

Lezione 11

Crosstalk

Stefano Selleri

Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni
Università di Firenze



Sommario della Lezione

- ❖ Introduzione
- ❖ Linee a tre conduttori
- ❖ Due fili su piano di massa
- ❖ Due fili schermati

Introduzione

Il *crosstalk* è l'accoppiamento indesiderato tra linee o tra linee e piste o piste e massa.

Il crosstalk non può essere visto come un accoppiamento per radiazione elettromagnetica come quello per le antenne in quanto è essenzialmente un fenomeno di *campo vicino*.

In altre parole vi può essere crosstalk fra linee vicine anche se queste, viste come antenne, non irradiano.

Di conseguenza il crosstalk è principalmente un problema intrasistema. [Non coperto dalle normative]

Ciò non toglie che se il crosstalk interessa il cavo di alimentazione o altri cavi che escono dall'apparato possa diventare un problema intersistema. [Coperto dalle normative]



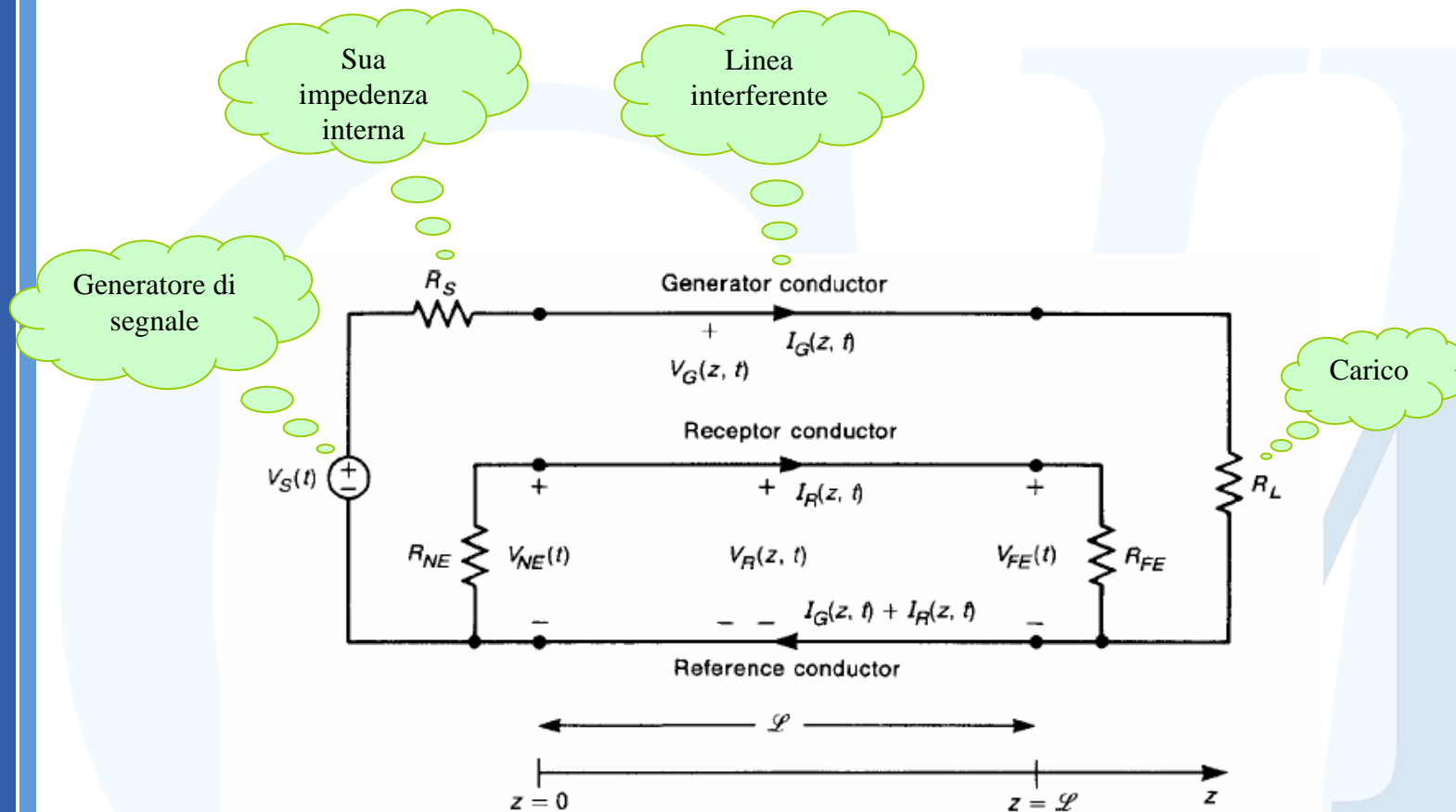
Introduzione

Per poter avere crosstalk è necessario avere almeno due linee, una su cui viaggia il segnale che crea crosstalk, e una linea “vittima”.

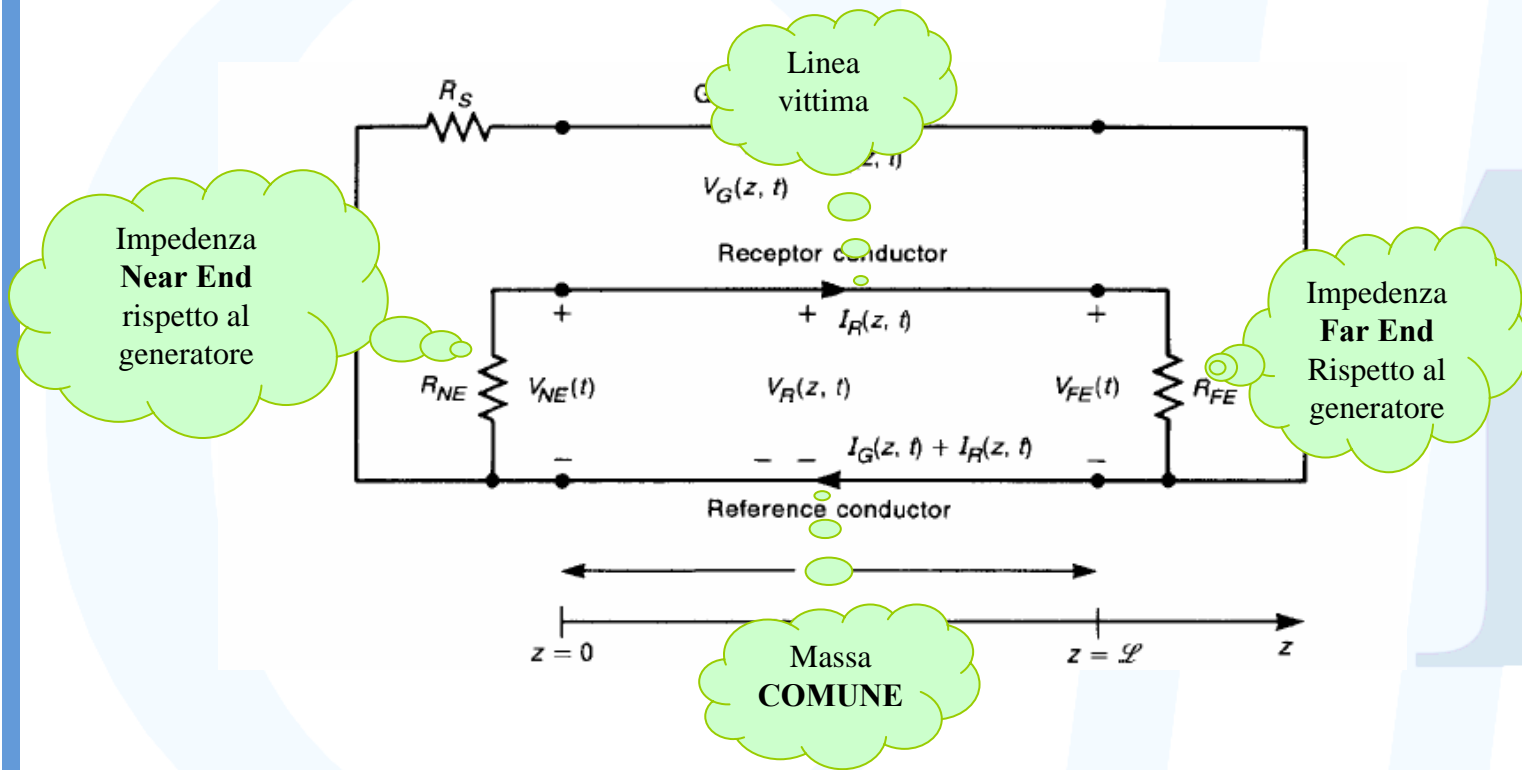
Le linee di trasmissione sono fatte minimo da due conduttori, uno che porta il segnale e uno di “massa”

Il conduttore di massa può essere a comune fra più linee, quindi la configurazione minima per studiare il crosstalk è quella di tre conduttori.

Introduzione



Introduzione



Introduzione

Supponiamo quindi che i tre conduttori siano paralleli tra loro, paralleli all'asse z e di sezione uniforme.

Il conduttore “generatore” e il conduttore di riferimento formano una linea bifilare come quella già studiata, con la differenza che, in prossimità, vi è il conduttore “recettore” che perturba i campi della linea “generatrice” accoppiandovisi.

Il conduttore “generatore” è caratterizzato da una tensione rispetto al filo di riferimento e una corrente:

$$V_G(z, t)$$

$$I_G(z, t)$$

Sul conduttore “recettore” nascono

$$V_R(z, t)$$

$$I_R(z, t)$$

Si noti esplicitamente come entrambe le correnti si richiudano sullo stesso conduttore di riferimento.

Introduzione

Sia infine L la lunghezza complessiva del tratto accoppiato.

L'effetto principale ed indesiderato del crosstalk è la generazione di due tensioni

$$V_{NE}(t)$$

$$V_{FE}(t)$$

Ai carichi ai capi della linea vittima.

Lo scopo dell'analisi crosstalk è quello di determinare (predirre) queste tensioni ai capi della linea vittima.

Dati i tipi di linea, le sezioni, i materiali e

$$V_s(t), R_s, R_L, R_{NE}, R_{FE}, L$$

Introduzione

L'analisi può essere eseguita nel dominio del tempo o nel dominio della frequenza.

