



Lezione 13

Crosstalk

Giuseppe Pelosi - Stefano Selleri
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni
Università di Firenze



Sommario della Lezione

- ❖ Introduzione
- ❖ Linee a tre conduttori
- ❖ Due fili su piano di massa
- ❖ Due fili schermati



Introduzione

Il *crosstalk* è l'accoppiamento indesiderato tra linee o tra linee e piste o piste e massa.

Il crosstalk non può essere visto come un accoppiamento per radiazione elettromagnetica come quello per le antenne in quanto è essenzialmente un fenomeno di *campo vicino*.

In altre parole vi può essere crosstalk fra linee vicine anche se queste, viste come antenne, non irradiano.

Di conseguenza il crosstalk è principalmente un problema intrasistema. [Non coperto dalle normative]

Ciò non toglie che se il crosstalk interessa il cavo di alimentazione o altri cavi che escono dall'apparato possa diventare un problema intersistema. [Coperto dalle normative]



Introduzione

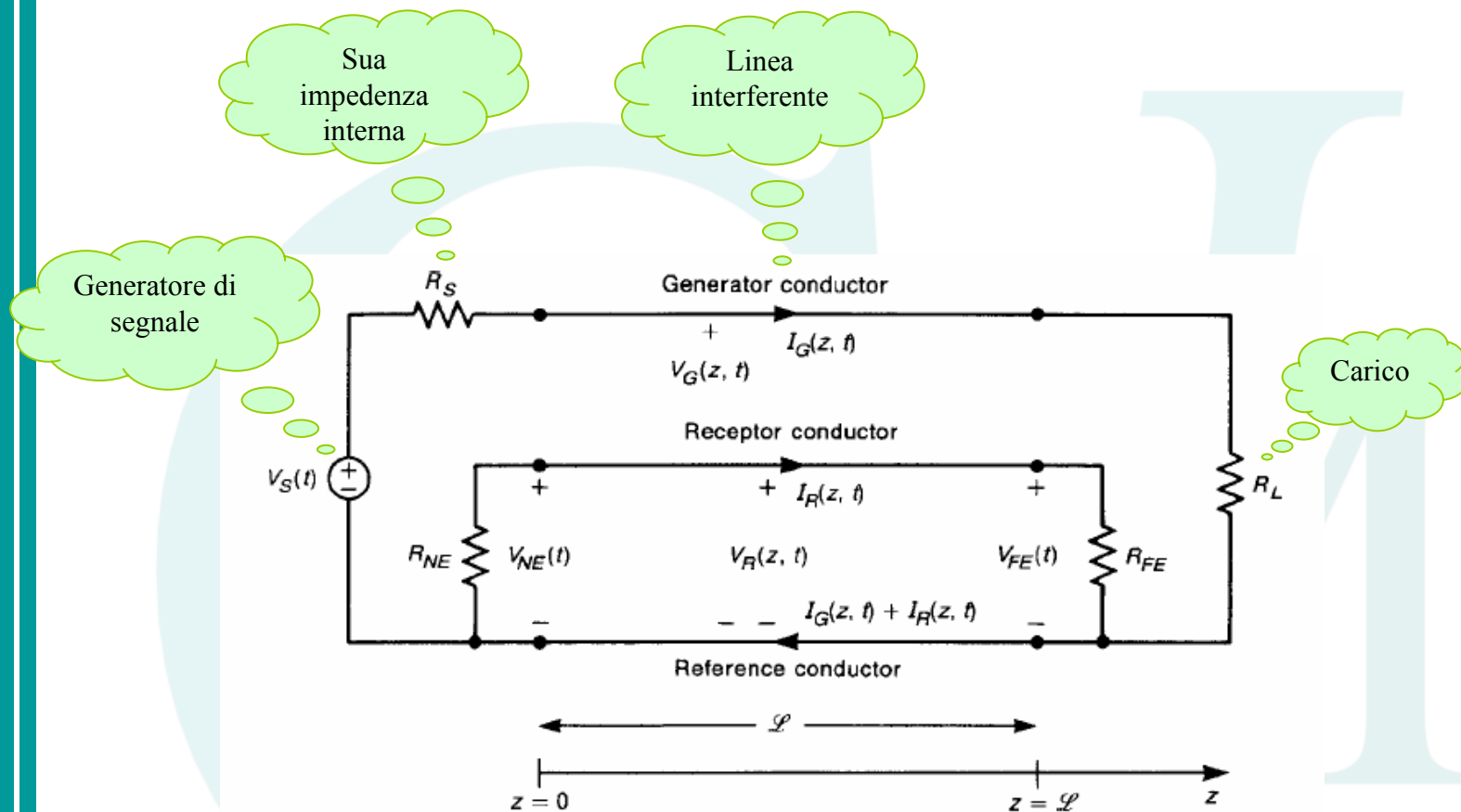
Per poter avere crosstalk è necessario avere almeno due linee, una su cui viaggia il segnale che crea crosstalk, e una linea “vittima”.

Le linee di trasmissione sono fatte minimo da due conduttori, uno che porta il segnale e uno di “massa”

Il conduttore di massa può essere a comune fra più linee, quindi la configurazione minima per studiare il crosstalk è quella di tre conduttori.

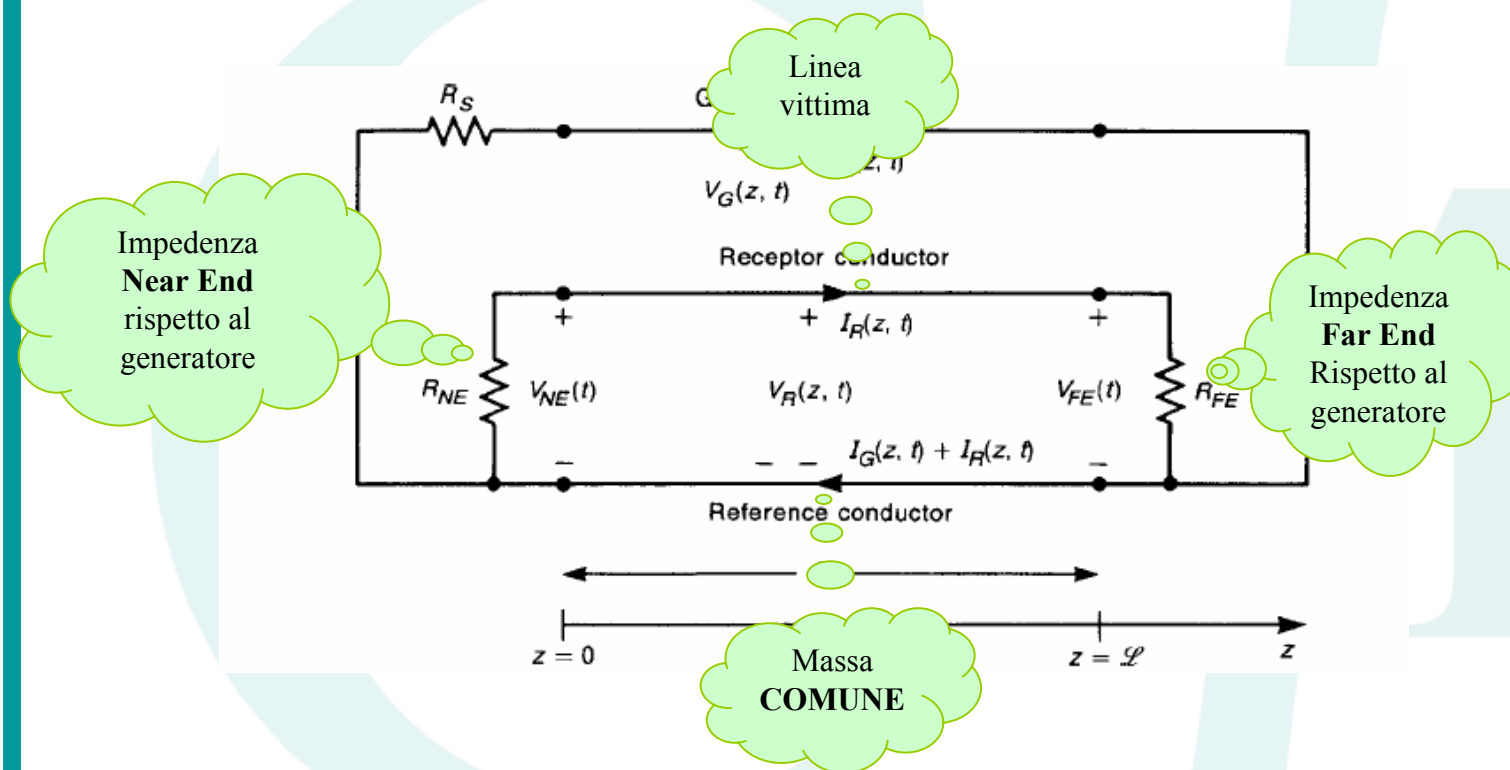


Introduzione





Introduzione





Introduzione

Supponiamo quindi che i tre conduttori siano paralleli tra loro, paralleli all'asse z e di sezione uniforme.

Il conduttore “generatore” e il conduttore di riferimento formano una linea bifilare come quella già studiata, con la differenza che, in prossimità, vi è il conduttore “recettore” che perturba i campi della linea “generatrice” accoppiandovisi.

Il conduttore “generatore” è caratterizzato da una tensione rispetto al filo di riferimento e una corrente:

$$V_G(z, t)$$

$$I_G(z, t)$$

Sul conduttore “recettore” nascono

$$V_R(z, t)$$

$$I_R(z, t)$$

Si noti esplicitamente come entrambe le correnti si richiudano sullo stesso conduttore di riferimento.



Introduzione

Sia infine L la lunghezza complessiva del tratto accoppiato.

L'effetto principale ed indesiderato del crosstalk è la generazione di due tensioni

$$V_{NE}(t)$$

$$V_{FE}(t)$$

Ai carichi ai capi della linea vittima.

Lo scopo dell'analisi crosstalk è quello di determinare (predirre) queste tensioni ai capi della linea vittima.

Dati i tipi di linea, le sezioni, i materiali e

$$V_s(t), R_s, R_L, R_{NE}, R_{FE}, L$$



Introduzione

L'analisi può essere eseguita nel dominio del tempo o nel dominio della frequenza.

