Lezione 13

Crosstalk nel Dominio del Tempo

Stefano Selleri
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni
Università di Firenze

Sommario della Lezione

- Introduzione
- Ritorno al Dominio del Tempo
- Esempio
- Circuito Equivalente

Introduzione

Abbiamo visto il modello induttivo-capacitivo nel dominio della frequenza

$$V_{NE}(\omega) = j\omega M_{NE} V_S(\omega)$$
$$V_{FE}(\omega) = j\omega M_{FE} V_S(\omega)$$

Con

$$V_{NE} = \underbrace{\frac{R_{NE}}{R_{NE}+R_{FE}} \frac{L_M}{R_S+R_L}}_{M_{NE}^{IND}} + \underbrace{\frac{R_{NE}R_{FE}}{R_{NE}+R_{FE}} \frac{C_M R_L}{R_S+R_L}}_{M_{NE}^{CAP}}$$

$$V_{FE} = -\underbrace{\frac{R_{FE}}{R_{NE}+R_{FE}} \frac{L_M}{R_S+R_L}}_{M_{FE}^{IND}} + \underbrace{\frac{R_{NE}R_{FE}}{R_{NE}+R_{FE}} \frac{C_M R_L}{R_S+R_L}}_{M_{FE}^{CAP}}$$

Ritorno al Dominio del Tempo

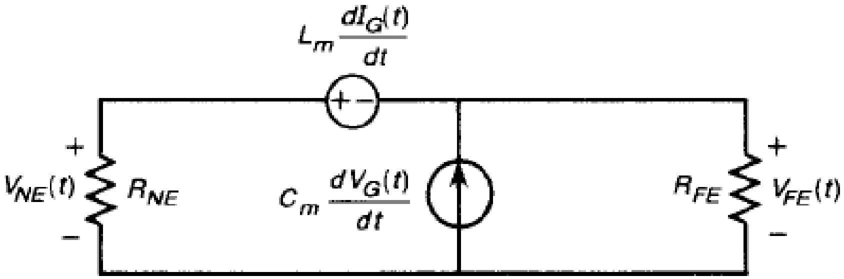
Il collegamento dominio del tempo – dominio della frequenza è

$$j\omega \quad \leftrightarrow \quad \frac{d}{dt}$$

Per cui

$$V_{NE}(t) = M_{NE}\frac{dV_S(t)}{dt}$$

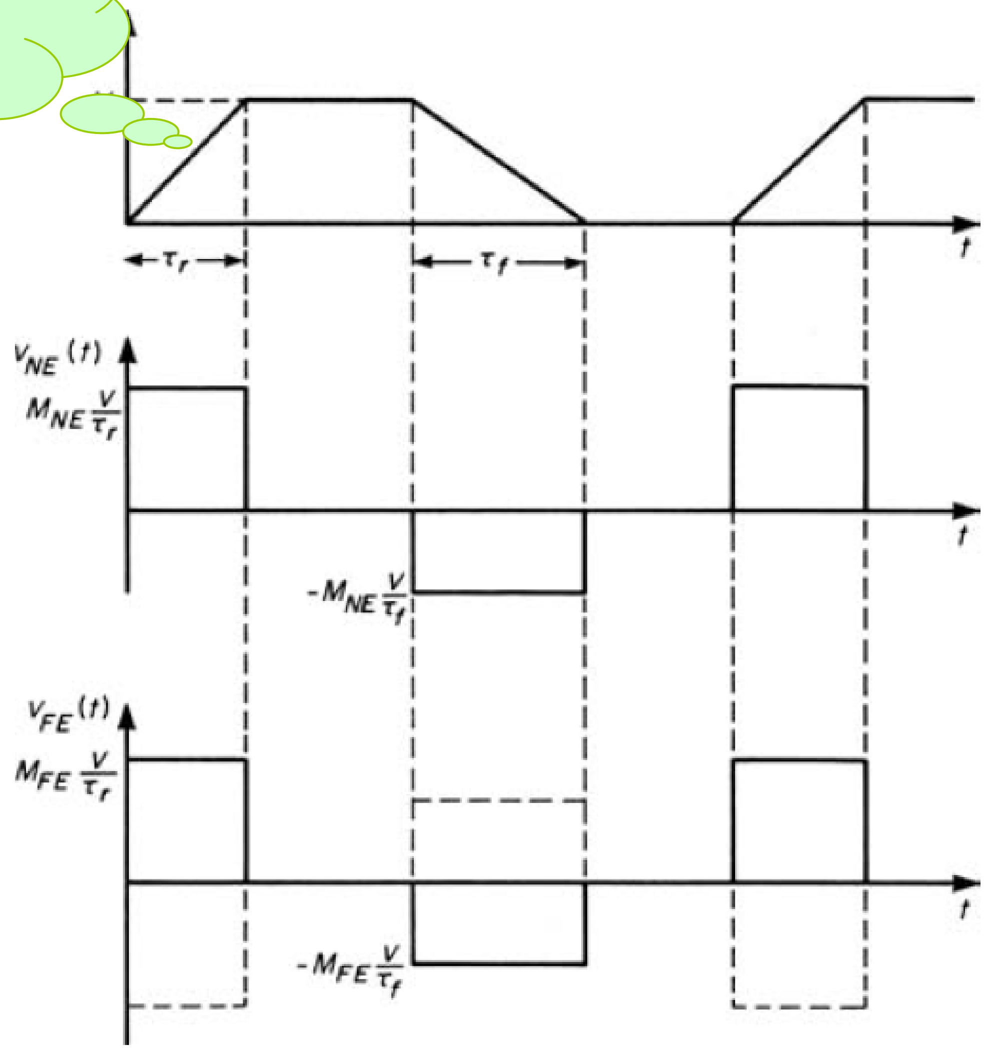
$$V_{FE}(t) = M_{FE}\frac{dV_S(t)}{dt}$$



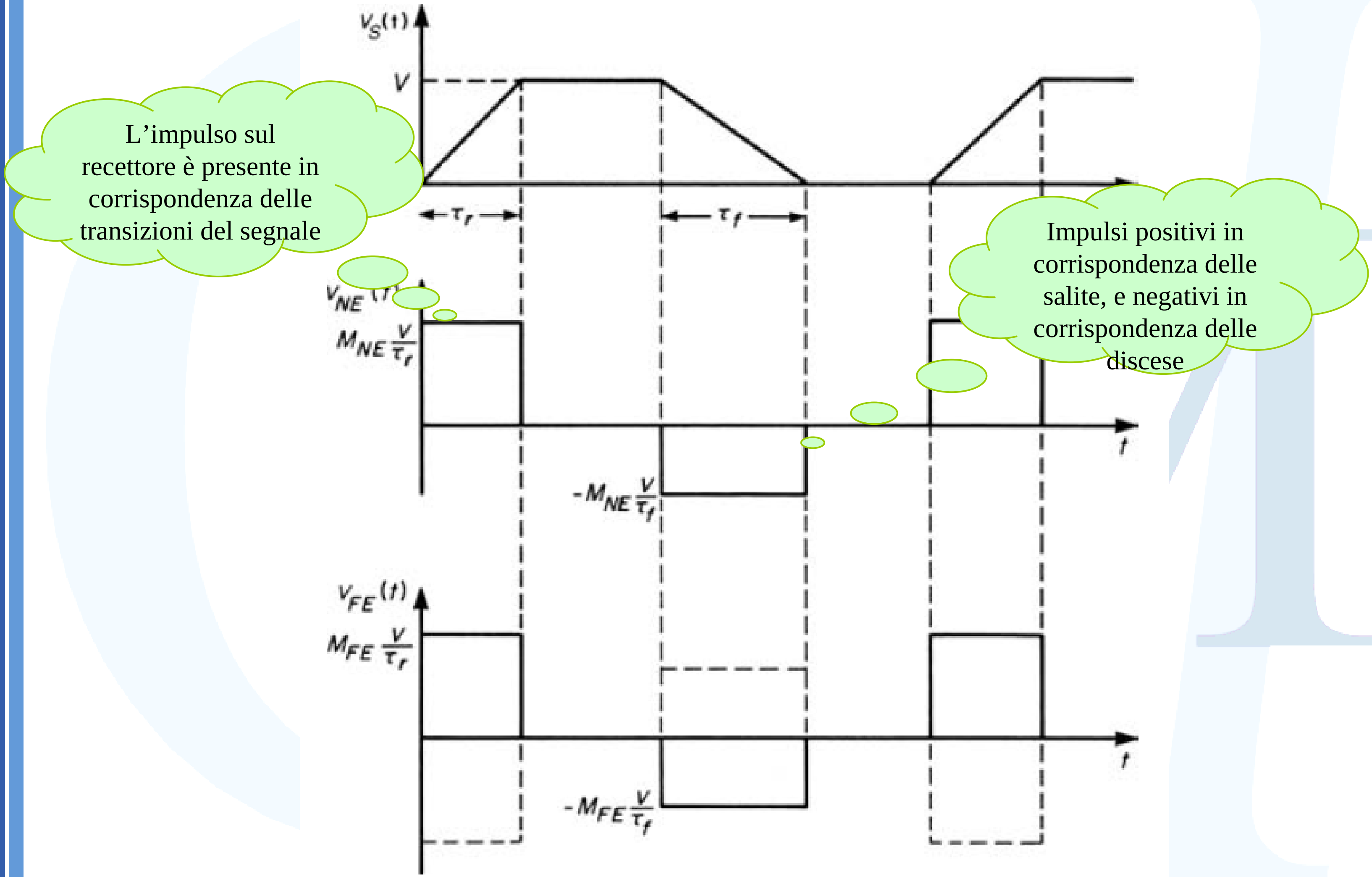
È interessante notare come la funzione di trasferimento dell'accoppiamento debole colleghi le tensioni di near end e di far end alla derivata temporale della tensione del segnale.

Ritorno al Dominio del Tempo

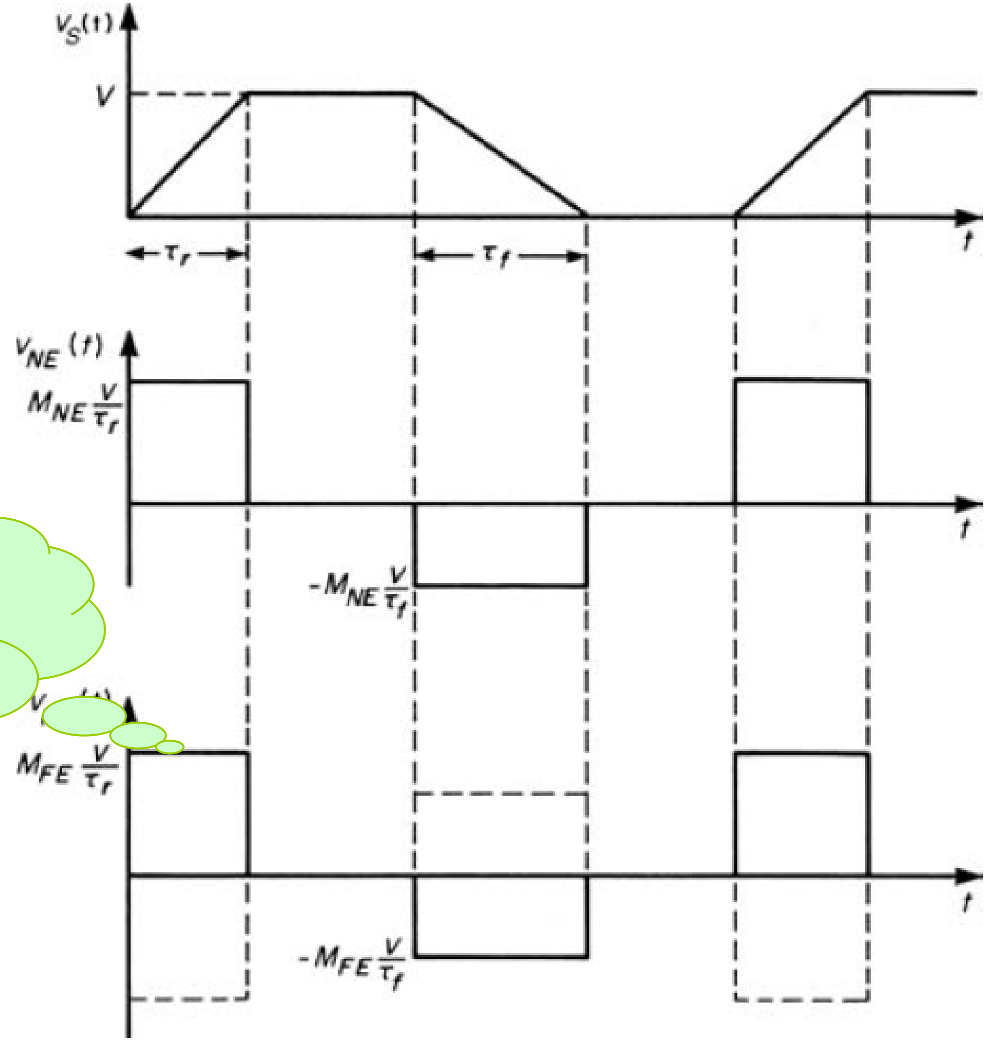
Se c’è un clock trapezoidale come segnale sulla linea generatrice…



