Lezione 08

Radiazione

Giuseppe Pelosi - Stefano Selleri
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni
Università di Firenze

Sommario della Lezione

- Introduzione
- Antenne elementari
- Antenna a mezzonda e a quarto d'onda

Compatibilità Elettromagnetica I A. A. 2006-07
Prof. G. Pelosi, S. Selleri - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

Introduzione

Le antenne sono ovviamente un elemento principale dello studio della Compatibilità Elettromagnetica.

Laddove disturbi radiati possono essere recepiti e generati da qualunque parte del dispositivo è ovvio che i componenti espressamente progettati per radiare o ricevere radiazioni siano i punti critici.

Il mattone fondamentale della radiazione è il ***dipolo elettrico corto***.

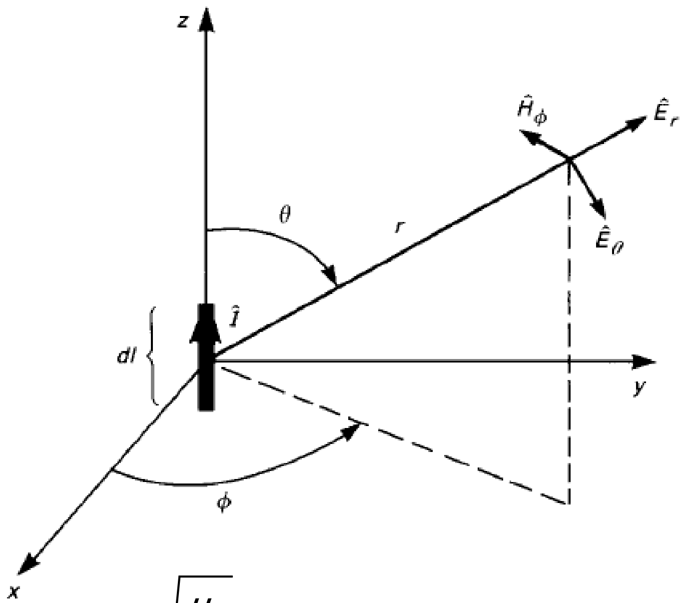
Un dipolo elettrico corto è un segmento infinitamente sottile e di lunghezza infinitesima *dl* sul quale insiste una corrente uniforme rappresentabile da un fasore *I*

Ogni possibile sorgente più complessa, costituita da distribuzioni finite lineari, superficiali o volumetriche può essere in ultima analisi ricondotta a una sommatoria, o a un'integrale, su una distribuzione di queste sorgenti elementari.

Antenne Elementari

Dipolo elettrico corto

Sia *dl* la lunghezza del dipolo, *I* la sua corrente. Sia il dipolo allineato con l'asse *z* di un sistema di coordinate sferiche, sia il dipolo nell'origine



$$\mathbf{E} = \begin{cases} E_r = 2\dfrac{Idl}{4\pi}\zeta_0 k_0^2 \cos\theta\left(\dfrac{1}{k_0^2 r^2} - j\dfrac{1}{k_0^3 r^3}\right)e^{-jk_0 r} \\ E_\theta = \dfrac{Idl}{4\pi}\zeta_0 k_0^2 \sin\theta\left(j\dfrac{1}{k_0 r} + \dfrac{1}{k_0^2 r^2} - j\dfrac{1}{k_0^3 r^3}\right)e^{-jk_0 r} \\ E_\phi = 0 \end{cases}$$

$$\mathbf{H} = \begin{cases} H_r = 0 \\ H_\theta = 0 \\ H_\phi = \dfrac{Idl}{4\pi}k_0^2 \sin\theta\left(j\dfrac{1}{k_0 r} + \dfrac{1}{k_0^2 r^2}\right)e^{-jk_0 r} \end{cases}$$

$$\zeta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}; \qquad k_0 = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$$

Antenne Elementari

Dipolo elettrico corto

Nel dipolo elettrico corto, e in ogni antenna, distinguiamo una

❖ zona di ***campo vicino***, dove nei campi dominano i termini $1/r^2$ e $1/r^3$ e quindi i campi reattivi

❖ zona di ***campo lontano***, dove nei campi domina il termine $1/r$ e quindi i campi radiativi

Per il dipolo elettrico corto il confine tra campo vicino e campo lontano è di facile individuazione. Siamo in campo vicino per

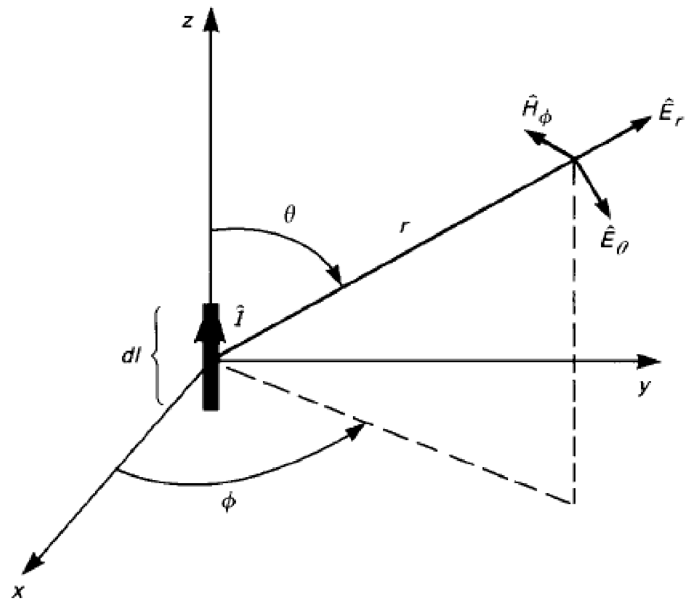
$$r \leq \frac{\lambda_0}{2\pi}$$

Altrimenti siamo in campo lontano

Antenne Elementari

Dipolo elettrico corto

In campo lontano i campi si semplificano:



$$\mathbf{E}=\begin{cases} E_r=0 \\ E_\theta=j\dfrac{Idl}{4\pi}\zeta_0\dfrac{k_0}{r}\sin\theta e^{-jk_0r} \\ E_\phi=0 \end{cases}$$

$$\mathbf{H}=\begin{cases} H_r=0 \\ H_\theta=0 \\ H_\phi=j\dfrac{Idl}{4\pi}\dfrac{k_0}{r}\sin\theta e^{-jk_0r} \end{cases}$$

Si noti come i campi siano in fase, mutuamente ortogonali tra loro e con la direzione radiale. Si noti come il loro rapporto sia pari all'impedenza del mezzo.

Antenne Elementari

Dipolo elettrico corto

Il vettore di Poynting, parte reale, è

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2}\Re\left\{\mathbf{E}\times\mathbf{H}^*\right\} = \frac{1}{2}\Re\left\{E_\theta H_\phi^*\hat{\mathbf{r}} - E_r H_\phi^*\hat{\boldsymbol{\theta}}\right\} = 15\pi\left(\frac{dl}{\lambda_0}\right)^2 |I|^2 \frac{\sin^2\theta}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$$

Dove si è esplicitamente posto

$$\zeta_0 = 120\pi; \qquad k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$$

Si noti come la parte reale del vettore di Poynting contenga solo i termini radiativi.

Integrando su una sfera di raggio r si ottiene la potenza radiata:

$$P_r = \oiint_S \mathbf{S}\cdot\hat{\mathbf{r}}\,dS = 80\pi^2\left(\frac{dl}{\lambda_0}\right)^2\frac{|I|^2}{2}$$

Antenne Elementari

Dipolo elettrico corto

Se consideriamo tale potenza radiata come dissipata dalla corrente del dipolo su una ***resistenza equivalente di radiazione*** si ottiene:

$$R_r = 80\pi^2 \left(\frac{dl}{\lambda_0} \right)^2$$

Dove si è esplicitamente tenuto conto del fatto che $|I|$ è un fasore che definisce un valore di picco, mentre la potenza media è legata al valore efficace.

La resistenza di radiazione è un parametro fondamentale di un'antenna in quanto rappresenta la resistenza su cui cade la corrente di alimentazione.

Dal punto di vista circuitale l'antenna può essere schematizzata con tale resistenza o, più in generale, con un'***Impedenza di Ingresso*** che contenga, oltre alla resistenza di radiazione, un'eventuale resistenza di perdita ed un'eventuale parte immaginaria legata ad energia reattiva.

Antenne Elementari

Dipolo elettrico corto

Sempre a proposito del campo a grande distanza

$$\mathbf{E} = \begin{cases} E_r = 0 \\ E_\theta = j\dfrac{Idl}{4\pi}\zeta_0 \dfrac{k_0}{r}\sin\theta e^{-jk_0 r} = \boxed{j\dfrac{Idl}{4\pi}\zeta_0 k_0}\boxed{\dfrac{e^{-jk_0 r}}{r}}\boxed{\sin\theta} \\ E_\phi = 0 \end{cases}$$

Fattore d'onda sferica

Termine costante

?

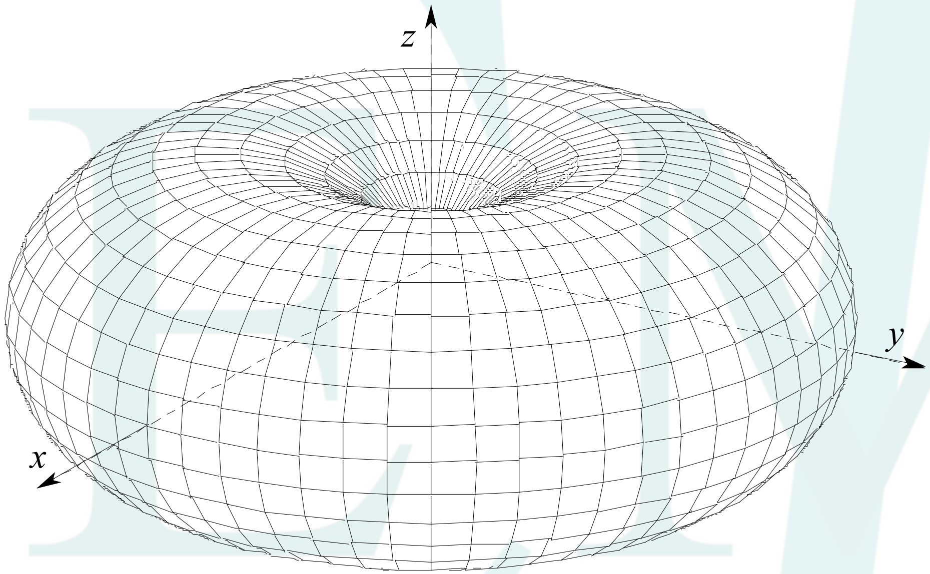
L'ultimo termine contiene la dipendenza angolare del campo radiato.

Questa dipendenza angolare è la stessa per tutte le componenti del campo e prende il nome di ***pattern*** o ***diagramma di radiazione***

Antenne Elementari

Dipolo elettrico corto

Pattern di un DEC



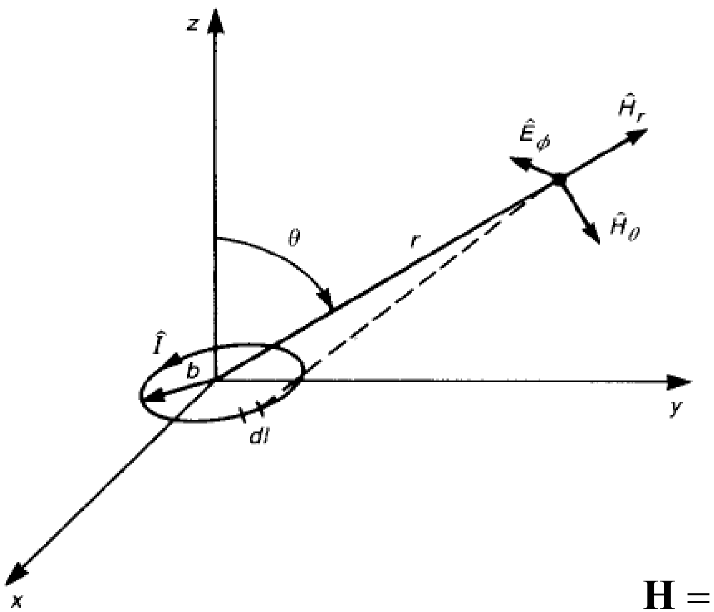
La potenza, legata al quadrato del campo, ha un diagramma angolare, detto di direttività, che, in dB è identico al pattern.

Il diagramma di direttività da un'indicazione della capacità dell'antenna di concentrare la potenza in una data direzione

Antenne Elementari

Spira elementare (Dipolo magnetico corto)

Sia b il raggio di una spira di corrente di valore uniforme I. Sia la spira adagiata sul piano orizzontale di un sistema di coordinate sferiche, sia la spira nell'origine



$$\mathbf{E} = \begin{cases} E_r = 0 \\ E_\theta = 0 \\ E_\phi = -j\omega\mu_0 \dfrac{I\pi b^2}{4\pi} k_0^2 \sin\theta \left(j\dfrac{1}{k_0 r} + \dfrac{1}{k_0^2 r^2} \right) e^{-jk_0 r} \end{cases}$$

$$\mathbf{H} = \begin{cases} H_r = j2\omega\mu_0 \dfrac{I\pi b^2}{4\pi\zeta_0} k_0^2 \cos\theta \left(\dfrac{1}{k_0^2 r^2} - j\dfrac{1}{k_0^3 r^3} \right) e^{-jk_0 r} \\ H_\theta = j\omega\mu_0 \dfrac{I\pi b^2}{4\pi\zeta_0} k_0^2 \sin\theta \left(j\dfrac{1}{k_0 r} + \dfrac{1}{k_0^2 r^2} - j\dfrac{1}{k_0^3 r^3} \right) e^{-jk_0 r} \\ H_\phi = 0 \end{cases}$$

$$\zeta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}; \qquad k_0 = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$$

Compatibilità Elettromagnetica I A. A. 2006-07
Prof. G. Pelosi, S. Selleri - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

Antenne Elementari

Spira elementare (Dipolo magnetico corto)

La quantità

$$m = I\pi b^2$$

È detta momento della spira, o del dipolo magnetico.

Infatti la spira di corrente genera un campo perfettamente duale a quello generato dal dipolo elettrico corto e uguale a quello che sarebbe generato da un dipolo magnetico corto, se le correnti magnetiche esistessero.

