APPUNTI DI MACCHINE ELETTRICHE versione 0.7

11 settembre 2007

Indice

1	ASI	ETTI GENERALI 7
	1.1	Introduzione
	1.2	Classificazione delle macchine elettriche
	1.3	Studio delle macchine elettriche
		1.3.1 Le ipotesi di campo
		1.3.2 Equazioni interne
		1.3.3 Equazioni esterne
	1.4	Rendimento
	1.5	Perdite
		1.5.1 Perdite nel rame
		1.5.2 Perdite nel ferro
	1.6	Perdite meccaniche
	1.7	Perdite negli isolamenti
	1.8	Perdite addizionali
	1.9	Domande
		Esercizi
	1.10	LISTOIDI
2	IL 7	RASFORMATORE 17
	2.1	Aspetti costruttivi
	2.2	Trasformatore monofase
		2.2.1 Trasformatore ideale
		2.2.2 Trasformatore reale
		2.2.3 Funzionamento a vuoto
		2.2.4 Funzionamento a carico
		2.2.5 Funzionamento in corto circuito
		2.2.6 Dati di targa
		2.2.7 Domande
		2.2.8 Esercizi
	2.3	Trasformatore trifase
		2.3.1 Tipi di collegamento
		2.3.2 Circuiti equivalenti
		2.3.3 Domande
		2.3.4 Esercizi
	2.4	Autotrasformatore
	2.1	2.4.1 Funzionamento a vuoto
		2.4.2 Funzionamento a carico
		2.4.3 Potenze apparenti
		2.4.4 Autotrasformatore trifase
		2.4.5 Variatore di tensione
		2.4.6 Domande
		2.4.7 Esercizi
	2 =	Funzionamento in parallelo
	2.5	гиплонашени ш раганео

4 INDICE

		2.5.1	Condizioni per il parallelo a vuoto	5
		2.5.2	Condizioni per il parallelo sotto carico	6
		2.5.3	Domande	9
		2.5.4	Esercizi	0
	2.6	Eserciz	di riepilogo	1
3	MA	CCHIN	TE ASINCRONE 5	5
	3.1	Campi	applicativi	5
	3.2	Il camp	o magnetico rotante	5
	3.3	Aspetti	costruttivi	5
	3.4	Princip	io di funzionamento	7
	3.5	Dati di	targa del motore asincrono trifase	8
	3.6	Circuit	equivalente statorico	0
	3.7	Modi d	funzionamento della macchina asincrona trifase 6	1
		3.7.1	Generatori asincroni	1
	3.8	Doman	de	3
		3.8.1	Conoscenze	3
		3.8.2	Abilità	4
		3.8.3	Competenze	4
	3.9	Eserciz	6	5
4	MA	CCHIN	IE SINCRONE 6	7
	4.1	Campi	applicativi	7
	4.2	Aspetti	costruttivi	7
		4.2.1	Rotore	7
		4.2.2	Statore	8
	4.3	Sistemi	di eccitazione	9
		4.3.1	Eccitazione rotante	9
		4.3.2	Eccitazione brushless	9
		4.3.3	Eccitazione statica	9
	4.4	Funzion	amento a vuoto	9
		4.4.1	Tensione indotta statorica	9
		4.4.2	Caratteristica a vuoto dell'alternatore	2
		4.4.3	Bilancio delle potenze a vuoto	2
	4.5	Funzion	amento a carico e reazione di indotto	2
	4.6	Modelle	di Behn Eschemburg	2
	4.7	Caratte	ristica di cortocircuito dell'alternatore	2
	4.8	Determ	inazione dell'impedenza sincrona	2
	4.9	Variazi	one di tensione negli alternatori in funzionamento autonomo	2
	4.10	Bilanci	o delle potenze e rendimento	3
	4.11	Motori	sincroni	4
		4.11.1	Aspetti generali	4
		4.11.2	Potenza e coppia	5
		4.11.3	Regolazione della velocità	5
			Motori sincroni monofasi	5
	4.12	Doman	de	6
		4.12.1	Conoscenze	6
		4.12.2	Abilità	7
	4.13	Eserciz		8

INDICE 5

5	MA	ACCHINE A COLLETTORE IN CORRENTE CONTINUA
	5.1	Macchina rotante con collettore
	5.2	Aspetti costruttivi
	5.3	Funzionamento a vuoto
	5.4	Dinamo con eccitazione indipendente
	5.5	Domande
		5.5.1 Conoscenze
	5.6	Esercizi

6 INDICE

Capitolo 1

ASPETTI GENERALI

1.1 Introduzione

Esistono diverse tipologie di macchine elettriche. In particolare i tipi fondamentali di macchine elettriche tradizionali sono:

- i trasformatori
- le macchine asincrone
- le macchine sincrone
- le macchine a corrente continua

Accanto a queste vi sono i più recenti motori brushless, motori passo-passo, ecc. che non rappresentano delle macchine elettriche nel senso tradizionale, ma dei sistemi a catena chiusa o aperta in cui il motore elettrico è solo un componente che difficilmente può essere considerato separatemente dal sistema di cui fa parte.

Comunque, in generale le macchine elettriche, pur essendo da un punto di vista costruttivo notevolmente differenti, presentano una serie di caratteristiche comuni che mettono in evidenza una logica unitaria [3], particolarmente profonda nel caso delle macchine elettriche rotanti 1 .

Una macchina elettrica è, in sintesi, un dispositivo in grado di trasformare energia e il cui funzionamento si basa sulle seguenti due leggi dell'elettromagnetismo.

• Legge dell'induzione elettromagnetica.

Ai capi di una spira concatenata con un flusso magnetico variabile Φ viene indotta una forza elettromagnetica E direttamente proporzionale alla velocita di variazione del flusso.

$$E = -\frac{d\Phi}{dt} \tag{1.1}$$

Il segno meno indica che il verso della tensione indotta E è tale da opporsi alla causa che lo ha generato; in questo modo viene rispettato il principio di conservazione dell'energia.

• Legge dell'azione elettrodinamica.

Una carica q che si muove con la velocità \overrightarrow{v} , immersa in un campo magnetico \overrightarrow{B} , è soggetta ad una forza \overrightarrow{F} pari a:

¹L'unificazione è un'esigenza preminente nella fisica teorica. Einstein cercò per vent' anni, senza riuscirci, l'unificazione delle forze gravitazionale ed elettromagnetica. Con finalità meno omnicomprensive, si è sviluppata la teoria unificata delle macchine rotanti [4]. Il modello che ne è conseguito e gli strumenti matematici necessari hanno consentito la determinazione di potenti algoritmi per il controllo dinamico dei motori.