Nell'analisi nel dominio del tempo si cerca

$$V_{NE}(t)$$

$$V_{FE}(t)$$

Noto

$$V_s(t)$$

Nell'analisi in frequenza si cercano i fasori

$$V_{NE}(\omega)$$

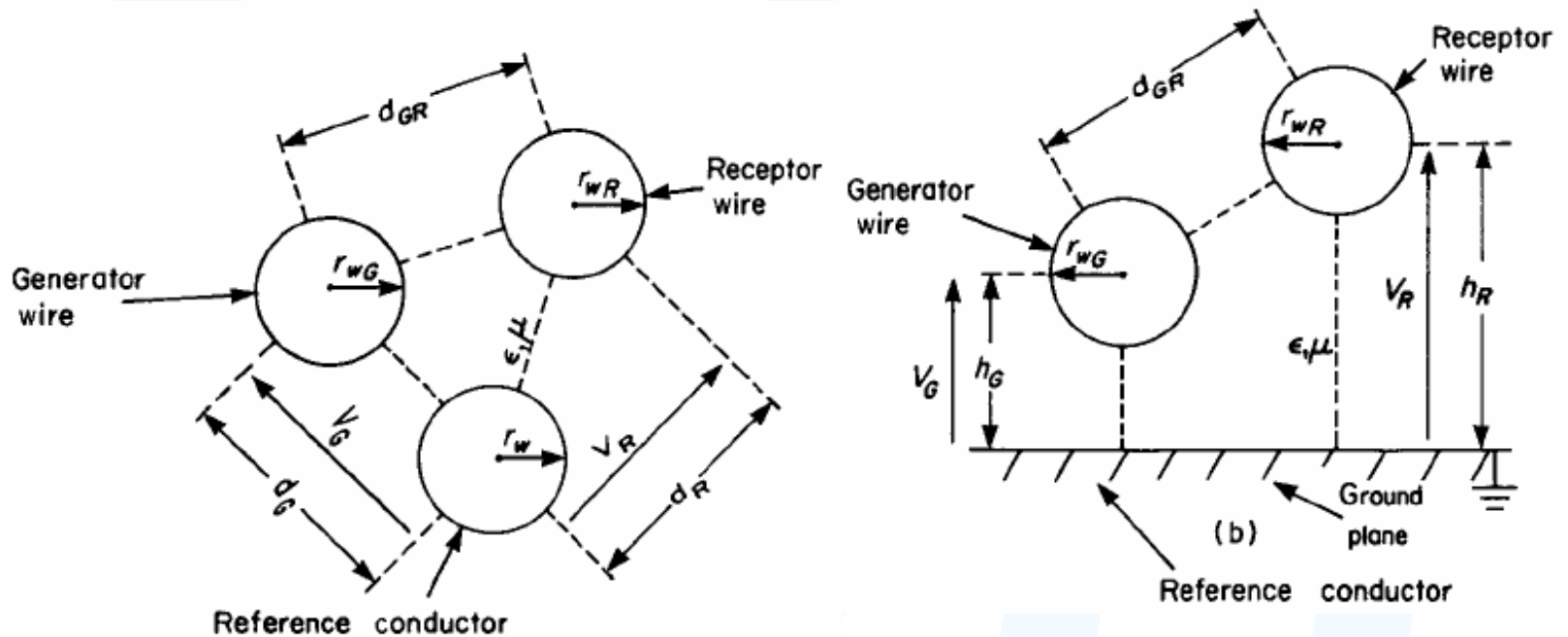
$$V_{FE}(\omega)$$

Dovuti ad un generatore sinusoidale

$$V_s(t) = V_s \cos(\omega t + \phi)$$

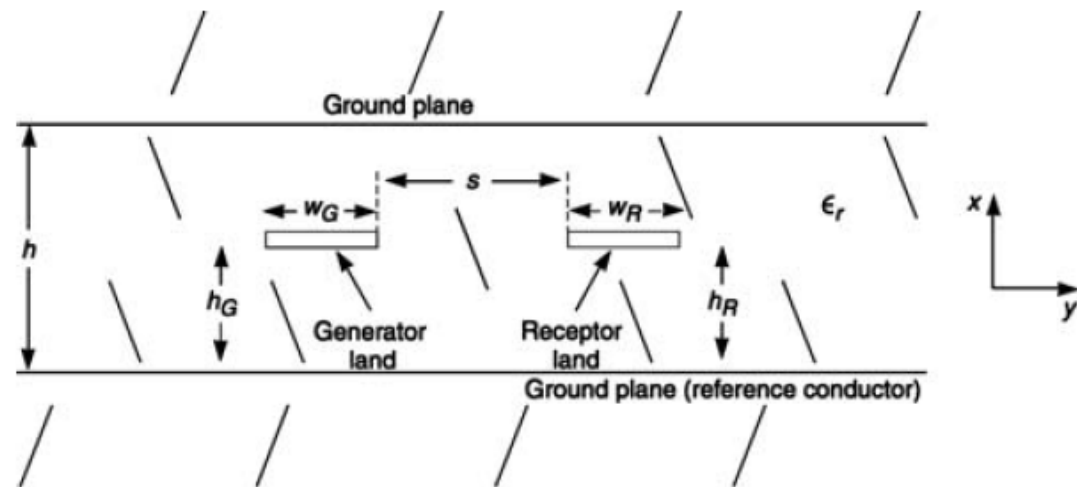
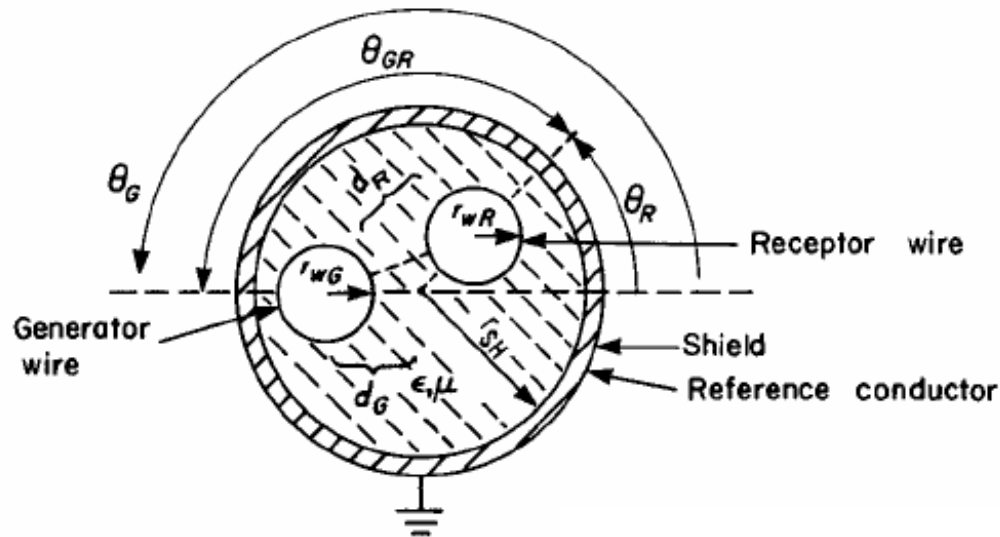
Introduzione

Alcuni tipici esempi di linea multiconduttore sono:



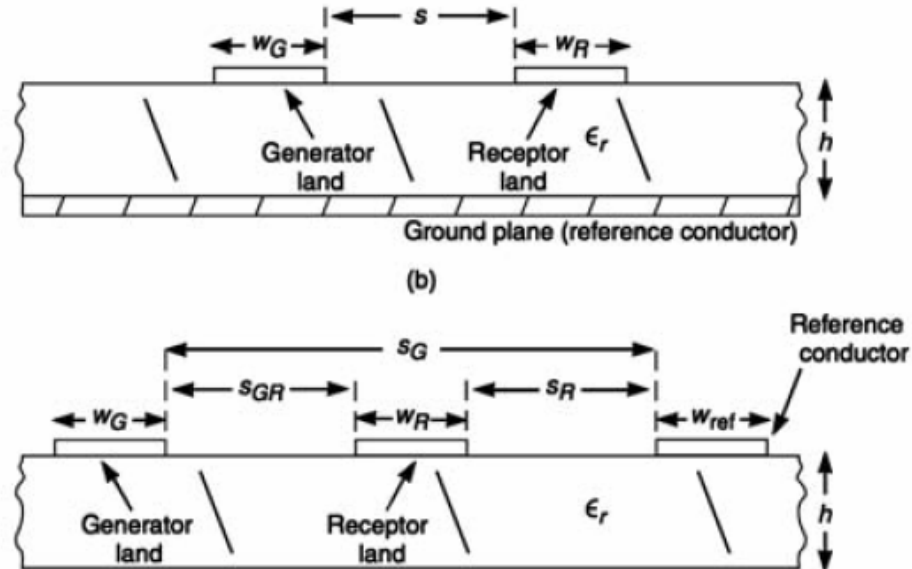
Introduzione

Alcuni tipici esempi di linea multiconduttore sono:



Introduzione

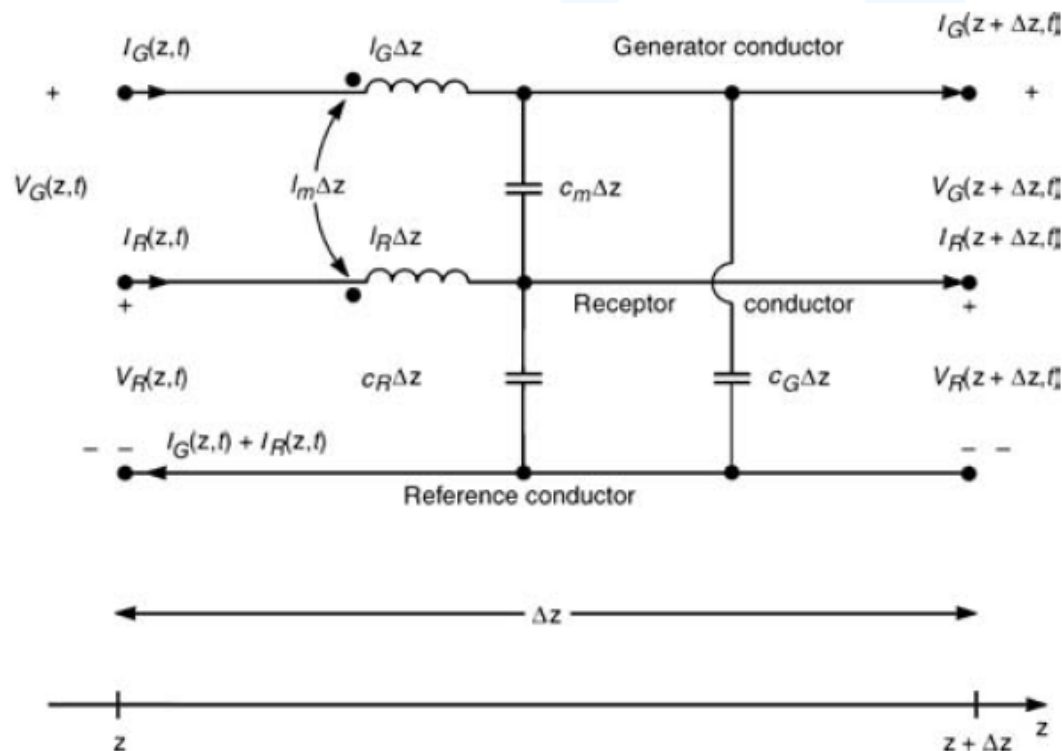
Alcuni tipici esempi di linea multiconduttore sono:



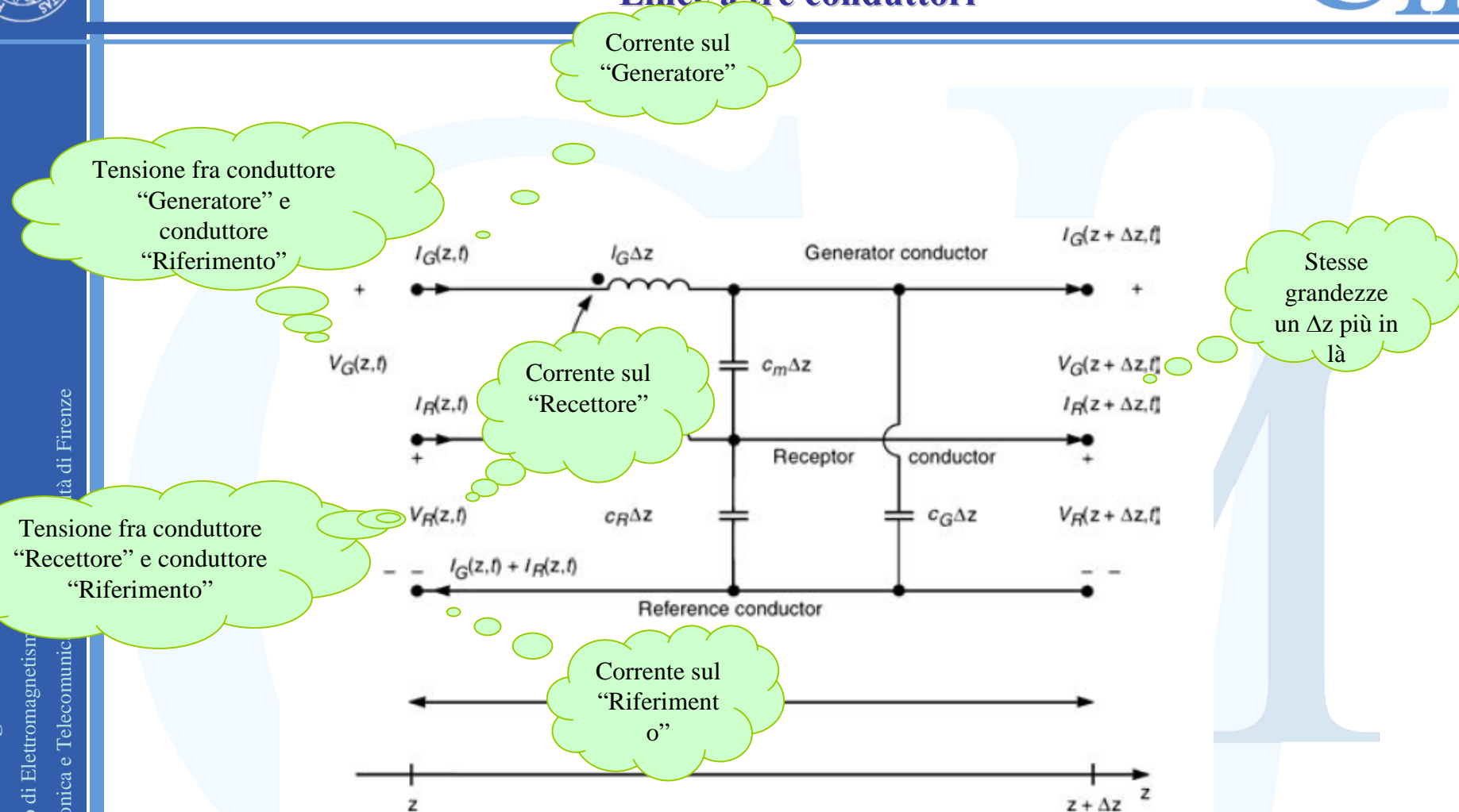
Linee a tre conduttori

Per lo studio supponiamo che le linee supportino comunque il solo modo TEM

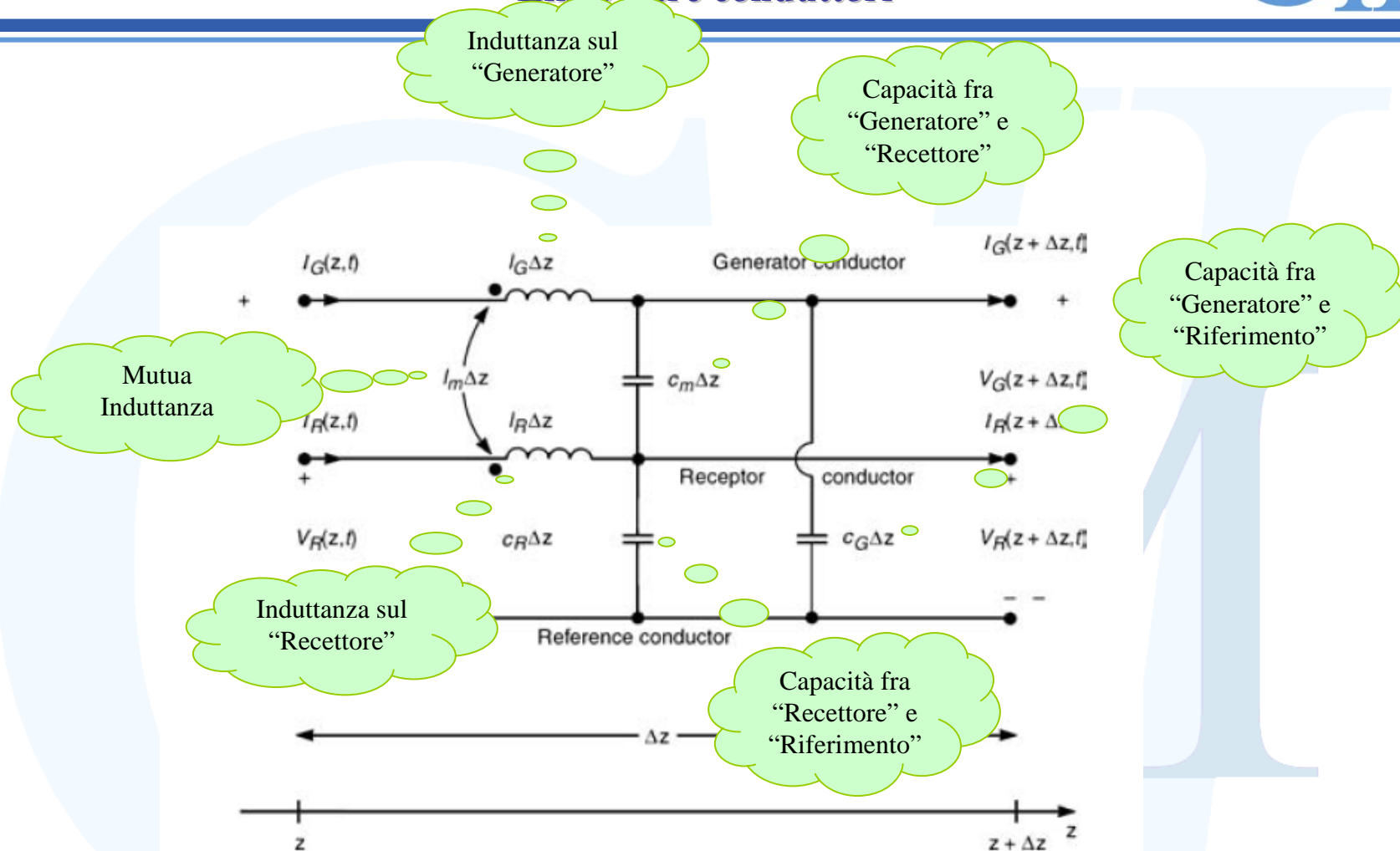
In ogni caso consideriamo di avere tre conduttori e di poter di conseguenza definire delle induttanze e delle capacità per unità di lunghezza su ciascuna e tra ciascuna di esse.



Linee a tre conduttori

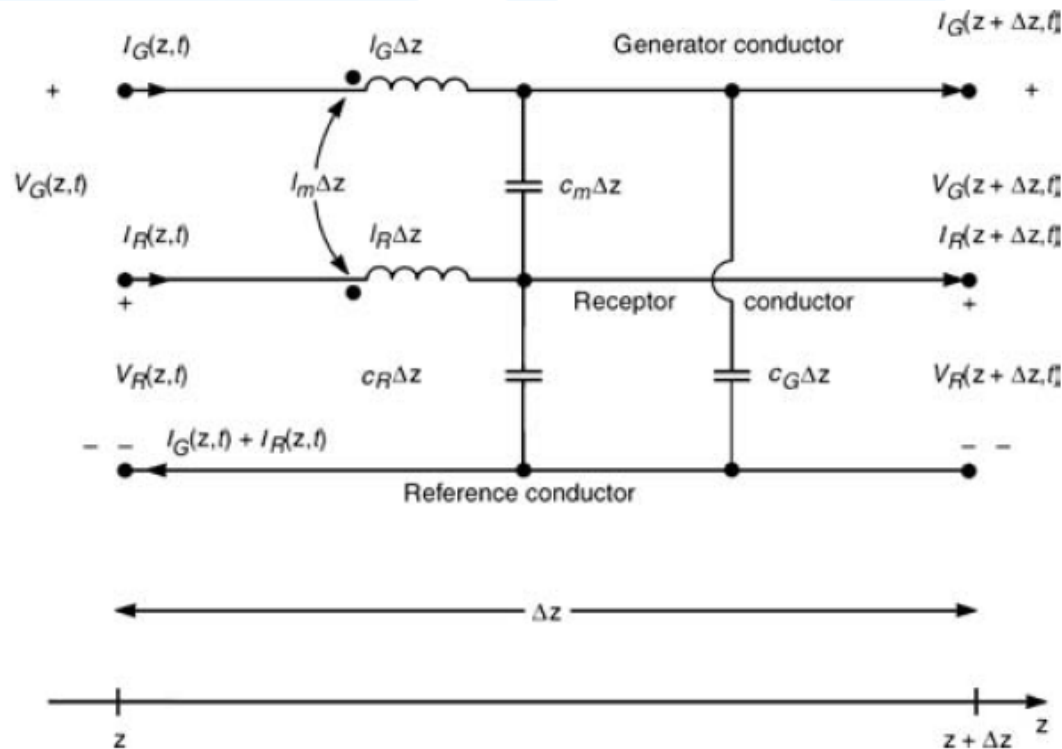


Linee a tre conduttori



Linee a tre conduttori

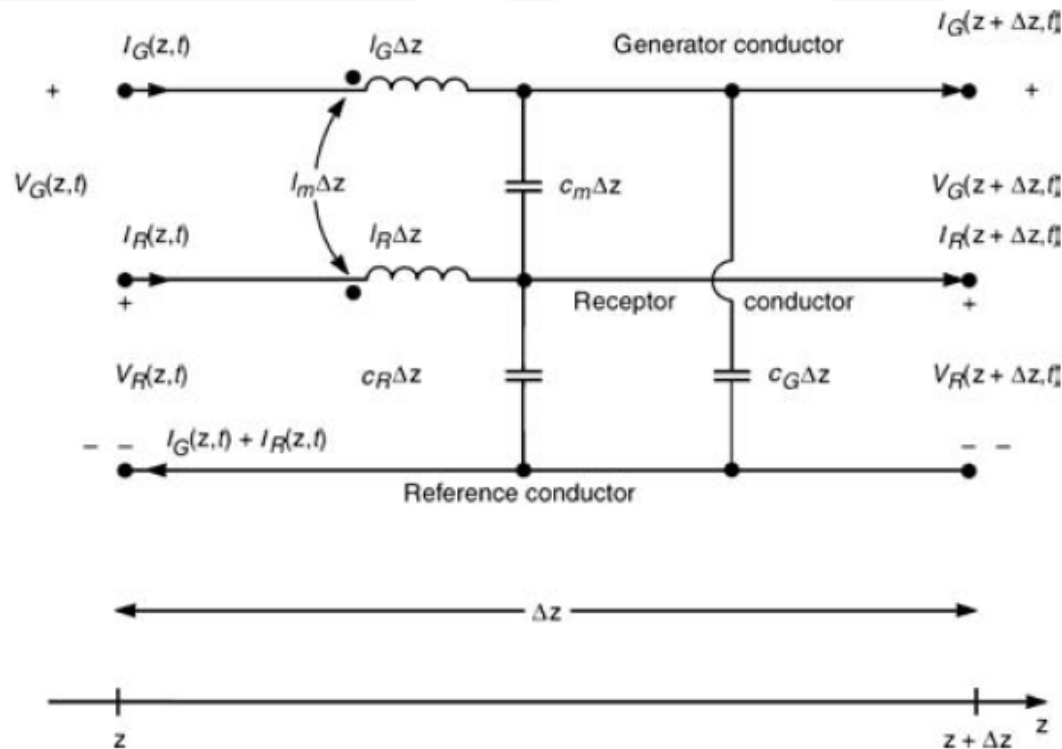
Per le tensioni



$$\begin{cases} \frac{\partial V_G(z, t)}{\partial z} = -L_G \frac{\partial I_G(z, t)}{\partial t} - L_m \frac{\partial I_R(z, t)}{\partial t} \\ \frac{\partial V_R(z, t)}{\partial z} = -L_R \frac{\partial I_R(z, t)}{\partial t} - L_m \frac{\partial I_G(z, t)}{\partial t} \end{cases}$$

Linee a tre conduttori

Per le correnti



$$\begin{cases} \frac{\partial I_G(z,t)}{\partial z} = -C_G \frac{\partial V_G(z,t)}{\partial t} - C_m \frac{\partial [V_G(z,t) - V_R(z,t)]}{\partial t} \\ \frac{\partial I_R(z,t)}{\partial z} = -C_R \frac{\partial V_R(z,t)}{\partial t} - C_m \frac{\partial [V_R(z,t) - V_G(z,t)]}{\partial t} \end{cases}$$

Linee a tre conduttori

Ovvero

$$\begin{cases} \frac{\partial I_G(z,t)}{\partial z} = -(C_G + C_m) \frac{\partial V_G(z,t)}{\partial t} + C_m \frac{\partial V_R(z,t)}{\partial t} \\ \frac{\partial I_R(z,t)}{\partial z} = +C_m \frac{\partial V_G(z,t)}{\partial t} - (C_R + C_m) \frac{\partial V_R(z,t)}{\partial t} \end{cases}$$

Queste equazioni possono essere messe in forma matriciale

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{V}(z,t)}{\partial z} = -\mathbf{L} \frac{\partial \mathbf{I}(z,t)}{\partial t} \\ \frac{\partial \mathbf{I}(z,t)}{\partial z} = -\mathbf{C} \frac{\partial \mathbf{V}(z,t)}{\partial t} \end{cases}$$

Con

$$\mathbf{V}(z,t) = \begin{bmatrix} V_G(z,t) \\ V_R(z,t) \end{bmatrix}; \quad \mathbf{I}(z,t) = \begin{bmatrix} I_G(z,t) \\ I_R(z,t) \end{bmatrix}$$

Linee a tre conduttori

E con

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} L_G & L_m \\ L_m & L_R \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_G + C_m & -C_m \\ -C_m & C_R + C_m \end{bmatrix}$$

Le le equazioni dei telegrafisti per le linee a tre conduttori (e in generale multiconduttore – MTL *Multiconductor Transmission Line*) possono essere scritte in una forma, matriciale, formalmente identica a quella delle equazioni dei telegrafisti standard, ci sarà da aspettarsi che anche la soluzione sia sostanzialmente simile ma in forma matriciale.

Nel dominio della frequenza è

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{V}(z)}{\partial z} = -j\omega \mathbf{L} \mathbf{I}(z) \\ \frac{\partial \mathbf{I}(z)}{\partial z} = -j\omega \mathbf{C} \mathbf{V}(z) \end{cases}$$

Con

$$\mathbf{V}(z, t) = \Re \left\{ \mathbf{V}(z) e^{j\omega t} \right\}$$

$$\mathbf{I}(z, t) = \Re \left\{ \mathbf{I}(z) e^{j\omega t} \right\}$$

Linee a tre conduttori

Per poter proseguire occorre determinare i parametri per unità di lunghezza.