Il campo lontano è

$$\mathbf{E} = \begin{cases} E_r = 0 \\ E_\theta = 0 \\ E_\phi = \omega\mu_0 \dfrac{m}{4\pi}\dfrac{k_0}{r}\sin\theta e^{-jk_0 r} \end{cases} \qquad \mathbf{H} = \begin{cases} H_r = 0 \\ H_\theta = -\omega\mu_0 \dfrac{m}{4\pi\zeta_0}\dfrac{k_0}{r}\sin\theta e^{-jk_0 r} \\ H_\phi = 0 \end{cases}$$

Antenne Elementari

Spira elementare (Dipolo magnetico corto)

Con calcoli analoghi a quelli effettuati per il dipolo elettrico corto si ottiene

$$R_r = 31.170\left(\frac{\pi b^2}{\lambda_0^2}\right)^2$$

Sia il dipolo elettrico corto sia il dipolo magnetico corto sono radiatori poco efficienti.

Un ***dipolo elettrico corto*** di 1cm operante a 300MHz (λ_0=1m) ha una resistenza di radiazione di 79mΩ. Per far si che irradi un Watt è necessaria una corrente (RMS) di 3.6A!

A 3MHz la resistenza diviene 7.9μΩ e per radiare lo stesso Watt occorrono 356A!

Per la ***spira elementare***, se il raggio è 1cm ai suddetti 3000MHz la resistenza di radiazione è 3.08mΩ, ancora inferiore, e la corrente necessaria per radiare un Watt è di 198A!

A 3MHz la resistenza è 30.8pΩ e servono ben 180kA per radiare 1W.

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

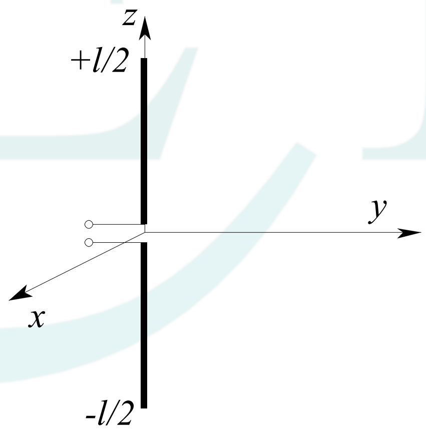
Dipolo a mezz'onda

Il dipolo elettrico corto è un'antenna poco pratica per diversi ordini di motivi:

- La sua lunghezza deve essere infinitesima, e questo è difficilmente realizzabile
- La corrente su di esso è supposta uniforme, e questo è chiaramente impossibile

Inoltre il dipolo elettrico corto è un radiatore molto poco efficiente

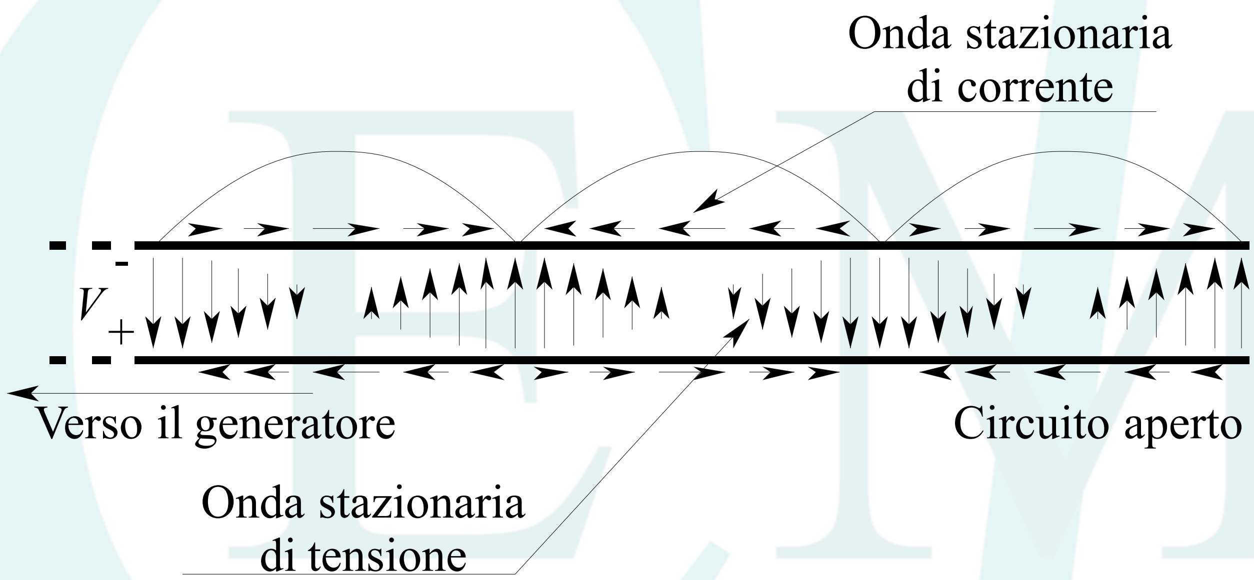
Si preferisce quindi usare dipoli la cui lunghezza l non sia infinitesima rispetto a λ



Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Dipolo a mezz'onda

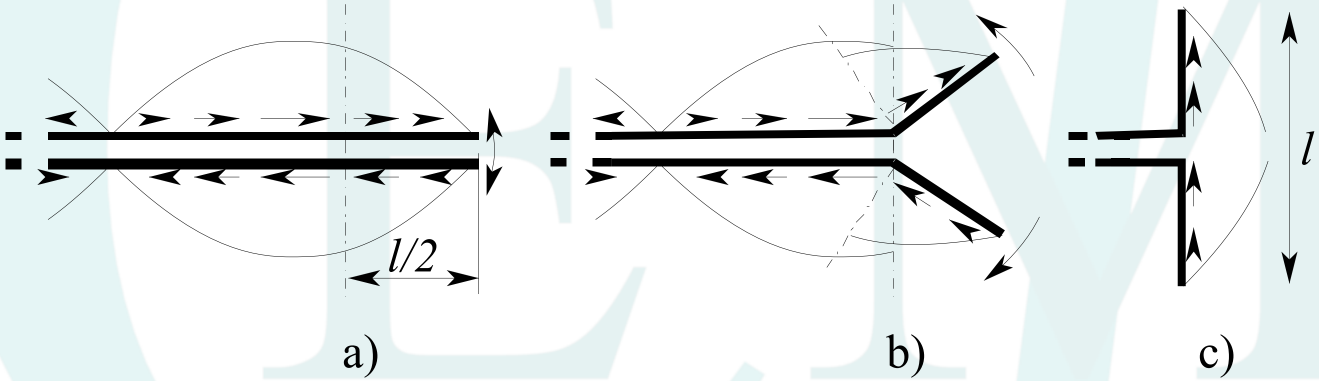
Supponiamo di avere una linea bifilare in circuito aperto, su di essa vi è un'onda stazionaria



Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Dipolo a mezz'onda

Supponiamo di avere divaricare le estremità. Nell'ipotesi che la distribuzione stazionaria non vari otteniamo che sull'antenna filare si ha una distribuzione che è un tratto di sinusoide.

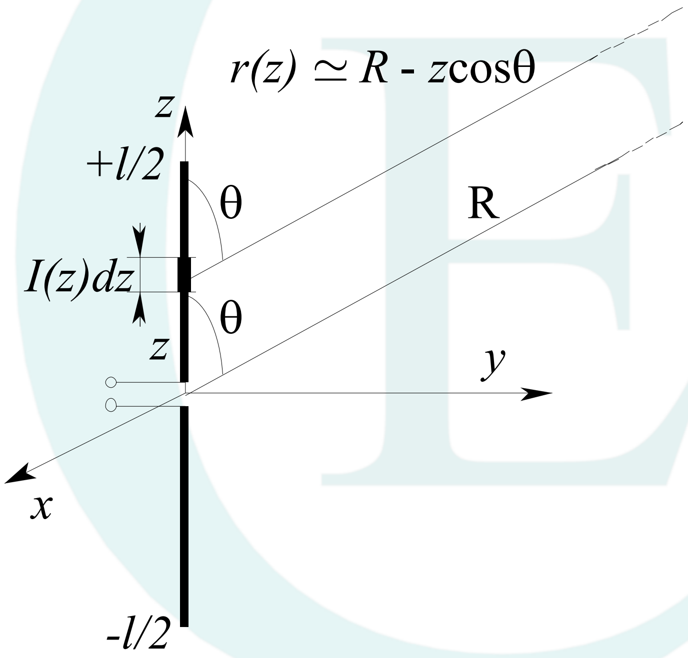


In particolare se l è molto piccolo si ha il dipolo corto ***reale***, la cui distribuzione di corrente è triangolare, se $l=\lambda/2$ si ha il dipolo a mezz'onda con distribuzione un semiperiodo di sinusoide

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Dipolo a mezz'onda

La radiazione la si ottiene considerando l'antenna filare come un'allineamento di dipoli elementari.



$$dE_\theta = j\zeta_0 k_0 \frac{e^{-jk_0 r(z)}}{4\pi r(z)} I(z)\sin\theta dz$$

$$dE_\theta = j\zeta_0 k_0 \frac{e^{-jk_0[R - z\cos\theta]}}{4\pi R} I(z)\sin\theta dz$$

$$E_\theta = \int_{-l/2}^{l/2} j\zeta_0 k_0 \frac{e^{-jk_0[R - z\cos\theta]}}{4\pi R} I(z)\sin\theta dz$$

Compatibilità Elettromagnetica I A. A. 2006-07
Prof. G. Pelosi, S. Selleri - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Dipolo a mezz'onda

Considerando quindi l'andamento sinusoidale a tratti per la corrente si ha

$$E_\theta = j\zeta_0 k_0 \frac{e^{-jk_0R}}{4\pi R}\int_{-l/2}^{l/2} e^{jk_0 z\cos\theta} I(z)\sin\theta dz$$

$$E_\theta = j\zeta_0 \frac{e^{-jk_0R}}{2\pi R} I_{\max} \frac{\cos\left[k_0\left(l/2\right)\cos\theta\right]-\cos\left[k_0\left(l/2\right)\right]}{\sin\theta}$$

Sostituendo i valori di ζ e k

$$E_\theta = j60\frac{e^{-jk_0R}}{R} I_{\max} \frac{\cos\left[\pi\left(l/\lambda_0\right)\cos\theta\right]-\cos\left[\pi\left(l/\lambda_0\right)\right]}{\sin\theta}$$

E e E sono sempre perpendicolari, perpendicolari alla direzione radiale e in rapporto pari all'impedenza del mezzo.

Compatibilità Elettromagnetica I A. A. 2006-07
Prof. G. Pelosi, S. Selleri - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Dipolo a mezz'onda

Se il dipolo è a mezz'onda

$$E_\theta = j60\frac{e^{-jk_0R}}{R}I_{\max}\frac{\cos\left[\frac{\pi}{2}\cos\theta\right]}{\sin\theta}$$

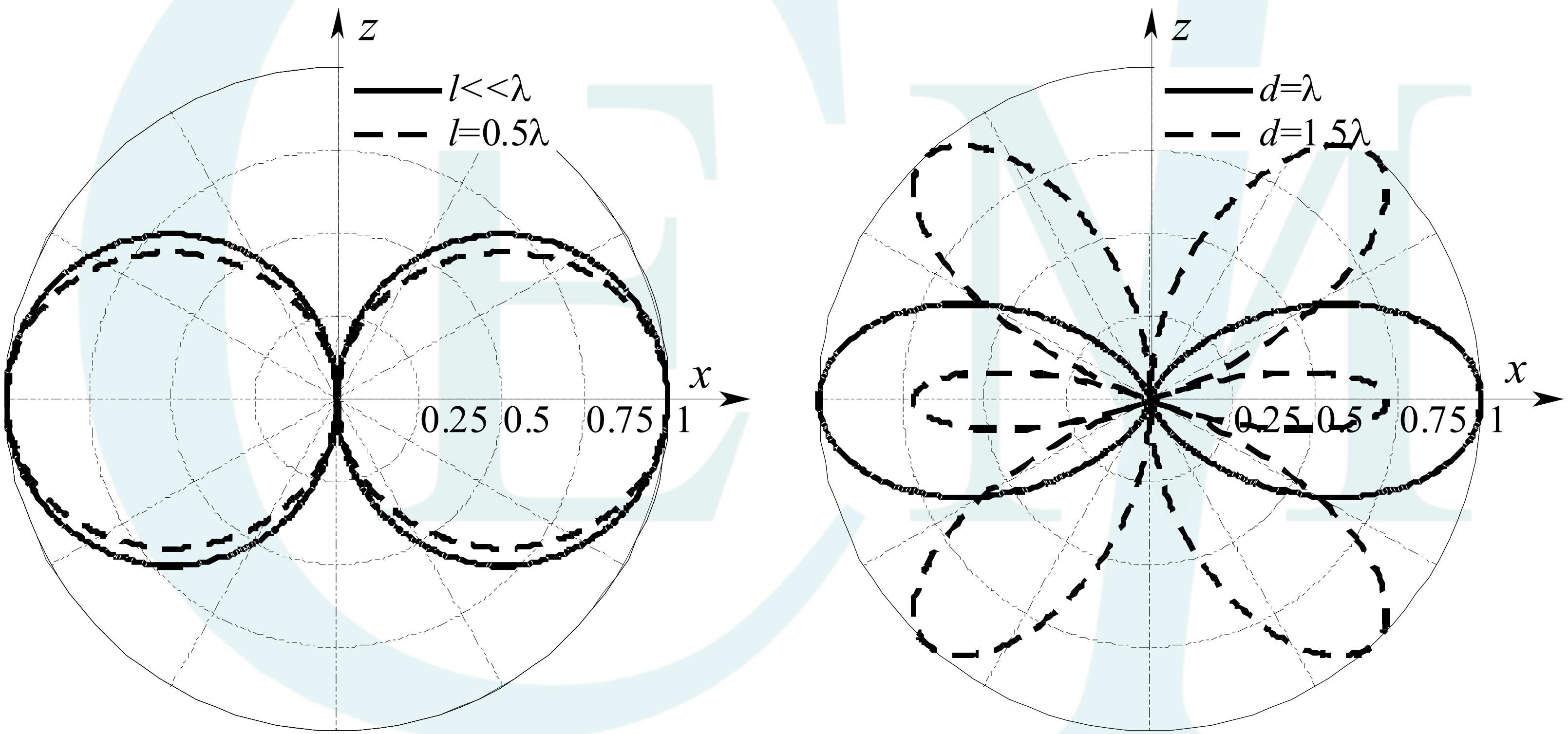
Una prima constatazione interessante è il valor massimo del campo elettrico (a gransde distanza)

$$\left|E_{\max}\right| = 60\frac{\left|I_{\max}\right|}{R}$$

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Dipolo a mezz'onda

Il pattern è fortemente dipendente dalla lunghezza



Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Dipolo a mezz'onda

La densità media di potenza…

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2}\Re\left\{\mathbf{E}\times\mathbf{H}^*\right\} = \frac{1}{2}\Re\left\{E_\theta H_\phi^*\hat{\mathbf{r}}\right\} =$$

$$= \frac{1}{2}\frac{\left|E_\theta\right|^2}{\zeta_0}\hat{\mathbf{r}} =$$

$$= \frac{\zeta_0}{8\pi^2 R^2}\left|I_{\max}\right|^2 \left\{\frac{\cos\left[k_0\left(l/2\right)\cos\theta\right] - \cos\left[k_0\left(l/2\right)\right]}{\sin\theta}\right\}^2 \hat{\mathbf{r}}$$

