmo confrontarli, e quindi verificare le condizioni al contorno. Come vedremo nel paragrafo 2.2, nell'analisi del gradino, il *set* di funzioni che semplifica la trattazione è dato dalle configurazioni modali di uno dei due segmenti giunti, a seconda della continuità da imporre.

2.2 Il problema del gradino

Vediamo come sia possibile applicare le condizioni al contorno al problema del gradino illustrato in figura 2. Vi è rappresentato il problema del *boundary enlargement*, per il quale la direzione \hat{z} di progressione delle onde vede susseguirsi un segmento di sezione A_1 e uno di sezione maggiore A_2 .

Prima di procedere con l'imposizione della continuità delle componenti tangenziali all'interfaccia, è necessario che le funzioni modali abbiano un medesimo riferimento cartesiano. Questo si ottiene con la semplice traslazione spaziale delle funzioni modali di uno o di entrambi i segmenti.

La continuità dei campi modali (1) si riflette nella scelta delle funzioni di proiezione del campo: la possibilità di annullare il campo elettrico trasverso su una porzione della superficie A_2 , quella in corrispondenza di conduttore elettrico perfetto³ (p.e.c.) di giunzione tra i due segmenti data dalla differenza tra le aree A_2 e A_1 , ci induce a proiettare i campi elettrici dei due segmenti nello spazio dei modi che costituiscono la base di espansione del campo nel segmento di guida 2; i campi magnetici

³Vale la condizione $\mathbf{E} \times \hat{\mathbf{z}} = 0$.

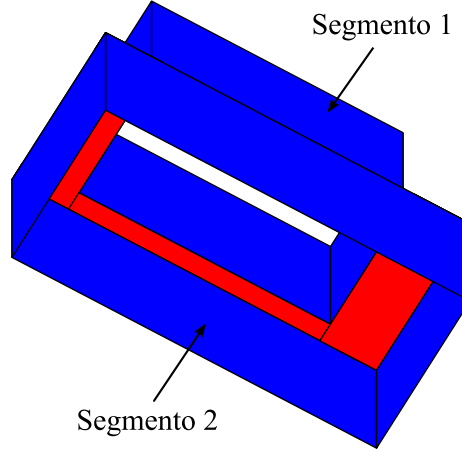


Figura 2: Struttura di una giunzione a gradino

trasversi vengono invece proiettati nello spazio dei modi del segmento 1:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_t^{(2)} \Big|_{A_1} &= \mathbf{H}_t^{(1)} \Big|_{A_1} \\ \mathbf{E}_t^{(2)} \Big|_{A_2} &= \mathbf{E}_t^{(1)} \Big|_{A_2} \end{aligned} \quad (4)$$

La proiezione dei campi trasversi dal loro spazio di espansione ad un altro viene fatta mediante il prodotto interno⁴

$$\langle \mathbf{V}_{ij}, \mathbf{W}_{kl} \rangle = \iint_A \mathbf{V}_{ij} \cdot \mathbf{W}_{kl} dA \quad (5)$$

dove \mathbf{V}_{ij} sono i modi da proiettare sullo spazio di arrivo dato dai modi \mathbf{W}_{kl} , e A è il dominio di proiezione. Si ottengono quindi degli integrali di accoppiamento detti anche “integrali di *matching*” in grado di definire per esempio, per un modo TE_{mn} progressivo con intensità $a_{mn}^{h(1)}$ nel segmento 1, quanta potenza viene trasferita a tutti i modi TE_{kl} e TM_{kl} progressivi $b_{kl}^{e,h(2)}$ nel segmento 2. Questa caratteristica denota l’aspetto “*full-wave*” del MM, in quanto vengono inclusi gli effetti di tutti i modi superiori alla discontinuità, benché essi possano essere evanescenti in entrambi i segmenti di guida. Si noti che i prodotti interni da calcolare sono risolvibili analiticamente come integrali curvilinei sui lati della sezione di riferimento, essendo le funzioni modali composte da funzioni trigonometriche (2) di facile integrazione. Inoltre, per una più semplice proiezione delle funzioni modali del segmento con sezione minore su quella di sezione maggiore, A_2 deve essere tale da comprendere interamente A_1 , riducendo così l’integrale di *matching* per la continuità del campo elettrico all’area A_2 di riferimento e non ad un’area maggiore.

Data una frequenza di eccitazione della struttura, è possibile definire un sistema risolvibile nelle incognite $a_{ij}^{e,h}$ e $b_{kl}^{e,h}$. Tale sistema, riscritto in forma matriciale, dovrà contenere un numero finito di incognite e quindi, per poter analizzare il problema, è necessario limitare il numero di modi utilizzati. Inoltre, l’analisi assistita da calcolatore è tale per cui la precisione a disposizione diverrà confrontabile con l’ampiezza dei modi superiori via via che se ne aumenterà l’ordine, troncando implicitamente la somma di modi. È comunque possibile definire un limite inferiore al numero di modi utilizzati, intrinseco alla tipologia di struttura guidante e dipendente dai parametri geometrici dei segmenti⁵, per cui la potenza espansa numericamente converge a quella totale (corrispondente a quella all’espansione non troncata) entro una percentuale soddisfacente, tipicamente superiore a 99%.

⁴Operazione definita entro spazi hilbertiani completi come quello delle configurazioni modali.

⁵Per esempio vale, per la guida rettangolare, la relazione $N_{modi} \geq \frac{10 \cdot \sqrt{a \cdot b}}{\lambda}$.

Il sistema risolvibile del gradino è riconducibile, mediante operazioni algebriche, ad una matrice di *scattering* 2×2 , $\mathbb{S}_{\text{Gradino}}$, della forma:

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = [\mathbb{S}_{\text{Gradino}}] \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbb{S}_{11} & \mathbb{S}_{12} \\ \mathbb{S}_{21} & \mathbb{S}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

dove a_1 , b_1 , a_2 e b_2 sono vettori colonna dei i modi considerati opportunamente ordinati. Si noti che la matrice $\mathbb{S}_{\text{Gradino}}$ tiene conto della sola discontinuità all'interfaccia tra i due segmenti. Per ottenere la matrice di *scattering* vista dalle porte esterne del gradino in figura 2, è necessario includere gli sfasamenti dei campi modali dovuti alle lunghezze dei segmenti. Quest'operazione viene fatta moltiplicando opportunamente gli elementi della matrice $\mathbb{S}_{\text{Gradino}}$ con una matrice di *delay*, matrice dei ritardi di fase di ciascun modo. Il problema della cascata di gradini si basa sull'unione delle matrici di *scattering* di ciascuna giunzione, considerando gli sfasamenti dei campi modali dovuti ai tratti di linea che uniscono gradini consecutivi. Il gradino in configurazione *boundary reduction* ha la medesima risposta elettromagnetica del *boundary enlargement*. Avendo, da un punto di vista circuitale, scambiato le porte di ingresso e di uscita, è sufficiente trattare uno dei due casi per risolverli entrambi, ricombinando opportunamente gli elementi della matrice di *scattering*.