Nell'analisi nel dominio del tempo si cerca

$$V_{NE}(t)$$

$$V_{FE}(t)$$

Noto

$$V_s(t)$$

Nell'analisi in frequenza si cercano i fasori

$$V_{NE}(\omega)$$

$$V_{FE}(\omega)$$

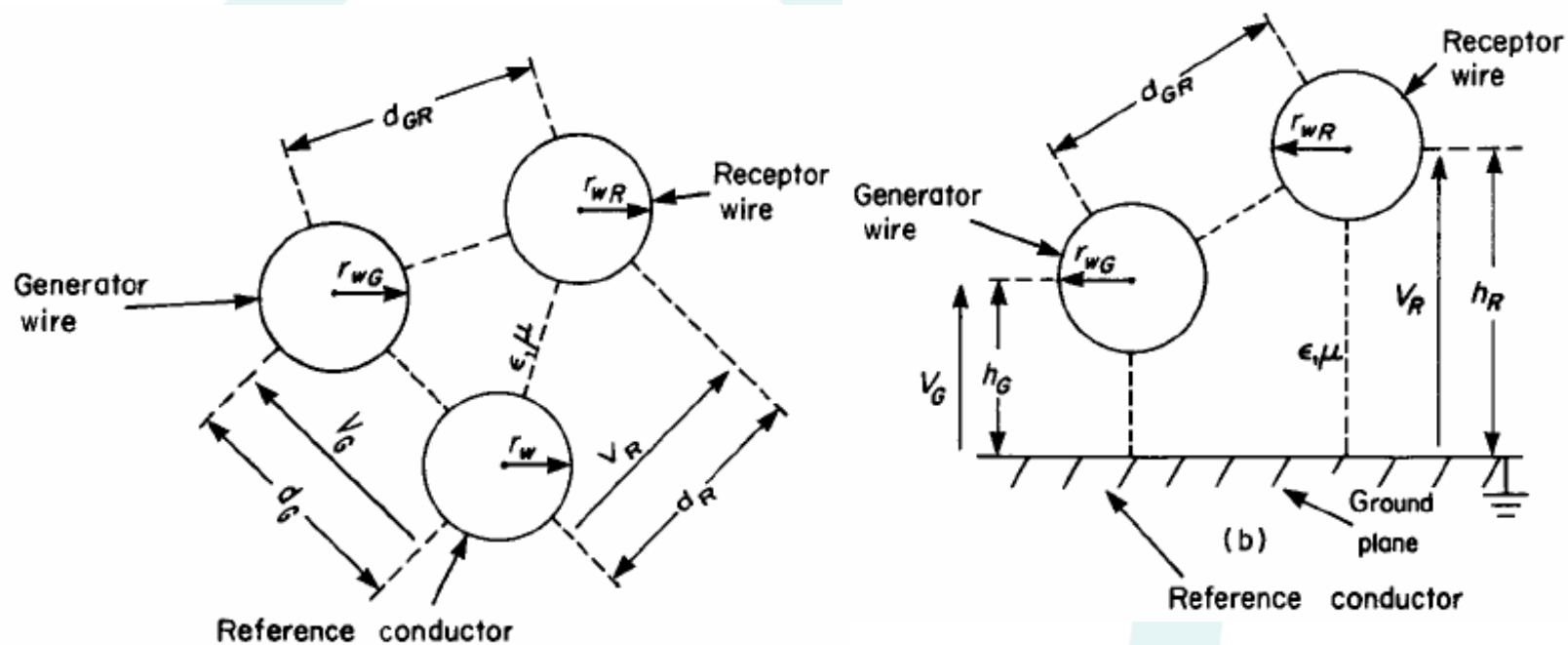
Dovuti ad un generatore sinusoidale

$$V_s(t) = V_s \cos(\omega t + \phi)$$



Introduzione

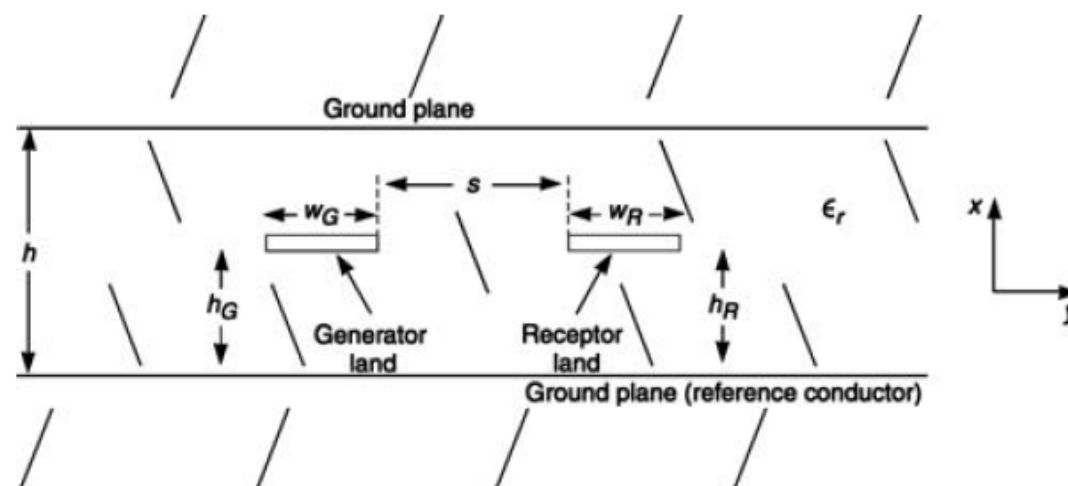
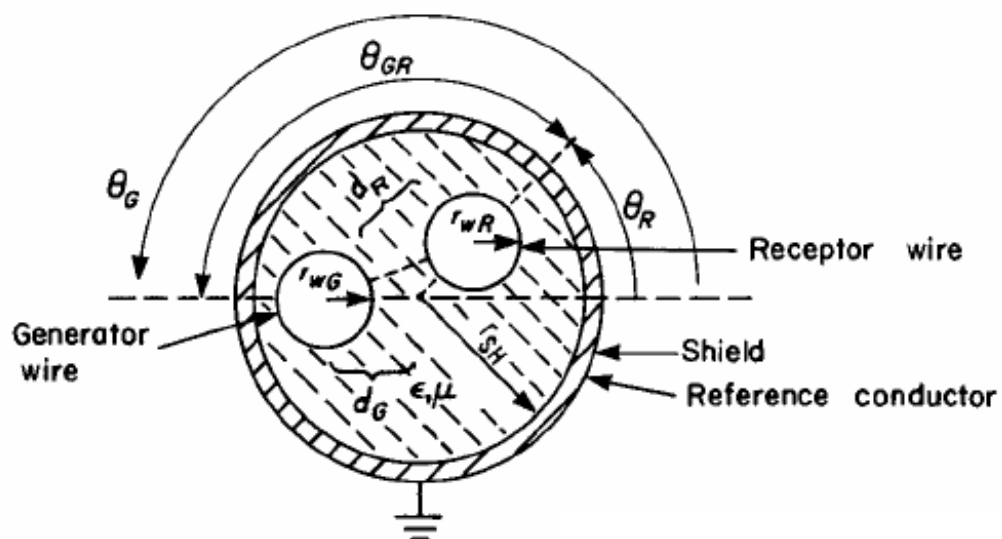
Alcuni tipici esempi di linea multiconduttore sono:





Introduzione

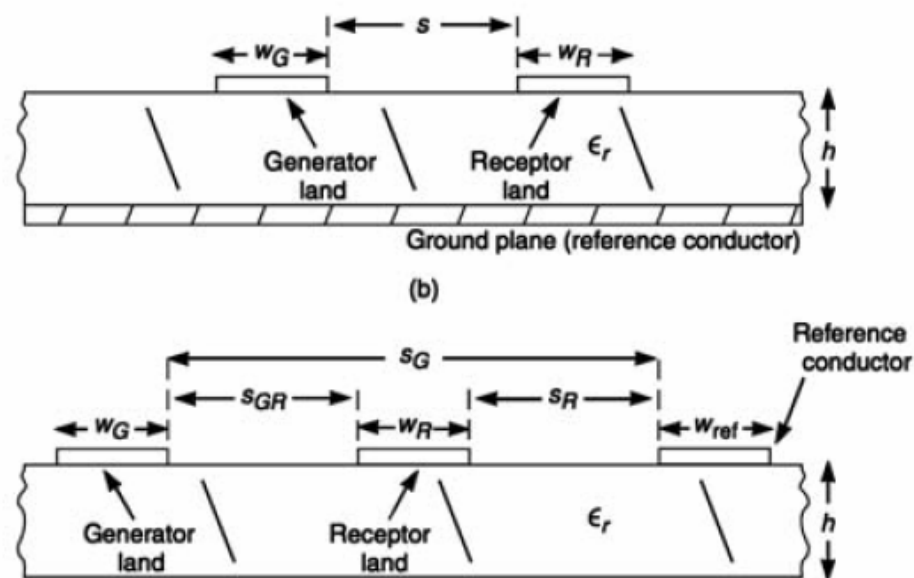
Alcuni tipici esempi di linea multiconduttore sono:





Introduzione

Alcuni tipici esempi di linea multiconduttore sono:

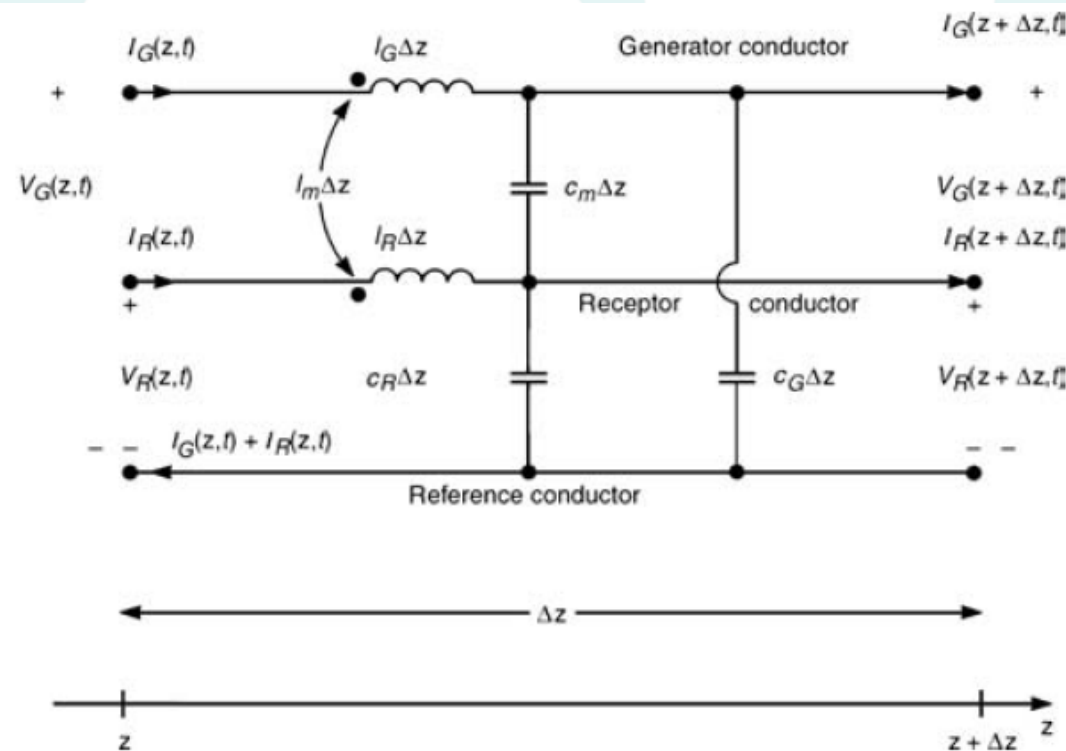




Linee a tre conduttori

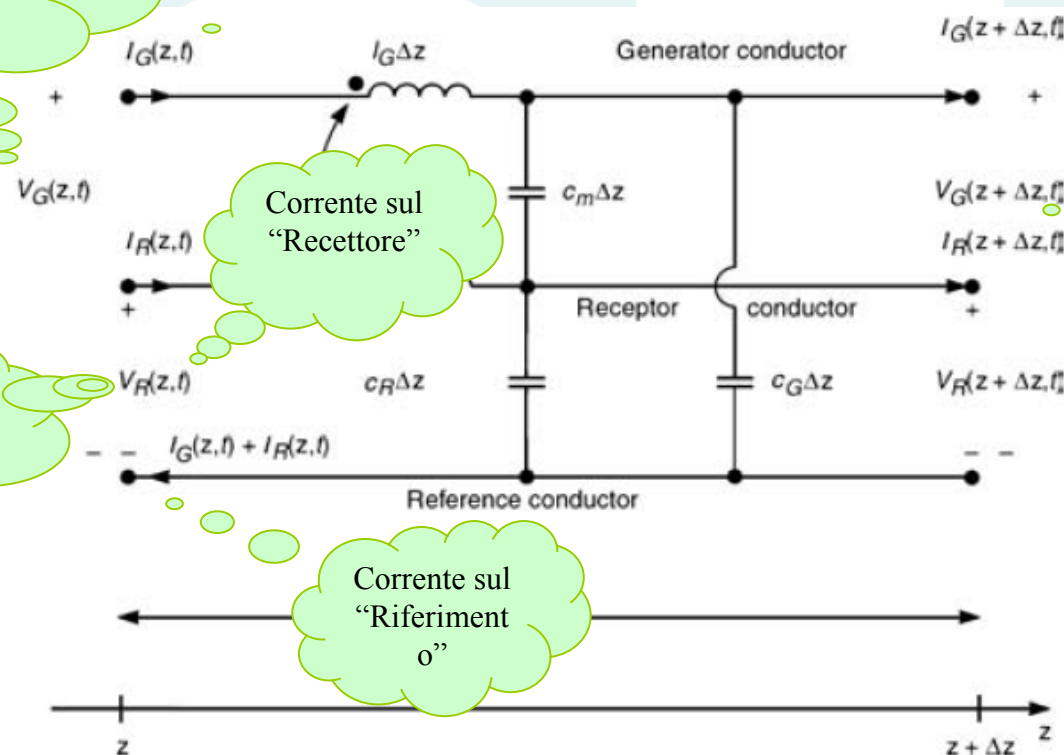
Per lo studio supponiamo che le linee supportino comunque il solo modo TEM

In ogni caso consideriamo di avere tre conduttori e di poter di conseguenza definire delle induttanze e delle capacità per unità di lunghezza su ciascuna e tra ciascuna di esse.