8 1.1. INTRODUZIONE

$$\overrightarrow{F} = q \cdot \left(\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B}\right) \tag{1.2}$$

La precedente legge si concretizza nella seguente relazione tra moduli, quando si considera un intero conduttore rettilineo di lunghezza l, ortogonale al campo \overrightarrow{B} ed attraversato da una corrente I.

$$F = B \cdot I \cdot l \tag{1.3}$$

Nelle macchine elettriche si riscontrano tre tipologie di trasformazioni di energia, e in base ad esse si può introdurre una prima classificazione:

- trasformatori (energia elettrica ⇒ energia elettrica)
- motori (energia elettrica ⇒ energia meccanica)
- generatori (energia meccanica ⇒ energia elettrica)

Una comune pila elettrica, pur essendo sede di una trasformazione in cui entra in gioco energia elettrica, non può essere considerata una macchina elettrica perché in essa non avvengono fenomeni di induzione elettromagnetica e neppure azioni elettrodinamiche.

Una caratteristica fondamentale delle macchine elettriche è la loro reversibilità, ovvero la possibilità di invertire il flusso di energia. Ad esempio un motore, in particolare condizioni di funzionamento, può diventare un generatore elettrico. In ogni macchina elettrica si riscontra la presenza di due circuiti elettrici mutuamente accoppiati tra loro mediante un circuito magnetico, con modalità costruttive dipendenti dal tipo di macchina elettrica (figura 1.1).

Circuito magnetico

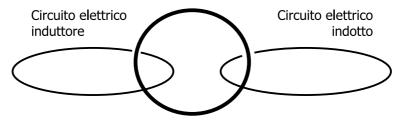


Figura 1.1: Schema di principio delle macchine elettriche

I due circuiti elettrici vengono denominati rispettivamente:

- circuito induttore. Esso ha lo scopo di generare il flusso magnetico nel circuito magnetico mediante la circolazione di corrente nel conduttore che lo costituisce. Esso è denominato circuito di eccitazione e la corrente che lo percorre corrente di eccitazione.
- circuito indotto. Esso è sottoposto all'azione del flusso magnetico del circuito magnetico con cui concatenato, diventando sede di tensioni e correnti indotte. In realtà le correnti indotte, durante il funzionamento, contribuiscono anch'esse alla determinazione del flusso magnetico nel circuito magnetico. Tale azione, o meglio reazione, prende il nome di reazione di indotto.

Nelle macchine elettriche operanti in corrente alternata che si interfacciano con sistemi elettrici polifasi si possono distinguere tante terne di circuiti induttore, magnetico e indotto quante sono le fasi che costituiscono l'alimentazione. Pertanto, nel caso dei sistemi trifasi si possono distinguere, da un punto di vista concettuale, tre circuiti induttori, tre circuiti magnetici e tre circuiti indotti. In realtà alcuni di essi tendono fisicamente a sovrapporsi. Per esempio nei trasformatori trifase i tre circuiti magnetici condividono lo stesso ferro, mentre si hanno effettivamente tre circuiti induttori e tre circuiti indotti separati.

1.2 Classificazione delle macchine elettriche

Una prima classificazione delle macchine elettriche riguarda la presenza o meno di organi rotanti 2

- macchine statiche, prive di parti in movimento.
- macchine rotanti, in cui è presente una parte in movimento rotatorio, denominata rotore, attorno ad un asse.

Un classico esempio di macchina statica è il trasformatore, mentre i motori e i generatori elettrici comprendono praticamente quasi tutte le macchine rotanti.

Nei trasformatori il circuito magnetico è realizzato completamente mediante materiale ferromagnetico e viene denominato **nucleo magnetico**.

Nell macchine rotanti il circuito magnetico è composte da due parti in materiale ferromagnetico, separate tra loro da uno strato in aria (**traferro**). La parte fissa è denominata **statore**, mentre la parte mobile è il rotore. Siamo in presenza, in questo caso di un *nucleo magnetico statorico* e di un *nucleo magnetico rotorico*. La presenza del traferro consente la libera rotazione del rotore all'interno dello statore, ma essa anche eleva la riluttanza del circuito magnetico, costringendo a dover utilizzare correnti magnetizzanti più elevate per ottenre gli stessi effetti.

Lo spessore del traferro può essere costante lungo tutta la circonferenza del rotore e allora in questo caso si parla di **macchine isotrope** o più comunemente *macchine a poli lisci*.

In altri casi uno dei due nuclei magnetici, il rotorico o lo statorico presentano delle espansioni polari sporgenti dalla superficie cilindrica, pertanto, il traferro non presenta uno spessore costante. Si è in presenza, in questo caso, di **macchine anisotrope**, denominate anche *macchine a poli salienti*.

Figura 1.2: Macchine rotanti isotropa e anisotropa

In base alla forma d'onda della corrente le macchine vengono classificate in:

²In realtà in alcune applicazioni specifiche sono utilizzati i motori elettrici lineari, in cui una parte mobile scorre su una parte immobile

- macchine a corrente continua
- macchine a corrente alternata

Occorre precisare che il trasformatore opera solo con correnti alternate, quindi la classificazione precedente si applica in pratica alle macchine elettriche rotanti.

Le macchine rotanti a corrente alternata vengono ulteriormente classificate in base alla relazione esistente tra la velocità di rotazione e la velocità di sincronismo³.

- macchine sincrone, quando la velocità di rotazione è pari alla velocità di sincronismo.
- macchine asincrone, quando la velocità di rotazione è diversa dalla velocità di sincronismo.

1.3 Studio delle macchine elettriche

1.3.1 Le ipotesi di campo

Lo studio rigoroso delle macchine elettriche è molto complesso perché esso comporta lo studio del campo elettromagnetico generato da distribuzioni di correnti elettriche immerse in mezzi eterogenei e disposti secondo complicate configurazioni geometriche.

Per questo motivo è necessario introdurre delle opportune ipotesi semplificative che rendono possibili dei risultati attendibili che la percezione dei fenomeni sufficientemente intuitiva.

In questo contesto si collocano le ipotesi di campo; esse permettono di individuare l'andamento qualitativo delle linee di flusso del campo magnetico senza dover ricorrere all'integrazione di complicate equazioni differenziali.

1.3.2 Equazioni interne

Si è già accennato al fatto che tutte le macchine elettriche sono costituite da due circuiti elettrici ed un circuito magnetico tra loro concatenati. Per ciascuno di questi circuiti si può scrivere una specifica equazione. Pertanto le equazioni interne sono essenzialmente

- Il secondo principio di Kirchhoff per il circuito elettrico induttore.
- Il secondo principio di Kirchhoff per il circuito elettrico indotto.
- L'equazione di accoppiamento magnetico tra i due circuiti elettrici.

Alle tre equazioni precedenti fanno riscontro le tre incognite fondamentali $i_1, i_2 \in \varphi$.

1.3.3 Equazioni esterne

Una macchina elettrica non è un sistema isolato, ma al contrario essa è collegata con altri sistemi con cui essa scambia energia.

E' necessario, per individuare la soluzione che corrisponde al reale funzionamento, associare alle equazioni interne altre equazioni che traducono in in forma analitica i vincoli esercitati dai sistemi esterni sulla macchina stessa.