2.3 Il problema della giunzione N a 1

L'N-forcazione si risolve in modo analogo al gradino. La differenza sostanziale sta nelle condizioni al contorno. Indicando come regione (1) quella degli N segmenti e come regione (2) quella del segmento che congiunge gli N segmenti, la continuità delle componenti tangenziali si ottiene dalle seguenti relazioni:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_t^{(2)} \Big|_{A_1^{[i]}} &= \mathbf{H}_t^{(1)[i]} \Big|_{A_1^{[i]}}, \quad i = 1 \dots N \\ \mathbf{E}_t^{(2)} \Big|_{A_2} &= \sum_{i=1}^N \mathbf{E}_t^{(1)[i]} \Big|_{A_2} \end{aligned} \quad (7)$$

Vale il principio di sovrapposizione degli effetti e si può quindi dedurre la matrice del problema risolvibile di tale giunzione dai contributi di ogni singolo gradino che la costituisce. I contributi congiunti tra gli N segmenti posti dallo stesso lato nascono dalla costruzione della matrice di *scattering*. Si ottiene quindi una matrice di *scattering* $\mathbb{S}_{\text{N-forcazione}}$ che descrive il comportamento dell'interfaccia di giunzione, matrice $(N+1) \times (N+1)$ della forma:

$$[\mathbb{S}_{\text{N-forcazione}}] = \begin{bmatrix} \mathbb{S}_{1,1} & \mathbb{S}_{1,2} & \cdots & \mathbb{S}_{1,N+1} \\ \mathbb{S}_{2,1} & \mathbb{S}_{2,2} & \cdots & \mathbb{S}_{2,N+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbb{S}_{N+1,1} & \mathbb{S}_{N+1,2} & \cdots & \mathbb{S}_{N+1,N+1} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Come lo era per il singolo gradino, la matrice di *scattering* alle porte esterne delle giunzioni si ricava con gli opportuni sfasamenti corrispondenti alle lunghezze dei segmenti.

2.4 Implementazione numerica

Da un punto di vista computazionale, la teoria del MM presentata nei precedenti paragrafi 2.1-2.3 può essere riassunta nelle seguenti operazioni:

1. esprimere il campo elettromagnetico trasverso in ogni segmento di guida come somma di funzioni modali,
2. applicare la continuità delle componenti tangenziali del campo,

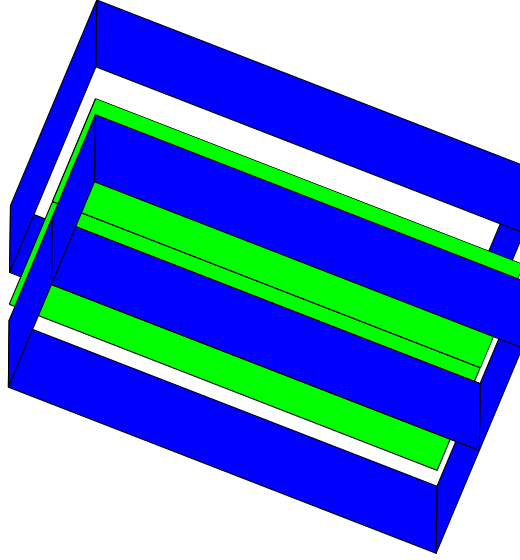


Figura 3: Biforcazione nel piano E.

3. proiettare i modi di espansione del campo elettrico sulle funzioni modali corrispondenti alla guida di sezione più ampia e i modi del campo magnetico sulle funzioni modali corrispondenti alla guide di sezioni più strette, deducendo gli integrali di *matching* e procedendo con la loro soluzione analitica in forma chiusa,
4. costruire un sistema risolvete in forma matriciale, le cui incognite sono le onde incidenti a e riflesse b sulla discontinuità,
5. ricondurre il sistema risolvete ad una matrice di *scattering*, della forma (6) per un gradino e (8) per la giunzione N a 1. Quest'ultima viene schematizzata in figura 4 con un blocco di N+1 porte.



Figura 4: Blocco schematico di una generica giunzione N a 1.

Sono state realizzate delle funzioni Matlab che implementano le 5 fasi dell'algoritmo precedentemente elencato. In particolare, le funzioni “*Multistep*” e “*Nto1Junction*” costituiscono il cuore del programma: ricevendo in ingresso parametri relativi alla geometria della struttura, quali le lunghezze d'onda di *cut-off* dei modi che espandono il campo in guida e le aree di affacciamento ad una giunzione, queste funzioni restituiscono per la frequenza di lavoro richiesta le rispettive matrici di *scattering*, la prima di una cascata di gradini e la seconda di una giunzione N a 1. Una funzione chiamante per la soluzione di un dispositivo composto da simili blocchi si occuperà quindi di analizzare i dati geometrici e topologici dei segmenti giunti per poi chiamare le funzioni *Multistep* e *Nto1Junction* su un'insieme di righe spettrali, in modo da ricavare il comportamento del dispositivo su di una banda più ampia.

Analisi di una biforcazione

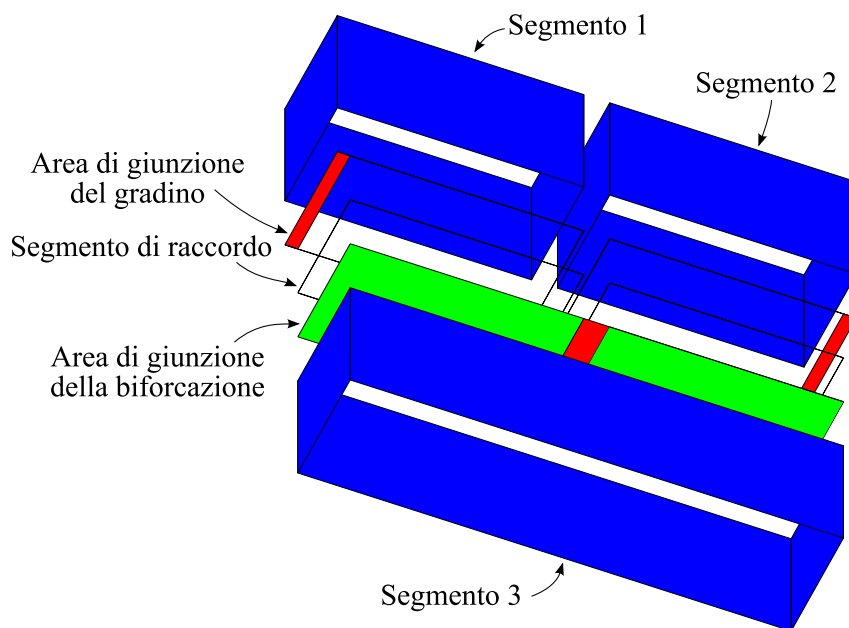


Figura 5: Biforcazione nel piano H con incompleta sovrapposizione delle guide.

