

Lezione 09

Schermi

Stefano Selleri

Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni
Università di Firenze



Sommario della Lezione

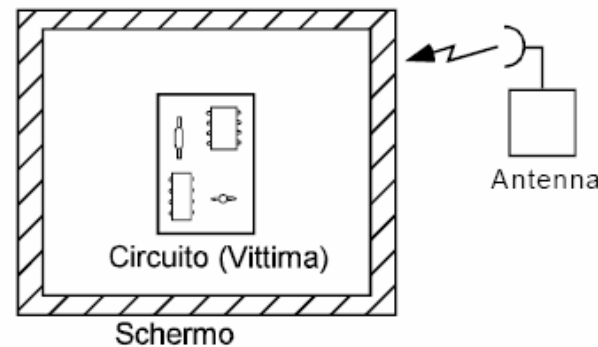
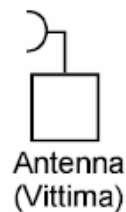
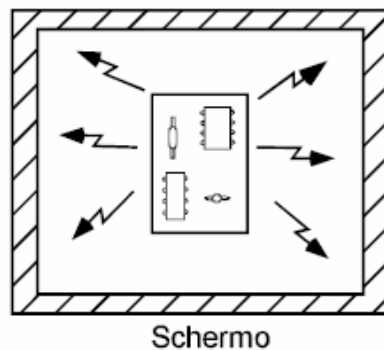
- ❖ Introduzione
- ❖ Efficacia Schermante
- ❖ Efficacia Schermante approssimata
- ❖ Schermi multilamina

Introduzione

Si definisce usualmente *schermo* una copertura metallica che racchiude totalmente un sistema o un sottosistema.

Lo schermo può svolgere una duplice funzione:

- ❖ Protegge il sistema dai disturbi radiati che provengono dall'esterno (ne riduce la suscettibilità)
- ❖ Impedisce ai disturbi radiati generati dal sistema di uscire e interferire con altri sistemi (ne riduce l'emissività)



Efficacia Schermante

Nessuno schermo è perfettamente in grado di annullare i disturbi radiati, e queste imperfezioni sono di due ordini:

- ❖ Uno schermo di spessore finito e conducibilità finita attenua i disturbi radiati. Il valore di quest'attenuazione è l'*efficacia schermante* (Shielding effectiveness) dello schermo
- ❖ Uno schermo non può essere perfettamente sigillato ma deve avere delle aperture per le linee di alimentazione e di segnale (da cui possono passare i disturbi condotti, ma anche quelli radiati) e degli sportelli per la manutenzione che, anche da chiusi, possono non garantire una sufficiente continuità elettrica.

Efficacia Schermante

Si definisce efficacia schermante il rapporto fra l'ampiezza di campo elettrico che si ha in un punto in assenza di schermature e l'ampiezza del campo elettrico in quello stesso punto nel caso in cui la schermatura sia presente.

$$SE = \frac{|E_i|}{|E_t|}; \quad SEE_{dB} = 20 \log_{10} \frac{|E_i|}{|E_t|}$$

Una analoga definizione si può dare in termini di campo magnetico. Per campi radiati, dove E ed H sono in rapporto costante le due definizioni coincidono, per campi vicini questo invece non è vero.

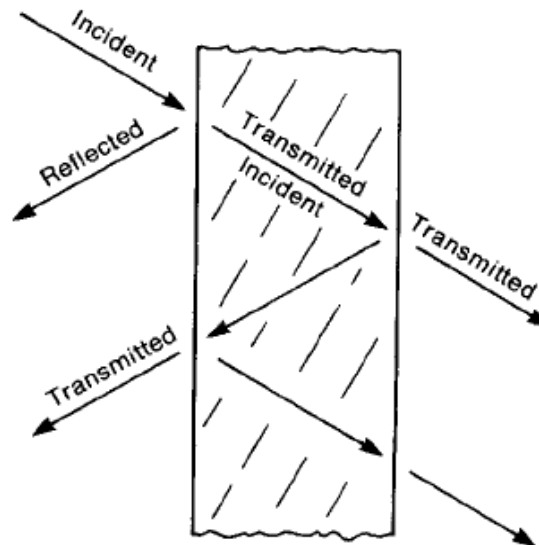
Il problema può essere trattato teoricamente per il caso di schermi piani infiniti

Per schermi reali è necessario ricorrere alle tecniche numeriche

Efficacia Schermante

Efficacia Schermante

Uno schermo è una doppia interfaccia fra dielettrici, su cui incide un'onda piana



In linea di principio vi sono infinite riflessioni interne, ma si può dimostrare come la soluzione possa essere scritta in termini di sole 5 onde piane

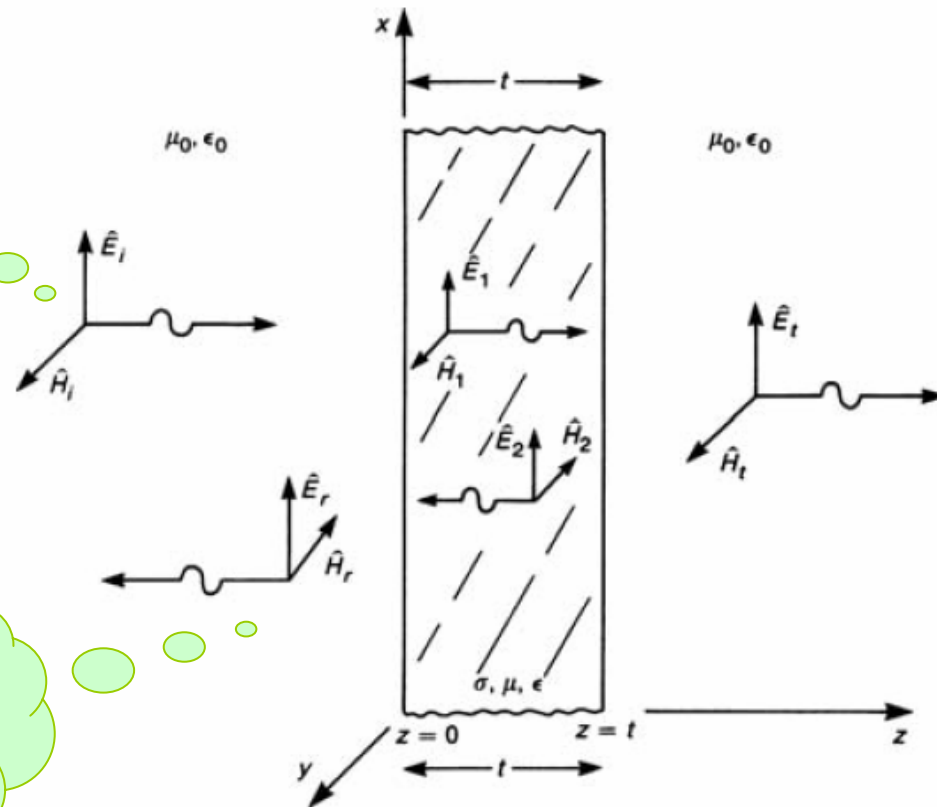
Efficacia Schermante

Efficacia Schermante

All''esterno'' abbiamo il campo incidente e riflesso

E_i e H_i sono
I campi
dell'onda piana
incidente

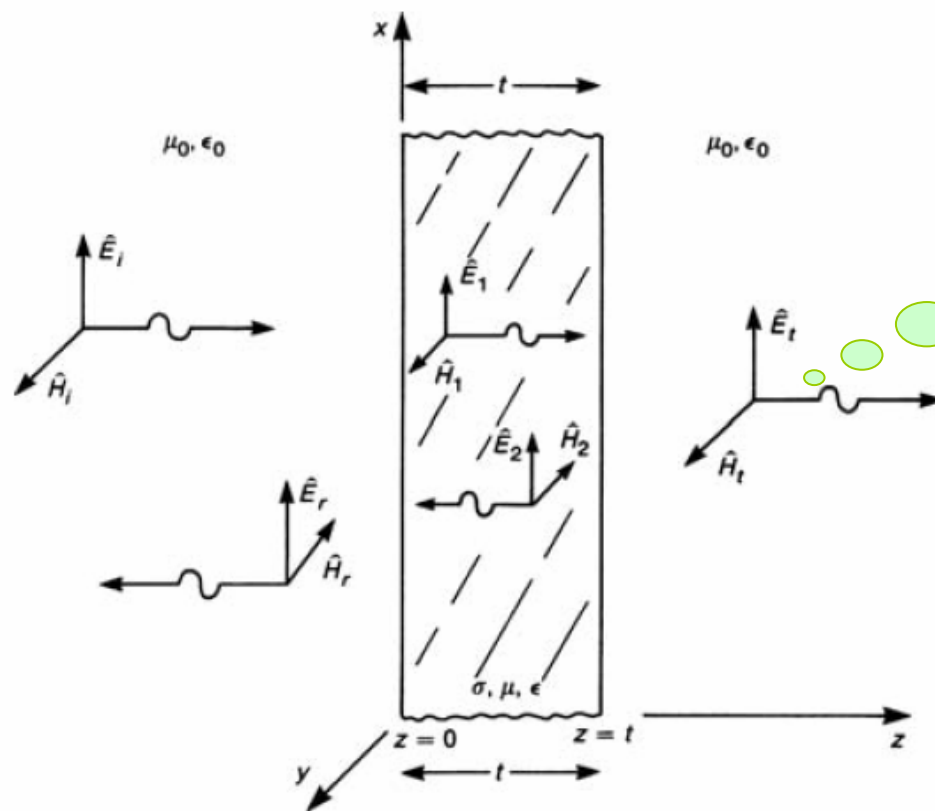
E_r e H_r sono
I campi
dell'onda piana
riflessa