Questi vincoli possono essere elettrici, se il collegamento avviene attraverso una coppia di morsetti, oppure meccanici, se il collegamento avviene attraverso un albero rotante

Il funzionamento di una macchina elettrica è retto dal sistema costituito dalle equazioni interne e da quelle esterne; le prime restano normalmente immutate nei vari tipi di funzionamento, mentre le seconde cambiano da situazione a situazione.

 $^{^3}$ La velocità di sincronismo è strettamente legata al campo magnetico interno alla macchina

1.4 Rendimento

Si è già visto che una macchina elettrica è un sistema in cui avviene una trasformazione di energia. Ragionando in termini di potenze, la macchina elettrica assorbe una potenza P_a , che provvede a trasformare in una potenza P_u utilizzabile per lo scopo per cui la macchina è ideata. In condizioni reali, la potenza P_u è sempre inferiore alla potenza P_a ; la differenza $P_a - P_u$ rappresenta la potenza P_p persa durante la trasformazione. Ricapitolando, le potenze in gioco sono:

- P_a , potenza assorbita
- P_u , potenza utile
- P_p , potenza persa

Si definisce **rendimento effettivo** della macchina il rapporto tra la potenza utile e la potenza assorbita.

$$\eta = \frac{P_u}{P_a} \tag{1.4}$$

Oltre che in valore decimale, il rendimento effettivo può essere espresso in valore percentuale.

$$\eta_{\%} = \frac{P_u}{P_a} \cdot 100 \tag{1.5}$$

Tenendo conto che $P_p = P_a - P_u$, dalle espressioni (1.4) e (1.5) si ricavano le seguenti espressioni alternative.

$$\eta = 1 - \frac{P_p}{P_a} \tag{1.6}$$

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{P_p}{P}} \tag{1.7}$$

Le due potenze P_a e P_u tendono ad assumere valori prossimi tra loro, in particolare nel caso dei trasformatori. Pertanto basta misurare la P_u leggermente in eccesso e la P_a leggermente in difetto per ottenere un valore del rendimento poco attendibile. Si preferisce allora misurare la P_u o la P_a e determinare le perdite (P_p) mediante dei metodi analitici o sperimentali, stabiliti convenzionalmente dalle norme tecniche. In questo modo, applicando la (1.6) oppure la (1.7), si ottiene il **rendimento convenzionale**, denominato in questo modo perché fa riferimento a metodi di misura e di calcolo normalizzati e non all'effettivo funzionamento della macchina.

1.5 Perdite

Le perdite nelle macchine elettriche sono dovute a diverse cause. Qualunque sia la causa l'energia persa viene trasformata in calore e determina il riscaldamento della macchina. Le macchine elettriche, in termini grossolani, sono in massima parte fatte di ferro e rame, pertanto buona parte delle perdite avvengono negli avvolgimenti (perdite nel rame) e nel circuito magnetico (perdite nel ferro). A queste perdite si si affiancano le perdite meccaniche (perdite per attrito e ventilazione), nel caso delle macchine rotanti, ed altre perdite di entità minore. Si analizzano ora le varie cause di perdita e i vari metodi utilizzati per quantificarle.

1.5.1 Perdite nel rame

Nei circuiti elettrici delle macchine, attraversati da correnti elettriche, si manifestano delle perdite per effetto Joule, dipendenti dalla resistenza dei conduttori e dal quadrato della corrente, comunemente indicate **perdite nel rame**.

Occorre distinguere tra funzionamento in continua e funzionamento in alternata.

12 1.5. PERDITE

Funzionamento in regime continuo

Nel caso del funzionamento in corrente continua si considerano le sole perdite ohmiche per effetto Joule. Se si considera un avvolgimento di resistenza complessiva R, attraversato da una corrente continua di intensità I, le perdite dnel rame sono identificate dalla seguente nota relazione.

$$P_J = R \cdot I^2 \tag{1.8}$$

Come ausilio nella valutazione e nel dimensionamento delle macchine elettriche si introducono due ulteriori parametri: le perdite nel rame specifiche per unità di volume e le perdite nel rame specifiche per unità di massa.

Perdita nel rame specifica per unità di volume Esse vengono definite nel seguente modo:

$$P_{JV} = \frac{P_J}{V} \qquad \left[\frac{W}{m^3} \right] \tag{1.9}$$

Nel caso di un conduttore di lunghezza l, sezione S e resistività ρ si ha:

$$P_{JV} = \frac{R \cdot I^2}{V} = \frac{\frac{\rho \cdot l}{S} \cdot (J \cdot S)^2}{l \cdot S} = \rho \cdot J^2$$
(1.10)

Perdita nel rame specifica per unità di massa Esse vengono definite nel seguente modo:

$$P_{Jm} = \frac{P_J}{m} \qquad \left[\frac{W}{kg}\right] \tag{1.11}$$

Introduciamo la massa volumica σ del conduttore definita come:

$$\sigma = \frac{m}{V}$$

Nel caso di un conduttore di lunghezza l, sezione S e resistività ρ e considerando la massa volumica del conduttore σ si ha:

$$P_{Jm} = \frac{P_{JV} \cdot V}{m} = \frac{\rho \cdot J^2}{\sigma} \tag{1.12}$$

Dalle (1.10) e (1.12) si deduce che le perdite specifiche dipendono solo dalle caratteristiche fisiche del materiale e dalla densità di corrente e non dalle sue dimensioni geometriche.

Il valore della resistività deve essere considerato alla temperatura di funzionamento del conduttore.

Nel caso di conduttori in rame funzionanti con densità di corrente tra $2 e 4 A/mm^2$, le perdite specifiche per unità di massa variano da 10 a 40 W/kg.

Funzionamento in regime sinusoidale

Nel funzionamento in corrente alternata le perdite nel rame aumentano perché oltre alla perdita ohmica P_J occorre tener conto degli effetti dei flussi magnetici dispersi che interessano i conduttori generando all'interno di essi delle f.e.m. indotte.

L'effetto di tali f.e.m. è paragonabile ad una riduzione della sezione dei conduttori e quindi ad un aumento della resistenza del conduttore. Di ciò si tiene conto introducendo una resistenza fittizia addizionale R_{add} responsabile delle perdite addizionali nel rame P_{add} .

$$P_{add} = R_{add} \cdot I^2 \tag{1.13}$$

Per cui, riassumendo le perdite nel rame complessive P_{cu} sono date da

$$P_{cu} = P_J + P_{add} \tag{1.14}$$

Le perdite addizionali possono essere misurate sperimentalmente, misurando la resistenza in continua degli avvolgimenti e le perdite totali P_{cu} in alternata.

Le due perdite si comportano in modo diverso sia con la frequenza che con la temperatura.

Le perdite addizionali aumentano con il quadrato della frequenza mentre le perdite ohmiche rimangono costanti.

Le perdite addizionali diminuiscono con l'aumentare della temperatura mentre le perdite ohmiche aumentano.

In particolare, per quanto riguarda la temperatura di ciò occorre tener conto perché le macchine elettriche, durante il loro funzionamento, si riscaldano fino a raggiungere la temperatura di regime, legata alla classe di isolamento della macchina.