Procediamo con l'analisi della struttura illustrata in figura 5. Trattasi di una biforcazione per la quale la guida 3 di sezione maggiore non include completamente le sezioni delle altre guide 1 e 2. Per poter valutare gli integrali di *matching*, viene inserito in prossimità della superficie di giunzione dei segmenti di guida di lunghezza nulla tali per cui le sezioni si sovrappongano correttamente. Questi segmenti fittizi serviranno da raccordo tra la giunzione e i segmenti 1 e 2.

Le guide 1 e 2 sono delle WR75 (0,75"×0,375") e il lato *a* della terza guida è leggermente più lungo del doppio delle altre. Vi è quindi uno scostamento maggiore delle guide 1 e 2 rispetto all'asse longitudinale della guida 3 per avere la non totale sovrapposizione delle aree di *matching*.

Risolvere l'intera struttura significa determinare la matrice di *scattering* 3×3 vista dalle onde modali incidenti alle porte esterne dei segmenti 1, 2 e 3. Per calcolarla abbiamo deciso di scomporre il problema in quattro sotto-problemi: la struttura può essere vista come composta da tre strutture guidanti di soli gradini ed una giunzione di raccordo come viene illustrato nello schema a blocchi risolutivo di figura 6.

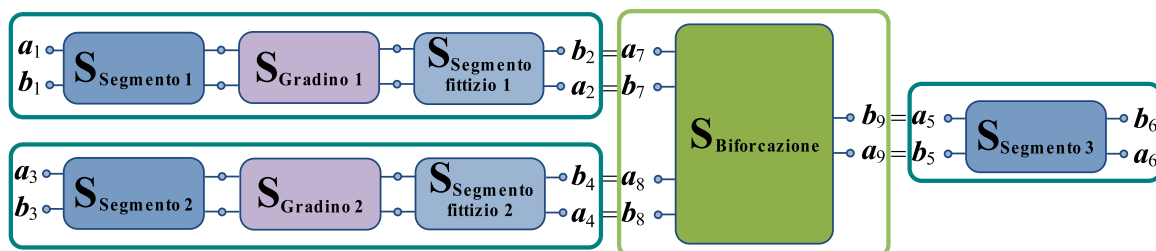


Figura 6: Schema a blocchi della biforcazione da analizzare.

Con questo schema a blocchi abbiamo stabilito una numerazione globale per le porte principali del problema: due porte per ogni cascata di gradini e per il tronco di linea dato dal segmento 3, tre porte per la giunzione "2 a 1". Le porte esterne della struttura sono le 1, 3 e 6.

Una volta ricavate le matrici di *scattering* di ciascun blocco, è necessario assemblarle. Supponiamo di avere *N* blocchi tra cascate di gradini e giunzioni, le *N* rispettive matrici possono essere raggruppate, disponendole diagonalmente in una matrice più ampia, la *Generalized Scattering Matrix*

(GSM):

$$\text{GSM} = \begin{bmatrix} [\mathbb{S}_1] & & & \\ & [\mathbb{S}_2] & & \\ & & \ddots & \\ & & & [\mathbb{S}_N] \end{bmatrix} \quad (9)$$

Nel caso nostro otterremo una diagonale composta dalle tre matrici 2×2 dei gradini e dalla matrice 3×3 della giunzione 2 a 1. L'algoritmo di condensazione di GSM presentato in [3] è stato implementato nel programma "CondenseGSM". Per ridurre la GSM alle porte esterne si procede eguagliando i campi modali incogniti relativi a due blocchi connessi, ad esempio per il blocco relativo al segmento 1 e la biforcazione, collegati tramite le porte 2 e 7. Si ottengono quindi delle equazioni che mettano in relazione le onde incidenti alle porte collegate ad altre porte della struttura. È quindi possibile riscrivere l'intero sistema risolvendo eliminando le porte appena collegate. Procedendo iterativamente, si giunge ad un'equazione matriciale relativa alle sole porte esterne del sistema.

Un'operazione di notevole importanza è quella della rinormalizzazione delle GSM. In effetti, le espressioni analitiche della continuità dei campi (4) e (7) sono tali da conferire una dipendenza spettrale $j k_{mn}$ alle ampiezze modali di un segmento. La funzione "Renormalize" viene applicata ad una matrice di *scattering* condensata, riferendola alle porte esterne e quindi ai rispettivi numeri d'onda k_{mn} , strettamente legati alla sezione del segmento corrispondente. Si ottengono così coefficienti di *scattering* normalizzati.

Si noti che la cascata di gradini stessa può essere vista come un sistema di blocchi connessi, come illustrato in figura 6, e la funzione Multistep potrebbe essere realizzata con operazioni di condensazione e rinormalizzazione agli estremi.

La simulazione della struttura è stata condotta sia col metodo del MM implementato che con il simulatore commerciale dell'Ansoft, HFSS, il quale implementa il FEM. In figura 7 vi sono illustrati i risultati delle simulazioni, avendo eseguito per entrambe uno *sweep* in frequenza da 10 a 25 GHz e rappresentato, considerando il modo TE_{10} di eccitazione alla porta 1, il modo TE_{10} riflesso alla medesima porta ($\mathbb{S}_{11_{h10_{h10}}}$), i modi TE_{10} trasmessi alle porte 2 e 3 ($\mathbb{S}_{21_{h10_{h10}}}$ e $\mathbb{S}_{31_{h10_{h10}}}$) ed infine i modi di ordine superiore TE_{20} , TE_{30} , TE_{40} e TE_{50} alla porta 3 ($\mathbb{S}_{31_{h20_{h10}}}$, $\mathbb{S}_{31_{h30_{h10}}}$, $\mathbb{S}_{31_{h40_{h10}}}$ e $\mathbb{S}_{31_{h50_{h10}}}$). Per il MM sono stati impiegati 16 modi di espansione. Il numero di punti frequenziali è di 61 per entrambi i metodi. I tempi di simulazione, sulla medesima macchina, sono stati del minuto per il MM e dell'ordine dell'ora per il FEM.