Linee a tre conduttori



Corrente sul
"Generatore"

Tensione fra conduttore
"Generatore" e
conduttore
"Riferimento"

Corrente sul
"Recettore"

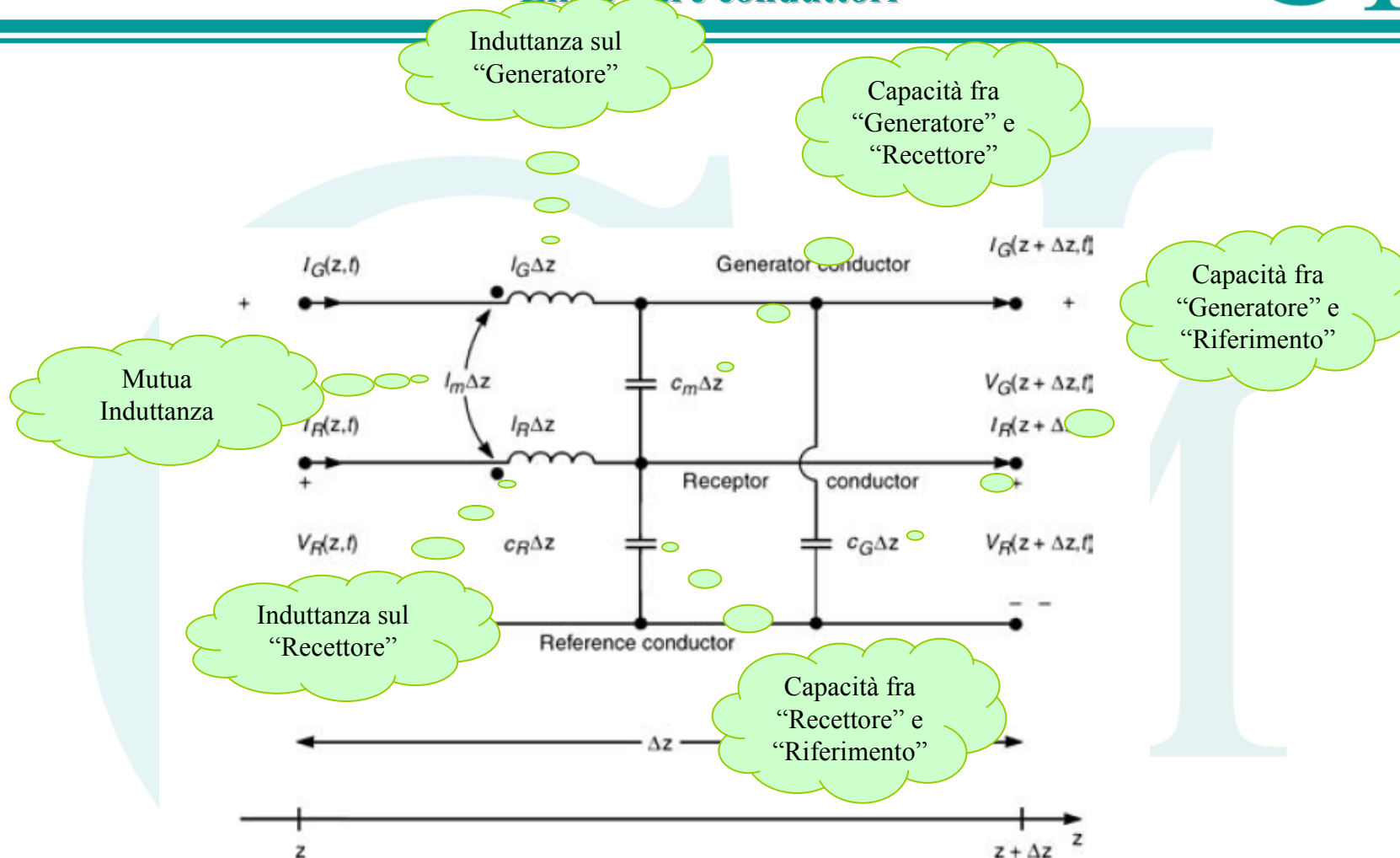
Tensione fra conduttore
"Recettore" e conduttore
"Riferimento"

Corrente sul
"Riferiment
o"

Stesse
grandezze
un Δz più in
là



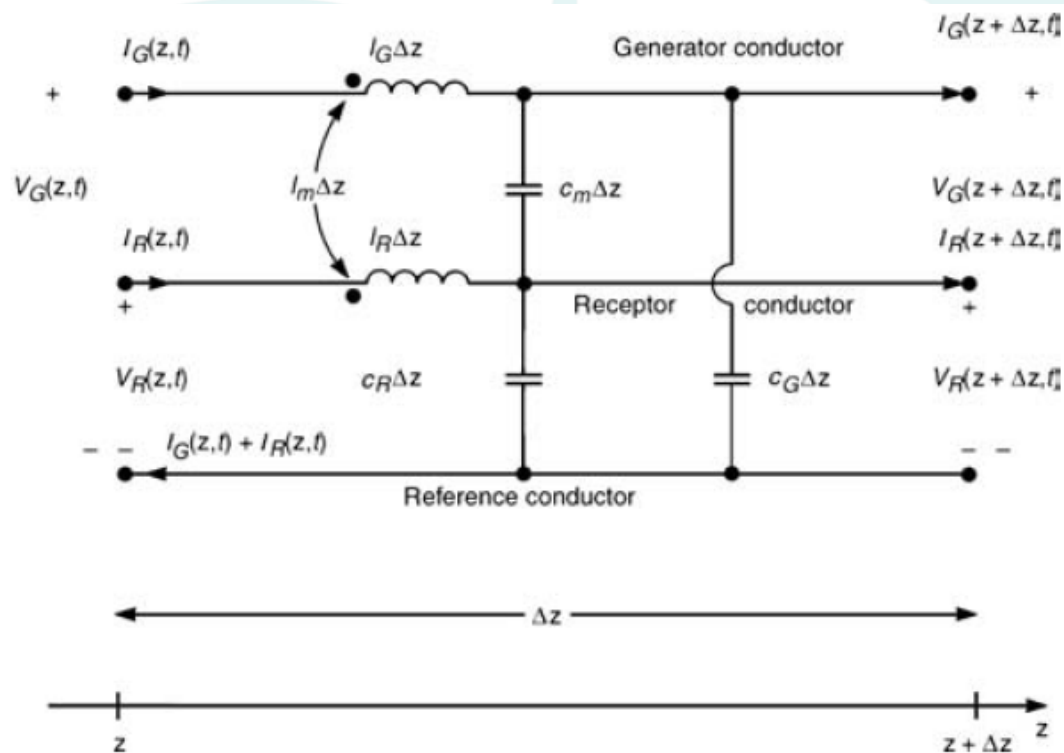
Linee a tre conduttori





Linee a tre conduttori

Per le tensioni

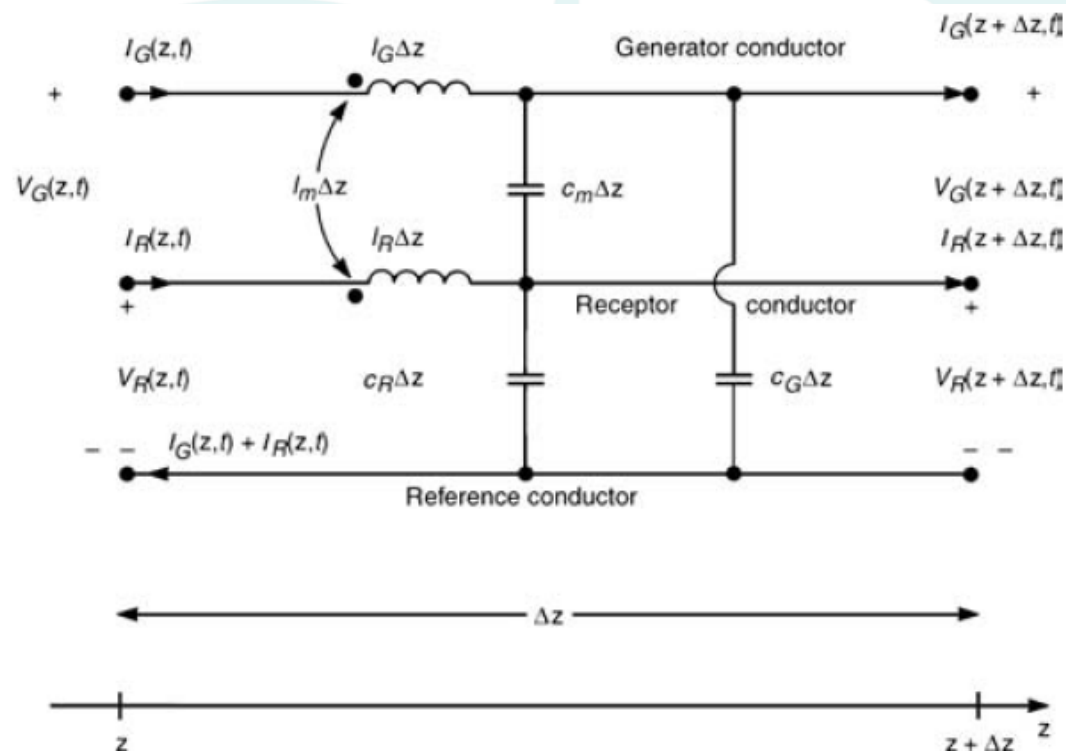


$$\begin{cases} \frac{\partial V_G(z, t)}{\partial z} = -L_G \frac{\partial I_G(z, t)}{\partial t} - L_m \frac{\partial I_R(z, t)}{\partial t} \\ \frac{\partial V_R(z, t)}{\partial z} = -L_R \frac{\partial I_R(z, t)}{\partial t} - L_m \frac{\partial I_G(z, t)}{\partial t} \end{cases}$$



Linee a tre conduttori

Per le correnti



$$\begin{cases} \frac{\partial I_G(z,t)}{\partial z} = -C_G \frac{\partial V_G(z,t)}{\partial t} - C_m \frac{\partial [V_G(z,t) - V_R(z,t)]}{\partial t} \\ \frac{\partial I_R(z,t)}{\partial z} = -C_R \frac{\partial V_R(z,t)}{\partial t} - C_m \frac{\partial [V_R(z,t) - V_G(z,t)]}{\partial t} \end{cases}$$



Linee a tre conduttori

Ovvero

$$\begin{cases} \frac{\partial I_G(z,t)}{\partial z} = -(C_G + C_m) \frac{\partial V_G(z,t)}{\partial t} + C_m \frac{\partial V_R(z,t)}{\partial t} \\ \frac{\partial I_R(z,t)}{\partial z} = +C_m \frac{\partial V_G(z,t)}{\partial t} - (C_R + C_m) \frac{\partial V_R(z,t)}{\partial t} \end{cases}$$

Queste equazioni possono essere messe in forma matriciale

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{V}(z,t)}{\partial z} = -\mathbf{L} \frac{\partial \mathbf{I}(z,t)}{\partial t} \\ \frac{\partial \mathbf{I}(z,t)}{\partial z} = -\mathbf{C} \frac{\partial \mathbf{V}(z,t)}{\partial t} \end{cases}$$

Con

$$\mathbf{V}(z,t) = \begin{bmatrix} V_G(z,t) \\ V_R(z,t) \end{bmatrix}; \quad \mathbf{I}(z,t) = \begin{bmatrix} I_G(z,t) \\ I_R(z,t) \end{bmatrix}$$



Linee a tre conduttori

E con

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} L_G & L_m \\ L_m & L_R \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_G + C_m & -C_m \\ -C_m & C_R + C_m \end{bmatrix}$$

Le le equazioni dei telegrafisti per le linee a tre conduttori (e in generale multiconduttore – MTL *Multiconductor Transmission Line*) possono essere scritte in una forma, matriciale, formalmente identica a quella delle equazioni dei telegrafisti standard, ci sarà da aspettarsi che anche la soluzione sia sostanzialmente simile ma in forma matriciale.

Nel dominio della frequenza è

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{V}(z)}{\partial z} = -j\omega \mathbf{L} \mathbf{I}(z) \\ \frac{\partial \mathbf{I}(z)}{\partial z} = -j\omega \mathbf{C} \mathbf{V}(z) \end{cases}$$

Con

$$\mathbf{V}(z, t) = \Re \{ \mathbf{V}(z) e^{j\omega t} \}$$

$$\mathbf{I}(z, t) = \Re \{ \mathbf{I}(z) e^{j\omega t} \}$$



Linee a tre conduttori

Per poter proseguire occorre determinare i parametri per unità di lunghezza.