Ritorno al Dominio del Tempo



Ritorno al Dominio del Tempo



Stessa cosa per il FE, ma qui il segno dipende da chi domina come accoppiamento

Ritorno al Dominio del Tempo

Il limite principale di questo approccio sta nelle ipotesi di linea corta e debolmente accoppiata.

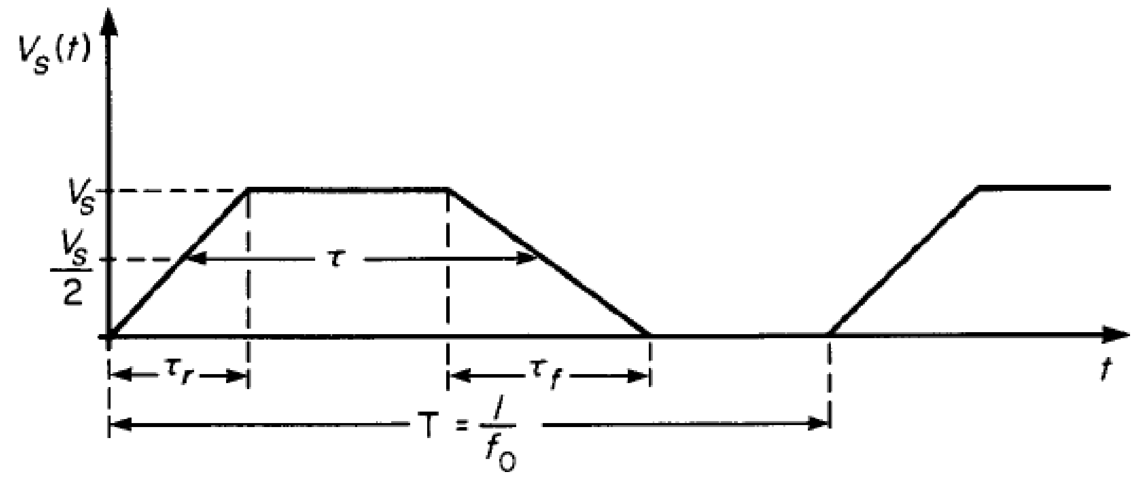
Per un clock digitale, che contiene componenti a frequenza che, in teoria, vanno da 0 a infinito con periodicità multipla del clock stesso, dipendentemente dai tempi di salita e di discesa, ne segue che:

Il modello induttivo-capacitivo tratta correttamente solo quella parte dello spettro del segnale le cui frequenze consentono di considerare la linea corta

Per poter comprendere questo problema andiamo ad analizzare la composizione spettrale di un clock trapezoidale.

Ritorno al Dominio del Tempo

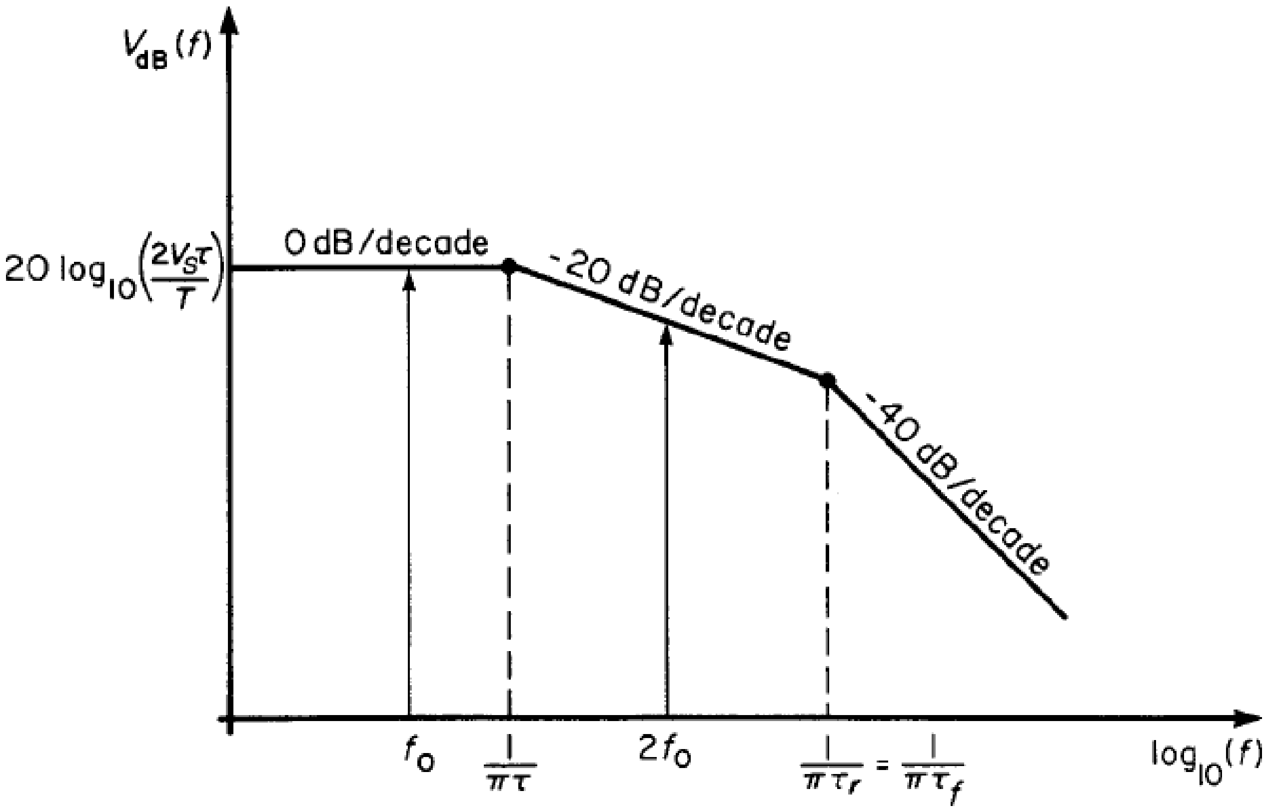
Sia dato



Il suo spetto è discreto ed è stato discusso in precedenza. Si tratta del campionamento dello spettro continuo del singolo impulso il cui inviluppo è

Ritorno al Dominio del Tempo

Se i tempi di salita e discesa sono uguali…



Ritorno al Dominio del Tempo

La frequenza ‘fondamentale’ è

$$f_0 = \frac{1}{T}$$

Per stimare lo spettro abbiamo riconosciuto come

$$f_u = \frac{1}{\tau_r} = \frac{1}{\tau_f}$$

Sia una stima accettabile per l’occupazione di banda del segnale.

Quindi

$$L \ll \lambda\big|_{f=f_u}$$

Ritorno al Dominio del Tempo

Si ottiene quindi

$$\tau_r = \tau_f \gg T_D$$

Avendo definito

$$T_D = \frac{L}{c}$$

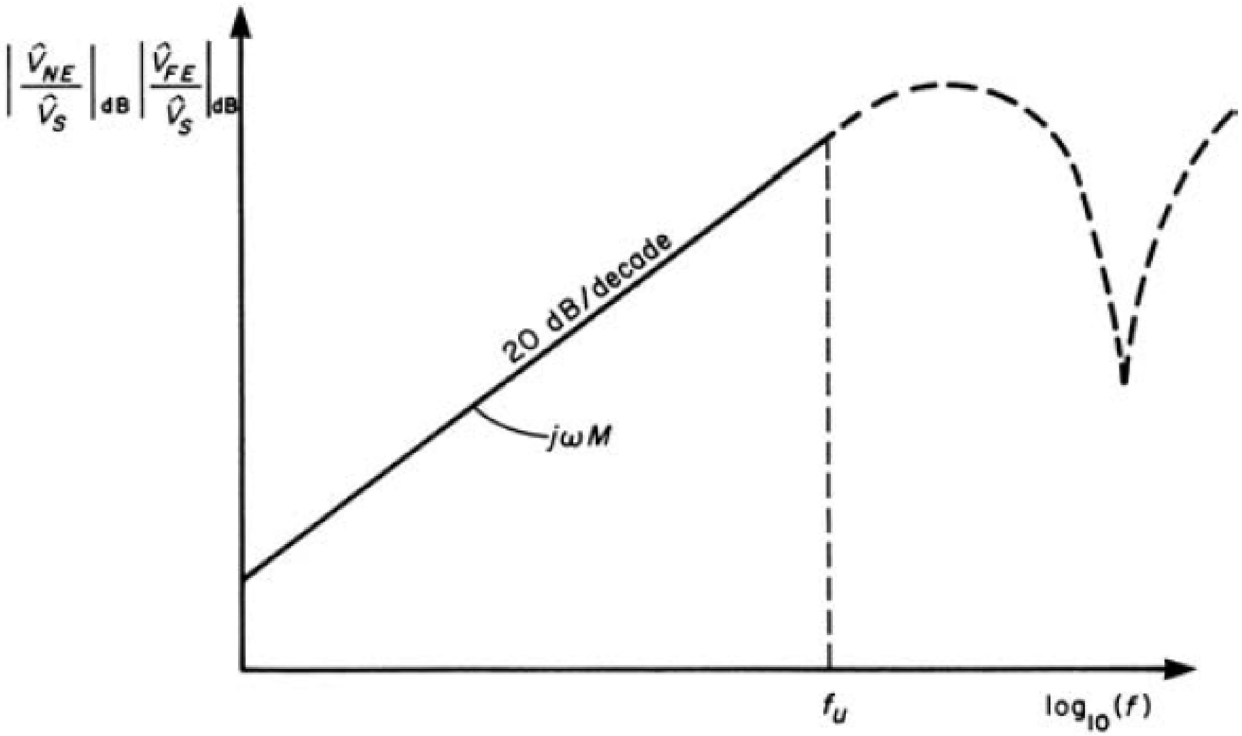
Per quantificare correttamente il concetto di molto maggiore (o minore) possiamo considerare maggiore di dieci volte (minore di un decimo) ovvero:

$$\tau_r = \tau_f \geq 10 T_D$$

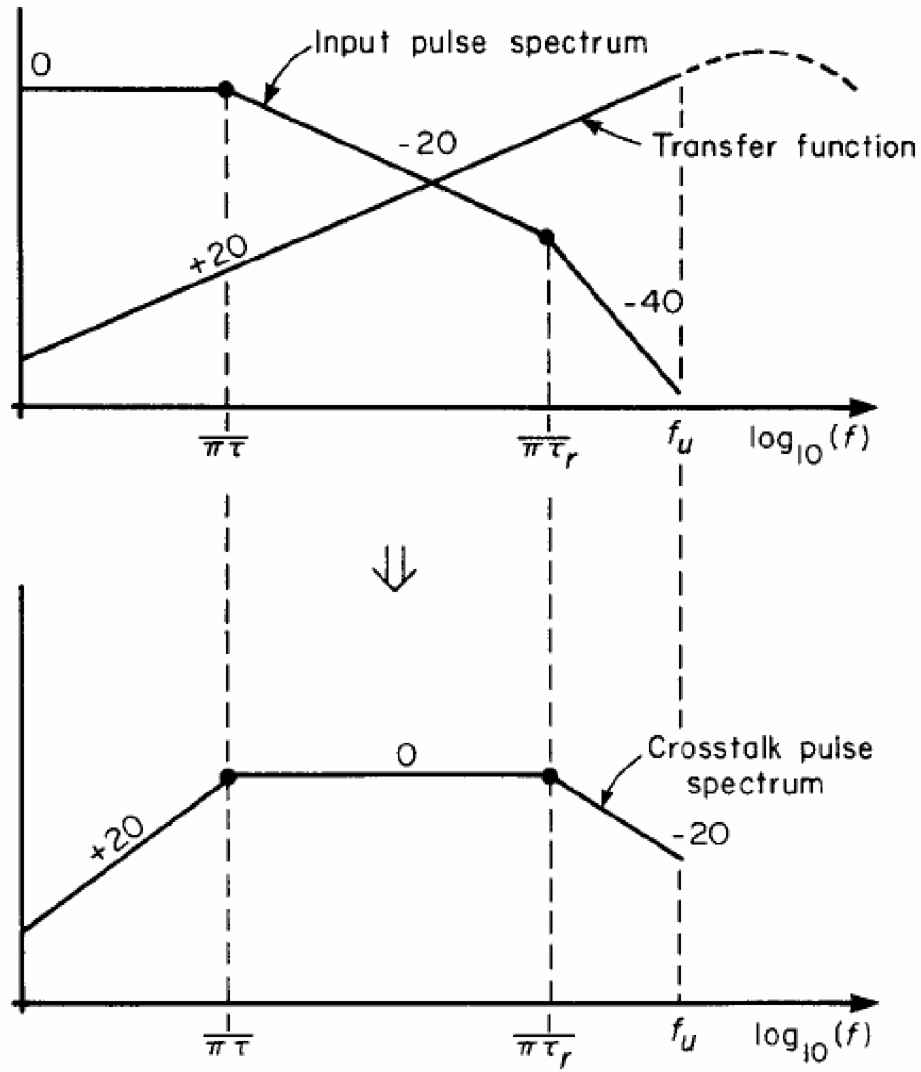
Questa è una regola euristica adeguata per stabilire l'adeguatezza del modello semplificato.

Ritorno al Dominio del Tempo

La risposta in frequenza è



Ritorno al Dominio del Tempo



Ritorno al Dominio del Tempo

E le perdite?

$$V_{NE}(t) = M_{NE} \frac{dV_S(t)}{dt} + M_{NE}^{ci} V_S(t)$$

$$V_{FE}(t) = M_{FE} \frac{dV_S(t)}{dt} + M_{FE}^{ci} V_S(t)$$

Quindi l'interpretazione è semplice

L'effetto della common impedance è quello di riportare una replica, scalata, del segnale interferente

Esempio

Riprendiamo il cavo a tre conduttori visto in precedenza. Per esso era (a 50Ω)

$$M_{NE}^{IND} = 1.14\times10^{-8} \qquad M_{FE}^{IND} = -1.14\times10^{-8}$$

$$M_{NE}^{CAP} = 7.44\times10^{-10} \qquad M_{FE}^{CAP} = 7.44\times10^{-10}$$

$$M_{NE}^{ci} = 9.21\times10^{-3} \qquad M_{FE}^{ci} = -9.21\times10^{-3}$$

Consideriamo un generatore che fornisca un clock a 20kHz con un duty cycle del 50% e tempi di salita o discesa pari a 400ns

Per i curiosi questo è il tipico flusso dati di una seriale RS232. Lo so che è un po' superata e ora c'è l'USB. Quello lo vediamo l'anno prossimo eh?

Il ritardo della line è

$$T_D = \frac{L}{c} = \frac{4.737}{3\times10^8} = 15.8ns$$

Esempio

I limiti per il modello sono quindi

$$\tau_r = \tau_f \geq 158ns$$

E sono soddisfatti

Quindi:

$$V_{NE}(t) = 1.21\times10^{-8}\frac{dV_S(t)}{dt} + 9.21\times10^{-3}V_S(t)$$

Lo *slew rate* del treno di impulsi è

$$\left|\frac{dV_S(t)}{dt}\right| = \frac{2.5V}{400ns} = 6.25\times10^{6}Vs^{-1}$$

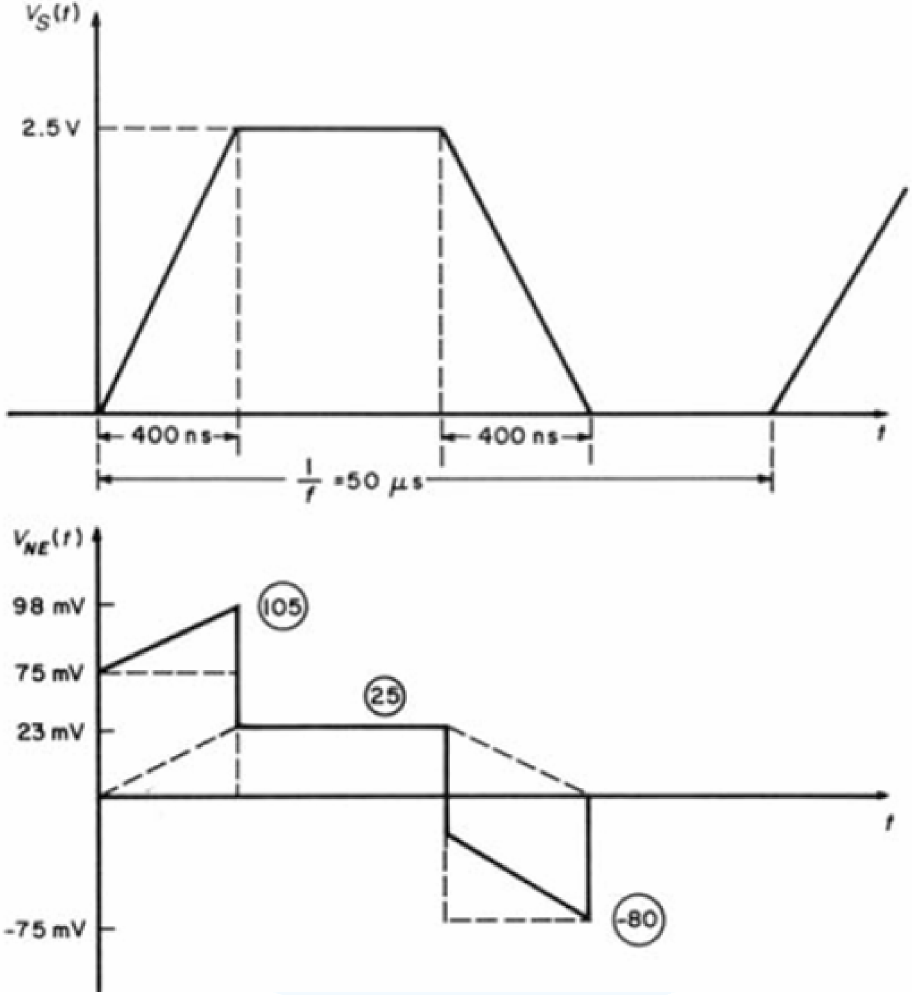
Esempio

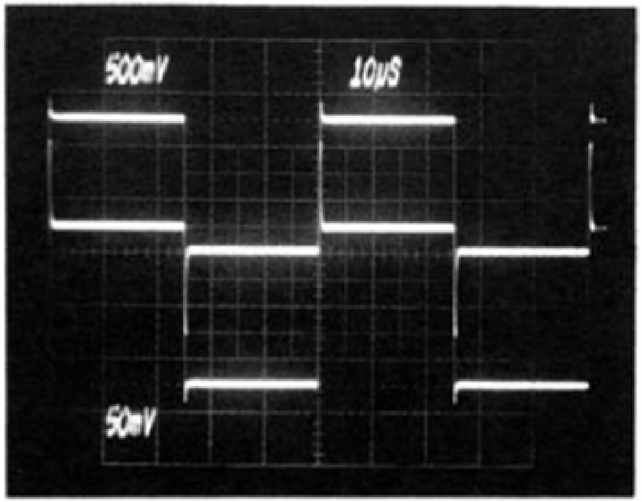
Sostituendo il risultato nell'equazione della tensione di near end si ha

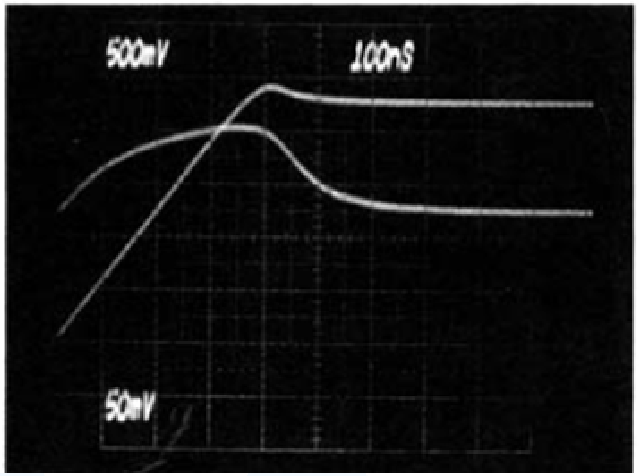
$$V_{NE}(t)\big|_{\max} = 1.21\times10^{-8}6.25\times10^{6} + 9.21\times10^{-3}2.5 =$$
$$= 7.57\times10^{-2} + 2.3\times10^{-2}$$

La presenza dell'accoppiamento induttivo capacitivo genera una tensione di near end di circa 75 millivolt, le perdite un altro 23 millivolt che si riflette in un offset