Per il dipolo a mezz'onda

$$\mathbf{S} = \frac{\zeta_0}{8\pi^2 R^2}\left|I_{\max}\right|^2 \left\{\frac{\cos\left[\frac{\pi}{2}\cos\theta\right]}{\sin\theta}\right\}^2 \hat{\mathbf{r}}$$

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Dipolo a mezz'onda

La potenza radiata è l'integrale di questa quantità sulla sfera di raggio R

$$P_{av} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \frac{\zeta_0}{8\pi^2 R^2}\left|I_{max}\right|^2 \frac{\cos\left[\frac{\pi}{2}\cos\theta\right]^2}{\sin^2\theta} R^2 \sin\theta d\theta d\phi =$$

$$= \frac{\zeta_0}{4\pi}\left|I_{max}\right|^2 \int_0^{\pi} \frac{\cos\left[\frac{\pi}{2}\cos\theta\right]^2}{\sin\theta} d\theta =$$

$$= 73\frac{\left|I_{max}\right|^2}{2}$$

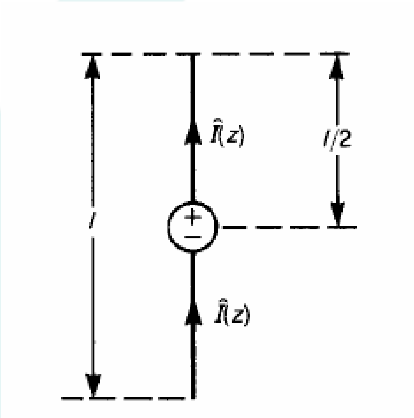
Da cui si deduce che la resistenza di radiazione sia 73Ω

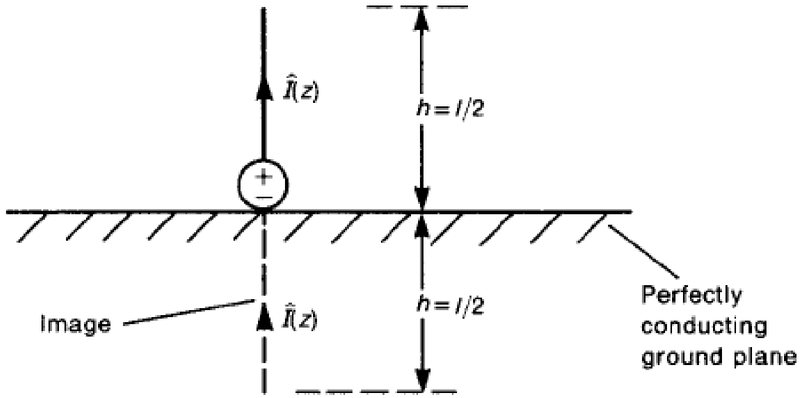
$$R_r = 73\Omega$$

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Dipolo a mezz'onda

È possibile anche la configurazione a monopolo su piano di massa





In questo caso la configurazione è sbilanciata, il generatore è rispetto a massa e si riflette anch'esso. La corrente è la stessa… la tensione è la metà… si dimezza anche la resistenza di radiazione!

$$R_r = 36.5\Omega$$

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Dipolo a mezz'onda

La resistenza calcolata è la sola resistenza di radiazione. Vi è da considerare una resistenza di perdita e una parrte reattiva:

$$Z_{in} = R_r + R_p + jX$$

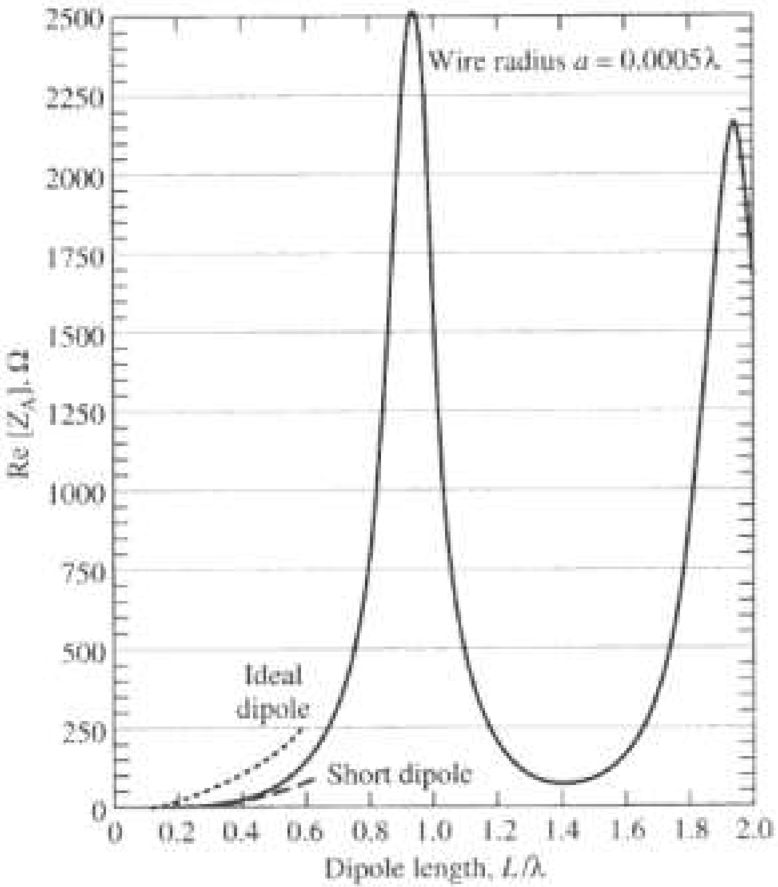
Per le antenne filari la resistenza di perdita è di pochi ohm, la reattanza è, per il dipolo risonante

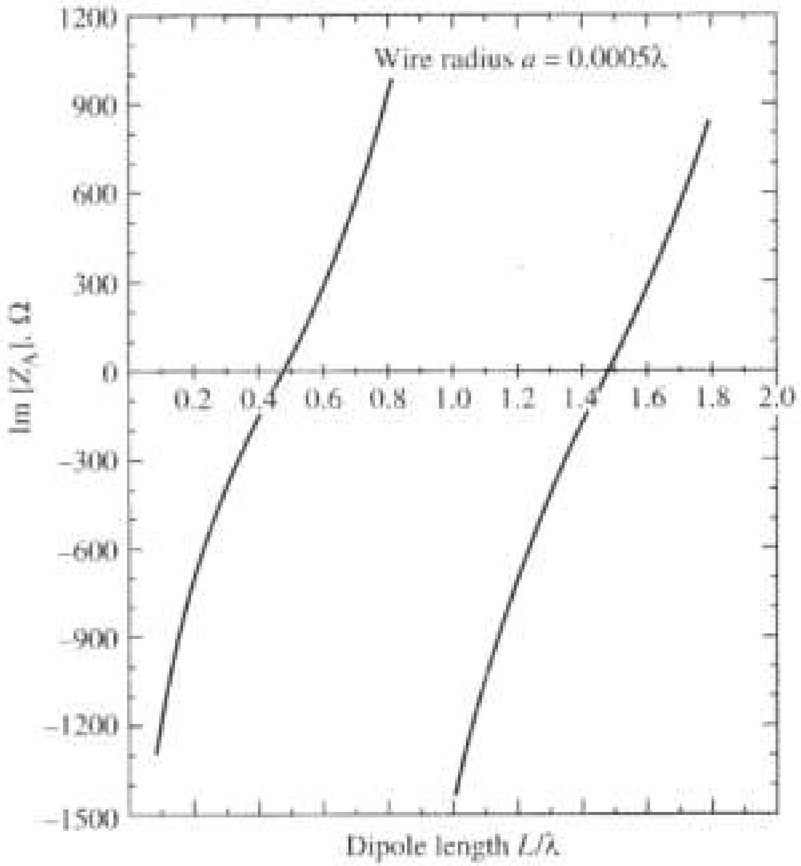
$$X = 42.5\Omega$$

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Dipolo a mezz'onda

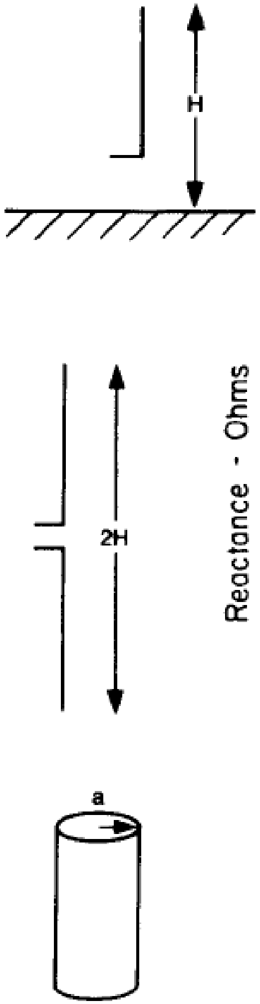
Al variare della frequenza (o della lunghezza…)

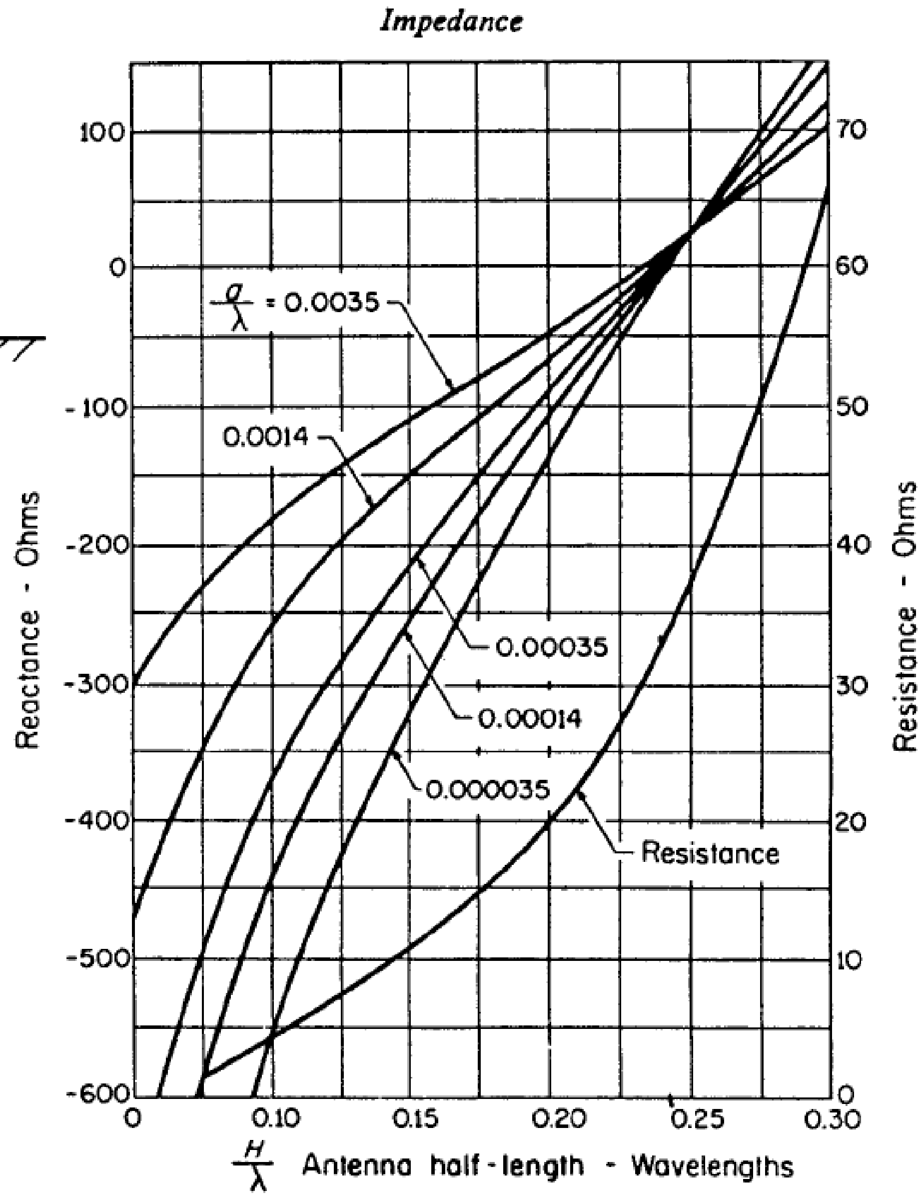




Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

I valori, soprattutto di reattanza, dipendono dal diametro del filo





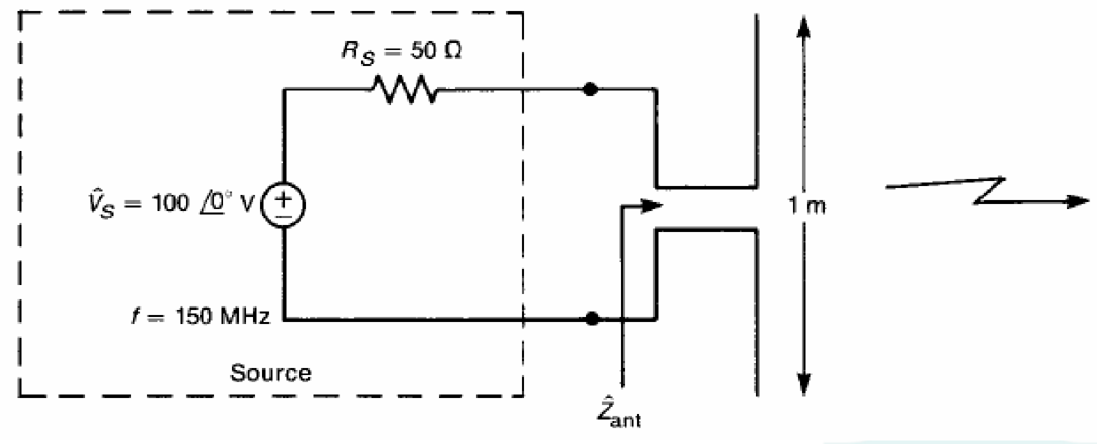
Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Dipolo a mezz'onda

Esempio:

Prendiamo un dipolo a mezz'onda pilotato da un generatori di tensione da 100V di picco a 150MHz e 50Ω di impedenza interna.