Supponiamo di essere in un mezzo omogeneo, si può dimostrare che:

$$\mathbf{LC} = \mathbf{CL} = \varepsilon\mu\mathbf{1}$$

E quindi

$$\mathbf{C} = \varepsilon\mu\mathbf{L}^{-1} = \frac{1}{v^2}\mathbf{L}^{-1}$$

$$\mathbf{L} =; \begin{bmatrix} C_G + C_m & -C_m \\ -C_m & C_R + C_m \end{bmatrix} = \frac{1}{v^2(L_G L_R - L_m^2)} \begin{bmatrix} L_R & -L_m \\ -L_m & L_G \end{bmatrix}$$

Linee a tre conduttori

Questo è un risultato notevole che fornisce:

$$C_m = \frac{L_m}{v^2 (L_G L_R - L_m^2)}$$
$$C_G + C_m = \frac{L_R}{v^2 (L_G L_R - L_m^2)} \Rightarrow C_G = \frac{L_R - L_m}{v^2 (L_G L_R - L_m^2)}$$
$$C_R + C_m = \frac{L_G}{v^2 (L_G L_R - L_m^2)} \Rightarrow C_R = \frac{L_G - L_m}{v^2 (L_G L_R - L_m^2)}$$

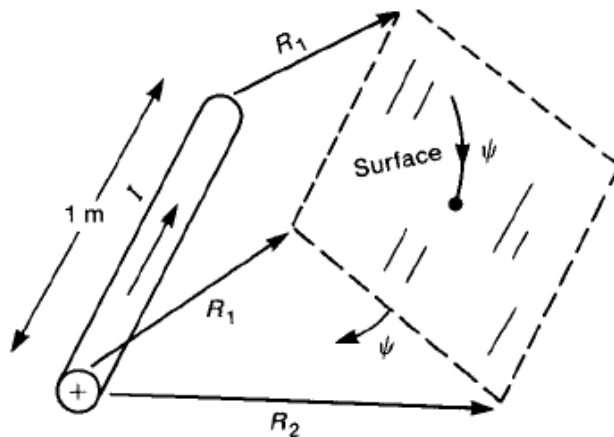
Questo è un risultato notevole perché la maggior parte dei dielettrici ha permittività pari a quella del vuoto. Di conseguenza se si è in grado di calcolare **L** allora si è in grado di calcolare, data la conoscenza di v , **C** per ogni dielettrico.

D'altronde **C** nel vuoto è particolarmente facile da calcolare, per cui da essa si può risalire a **L** e, da quest'ultima, a **C** per dielettrici generici

Linee a tre conduttori

Torniamo a considerare i risultati teorici ottenuti per le linee bifilari nell'ipotesi di conduttori sufficientemente distanti da poter considerare imperturbata la simmetria circolare delle distribuzioni di correnti e cariche.

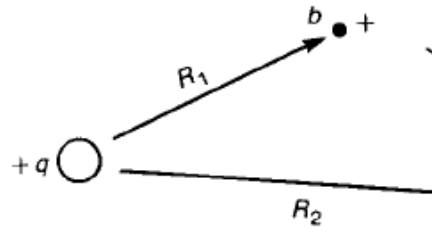
Per il flusso dell'induzione magnetica



$$\psi_m = \frac{\mu I}{2\pi} \ln \left(\frac{R_2}{R_1} \right)$$

Linee a tre conduttori

Per il potenziale elettrico



$$V = \frac{q}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

Sia per il flusso, sia per il potenziale, è fondamentale considerare correttamente il verso!

Linee a tre conduttori

In forma matriciale

$$\Psi = \mathbf{L}\mathbf{I}$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_G \\ \Psi_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_G & L_m \\ L_m & L_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_G \\ I_R \end{bmatrix}$$

Da cui

$$\Psi_G = L_G I_G + L_m I_R$$

$$\Psi_R = L_m I_G + L_R I_R$$

Ovvero

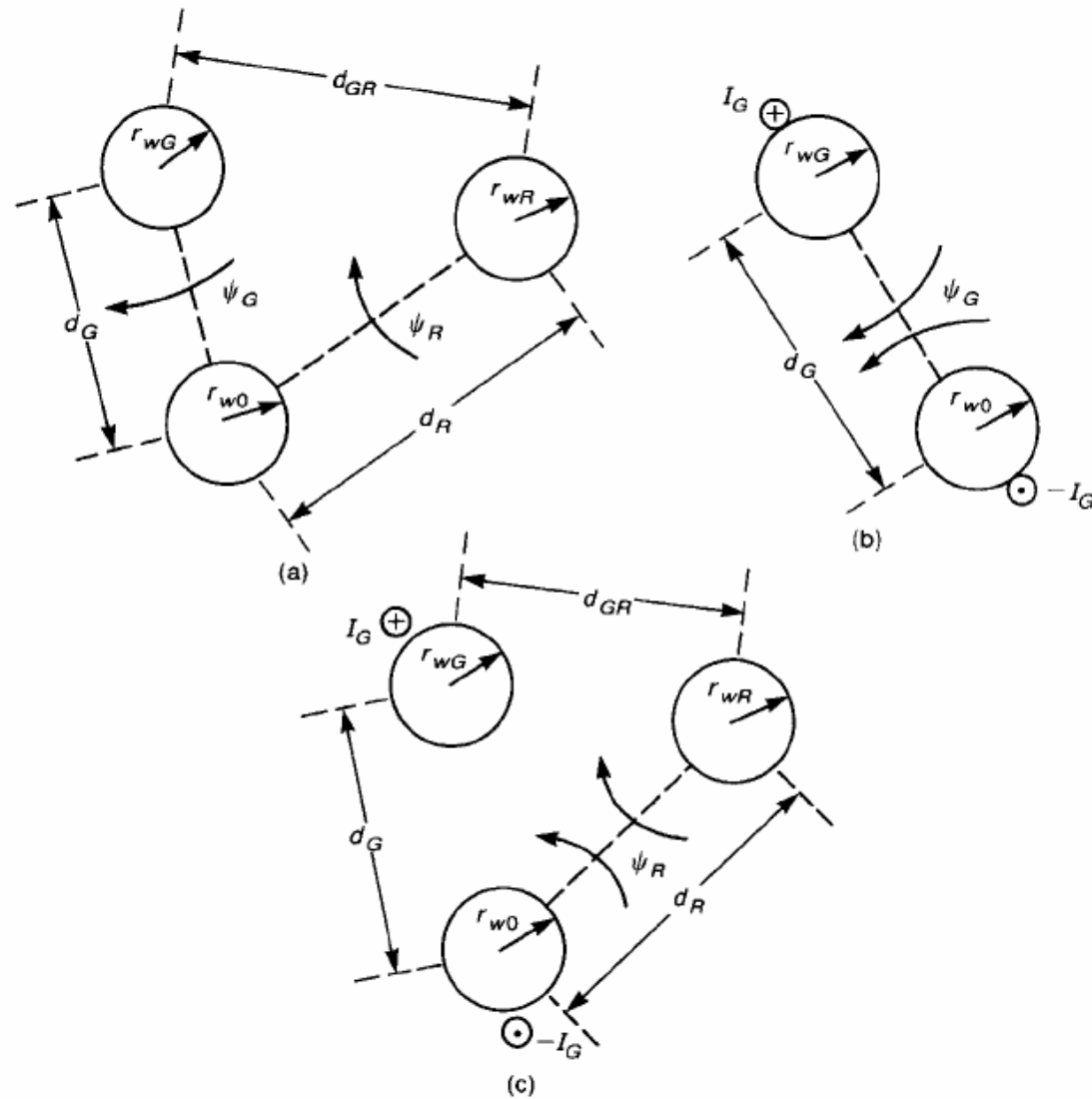
$$L_G = \left. \frac{\Psi_G}{I_G} \right|_{I_R=0}$$

$$L_m = \left. \frac{\Psi_R}{I_G} \right|_{I_R=0}$$

$$L_m = \left. \frac{\Psi_G}{I_R} \right|_{I_G=0}$$

$$L_R = \left. \frac{\Psi_R}{I_R} \right|_{I_G=0}$$

Linee a tre conduttori



Linee a tre conduttori

Torniamo a considerare i risultati teorici ottenuti per le linee bifilari nell'ipotesi di conduttori sufficientemente distanti da poter considerare imperturbata la simmetria circolare delle distribuzioni di correnti e cariche.

Per il flusso dell'induzione magnetica

$$\psi_G = \frac{\mu I_G}{2\pi} \ln \left(\frac{d_G - r_{w0}}{r_{wG}} \right) + \frac{\mu I_G}{2\pi} \ln \left(\frac{d_G - r_{wG}}{r_{w0}} \right) \Rightarrow L_G \cong \frac{\mu}{2\pi} \ln \left(\frac{d_G^2}{r_{w0} r_{wG}} \right)$$

$$\psi_R = \frac{\mu I_R}{2\pi} \ln \left(\frac{d_R - r_{w0}}{r_{wR}} \right) + \frac{\mu I_R}{2\pi} \ln \left(\frac{d_R - r_{wR}}{r_{w0}} \right) \Rightarrow L_R \cong \frac{\mu}{2\pi} \ln \left(\frac{d_R^2}{r_{w0} r_{wR}} \right)$$

$$\psi_m = \frac{\mu I_G}{2\pi} \ln \left(\frac{d_G}{d_{GR}} \right) + \frac{\mu I_G}{2\pi} \ln \left(\frac{d_R - r_{wR}}{r_{w0}} \right) \Rightarrow L_m \cong \frac{\mu}{2\pi} \ln \left(\frac{d_G d_R}{d_{GR} r_{w0}} \right)$$

Linee a tre conduttori

Per la capacità

$$\mathbf{Q} = \mathbf{C}\mathbf{V}$$

$$\begin{bmatrix} Q_G \\ Q_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_G + C_m & -C_m \\ -C_m & C_R + C_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_G \\ V_R \end{bmatrix}$$

Questa è di applicazione meno immediata. Invertiamola

$$\begin{bmatrix} V_G \\ V_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_G & p_m \\ p_m & p_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_G \\ Q_R \end{bmatrix}$$

$$V_G = p_G Q_G + p_m Q_R$$

$$V_R = p_m Q_G + p_R Q_R$$

Ovvero

$$p_G = \left. \frac{V_G}{Q_G} \right|_{Q_R=0}$$

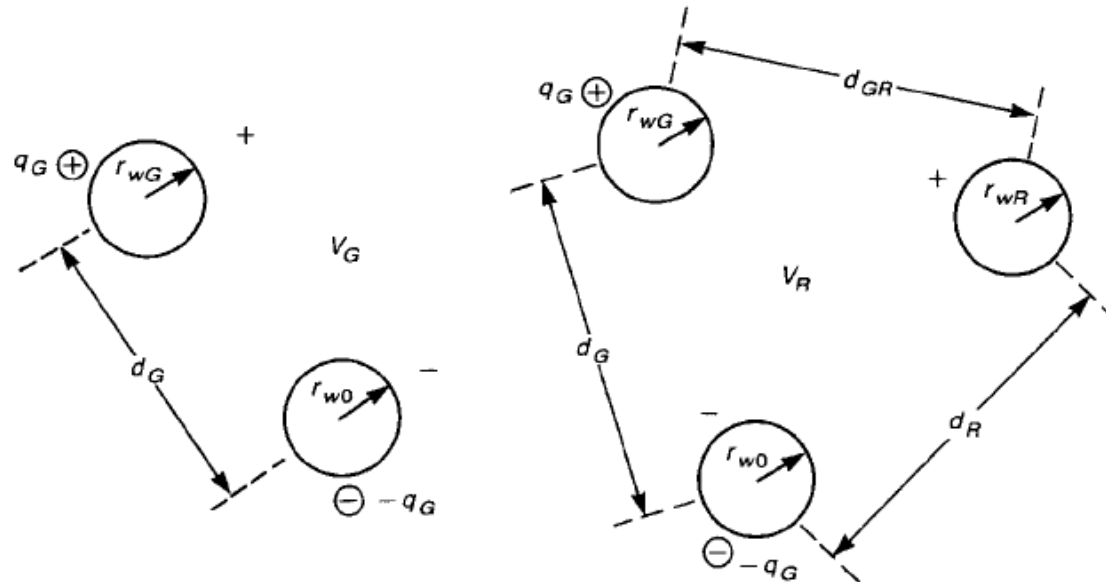
$$p_m = \left. \frac{V_R}{Q_G} \right|_{Q_R=0}$$

$$p_m = \left. \frac{V_G}{Q_R} \right|_{Q_G=0}$$

$$p_R = \left. \frac{V_R}{Q_R} \right|_{Q_G=0}$$

Linee a tre conduttori

Quindi



$$V_G = \frac{Q_G}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{d_G - r_{w0}}{r_{wG}}\right) + \frac{Q_G}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{d_G - r_{wG}}{r_{w0}}\right) \Rightarrow p_G \cong \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{d_G^2}{r_{w0}r_{wG}}\right)$$

$$V_R = \frac{Q_R}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{d_R - r_{w0}}{r_{wR}}\right) + \frac{Q_R}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{d_R - r_{wR}}{r_{w0}}\right) \Rightarrow p_R \cong \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{d_R^2}{r_{w0}r_{wR}}\right)$$

$$V_m = \frac{Q_G}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{d_G}{d_{GR}}\right) + \frac{Q_G}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{d_R - r_{wR}}{r_{w0}}\right) \Rightarrow p_m \cong \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{d_G d_R}{d_{GR} r_{w0}}\right)$$

Linee a tre conduttori

Infine \mathbf{C} si ottiene invertendo \mathbf{P} .