1.5.2 Perdite nel ferro

Le perdite nel ferro si manifestano solo nei nuclei magnetici interessati da un flusso magnetico variabile nel tempo. Esse sono causate da due distinti fenomeni: l'isteresi magnetica e le correnti parassite. Entrambi i fenomeni si traducono in una produzione di calore e quindi di potenza dissipata nel ferro delle macchine elettriche, confrontabile con la potenza dissipata a causa delle perdite nel rame.

Perdite per isteresi magnetica

Perdite per correnti parassite

Cifra di perdita

- 1.6 Perdite meccaniche
- 1.7 Perdite negli isolamenti
- 1.8 Perdite addizionali

1.9. DOMANDE

1.9 Domande

1. Elencare e scrivere le espressioni delle leggi fondamentali dell'elettromagnetismo che stanno alla base del funzionamento delle macchine elettriche.

- 2. Disegnare e descrivere lo schema di principio delle macchine elettriche.
- 3. Classificare le macchine elettriche dal punto di vista energetico.
- 4. Cosa si intende per macchine isotrope e macchine anisotrope?
- 5. Spiegare la differenza tra macchine sincrone e macchine asincrone.
- 6. Cosa si intende per parte attiva di una macchina elettrica?
- 7. Quali sono i motori ad induzione?
- 8. Spiegare la differenza tra rendimento convenzionale e rendimento effettivo.
- 9. Elencare e descrivere brevemente i tipi di perdite che sono presenti in una macchina elettrica.
- 10. Spiegare cosa si intende per perdita nel rame specifica per unità di massa e da quali grandezze essa dipende.
- 11. Indicare in quali condizioni si verificano e da cosa dipendono le perdite addizionali.
- 12. Da quali grandezze dipendono le perdite per isteresi in un nucleo magnetico?
- 13. Spiegare da quali grandezze dipendono le perdite per correnti parassite.
- 14. Dire cosa rappresenta la cifra di perdita di un materiale ferromagnetico.
- 15. Quali effetti ha l'aggiunta del silicio alla lega magnetica ferro-carbonio?

1.10 Esercizi

1.10. ESERCIZI

Capitolo 2

IL TRASFORMATORE

Il trasformatore è una macchina statica che, per induzione elettromagnetica, permette di trasformare il valore della tensione e della corrente presente in un primo circuito in un valore più conveniente in un secondo circuito.

Il circuito di entrata che riceve l'energia, prende il nome di **primario**, il circuito di uscita che eroga l'energia ricevuta dal primario, prende il nome di **secondario**.

E' evidente che, perché si possa applicare il principio dell'induzione elettromagnetica, le grandezze elettriche in gioco non devono essere continue. Pertanto, i trasformatori sono macchine elettriche funzionanti in corrente alternata.

Il circuito primario rappresenta il *circuito induttore* che genera un flusso magnetico variabile il quale a sua volta tramite un circuito magnetico o nucleo si concatena con il secondario o *circuito indotto*.

2.1 Aspetti costruttivi

2.2 Trasformatore monofase

Si prenderà in considerazione dapprima il trasformatore ideale per esigenze didattiche, poi si elimineranno una alla volta le ipotesi semplificative fino ad ottenere un modello sufficientemente attendibile del trasformatore reale.

2.2.1 Trasformatore ideale

Il trasformatore ideale consiste di due avvolgimenti elettrici di N_1 e N_2 spire, rispettivamente il primario ed il secondario, avvolti su un nucleo di materiale ferromagnetico. La disposizione riportata nella figura è solo indicativa perché in realtà gli avvolgimenti possono essere avvolti uno sull'altro.

Figura 2.1: Il trasformatore ideale

Si considerano valide le seguenti ipotesi semplificative:

- Avvolgimenti ideali. Si considerano nulle la resistenza degli avvolgimenti primario e secondario e le perdite per effetto Joule.
- Concatenamento del flusso ideale. Il flusso magnetico generato dal primario si concatena completamente con il flusso del secondario.
- Nucleo magnetico ideale. Si considera nulla la riluttanza del circuito magnetico e le perdite nel ferro per isteresi e per correnti parassite.

Funzionamento a vuoto

Applicando ai capi del primario una tensione sinusoidale di valore efficace V_1 si viene a formare nel nucleo un flusso magnetico φ anch'esso sinusoidale, preso come riferimento con fase nulla.

$$\varphi = \Phi_M \cdot sen(\omega t)$$

Il primario sarà interessato dal flusso concatenato $\varphi_{c1} = N_1 \cdot \Phi_M \cdot sen(\omega t)$. In tal modo, per la legge dell'induzione elettromagnetica, si viene a creare ai capi dell'avvolgimento primario una tensione indotta e_1 pari a:

$$e_1 = -\frac{d\varphi_{c1}}{dt} = N_1 \cdot \Phi_M \cdot \omega \cdot sen\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$
 (2.1)

Allo stesso modo, il secondario è interessato dal flusso concatenato $\varphi_{c2} = N_2 \cdot \Phi_M \cdot sen(\omega t)$ e ai capi del secondario si forma una tensione indotta e_2 pari a:

$$e_2 = -\frac{d\varphi_{c2}}{dt} = N_2 \cdot \Phi_M \cdot \omega \cdot sen\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$
 (2.2)

Le tensioni indotte e_1 e e_2 hanno andamento sinusoidale, sono sfasate di 90° in ritardo rispetto al flusso induttore e hanno i seguenti valori efficaci:

$$E_1 = \omega \cdot N_1 \cdot \frac{\Phi_M}{\sqrt{2}} \tag{2.3}$$

$$E_2 = \omega \cdot N_2 \cdot \frac{\Phi_M}{\sqrt{2}} \tag{2.4}$$

Effettuando il rapporto tra E_1 e E_2 si ricava che:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} \tag{2.5}$$

Il rapporto N_1/N_2 è denominato **rapporto spire** e viene indicato con il simbolo K_N . L'espressione (2.5) stabilisce la seguente regola fondamentale:

le tensioni indotte ai capi del primario e del secondario di un trasformatore sono direttamente proporzionali al numero di spire dei rispettivi avvolgimenti.

L'avvolgimento con maggior numero di spire viene denominato lato AT, mentre l'avvolgimento con minor numero di spire è denominato lato BT.

E' importante tener presente che ognuno dei due lati può essere il primario il secondario della macchina.

Se il primario è il lato AT allora il trasformatore funziona da **abbassatore di tensione** mentre se il primario è il lato BT allora il trasformatore funziona da **elevatore di tensione**.

La figura 2.2 rappresenta il circuito equivalente del trasformatore ideale nel caso del funzionamento a vuoto.

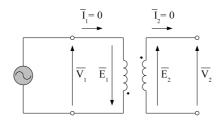


Figura 2.2: Funzionamento a vuoto del trasformatore ideale

Si può notare che anche nel primario la corrente circolante è nulla. In pratica si è in presenza di un flusso magnetico senza che vi sia la circolazione di alcuna corrente magnetizzante. Questo fatto deriva direttamente dall'aver considerato a riluttanza nulla il nucleo del trasformatore.