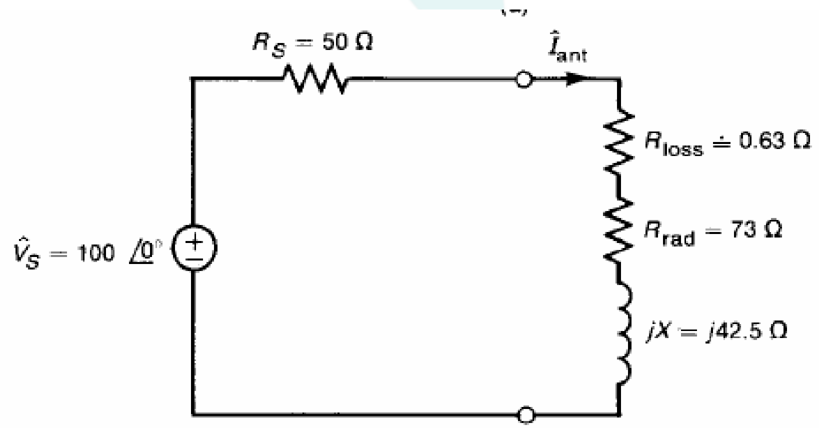
150MHz corrispondono a due metri di lunghezza d'onda, quindi il dipolo è lungo 1m



Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Dipolo a mezz'onda

Sostituiamo all'antenna il suo circuito equivalente:



Se il filo è di rame #20 AWG…

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

AWG gauge	Diameter Inches	Diameter mm	Ohms per 1000 ft	Ohms per km	Maximum amps for chassis wiring	Maximum amps for power transmission	Maximum freqency for 100% skin depth for solid conductor copper
OOOO	0.46	11.684	0.049	0.16072	380	302	125 Hz
OOO	0.4096	10.40384	0.0618	0.202704	328	239	160 Hz
OO	0.3648	9.26592	0.0779	0.255512	283	190	200 Hz
0	0.3249	8.25246	0.0983	0.322424	245	150	250 Hz
1	0.2893	7.34822	0.1239	0.406392	211	119	325 Hz
2	0.2576	6.54304	0.1563	0.512664	181	94	410 Hz
3	0.2294	5.82676	0.197	0.64616	158	75	500 Hz
4	0.2043	5.18922	0.2485	0.81508	135	60	650 Hz
5	0.1819	4.62026	0.3133	1.027624	118	47	810 Hz
6	0.162	4.1148	0.3951	1.295928	101	37	1100 Hz
7	0.1443	3.66522	0.4982	1.634096	89	30	1300 Hz
8	0.1285	3.2639	0.6282	2.060496	73	24	1650 Hz
9	0.1144	2.90576	0.7921	2.598088	64	19	2050 Hz
10	0.1019	2.58826	0.9989	3.276392	55	15	2600 Hz
11	0.0907	2.30378	1.26	4.1328	47	12	3200 Hz
12	0.0808	2.05232	1.588	5.20864	41	9.3	4150 Hz
13	0.072	1.8288	2.003	6.56984	35	7.4	5300 Hz
14	0.0641	1.62814	2.525	8.282	32	5.9	6700 Hz
15	0.0571	1.45034	3.184	10.44352	28	4.7	8250 Hz

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

AWG gauge	Diameter Inches	Diameter mm	Ohms per 1000 ft	Ohms per km	Maximum amps for chassis wiring	Maximum amps for power transmission	Maximum freqency for 100% skin depth for solid conductor copper
16	0.0508	1.29032	4.016	13.17248	22	3.7	11 k Hz
17	0.0453	1.15062	5.064	16.60992	19	2.9	13 k Hz
18	0.0403	1.02362	6.385	20.9428	16	2.3	17 kHz
19	0.0359	0.91186	8.051	26.40728	14	1.8	21 kHz
20	**0.032**	**0.8128**	**10.15**	**33.292**	**11**	**1.5**	**27 kHz**
21	0.0285	0.7239	12.8	41.984	9	1.2	33 kHz
22	0.0254	0.64516	16.14	52.9392	7	0.92	42 kHz
23	0.0226	0.57404	20.36	66.7808	4.7	0.729	53 kHz
24	0.0201	0.51054	25.67	84.1976	3.5	0.577	68 kHz
25	0.0179	0.45466	32.37	106.1736	2.7	0.457	85 kHz
26	0.0159	0.40386	40.81	133.8568	2.2	0.361	107 kH
27	0.0142	0.36068	51.47	168.8216	1.7	0.288	130 kHz
28	0.0126	0.32004	64.9	212.872	1.4	0.226	170 kHz
29	0.0113	0.28702	81.83	268.4024	1.2	0.182	210 kHz
30	0.01	0.254	103.2	338.496	0.86	0.142	270 kHz
31	0.0089	0.22606	130.1	426.728	0.7	0.113	340 kHz
32	0.008	0.2032	164.1	538.248	0.53	0.091	430 kHz
Metric 2.0	0.00787	0.200	169.39	555.61	0.51	0.088	440 kHz

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Dipolo a mezz'onda

Conductivity and Resistivity Values for Copper & Alloys

Material	Conductivity		Resistivity	Reference	Notes
	(% IACS)	(Siemens/m)	(Ohm-m)	(See End Note)	
Copper and Copper Alloys by Copper Alloy Number					
Pure (annealed)	100.00	5.800E+07	1.724E-08	ECTM	
C10100, C10200	101.00		1.710E-08	MHASM2	
C10300-O61	99.00		1.740E-08	MHASM2	
C10400, C10500, C10700 (O61 temper)	100.00		1.720E-08	MHASM2	
C10800-O61	92.00		1.870E-08	MHASM2	
C11000-O60	100-101.5		1.700E-8--1.724E-8	MHASM2	
C11000-H14	97.00		1.780E-08	MHASM2	
C11100	100.00		1.720E-08	MHASM2	
C11300, C11400, C11500, C11600	100.00		1.720E-08	MHASM2	
C12500, C12700, C12800, C12900, C13000 (annealed)	98.00		1.760E-08	MHASM2	
C14300	96.00		1.800E-08	MHASM2	
C14310	85.00		2.030E-08	MHASM2	
C14500	93.00		1.860E-08	MHASM2	
C14700-O61	95.00		1.810E-08	MHASM2	
C15000	93.00		1.860E-08	MHASM2	
C15100 (annealed)	95.00		1.810E-08	MHASM2	
C15100 (rolled)	90.00		1.920E-08	MHASM2	
C15500 (annealed)	91.00		1.900E-08	MHASM2	
C15710	90.00		1.920E-08	MHASM2	
C15720	89.00		1.940E-08	MHASM2	
C16200	90.00		1.920E-08	MHASM2	

Compatibilità Elettromagnetica I A. A. 2006-07
Prof. G. Pelosi, S. Selleri - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Dipolo a mezz'onda

La conducibilità SI è σ, in S/m

I cataloghi dei costruttori danno invece la conducibilità in %IACS [***International Annealed Copper Standard***]

Ovvero conducibilità percentuale rispetto al rame ricotto. Quest'ultima vale 5.8108 x 10^7S/m e il rame ricotto a 20°C è definito come 100% IACS.

Notiamo come i fili di calibro 20 sono interamente percorsi dalla corrente fino a 27kHz, a frequenze più alte l'effetto pelle si fa sentire.

A 150MHz la profondità di penetrazione è

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu_0\sigma}} = \sqrt{\frac{2}{\left(2\pi 150\times 10^6\right)\left(4\pi\times 10^{-7}\right)\left(5.80\times 10^7\right)}} = 5.4\times 10^{-6}\, m$$

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Dipolo a mezz'onda

Questo implica che la corrente interessa uno strato di neanche 6 micron del conduttore.

Una formula approssimata per la resistenza di perdita per unità di lunghezza è:

$$r_{lf} = r_{dc} \qquad r_w \ll \delta \qquad \Rightarrow \qquad r_{lf} = \frac{1}{\sigma \pi r_r^2}$$

$$r_{hf} \qquad r_w \gg \delta$$

$$r_{hf} = \frac{1}{\sigma\left[\pi r_w^2 - \pi(r_w-\delta)^2\right]} = \frac{1}{\sigma\left[\pi r_w^2 - \pi r_w^2 + 2 r_w \delta - \delta^2\right]} \cong \frac{1}{\sigma 2\pi r_w \delta}$$

$$r_{hf} \cong \frac{r_w}{2\delta} r_{dc}$$

$$r_{hf} \cong \frac{1}{2 r_w}\sqrt{\frac{\mu_0}{\pi\sigma} f}$$

Nel nostro caso

$$r_{hf} = \frac{1}{\sigma 2\pi r_w \delta} = \frac{1}{\left(5.8\times 10^7\right) 2\pi \left(0.81\times 10^{-3}/2\right)\left(5.4\times 10^{-6}\right)} = 1.25\Omega/m$$

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Dipolo a mezz'onda

Siccome la corrente non è uniforme sul filo ma ha un'andamento sinusoidale *nello spazio* le perdite, che sono proporzionali al quadrato della corrente, avranno un coefficiente 0.5 analogo al valore efficace temporale.

$$R_{loss} = r_{hf} \frac{1}{2} l = 0.63\Omega$$

Poi introduciamo l'impedenza di radiazione:

$$Z = (73 + j42.5)\Omega$$

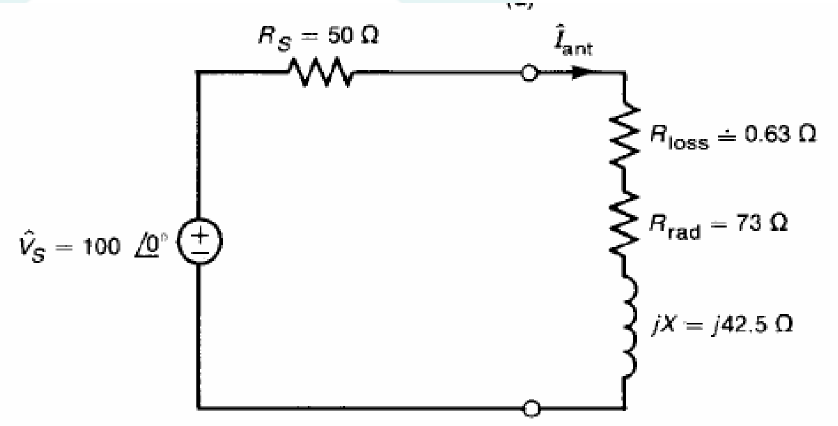
E l'impedenza di ingresso dell'antenna è

$$Z_{in} = (0.63 + 73 + j42.5)\Omega = (73.63 + j42.5)\Omega$$

Dipolo a mezz’onda e monopolo a un quarto d’onda

Dipolo a mezz’onda

Quindi



$$I_a = \frac{V}{R_S + Z_{in}} = \frac{100\angle 0°}{50 + 73.63 + j42.5} = 0.765\angle -18.97°\,A$$

Le potenze dissipate sono:

$$P_S = \frac{1}{2}|I_a|^2 R_S = 14.63W \qquad \text{sulla resistenza interna del generatore}$$

$$P_{loss} = \frac{1}{2}|I_a|^2 R_{loss} = 184mW \qquad \text{perdite sull'antenna}$$

Compatibilità Elettromagnetica I A. A. 2006-07
Prof. G. Pelosi, S. Selleri - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Dipolo a mezz'onda

Mentre la potenza radiata è

$$P_r = \frac{1}{2} |I_a|^2 R_r = 21.36W$$

Per confronto, lo stesso calcolo su un dipolo elettrico corto con

$$l = \lambda / 8$$

Che ha

$$Z_{in} = (\underbrace{0.16}_{R_{loss}} + \underbrace{1.5}_{R_r} - j\underbrace{600}_{X})\Omega$$

Fornisce

$$P_r = 20.7mW$$

Ma se la si accorda con un induttore in serie di valore j600

$$P_r = 2.81W$$

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Altri parametri fondamentali

La ***Direttività*** di un'antenna è una misura della capacità dell'antenna stessa di concentrare l'energia che essa irradia in una data direzione.

La densità di potenza è

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2}\Re\left\{\mathbf{E}\times\mathbf{H}^*\right\} = \frac{1}{2\zeta_0}\left|E_{far}\right|^2 \hat{\mathbf{r}}$$

Si definisce ***Densità di potenza per unità d'angolo solido***

$$U(\theta,\phi) = r^2\mathbf{S}\cdot\hat{\mathbf{r}}$$

Si definisce ***Densità di potenza media per unità d'angolo solido***

$$U_{av} = \frac{P_{rad}}{4\pi}$$

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Altri parametri fondamentali

La ***Direttività*** di è il rapporto fra densità di potenza per unità d'angolo solido e densità di potenza media per unità d'angolo solido

$$D(\theta,\phi) = \frac{U(\theta,\phi)}{U_{av}} = \frac{4\pi U(\theta,\phi)}{P_{rad}}$$

Si definisce ***Direttività Massima***

$$D_{MAX} = \frac{U_{MAX}}{U_{av}}$$

La Direttività di un'antenna è solo funzione del pattern dell'antenna stessa.

$$U_{av} = \frac{P_{rad}}{4\pi}$$

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Altri parametri fondamentali

Si definisce invece ***Guadagno*** di un'antenna l'analogo rapporto dove però compare la potenza fornita all'antenna non quella radiata:

$$G(\theta,\phi) = \frac{4\pi U(\theta,\phi)}{P_{in}}$$

Il guadagno ha lo stesso andamento della direttività ma contiene l'informazione sulle perdite ohmiche sull'antenna.