Si noti che

$$\mathbf{L} = \varepsilon_0 \mu_0 \mathbf{P}$$

Il che è confortante, dovendo essere

$$\mathbf{C} = \mathbf{P}^{-1}$$

Esempio

Prendiamo una piattina a tre cavi. Siano i cavi di calibro 28 7x36, siano i cavi separati da 50mils

KOBICONN FLAT MODULAR TELEPHONE AND DATA CABLE

This modular telephone cable is available in 4, 6, and 8 conductor in three colors: silver satin, black and white. It is sold in 1000' spools.

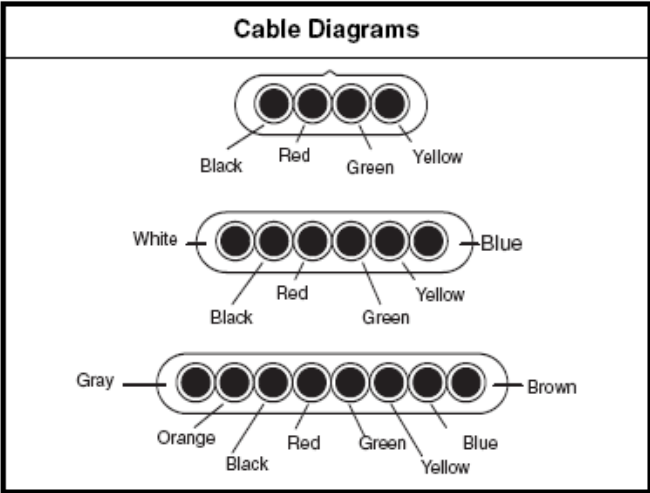
- Features:
- Available in black, white, or silver satin
 - Tinned copper conductors prevent corrosion
 - Compatible with all USOC modular plugs
 - RoHS Compliant per Kobiconn documentation

- Specifications:
- 26 AWG, 7 x 34 stranding
 - Conductors are USOC color coded
 - PVC jacket

© Copyright 2007 Mouser Electronics

1000' Spool

| MOUSER STOCK NO. | No. of Cond. | Color | Price Per 1000' Spool | |
|------------------|--------------|--------|-----------------------|--------|
| | | | 1 | 5 |
| 172-UL4010-E | 4 | Silver | 116.21 | 108.05 |
| 172-UL6010-E | 6 | Silver | 141.51 | 134.06 |
| 172-UL8010-E | 8 | Silver | 231.18 | 215.55 |
| 172-UL4110-E | 4 | Black | 116.21 | 108.05 |
| 172-UL6110-E | 6 | Black | 141.51 | 134.06 |
| 172-UL8110-E | 8 | Black | 231.18 | 215.55 |
| 172-UL4210-E | 4 | White | 116.21 | 108.05 |
| 172-UL6210-E | 6 | White | 141.51 | 134.06 |
| 172-UL8210-E | 8 | White | 231.18 | 215.55 |



© Copyright 2007 Mouser Electronics

www.mouser.com



(800) 346-6873

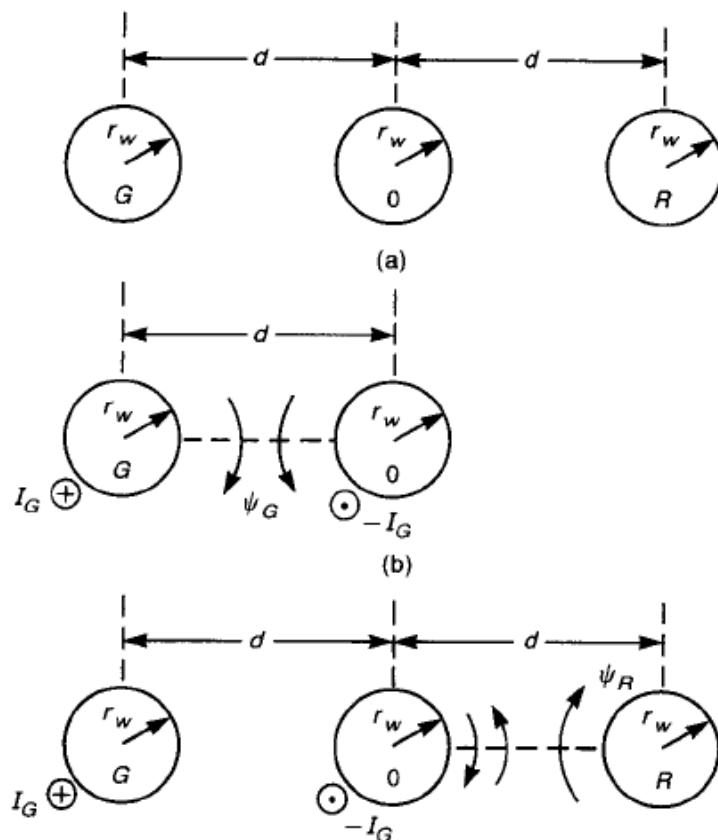
835

I dati sono realistici, anche se normalmente le piattine sono a 4 o più cavi...

Linee a tre conduttori

Esempio

La prima cosa fondamentale è scegliere il cavo di riferimento, perché questo si riflette notevolmente sul valore delle mute induttanze e capacità, dove compare d_{GR}



Poniamo il riferimento centrale

Linee a tre conduttori

Esempio

Per la simmetria del problema si avrà

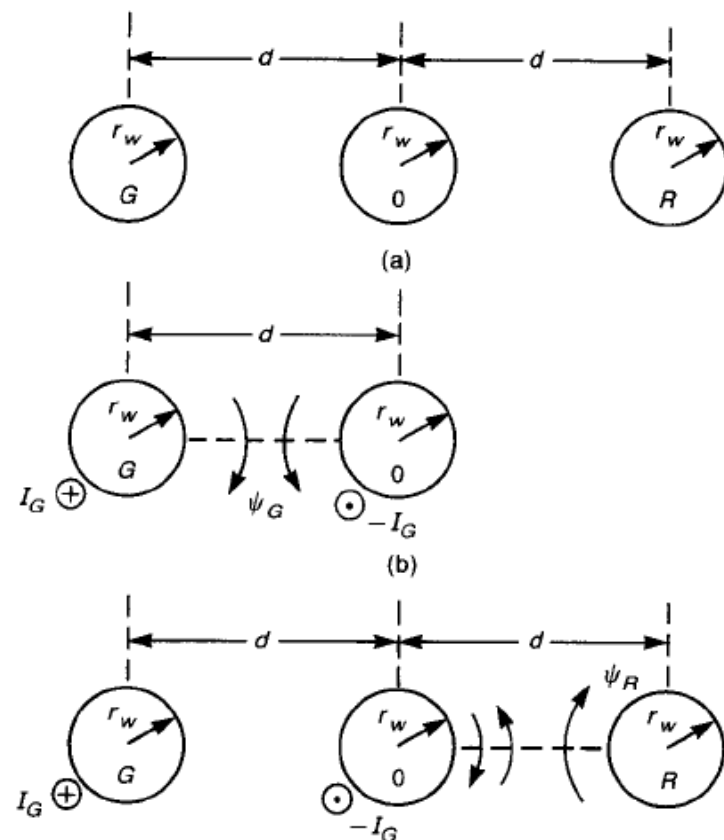
$$L_G = L_R \cong \frac{\mu}{2\pi} \ln \left(\frac{d^2}{r_w r_w} \right) = \frac{\mu}{\pi} \ln \left(\frac{d}{r_w} \right)$$

$$p_G = p_R \cong \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left(\frac{d^2}{r_w r_w} \right) = \frac{1}{\pi\epsilon} \ln \left(\frac{d}{r_w} \right)$$

Le grandezze mutue

$$L_m \cong -\frac{\mu}{2\pi} \ln \left(\frac{2d}{d} \right) + \frac{\mu}{2\pi} \ln \left(\frac{d}{r_w} \right) = \frac{\mu}{2\pi} \ln \left(\frac{d}{2r_w} \right)$$

$$p_m = -\frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left(\frac{2d}{d} \right) + \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left(\frac{d}{r_w} \right) = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left(\frac{d}{2r_w} \right)$$



Linee a tre conduttori

Esempio

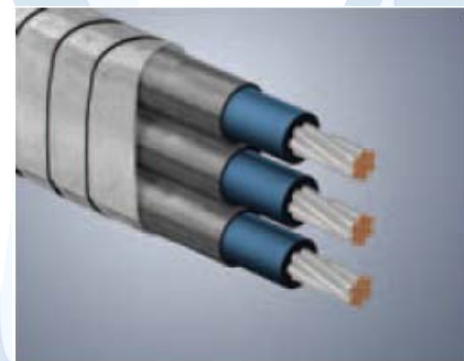
Nel caso in esame il calibro 28 (multifilo) ha un raggio di 7.5 mils

$$D(\text{AWG}) = 0.005 \times 92^{\frac{36-\text{AWG}}{39}} \text{ pollici}$$

$$\begin{aligned} D(28) &= 0.005 \times 92^{\frac{36-28}{39}} = 0.005 \times 92^{0.2051} = \\ &= 0.005 \times 2.528 = 12.64 \end{aligned}$$

Il raggio sarebbe 6.3 mils per il MONOFILO

| Wire Gauge | Wire Diameter (mils) | |
|------------|----------------------|----------------|
| | Solid | Stranded |
| 28 | 12.6 | 20.0 (19 × 38) |
| | | 21.0 (10 × 36) |
| | | 16.0 (19 × 40) |
| | | 15.0 (7 × 36) |
| 30 | 10.0 | 12.0 (7 × 38) |
| 32 | 8.0 | 8.0 (7 × 40) |
| 34 | 6.3 | 7.5 (7 × 42) |
| 36 | 5.0 | 6.0 (7 × 44) |
| 38 | 4.0 | |



Linee a tre conduttori

Esempio

Quindi

$$r_w = 7.5\text{mils}; \quad d = 50\text{mils}$$

$$L_G = L_R = \frac{\mu}{\pi} \ln\left(\frac{d}{r_w}\right) = 0.759 \mu\text{Hm}^{-1}$$

$$p_G = p_R = \frac{1}{\pi\epsilon} \ln\left(\frac{d}{r_w}\right) = 6.829 \times 10^{10}$$



$$C_G = C_R = 11.1 \text{pFm}^{-1}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_G + C_m & -C_m \\ -C_m & C_G + C_m \end{bmatrix} = \mathbf{P}^{-1} = \begin{bmatrix} 0.1628 & -0.0517 \\ -0.0517 & 0.1628 \end{bmatrix} \times 10^{-10}$$

$$L_m = \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{d}{2r_w}\right) = 0.24 \mu\text{Hm}^{-1}$$

$$p_m = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{d}{2r_w}\right) = 2.167 \times 10^{10}$$



$$C_m = 5.17 \text{pFm}^{-1}$$

Linee a tre conduttori

Esempio

Riassumendo

$$L_G = L_R = 0.759 \mu H m^{-1} \quad L_m = 0.24 \mu H m^{-1}$$

$$C_G = C_R = 11.1 pF m^{-1} \quad C_m = 5.17 pF m^{-1}$$

Questo ci consente di calcolare l'impedenza caratteristica della linea *in presenza del terzo filo*