Efficacia Schermante

Efficacia Schermante

All'interno abbiamo il solo campo trasmesso

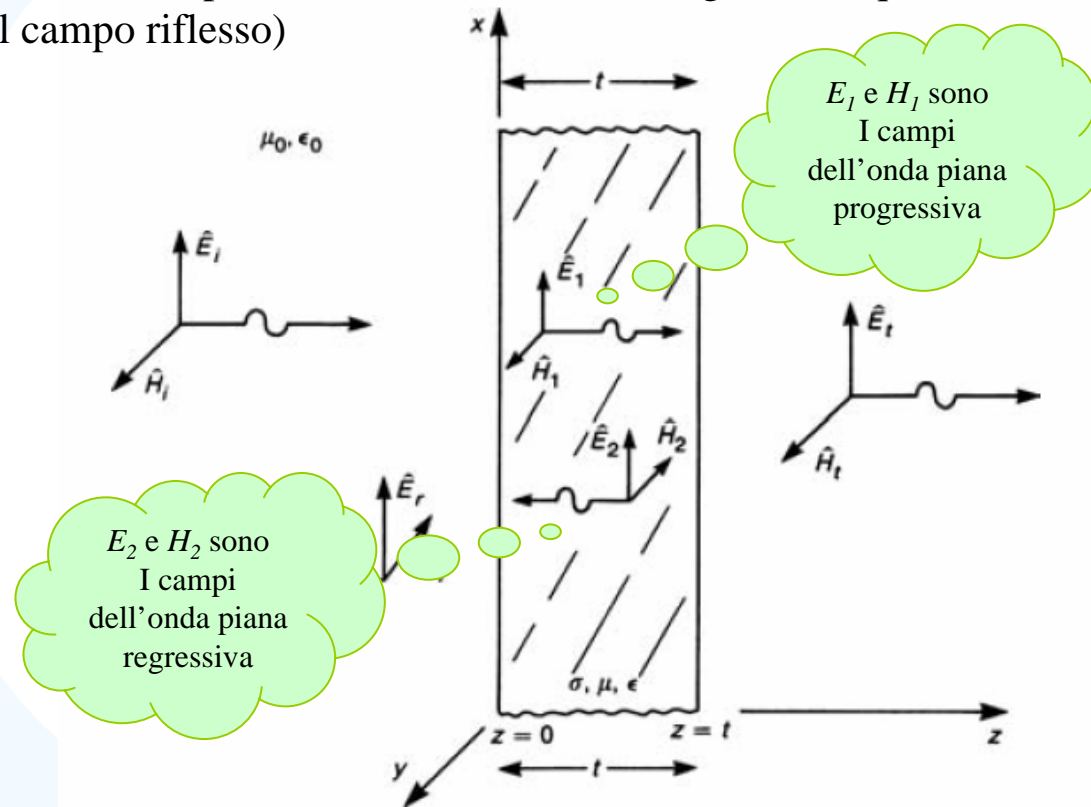


E_t e H_t sono
I campi
dell'onda piana
trasmessa

Efficacia Schermante

Efficacia Schermante

Dentro lo schermo vi sono due onde, che chiameremo progressiva (quella che viaggia nella stessa direzione dei campi incidente e trasmesso) e regressiva (quella che viaggia nella stessa direzione del campo riflesso)



Efficacia Schermante

Efficacia Schermante

In formule

$$\mathbf{E}_i = E_i e^{-jk_0 z} \hat{\mathbf{x}}$$

$$\mathbf{H}_i = \frac{E_i}{\zeta_0} e^{-jk_0 z} \hat{\mathbf{y}}$$

$$\mathbf{E}_r = E_r e^{jk_0 z} \hat{\mathbf{x}}$$

$$\mathbf{H}_r = -\frac{E_r}{\zeta_0} e^{jk_0 z} \hat{\mathbf{y}}$$

$$\mathbf{E}_1 = E_1 e^{-jkz} \hat{\mathbf{x}}$$

$$\mathbf{H}_1 = \frac{E_1}{\zeta} e^{-jkz} \hat{\mathbf{y}}$$

$$\mathbf{E}_2 = E_2 e^{jkz} \hat{\mathbf{x}}$$

$$\mathbf{H}_2 = -\frac{E_2}{\zeta} e^{jkz} \hat{\mathbf{y}}$$

$$\mathbf{E}_t = E_t e^{-jk_0 z} \hat{\mathbf{x}}$$

$$\mathbf{H}_t = \frac{E_t}{\zeta_0} e^{-jk_0 z} \hat{\mathbf{y}}$$

Efficacia Schermante

Nel vuoto è

$$k_0 = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} = \frac{\omega}{c_0} = \frac{2\pi}{\lambda_0}; \quad \zeta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi$$

Nello schermo

$$k = \omega \sqrt{\mu \left(\varepsilon - j \frac{\sigma}{\omega} \right)} = \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0 \left(\varepsilon_r - j \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0} \right)} = k_0 \sqrt{\left(\varepsilon_r - j \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0} \right)} = \beta \pm j\alpha;$$
$$\zeta_0 = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon - j \frac{\sigma}{\omega}}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0 \left(\varepsilon_r - j \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0} \right)}} = \zeta_0 \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_r - j \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0}}}$$

Efficacia Schermante

Efficacia Schermante

Nel caso di buon conduttore si ha

$$\frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0} \gg \varepsilon_r \Rightarrow \frac{\sigma}{\omega \varepsilon} \gg 1$$

E le caratteristiche propagative dello schermo divengono

$$k \cong \frac{1}{\delta}(1-j); \quad \zeta \cong \frac{1}{\sigma \delta}(1+j); \quad \delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma}}$$

Avendo definito la profondità di penetrazione δ

Efficacia Schermante

Efficacia Schermante

Supposta nota l'intensità del campo elettrico incidente, restano incognite quelle dei campi elettrici riflessi, trasmessi, e delle onde progressive e regressive.

Si tratta di quattro incognite che possono essere determinate tramite le quattro relazioni che impongono la continuità dei campi elettrici e magnetici tangenti alle due interfacce.

$$E_i + E_r = E_1 + E_2$$

$$\frac{E_i}{\zeta_0} - \frac{E_r}{\zeta_0} = \frac{E_1}{\zeta} - \frac{E_2}{\zeta}$$

$$E_1 e^{-jkt} + E_2 e^{jkt} = E_t e^{-jk_0 t}$$

$$\frac{E_1}{\zeta} e^{-jkt} - \frac{E_2}{\zeta} e^{jkt} = \frac{E_t}{\zeta_0} e^{-jk_0 t}$$

Dove t è lo spessore dello schermo

Efficacia Schermante

Efficacia Schermante

Saltando pochi semplici passaggi matematici...

$$\frac{E_i}{E_t} = \frac{(\zeta_0 + \zeta)^2}{4\zeta_0\zeta} \left[1 - \left(\frac{\zeta_0 - \zeta}{\zeta_0 + \zeta} \right)^2 e^{-j2kt} \right] e^{-jkt} e^{-jk_0t}$$

Nel caso di buon conduttore

$$\lim_{\sigma \rightarrow \infty} \zeta = 0 \quad \Rightarrow \quad \zeta \ll \zeta_0$$

$$\frac{E_i}{E_t} = \frac{(\zeta_0 + \zeta)^2}{4\zeta_0\zeta} \left[1 - \left(\frac{\zeta_0 - \zeta}{\zeta_0 + \zeta} \right)^2 e^{-\frac{2t}{\delta}} e^{-j\frac{2t}{\delta}} \right] e^{-\frac{t}{\delta}} e^{-j\frac{t}{\delta}} e^{-jk_0t}$$

Circa 1

Efficacia Schermante

Efficacia Schermante

Inoltre, se lo schermo è spesso rispetto alla profondità di penetrazione

$$t \gg \delta$$

$$\frac{E_i}{E_t} = \frac{(\zeta_0 + \zeta)^2}{4\zeta_0\zeta} \left[1 - e^{-\frac{2t}{\delta}} e^{-j\frac{2t}{\delta}} \right] e^{\frac{t}{\delta}} e^{-j\frac{t}{\delta}} e^{-jk_0 t}$$

Trascurabile
rispetto a 1

Efficacia Schermante

Efficacia Schermante

Quindi per schermi spessi e di buon conduttore:

$$\frac{E_i}{E_t} = \frac{(\zeta_0 + \zeta)^2}{4\zeta_0\zeta} e^{-\frac{t}{\delta}} e^{-j\frac{t}{\delta}} e^{-jk_0 t}$$

$$SE_{dB} = 20\log_{10} \left| \frac{(\zeta_0 + \zeta)^2}{4\zeta_0\zeta} e^{-\frac{t}{\delta}} e^{-j\frac{t}{\delta}} e^{-jk_0 t} \right| = 20\log_{10} \left| \frac{(\zeta_0 + \zeta)^2}{4\zeta_0\zeta} \right| e^{-\frac{t}{\delta}} \cong 20\log_{10} \left(\left| \frac{\zeta_0}{4\zeta} \right| e^{-\frac{t}{\delta}} \right)$$

$$SE_{dB} \cong 20\log_{10} \left(\left| \frac{\zeta_0}{4\zeta} \right| e^{-\frac{t}{\delta}} \right)$$

Efficacia Schermante

Efficacia Schermante

Ma torniamo alla formula generale

Ricorda un coefficiente di trasmissione... è legato al disadattamento delle due interfacce. Si chiama **Reflection Loss**

A parte il termine di fase questa è l'attenuazione dell'onda che fa un percorso lungo t nel mezzo. Si chiama **Absorption loss**

$$\frac{E_i}{E_t} = \frac{(\zeta_0 + \zeta)^2}{4\zeta_0\zeta} \left[1 - \left(\frac{\zeta_0 - \zeta}{\zeta_0 + \zeta} \right)^2 e^{-j2kt} \right] e^{-jkt} e^{-jk_0 t}$$

Qui c'è l'effetto delle riflessioni multiple è la **Multiple Reflection Loss**

Efficacia Schermante

Efficacia Schermante

In dB

$$SE_{dB} = 20 \log_{10} \left(\frac{E_i}{E_t} \right) = 20 \log_{10} (R \cdot M \cdot A)$$

$$SE_{dB} = R_{dB} + M_{dB} + A_{dB}$$

I termini R_{dB} e A_{dB} sono sempre positivi.

Il termine M_{dB} , come abbiamo visto, è 0 se lo schermo è spesso e buon conduttore, altrimenti è negativo.

Le riflessioni interne multiple *degradano* la capacità schermante.

Efficacia Schermante

Efficacia Schermante approssimata

L'efficacia schermante si può valutare in forma approssimata valutandone separatamente i contributi:

Reflection Loss

Il metodo rigoroso seguito in precedenza corrisponde, nell'analogia con le linee di trasmissione, ad aver riportato il carico "spazio libero" ancora allo spazio libero tramite un tratto di linea con perdite.