Se l'efficienza di antenna è del 100%, ovvero se tutta la potenza fornita viene radiata, allora direttività e guadagno coincidono.

Un caso particolare di antenna (ideale) è l'antenna ***isotropa*** per la quale D e G non sono funzioni degli angoli

Per una tale antenna U è costante e pari alla potenza su 4π

$$U = U_{av} = \frac{P_{in}}{4\pi} \quad \Rightarrow \quad S = \frac{P_{in}}{4\pi R^2}\hat{\mathbf{r}} = \frac{|E|^2}{2\zeta_0} \quad \Rightarrow \quad |E| = \frac{\sqrt{60 P_{in}}}{R}$$

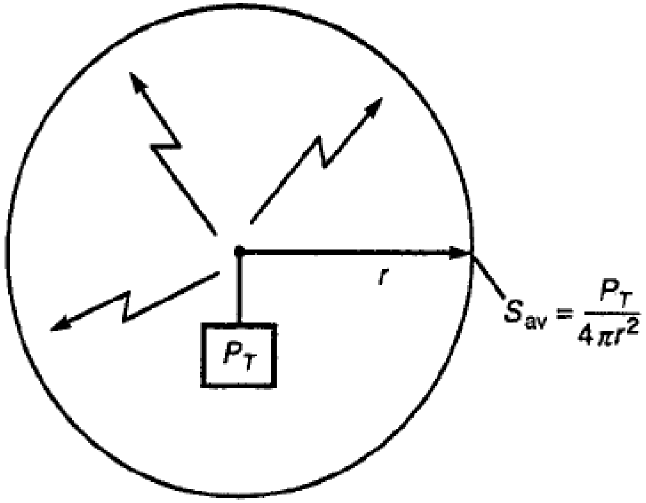
Compatibilità Elettromagnetica I A. A. 2006-07
Prof. G. Pelosi, S. Selleri - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

Dipolo a mezz’onda e monopolo a un quarto d’onda

Altri parametri fondamentali

Inevitabilmente:

$$D(\theta,\phi) = G(\theta,\phi) = 1$$

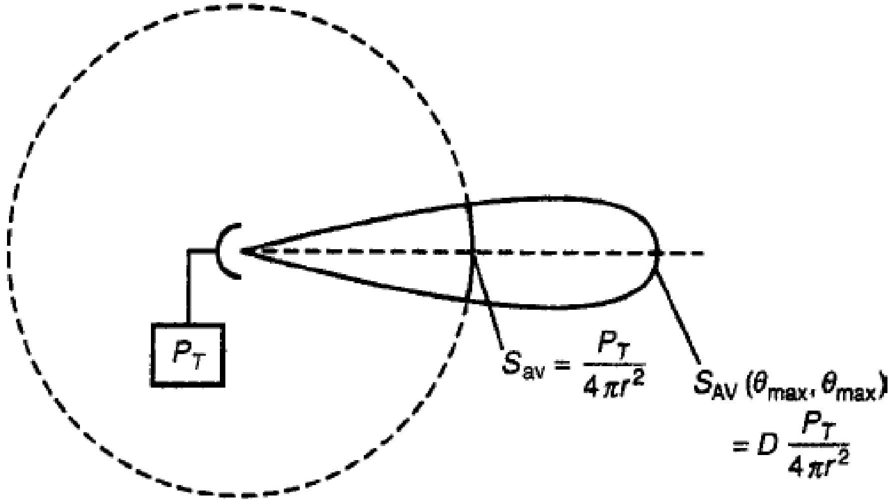


Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Altri parametri fondamentali

Mentre, se un'antenna è direttiva

$$D_{MAX} \geq G_{MAX} > 1$$



Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Altri parametri fondamentali

Il guadagno (direttività) di un dipolo elementare privo di perdite è

$$S = 15\pi\left(\frac{dl}{\lambda_0}\right)^2 |I|^2 \frac{\sin^2\theta}{r^2} \qquad P_r = 80\pi^2\left(\frac{dl}{\lambda_0}\right)^2 \frac{|I|^2}{2} \qquad D_{MAX} = G_{MAX} = \frac{S_{\max}}{P_r} = 1.5$$

Il guadagno (direttività) di un'antenna a mezz'onda priva di perdite è

$$S = \frac{\zeta_0}{8\pi^2 R^2}|I_{\max}|^2 \left\{\frac{\cos\left[\frac{\pi}{2}\cos\theta\right]}{\sin\theta}\right\}^2 \qquad P_{av} = 73\frac{|I_{\max}|^2}{2} \qquad D_{MAX} = G_{MAX} = \frac{S_{\max}}{P_r} = 1.64$$

Compatibilità Elettromagnetica I A. A. 2006-07
Prof. G. Pelosi, S. Selleri - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

Dipolo a mezz’onda e monopolo a un quarto d’onda

Altri parametri fondamentali

Come tutte le altre grandezze elettriche Guadagno e Direttività possono essere espressi in dB

Pur trattandosi di grandezze adimensionali è concettualmente più corretto fare comunque un rapporto e definire

$$G_{dB} = 10\log_{10}\left(\frac{G}{G_0}\right)$$

Dove G_0 è il guadagno di una certa antenna di riferimento, normalmente l’antenna isotropa..

$$G_{dB} = 10\log_{10}(G)$$

$$G_{dB} = 1.76dB \quad \text{dec}$$
$$G_{dB} = 2.15dB \quad \lambda/2$$

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Antenna in ricezione

Queste grandezze sono definite in trasmissione

Per passare alla ricezione si applica i ***teorema di reciprocita***.

Da questo si può dimostrare ce l'antenna in ricezione può essere modellata come un generatore di tensione equivalente la cui tensione è legata al campo ricevuto e la cui impedenza interna è uguale all'impedenza di ingresso in trasmissione.

Inoltre il pattern in trasmissione, così come Direttività e Guadagno, coincidono.

Per trovare il coefficiente di proporzionalità tra campi ricevuti e tensione generata definiamo ***apertura equivalente***

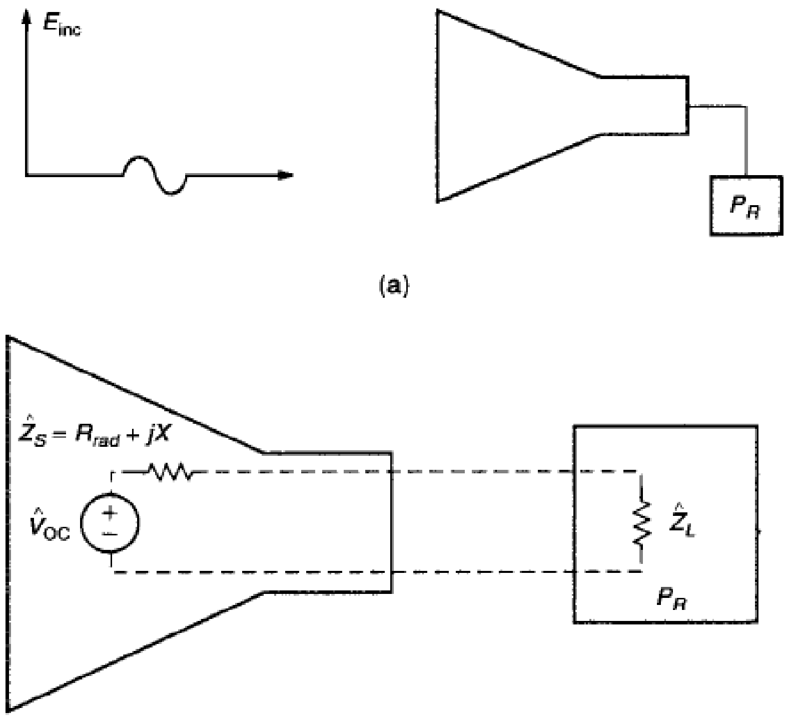
$$A_e = \frac{P_r}{S}$$

Questo è il rapporto fra potenza ricevuta ai morsetti dell'antenna e densità di potenza

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Antenna in ricezione

La definizione di apertura equivalente è data in termini di massimo adattamento



Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Antenna in ricezione

L'adattamento di carico implica

$$Z_L = Z_{in}^*$$

Per un dipolo elementare il massimo di tensione indotta (e di potenza trasferita) si ha quando il campo elettrico incidente è parallelo all'antenna e si ha

$$|V_{oc}| = |E|\,dl$$

Essendo il carico adattato si ha

$$P_R = \frac{|V_{oc}|^2}{8R_r} = \frac{|E|^2\,dl^2}{8R_r} = \frac{|E|^2\,\lambda_0^2}{640\pi^2}$$

E l'apertura equivalente è

$$A_e = \frac{P_R}{S} = \frac{\dfrac{|E|^2\,\lambda_0^2}{640\pi^2}}{\dfrac{1}{2}\dfrac{|E|^2}{\zeta_0}} = 1.5\frac{\lambda_0^2}{4\pi}$$

Dipolo a mezz’onda e monopolo a un quarto d’onda

Antenna in ricezione

Ma 1.5 è il guadagno massimo!

$$A_e = G\frac{\lambda_0^2}{4\pi}$$

Questa relazione ha carattere generale e vale per ogni antenna e per ogni direzione:.

$$A_e(\theta,\phi) = \frac{\lambda_0^2}{4\pi}G(\theta,\phi)$$

L’area efficace massima del nostro dipolo a mnezz’onda a 150MHz è quindi

$$A_e = \frac{2^2}{4\pi}1.64 = 0.522m^2$$

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

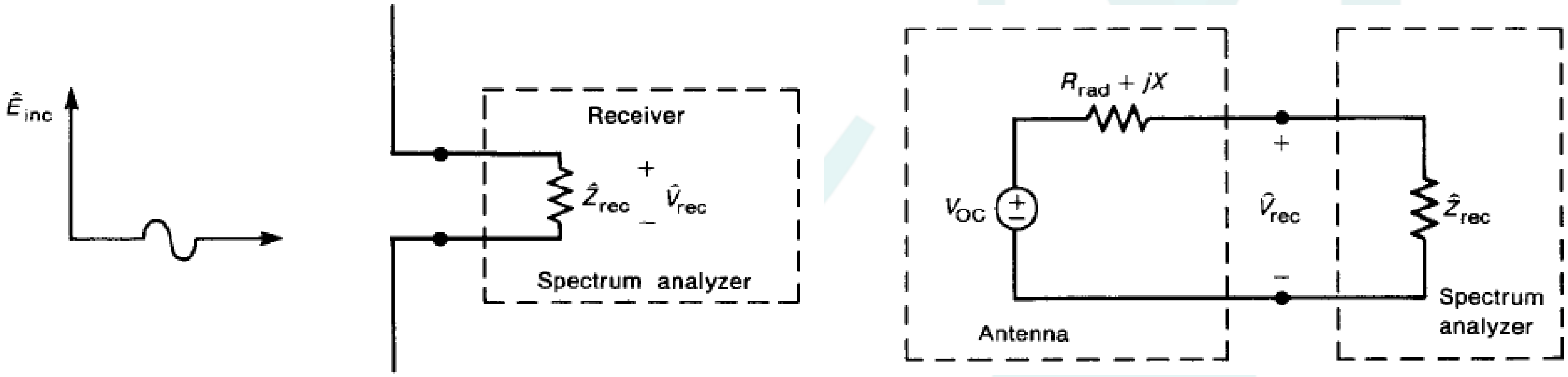
Antenna in ricezione

Un altro termine fondamentale è l'altezza efficace, che lega campo elettrico e tensione a vuoto

$$h = \frac{|V_{OC}|}{|E|}$$

Ovvero il fattore d'antenna

$$AF = \frac{|E|}{|V_{rec}|}$$



Compatibilità Elettromagnetica I A. A. 2006-07
Prof. G. Pelosi, S. Selleri - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Antenna in ricezione

Il fattore d'antenna è particolarmente pratico perchè

$$AF_{dB} = dB\mu Vm^{-1}[\text{campo incidente}] - dB\mu V[\text{tensione ricevuta}]$$

Quindi

$$dB\mu V[\text{tensione ricevuta}] = dB\mu Vm^{-1}[\text{campo incidente}] - AF_{dB}$$

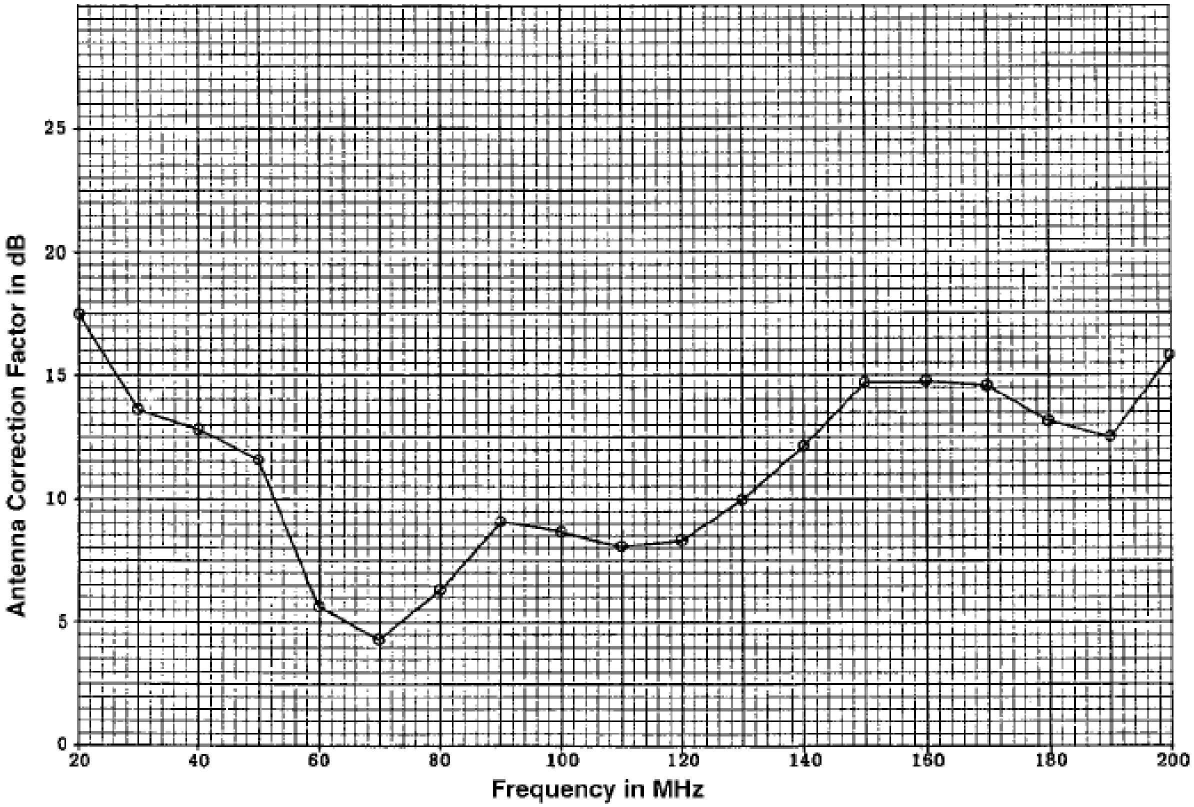
$$dB\mu Vm^{-1}[\text{campo incidente}] = dB\mu V[\text{tensione ricevuta}] + AF_{dB}$$

Questo è un risultato fondamentale che ci consente di misurare il campo elettrico con un'analizzatore di spettro e un'antenna nota.

