# APPENDICE 2

## PROPRIETA' DELLE TRASFORMATE DI FOURIER

1) $\mathrm{rect}(t) \longleftrightarrow \mathrm{sinc}(f)$

2) Linearità: se $g_1(t) \leftrightarrow G_1(f)$ e $g_2(t) \leftrightarrow G_2(f)$ si ha:
$a_1 g_1(t) + a_2 g_2(t) \leftrightarrow a_1 G_1(f) + a_2 G_2(f)$ con $a_1$ e $a_2$ costanti arbitrarie

3) Dualità: $\forall \quad g(t) \leftrightarrow G(f) \Rightarrow G(t) \leftrightarrow g(-f)$

4) Variazione "scala" temporale:
Per ogni a reale: $g(at) \leftrightarrow \frac{1}{|a|} G\left(\frac{f}{a}\right)$

5) Traslazione nel dominio del tempo
$g(t \pm t_0) \leftrightarrow G(f)\, e^{\pm j2\pi f t_0}$

6) Traslazione nel dominio della frequenza
$g(t)\, e^{\pm j2\pi f_0 t} \leftrightarrow G(f \mp f_0)$

7) Coniugazione
Se $g(t) \longleftrightarrow G(f)$ allora: $g^*(t) \longleftrightarrow G^*(-f)$

a) $\forall$ g(t) reale: $G(-f) = G^*(f)$, cioè
il modulo di G(f) è funzione pari
la fase di G(f) è funzione dispari

b) $\forall$ g(t) reale: la parte reale di G(f) è funzione pari della frequenza;
la parte immaginaria è funzione dispari.

c) $\forall$ g(t) reale e pari, G(f) è una funzione reale e pari della frequenza.

d) $\forall$ g(t) reale e dispari, G(f) è immaginaria pura e dispari.

8) Area di g(t)
Se g(t) è reale, si ha: $G(0) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)\, dt$ Area di g(t)

9) Derivazione nel dominio del tempo
g(t) ammetta trasformata di Fourier assieme alle sue derivate fino a quella di ordine n[1]:
$$\frac{d^n g(t)}{dt^n} \longleftrightarrow (j2\pi f)^n G(f)$$

10) Convoluzione
$$g_1(t) \otimes g_2(t) \underline{\Delta} \int_{-\infty}^{\infty} g_1(\tau)\, g_2(t-\tau)\, d\tau \qquad \text{con} \quad \begin{array}{l} g_1(t) \longleftrightarrow G_1(f) \\ g_2(t) \longleftrightarrow G_2(f) \end{array} \text{ segnali continui}$$

[1] Si noti che l'esistenza della trasformata della derivata fino all'ordine n non è assicurata; è stato solo stabilito che, se tale trasformata esiste, essa ha la forma indicata.

si dimostra che: $g_1(t) \otimes g_2(t) \longleftrightarrow G_1(f) G_2(f)$

11) Prodotto

Se le funzioni $g_1(t)$ e $g_2(t)$ sono Fourier trasformabili, allora

$$g_1(t)\, g_2(t) \longleftrightarrow G_1(f) \otimes G_2(f)$$

12) Integrazione

Se g(t) è Fourier trasformabile $\int_{-\infty}^{t} g(t)\, dt \longleftrightarrow \frac{G(f)}{j2\pi f} + \frac{G(0)}{2}\delta(f)$

13) Crosscorrelazione

Assegnate due funzioni $g_1(t)$ e $g_2(t)$,Fourier trasformabili:

$$R_{12}(\tau) \underline{\Delta} \int_{-\infty}^{\infty} g_1(t+\tau)\, g_2^*(t)\, dt \longleftrightarrow G_1(f) \cdot G_2^*(f)$$

14) Autocorrelazione

Sia g(t) Fourier trasformabile:

$$R_g(\tau) \underline{\Delta} \int_{-\infty}^{\infty} g(t+\tau) \cdot g^*(t)\, dt \longleftrightarrow G(f) \cdot G^*(f) = \left|G(f)\right|^2$$