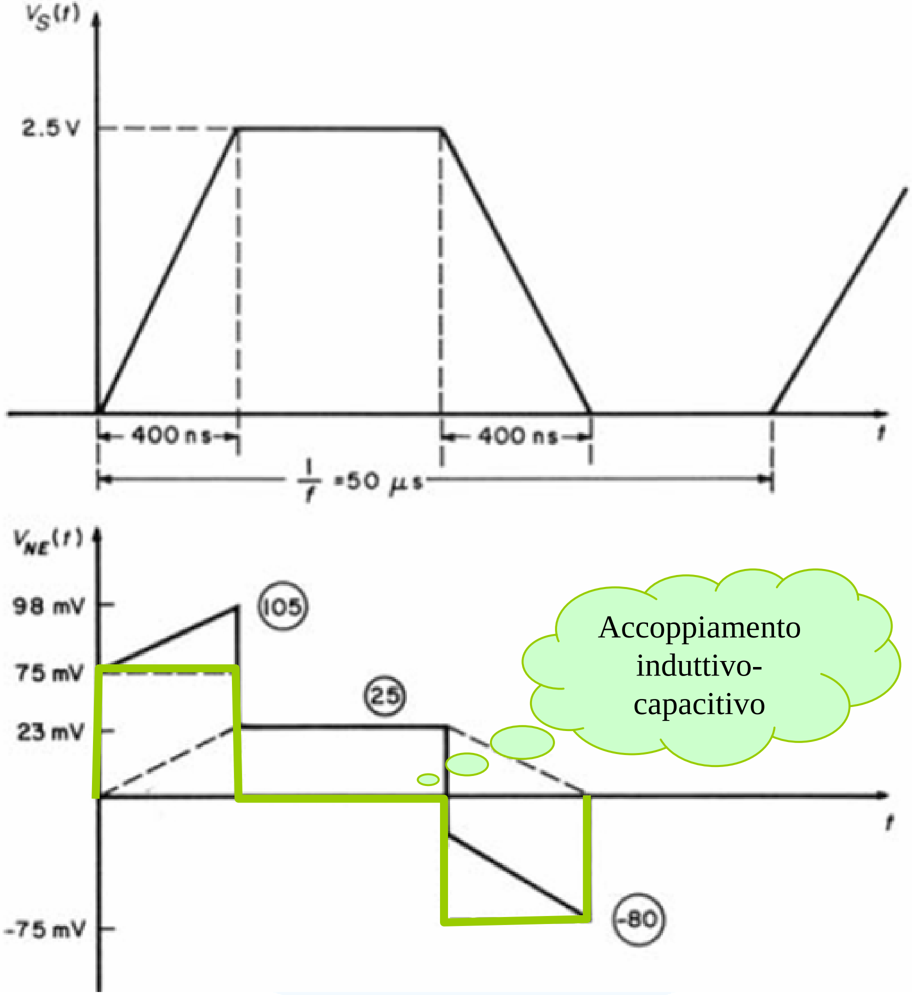
Esempio

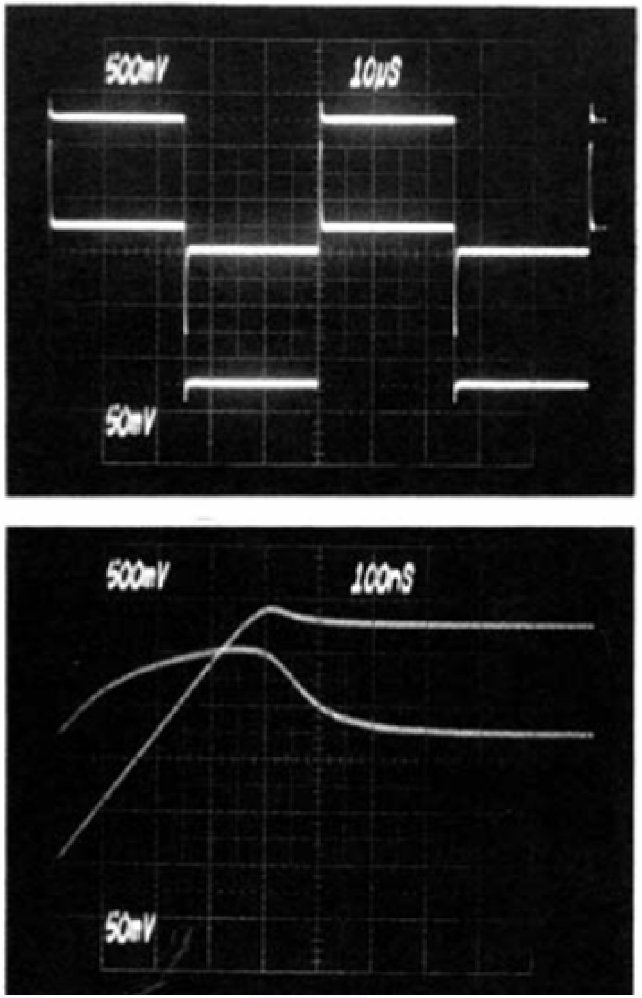

$V_S(t)$
2.5 V
400 ns
400 ns
$\frac{1}{f}$ =50 μs
t
$V_{NE}(t)$
98 mV
75 mV
23 mV
-75 mV
105
25
-80
t


500mV
10μS
50mV

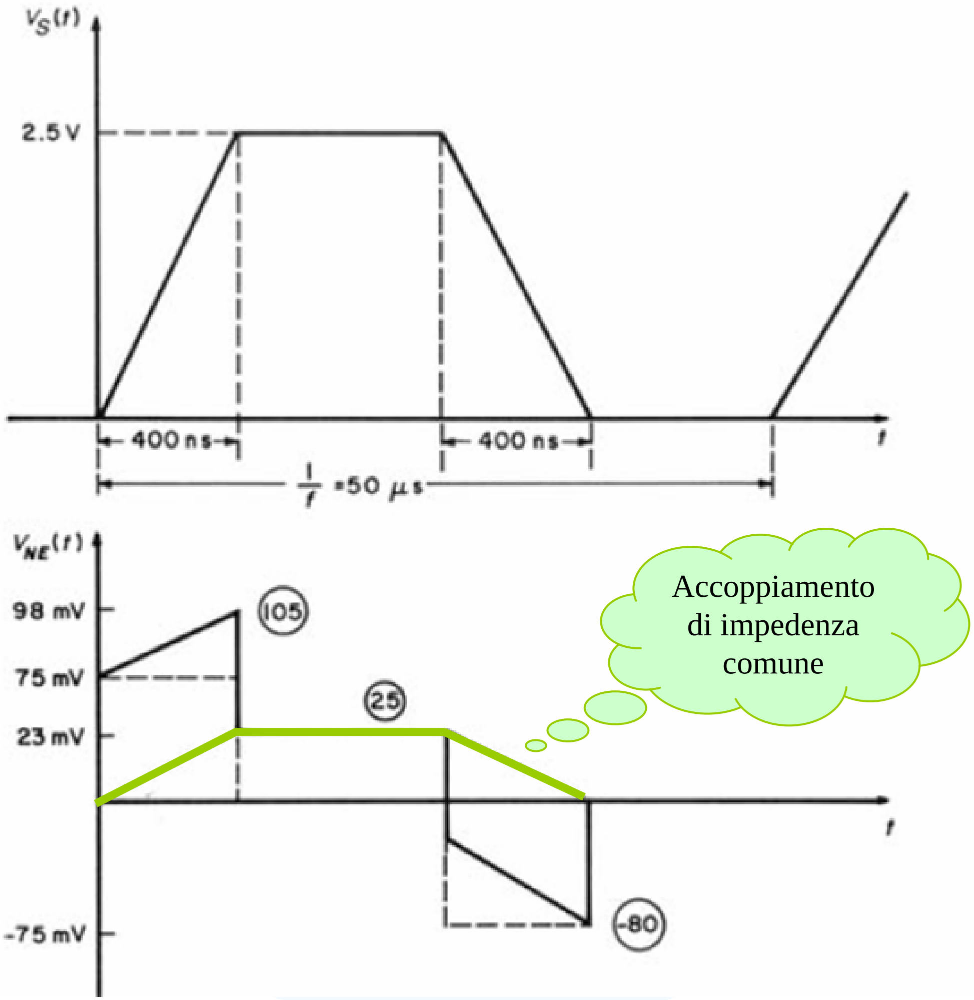

500mV
100nS
50mV

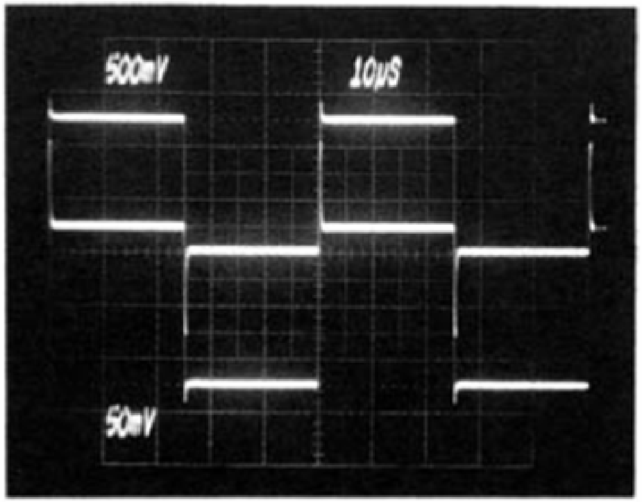
Esempio

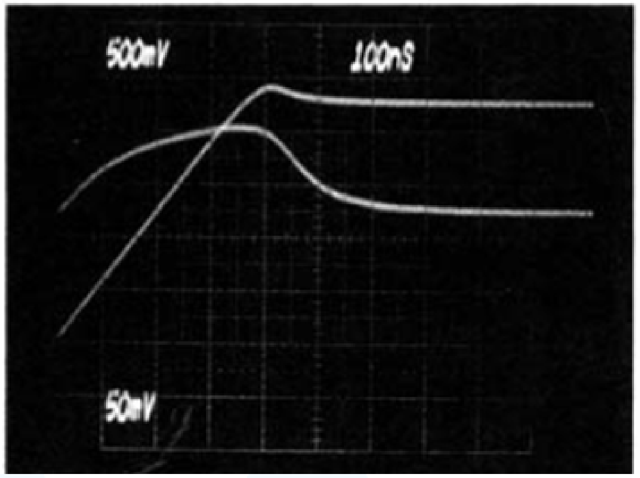

$V_S(t)$
2.5 V
400 ns
400 ns
$\frac{1}{f} = 50\ \mu s$
t
$V_{NE}(t)$
98 mV
75 mV
23 mV
-75 mV
105
25
-80
t
Accoppiamento induttivo-capacitivo


500mV
10μS
50mV
500mV
100nS
50mV

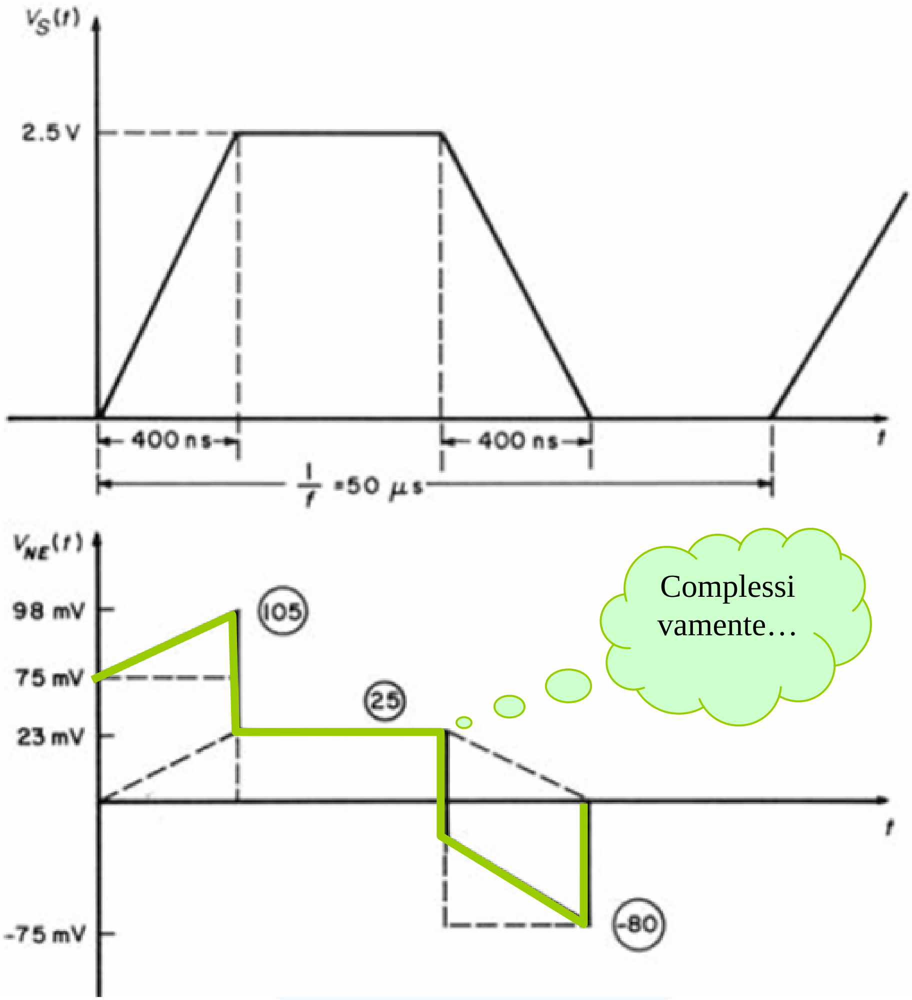
Esempio


$V_S(t)$
2.5 V
400 ns
400 ns
t
$\frac{1}{f}$ =50 μs
$V_{NE}(t)$
98 mV
75 mV
23 mV
-75 mV
105
25
-80
t
Accoppiamento
di impedenza
comune