Applicando la legge di Hopkinson al nucleo si ottiene:

$$N_1 \cdot \overline{I_1} + N_2 \cdot \overline{I_2} = \Re \cdot \overline{\Phi}$$

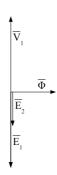


Figura 2.3: Diagramma vettoriale del trasformatore ideale a vuoto.

Poiché la riluttanza R è supposta nulla si ha che:

$$N_1 \cdot \overline{I_1} + N_2 \cdot \overline{I_2} = 0 \tag{2.6}$$

Poiché $I_2 = 0$ si ha che $I_1 = 0$. Per le tensioni si ha invece che:

$$\overline{V_1} = -\overline{E_1} \tag{2.7}$$

$$\overline{V_2} = \overline{E_2} \tag{2.8}$$

da cui:

$$\frac{\overline{V_1}}{\overline{V_2}} = -\frac{\overline{E_1}}{\overline{E_2}} = -K_N \tag{2.9}$$

Esprimendo le relazioni (2.1) e (2.2) in termini simbolici si ottengono le seguenti relazioni:

$$\overline{E_1} = -j \cdot \omega \cdot N_1 \cdot \overline{\Phi} \tag{2.10}$$

$$\overline{E_2} = -j \cdot \omega \cdot N_2 \cdot \overline{\Phi} \tag{2.11}$$

Le relazioni (2.10), (2.11) e (2.7) sono riassunte graficamente mediante il diagramma vettoriale di figura 2.3.

Funzionamento a carico

Se si applica ai morsetti del secondario un carico di impedenza \overline{Z}_2 , sul carico circolerà una corrente \overline{I}_2 che soddisferà alla seguente equazione esterna

$$\overline{V}_2 = \overline{Z}_2 \cdot \overline{I}_2$$

Poiché in questo caso $\overline{I}_2 \neq 0$ dall'equazione (2.6) si ottiene:

$$\overline{I}_1 = -\frac{N_2}{N_1} \cdot \overline{I}_2 = -\frac{1}{K_N} \cdot \overline{I}_2 \tag{2.12}$$

Quindi le correnti primaria e secondaria sono in rapporto inverso rispetto alle tensioni. Il lato AT, avente un maggior numero di spire, è interessato da una corrente più bassa del lato BT, avente un minor numero di spire.

Riassumendo, il funzionamento del trasformatore ideale è descritto dalle seguenti equazioni interne:

(v. 0.7)

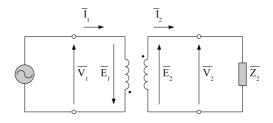


Figura 2.4: Trasformatore ideale sotto carico

$$\overline{V}_1 = j \cdot \omega \cdot N_1 \cdot \overline{\Phi} \tag{2.13}$$

$$\overline{V}_2 = -j \cdot \omega \cdot N_2 \cdot \overline{\Phi} \tag{2.14}$$

$$\overline{V}_{1} = j \cdot \omega \cdot N_{1} \cdot \overline{\Phi}$$

$$\overline{V}_{2} = -j \cdot \omega \cdot N_{2} \cdot \overline{\Phi}$$

$$N_{1} \cdot \overline{I_{1}} + N_{2} \cdot \overline{I_{2}} = 0$$

$$(2.13)$$

$$(2.14)$$

I vincoli che danno luogo alle equazioni esterne provengono dai circuiti a cui è connesso il trasformatore mediante il primario ed il secondario. Nel caso del primario l'equazione si riduce ad affermare che la tensione di alimentazione V_1 è costante mentre nel caso del secondario si è in presenza del vincolo elettrico imposto dal carico applicato al trasformatore. Riassumendo:

$$V_1 = cost$$

$$\overline{V}_2 = \overline{Z}_2 \cdot \overline{I}_2$$

$$(2.16)$$

$$(2.17)$$

$$\overline{V}_2 = \overline{Z}_2 \cdot \overline{I}_2 \tag{2.17}$$

Le relazioni precedenti sono riassunte graficamente mediante il diagramma vettoriale di figura 2.5.

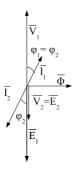


Figura 2.5: Diagramma vettoriale del trasformatore ideale con carico parzialmente induttivo.

Lo sfasamento φ_2 dipende dal carico applicato, in questo caso un carico ohmico-induttivo, mentre si può notare come lo sfasamento φ_1 sia esattamente uguale a φ_2 . In pratica la condizione di carico viene trasferita dal secondario al primario senza alterazioni.

Potenze

Le potenze apparenti dei due lati del trasformatore, non solo nel caso ideale, sono date da:

$$S_1 = V_1 \cdot I_1 \qquad S_2 = V_2 \cdot I_2$$

Si dimostra mediante semplici passaggi che:

$$S_1 = S_2 (2.18)$$

Ovvero che le potenze apparenti primaria e secondaria del trasformatore ideale sono uguali. Questa affermazione dimostra che il trasformatore trasferisce completamente l'energia elettrica dal primario al secondario limitandosi solo a trasformarla. Questo fatto è dovuto proprio alle ipotesi semplificative poste all'inizio dello studio del trasformatore ideale, in cui si è ipotizzata che fosse nulla ogni tipo di perdita.

Data l'uguaglianza degli sfasamenti φ_1 e φ_2 ,
risultano uguali tra loro le potenze attive e reattive dei due lati.

$$P_1 = P_2 \tag{2.19}$$

$$Q_1 = Q_2 \tag{2.20}$$

Trasformazione delle impedenze

Il secondario vede una impedenza \overline{Z}_2 pari al rapporto $\overline{V}_2/\overline{I}_2$, mentre la sorgente di tensione presente al primario

2.2.2 Trasformatore reale

Dal modello del trasformatore ideale si passa al modello del trasformatore reale considerando non più valide le tre ipotesi semplificative precedentemente considerate. Si discutono ora, una ad una, le conseguenze della invalidazione delle ipotesi semplificative.

Avvolgimenti non ideali

Gli avvolgimenti del primario e del secondario sono dotati di una resistenza elettrica, il cui valore può essere determinato teoricamente utilizzando la nota formula di Ohm.

$$R_1 = \rho \cdot \frac{l_1}{S_1} \quad R_2 = \rho \cdot \frac{l_2}{S_2}$$

La resistenza degli avvolgimenti può essere determinata anche sperimentalmente mediante misure di resistenza con ponti di misura.

Nel circuito equivalente si pone in serie alle bobine mutuamente accoppiate due resistenze R_1 e R_2 .

Concatenamento del flusso non ideale

Seguendo l'impostazione generale dello studio delle macchine elettriche, descritta a grandi linee nel capitolo introduttivo, si introducono le *ipotesi di campo* relative al trasformatore, che consentono di sviluppare lo studio senza dover risolvere complesse equazioni di campo per determinare le linee dell'induzione magnetica B. Tali ipotesi classificano le linee di flusso in tre categorie:

- Flusso utile ϕ_0 . Linee di flusso che si richiudono interamente nel nucleo e sono concatenate con entrambi i circuiti elettrici.
- Flusso disperso nel primario ϕ_{1d} . Linee di flusso che si richiudono in aria concatenandosi con il solo primario.
- Flusso disperso nel secondario ϕ_{2d} .Linee di flusso che si richiudono in aria concatenandosi con il solo secondario.