$$Z_0 = \sqrt{L_G / (C_G + C_m)} = 216 \Omega$$

Invece di

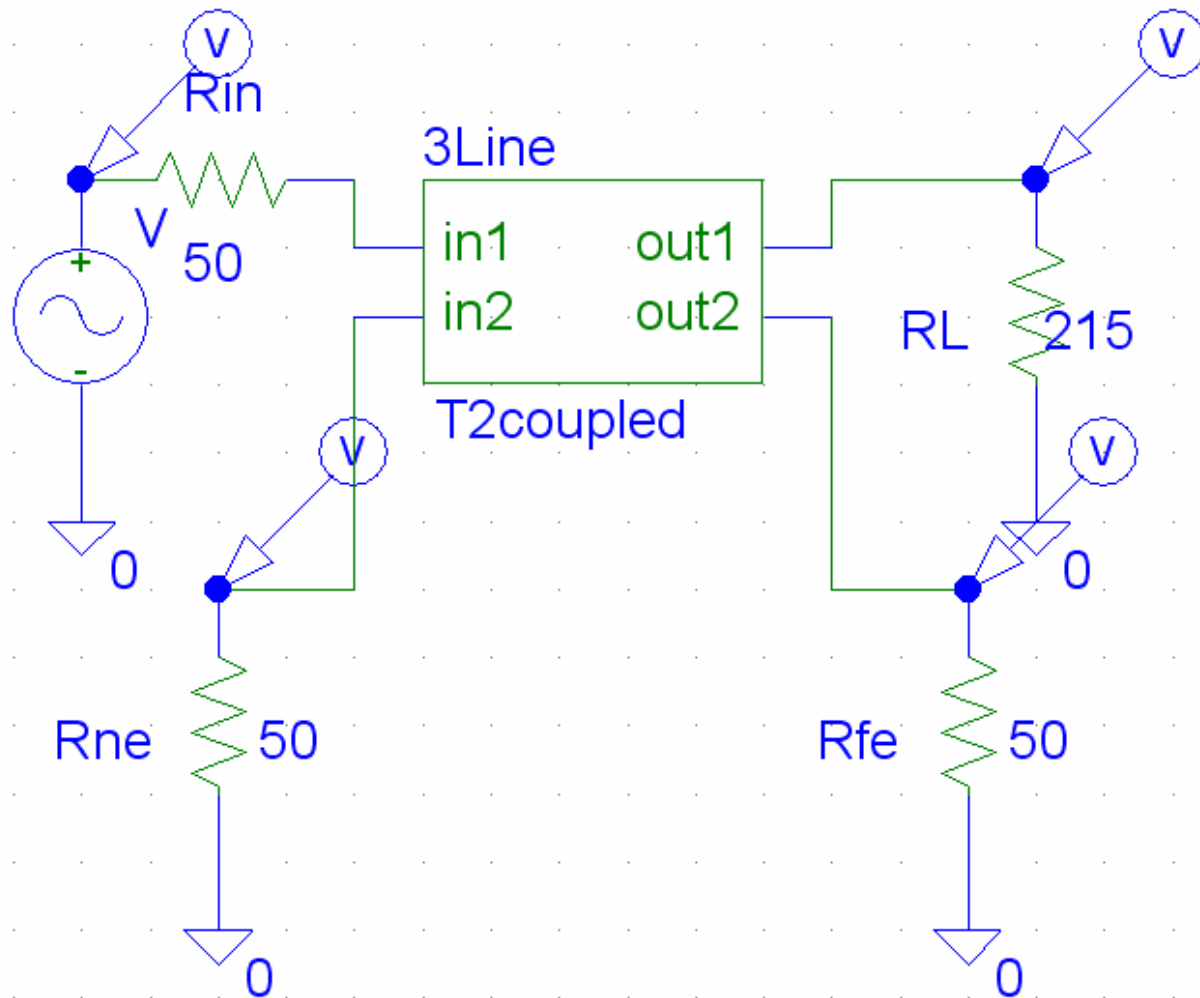
$$Z_0 = \sqrt{L_G / C_G} = 261 \Omega$$

La presenza del terzo filo altera quindi sensibilmente l'impedenza della linea!