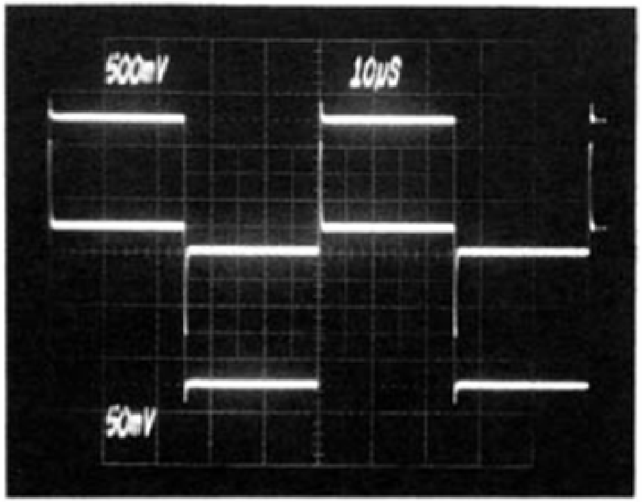

500mV
10μS
50mV


500mV
100nS
50mV

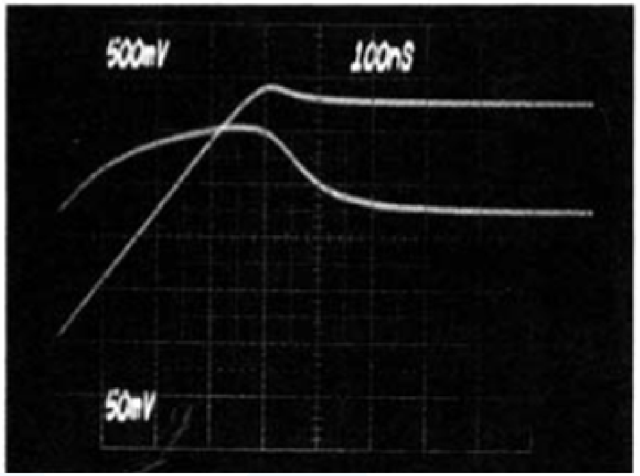
Esempio



$V_S(t)$
2.5 V
400 ns
400 ns
$\frac{1}{f}$ =50 µs
t
$V_{NE}(t)$
98 mV
75 mV
23 mV
-75 mV
105
25
-80
t
Complessi vamente…