Il metodo approssimato consiste nel considerare separatamente le due interfacce e approssimare la perdita di riflessione con i due coefficienti di riflessione e di trasmissione di un'interfaccia sola.

$$\frac{E_1}{E_i} \cong \frac{2\zeta}{\zeta_0 + \zeta}$$

$$\frac{E_t}{E_2} \cong \frac{2\zeta_0}{\zeta_0 + \zeta}$$

Reflection Loss

Di conseguenza

$$R = \left| \frac{E_i}{E_t} \right| = \left| \frac{E_i}{E_2} \right| \left| \frac{E_2}{E_t} \right| \cong \left| \frac{\zeta_0 + \zeta}{2\zeta} \right| \left| \frac{\zeta_0 + \zeta}{2\zeta_0} \right| = \frac{|\zeta_0 + \zeta|^2}{4|\zeta_0||\zeta|}$$

Si noti come, per buoni conduttori $\zeta_0 \gg \zeta$ e quindi

$$R = \underbrace{\left| \frac{\zeta_0 + \zeta}{2\zeta} \right|}_{\text{Trasmissione alla prima interfaccia}} \underbrace{\left| \frac{\zeta_0 + \zeta}{2\zeta_0} \right|}_{\text{Trasmissione alla seconda interfaccia}} \cong \left| \frac{\zeta_0}{4\zeta} \right|$$

Ovvero il campo elettrico si riflette quasi interamente alla prima interfaccia e passa raddoppiato dalla seconda. Che passi raddoppiato dalla seconda non è un problema in quanto la maggior parte del campo è comunque riflesso dalla prima.

Reflection Loss

Si noti esplicitamente che per i campi magnetici è:

$$\frac{H_1}{H_i} = \frac{E_1 / \zeta}{E_i / \zeta_0} \cong \frac{2\zeta_0}{\zeta_0 + \zeta} \qquad \frac{H_t}{H_2} = \frac{E_t / \zeta_0}{E_2 / \zeta} \cong \frac{2\zeta}{\zeta_0 + \zeta}$$

Quindi il coefficiente di trasmissione del campo magnetico alla prima interfaccia è molto grande (circa 2) mentre il coefficiente di trasmissione alla seconda è molto piccolo.

Di conseguenza il campo magnetico è riflesso principalmente dalla *seconda* interfaccia là dove il campo elettrico è riflesso dalla *prima*.

Quindi per schermare il campo elettrico basta uno schermo sottile, in quanto il metallo dopo la prima interfaccia non è necessario. Per schermare il campo magnetico invece è preferibile uno schermo spesso

Efficacia Schermante

Reflection Loss

In ogni caso, sia per il campo elettrico, sia per il campo magnetico, il prodotto delle due trasmissioni è uguale, quindi

$$\frac{H_1}{H_i} = \frac{E_1 / \zeta}{E_i / \zeta_0} \cong \frac{2\zeta_0}{\zeta_0 + \zeta}$$

Absorption Loss

L'approssimazione precedente delle reflection losses è viziata dall'approssimazione di aver considerato che tutto il campo trasmesso alla prima interfaccia raggiunga la seconda interfaccia e che, allo stesso tempo, non vi siano riflessioni multiple.

Se lo schermo è così sottile da poter trascurare le perdite nel metallo allora in effetti si può ritenere che tutto il campo trasmesso alla prima interfaccia raggiunga la seconda, ma, se così è, allora tutto il campo riflesso dalla seconda interfaccia raggiungerà la prima e non sarà lecito trascurare le riflessioni multiple

Efficacia Schermante

Absorption Loss

È quindi necessario correggere l'efficacia schermate tramite le absorption losses se lo schermo è spesso, e tramite le Multiple reflection losses se lo schermo è sottile.

Per le absorption losses è sufficiente valutare di quanto si attenua il campo elettrico nel percorso dalla prima alla seconda interfaccia. Questa attenuazione è data dall'esponenziale reale $\exp(-t/\delta)$, quindi:

$$A_{dB} = 20 \log_{10} \frac{1}{e^{-\frac{t}{\delta}}} = 8.6859 \frac{t}{\delta}$$

L'efficacia dello schermo è quindi aumentata di 8.7dB per ogni profondità di penetrazione di spessore dello schermo stesso

Efficacia Schermante

Multiple Reflections Loss

Le Multiple reflection losses sono più complesse da considerare, ma sono indispensabili in quanto *degradano* le proprietà dello schermo.

L'onda che effettua una riflessione interna multipla è soggetta a una doppia attenuazione per assorbimento, in quanto fa due volte il percorso all'interno dello schermo.

Se però lo schermo è sottile queste perdite possono non essere sufficienti a permettere di trascurare le riflessioni multiple.

Il campo trasmesso all'interno della schermatura sarà quindi costituito da:

$$E_t = E_t^{(1)} + E_t^{(2)} + E_t^{(3)} + \dots$$

Campo trasmesso
nell'ipotesi di assenza
di riflessioni interne.

Contributi
incrementali dalle
riflessioni interne

Efficacia Schermante

Multiple Reflection loss

Ovvero:

$$E_t = E_t^{(1)} (1 + \Delta^{(2)} + \Delta^{(3)} + \dots)$$

$E^{(0)}$

$$E_t^{(1)} = \frac{2\zeta_0}{\zeta_0 + \zeta} E^{(0)}$$

$$E_r^{(1)} = \frac{\zeta_0 - \zeta}{\zeta_0 + \zeta} E^{(0)}$$

Questo campo riflesso si propaga nella direzione delle z negative fino alla prima interfaccia, sulla quale incide come

$$E_r^{(1)} e^{jk(-t)}$$

Multiple Reflection loss

Si ha una nuova riflessione con lo stesso coefficiente di riflessione della precedente (si sta sempre cercando di uscire dal materiale che costituisce lo schermo).

Il campo che si allontana è ora

$$\frac{\zeta_0 - \zeta}{\zeta_0 + \zeta} E_r^{(1)} e^{jk(-t)}$$

Questo campo riflesso si propaga nella direzione delle z positive fino alla seconda interfaccia, sulla quale incide come

$$\frac{\zeta_0 - \zeta}{\zeta_0 + \zeta} E_r^{(1)} e^{jk(-t)} e^{-jkt}$$

Di questo campo parte viene trasmessa oltre l'interfaccia con il proprio coefficiente di trasmissione, parte viene nuovamente riflessa...

$$E_t^{(2)} = \frac{2\zeta_0}{\zeta_0 + \zeta} \frac{\zeta_0 - \zeta}{\zeta_0 + \zeta} E_r^{(1)} e^{jk(-t)} e^{-jkt} = \frac{2\zeta_0}{\zeta_0 + \zeta} \left(\frac{\zeta_0 - \zeta}{\zeta_0 + \zeta} \right)^2 E^{(0)} e^{-2jkt} = \left(\frac{\zeta_0 - \zeta}{\zeta_0 + \zeta} \right)^2 E_t^{(1)} e^{-2jkt}$$

Efficacia Schermante

Multiple Reflection loss

Quindi è

$$E_t^{(2)} = \left(\frac{\zeta_0 - \zeta}{\zeta_0 + \zeta} \right)^2 E_t^{(1)} e^{-2jkt} \Rightarrow \Delta^{(2)} = \left(\frac{\zeta_0 - \zeta}{\zeta_0 + \zeta} \right)^2 e^{-2jkt}$$

Se definiamo

$$\Delta = \frac{\zeta_0 - \zeta}{\zeta_0 + \zeta} e^{-jkt}$$

È immediato verificare come sia

$$E_t = E_t^{(1)} (1 + \Delta^2 + \Delta^4 + \dots) = \frac{E_t^{(1)}}{1 - \Delta^2}$$

Efficacia Schermante

Multiple Reflection loss

La perdita per riflessione multipla è legata al rapporto fra campo trasmesso senza e con le riflessioni multiple:

$$SE = \frac{E_i}{E_t} = \frac{E_i}{E_t^{(1)}} \frac{E_t^{(1)}}{E_t} = \underbrace{\frac{E_i}{E_t^{(1)}}}_{\text{qui ci sono le perdite senza riflessioni multiple (assorbimento e riflessione)}} \underbrace{\frac{E_t^{(1)}}{E_t}}_{\text{e qui ci sono le riflessioni multiple}} = \frac{1}{(1 - \Delta^2)}$$

Definiamo infine

$$M_{dB} = 20 \log_{10} (1 - \Delta^2) = 20 \log_{10} \left| 1 - \left(\frac{\zeta_0 - \zeta}{\zeta_0 + \zeta} \right) e^{-2jkt} \right|$$

Efficacia Schermante

Efficacia Schermante approssimata

Se infine lo schermo è di *buon conduttore*:

$$R = \left| \frac{\zeta_0 + \zeta}{2\zeta} \right| \left| \frac{\zeta_0 + \zeta}{2\zeta_0} \right| \approx \left| \frac{\zeta_0}{4\zeta} \right| \approx \left| \frac{\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}}{4\sqrt{\frac{\omega\mu}{\sigma}} e^{j\frac{\pi}{4}}} \right| = \left| \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\sigma}{\omega\mu_r\varepsilon_0}} \right|$$

$$R_{dB} \approx 20 \log_{10} \left(\frac{1}{4} \sqrt{\frac{\sigma}{\omega\mu_r\varepsilon_0}} \right)$$

Si osservi che le perdite per riflessione sono tanto più alte quanto più è alta la conduciubilità e bassa la frequenza. In particolare la schermatura decade di 10 dB/decade con la frequenza.

Si noti inoltre che un materiale magnetico ha capacità schermanti inferiori.