Linee a tre conduttori

Esempio

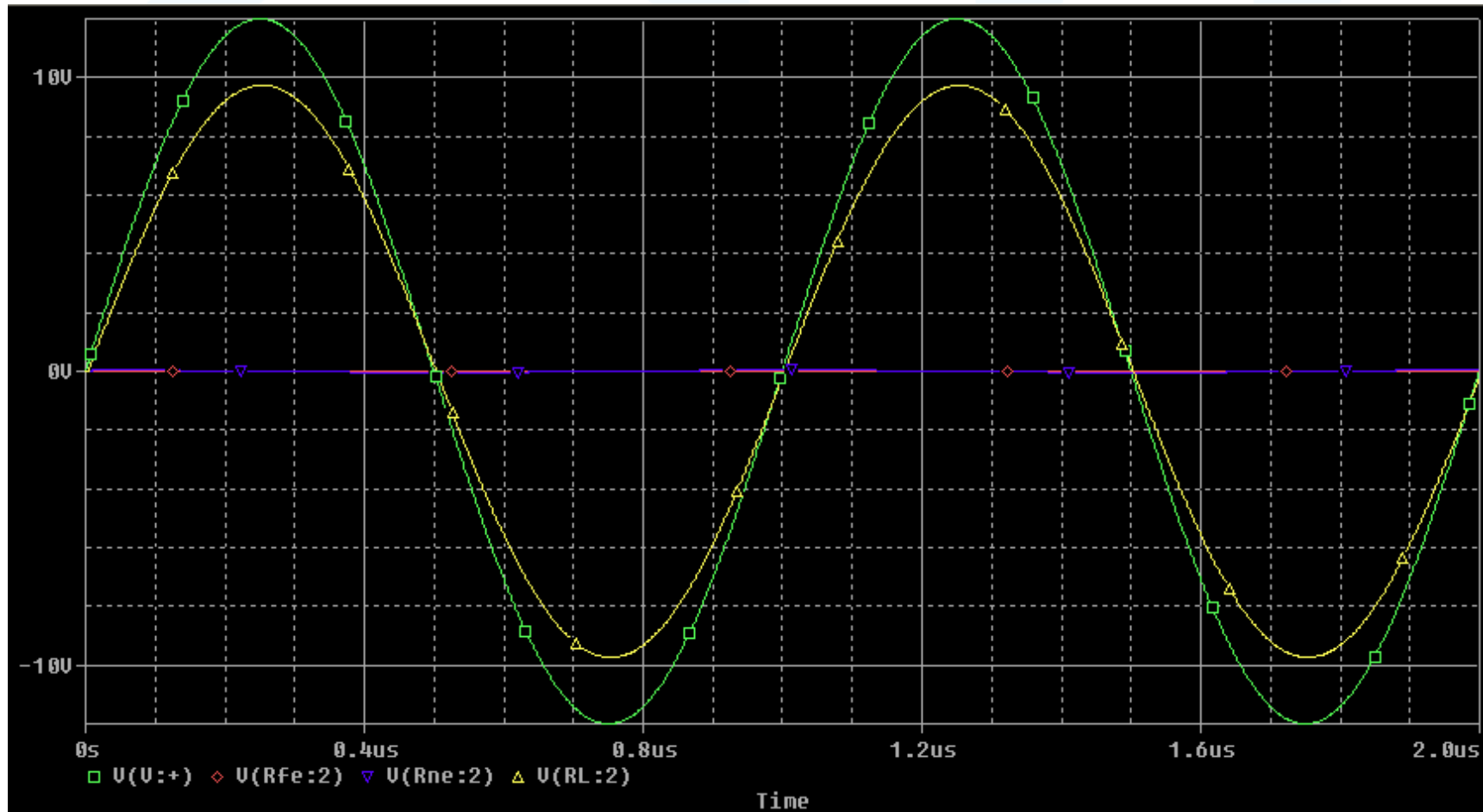
Modello spice



Linee a tre conduttori

Esempio

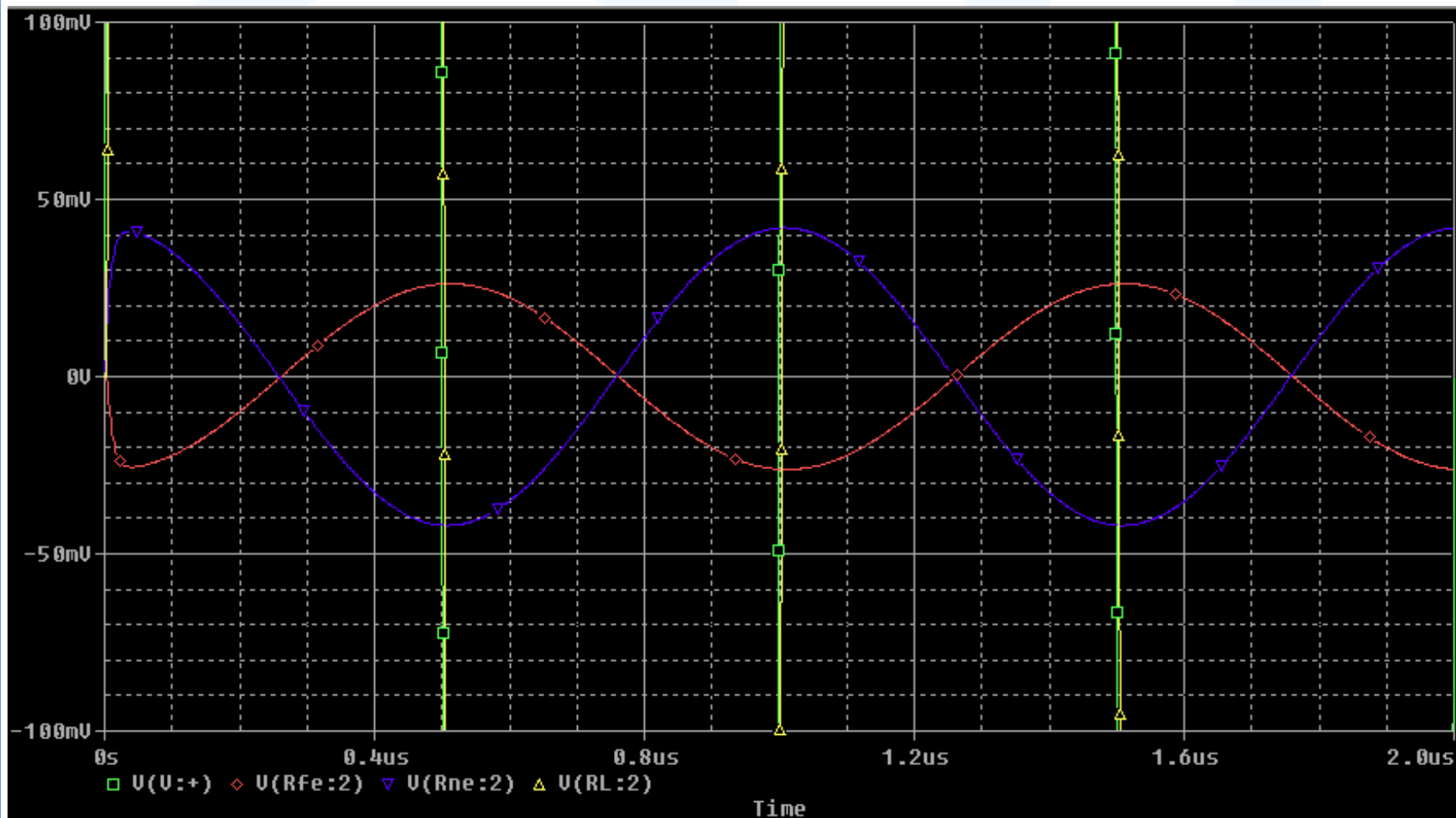
A 1MHz



Linee a tre conduttori

Esempio

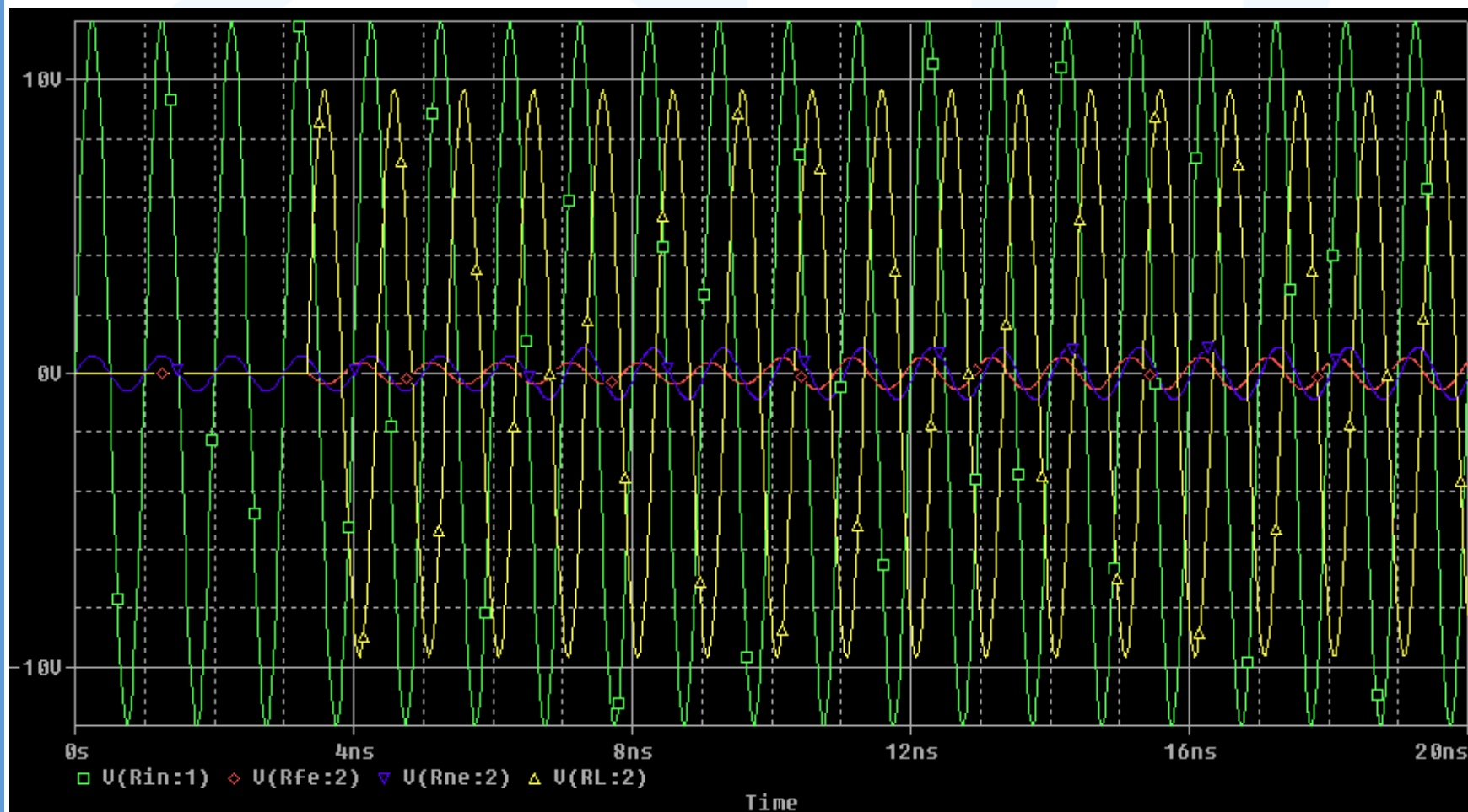
A 1MHz



Linee a tre conduttori

Esempio

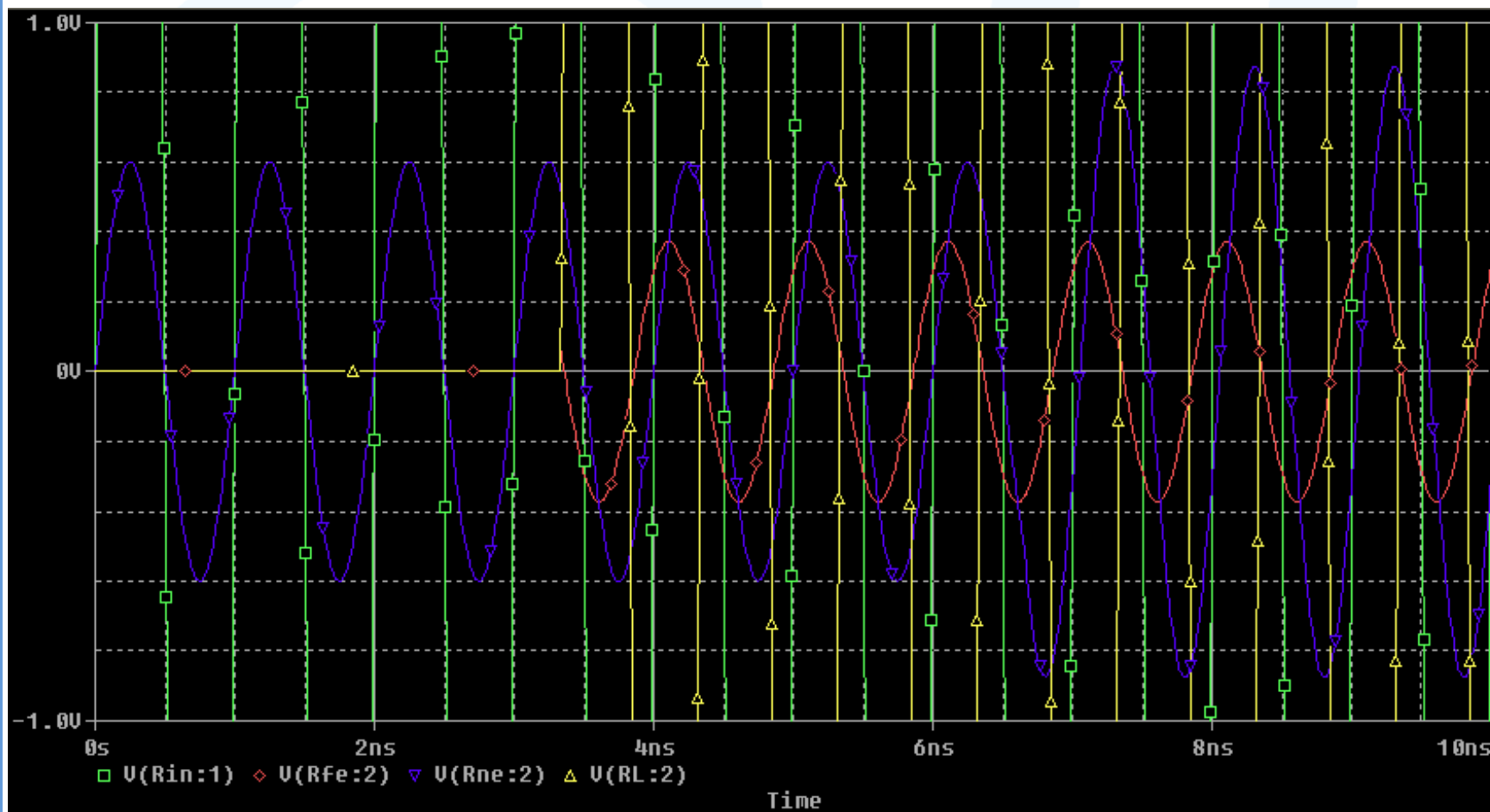
A 1GHz



Linee a tre conduttori

Esempio

A 1GHz



Linee a tre conduttori

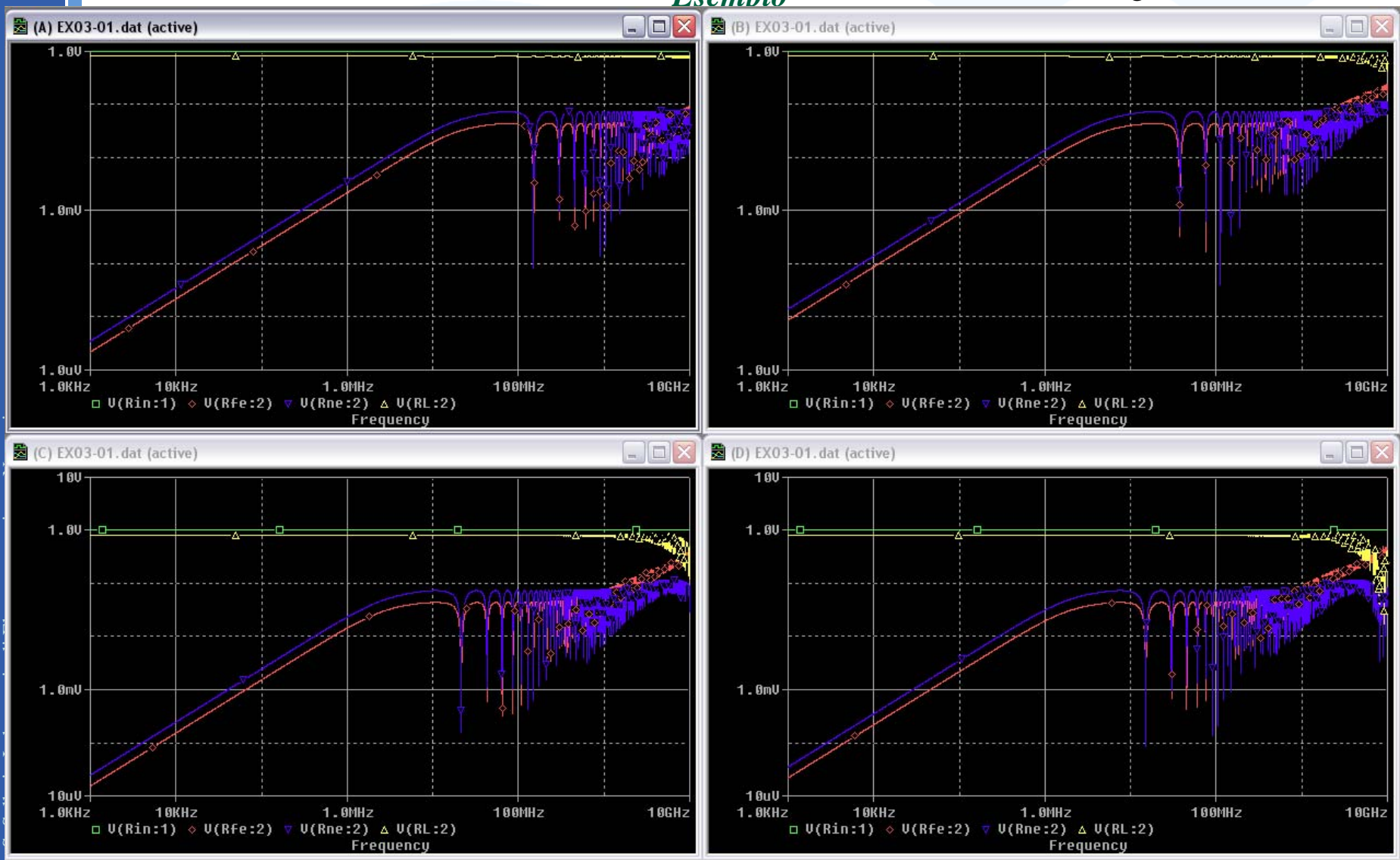
Esempio

In funzione della Frequenza...



Esempio

In funzione e della lunghezza [1,4,7 e 10 m



Linee a tre conduttori

Esempio

Ma se avessi scelto di utilizzare il TERZO cavo come riferimento?

$$r_w = 7.5\text{mils}; \quad d = 50\text{mils}$$

$$L_G = \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{2d}{r_w}\right) + \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{2d}{r_w}\right) = \frac{\mu}{\pi} \ln\left(\frac{2d}{r_w}\right) = 1.036 \mu H m^{-1}$$

Più grande!

$$L_R = \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{d}{r_w}\right) + \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{d}{r_w}\right) = \frac{\mu}{\pi} \ln\left(\frac{d}{r_w}\right) = 0.759 \mu H m^{-1}$$

$$L_m = \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{2d}{d}\right) + \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{d}{r_w}\right) = \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{2d}{r_w}\right) = 0.518 \mu H m^{-1}$$

Molto più grande!

$$\mathbf{P} = \frac{1}{\varepsilon\mu} \mathbf{L} = c^2 \begin{bmatrix} 1.036 & 0.518 \\ 0.518 & 0.759 \end{bmatrix} \times 10^{-6}$$



$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 9.312 & 4.656 \\ 4.656 & 6.822 \end{bmatrix} \times 10^{10}$$

Linee a tre conduttori

Esempio

Quindi

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_G + C_m & -C_m \\ -C_m & C_G + C_m \end{bmatrix} = \mathbf{P}^{-1} = \begin{bmatrix} 0.1630 & -0.1113 \\ -0.1113 & 0.2225 \end{bmatrix} \times 10^{-10}$$

$$C_G = 5.17 \text{ pFm}^{-1}$$

$$C_R = 11.12 \text{ pFm}^{-1}$$

$$C_m = 11.13 \text{ pFm}^{-1}$$

Molto
più
grande!

Le impedenze sono

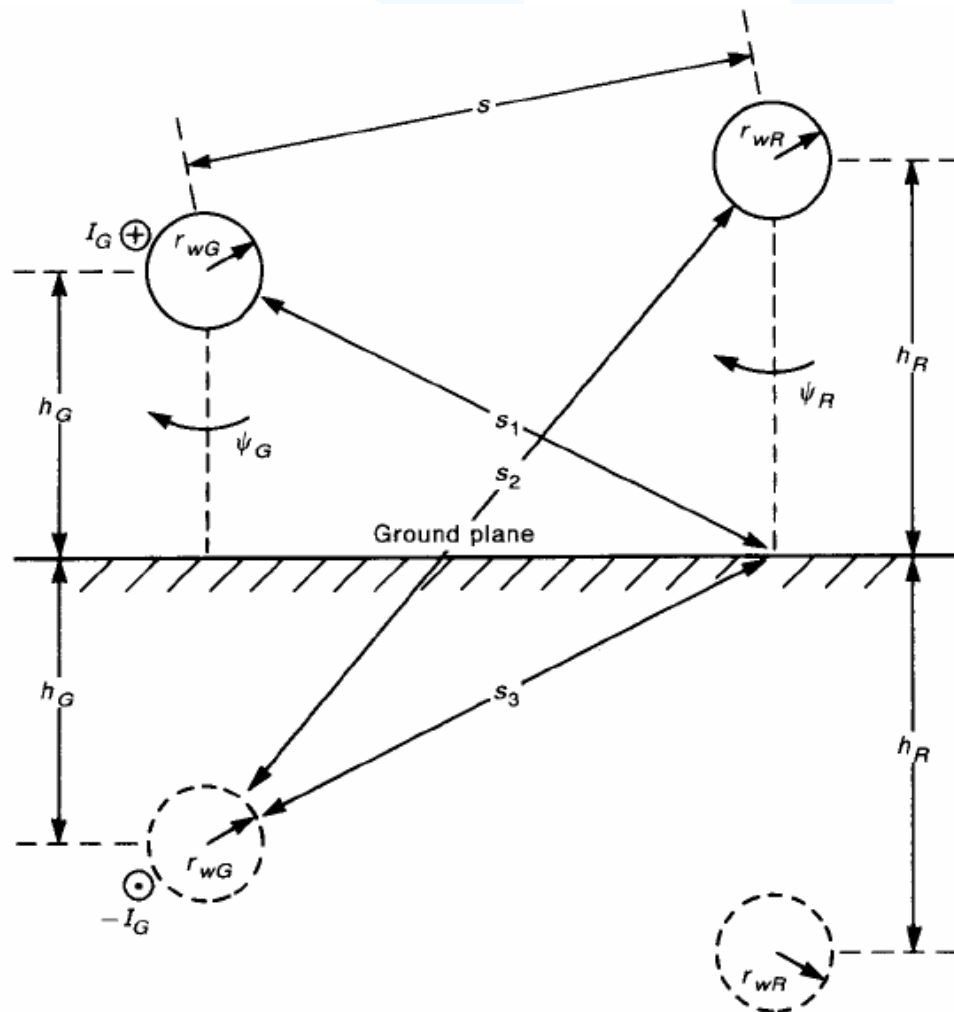
$$Z_G = \sqrt{L_G (C_G + C_m)} = 288 \Omega$$

$$Z_R = \sqrt{L_R (C_R + C_m)} = 185 \Omega$$

DIVERSE!