Il modo fondamentale nelle WR75 nasce intorno ai 7,78 GHz, frequenza alla quale nella guida 3 il modo TE_{20} si trova in condizioni di propagarsi. Fino alla frequenza di attivazione del modo TE_{30} nella guida 3, intorno ai 11,8 GHz, la potenza del segnale in banda unimodale iniettato nella guida 1 viene conteso tra i modi TE_{10} e TE_{20} nella guida 3. Per ragioni che possiamo intuitivamente ricondurre alla distribuzione spaziale dei campi modali, il modo TE_{30} assorbe prevalentemente la potenza precedentemente destinata al modo TE_{10} , lasciando inalterato il modo TE_{20} a -3 dB. Il modo TE_{40} , con frequenza critica intorno ai 15,7 GHz disturba lievemente il TE_{20} in guida 3 ed è tale da assorbire maggior potenza dal modo TE_{20} che si innesca nella guida 2 alla medesima frequenza (l' $\mathbb{S}_{21_{h10_{h10}}}$ si riduce drasticamente cedendo potenza all' $\mathbb{S}_{21_{h20_{h10}}}$ che a sua volta la cede all' $\mathbb{S}_{31_{h40_{h10}}}$).

È interessante vedere che gli andamenti dei grafici sono simili, verificando la corretta implementazione della tecnica. La possibilità di applicare il metodo a strutture di complessità maggiore suscita un notevole interesse: la variazione dei parametri geometrici per rientrare entro delle specifiche di progetto di un certo dispositivo si esegue in tempi notevolmente ridotti, velocizzando il progetto di una tale struttura.

3 L'accoppiatore direzionale di Hildebrand

L. T. Hildebrand descrive in [4] l'analisi MM di un accoppiatore direzionale di tipo Riblet. I grafici che presenta, derivati da una sua implementazione del MM, hanno prodotto buone similitudini con

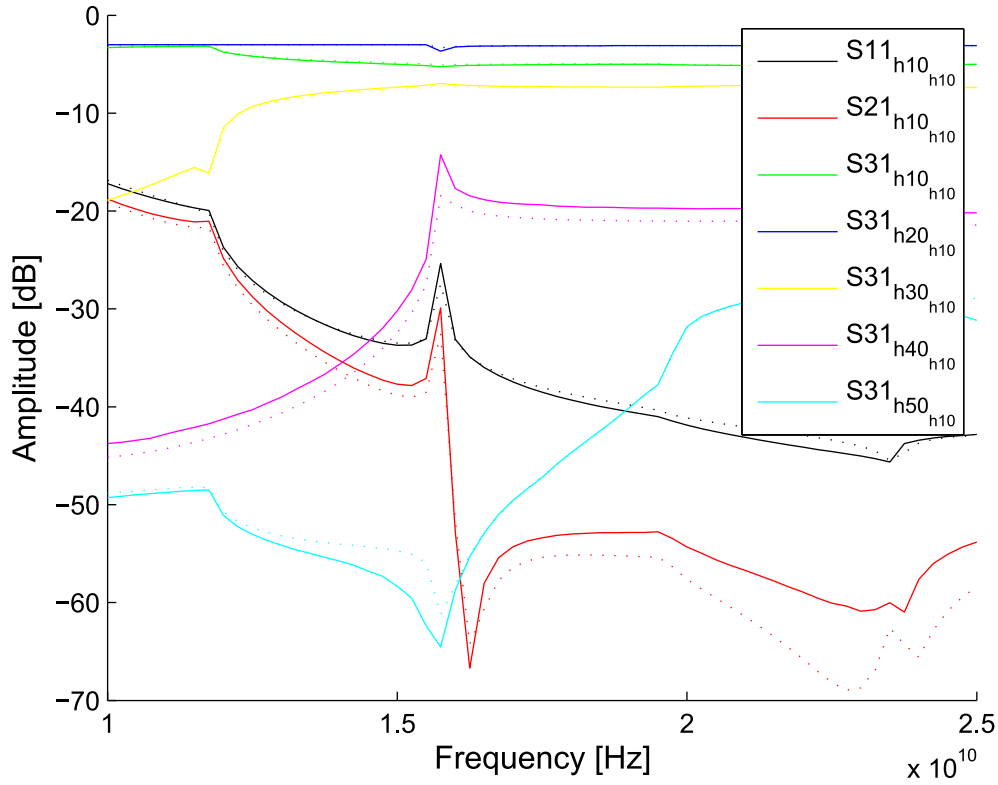


Figura 7: Risultati a confronto tra quelli ottenuti col MM implementato (—) e quelli ottenuti col simulatore HFSS (...) per la biforcazione di figura 5.

quelli che ha ottenuto da una simulazione con HFSS ([4]-III. Results). Ci siamo riferiti a questi grafici per verificare i risultati ottenuti con l'implementazione discussa nel precedente paragrafo 2.

3.1 Struttura

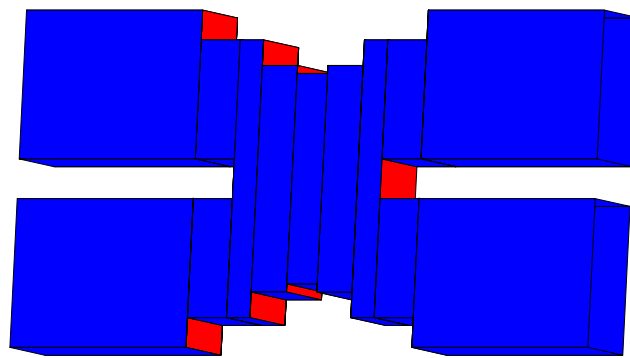


Figura 8: Struttura dell'accoppiatore direzionale di Hildebrand.

Analizziamo la struttura dell'accoppiatore direzionale in figura 8. Trattasi di una giunzione ibrida di tipo Riblet [5], ossia una giunzione costituita da due segmenti di guida uniti nel piano H da un'apertura dimensionata in modo da presentare, ad una determinata frequenza, le seguenti caratteristiche:

- dal lato di iniezione del segnale non vi è alcun campo riflesso e queste prime due porte vengono chiamate “porta d'ingresso” e “porta isolata”,

- dal lato opposto fuoriesce tutto il campo iniettato, diviso tra la “porta di trasmissione” appartenente allo stesso segmento di guida della porta d’ingresso e la “porta accoppiata” dell’altro segmento,
- la caratteristica “ibrida” è legata alla divisione equa della potenza tra le porte di uscita, ossia -3dB rispetto alla porta di ingresso per entrambe,
- vi è una fase relativa tra i segnali di uscita di 90° .