Efficacia Schermante

Efficacia Schermante approssimata

Se si definisce una *conducibilità relativa* rispetto al rame:

$$\sigma = \sigma_r \sigma_{Cu} \quad \sigma_{Cu} = 5.8 \times 10^7 \text{ S/m}$$

$$R_{dB} \cong 20 \log_{10} \left(\frac{1}{4} \sqrt{\frac{\sigma \sigma_r}{2\pi f \mu_r \varepsilon_0}} \right) = 20 \log_{10} \left(\frac{1}{4} \sqrt{\frac{\sigma}{2\pi \varepsilon_0}} \sqrt{\frac{\sigma_r}{f \mu_r}} \right) =$$

$$20 \log_{10} \left(\frac{1}{4} \sqrt{\frac{\sigma}{2\pi \varepsilon_0}} \right) + 20 \log_{10} \left(\sqrt{\frac{\sigma_r}{f \mu_r}} \right) = 168 + 10 \log_{10} \left(\frac{\sigma_r}{f \mu_r} \right)$$

$$R_{dB} \cong 168 + 10 \log_{10} \left(\frac{\sigma_r}{f \mu_r} \right)$$

Efficacia Schermante

Efficacia Schermante approssimata

Qualche esempio:

Materiale		$f=10\text{kHz}$	$f=10\text{MHz}$	$f=10\text{GHz}$
Rame	$\sigma_r = 1$ $\mu_r = 1$	128dB	98dB	68dB
Acciaio	$\sigma_r = 0.1$ $\mu_r = 1000$	88dB	58dB	28dB

Efficacia Schermante

Efficacia Schermante approssimata

Per le perdite di assorbimento, se è un *buon conduttore*:

$$A_{dB} = 20 \log_{10} \frac{1}{e^{-\frac{t}{\delta}}} = 8.6859 \frac{t}{\delta} = 1.314 t \sqrt{f \mu_r \sigma_r}$$

Con t in millimetri.

Si noti che le perdite di assorbimento vanno con la radice quadrata della frequenza *in scala logaritmica*. Le perdite di riflessione invece diminuiscono con la radice della frequenza *in scala lineare* e di conseguenza perdono 10 dB/decade.

Questo comportamento è molto diverso e le perdite per assorbimento crescono molto rapidamente al crescere della frequenza.

Inoltre in questo caso, le proprietà magnetiche del materiale portano ad un aumento delle perdite.

Efficacia Schermante

Efficacia Schermante approssimata

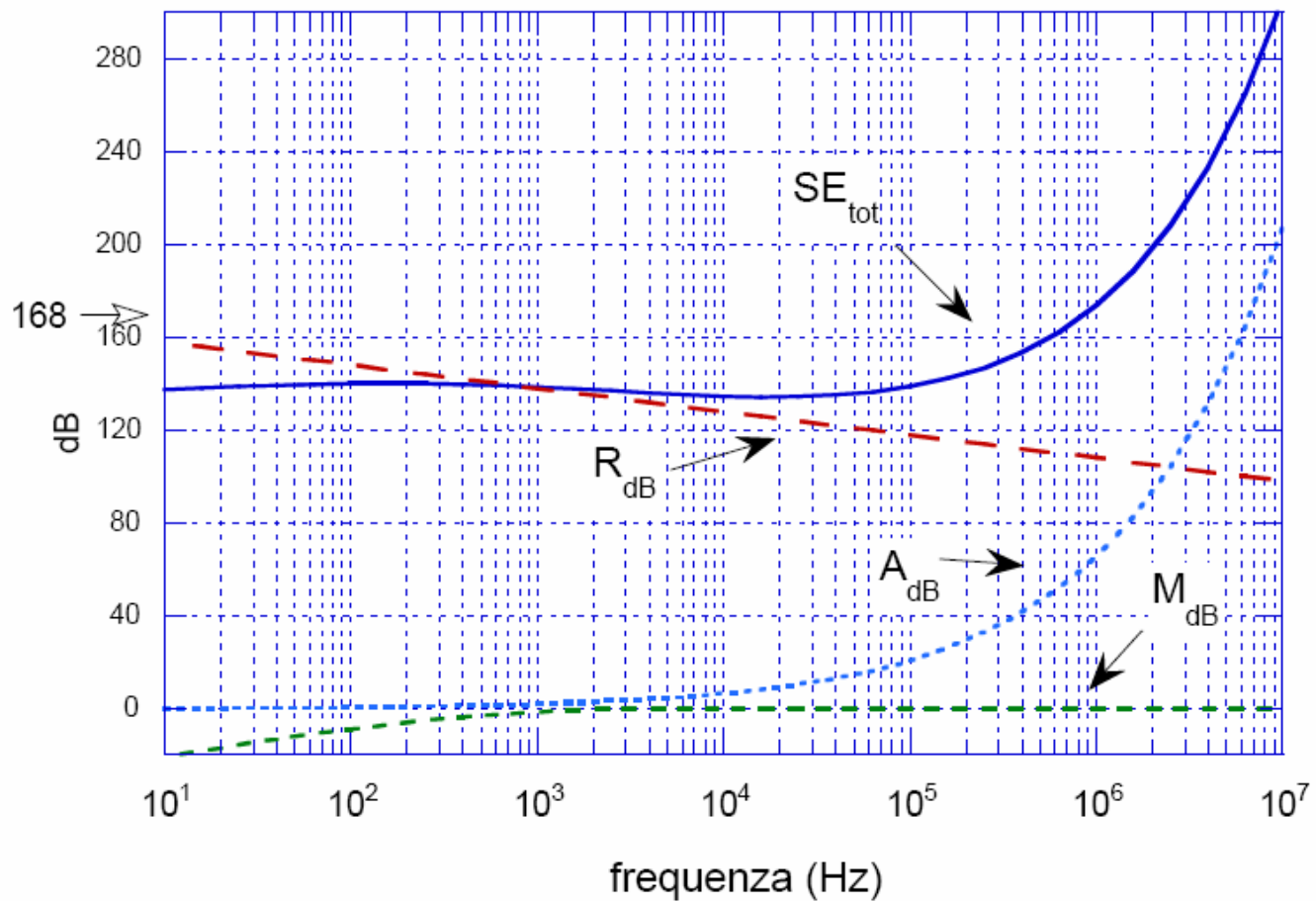
Osserviamoi esplicitamente come le perdite per riflessione dipendano da σ_r / μ_r laddove le perdite per assorbimento dipendono da $\sigma_r \mu_r$

Material	σ_r	μ_r	$A \sim \mu_r \sigma_r$	$R \sim \sigma_r / \mu_r$
Silver	1.05	1	1.05	1.05
Copper	1	1	1	1
Gold	0.7	1	0.7	0.7
Aluminum	0.61	1	0.61	0.61
Brass	0.26	1	0.26	0.26
Bronze	0.18	1	0.18	0.18
Tin	0.15	1	0.15	0.15
Lead	0.08	1	0.08	0.08
Nickel	0.2	600	120	3.3×10^{-4}
Stainless steel (430)	0.02	500	10	4×10^{-5}
Steel (SAE 1045)	0.1	1000	100	1×10^{-4}
Mumetal (at 1 kHz)	0.03	30,000	900	1×10^{-6}
Superpermalloy (at 1 kHz)	0.03	100,000	3000	3×10^{-7}