Supponiamo di essere in un mezzo omogeneo, si può dimostrare che:

$$\mathbf{LC} = \mathbf{CL} = \varepsilon\mu\mathbf{1}$$

E quindi

$$\mathbf{C} = \varepsilon\mu\mathbf{L}^{-1} = \frac{1}{v^2}\mathbf{L}^{-1}$$

$$\mathbf{L} =; \begin{bmatrix} C_G + C_m & -C_m \\ -C_m & C_R + C_m \end{bmatrix} = \frac{1}{v^2(L_G L_R - L_m^2)} \begin{bmatrix} L_R & -L_m \\ -L_m & L_G \end{bmatrix}$$



Linee a tre conduttori

Questo è un risultato notevole che fornisce:

$$C_m = \frac{L_m}{v^2 (L_G L_R - L_m^2)}$$
$$C_G + C_m = \frac{L_R}{v^2 (L_G L_R - L_m^2)} \Rightarrow C_G = \frac{L_R - L_m}{v^2 (L_G L_R - L_m^2)}$$
$$C_R + C_m = \frac{L_G}{v^2 (L_G L_R - L_m^2)} \Rightarrow C_R = \frac{L_G - L_m}{v^2 (L_G L_R - L_m^2)}$$

Questo è un risultato notevole perché la maggior parte dei dielettrici ha permittività pari a quella del vuoto. Di conseguenza se si è in grado di calcolare **L** allora si è in grado di calcolare, data la conoscenza di v , **C** per ogni dielettrico.

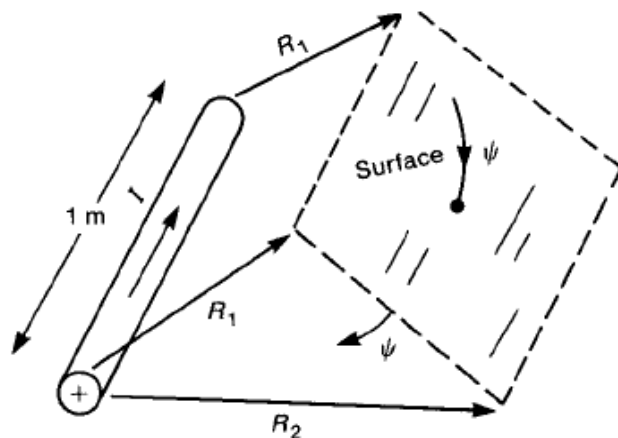
D'altronde **C** nel vuoto è particolarmente facile da calcolare, per cui da essa si può risalire a **L** e, da quest'ultima, a **C** per dielettrici generici



Linee a tre conduttori

Torniamo a considerare i risultati teorici ottenuti per le linee bifilari nell'ipotesi di conduttori sufficientemente distanti da poter considerare imperturbata la simmetria circolare delle distribuzioni di correnti e cariche.

Per il flusso dell'induzione magnetica

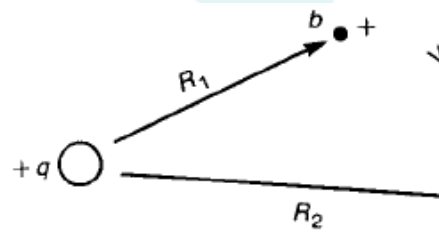


$$\psi_m = \frac{\mu I}{2\pi} \ln \left(\frac{R_2}{R_1} \right)$$



Linee a tre conduttori

Per il potenziale elettrico



$$V = \frac{q}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

Sia per il flusso, sia per il potenziale, è fondamentale considerare correttamente il verso!



Linee a tre conduttori

In forma matriciale

$$\Psi = \mathbf{L}\mathbf{I}$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_G \\ \Psi_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_G & L_m \\ L_m & L_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_G \\ I_R \end{bmatrix}$$

Da cui

$$\Psi_G = L_G I_G + L_m I_R$$

$$\Psi_R = L_m I_G + L_R I_R$$

Ovvero

$$L_G = \left. \frac{\Psi_G}{I_G} \right|_{I_R=0}$$

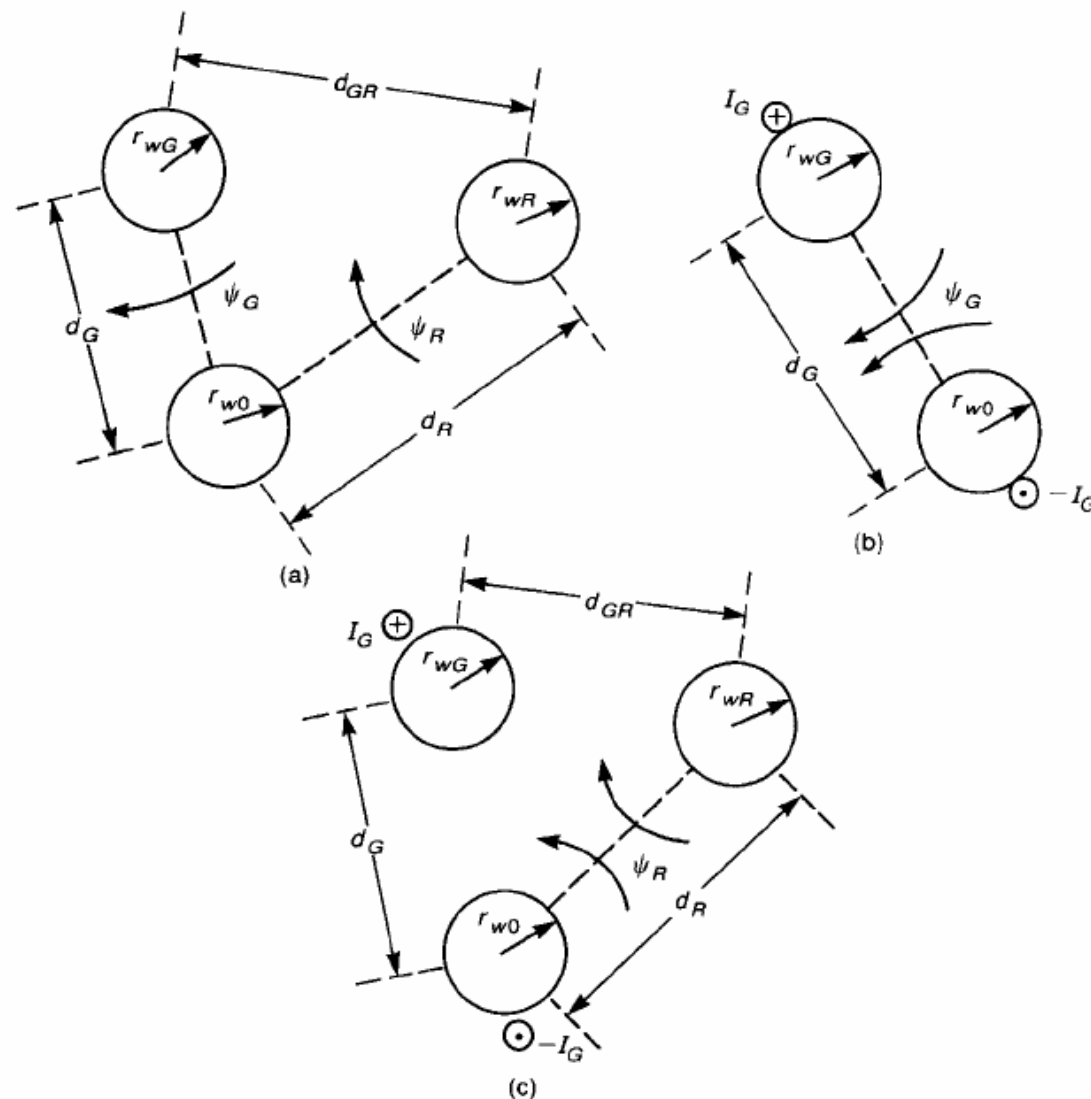
$$L_m = \left. \frac{\Psi_R}{I_G} \right|_{I_R=0}$$

$$L_m = \left. \frac{\Psi_G}{I_R} \right|_{I_G=0}$$

$$L_R = \left. \frac{\Psi_R}{I_R} \right|_{I_G=0}$$



Linee a tre conduttori





Linee a tre conduttori

Torniamo a considerare i risultati teorici ottenuti per le linee bifilari nell'ipotesi di conduttori sufficientemente distanti da poter considerare imperturbata la simmetria circolare delle distribuzioni di correnti e cariche.

Per il flusso dell'induzione magnetica

$$\begin{aligned}\psi_G &= \frac{\mu I_G}{2\pi} \ln\left(\frac{d_G - r_{w0}}{r_{wG}}\right) + \frac{\mu I_G}{2\pi} \ln\left(\frac{d_G - r_{wG}}{r_{w0}}\right) \Rightarrow L_G \cong \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{d_G^2}{r_{w0} r_{wG}}\right) \\ \psi_R &= \frac{\mu I_R}{2\pi} \ln\left(\frac{d_R - r_{w0}}{r_{wR}}\right) + \frac{\mu I_R}{2\pi} \ln\left(\frac{d_R - r_{wR}}{r_{w0}}\right) \Rightarrow L_R \cong \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{d_R^2}{r_{w0} r_{wR}}\right) \\ \psi_m &= \frac{\mu I_G}{2\pi} \ln\left(\frac{d_G}{d_{GR}}\right) + \frac{\mu I_G}{2\pi} \ln\left(\frac{d_R - r_{wR}}{r_{w0}}\right) \Rightarrow L_m \cong \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{d_G d_R}{d_{GR} r_{w0}}\right)\end{aligned}$$



Linee a tre conduttori

Per la capacità

$$\mathbf{Q} = \mathbf{C}\mathbf{V}$$

$$\begin{bmatrix} Q_G \\ Q_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_G + C_m & -C_m \\ -C_m & C_R + C_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_G \\ V_R \end{bmatrix}$$

Questa è di applicazione meno immediata. Invertiamola

$$\begin{bmatrix} V_G \\ V_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_G & p_m \\ p_m & p_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_G \\ Q_R \end{bmatrix}$$

$$V_G = p_G Q_G + p_m Q_R$$

$$V_R = p_m Q_G + p_R Q_R$$

Ovvero

$$p_G = \left. \frac{V_G}{Q_G} \right|_{Q_R=0}$$

$$p_m = \left. \frac{V_R}{Q_G} \right|_{Q_R=0}$$

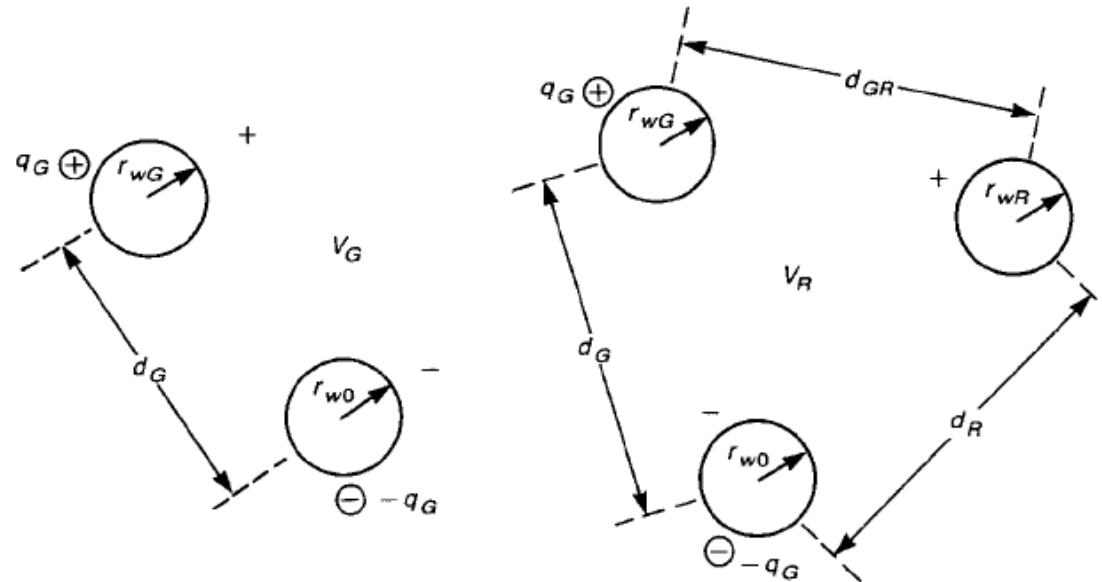
$$p_m = \left. \frac{V_G}{Q_R} \right|_{Q_G=0}$$

$$p_R = \left. \frac{V_R}{Q_R} \right|_{Q_G=0}$$



Linee a tre conduttori

Quindi



$$V_G = \frac{Q_G}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{d_G - r_{w0}}{r_{wG}}\right) + \frac{Q_G}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{d_G - r_{wG}}{r_{w0}}\right) \Rightarrow p_G \cong \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{d_G^2}{r_{w0}r_{wG}}\right)$$

$$V_R = \frac{Q_R}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{d_R - r_{w0}}{r_{wR}}\right) + \frac{Q_R}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{d_R - r_{wR}}{r_{w0}}\right) \Rightarrow p_R \cong \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{d_R^2}{r_{w0}r_{wR}}\right)$$

$$V_m = \frac{Q_G}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{d_G}{d_{GR}}\right) + \frac{Q_G}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{d_R - r_{wR}}{r_{w0}}\right) \Rightarrow p_m \cong \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{d_G d_R}{d_{GR} r_{w0}}\right)$$



Linee a tre conduttori

Infine \mathbf{C} si ottiene invertendo \mathbf{P} .