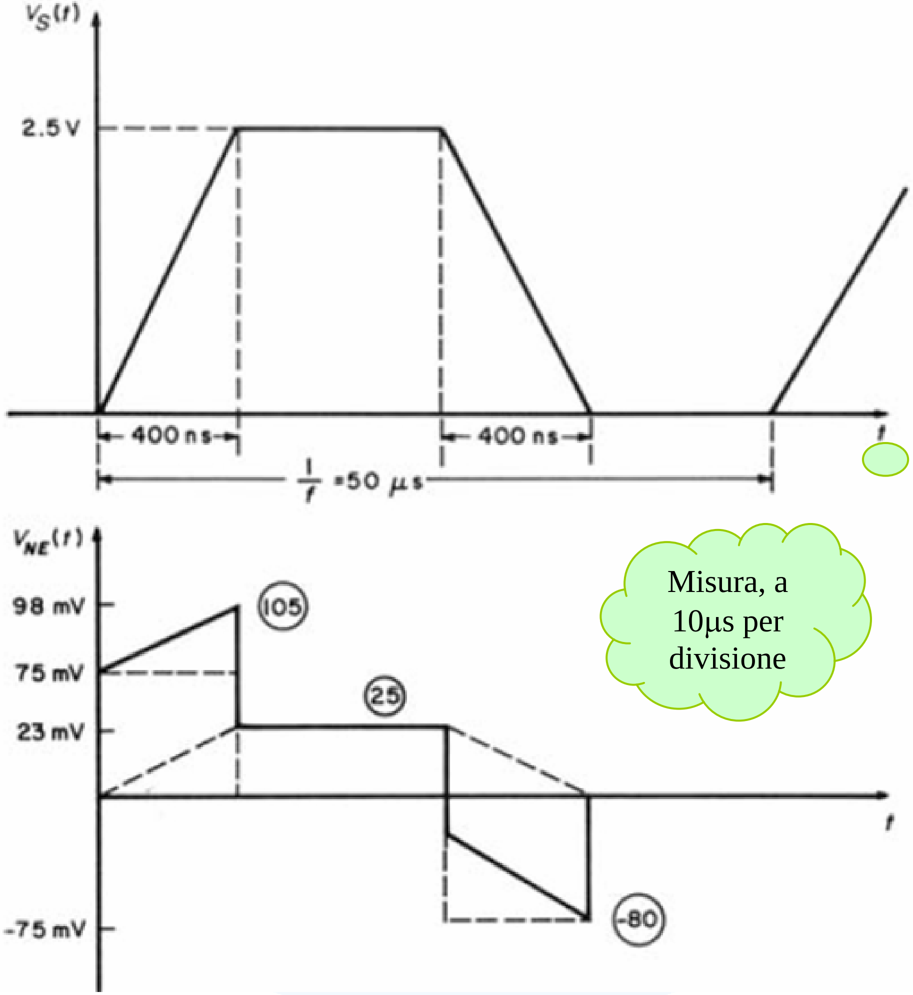


500mV
10µS
50mV

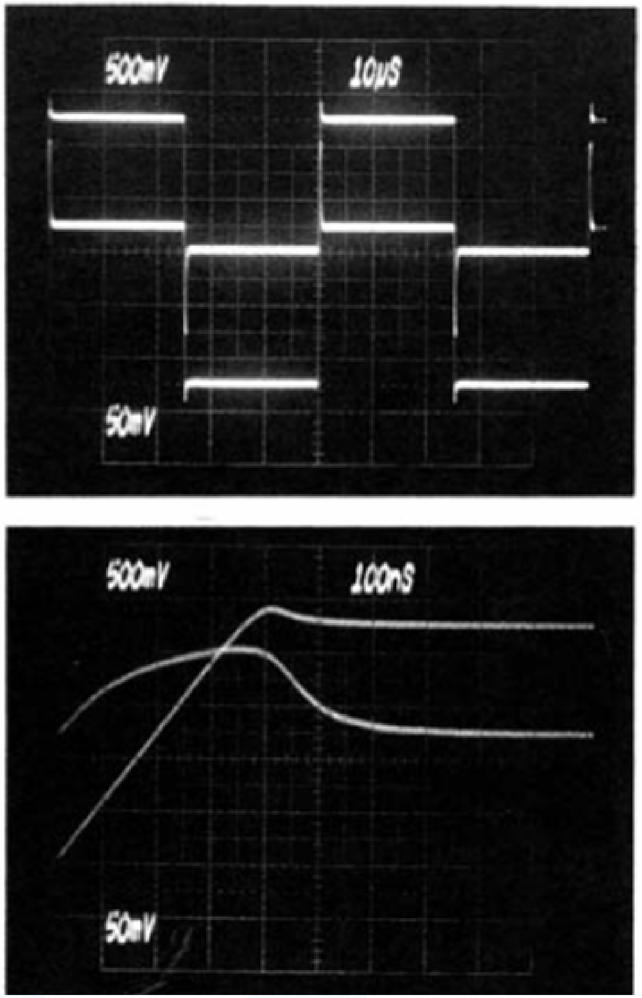


500mV
100nS
50mV

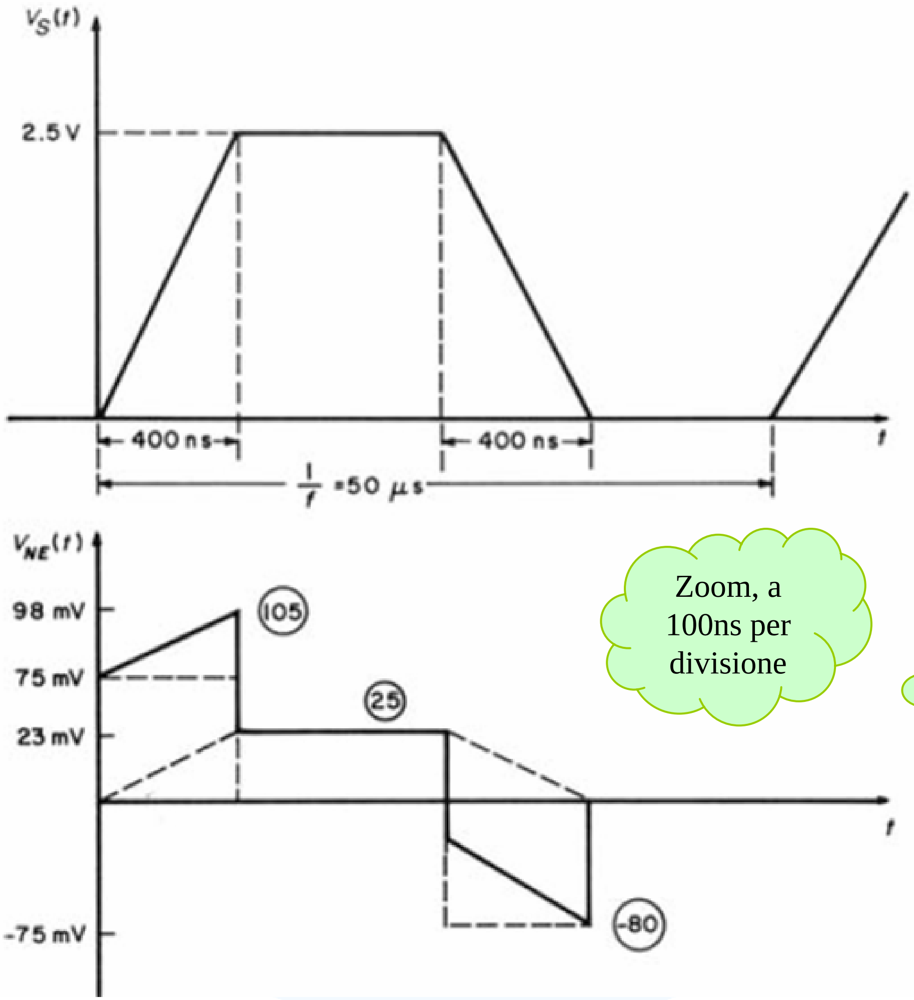
Esempio



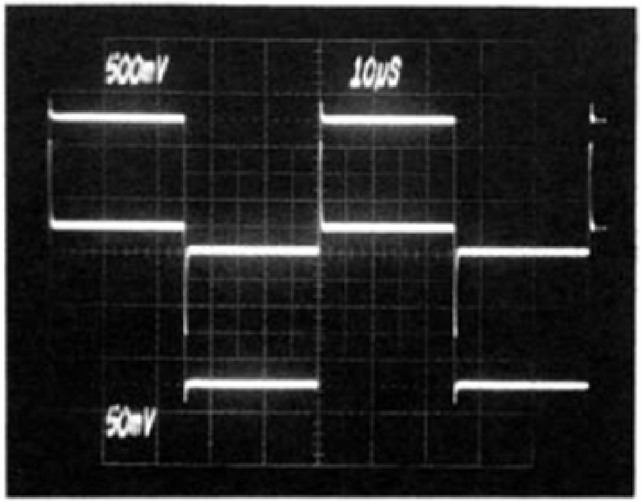
Misura, a 10μs per divisione

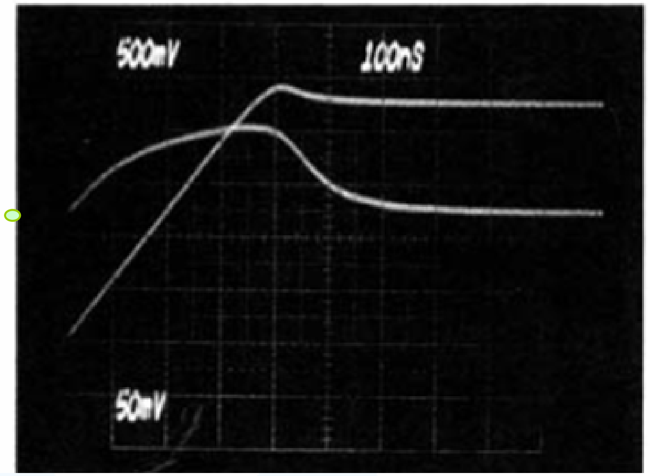


Esempio



Zoom, a 100ns per divisione





Esempio

Riprendiamo lo stesso cavo a tre conduttori, ma per 1kΩ

$$M_{NE}^{IND} = 5.7\times10^{-10} \qquad M_{FE}^{IND} = -5.7\times10^{-10}$$
$$M_{NE}^{CAP} = 1.49\times10^{-8} \qquad M_{FE}^{CAP} = 1.49\times10^{-8}$$
$$M_{NE}^{ci} = 4.61\times10^{-4} \qquad M_{FE}^{ci} = -4.61\times10^{-4}$$

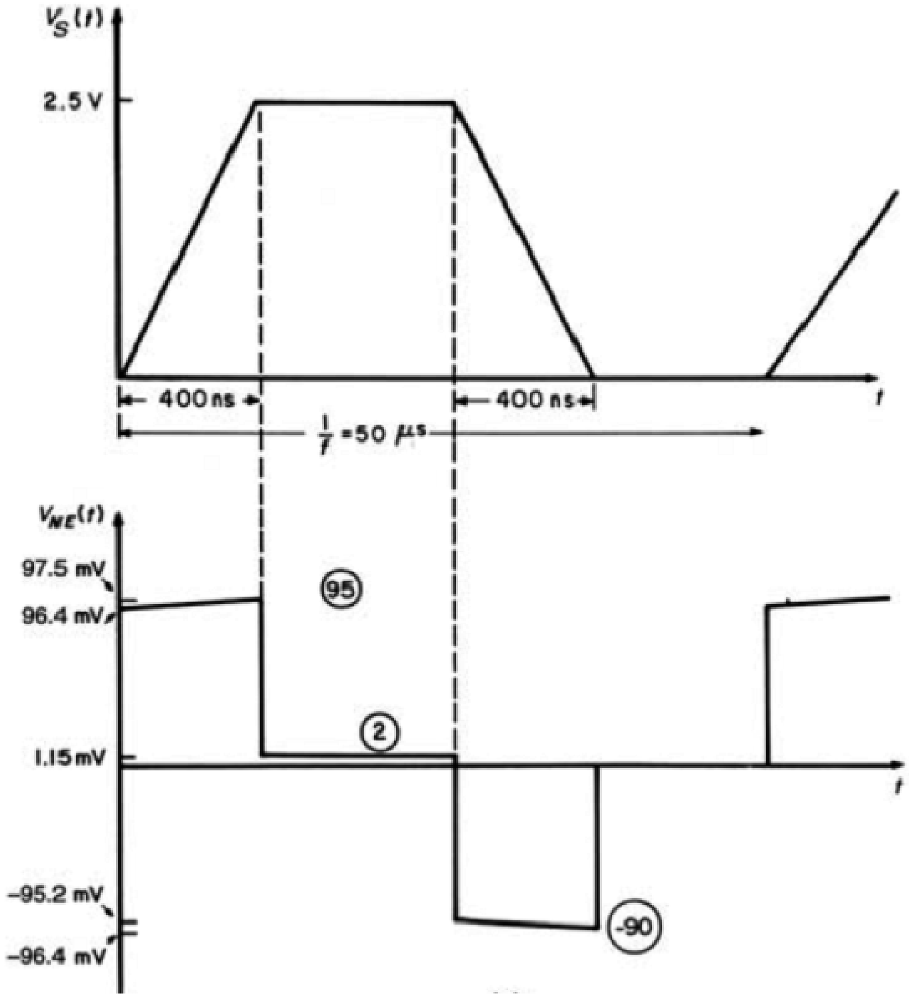
Sostituendo il risultato nell'equazione della tensione di near end si ha

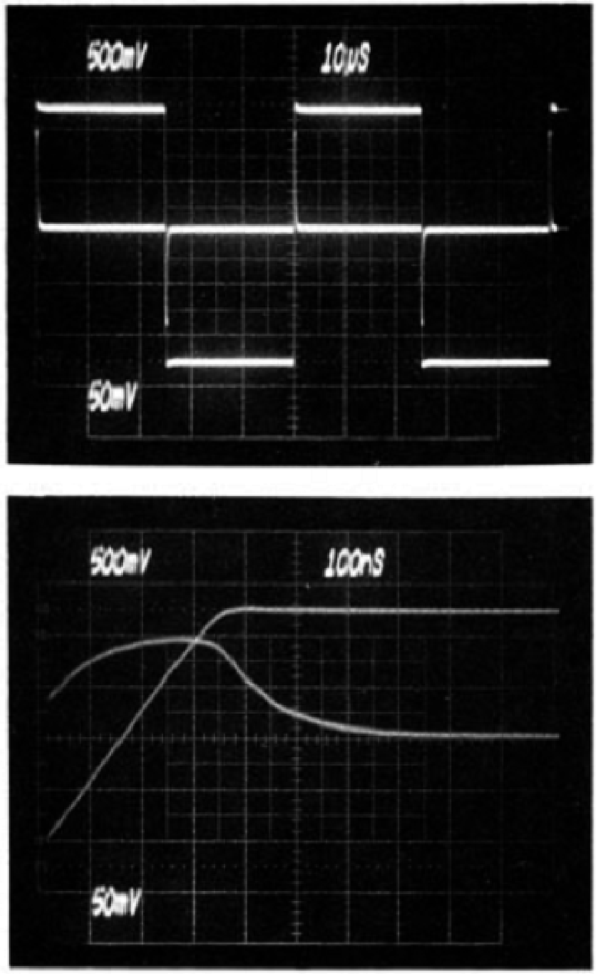
$$V_{NE}(t) = 1.54\times10^{-8}\frac{dV_S(t)}{dt} + 4.61\times10^{-4}V_S(t)$$

$$V_{NE}(t)\Big|_{\max} = 1.54\times10^{-8}6.25\times10^{6} + 4.61\times10^{-4}\times2.5 =$$
$$= 9.65\times10^{-2} + 1.15\times10^{-3}$$

La presenza dell'accoppiamento induttivo capacitivo genera una tensione di near end di circa 96 millivolt, le perdite un altro 1.1 millivolt che si riflette in un offset

Esempio

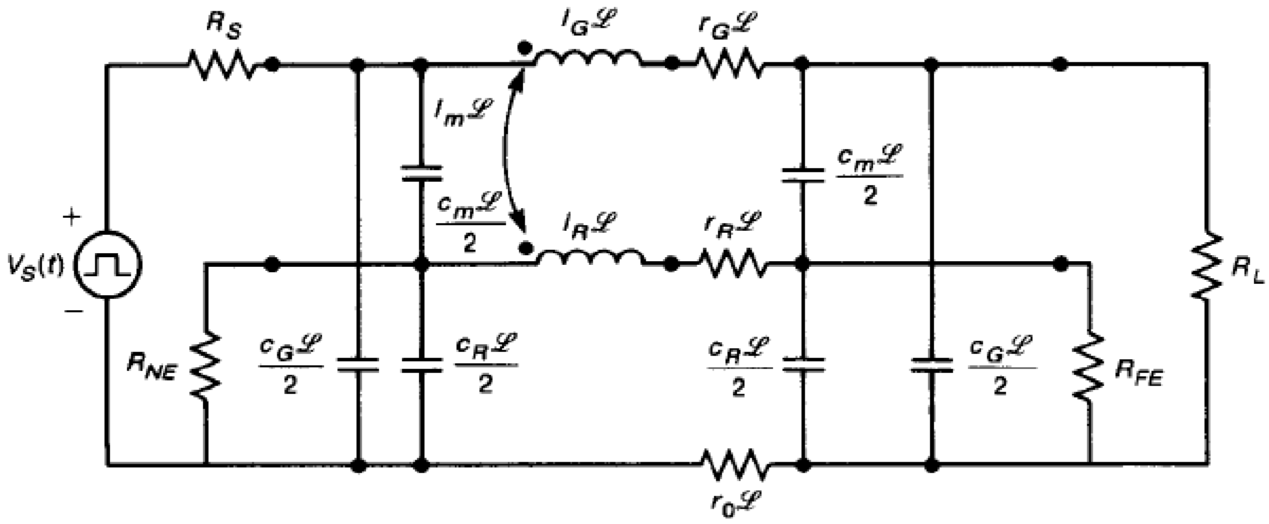

$V_S(t)$
2.5 V
400 ns
400 ns
t
$\frac{1}{f}$ =50 μs
$V_{NE}(t)$
97.5 mV
96.4 mV
95
2
1.15mV
t
–95.2 mV
–96.4 mV
-90


500mV
10μS
50mV
500mV
100nS
50mV

Circuito Equivalente

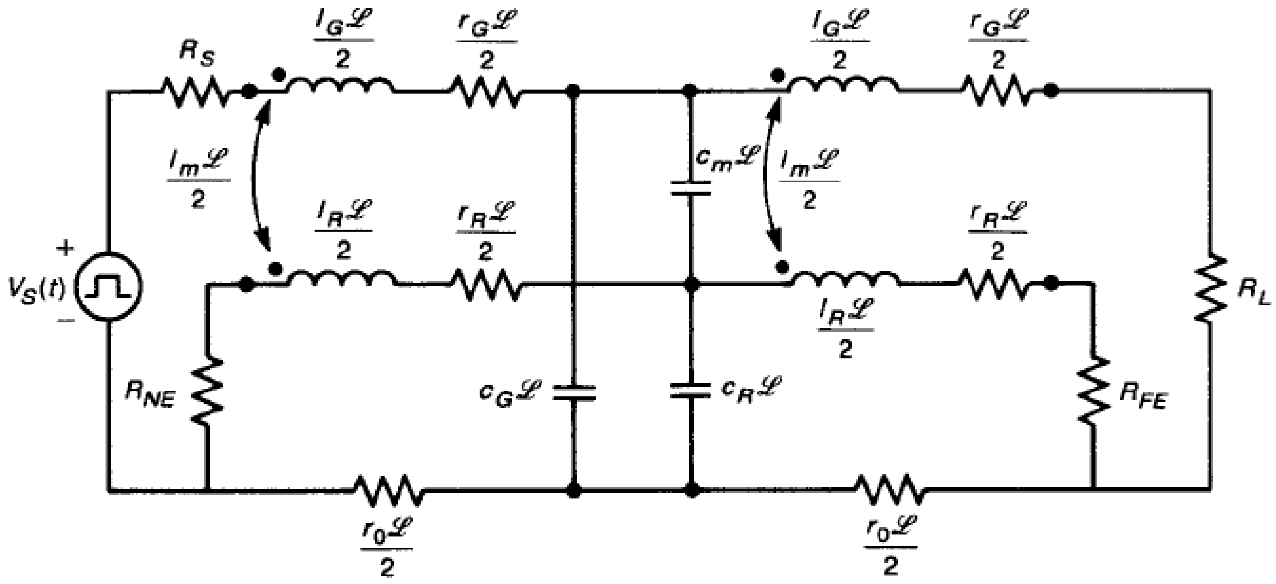
L'accoppiamento debole per linea corta può anche essere tradotto in un circuito equivalente a costanti concentrate per simulazione in CAD circuitali