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Antenna in ricezione

Basta avere un'opportuna curva di calibrazione che dia AF in funzione della frequenza



Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Accoppiamento antenna-antenna

Il calcolo dell'accoppiamento antenna-antenna è estremamente complesso a causa della presenza dell'ambiente operativo.

In prima approssimazione possiamo però affermare che la densità di potenza generata dal trasmettitore a una distanza *d* nella direzione dell'antenna ricevente è:

$$S = \frac{P_T}{4\pi d^2} G_T(\theta_T, \phi_T)$$

Questa è ricevuta dall'antenna ricevente secondo la formula

$$P_R = S A_e(\theta_R, \phi_R)$$

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Accoppiamento antenna-antenna

Quindi

$$P_R = \frac{P_T}{4\pi d^2} G_T(\theta_T,\phi_T) A_e(\theta_R,\phi_R)$$

Ricordando il legame fra guadagno ed area efficace:

$$\frac{P_R}{P_T} = \left(\frac{\lambda_0}{4\pi d}\right)^2 G_T(\theta_T,\phi_T) G_R(\theta_R,\phi_R)$$

Nota come ***formula di Friis***

In decibel…

$$10\log_{10}\left(\frac{P_R}{P_T}\right) = G_{T\,dB} + G_{R\,dB} - 20\log_{10} f - 20\log_{10} d + 147.56$$

Compatibilità Elettromagnetica I A. A. 2006-07
Prof. G. Pelosi, S. Selleri - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Accoppiamento antenna-antenna

Se si vuole conoscere il livello dell'ampiezza del campo elettrico, si può sostituire

$$S = \frac{1}{2}\frac{|E|^2}{\zeta_0}$$

In

$$S = \frac{P_T}{4\pi d^2} G_T(\theta_T, \phi_T)$$

Ottenendo

$$|E| = \frac{\sqrt{60 P_T G_T(\theta_T, \phi_T)}}{d}$$

Avendo usato

$$\zeta_0 = 120\pi$$

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Accoppiamento antenna-antenna

La formula di Friis è il caso "migliore" nel senso che presume perfetto adattamento di carico e di polarizzazione, oltre che perfetto puntamento.

Inoltre viene considerato implicitamente di essere in campo lontano per ***entrambe*** le antenne

Per l'antenna elementare abbiamo visto che

$$d \gg \lambda_0$$

È la regione di campo lontano.

Per antenne estese, molto più grandi di una lunghezza d'onda questa formula non è applicabile e si utilizza:

$$d > \frac{2D^2}{\lambda_0}$$

Dove D p la massima dimensione lineare dell'antenna.

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Accoppiamento antenna-antenna

La relazione

$$d > \frac{2D^2}{\lambda_0}$$

Si ricava assumendo che l'onda radiata, in campo lontano sia un'onda sferica.

Il valore viene ottenuto imponendo che la deviazione del fronte d'onda dall'ideale fronte sferico sia minore di

$$\frac{\lambda_0}{16}$$

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Accoppiamento antenna-antenna

Consideriamo 2 dipoli a mezz'ondaa 1km l'uno dall'altro, funzionanti a 150MHz, orientati in modo da avere adattamento in polarizzazione.

Il trasmittente sia collegato al generatore da 100V di picco e 50Ω di impedenza interna già visto.

La formula ricavata in precedenza per il campo elettrico dà:

$$|E| = 60\frac{I_{\max}}{d} = 60\frac{[0.765A]}{[1000m]} = 45.90mVm^{-1}$$

La formula appena ricavata:

$$|E| = \frac{\sqrt{60P_T G}}{d} = \frac{\sqrt{60\times[21.36W]\times 1.64}}{1000} = 45.85mVm^{-1}$$

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Accoppiamento antenna-antenna

E la densità di potenza è

$$S = \frac{1}{2}\frac{|E|^2}{\zeta_0} = 2.794\,\mu W m^{-2}$$

Ovvero

$$S = \frac{P_T}{4\pi d^2} G_T = \frac{21.36}{4\pi \times 10^6} 1.64 = 2.787\,\mu W m^{-2}$$

La potenza ricevuta è

$$P_R = S A_e = S\frac{\lambda_0^2}{4\pi} G_R = 2.794 \times 10^{-6} \times \frac{2^2}{4\pi} 1.64 = 1.459\,\mu W = -28.36 dBm$$

Compatibilità Elettromagnetica I A. A. 2006-07
Prof. G. Pelosi, S. Selleri - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Accoppiamento antenna-antenna

Quindi il rapporto potenza ricevuta/potenza trasmessa è

$$\frac{P_R}{P_T} = -23.36dBm - 43.3dBm = -71.66dB$$

L'applicazione diretta della formula di Friis porta a:

$$\frac{P_R}{P_T} = G_T + G_R - 20\log_{10} f - 20\log_{10} d + 147.56 =$$
$$= 2.15 + 2.15 - 20\log_{10}\left(150\times10^6\right) - 20\log_{10}\left(10^3\right) + 147.56 =$$
$$= 2.15 + 2.15 - 163.52 - 60 + 147.56 =$$
$$= 2.15 + 2.15 - 163.52 = -71.66$$

Compatibilità Elettromagnetica I A. A. 2006-07
Prof. G. Pelosi, S. Selleri - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

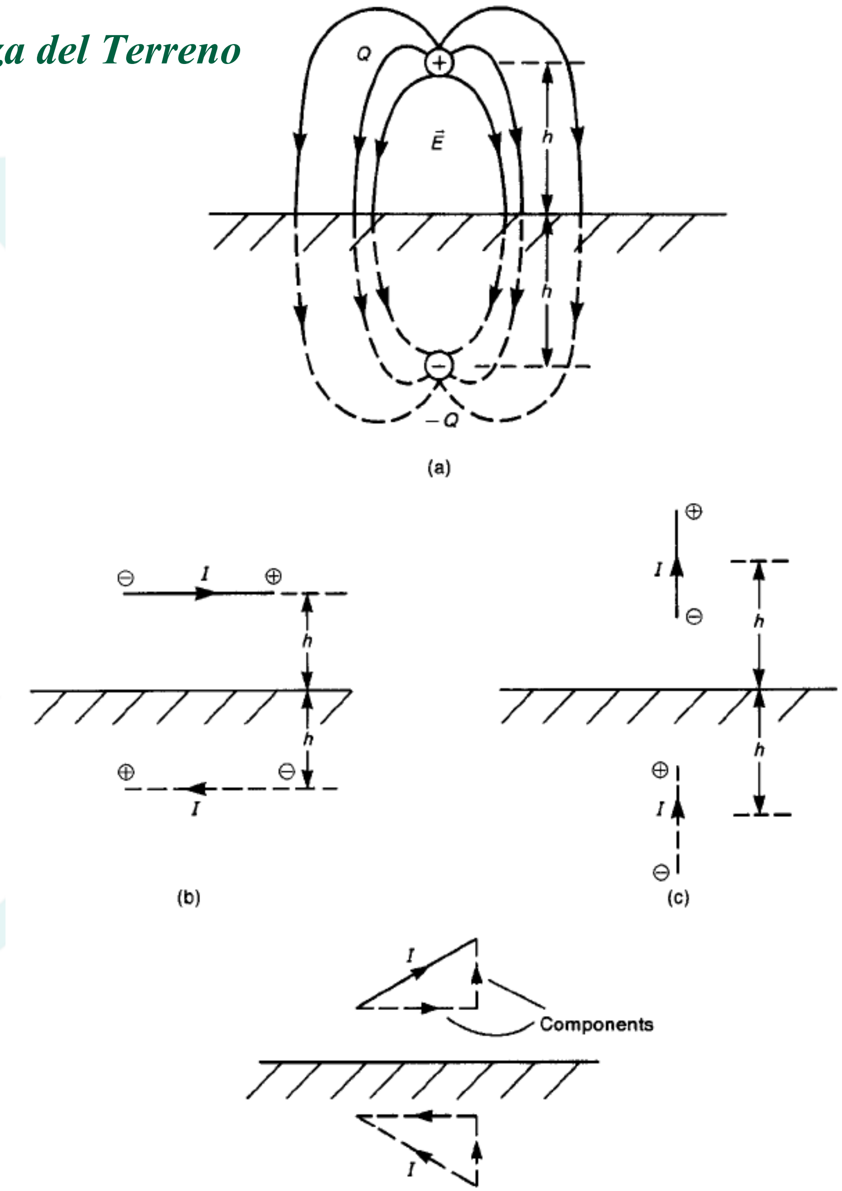
Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Presenza del Terreno

Se le due antenne sono in presenza del terreno le cose si complicano.

Il terreno si comporta come una superficie che, in primissima approssimazione si può considerare perfettamente conduttrice e, in una seconda, più accurata, rappresentazione come una superficie d'impedenza.

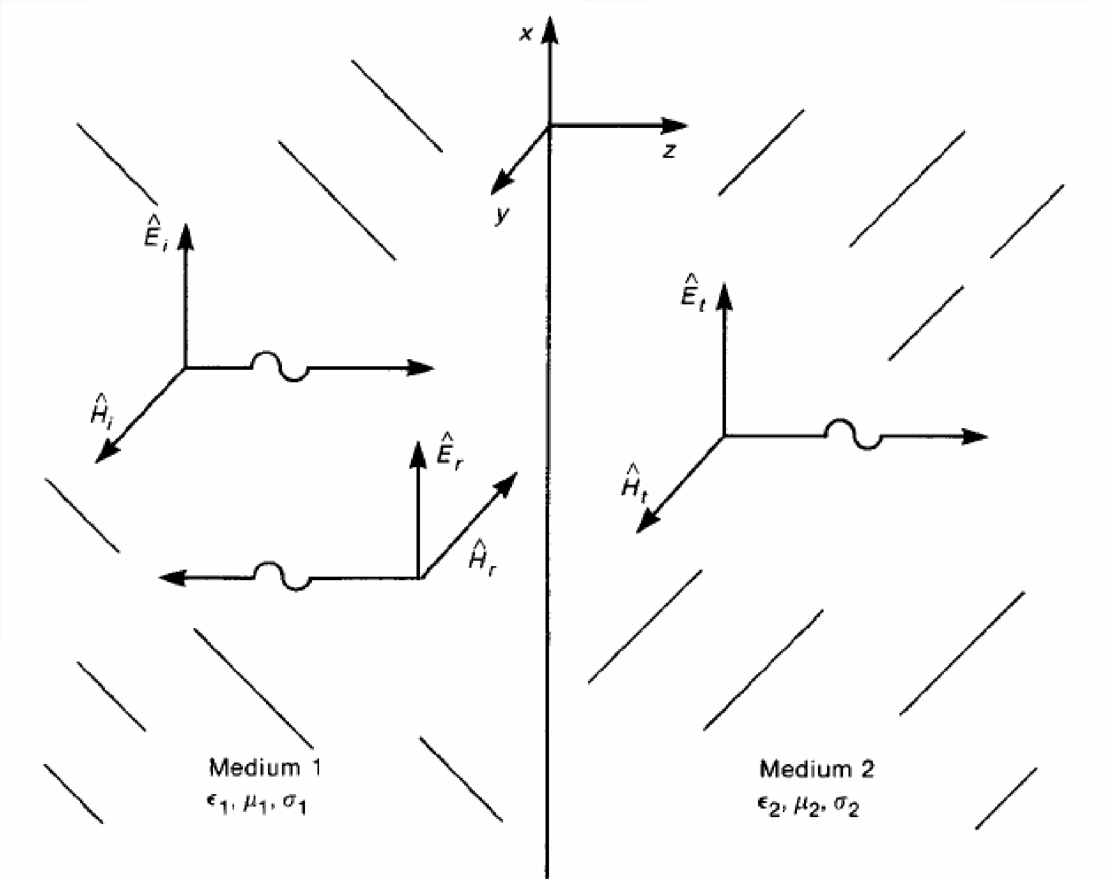
Nel caso di superficie perfettamente conduttrice è possibile applicare il principio delle immagini



Dipolo a mezz’onda e monopolo a un quarto d’onda

Presenza del Terreno

Inoltre se si considera un’onda piana che da un mezzo 1 incida su un mezzo 2 diverso di ha la nascita di un’onda riflessa



Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Presenza del Terreno

In formule

$$\mathbf{E}_i = E_0 e^{-jk_1 z}\hat{\mathbf{x}}$$
$$\mathbf{E}_r = E_r e^{jk_1 z}\hat{\mathbf{x}}$$
$$\mathbf{E}_t = E_t e^{-jk_2 z}\hat{\mathbf{x}}$$

$$\mathbf{H}_i = \frac{E_0}{\zeta_1} e^{-jk_1 z}\hat{\mathbf{y}}$$
$$\mathbf{H}_r = -\frac{E_r}{\zeta_1} e^{jk_1 z}\hat{\mathbf{y}}$$
$$\mathbf{H}_t = \frac{E_t}{\zeta_2} e^{-jk_2 z}\hat{\mathbf{y}}$$

con

$$jk_1 = \sqrt{j\omega\mu_1(\sigma_1 + j\omega\varepsilon_1)} = j\beta_1 - \alpha_1$$
$$jk_2 = \sqrt{j\omega\mu_2(\sigma_2 + j\omega\varepsilon_2)} = j\beta_2 - \alpha_2$$

$$\zeta_1 = \sqrt{\frac{j\omega\mu_1}{(\sigma_1 + j\omega\varepsilon_1)}} = |\zeta_1| \angle \zeta_1$$
$$\zeta_2 = \sqrt{\frac{j\omega\mu_2}{(\sigma_2 + j\omega\varepsilon_2)}} = |\zeta_2| \angle \zeta_2$$