Si noti che

$$\mathbf{L} = \varepsilon_0 \mu_0 \mathbf{P}$$

Il che è confortante, dovendo essere

$$\mathbf{C} = \mathbf{P}^{-1}$$



Linee a tre conduttori

Esempio

Prendiamo una piattina a tre cavi. Siano i cavi di calibro 28 7x36, siano i cavi separati da 50mils

KOBICONN FLAT MODULAR TELEPHONE AND DATA CABLE

This modular telephone cable is available in 4, 6, and 8 conductor in three colors: silver satin, black and white. It is sold in 1000' spools.

Features:

- Available in black, white, or silver satin
- Tinned copper conductors prevent corrosion
- Compatible with all USOC modular plugs
- RoHS Compliant per Kobiconn documentation

Specifications:

- 26 AWG, 7 x 34 stranding
- Conductors are USOC color coded
- PVC jacket

© Copyright 2007 Mouser Electronics

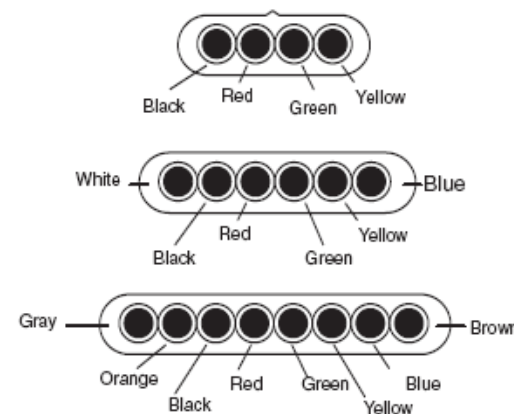


RoHS Compliant

1000' Spool

For quantities of 10 and up, call for quote.

MOUSER STOCK NO.	No. of Cond.	Color	Price Per 1000' Spool	
			1	5
172-UL4010-E	4	Silver	116.21	108.05
172-UL6010-E	6	Silver	141.51	134.06
172-UL8010-E	8	Silver	231.18	215.55
172-UL4110-E	4	Black	116.21	108.05
172-UL6110-E	6	Black	141.51	134.06
172-UL8110-E	8	Black	231.18	215.55
172-UL4210-E	4	White	116.21	108.05
172-UL6210-E	6	White	141.51	134.06
172-UL8210-E	8	White	231.18	215.55

Cable Diagrams

© Copyright 2007 Mouser Electronics

www.mouser.com



(800) 346-6873

835

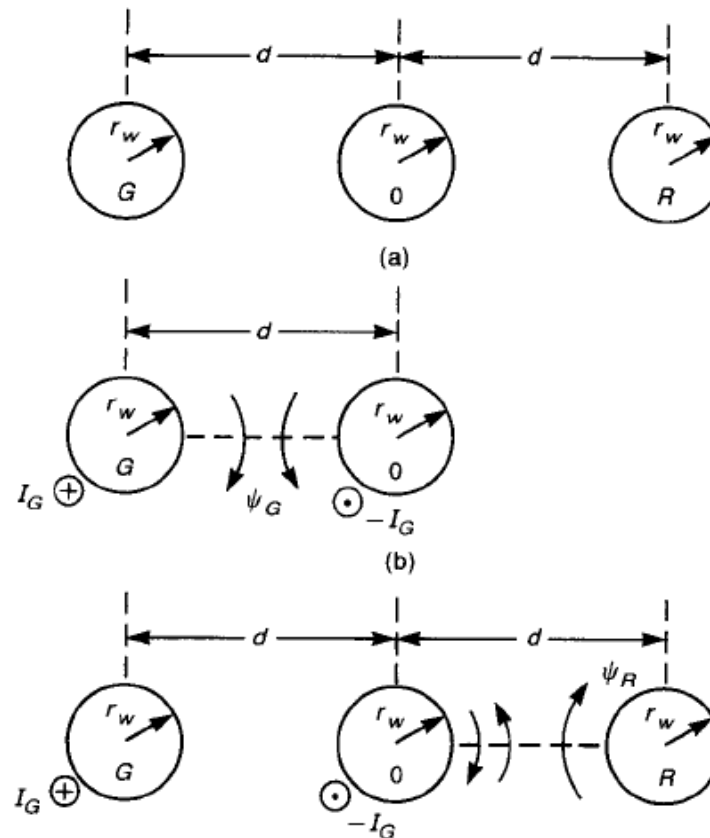
I dati sono realistici, anche se normalmente le piattine sono a 4 o più cavi...



Linee a tre conduttori

Esempio

La prima cosa fondamentale è scegliere il cavo di riferimento, perché questo si riflette notevolmente sul valore delle mute induttanze e capacità, dove compare d_{GR}



Poniamo il riferimento centrale



Linee a tre conduttori

Esempio

Per la simmetria del problema si avrà

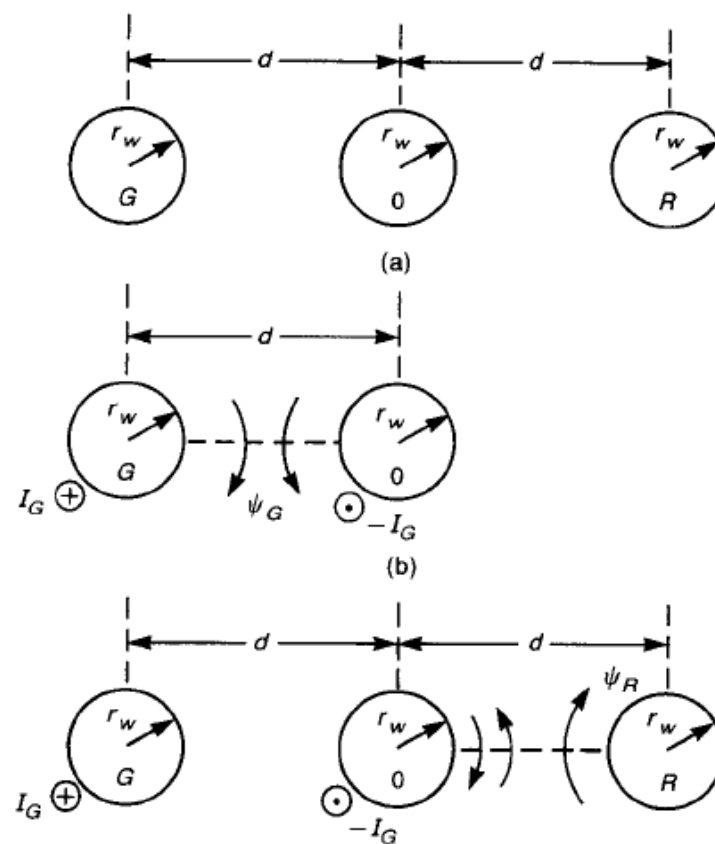
$$L_G = L_R \cong \frac{\mu}{2\pi} \ln \left(\frac{d^2}{r_w r_w} \right) = \frac{\mu}{\pi} \ln \left(\frac{d}{r_w} \right)$$

$$p_G = p_R \cong \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left(\frac{d^2}{r_w r_w} \right) = \frac{1}{\pi\epsilon} \ln \left(\frac{d}{r_w} \right)$$

Le grandezze mutue

$$L_m \cong -\frac{\mu}{2\pi} \ln \left(\frac{2d}{d} \right) + \frac{\mu}{2\pi} \ln \left(\frac{d}{r_w} \right) = \frac{\mu}{2\pi} \ln \left(\frac{d}{2r_w} \right)$$

$$p_m = -\frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left(\frac{2d}{d} \right) + \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left(\frac{d}{r_w} \right) = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left(\frac{d}{2r_w} \right)$$





Linee a tre conduttori

Esempio

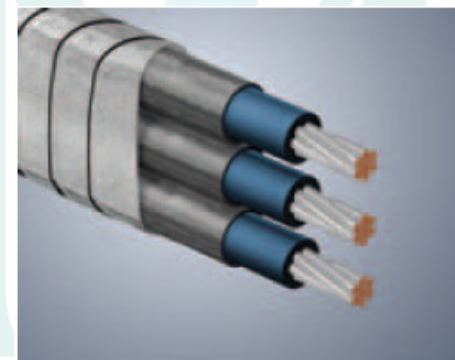
Nel caso in esame il calibro 28 (multifilo) ha un raggio di 7.5 mils

$$D(AWG) = 0.005 \times 92^{\frac{36-AWG}{39}} \text{ pollici}$$

$$\begin{aligned} D(28) &= 0.005 \times 92^{\frac{36-28}{39}} = 0.005 \times 92^{0.2051} = \\ &= 0.005 \times 2.528 = 12.64 \end{aligned}$$

Il raggio sarebbe 6.3 mils per il MONOFILO

Wire Gauge	Wire Diameter (mils)	
	Solid	Stranded
28	12.6	20.0 (19 × 38)
		21.0 (10 × 36)
		16.0 (19 × 40)
		15.0 (7 × 36)
30	10.0	12.0 (7 × 38)
32	8.0	8.0 (7 × 40)
34	6.3	7.5 (7 × 42)
36	5.0	6.0 (7 × 44)
38	4.0	





Linee a tre conduttori

Esempio

Quindi

$$r_w = 7.5 \text{ mils}; \quad d = 50 \text{ mils}$$

$$L_G = L_R = \frac{\mu}{\pi} \ln \left(\frac{d}{r_w} \right) = 0.759 \mu H m^{-1}$$

$$p_G = p_R = \frac{1}{\pi \epsilon} \ln \left(\frac{d}{r_w} \right) = 6.829 \times 10^{10}$$



$$C_G = C_R = 11.1 \text{ pFm}^{-1}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_G + C_m & -C_m \\ -C_m & C_G + C_m \end{bmatrix} = \mathbf{P}^{-1} = \begin{bmatrix} 0.1628 & -0.0517 \\ -0.0517 & 0.1628 \end{bmatrix} \times 10^{-10}$$

$$L_m = \frac{\mu}{2\pi} \ln \left(\frac{d}{2r_w} \right) = 0.24 \mu H m^{-1}$$

$$p_m = \frac{1}{2\pi \epsilon} \ln \left(\frac{d}{2r_w} \right) = 2.167 \times 10^{10}$$



$$C_m = 5.17 \text{ pFm}^{-1}$$



Linee a tre conduttori

Esempio

Riassumendo

$$L_G = L_R = 0.759 \mu H m^{-1} \quad L_m = 0.24 \mu H m^{-1}$$

$$C_G = C_R = 11.1 pF m^{-1} \quad C_m = 5.17 pF m^{-1}$$

Questo ci consente di calcolare l'impedenza caratteristica della linea *in presenza del terzo filo*