A causa dei flussi dispersi il flusso utile che interessa il secondario nel trasformatore reale è ridotto rispetto al trasformatore ideale. Ciò comporta una corrispondente riduzione delle tensioni indotte E_1 e E_2 . Nel circuito equivalente si tiene conto della diminuizione mediante l'introduzione delle **reattanze di dispersione** X_{1d} e X_{2d} in serie agli avvolgimenti.

Sapendo che, in generale,

$$L = \frac{\Phi_C}{I} = \frac{N \cdot \Phi}{I}$$

si ha,

$$L_1 = \frac{N_1 \cdot \Phi_{1d}}{I_1} \quad L_2 = \frac{N_2 \cdot \Phi_{2d}}{I_2} \tag{2.21}$$

da cui si ottengono le espressioni delle reattanze di dispersione

$$X_{1d} = \omega \cdot L_{1d} \quad X_{2d} = \omega \cdot L_{2d} \tag{2.22}$$

In realtà, le reattanze di dispersione difficilmente si determinano attraverso le formule (2.21) e (2.22). Solitamente esse si ottengono per via indiretta attraverso la misura di R_{1d} , R_{2d} e delle tensioni e correnti al primario e al secondario.

Nucleo magnetico non ideale

Le perdite nel ferro non sono più trascurabili e la riluttanza del nucleo magnetico non più essere considerata nulla. Nei trasformatori il nucleo deve risultare comunque sempre un circuito magnetico a bassa riluttanza. Per questa ragione esso è costruito con un buon materiale ferromagnetico.

In particolare, per quanto riguarda le perdite nel ferro, si dimostra che esse sono proporzionali al quadrato della tensione indotta al primario E_1 .

$$P_f = G_0 \cdot E_1^2 \tag{2.23}$$

Il coefficiente G_0 rappresenta la **conduttanza di dispersione** del trasformatore. Nel circuito equivalente G_0 viene collegata in parallelo all'avvolgimento primario in modo da essere sottoposta proprio alla tensione E_1 .

Le perdite nel ferro sono date da:

$$P_f = m \cdot P_{fs} = m \cdot \frac{P_0}{B_0^2} \cdot B_M^2$$

in cui B_M è il valore massimo dell'induzione magnetica nel nucleo di sezione S.

$$B_M = \frac{\Phi_M}{S} = \frac{E_1}{\sqrt{2}\pi \cdot f \cdot N_1 \cdot S}$$

da cui si ottiene

$$P_f = m \cdot \frac{P_0}{B_0^2} \cdot \frac{1}{(\sqrt{2\pi} \cdot f \cdot N_1 \cdot S)^2} \cdot E_1^2$$
 (2.24)

Anche in questo caso il parametro G_0 non si ottiene normalmente dalla (2.24) ma in modo indiretto da misure di potenza e tensione.

Per quanto riguarda la *riluttanza* essa non è nulla e quindi, il nucleo per essere magnetizzato, in base alla legge di Hopkinson, deve essere sottoposto ad una forza magnetomotrice. Si indica con \overline{I}_{μ} la corrente magnetizzante circolante nelle N_1 spire del primario necessaria per produrre il campo $\overline{\phi}$.

$$N_1 \cdot \overline{I}_{\mu} = \Re \cdot \overline{\phi}$$

Tenendo conto della (2.10) si ha

$$\overline{\Phi} = j \cdot \frac{1}{\omega \cdot N_1} \cdot \overline{E_1}$$

da cui si ottiene

$$\overline{I}_{\mu} = j \cdot \frac{\Re}{{N_1}^2 \cdot \omega} \cdot \overline{E}_1$$

Da questa relazione, supponendo costante la riluttanza al variare di E_1 , si ricava l'espressione della **suscettanza di magnetizzazione** B_0 , il parametro che lega tra loro corrente di magnetizzazione e f.e.m indotta.

$$\overline{I}_{\mu} = j \cdot B_0 \cdot \overline{E}_1 \tag{2.25}$$

Le precedenti considerazioni permettono di tracciare il circuito equivalente del trasformatore reale (figura 2.6).

Il modello del trasformatore reale risulta quindi composto da:

• un trasformatore ideale;

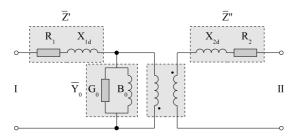


Figura 2.6: Circuito equivalente del trasformatore reale.

- l'impedenza primaria in serie \overline{Z}' ;
- \bullet l'impedenza secondaria in serie $\overline{\overline{Z}}''$
- \bullet l'ammettenza primaria in parallelo $\overline{Y}_0.$

I parametri $R_1,\,X_{1d},\,R_2,\,X_{2d}$ sono denominati parametri longitudinali, mentre i parametri G_0 e B_0 sono denominati parametri trasversali.

2.2.3 Funzionamento a vuoto

Nel funzionamento a vuoto il circuito secondario del trasformatore è aperto e pertanto non viene erogata alcuna corrente. Poichè $I_2=0$ le cadute di tensione sui paramtri longitudinali R_2 e X_{2d} sono nulle. Pertanto la tensione secondaria a vuoto \overline{V}^{20} è pari alla tensione indotta \overline{E}^2

Nel funzionamento a vuoto il rapporto

$$K_0 = \frac{V_1}{V_{20}}$$

rappresenta il **rapporto di trasformazione a vuoto** e costituisce un dato di targa della macchina.

Dato che $V_{20}=E_2$ e $V_1\cong E_1$, a patto di considerare I_0 trascurabile, si ottiene che:

$$K_0 \cong \frac{E_1}{E_2} = K_N$$

2.2.4 Funzionamento a carico

2.2.5 Funzionamento in corto circuito

Per semplificare la trattazione si considera trascurabile la corrente a vuoto I_0 rispetto alla corrente primaria di reazione $I_{2'}$.

Si ritiene che la potenza misurata durante la prova di corto circuito si praticamente equivalente alla potenza persa nel rame in condizioni nominali.

$$P_{cc} \cong P_{cu} \tag{2.26}$$

$$Z_{2cc} = \frac{V_{2cc}}{I_{2n}}, \quad R_{2cc} = \frac{P_{cc}}{I_{2n}^2}, \quad X_{2cc} = \sqrt{Z_{2cc}^2 - R_{2cc}^2}$$
 (2.27)

2.2.6 Dati di targa

Potenza apparente nominale

E' il valore della **potenza apparente riferita al servizio continuo**. Per i trasformatori monofasi essa è pari a:

$$S_n = V_{20n} \cdot I_{2n} \tag{2.28}$$

dove V_{20n} è la **tensione secondaria a vuoto nominale**, ovvero la tensione a vuoto che si ha al secondario quando il primario è alimentato con la sua tensione nominale, e I_{2n} è la **corrente nominale secondaria** che il trasformatore può erogare in condizioni nominali.