Linee a tre conduttori

Se poi consideriamo due fili su un piano di massa... possiamo ancora utilizzare il principio delle immagini



Linee a tre conduttori

Per il flusso dell'induzione magnetica

$$\psi_G = \frac{\mu I_G}{2\pi} \ln\left(\frac{h_G}{r_{wG}}\right) + \frac{\mu I_G}{2\pi} \ln\left(\frac{2h_G - r_{wG}}{h_G}\right) \Rightarrow L_G \cong \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{2h_G}{r_{wG}}\right)$$
$$\psi_R = \frac{\mu I_R}{2\pi} \ln\left(\frac{h_R}{r_{wR}}\right) + \frac{\mu I_R}{2\pi} \ln\left(\frac{2h_R - r_{wR}}{h_R}\right) \Rightarrow L_R \cong \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{2h_R}{r_{wR}}\right)$$

Per la mutua induzione entra in gioco il flusso concatenato

$$\psi_m = \frac{\mu I_G}{2\pi} \ln\left(\frac{s_1}{s}\right) + \frac{\mu I_G}{2\pi} \ln\left(\frac{s_2}{s_3}\right) \Rightarrow L_m \cong \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{s_2}{s}\right)$$

essendo

$$s_1 = s_3$$

Linee a tre conduttori

Non c'è bisogno di calcolare esplicitamente P , poiché già sappiamo che è

$$P = \frac{1}{\varepsilon\mu} L$$

Da cui poi si ricava C

Linee a tre conduttori

Esempio

Prendiamo due fili in monofilo di rame di calibro 20 e 20mm sopra al piano di massa. Sia 20mm la distanza interasse.

Il calibro 20 corrisponde a un raggio di 16 mils, ovvero di 0.41mm

Le formule danno

$$L_G = L_R \cong \frac{\mu}{2\pi} \ln \left(\frac{2h}{r_w} \right) = 0.918 \mu H m^{-1} \quad \longrightarrow \quad C_G = C_R = 10.3 pF m^{-1}$$

$$L_m \cong \frac{\mu}{2\pi} \ln \left(\frac{\sqrt{h^2 + d^2}}{d} \right) = 0.161 \mu H m^{-1} \quad \longrightarrow \quad C_m = 2.19 pF m^{-1}$$

Linee a tre conduttori

Esempio

Ancora una volta l'impedenza caratteristica della linea *in presenza del terzo filo*

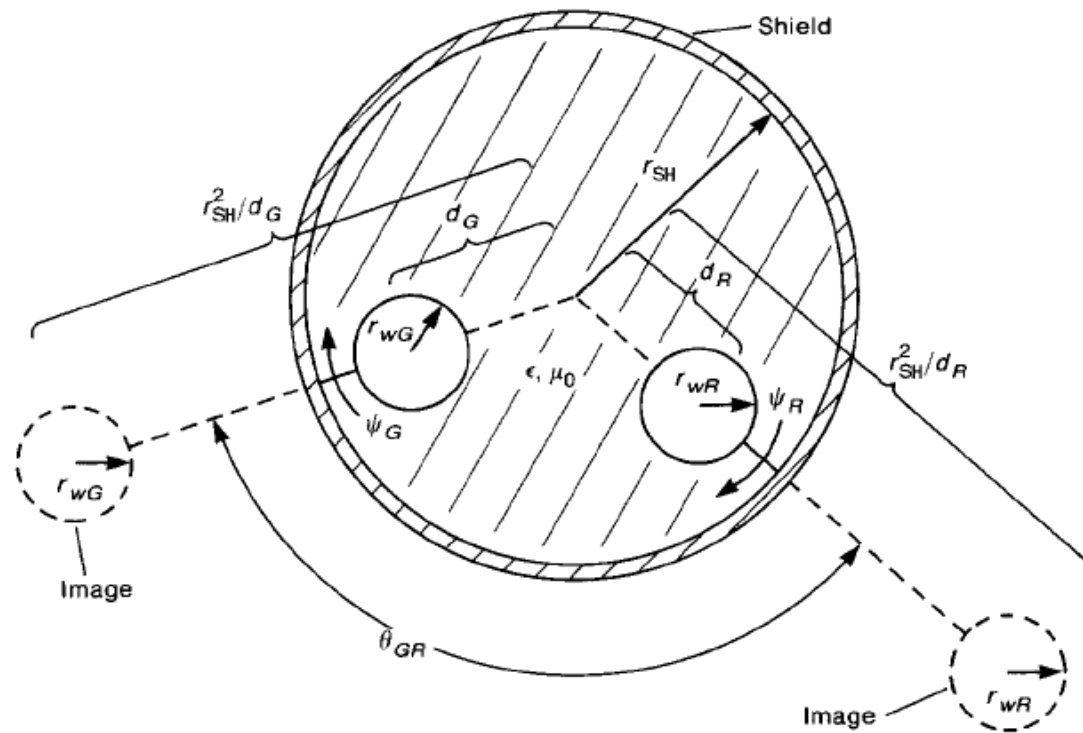
$$Z_0 = \sqrt{L_G (C_G + C_m)} = 271\Omega$$

Nettamente diversa da

$$Z_0 = \sqrt{L_G C_G} = 275.4\Omega$$

Linee a tre conduttori

L'ultima configurazione interessante è quella di due cavi completamente schermati



Linee a tre conduttori

Lo schermo ha ancora un effetto analogo a quello del teorema delle immagini ma, essendo curvo, l'immagine è posta a una distanza

$$\frac{r_{SH}}{h_d}$$

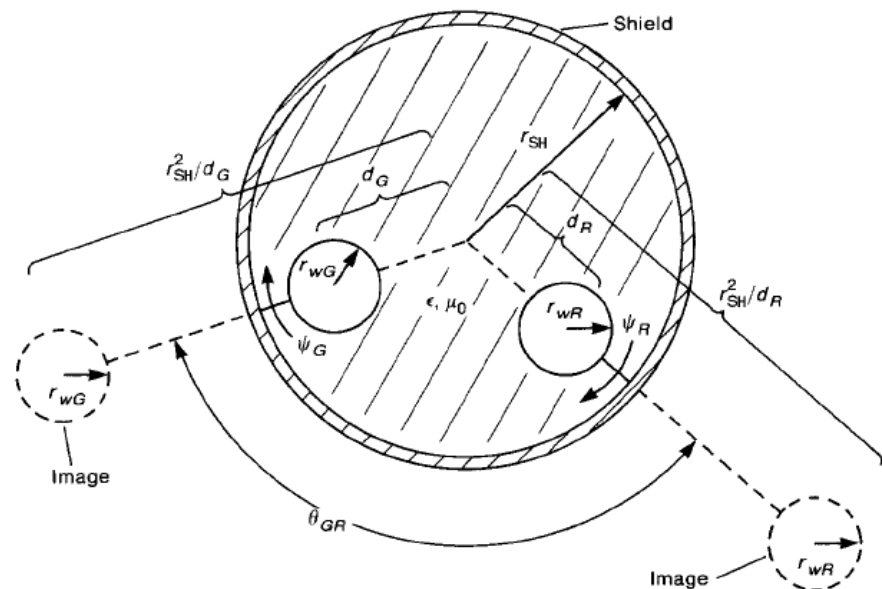
I calcoli sono più complessi in questo caso:

$$L_G \cong \frac{\mu}{2\pi} \ln \left(\frac{r_{SH}^2 - d_G^2}{r_{SH} r_{wG}} \right)$$

$$L_R \cong \frac{\mu}{2\pi} \ln \left(\frac{r_{SH}^2 - d_R^2}{r_{SH} r_{wR}} \right)$$

e

$$L_m \cong \frac{\mu}{2\pi} \ln \left(\frac{d_R}{r_{SH}} \sqrt{\frac{(d_G d_R)^2 + r_{SH}^4 - 2d_G d_R r_{SH}^2 \cos \theta_{GR}}{(d_G d_R)^2 + d_R^4 - 2d_G d_R^3 \cos \theta_{GR}}} \right)$$



Linee a tre conduttori

Vediamo un esempio per due cavi di calibro 28 (7x36) schermati

| MICROPHONE CABLES | | | | | Recommend Heat Shrink | | | | | |
|--|--------------|-----------|--------|----------------|------------------------------|----------------------|------------------------------|----------------------|----------------------------------|-----------------------|
| Specifications: | | | | | alpha Fit321 | | Recommend Heat Shrink | | | |
| <ul style="list-style-type: none"> Conductor: Stranded Tinned Copper Insulation: Polyethylene | | | | | alpha Fit221 | | | | | |
| <ul style="list-style-type: none"> Jacket: Gray PVC Operating Temperature: -20°C to 60°C | | | | | | | | | | |
| <ul style="list-style-type: none"> Voltage Rating: 3500V (1703), 1000V (1710) Shields: Braided Tinned Copper | | | | | | | | | | |
| Alpha Part No. | No. of Cond. | Conductor | | Nom O.D. (In.) | MOUSER STOCK NO. | Price Per 100' Spool | MOUSER STOCK NO. | Price Per 500' Spool | MOUSER STOCK NO. | Price Per 1000' Spool |
| 1703 | 1 | AWG | Strand | | | | | | | |
| 1710 | 2 | 24 | 10/34 | .15 | 602-1703-100 | 65.61 | 602-1703-500 | 261.65 | 602-1703-1000 | 475.56 |
| | | 22 | 19/34 | .23 | 602-1710-100 | 109.35 | 602-1710-500 | 450.14 | 602-1710-1000 | 667.80 |
| Specifications: | | | | | | | | | | |
| <ul style="list-style-type: none"> Conductor: Stranded Tinned Copper Insulation: Rubber Jacket: Black Rubber (1448/20), Black Neoprene (1448/18) Operating Temperature: -20°C to 60°C Shields: Braided Tinned Copper (85% Coverage) | | | | | | | | | | |
| 1448/20 | 2 | 20 | 26/34 | .26 | ----- | ----- | ----- | ----- | 602-1448/20-1000 | 919.71 |
| 1448/18 | 2 | 18 | 41/34 | .29 | ----- | ----- | ----- | ----- | 602-1448/18-1000 | 1338.75 |

E' ragionevole assumere che l'angolo tra i cavi sia 180°, così come è logico supporre che la distanza tra i cavi sia pari allo spessore dell'isolante

$$d_G = d_R = 2r_w$$

$$r_w = 7.5mils$$

Se lo spessore dell'isolante è pari al raggio allora il diametro complessivo di ogni cavo è 4 volte il raggio ed è ragionevole supporre che il raggio dello schermo sia pari a tale diametro

$$r_{SH} = 4r_w$$

Linee a tre conduttori

Quindi

$$L_G = L_R \cong \frac{\mu}{2\pi} \ln \left(\frac{16r_{SH}^2 - 4r_w^2}{4r_w r_w} \right) = 220 nHm^{-1}$$

$$\begin{aligned} L_m &\cong 2 \times 10^{-7} \ln \left(\frac{2r_w}{4r_w} \sqrt{\frac{(4r_w^2)^2 + 256r_w^4 - 2(4r_w^2)16r_w^2 \cos 180^\circ}{(4r_w^2)^2 + (2r_w)^4 - 2(2r_w)(2r_w)^3 \cos 180^\circ}} \right) = \\ &= 2 \times 10^{-7} \ln \left(\frac{2r_w}{4r_w} \sqrt{\frac{((2r_w)^2 + (4r_w)^2)^2}{((2r_w)^2 + (2r_w)^2)^2}} \right) = 2 \times 10^{-7} \ln \left(\frac{2r_w}{4r_w} \frac{20r_w^2}{8r_w^2} \right) = \\ &= 2 \times 10^{-7} \ln \left(\frac{5}{4} \right) = 44.6 nHm^{-1} \end{aligned}$$

Linee a tre conduttori

Con la solita tecnica si può risalire alle capacità

$$C_G = C_R = 42 \text{ pFm}^{-1}$$

$$C_m = 10.7 \text{ pFm}^{-1}$$

L'impedenza caratteristica della linea isolata è

$$Z = 65.9 \Omega$$

Della linea in presenza dell'altra è

$$Z = 64.5 \Omega$$