Un primo modello è una rete a π



Circuito Equivalente

Un altro è un modello a “T”



Circuito Equivalente

Infatti, per linee prive di perdite

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \mathbf{V}(z,t)}{\partial z} = -\mathbf{L}\dfrac{\partial \mathbf{I}(z,t)}{\partial t} \\ \dfrac{\partial \mathbf{I}(z,t)}{\partial z} = -\mathbf{C}\dfrac{\partial \mathbf{V}(z,t)}{\partial t} \end{cases}$$

Con

$$\mathbf{V}(z,t) = \begin{bmatrix} V_G(z,t) \\ V_R(z,t) \end{bmatrix}; \qquad \mathbf{I}(z,t) = \begin{bmatrix} I_G(z,t) \\ I_R(z,t) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} L_G & L_m \\ L_m & L_R \end{bmatrix}; \qquad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_G + C_m & -C_m \\ -C_m & C_R + C_m \end{bmatrix}$$

Circuito Equivalente

La chiave per risolverle sta ancora una volta nel disaccoppiarle, esattamente come fatto in frequenza, introducendo delle correnti (e delle tensioni) modali

$$\mathbf{I} = \mathbf{T}_I \mathbf{I}_M \qquad\qquad \mathbf{V} = \mathbf{T}_V \mathbf{V}_M$$

Con

$$\mathbf{V}_M(z,t) = \begin{bmatrix} V_{MG}(z,t) \\ V_{MR}(z,t) \end{bmatrix}; \qquad \mathbf{I}_M(z,t) = \begin{bmatrix} I_{MG}(z,t) \\ I_{MR}(z,t) \end{bmatrix}$$

E

$$\mathbf{T}_I = \begin{bmatrix} T_{I_{GG}} & T_{I_{GR}} \\ T_{I_{RG}} & T_{I_{RR}} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{T}_V = \begin{bmatrix} T_{V_{GG}} & T_{V_{GR}} \\ T_{V_{RG}} & T_{V_{RR}} \end{bmatrix}$$

Circuito Equivalente

Si ottiene

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \mathbf{T}_V \mathbf{V}_M(z,t)}{\partial z} = -\mathbf{L}\dfrac{\partial \mathbf{T}_I \mathbf{I}_M(z,t)}{\partial t} \\ \dfrac{\partial \mathbf{T}_I \mathbf{I}_M(z,t)}{\partial z} = -\mathbf{C}\dfrac{\partial \mathbf{T}_V \mathbf{V}_M(z,t)}{\partial t} \end{cases}$$

E cioè

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \mathbf{V}_M(z,t)}{\partial z} = -\mathbf{T}_V^{-1}\mathbf{L}\mathbf{T}_I \dfrac{\partial \mathbf{I}_M(z,t)}{\partial t} \\ \dfrac{\partial \mathbf{I}_M(z,t)}{\partial z} = -\mathbf{T}_I^{-1}\mathbf{C}\mathbf{T}_V \dfrac{\partial \mathbf{V}_M(z,t)}{\partial t} \end{cases}$$

Circuito Equivalente

Il concetto è cercare, se esistono, le matrici che diagonalizzano ***simultaneamente i due sistemi***!

Ovvero tali che

$$\mathbf{T}_V^{-1}\mathbf{L}\mathbf{T}_I = \begin{bmatrix} L_{MG} & 0 \\ 0 & L_{MR} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_V^{-1}\mathbf{C}\mathbf{T}_V = \begin{bmatrix} C_{MG} & 0 \\ 0 & C_{MR} \end{bmatrix}$$

Se questo è possibile si ottengono i sistemi disaccoppiati

$$\begin{cases} \dfrac{\partial V_{MG}(z,t)}{\partial z} = -L_{MG}\dfrac{\partial I_{MG}(z,t)}{\partial t} \\ \dfrac{\partial I_{MG}(z,t)}{\partial z} = -C_{MG}\dfrac{\partial V_{MG}(z,t)}{\partial t} \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{\partial V_{MR}(z,t)}{\partial z} = -L_{MR}\dfrac{\partial I_{MR}(z,t)}{\partial t} \\ \dfrac{\partial I_{MR}(z,t)}{\partial z} = -C_{MR}\dfrac{\partial V_{MR}(z,t)}{\partial t} \end{cases}$$

Circuito Equivalente

Ciascuna linea modale disaccoppiata presenta

$$Z_{CM_G} = \sqrt{\frac{L_{M_G}}{C_{M_G}}}; \qquad Z_{CM_R} = \sqrt{\frac{L_{M_R}}{C_{M_R}}}$$

Come impedenze caratteristiche e, come velocità di propagazione

$$c_{M_G} = \frac{1}{\sqrt{L_{M_G} C_{M_G}}}; \qquad c_{M_R} = \frac{1}{\sqrt{L_{M_R} C_{M_R}}}$$

Circuito Equivalente

Questo lo possiamo implementare osservando che:

$$V_G(z,t) = T_{V_{GG}} V_{M_G} + T_{V_{GR}} V_{M_R}$$
$$V_R(z,t) = T_{V_{RG}} V_{M_G} + T_{V_{RR}} V_{M_R}$$

Sono sorgenti di tensione controllate in tensione e che

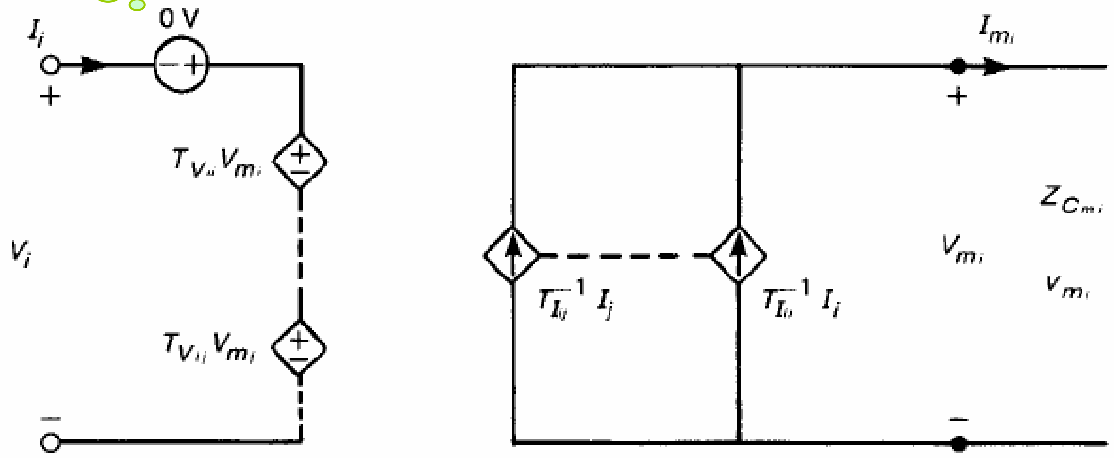
$$I_{M_G}(z,t) = T_{I_{GG}}^{-1} I_{M_G} + T_{I_{GR}}^{-1} I_{M_R}$$
$$I_{M_R}(z,t) = T_{I_{RG}}^{-1} I_{M_G} + T_{I_{RR}}^{-1} I_{M_R}$$

Sono sorgenti di corrente controllate in corrente

Circuito Equivalente

In linea di principio, per UNA linea, il concetto di trasformazione da corrente e tensione nelle corrispondenti grandezze modali è:

Serve a Spice



Circuito Equivalente

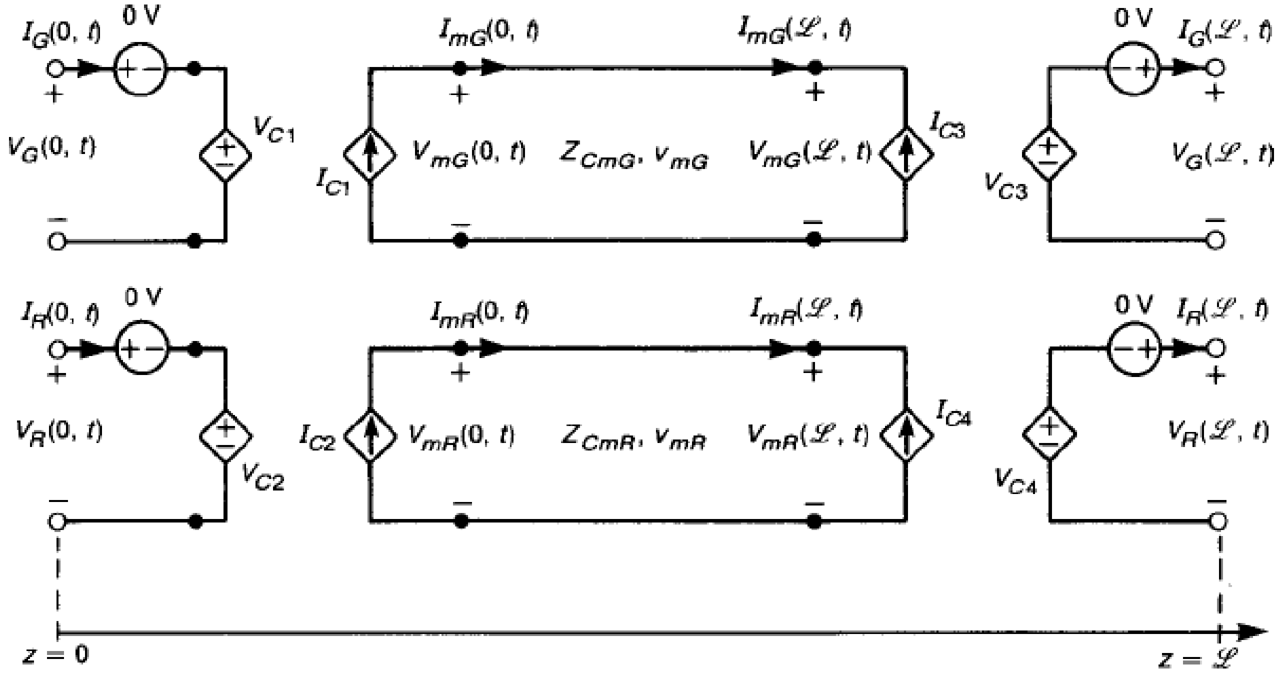
Il modello completo prevede una doppia trasformazione con, interposta, una linea ***disaccoppiata*** di lunghezza L, quindi

$$
\begin{aligned}
V_{C1} &= V_G(0,t) = T_{V_{GG}} V_{M_G}(0,t) + T_{V_{GR}} V_{M_R}(0,t) \\
V_{C2} &= V_R(0,t) = T_{V_{RG}} V_{M_G}(0,t) + T_{V_{RR}} V_{M_R}(0,t) \\
V_{C3} &= V_G(L,t) = T_{V_{GG}} V_{M_G}(L,t) + T_{V_{GR}} V_{M_R}(L,t) \\
V_{C4} &= V_R(L,t) = T_{V_{RG}} V_{M_G}(L,t) + T_{V_{RR}} V_{M_R}(L,t)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
I_{C1} &= I_{M_G}(0,t) = T_{I_{GG}}^{-1} I_{M_G}(0,t) + T_{I_{GR}}^{-1} I_{M_R}(0,t) \\
I_{C2} &= I_{M_R}(0,t) = T_{I_{RG}}^{-1} I_{M_G}(0,t) + T_{I_{RR}}^{-1} I_{M_R}(0,t) \\
I_{C3} &= I_{M_G}(L,t) = T_{I_{GG}}^{-1} I_{M_G}(L,t) + T_{I_{GR}}^{-1} I_{M_R}(L,t) \\
I_{C4} &= I_{M_R}(L,t) = T_{I_{RG}}^{-1} I_{M_G}(L,t) + T_{I_{RR}}^{-1} I_{M_R}(L,t)
\end{aligned}
$$