Essa si esprime in voltampere o nei suo multipli (VA, kVA, MVA).

Rapporto di trasformazione a vuoto

E' il rapporto tra la tensione nominale primaria V_{1n} e la corrispondente tensione secondaria a vuoto V_{20n} .

$$K_0 = \frac{V_{1n}}{V_{20n}} \tag{2.29}$$

Correnti nominali

Sono i valori I_{1n} e I_{2n} delle correnti che circolano nell'avvolgimento primario e secondario in condizioni di funzionamento nominale. Si ha:

$$I_{1n} = \frac{S_n}{V_{1n}} \qquad I_{2n} = \frac{S_n}{V_{20n}} \tag{2.30}$$

Potenza a vuoto

E' la potenza $P_0\%$ assorbita nel funzionamento a vuoto con tensioni nominali, espressa in termini percentuali rispetto alla potenza nominale.

$$P_0\% = 100 \cdot \frac{P_0}{S_n} \tag{2.31}$$

La potenza a vuoto coincide praticamente con le perdite nel ferro con tensione nominale al primario. Essa assume tipicamente valori compresi tra lo 0,1% e lo 1,5%.

Corrente a vuoto

E' la corrente $I_0\%$ assorbita nel funzionamento a vuoto con tensioni nominali, espressa in termini percentuali rispetto alla corrente primaria nominale.

$$I_0\% = 100 \cdot \frac{I_0}{I_{1n}} \tag{2.32}$$

Essa assume tipicamente valori compresi tra lo 0,5% e il 3%.

Si dimostra facilmente che:

$$\cos \varphi_0 = \frac{P_0\%}{I_0\%} \tag{2.33}$$

(v. 0.7)

Potenza di cortocircuito

E' il valore P_{cc} della potenza assorbita dal trasformatore nel funzionamento in cortocircuito con correnti nominali e alla temperatura di regime. Essa viene espressa in valore percentuale riferito alla potenza nominale.

$$P_{cc}\% = 100 \cdot \frac{P_{cc}}{S_n}$$
 (2.34)

Essa assume tipicamente valori compresi tra lo 1% e il 3% dai grandi ai piccoli trasformatori.

Tensione di corto circuito.

E' il valore percentuale $V_{cc}\%$ della tensione di cortocircuito che fa circolare le correnti nominali negli avvolgimenti, espressa in percentuale e riferita alla temperatura di regime della macchina. Il valore della $V_{cc}\%$ è lo stesso per i due lati e da esso si ricavano le tensioni di corto circuito dei due lati.

$$V_{cc}\% = \frac{V_{1cc}}{V_{1n}} \cdot 100 = \frac{V_{2cc}}{V_{20n}} \cdot 100$$
 (2.35)

Nei trasformatori trifasi fino a 1000 kVA la tensione di cortocircuito varia dal 2% al 5%. Nei trasformatori di potenza più elevata essa può raggiungere anche il 15%.

Si dimostra facilmente che:

$$\cos \varphi_{cc} = \frac{P_{cc}\%}{V_{cc}\%} \tag{2.36}$$

2.2.7 Domande

- 1. Indicare e descrivere brevemente le ipotesi semplificative che consentono di ritenere ideale un trasformatore.
- 2. Dimostra, mediante adeguati passaggi matematico-fisici, che le f.e.m. indotte negli avvolgimenti primario e secondario di un trasformatore monofase, alimentato al primario con una tensione sinusoidale, sono in ritardo di 90° rispetto al flusso induttore principale che interessa il nucleo magnetico.
- 3. Dimostrare che nel funzionamento a vuoto del trasformatore ideale la corrente al primario \overline{I}_1 è nulla.
- 4. Ricavare il legame esistente tra la corrente primaria e la corrente secondaria nel caso del trasformatore monofase ideale.
- 5. Disegna, rispettando le proporzioni, il diagramma vettoriale di un trasformatore ideale avente $K_N = 2$ e $V_1 = 230V$, a cui è applicato un carico $\overline{Z} = 2 + j \cdot 2$
- 6. Disegna il circuito equivalente del trasformatore monofase reale e scrivi le espressioni dei parametri trasversali e longitudinali in funzione delle caratteristiche fisiche e geometriche del trasformatore.
- 7. Spiegare perché le perdite nel ferro possono essere ritenute uguali alla potenza attiva assorbita a vuoto dal trasformatore.
- 8. Spiegare, nel caso di un trasformatore monofase reale, che cosa rappresenta la corrente primaria di reazione e dimostrare la sua espressione analitica.
- 9. Disegnare il diagramma vettoriale del funzionamento a carico di un trasformatore monofase reale.
- 10. Spiegare perché le perdite nel rame possono essere ritenute uguali alla potenza assorbita dal trasformatore nella prova di corto circuito.
- 11. Scrivere le formule dei dati di targa di un trasformatore monofase, indicando per ciascuno di essi le eventuali condizioni di funzionamento con le quali sono determinati.
- 12. Dimostrare le seguenti relazioni:

$$\cos \varphi_0 = \frac{P_0\%}{I_0\%} \qquad \cos \varphi_{cc} = \frac{P_{cc}\%}{V_{cc}\%}$$

- 13. Scrivere le formule delle resistenze e delle reattanze equivalenti primarie e secondarie in funzione dei dati di targa.
- 14. Scrivere le formule dei parametri trasversali del circuito equivalente del trasformatore monofase reale in funzione dei dati di targa.
- 15. Disegna il diagramma vettoriale relativo alla variazione di tensione da vuoto a carico di un trasformatore, ipotizzando che al secondario sia applicato un carico RL.
- 16. Evidenzia mediante un disegno come varia la caratteristica esterna del trasformatore monofase al variare del tipo di carico (variazioni di φ_2)

2.2.8 Esercizi

1. 1

2.3 Transformatore trifase

Sono utilizzati per trasformare le terne di tensioni trifase da un livello ad un altro, ad esempio dai valori delle linee di alta tensione (AT) ai valori di media tensione (MT) oppure da questi ultimi alla bassa tensione (BT). Le trasformazioni MT-BT avvengono all'interno delle cabine elettriche di distribuzione. Un caso tipico è rappresentato dalle aziende industriali che necessitano di forniture con valori di potenza superiori ai 100kW. In tal caso l'utente deve provvedere mediante un trasformatore di sua proprietà ad abbassare la tensione della rete MT (15,20kV) alla tensione trifase 380V concatenata e 220V stellata. I trasformatori MT-BT hanno un primario connesso a triangolo ed un secondario connesso a stella in modo da rendere disponibile il conduttore di neutro

2.3.1 Tipi di collegamento

2.3.2 Circuiti equivalenti

2.3.3 Domande

- 1. Disegna e spiega brevemente i circuiti equivalenti primario e secondario del trasformatore trifase, nella configurazione base stella-stella.
- 2. Elenca i principali tipi di collegamento dei trasformatori trifase e valuta il corrispondente rapporto di trasformazione a vuoto K_0 in funzione del rapporto spire K_N nell'ipotesi che la c.d.t. primaria a vuoto sia trascurabile.
- 3. Un trasformatore trifase quando alimenta in modo simmetrico carichi equilibrati può essere studiato in modo semplificato sostituendo lo stesso con un trasformatore equivalente monofase. Affinché ci sia equivalenza tra i due trasformatori, trifase e monofase, quali sono le condizioni da rispettare?.