Le precedenti caratteristiche corrispondono ad un’ibrido ideale ed è necessario poter esprimere le prestazioni di un accoppiatore direzionale reale. Si introducono quindi i seguenti parametri tratti da [6]:

- “fattore di accoppiamento”: rapporto tra la potenza in ingresso e quella in uscita alla porta accoppiata,
- “direttività”: rapporto tra la potenza in uscita alla porta accoppiata e quella che giunge alla porta isolata,
- “fattore di isolamento”: rapporto tra la potenza in ingresso e quella che giunge alla porta isolata.

L’accoppiatore di Hildebrand è una versione modificata della “*Short-Slot Hybrid Junction*” di H. J. Riblet illustrata in figura 9. La banda⁶ di quest’ultimo dispositivo è particolarmente stretta e buone prestazioni a larga banda si ottengono caricando capacitivamente (ad esempio con una vite micrometrica) la regione di accoppiamento. L’allargamento della banda dell’ibrido di Hildebrand si ottiene realizzando una regione di accoppiamento con una cascata di gradini, assicurando così un addattamento di impedenza graduale. Un tale dispositivo presenta numerosi vantaggi rispetto all’ibrido di Riblet caricato capacitivamente, nonostante non si raggiungano le medesime prestazioni. La semplicità realizzativa e di impiego fa della giunzione di Hildebrand una buona alternativa nelle applicazioni a banda relativamente stretta.

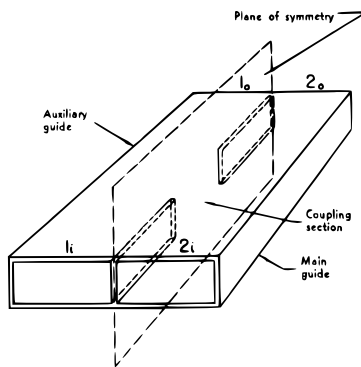


Figura 9: Struttura dell’accoppiatore direzionale di Riblet. [5]

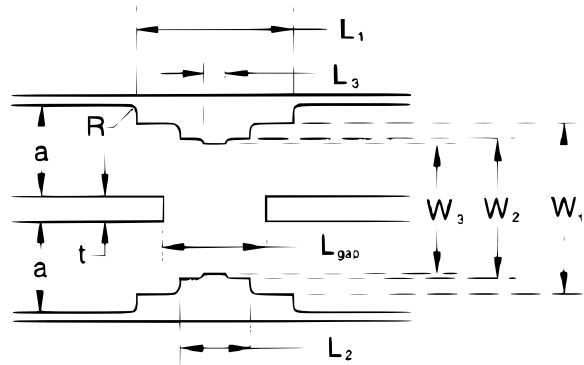


Figura 10: Geometria dell’accoppiatore direzionale di Hildebrand. [4]

Le dimensioni dell’accoppiatore di Hildebrand, progettato per operare intorno ai 14 GHz, sono tali da raccordare delle guide WR75. Le dimensioni, in pollici, riportate in figura 10 sono le seguenti: $a = 0.75$ ", $b = 0.375$ ", $t = 0.2$ ", $R = 0.040$ ", $L_1 = 1.282$ ", $L_2 = 0.572$ ", $L_3 = 0.172$ ", $L_{gap} = 0.838$ ", $W_1 = 1.4$ ", $W_2 = 1.142$ " e $W_3 = 1.06$ ". Nella nostra simulazione si considera nullo il raggio di curvatura R delle WR75, benché potremmo facilmente includere questo parametro discretizzando la curvatura con una cascata di guide via via più strette e di lunghezza infinitesima rispetto al raggio.

⁶Per banda si intende lo spettro per il quale un dispositivo preserva, entro certe tolleranze, le caratteristiche elettromagnetiche specificate.

3.2 Schema di analisi

L'accoppiatore di Hildebrand è complessivamente composto da 13 segmenti di guida disposti in 5 cascate di gradini e da 2 biforcazioni. In figura 11 sono illustrati i componenti disgiunti della struttura.

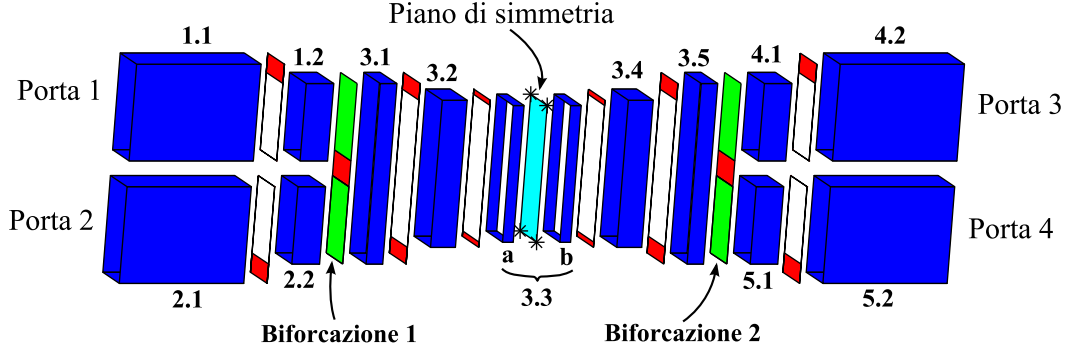


Figura 11: Struttura dettagliata dell'accoppiatore direzionale di Hildebrand con sezione nel piano trasversale di simmetria.

L'accoppiatore di Hildebrand gode di una simmetria interessante dal punto di vista computazionale: è possibile individuare un piano trasversale che divida in due parti uguali la struttura e, procedendo con la soluzione di una sola delle parti, ricondurre i risultati all'intera struttura. Tale piano è localizzato, come si può vedere in figura 11 alla mezziera del terzo segmento della cascata di gradini confinata entro le due aree di biforcazione. L'analisi si riduce quindi alla computazione delle matrici di *scattering* dei gradini 1 (segmenti 1.1 e 1.2) e 2 (segmenti 2.1 e 2.2), di metà gradino 3 (segmenti 3.1, 3.2 e 3.3a) e della biforcazione 1. Si ottiene, analogamente a quanto fatto nel paragrafo 2.4, quattro matrici di *scattering*. Ottenuta la GSM relativa ai quattro blocchi, questa verrà condensata alle porte aperte dei segmenti 1.1, 2.1 e 3.3 nella seguente matrice 3×3 :

$$\mathbb{S}_{\text{half}} = \begin{bmatrix} \mathbb{S}_{11} & \mathbb{S}_{12} & \mathbb{S}_{13} \\ \mathbb{S}_{21} & \mathbb{S}_{22} & \mathbb{S}_{23} \\ \mathbb{S}_{31} & \mathbb{S}_{32} & \mathbb{S}_{33} \end{bmatrix} \quad (10)$$