Efficacia Schermante

Efficacia Schermante approssimata

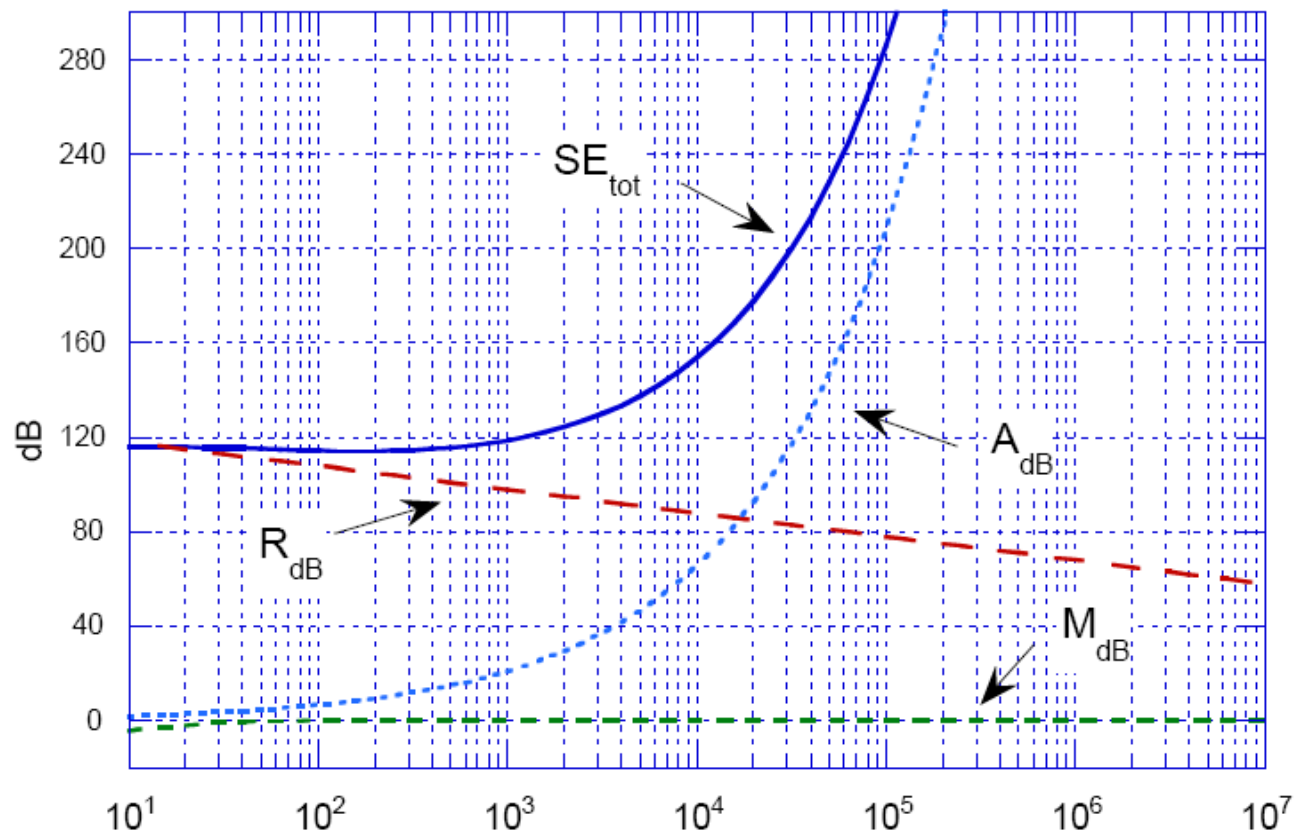
Schermo di rame da mezzo millimetro



Efficacia Schermante

Efficacia Schermante approssimata

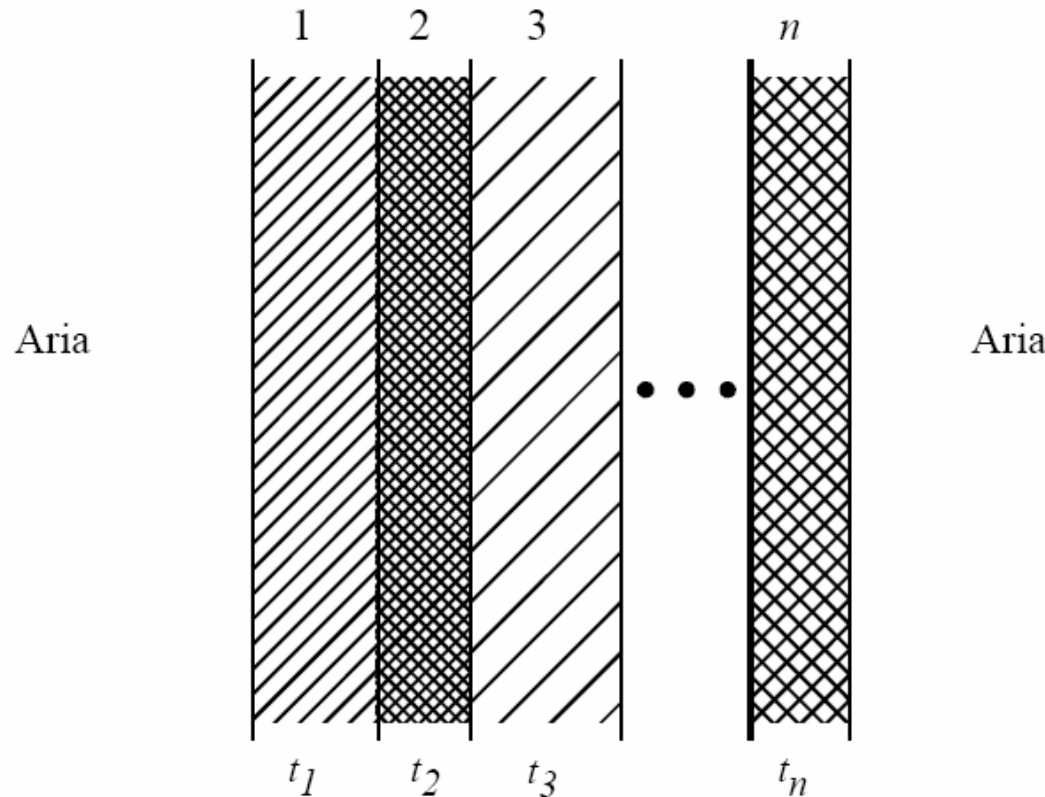
Schermo di acciaio da mezzo millimetro



Schermi Multilamina

Schermi multilamina

Si supponga di avere uno schermo costituito da più lamine di materiali diversi



Schermi Multilamina

Schermi multilamina

Le impedenze siano $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \dots, \zeta_n$ e gli spessori $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$

È sempre possibile individuare tre contributi principali: R , A ed M

Per le riflessioni semplici

$$\frac{E_t}{E_i} = \frac{2\zeta_1}{\zeta_0 + \zeta_1} \frac{2\zeta_2}{\zeta_1 + \zeta_2} \frac{2\zeta_3}{\zeta_2 + \zeta_3} \dots \frac{2\zeta_n}{\zeta_{n-1} + \zeta_n}$$

Quindi

$$R_{dB} = 20 \log_{10} \left| \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\zeta_0}{\zeta_1} \right) \right| + 20 \log_{10} \left| \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\zeta_1}{\zeta_2} \right) \right| + 20 \log_{10} \left| \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\zeta_2}{\zeta_3} \right) \right| + \dots + 20 \log_{10} \left| \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\zeta_n}{\zeta_0} \right) \right|$$

Schermi multilamina

Per le riflessioni multiple la matematica è più complessa, e si ha

$$M_{dB} = 20 \log_{10} \left| \left(1 - \nu_1 e^{-2jk_1 t_1}\right) \left(1 - \nu_2 e^{-2jk_2 t_2}\right) \left(1 - \nu_3 e^{-2jk_3 t_3}\right) \dots \left(1 - \nu_n e^{-2jk_n t_n}\right) \right| =$$

$$20 \log_{10} \left| 1 - \nu_1 e^{-2jk_1 t_1} \right| + 20 \log_{10} \left| 1 - \nu_2 e^{-2jk_2 t_2} \right| + 20 \log_{10} \left| 1 - \nu_3 e^{-2jk_3 t_3} \right| + \dots + 20 \log_{10} \left| 1 - \nu_n e^{-2jk_n t_n} \right|$$

Dove

$$k_i = \omega \sqrt{\mu_i \left(\varepsilon_i - j \frac{\sigma_i}{\omega} \right)}; \quad \nu_i = \frac{\zeta_i - \zeta_{i-1}}{\zeta_i + \zeta_{i-1}} \frac{\zeta_i - \hat{\zeta}_i}{\zeta_i + \hat{\zeta}_i}$$

Con

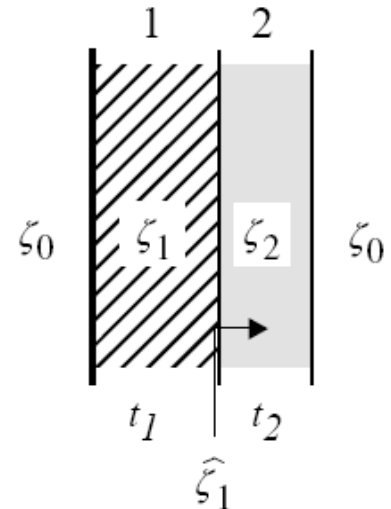
$$\hat{\zeta}_i = \zeta_{i+1} \frac{\hat{\zeta}_{i+1} + \zeta_{i+1} \tanh(k_{i+1} t_{i+1})}{\zeta_{i+1} + \hat{\zeta}_{i+1} \tanh(k_{i+1} t_{i+1})}$$

Ovvero l'impedenza che la sezione *iesima* vede verso destra.

2 lamine

Vediamo uno schermo a doppia lamina rame/acciaio

$$R_{dB} = 20\log_{10} \left| \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\zeta_0}{\zeta_1} \right) \right| + 20\log_{10} \left| \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\zeta_1}{\zeta_2} \right) \right| + 20\log_{10} \left| \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\zeta_2}{\zeta_0} \right) \right|$$



Dove, per buoni conduttori, il primo termine, dipendente dalla frequenza, è dominante, mentre l'ultimo è trascurabile. Il termine centrale vale

$$20\log_{10} \left| \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\zeta_1}{\zeta_2} \right) \right| = 20\log_{10} \left| \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\sqrt{\frac{\omega\mu_1}{\sigma_1}} e^{j\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{\frac{\omega\mu_2}{\sigma_2}} e^{j\frac{\pi}{4}}} \right) \right| = 20\log_{10} \left| \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{\frac{\sigma_2\mu_1}{\sigma_1\mu_2}} \right) \right|$$

Indipendente dalla frequenza.

2 lamine

L'assorbimento è semplicemente la somma degli assorbimenti delle singole lamine

$$A_{dB} = 8.6859 \left(\frac{t_1}{\delta_1} + \frac{t_2}{\delta_2} \right)$$

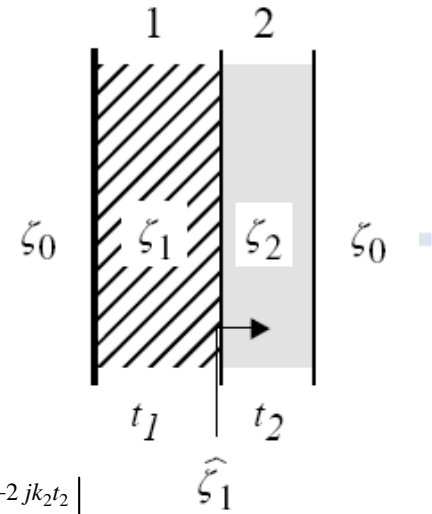
Le multiple riflessioni danno

$$M_{dB} = 20 \log_{10} \left| 1 - v_1 e^{-2jk_1 t_1} \right| + 20 \log_{10} \left| 1 - v_2 e^{-2jk_2 t_2} \right|$$

Con

$$v_1 = \frac{\zeta_1 - \zeta_0}{\zeta_1 + \zeta_0} \frac{\zeta_1 - \hat{\zeta}_1}{\zeta_1 + \hat{\zeta}_1}; \quad \hat{\zeta}_1 = \zeta_2 \frac{\hat{\zeta}_2 + \zeta_2 \tanh(k_2 t_2)}{\zeta_2 + \hat{\zeta}_2 \tanh(k_2 t_2)}$$