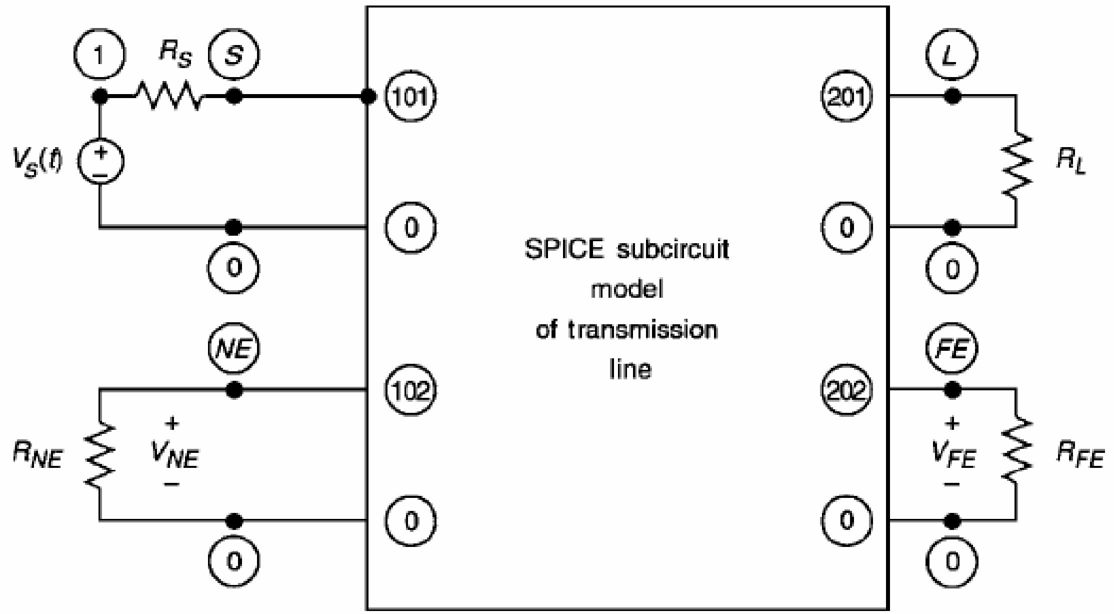
Circuito Equivalente

Il circuito



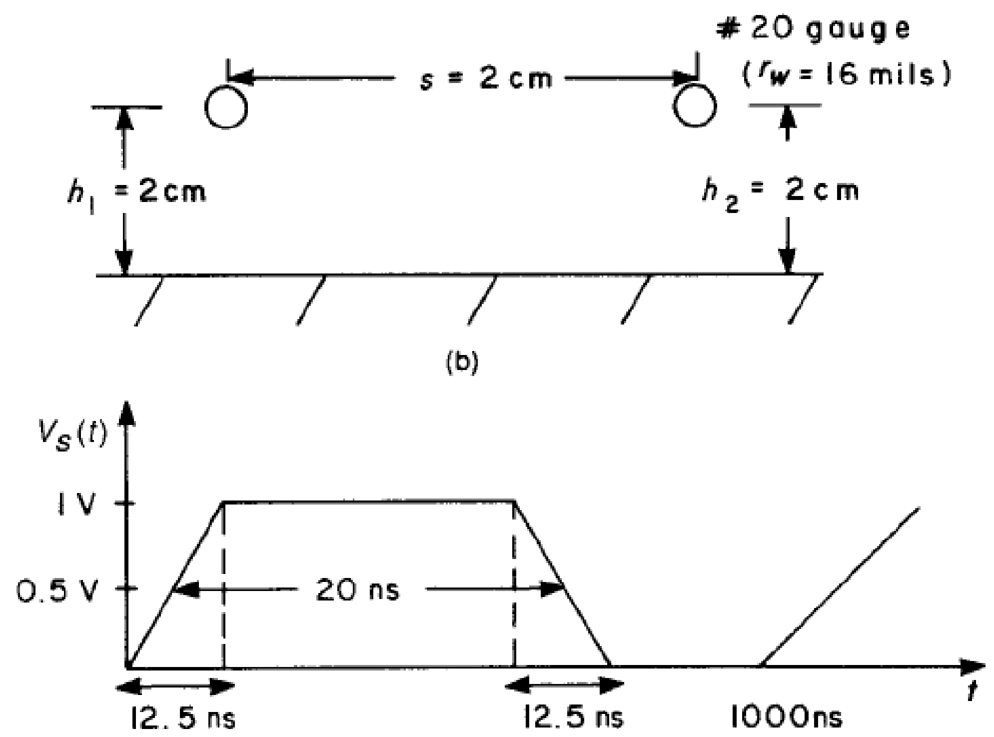
Circuito Equivalente

Questo può essere implementato (in SPICE) come un unico sottocircuito



Circuito Equivalente

Prendiamo una coppia di fili su piano di massa



Circuito Equivalente

I parametri per la coppia di fili sono stati calcolati in precedenza:

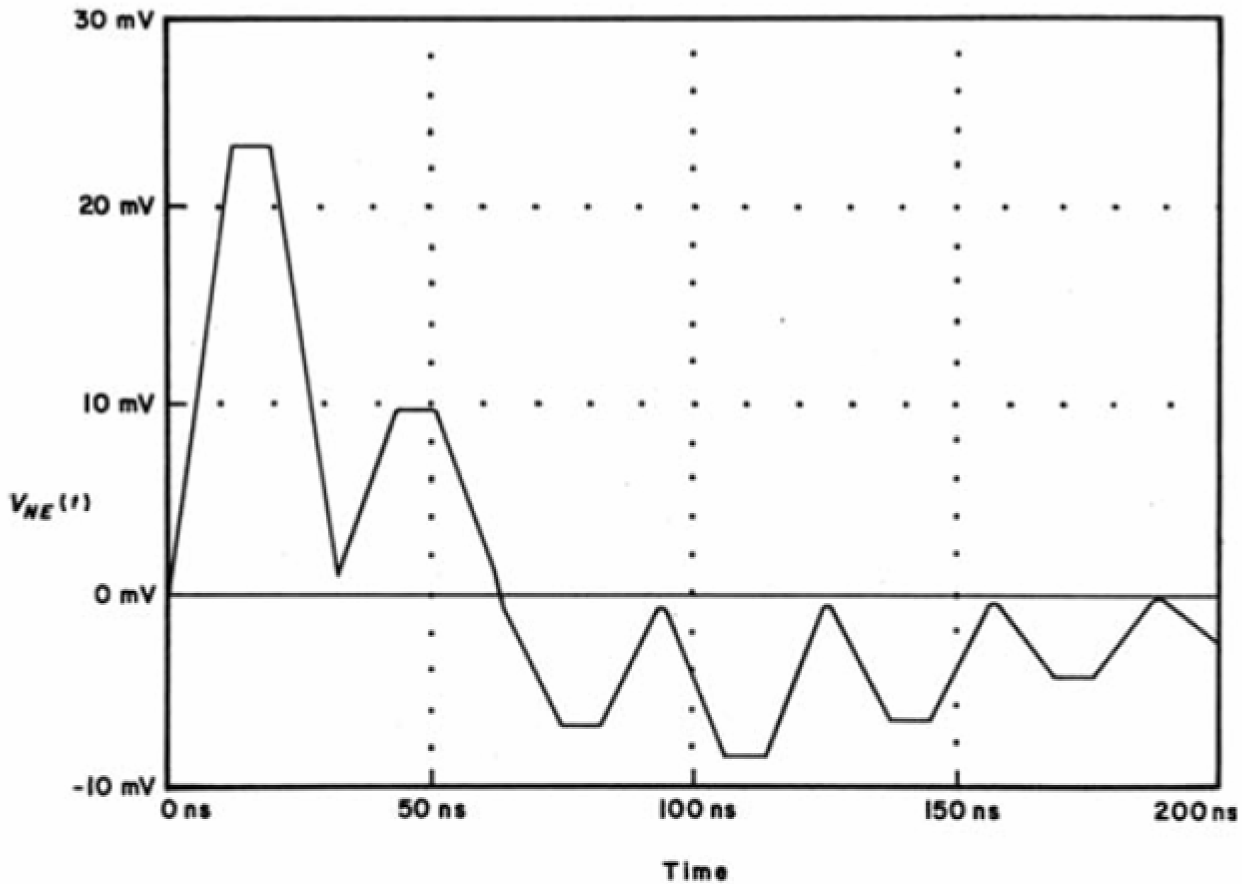
$$\mathbf{L}=\begin{bmatrix}9.18 & 1.61\\ 1.61 & 9.18\end{bmatrix}\times 10^{-7}\,Hm^{-1}; \qquad \mathbf{C}=\begin{bmatrix}12.5 & -2.19\\ -2.19 & 12.5\end{bmatrix}\times 10^{-12}\,Fm^{-1}$$

Il ritardo sulla linea è lo stesso per entrambi i modi (la linea è di 4.674m) e vale

$$T_D=\frac{L}{c}=15.6ns$$

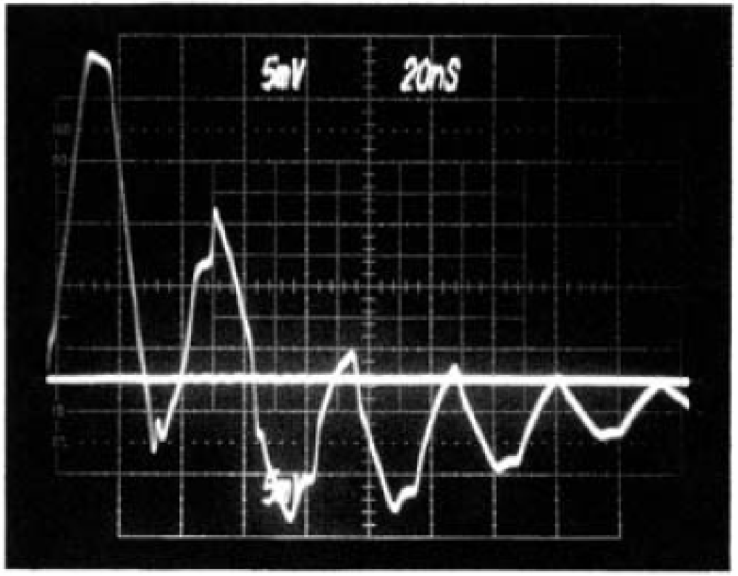
Circuito Equivalente

La risposta temporale calcolata è



Circuito Equivalente

Il misurato è



L’accordo non è male, considerato che la linea NON è corta per i tempi di salita e discesa considerati!!

Circuito Equivalente

Lo spettro…