Per aggiungere l'altra metà ai risultati ottenuti è sufficiente raddoppiare la matrice \mathbb{S}_{half} e disporre le due matrici identiche in una nuova GSM, la quale avrà come porte associate le porte aperte dei segmenti 1.1, 2.1 e 3.3a per la prima sotto-matrice e le porte aperte dei segmenti 4.2, 5.2 e 3.3b per la seconda:

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{1.1} \\ b_{2.1} \\ b_{3.3a} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} b_{4.2} \\ b_{5.2} \\ b_{3.3b} \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbb{S}_{11} & \mathbb{S}_{12} & \mathbb{S}_{13} \\ \mathbb{S}_{21} & \mathbb{S}_{22} & \mathbb{S}_{23} \\ \mathbb{S}_{31} & \mathbb{S}_{32} & \mathbb{S}_{33} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \mathbb{S}_{11} & \mathbb{S}_{12} & \mathbb{S}_{13} \\ \mathbb{S}_{21} & \mathbb{S}_{22} & \mathbb{S}_{23} \\ \mathbb{S}_{31} & \mathbb{S}_{32} & \mathbb{S}_{33} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{1.1} \\ a_{2.1} \\ a_{3.3a} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} a_{4.2} \\ a_{5.2} \\ a_{3.3b} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (11)$$

Si procede quindi con la condensazione, le porte aperte dei segmenti 3.3a e 3.3b dovendo essere connesse. Si ottiene una matrice della forma:

$$\begin{bmatrix} b_{1.1} \\ b_{2.1} \\ b_{4.2} \\ b_{5.2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbb{S}'_{11} & \mathbb{S}'_{12} & \mathbb{S}'_{13} & \mathbb{S}'_{14} \\ \mathbb{S}'_{21} & \mathbb{S}'_{22} & \mathbb{S}'_{23} & \mathbb{S}'_{24} \\ \mathbb{S}'_{31} & \mathbb{S}'_{32} & \mathbb{S}'_{33} & \mathbb{S}'_{34} \\ \mathbb{S}'_{41} & \mathbb{S}'_{42} & \mathbb{S}'_{43} & \mathbb{S}'_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{1.1} \\ a_{2.1} \\ a_{4.2} \\ a_{5.2} \end{bmatrix} \quad (12)$$

che descrive il comportamento dell'accoppiatore direzionale di Hildebrand ad una determinata frequenza di eccitazione. I risultati verranno discussi nel paragrafo 3.3, confrontandoli con quelli ottenuti da Hildebrand.

Si noti che la computazione diretta della matrice di *scattering* della struttura simmetrica 1 a N si ottiene con la ridisposizione temporanea dei segmenti, riconducendo tale giunzione ad una N a 1 identicamente simmetrica.

Questo metodo di analisi considerava la presenza di un'unica area di n-forcazione. È stata implementata, per estendere il codice precedentemente sviluppato, la possibilità di analizzare una struttura composta da un numero maggiore di n-forcazioni e, percorrendone una alla volta, di risolvere il “macroblocco” composto dall'area di n-forcazione e delle strutture a gradini adiacenti.

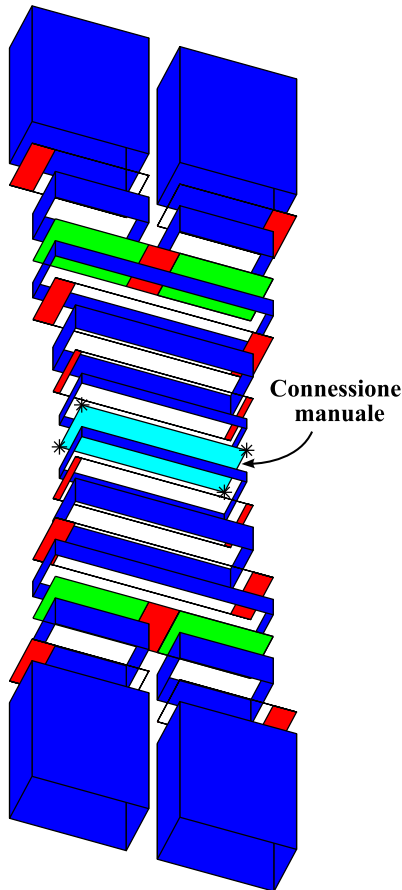


Figura 12: Struttura dettagliata dell'accoppiatore direzionale di Hildebrand ottenuta con la dichiarazione esplicita di una connessione inter-macroblocchi.

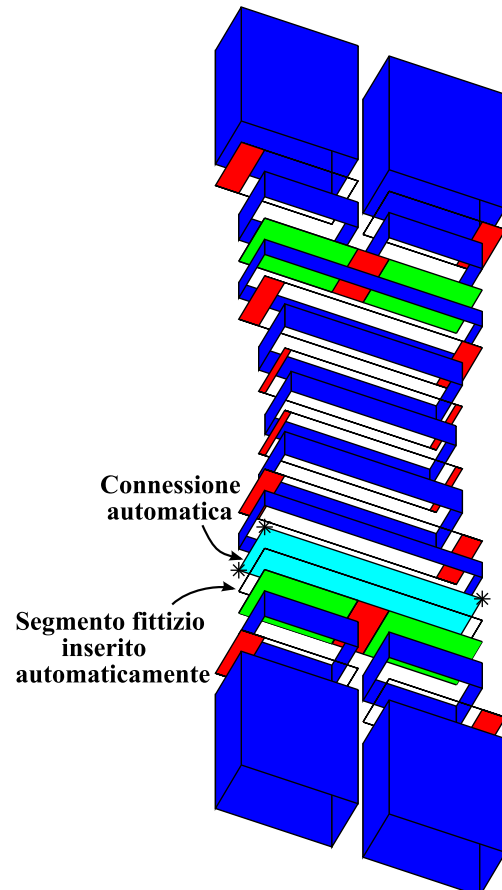


Figura 13: Struttura dettagliata dell'accoppiatore direzionale di Hildebrand ottenuta con la separazione automatica delle biforcazioni.

È possibile richiedere esplicitamente, come si può vedere in figura 12, la connessione di macro-blocchi per ottenere la matrice di *scattering* dell'intero problema. Qualora alcuni macroblocchi dovessero presentare strutture a gradini condivise, vi è la possibilità di inserire automaticamente un segmento di lunghezza nulla come viene illustrato in figura 13 e separare così i blocchi congiunti. Entrambe le configurazioni conducono alla medesima matrice di *scattering* (12).