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Presenza del Terreno

Le condizioni al contorno impongono

$$\mathbf{E}_i + \mathbf{E}_r = \mathbf{E}_t \qquad \mathbf{H}_i + \mathbf{H}_r = \mathbf{H}_t$$

Da cui si ricava

$$\Gamma = \frac{E_r}{E_0} = \frac{\zeta_2 - \zeta_1}{\zeta_2 + \zeta_1} = |\Gamma| \angle \Gamma \qquad T = \frac{E_t}{E_0} = \frac{2\zeta_2}{\zeta_2 + \zeta_1} = |T| \angle T$$

Con quindi

$$\mathbf{E}_i = E_0 e^{-jk_1 z} \hat{\mathbf{x}}$$
$$\mathbf{E}_r = \Gamma E_0 e^{jk_1 z} \hat{\mathbf{x}}$$
$$\mathbf{E}_t = T E_0 e^{-jk_2 z} \hat{\mathbf{x}}$$

$$\mathbf{H}_i = \frac{E_0}{\zeta_1} e^{-jk_1 z} \hat{\mathbf{y}}$$
$$\mathbf{H}_r = -\frac{\Gamma E_0}{\zeta_1} e^{jk_1 z} \hat{\mathbf{y}}$$
$$\mathbf{H}_t = \frac{T E_0}{\zeta_2} e^{-jk_2 z} \hat{\mathbf{y}}$$

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Presenza del Terreno

Nel tempo…

$$\mathbf{E}_i = E_0 e^{-\alpha_1 z}\cos(\omega t - \beta_1 z)\hat{\mathbf{x}}$$

$$\mathbf{E}_r = \left|\Gamma\right| E_0 e^{-\alpha_1 z}\cos(\omega t + \beta_1 z + \angle\Gamma)\hat{\mathbf{x}}$$

$$\mathbf{E}_t = \left|T\right| E_0 e^{-\alpha_2 z}\cos(\omega t - \beta_1 z + \angle T)\hat{\mathbf{x}}$$

$$\mathbf{H}_i = \frac{E_0}{\left|\zeta_1\right|} e^{-\alpha_1 z}\cos(\omega t - \beta_1 z - \angle\zeta_1)\hat{\mathbf{y}}$$

$$\mathbf{H}_r = -\frac{\left|\Gamma\right| E_0}{\left|\zeta_1\right|} e^{\alpha_1 z}\cos(\omega t + \beta_1 z + \angle\Gamma - \angle\zeta_1)\hat{\mathbf{y}}$$

$$\mathbf{H}_t = \frac{\left|T\right| E_0}{\left|\zeta_2\right|} e^{-\alpha_2 z}\cos(\omega t - \beta_1 z + \angle T - \angle\zeta_2)\hat{\mathbf{y}}$$

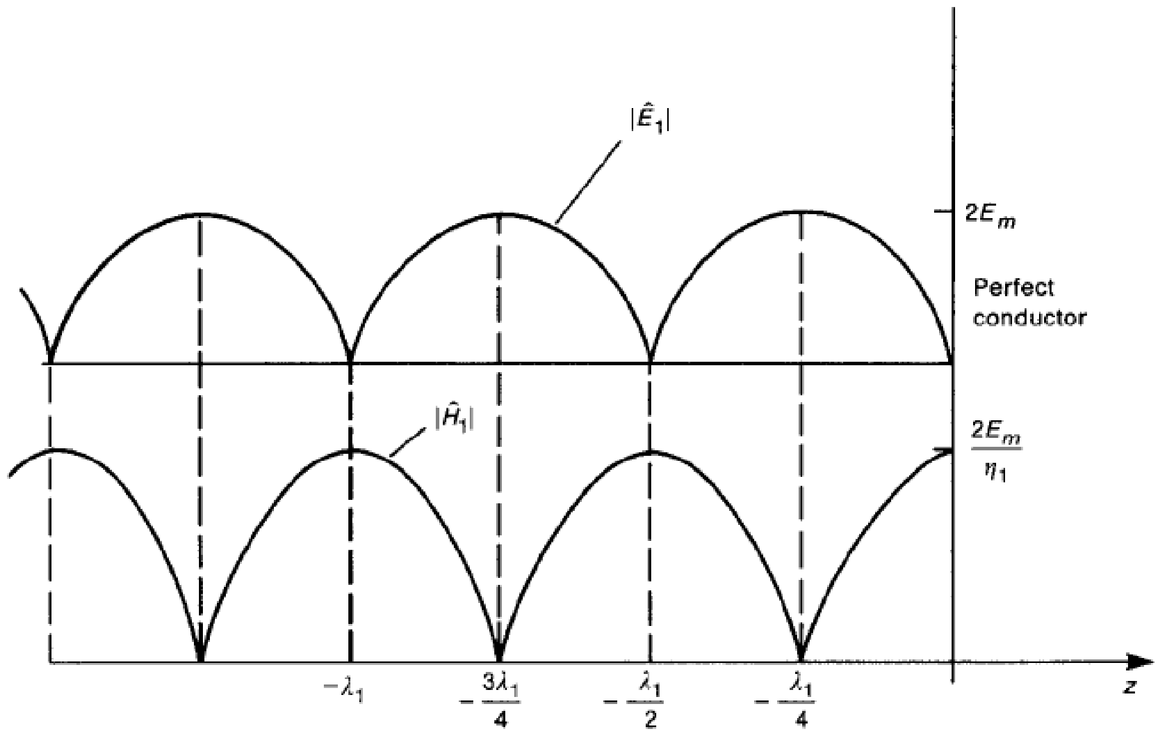
E la densità di potenza nel secondo mezzo è

$$\mathbf{S}_i = \frac{1}{2}\left|T\right|^2 \frac{E_0^2 e^{-2\alpha_2 z}}{\left|\zeta_2\right|}\cos(\angle\zeta_2)\hat{\mathbf{z}}$$

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Presenza del Terreno

Se il mezzo due è un ottimo conduttore



Si instaura una stazionarietà

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Presenza del Terreno

Se per esempio il mezzo 1 è l'aria e il mezzo 2 il rame e l'onda ha ampiezza 10V/m e frequenza 1MHz

$$jk_1 = \sqrt{j\omega\mu_1 j\omega\varepsilon_1} = j\omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} = j\beta_0 = J2.09\times10^{-2}m^{-1}$$

$$jk_2 = \sqrt{j\omega\mu_2\left(\sigma_2 + j\omega\varepsilon_2\right)} \cong \sqrt{j\omega\mu_2\sigma_2} = \sqrt{j4.58\times10^8} = 2.14\times10^4\frac{(1+j)}{\sqrt{2}} = 2.14\times10^4\angle45°m^{-1}$$

$$\zeta_1 = \sqrt{\frac{j\omega\mu_1}{j\omega\varepsilon_1}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = \zeta_0 = 120\pi\Omega = 377\Omega$$

$$\zeta_2 = \sqrt{\frac{j\omega\mu_2}{\left(\sigma_2 + j\omega\varepsilon_2\right)}} \cong \sqrt{\frac{j\omega\mu_2}{\sigma_2}} = \sqrt{j1.36\times10^{-7}} = 3.69\times10^{-4}\frac{(1+j)}{\sqrt{2}} = 3.69\times10^4\angle45°\Omega$$

$$\alpha_1 = 0 \qquad \alpha_1 = 1.51\times10^4$$

$$\beta_1 = 2.09\times10^{-2} \qquad \beta_1 = 1.51\times10^4$$

$$\left|\zeta_1\right| = 377 \qquad \left|\zeta_1\right| = 3.69\times10^{-4}$$

$$\angle\zeta_1 = 0 \qquad \angle\zeta_1 = 45°$$

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Presenza del Terreno

I coefficienti sono

$$\Gamma = \frac{\zeta_2 - \zeta_1}{\zeta_2 + \zeta_1} = \frac{3.69\times 10^{-4}\angle 45° - 377}{3.69\times 10^{-4}\angle 45° + 377} \cong -1$$

$$T = \frac{2\zeta_2}{\zeta_2 + \zeta_1} = \frac{2\times 3.69\times 10^{-4}\angle 45°}{3.69\times 10^{-4}\angle 45° + 377} \cong 1.96\times 10^{-6}\angle 45°$$

Il che dà una densità di potenza

$$\mathbf{S}_t = \frac{1}{2}|T|^2 \frac{E_0^2 e^{-2\alpha_2 z}}{|\zeta_2|}\cos(\angle\zeta_2)\hat{\mathbf{z}} = \frac{\left(1.96\times 10^{-6}\right)^2}{2}\frac{10^2 e^{3.02\times 10^4 z}}{3.69\times 10^{-4}}\cos(45°)\hat{\mathbf{z}}$$

$$S_t = 3.68\times 10^{-7} e^{3.02\times 10^4 z}$$

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Presenza del Terreno

La profondità di penetrazione è

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu_0 \sigma}} = 66.1 \mu m$$

La potenza dissipata nel rame, per ogni metro quadro, è

$$P = A\int_0^\infty S(z)dz \cong S(0) - S(\infty) = 3.68\times 10^{-7}(1-e^{-\infty}) = 0.368 \mu W$$

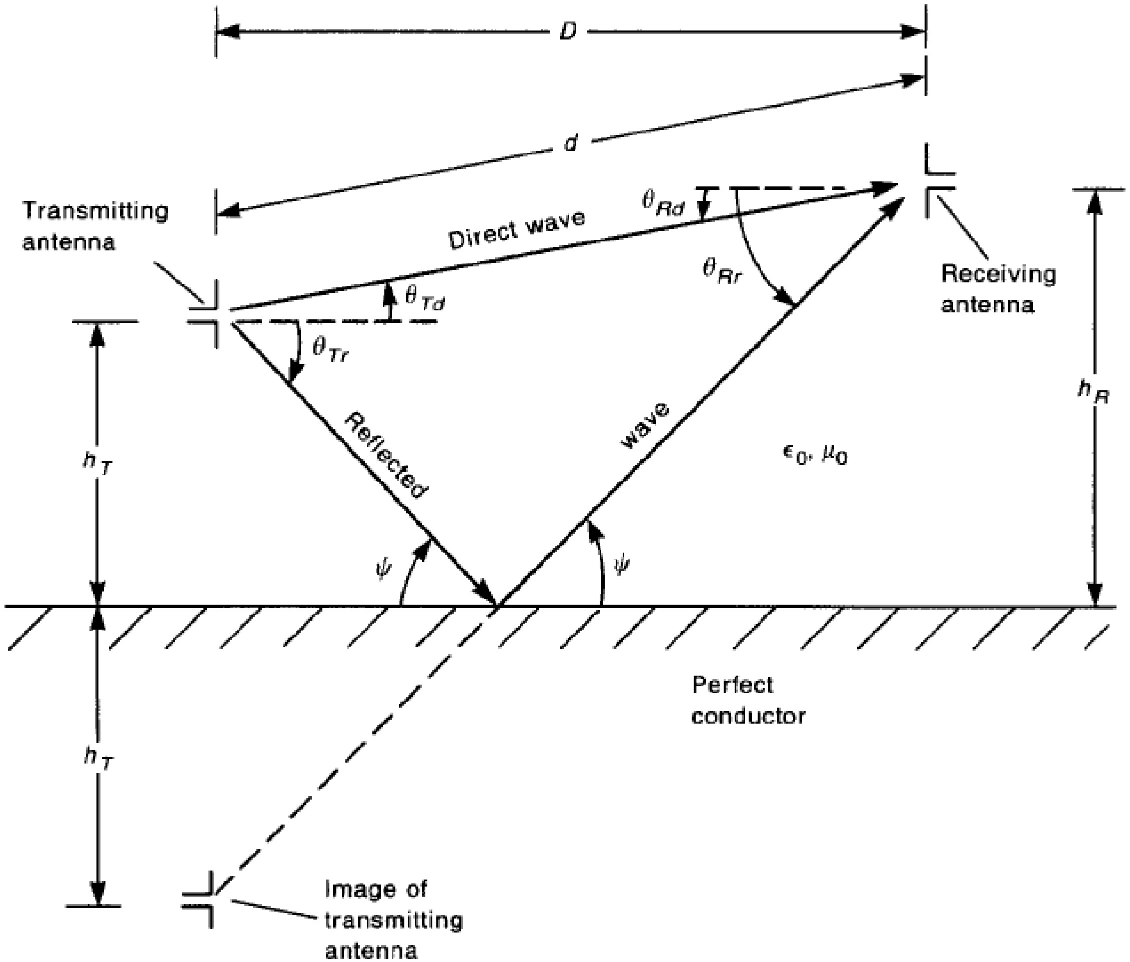
Quindi se l'antenna è su un piano buon conduttore la potenza persa su di esso è trascurabile.