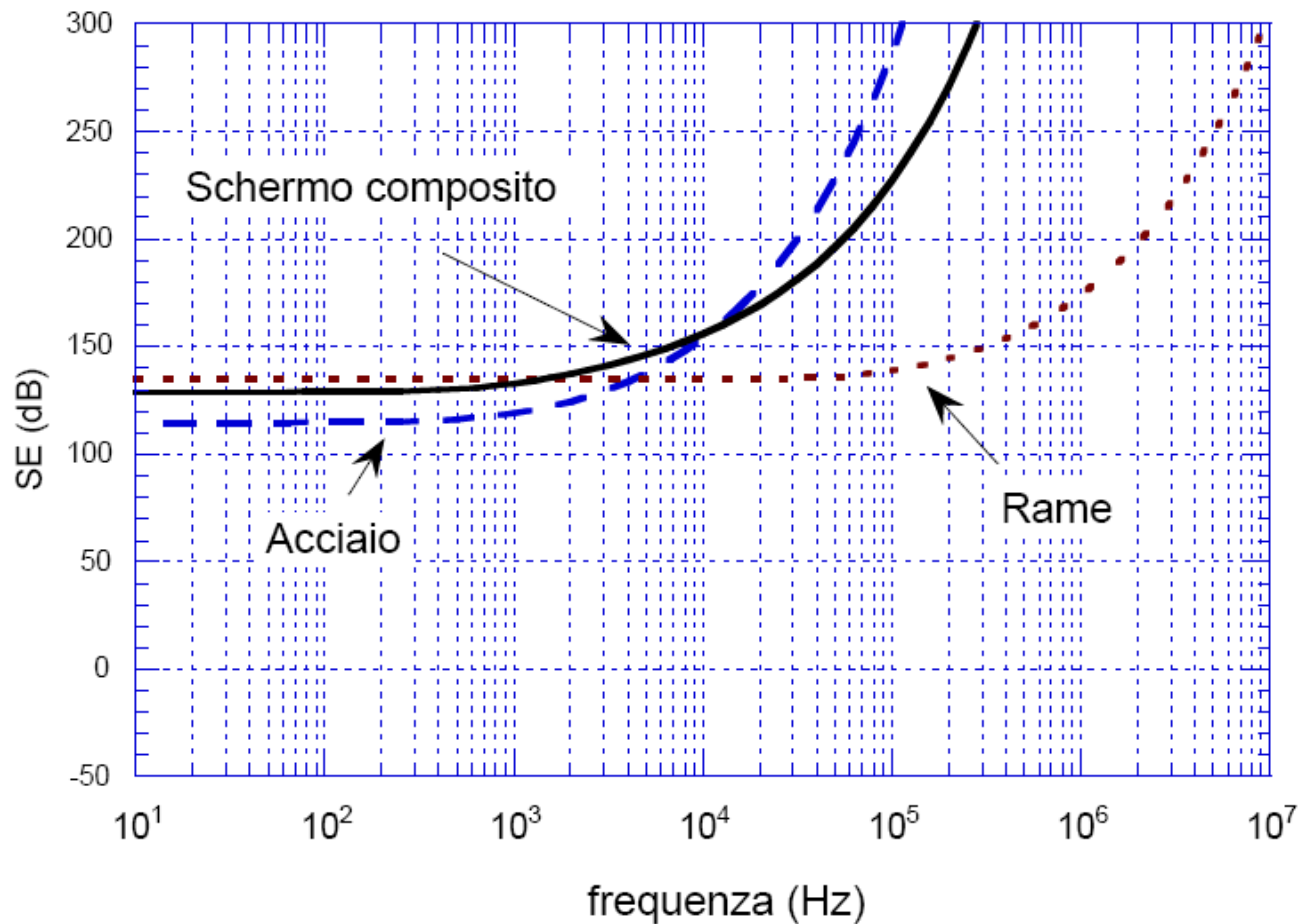
$$v_2 = \frac{\zeta_2 - \zeta_1}{\zeta_2 + \zeta_1} \frac{\zeta_2 - \hat{\zeta}_2}{\zeta_2 + \hat{\zeta}_2}; \quad \hat{\zeta}_2 = \zeta_0$$



Schermi Multilamina

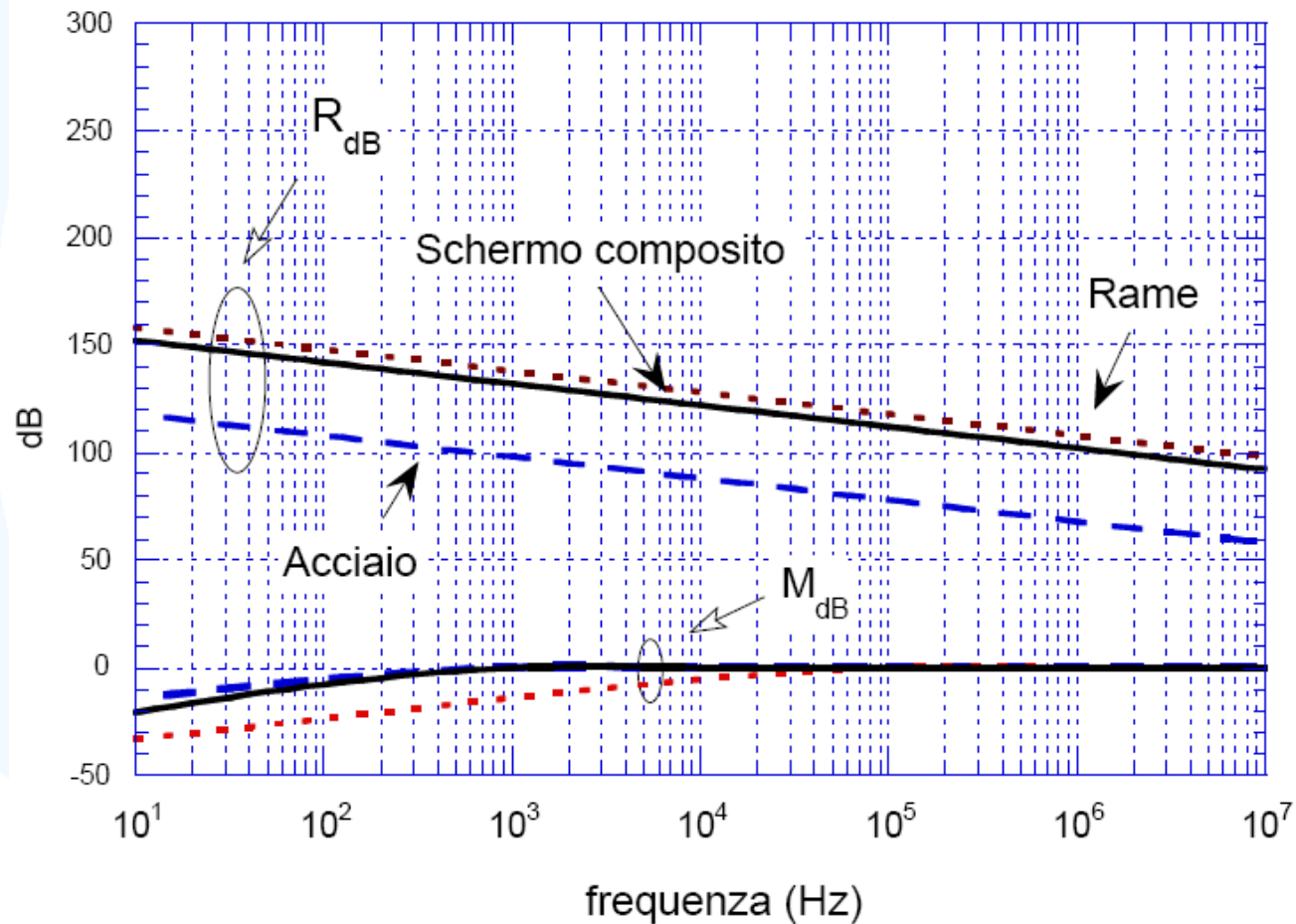
2 lamine

Schermo singolo rame 0.5mm, schermo singolo acciaio 0.5mm e schermo composito acciaio (0.25mm) + rame (0.25mm).



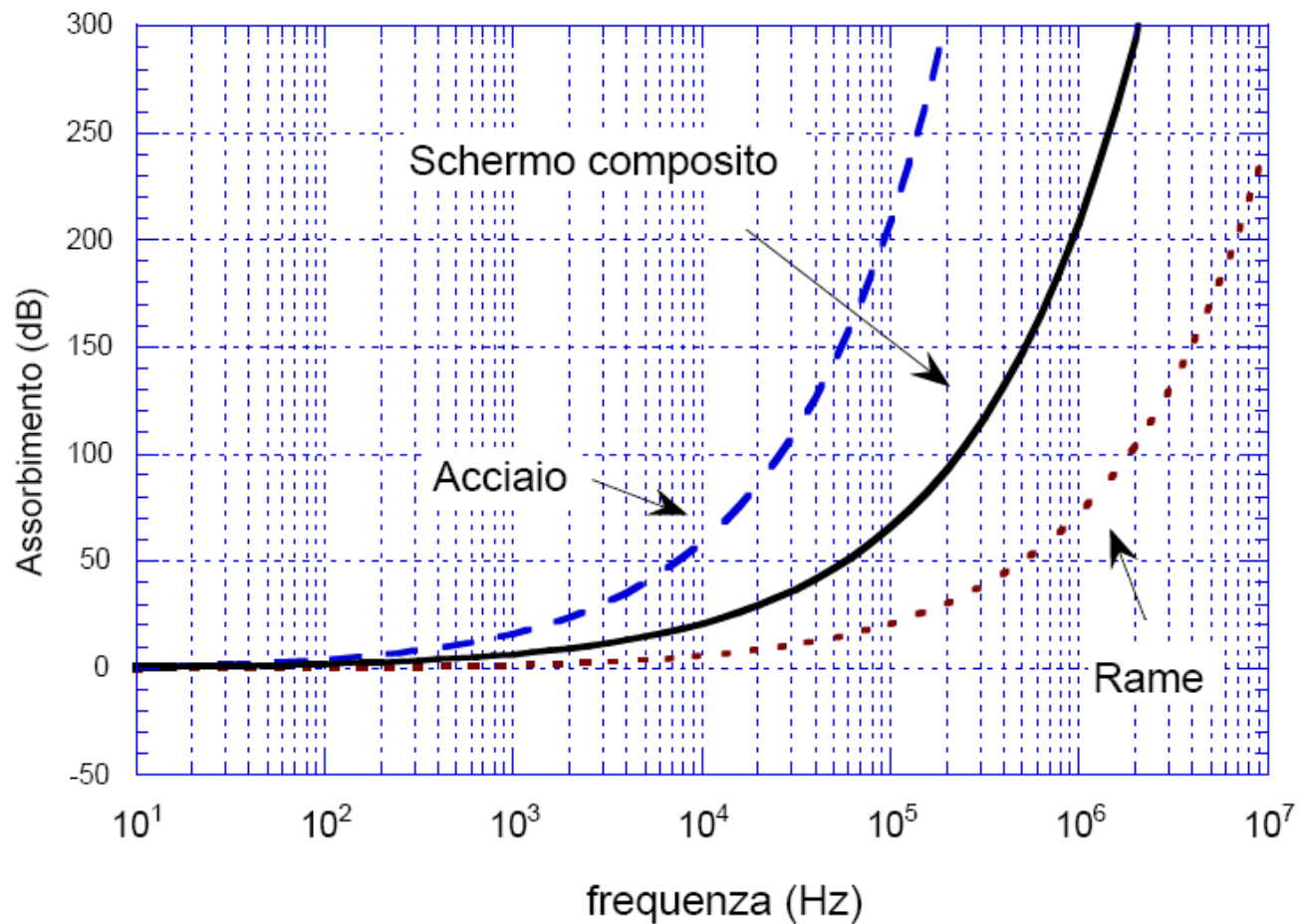
2 lamine

Analisi delle sole riflessioni (semplici e multiple)