Ricapitolando, è possibile definire la seguente serie di passaggi risolutivi per un generico dispositivo composto da giunzioni trasversali⁷ quali gradini e n-forcazioni:

- controllare i dati in ingresso relativi allo *sweep* in frequenza e quelli geometrici e topologici della struttura,

⁷Il codice che è stato implementato risolve soltanto delle giunzioni per le quali la continuità dei campi è associata alle loro componenti trasversali. Un gomito o una giunzione a T richiede l'aggiunta di un modulo risolvete che tratti le componenti longitudinali dei campi per eccitare modi che si possono propagare trasversalmente.[7]

- procedere, per ogni frequenza richiesta, con la soluzione schematizzata nel diagramma di flusso di figura 14,
- presentare i dati elaborati.

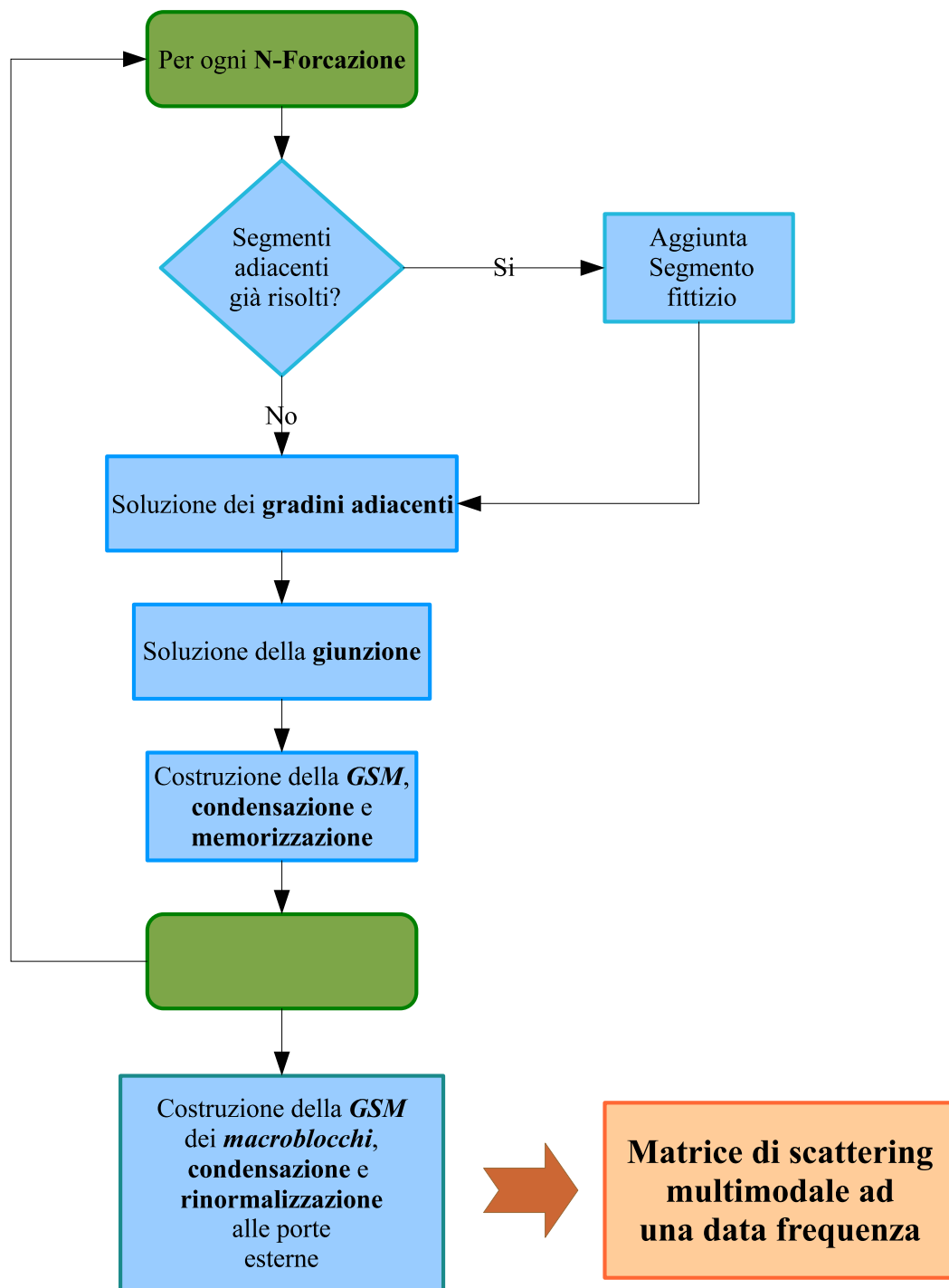


Figura 14: Diagramma di flusso del programma per la soluzione di un generico dispositivo.

3.3 Risultati

Vediamo adesso i risultati ottenuti dalle simulazioni, identici per i tre metodi di analisi descritti nel precedente paragrafo 3.2. Le simulazioni sono state eseguite considerando 13 modi di espansione

su 51 punti frequenziali equidistanti nell'intervallo che va da 13 a 15 GHz. I coefficienti di diffusione illustrati sono corrispondenti al solo modo fondamentale. Le figure relative alle simulazioni di Hildebrand comprendono grafici di misure effettuate su un dispositivo dimensionato come in figura 10.

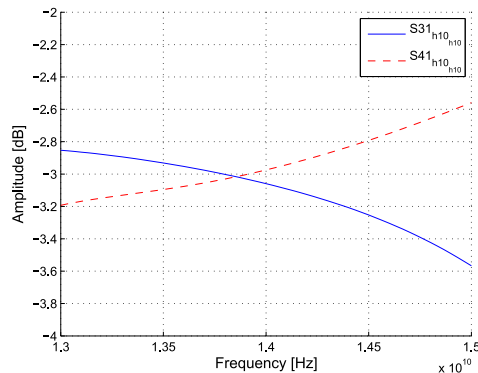


Figura 15: Parametri di trasmissione.

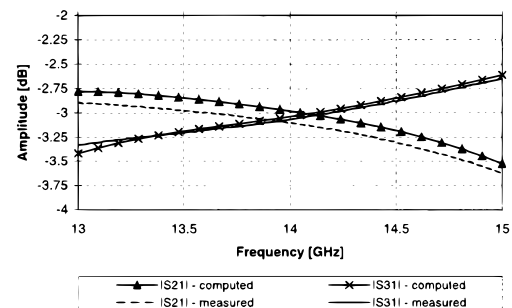


Figura 16: Parametri di trasmissione ottenuti da Hildebrand.