$$Z_0 = \sqrt{L_G(C_G + C_m)} = 216 \Omega$$

Invece di

$$Z_0 = \sqrt{L_G C_G} = 261 \Omega$$

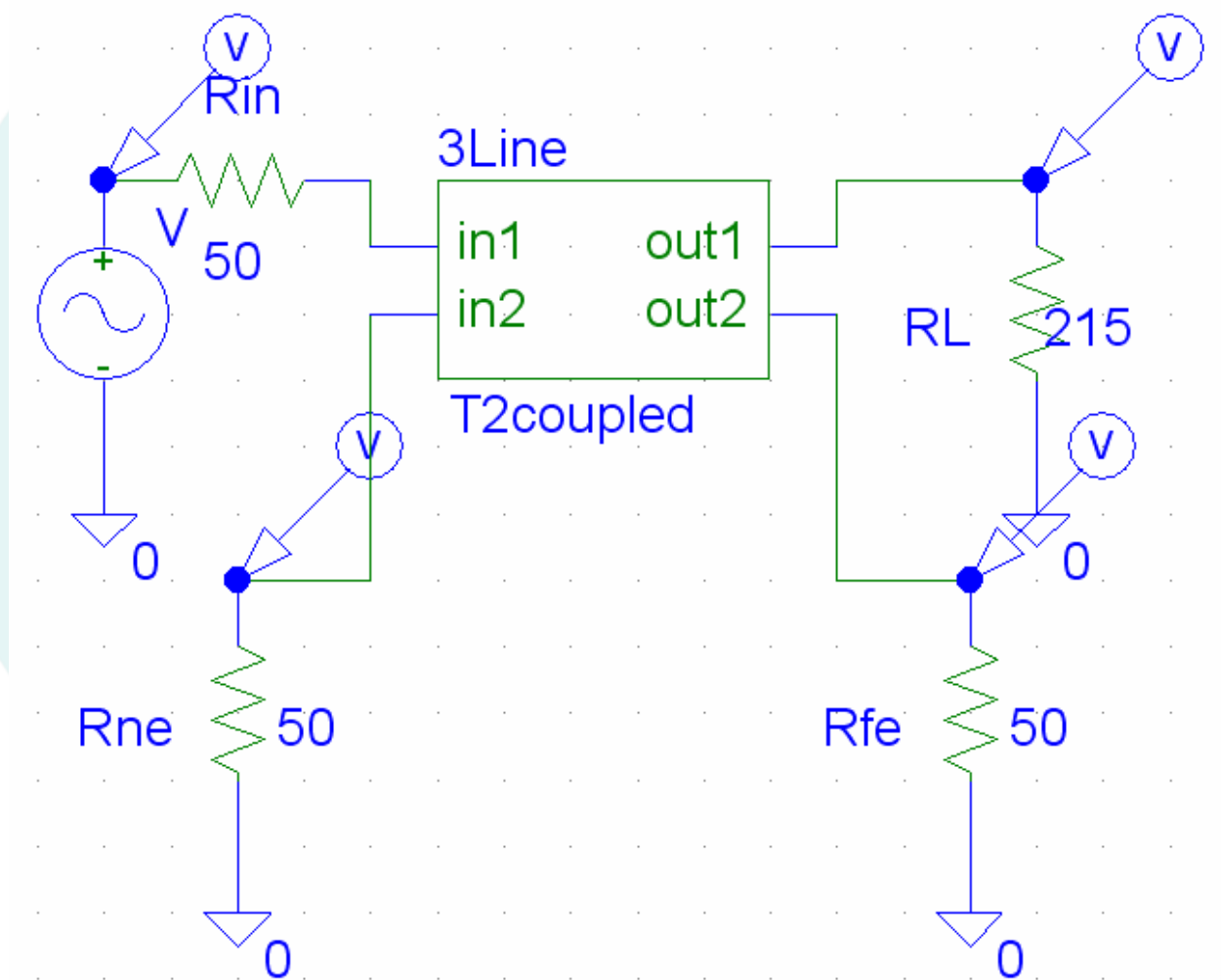
La presenza del terzo filo altera quindi sensibilmente l'impedenza della linea!