2 lamine

Analisi del solo assorbimento



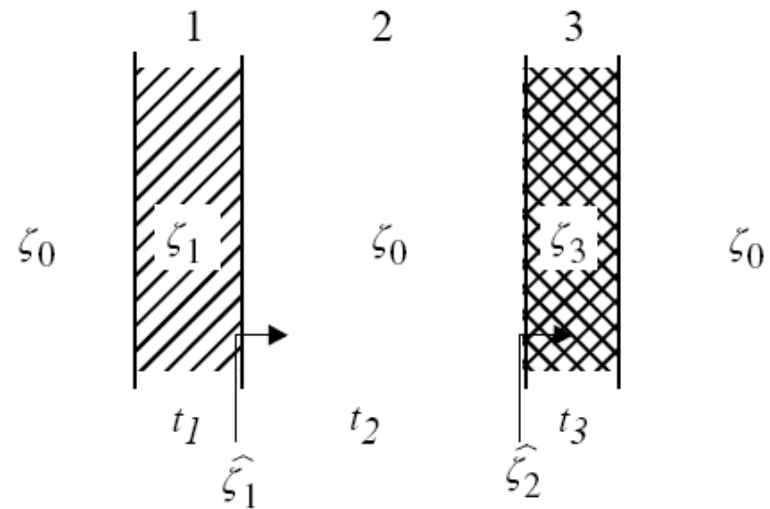
Schermi Multilamina

3 lamine

Vediamo uno schermo a doppia lamina con aria internosta

$$R_{dB} = 20\log_{10} \left| \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\zeta_0}{\zeta_1} \right) \right| + 20\log_{10} \left| \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\zeta_1}{\zeta_0} \right) \right| +$$

$$+ 20\log_{10} \left| \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\zeta_0}{\zeta_2} \right) \right| + 20\log_{10} \left| \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\zeta_2}{\zeta_0} \right) \right|$$



Dove stavolta nessun termine è indipendente dalla frequenza.

L'assorbimento è sempre la somma degli assorbimenti delle singole lamine (l'aria non assorbe)

$$A_{dB} = 8.6859 \left(\frac{t_1}{\delta_1} + \frac{t_2}{\delta_2} \right)$$

3 lamine

Le multiple riflessioni danno

$$M_{dB} = 20 \log_{10} |1 - \nu_1 e^{-2jk_1 t_1}| + 20 \log_{10} |1 - \nu_2 e^{-2jk_0 t_2}| + 20 \log_{10} |1 - \nu_3 e^{-2jk_3 t_3}|$$

Con

$$\nu_1 = \frac{\zeta_1 - \zeta_0}{\zeta_1 + \zeta_0} \frac{\zeta_1 - \hat{\zeta}_1}{\zeta_1 + \hat{\zeta}_1}; \quad \hat{\zeta}_1 = \zeta_0 \frac{\hat{\zeta}_2 + \zeta_0 \tanh(k_0 t_2)}{\zeta_0 + \hat{\zeta}_2 \tanh(k_0 t_2)}$$

$$\nu_2 = \frac{\zeta_0 - \zeta_1}{\zeta_0 + \zeta_1} \frac{\zeta_0 - \hat{\zeta}_2}{\zeta_0 + \hat{\zeta}_2}; \quad \hat{\zeta}_2 = \zeta_3 \frac{\hat{\zeta}_3 + \zeta_3 \tanh(k_3 t_3)}{\zeta_3 + \hat{\zeta}_3 \tanh(k_3 t_3)}$$

$$\nu_3 = \frac{\zeta_3 - \zeta_0}{\zeta_3 + \zeta_0} \frac{\zeta_3 - \hat{\zeta}_3}{\zeta_3 + \hat{\zeta}_3}; \quad \hat{\zeta}_3 = \zeta_0$$

3 lamine

Se i due schermi sono dello stesso materiale e di ugual spessore

$$R_{dB} = 40 \log_{10} \left| \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\zeta_0}{\zeta_1} \right) \right| + 40 \log_{10} \left| \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\zeta_1}{\zeta_0} \right) \right| \cong 40 \log_{10} \left| \frac{\zeta_0}{4\zeta_1} \right|$$

$$A_{dB} = 2 \times 8.6859 \left(\frac{t_1}{\delta_1} \right)$$

$$M_{dB} = 20 \log_{10} \left| 1 - \nu_1 e^{-2jk_1 t_1} \right| + 20 \log_{10} \left| 1 - \nu_2 e^{-2jk_0 t_2} \right| + 20 \log_{10} \left| 1 - \nu_3 e^{-2jk_1 t_1} \right|$$

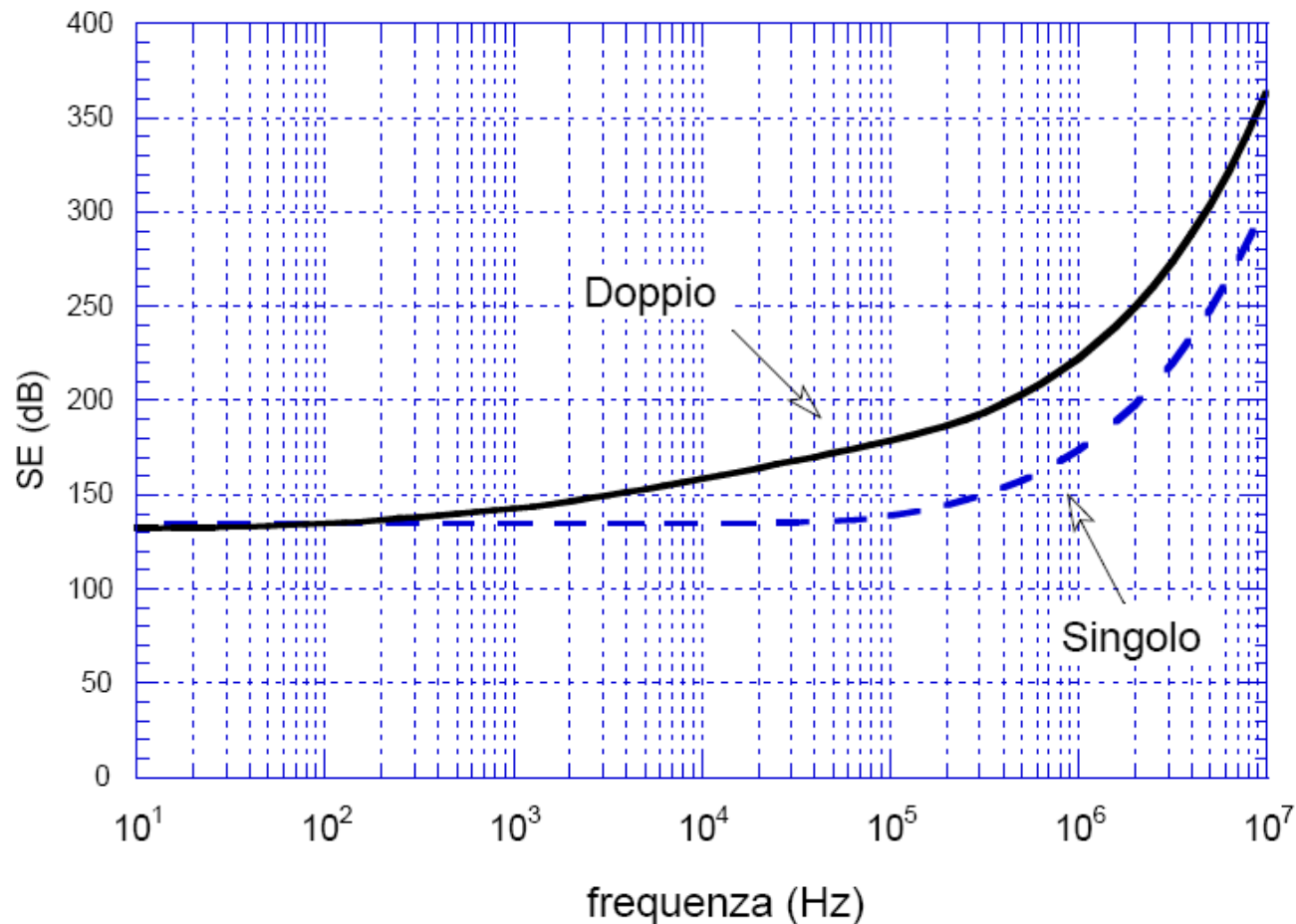
Ma qui k_0 è reale, quindi il secondo termine è inevitabilmente ben maggiore degli altri