Nelle figure 15 e 16 si illustrano i parametri di trasmissione che verificano la caratteristica ibrida dell'accoppiatore direzionale, nella prima quelli ottenuti dalla nostra simulazione e nella seconda quelli pubblicati da Hildebrand. La nostra simulazione presenta una frequenza di incrocio tra il coefficiente di trasmissione alla porta diretta ($S31_{h10_{h10}}$, $S21$ per Hildebrand) e quello alla porta accoppiata ($S41_{h10_{h10}}$, $S31$ per Hildebrand) di circa 13,8 GHz, frequenza alla quale la potenza viene divisa equamente entro le porte di uscita e che chiameremo “frequenza centrale”. Tali parametri restano, nell'intervallo di frequenze considerato, entro ± 0.6 dB. La banda a $-3\text{dB} \pm 0.125$ dB riduce l'intervallo di lavoro entro 13,35 e 14,25 GHz, implicando una banda relativa di soli 6.5% rispetto ai 15% ottenuti con un ibrido Riblet caricato capacitivamente.

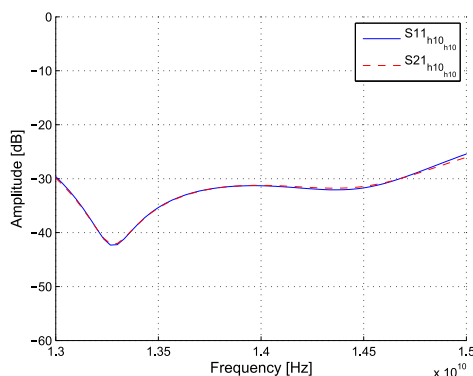


Figura 17: Parametri di riflessione.

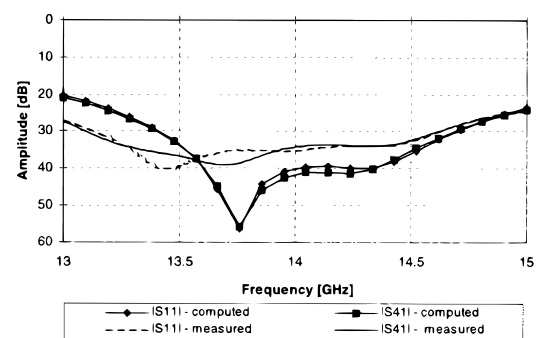


Figura 18: Parametri di riflessione ottenuti da Hildebrand.

Nelle figure 17 e 18 vengono illustrati i parametri di riflessione alle porte di ingresso ($S11_{h10_{h10}}$, $S11$ per Hildebrand) e a quella isolata ($S21_{h10_{h10}}$, $S41$ per Hildebrand). Alla frequenza centrale, il fattore di isolamento da noi ottenuto è di circa 30 dB e la banda con un tale isolamento si estende da 13 a 14,7 GHz. Si noti la similitudine con gli andamenti ottenuti da Hildebrand, benché i valori ottenuti siano diversi.

Infine nelle figure 19 e 20 viene illustrata la caratteristica in fase e quadratura dei segnali che fuoriescono dalle porte dirette e accoppiata. La fase relativa avvicina nettamente i 90 gradi entro i 6.5% di banda di lavoro.

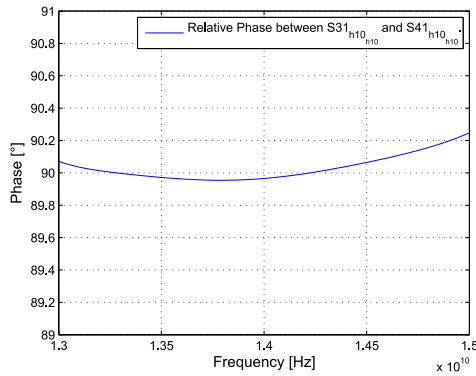


Figura 19: Caratteristica I/Q.

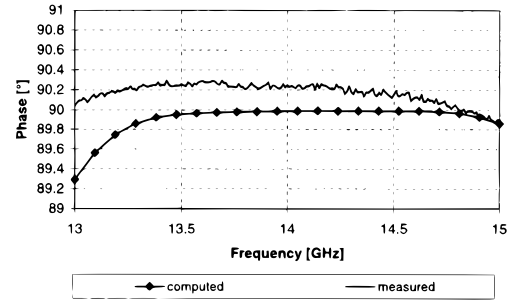


Figura 20: Caratteristica I/Q ottenuta da Hildebrand.

4 Conclusione

È stata presentata la tecnica del *mode matching* in strutture guidanti a sezione rettangolare, delineando gli aspetti fondamentali per la realizzazione di un codice numerico. L'implementazione al calcolatore di questa tecnica è stata utilizzata per simulare in un primo momento una biforcazione nel piano H e poi l'accoppiatore direzionale di Hildebrand. Nel loro complesso i risultati ottenuti, a confronto per la prima simulazione con quelli ricavati da una simulazione della biforcazione con HFFS e per la seconda con quelli pubblicati da Hildebrand, hanno dimostrato la validità dell'implementazione.

Le tipologie di discontinuità strutturali che il codice realizzato permette di analizzare sono i gradini e quindi la cascata di gradini, e le giunzioni N a 1. Vi è un ulteriore tipo di giunzione, la giunzione a T, che sollecita un particolare interesse in quanto permetterebbe di estendere l'unico grado di libertà di propagazione del campo lungo \hat{z} delle precedenti strutture ai tre gradi di libertà del caso tridimensionale [7].

L'alta efficienza computazionale del *mode matching* offre la possibilità di analizzare in tempi brevi e con adeguata accuratezza strutture guidanti altamente complesse quali filtri, accoppiatori e ben altri. Questa tecnica numerica rappresenta quindi un potente strumento nella progettazione e l'ottimizzazione di strutture guidanti.

Riferimenti bibliografici

- [1] C. A. Balanis, *Advanced Engineering Electromagnetics*, New York: Wiley, 1989.
- [2] G. G. Gentili, *Properties of TE-TM Mode-Matching Techniques*, IEEE Microwave and Guided Wave Letters, Vol. 39, No. 9, September 1991, pp. 1669-1673.
- [3] S. Selleri, *How to Condense GSMs*, IEEE Transactions.
- [4] L. T. Hildebrand, *Results for a Simple Compact Narrow-Wall Directional Coupler*, IEEE Microwave and Guided Wave Letters, Vol. 10, No. 6, June 2000, pp. 231-232.
- [5] H. J. Riblet, *The Short-Slot Hybrid Junction*, Proceedings of the Institute of Radio Engineers, Vol. 40, No. 2, February 1952, pp. 180-184.
- [6] M. B. Steer, R. J. Trew, "Microwave Device", *The Electrical Engineering Handbook* Ed. Richard C. Dorf, Boca Raton: CRC Press LLC, 2000.
- [7] T. Sieverding, F. Arndt, *Field Theoretic CAD of Open or Aperture Matched T-Junction Coupled Rectangular Waveguide Structures*, IEEE Microwave and Guided Wave Letters, Vol. 40, No. 2, February 1992, pp. 353-362.