Linee a tre conduttori

Esempio

Modello spice

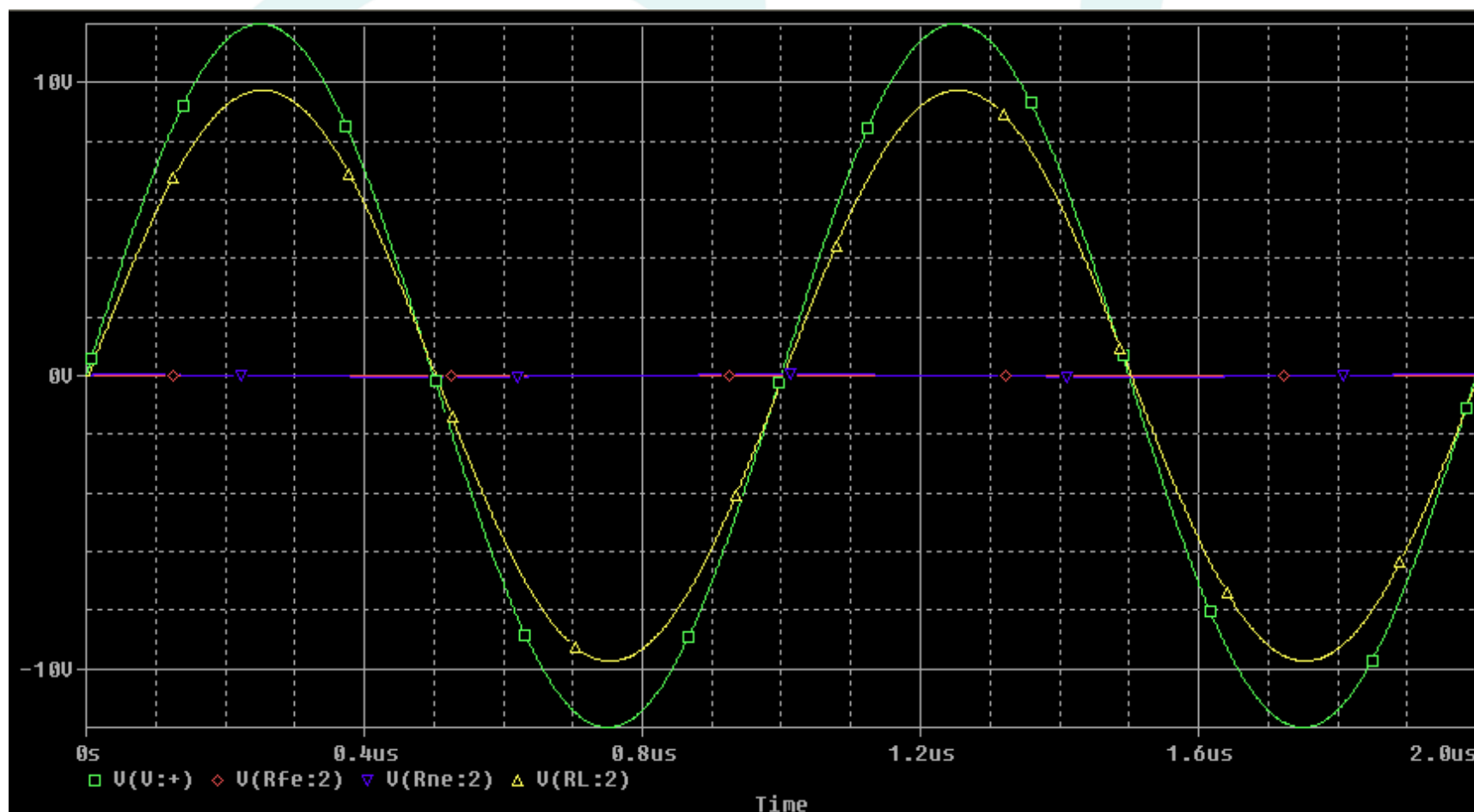




Linee a tre conduttori

Esempio

A 1MHz

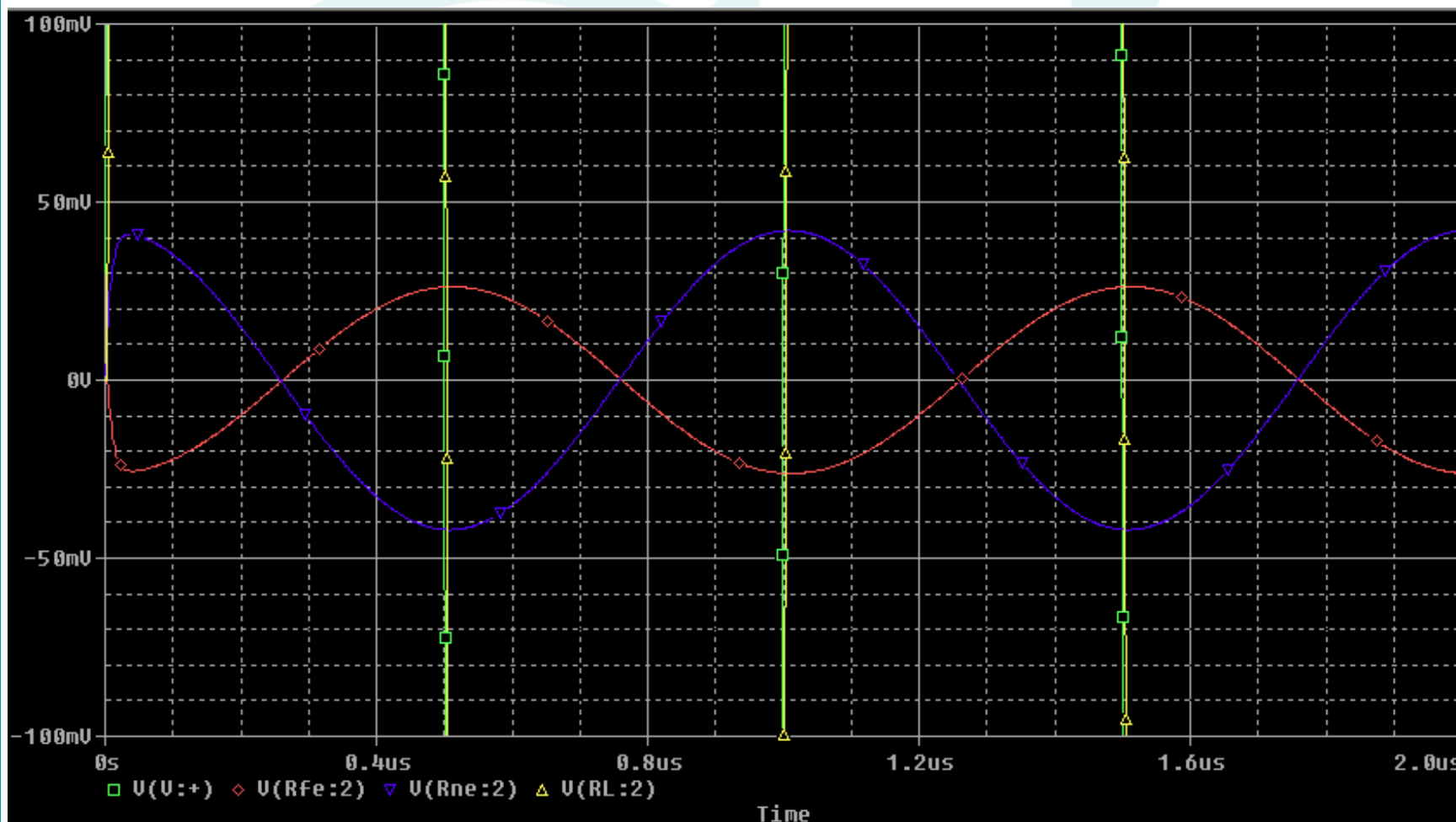




Linee a tre conduttori

Esempio

A 1MHz

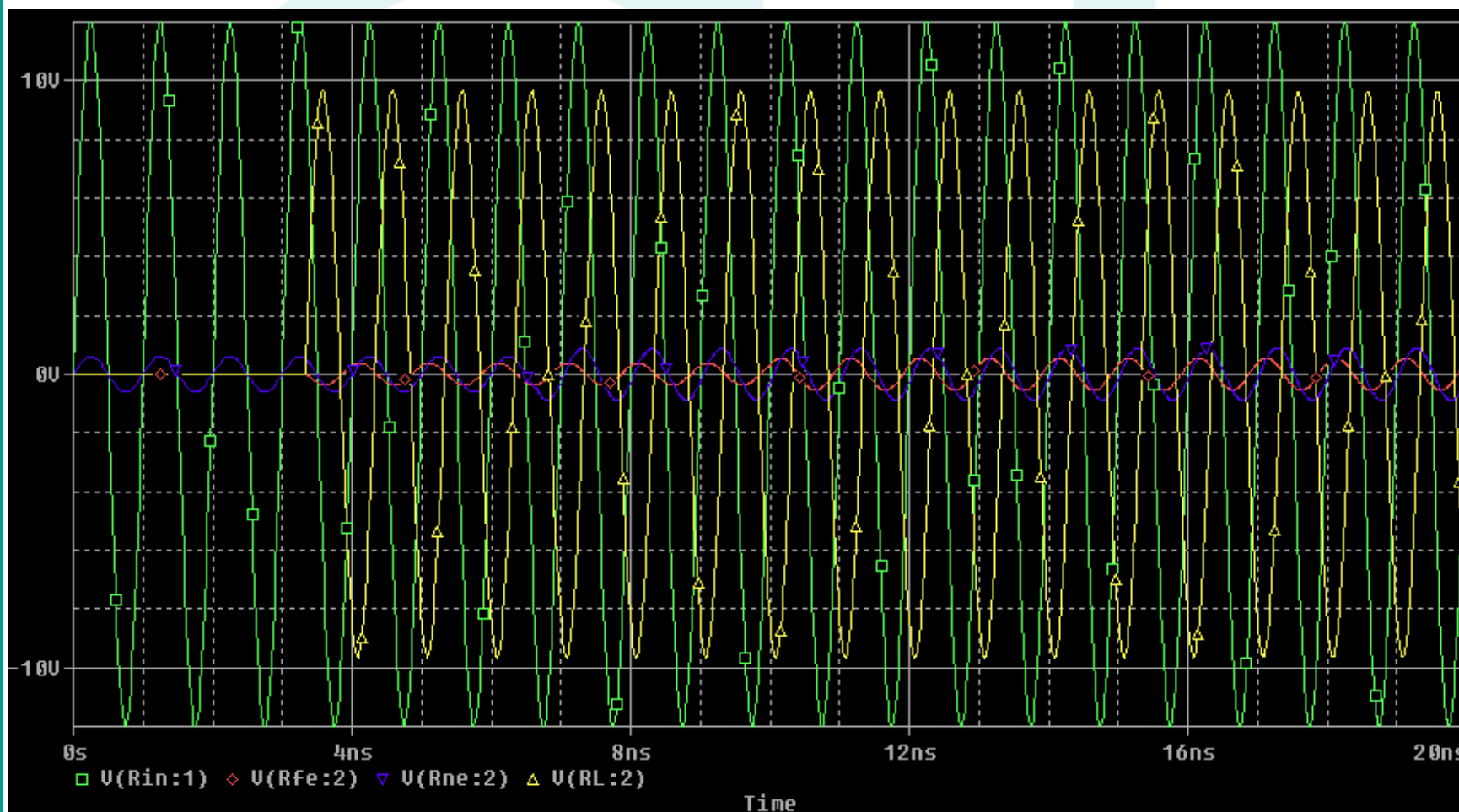




Linee a tre conduttori

Esempio

A 1GHz

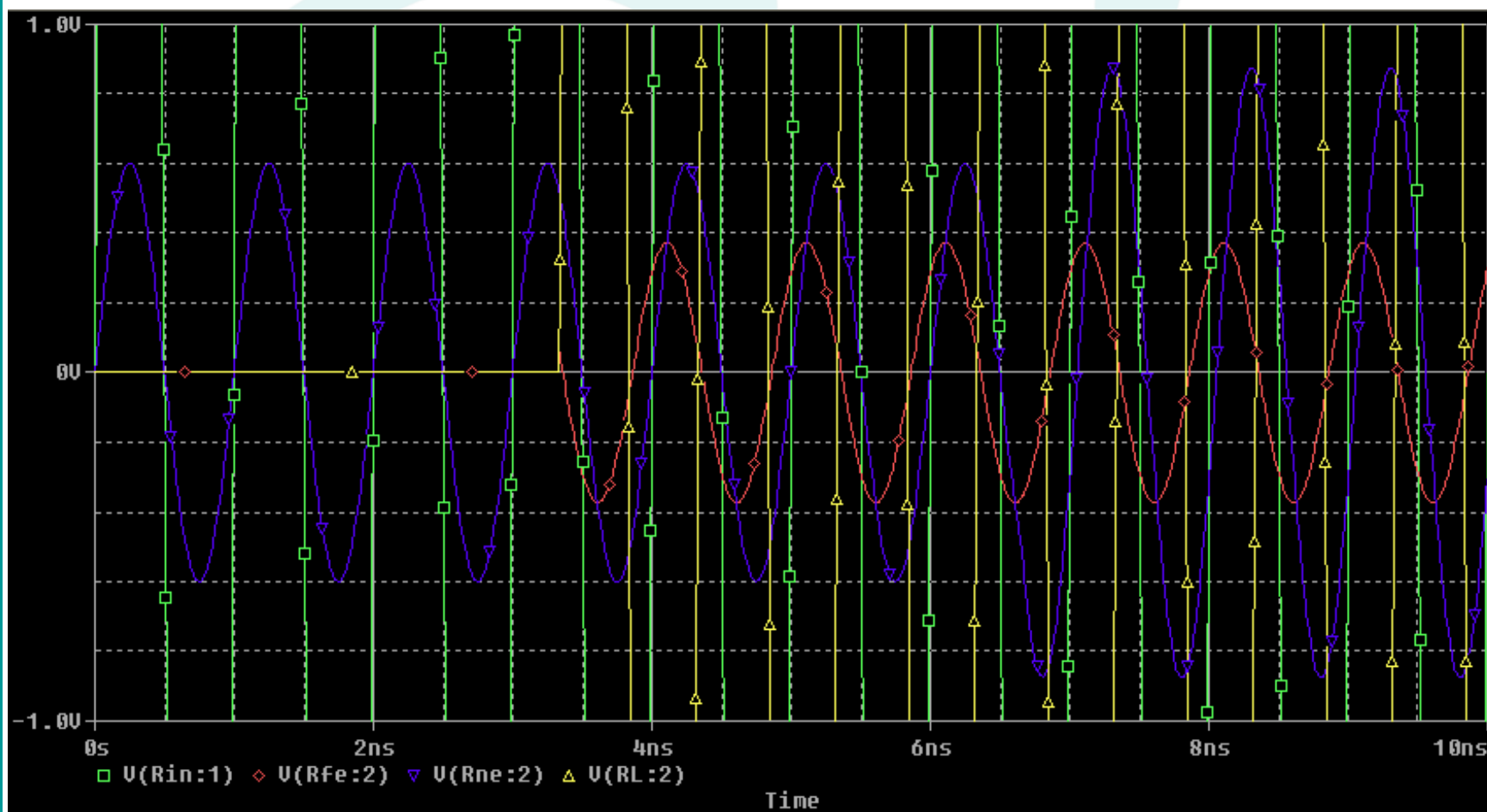




Linee a tre conduttori

Esempio

A 1GHz





Linee a tre conduttori

Esempio

In funzione della Frequenza...

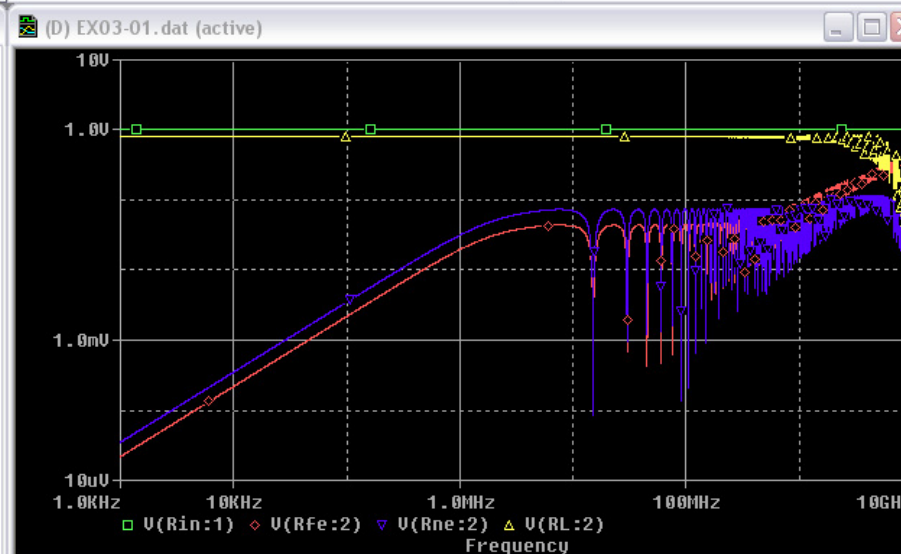
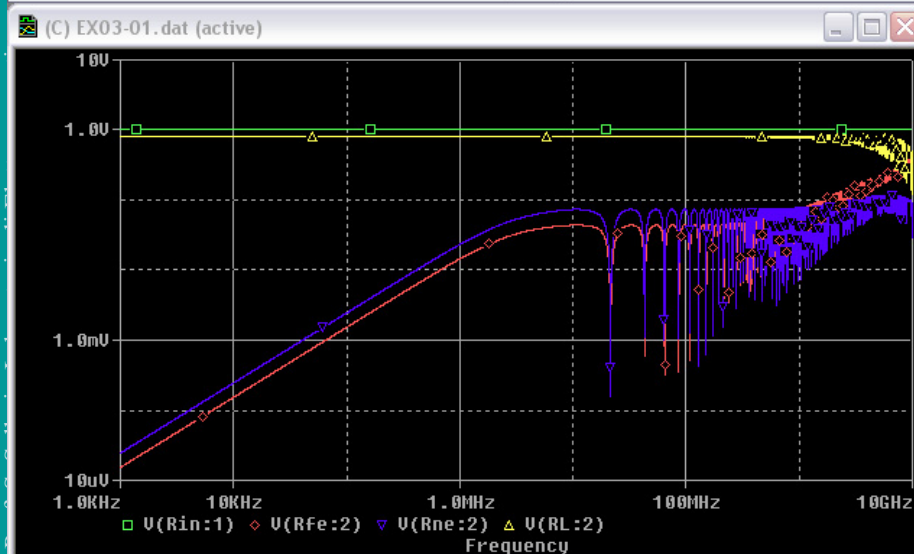




Linee a tre conduttori

Esempio

In funzione e della lunghezza [1,4,7 e 10 m





Linee a tre conduttori

Esempio

Ma se avessi scelto di utilizzare il TERZO cavo come riferimento?

$$r_w = 7.5 \text{ mils}; \quad d = 50 \text{ mils}$$

$$L_G = \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{2d}{r_w}\right) + \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{2d}{r_w}\right) = \frac{\mu}{\pi} \ln\left(\frac{2d}{r_w}\right) = 1.036 \mu H m^{-1}$$

Più grande!

$$L_R = \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{d}{r_w}\right) + \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{d}{r_w}\right) = \frac{\mu}{\pi} \ln\left(\frac{d}{r_w}\right) = 0.759 \mu H m^{-1}$$

$$L_m = \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{2d}{d}\right) + \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{d}{r_w}\right) = \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{2d}{r_w}\right) = 0.518 \mu H m^{-1}$$

Molto più grande!

$$\mathbf{P} = \frac{1}{\varepsilon\mu} \mathbf{L} = c^2 \begin{bmatrix} 1.036 & 0.518 \\ 0.518 & 0.759 \end{bmatrix} \times 10^{-6}$$



$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 9.312 & 4.656 \\ 4.656 & 6.822 \end{bmatrix} \times 10^{10}$$



Linee a tre conduttori

Esempio

Quindi

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_G + C_m & -C_m \\ -C_m & C_G + C_m \end{bmatrix} = \mathbf{P}^{-1} = \begin{bmatrix} 0.1630 & -0.1113 \\ -0.1113 & 0.2225 \end{bmatrix} \times 10^{-10}$$

$$C_G = 5.17 \text{ pFm}^{-1}$$

$$C_R = 11.12 \text{ pFm}^{-1}$$

$$C_m = 11.13 \text{ pFm}^{-1}$$

Molto più grande!

Le impedenze sono

$$Z_G = \sqrt{L_G (C_G + C_m)} = 288 \Omega$$

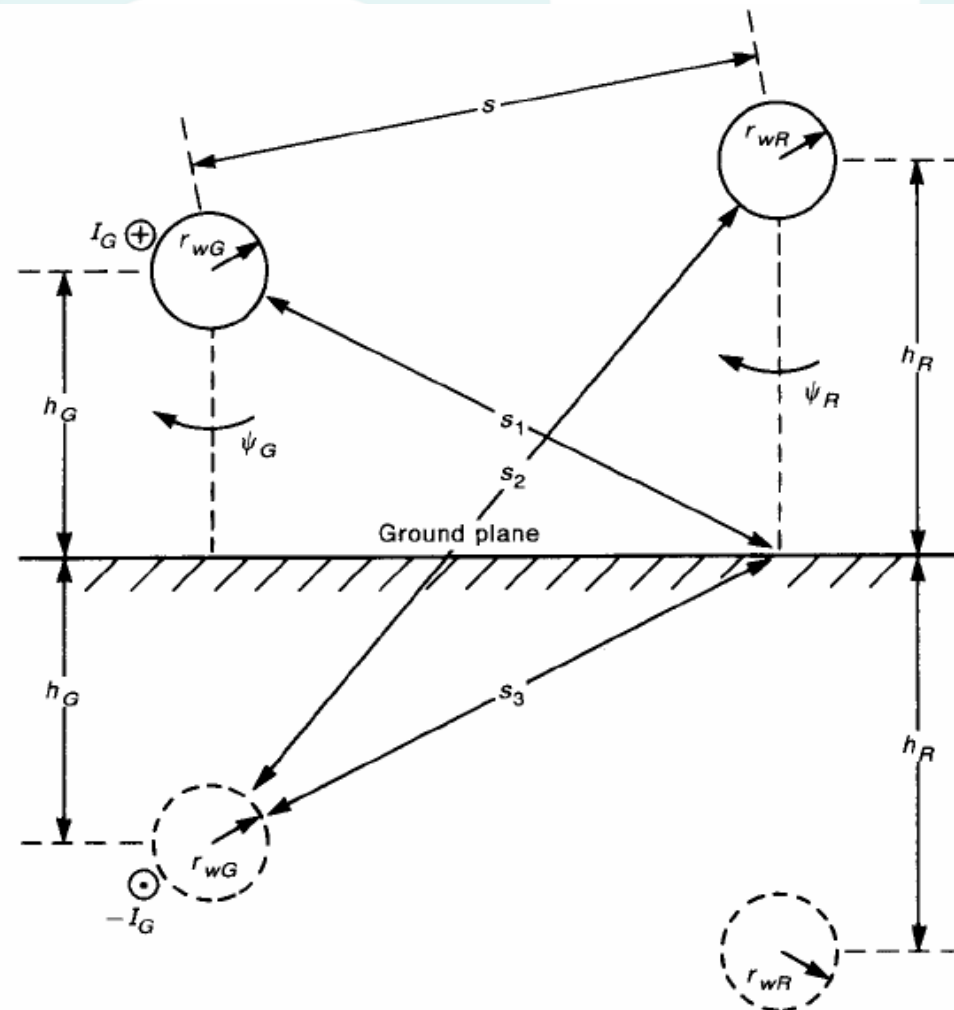
$$Z_R = \sqrt{L_R (C_R + C_m)} = 185 \Omega$$

DIVERSE!