$$M_{dB} \cong 20 \log_{10} \left| 1 - \nu_2 e^{-2jk_0 t_2} \right|$$

Schermi Multilamina

3 lamine

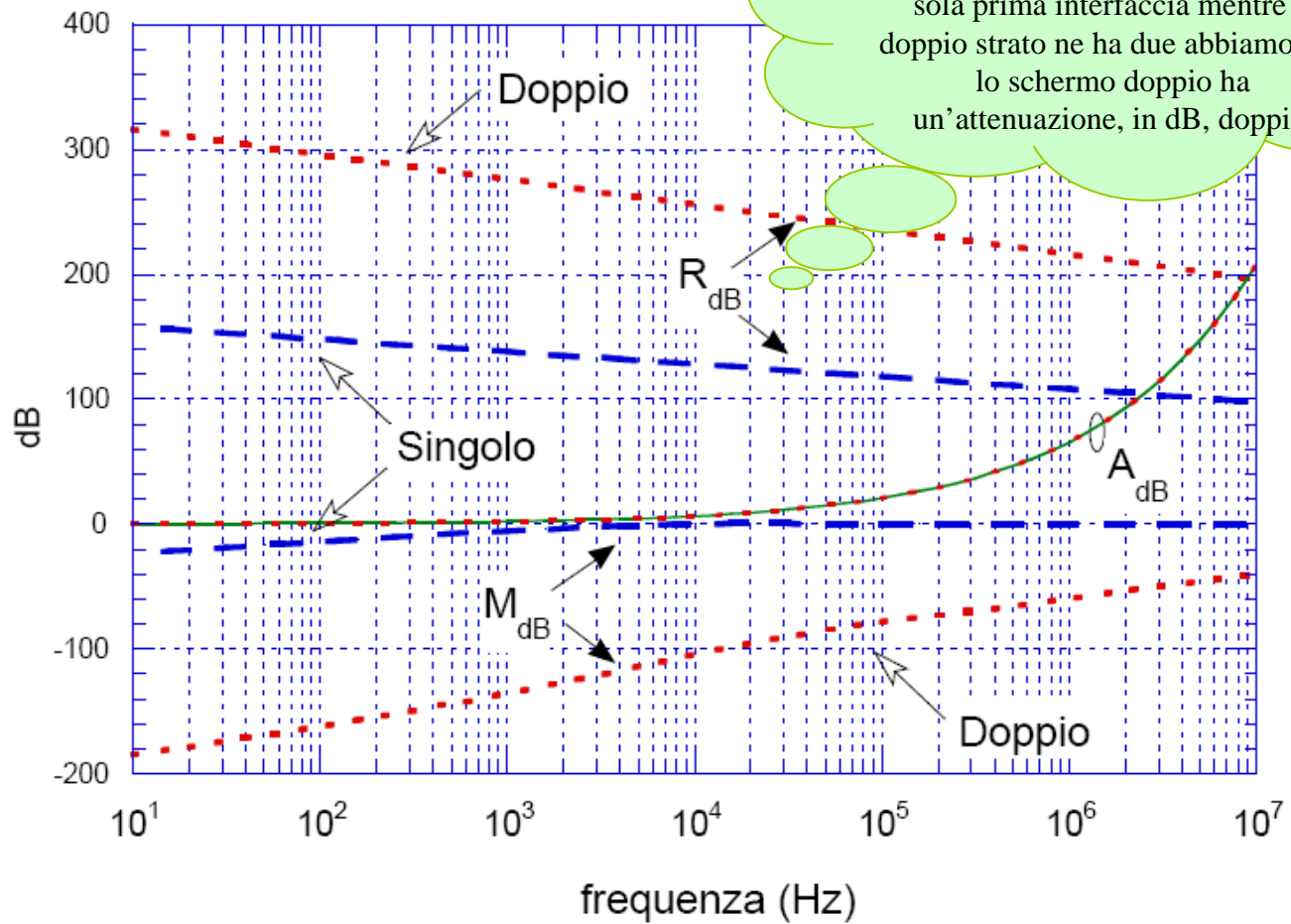
Schermo singolo rame 0.5mm, confrontato con schermo multiplo, costituito da due fogli di rame da 0.25mm distanziati di 2.5cm.



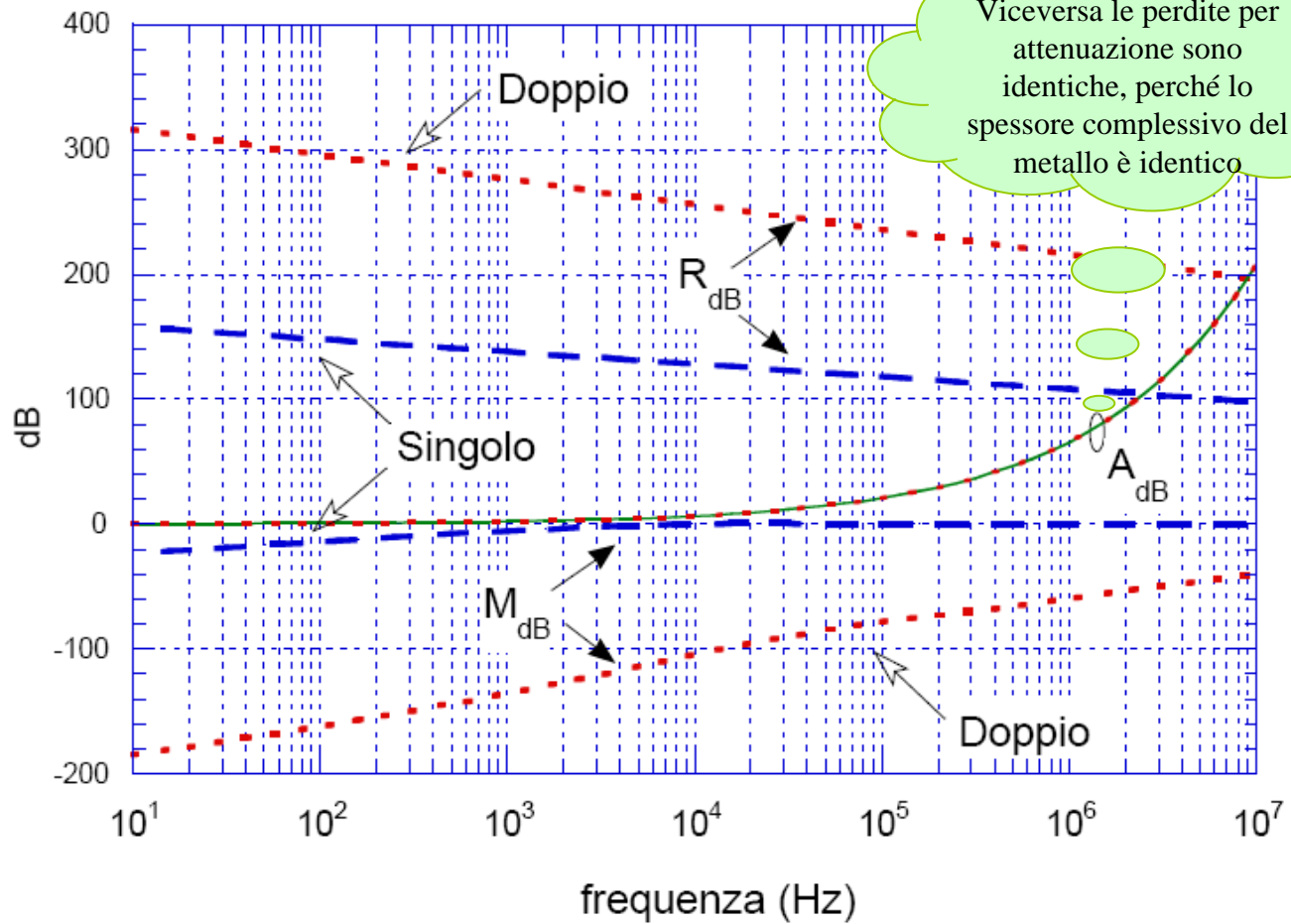
Schermi Multilamina

3 lamine

Siccome le perdite di riflessione dipendono dalla prima interfaccia aria-metallo e il singolo strato ha una sola prima interfaccia mentre il doppio strato ne ha due abbiamo che lo schermo doppio ha un'attenuazione, in dB, doppia.

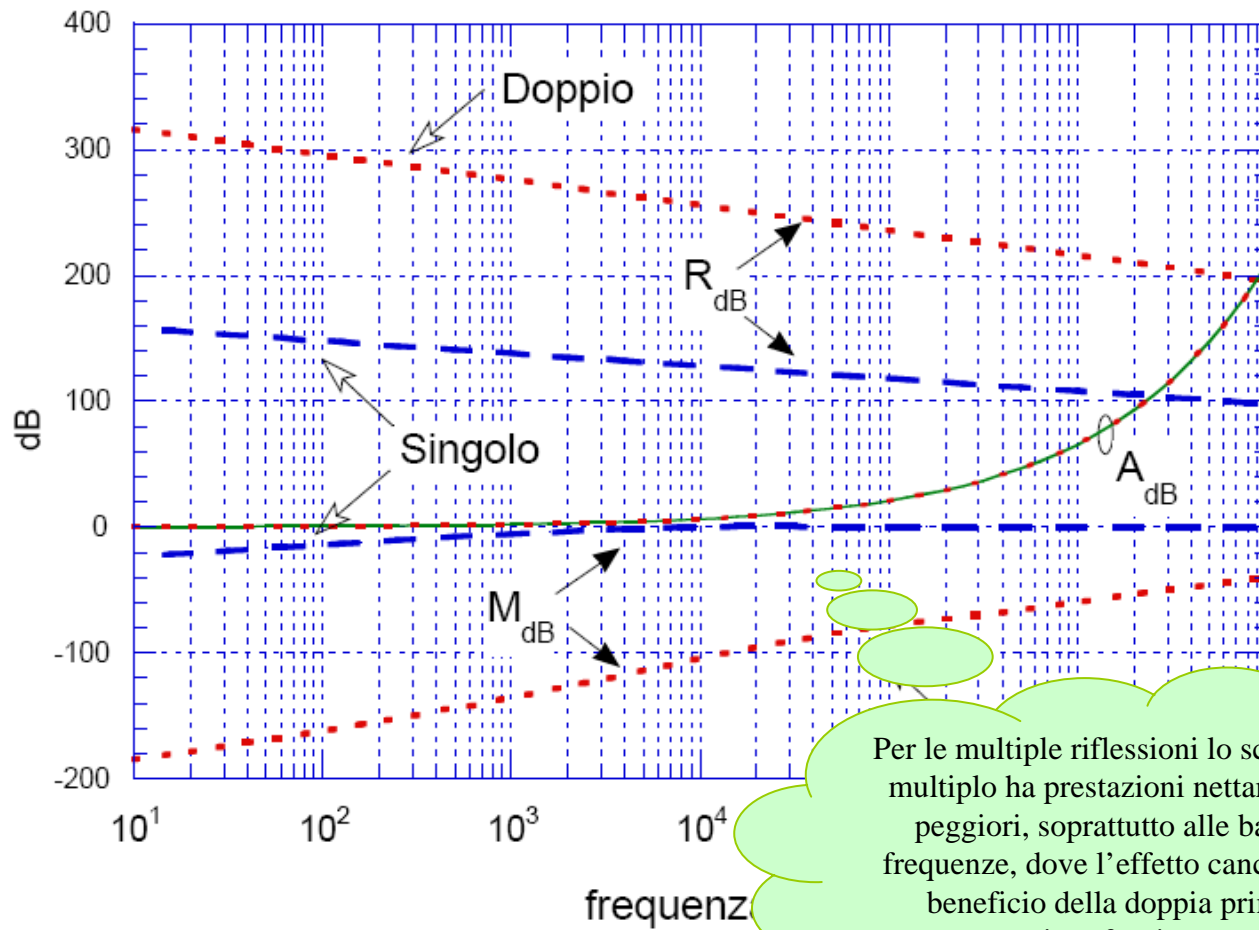


3 lamine



Schermi Multilamina

3 lamine



Per le multiple riflessioni lo schermo multiplo ha prestazioni nettamente peggiori, soprattutto alle basse frequenze, dove l'effetto cancella il beneficio della doppia prima interfaccia