Compatibilità Elettromagnetica I A. A. 2006-07
Prof. G. Pelosi, S. Selleri - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Presenza del Terreno

Quindi, se due antenne sono in presenza di un ottimo conduttore:



Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Presenza del Terreno

Il percorso diretto, lungo *d*, è

$$d = \sqrt{D^2 + (h_R - h_T)^2}$$

Il percorso riflesso è invece

$$d_r = \sqrt{D^2 + (h_R + h_T)^2}$$

Se le antenne sono l'una in campo lontano rispetto all'altra e in campo lontano rispetto al terreno

$$\mathbf{E}(d) = h_{e_T} V_0 F_T(\theta_{T_d}, \phi_{T_d}) \frac{e^{-jkd}}{d}$$

$$V_d = V_0 h_{e_T} F_T(\theta_{T_d}, \phi_{T_d}) h_{e_R} F_R(\theta_{T_d}, \phi_{T_d}) \frac{e^{-jkd}}{d}$$

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Presenza del Terreno

Mentre per il raggio riflesso

$$\mathbf{E}(d_r) = h_{e_T} V_0 F_T(\theta_{T_r}, \phi_{T_r}) \Gamma \frac{e^{-jkd_r}}{d_r}$$

$$V_{d_r} = V_0 h_{e_T} F_T(\theta_{T_r}, \phi_{T_r}) h_{e_R} F_R(\theta_{T_r}, \phi_{T_r}) \frac{e^{-jkd_r}}{d_r}$$

La tensione totale è

$$V = V_d + V_{d_r}$$

$$V_d = V_0 h_{e_T} F_T(\theta_{T_d}, \phi_{T_d}) h_{e_R} F_R(\theta_{T_d}, \phi_{T_d}) \frac{e^{-jkd}}{d} + V_0 h_{e_T} F_T(\theta_{T_r}, \phi_{T_r}) h_{e_R} F_R(\theta_{T_r}, \phi_{T_r}) \frac{e^{-jkd_r}}{d_r} =$$

Compatibilità Elettromagnetica I A. A. 2006-07
Prof. G. Pelosi, S. Selleri - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Presenza del Terreno

$$V_d = V_0 h_{e_T} F_T(\theta_{T_d},\phi_{T_d}) h_{e_R} F_R(\theta_{T_d},\phi_{T_d}) \frac{e^{-jkd}}{d} + V_0 h_{e_T} F_T(\theta_{T_r},\phi_{T_r}) h_{e_R} F_R(\theta_{T_r},\phi_{T_r}) \frac{e^{-jkd_r}}{d_r} =$$

$$V_0 h_{e_T} F_T(\theta_{T_d},\phi_{T_d}) h_{e_R} F_R(\theta_{T_d},\phi_{T_d}) P \frac{e^{-jkd}}{d}$$

Avendo posto

$$P = 1 + \frac{F_T(\theta_{T_d},\phi_{T_d}) F_R(\theta_{T_d},\phi_{T_d})}{F_T(\theta_{T_r},\phi_{T_r}) F_R(\theta_{T_r},\phi_{T_r})} \Gamma \frac{d}{d_r} e^{-jk(d_r - d)}$$

P è un termine correttivo alla formula del collegamento.

La formula di Friis, che è in potenza, è quindi modificata da un termine moltiplicativo pari a $|P|^2$

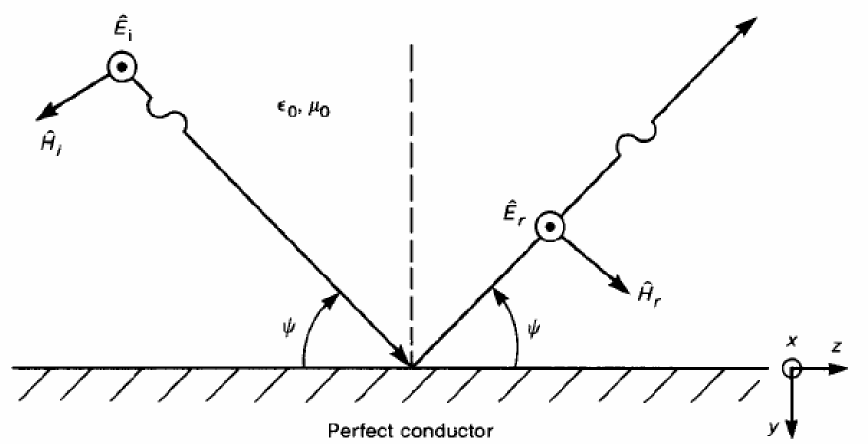
Compatibilità Elettromagnetica I A. A. 2006-07
Prof. G. Pelosi, S. Selleri - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

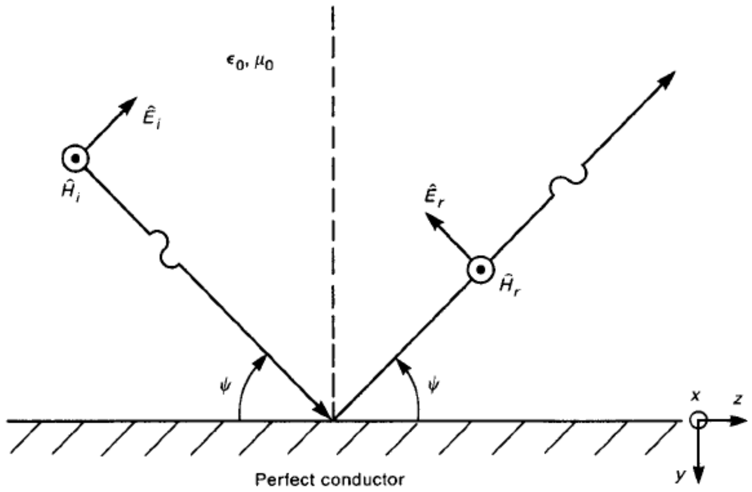
Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Presenza del Terreno

Distinguiamo due casi fondamentali: ***polarizzazione parallela*** e ***polarizzazione perpendicolare***

Trattandosi del suolo la polarizzazione parallela (al piano di incidenza!) è anche detta ***verticale***, là dove la perpendicolare è detta ***orizzontale***





Compatibilità Elettromagnetica I A. A. 2006-07
Prof. G. Pelosi, S. Selleri - Laboratorio di Elettromagnetismo Numerico
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni – Università di Firenze

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Presenza del Terreno

Per la: ***polarizzazione parallela*** (***verticale***) è

$$\Gamma_V = 1$$

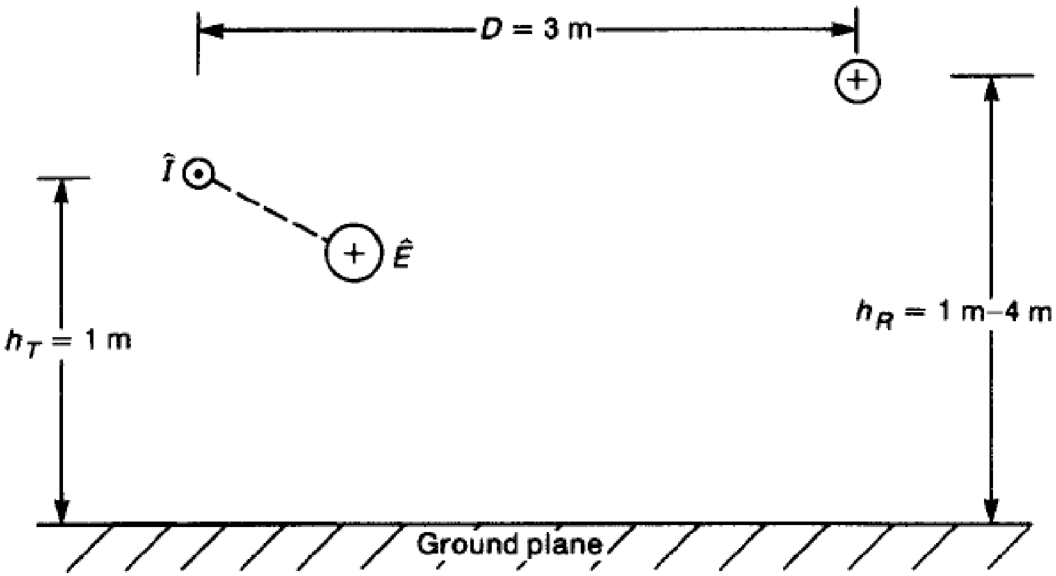
Per la: ***polarizzazione perpendicolare*** (***orizzontale***) è

$$\Gamma_H = -1$$

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Presenza del Terreno

Se consideriamo due dec paralleli al terreno:



I pattern delle due antenne sono funzioni di θ e basta e, sul piano, θ=90°, per cui il pattern di entrambe le antenne è sempre massimo e pari a 1:

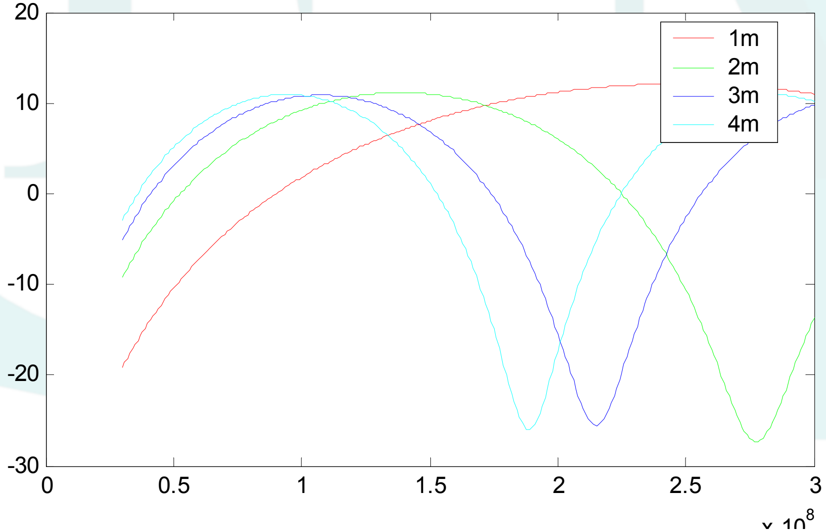
$$P = 1 - \frac{d}{d_r} e^{-jk(d_r - d)}$$

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Presenza del Terreno

Se l'antenna ricevente si sposta da quota 1m a quota 4m

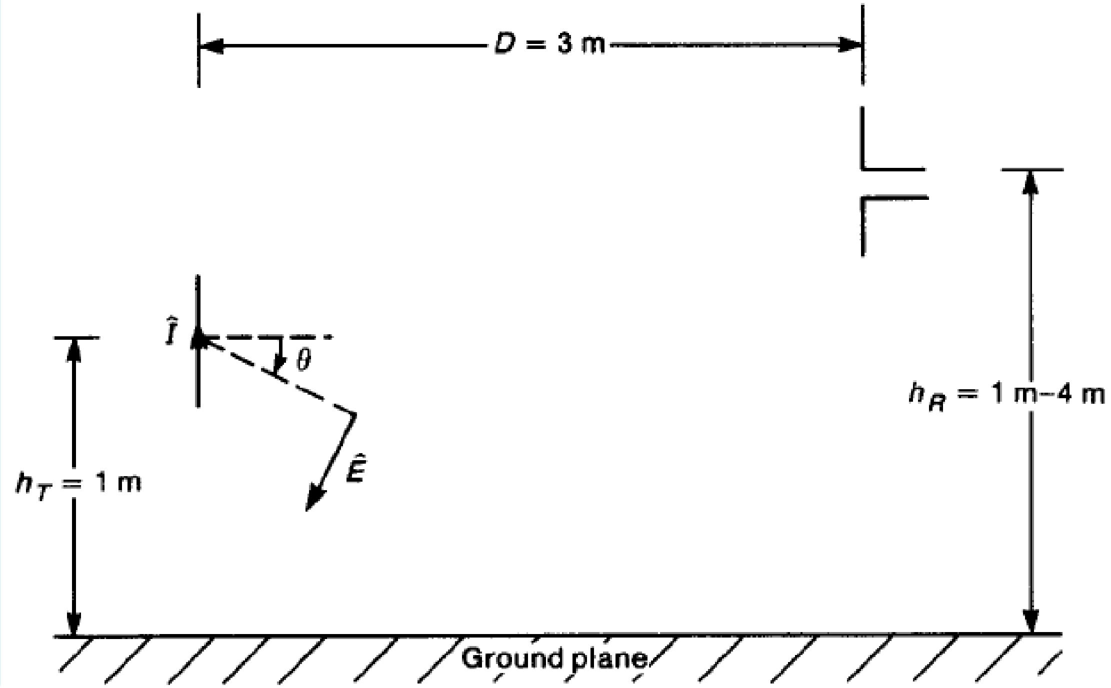
$$P = \begin{cases} 1 - \dfrac{3}{\sqrt{13}} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(\sqrt{13}-3)} & h_R = 1m \\ 1 - \dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{34}} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(\sqrt{34}-\sqrt{18})} & h_R = 4m \end{cases}$$



Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Presenza del Terreno

Se consideriamo due dec e verticali:



Stavolta i pattern delle due antenne sono sono funzioni di θ

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Presenza del Terreno

Il fattore correttivo è

$$P = 1 + \frac{\cos\theta_{T_r}\cos\theta_{R_r}}{\cos\theta_{T_d}\cos\theta_{R_d}}\frac{d}{d_r}e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(d_r-d)}$$

Per quanto riguarda i coseni…

$$\cos\theta_{T_r} = \cos\theta_{T_r} = \frac{D}{d_r}$$

$$\cos\theta_{T_d} = \cos\theta_{R_d} = \frac{D}{d}$$

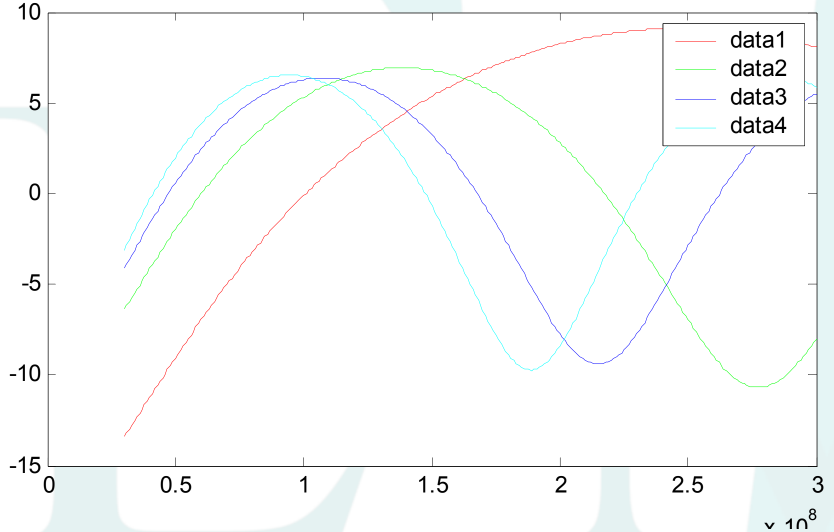
Di conseguenza

$$P = 1 + \left(\frac{d}{d_r}\right)^3 e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(d_r-d)}$$

Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Presenza del Terreno

E quindi



Dipolo a mezz'onda e monopolo a un quarto d'onda

Presenza del Terreno

Nella misura in camera semianecoica occorre quindi essere a conoscenza di questi fatori correttivi

La misura deve essere a norma sia per la distanza che per la quota che per la presenza del piano di massa

Ma se questo garantisce il rispetto della norma non garantisce che il campo in qualche altro punto non raggiunga valori più elevati che possono dar luogo comunque a malfunzionamenti