Linee a tre conduttori

Se poi consideriamo due fili su un piano di massa... possiamo ancora utilizzare il principio delle immagini





Linee a tre conduttori

Per il flusso dell'induzione magnetica

$$\psi_G = \frac{\mu I_G}{2\pi} \ln\left(\frac{h_G}{r_{wG}}\right) + \frac{\mu I_G}{2\pi} \ln\left(\frac{2h_G - r_{wG}}{h_G}\right) \Rightarrow L_G \cong \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{2h_G}{r_{wG}}\right)$$

$$\psi_R = \frac{\mu I_R}{2\pi} \ln\left(\frac{h_R}{r_{wR}}\right) + \frac{\mu I_R}{2\pi} \ln\left(\frac{2h_R - r_{wR}}{h_R}\right) \Rightarrow L_R \cong \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{2h_R}{r_{wR}}\right)$$

Per la mutua induzione entra in gioco il flusso concatenato

$$\psi_m = \frac{\mu I_G}{2\pi} \ln\left(\frac{s_1}{s}\right) + \frac{\mu I_G}{2\pi} \ln\left(\frac{s_2}{s_3}\right) \Rightarrow L_m \cong \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{s_2}{s}\right)$$

essendo

$$s_1 = s_3$$



Linee a tre conduttori

Non c'è bisogno di calcolare esplicitamente P , poiché già sappiamo che è

$$P = \frac{1}{\epsilon\mu} L$$

Da cui poi si ricava C



Linee a tre conduttori

Esempio

Prendiamo due fili in monofilo di rame di calibro 20 e 20mm sopra al piano di massa. Sia 20mm la distanza interasse.

Il calibro 20 corrisponde a un raggio di 16 mils, ovvero di 0.41mm

Le formule danno

$$L_G = L_R \cong \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{2h}{r_w}\right) = 0.918 \mu H m^{-1} \quad \longrightarrow \quad C_G = C_R = 10.3 pF m^{-1}$$
$$L_m \cong \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{\sqrt{h^2 + d^2}}{d}\right) = 0.161 \mu H m^{-1} \quad \longrightarrow \quad C_m = 2.19 pF m^{-1}$$



Linee a tre conduttori

Esempio

Ancora una volta l'impedenza caratteristica della linea *in presenza del terzo filo*

$$Z_0 = \sqrt{L_G (C_G + C_m)} = 271\Omega$$

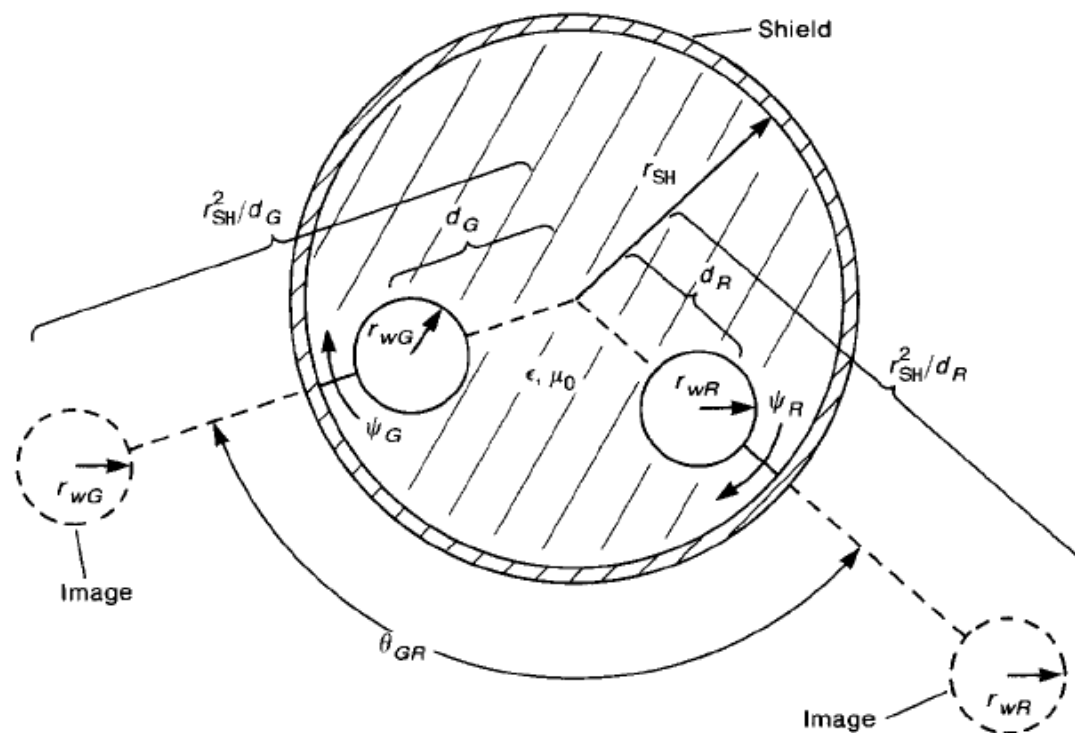
Nettamente diversa da

$$Z_0 = \sqrt{L_G C_G} = 275.4\Omega$$



Linee a tre conduttori

L'ultima configurazione interessante è quella di due cavi completamente schermati





Linee a tre conduttori

Lo schermo ha ancora un effetto analogo a quello del teorema delle immagini ma, essendo curvo, l'immagine è posta a una distanza

$$\frac{r_{SH}}{h_d}$$

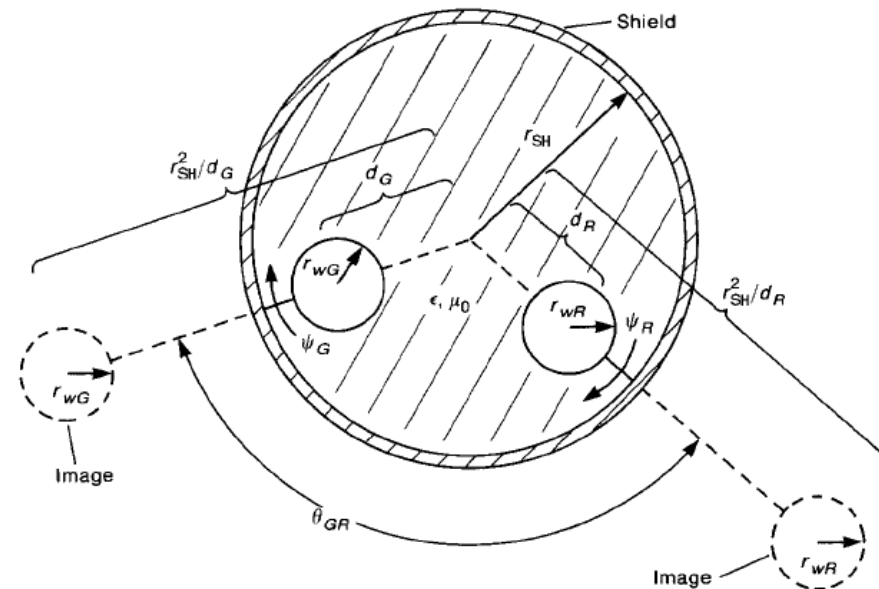
I calcoli sono più complessi in questo caso:

$$L_G \cong \frac{\mu}{2\pi} \ln \left(\frac{r_{SH}^2 - d_G^2}{r_{SH} r_{wG}} \right)$$

$$L_R \cong \frac{\mu}{2\pi} \ln \left(\frac{r_{SH}^2 - d_R^2}{r_{SH} r_{wR}} \right)$$

e

$$L_m \cong \frac{\mu}{2\pi} \ln \left(\frac{d_R}{r_{SH}} \sqrt{\frac{(d_G d_R)^2 + r_{SH}^4 - 2d_G d_R r_{SH}^2 \cos \theta_{GR}}{(d_G d_R)^2 + d_R^4 - 2d_G d_R^3 \cos \theta_{GR}}} \right)$$





Linee a tre conduttori

Vediamo un esempio per due cavi di calibro 28 (7x36) schermati

MICROPHONE CABLES					Recommend Heat Shrink					
Specifications:					alpha FIT.321					
<ul style="list-style-type: none"> Conductor: Stranded Tinned Copper Insulation: Polyethylene Jacket: Gray PVC Operating Temperature: -20°C to 60°C Voltage Rating: 3500V (1703), 1000V (1710) Shields: Braided Tinned Copper 					alpha FIT.221					
Alpha Part No.	No. of Cond.	Conductor		Nom O.D. (In.)	MOUSER STOCK NO.	Price Per 100' Spool	MOUSER STOCK NO.	Price Per 500' Spool	MOUSER STOCK NO.	Price Per 1000' Spool
1703	1	24	10/34	.15	602-1703-100	65.61	602-1703-500	261.65	602-1703-1000	475.56
1710	2	22	19/34	.23	602-1710-100	109.35	602-1710-500	450.14	602-1710-1000	667.80
Specifications:										
<ul style="list-style-type: none"> Conductor: Stranded Tinned Copper Insulation: Rubber Jacket: Black Rubber (1448/20), Black Neoprene (1448/18) Operating Temperature: -20°C to 60°C Shields: Braided Tinned Copper (85% Coverage) 										
1448/20	2	20	26/34	.26	-----	-----	-----	-----	602-1448/20-1000	919.71
1448/18	2	18	41/34	.29	-----	-----	-----	-----	602-1448/18-1000	1338.75

E' ragionevole assumere che l'angolo tra i cavi sia 180°, così come è logico supporre che la distanza tra i cavi sia pari allo spessore dell'isolante

$$d_G = d_R = 2r_w$$

$$r_w = 7.5 \text{ mils}$$

Se lo spessore dell'isolante è pari al raggio allora il diametro complessivo di ogni cavo è 4 volte il raggio ed è ragionevole supporre che il raggio dello schermo sia pari a tale diametro

$$r_{SH} = 4r_w$$



Linee a tre conduttori

Quindi

$$L_G = L_R \cong \frac{\mu}{2\pi} \ln \left(\frac{16r_{SH}^2 - 4r_w^2}{4r_w r_w} \right) = 220 nHm^{-1}$$

$$\begin{aligned} L_m &\cong 2 \times 10^{-7} \ln \left(\frac{2r_w}{4r_w} \sqrt{\frac{(4r_w^2)^2 + 256r_w^4 - 2(4r_w^2)16r_w^2 \cos 180^\circ}{(4r_w^2)^2 + (2r_w)^4 - 2(2r_w)(2r_w)^3 \cos 180^\circ}} \right) = \\ &= 2 \times 10^{-7} \ln \left(\frac{2r_w}{4r_w} \sqrt{\frac{((2r_w)^2 + (4r_w)^2)^2}{((2r_w)^2 + (2r_w)^2)^2}} \right) = 2 \times 10^{-7} \ln \left(\frac{2r_w}{4r_w} \frac{20r_w^2}{8r_w^2} \right) = \\ &= 2 \times 10^{-7} \ln \left(\frac{5}{4} \right) = 44.6 nHm^{-1} \end{aligned}$$



Linee a tre conduttori

Con la solita tecnica si può risalire alle capacità

$$C_G = C_R = 42 \text{ pFm}^{-1}$$

$$C_m = 10.7 \text{ pFm}^{-1}$$

L'impedenza caratteristica della linea isolata è

$$Z = 65.9 \Omega$$

Della linea in presenza dell'altra è

$$Z = 64.5 \Omega$$