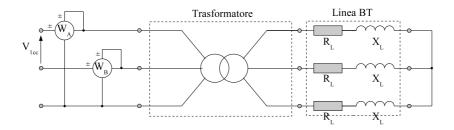
2.3.4 Esercizi

- 1. Un trasformatore trifase, di un cabina MT/BT per l'alimentazione di uno stabilimento industriale, ha i seguenti dati di targa:
 - $S_n = 500 \text{ KVA}$
 - $f_n = 50 \text{ Hz}$
 - Dyn11
 - $K_0 = 20000 \text{ V} / 400 \text{ V}$
 - $P_{ccn} = 5500 \text{ W}$
 - $V_{cc}\% = 4\%$
 - $P_0 = 1100 \text{ W}$
 - $I_0 = 1.9\%$

Tale macchina alimenta alla tensione $V_2=380\mathrm{V}$ i due reparti principali dello stabilimento:

- 1° reparto: $P_1 = 200 \text{ KW e } \cos \varphi_1 = 0.5$;
- 2° reparto: $P_2 = 120 \text{ KW e } \cos \varphi_2 = 0.6$;
- (a) Si determini il circuito equivalente primario $(R_{1cc}, X_{1cc}, Z_{1cc}, G'_0, B'_0)$ e il circuito equivalente secondario $(R_{2cc}, X_{2cc}, Z_{2cc}, G''_0, B''_0)$.
- (b) Si determinino le correnti I_{cc1} e I_{cc2} in caso di guasto alla corrente nominale V_{1n} .
- (c) Valutare il fattore di carico α del trasformatore relativo all'alimentazione dei due reparti del complesso industriale, dopo averli entrambi rifasati a $\cos \varphi_1 = 0.5$ (Si trovi la Q_c teorica).
- (d) Determinare la variazione di tensione da vuoto a carico assoluta ΔV e percentuale $\Delta V\%$, la tensione di alimentazione V_2 del trasformatore e il suo rendimento η .
- 2. Un trasformatore trifase presenta i seguenti dati di targa:
 - $S_n = 15 \text{ KVA}$
 - $f_n = 50 \text{ Hz}$
 - $K_0 = 10000 \text{ V} / 400 \text{ V}$

Ai morsetti secondari del trasformatore è connessa una linea in bassa tensione. Una prova in cortocircuito, effettuata secondo lo schema di figura, ha consentito di rilevare i seguenti valori di potenza sui wattmetri in inserzione Aron, $P_A = 900W$ e $P_B = 100W$, e la tensione di linea primaria $V_{1cc} = 937V$.



La linea alimenta alla tensione $V_2 = 300V$ un utilizzatore trifase equilibrato che assorbe una corrente $I_2 = I_{2n}$ con fattore di potenza $cos\varphi_2 = 0, 8$ in ritardo.

Determinare:

- (a) L'impedenza equivalente stella \overline{Z}_Y dell'utilizzatore trifase.
- (b) Il valore V_1 della tensione della rete primaria di alimentazione necessario affinché la tensione ai capi del carico si effettivamente $V_2 = 300V$, trascurando la corrente a vuoto I_0 e i parametri trasversali R_0 e X_0 .
- (c) Il valore I_1 della corrente primaria tenendo conto che la prova a vuoto del solo trasformatore ha dato come risultato $P_0\% = 1,5\%$ e $cos\varphi_0 = 0,25$.
- 3. Un trasformatore trifase presenta i seguenti dati di targa:
 - $f_n = 50Hz$;
 - $S_n = 25KVA$;
 - $K_0 = 15kV/400V$;
 - $P_{cc}\% = 3\%$;
 - $V_{cc}\% = 4\%$;
 - $P_0\% = 3\%$;
 - $cos\varphi_0 = 0,25$.

Il trasformatore alimenta due carichi trifasi in parallelo mediante una linea di bassa tensione di lunghezza $L_{BT}=250m$, realizzata mediante cavi di sezione $S=10mm^2$, resistenza kilometrica $r_{BT}=2,24\Omega/km$ e reattanza kilometrica $x_{BT}=0,119\Omega/km$.

Il trasformatore è alimentato alla tensione $V_1=14kV$ ed eroga alla linea una corrente $I_2=29A$ con fattore di potenza $cos\varphi_2=0,8$.

Determinare:

- (a) i parametri longitudinali al secondario e trasversali al primario del trasformatore monofase;
- (b) la tensione V_2 al secondario del trasformatore;
- (c) la tensione V_3 ai capi dei due carichi;
- (d) il fattore di potenza complessivo $cos\varphi_3$ dei due carichi;
- (e) il rendimento del trasformatore;
- (f) il rendimento complessivo trasformatore-linea; Sapendo che la potenza nominale P_{n1} del primo carico è di 12kW con fattore di potenza 0,8 in ritardo, e tensione nominale $V_n=400V$ determinare inoltre:
- (g) la corrente I_{21} assorbita dal primo carico;
- (h) la corrente I_{22} assorbita dal secondo carico.
- (i) la potenza nominale P_{n2} del secondo carico alla tensione nominale $V_n = 400V$.

2.4 Autotrasformatore

L'autotrasformatore è un particolare tipo di trasformatore dotato di un unico avvolgimento per fase con il quale si ottengono i lati primario e secondario mediante una presa intermedia.

Nel caso dell'autotrasformatore abbassatore (figura 2.7) il primario è collegato a tutte le N_1 spire dell'avvolgimento, mentre il secondario è connesso tramite la presa intermedia a N_2 spire, una parte dell'avvolgimento, e poiché $N_1 > N_2$ si ha che $V_1 > V_2$.

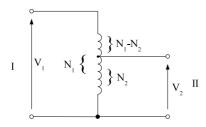


Figura 2.7: Schema di principio dell'autotrasformatore abbassatore

Nel caso dell'autotrasformatore elevatore (figura 2.8) il primario è collegato, tramite la presa intermedia, a N_1 spire, una parte dell'avvolgimento, mentre il secondario è connesso a tutte le N_2 spire dell'avvolgimento, e poiché risulta $N_1 < N_2$ si ha che $V_1 < V_2$.

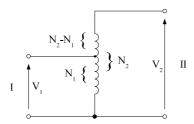


Figura 2.8: Schema di principio dell'autotrasformatore elevatore

2.4.1 Funzionamento a vuoto

Nel funzionamento a vuoto, l'avvolgimento primario, sottoposto alla tensione di alimentazione V_1 , assorbe la corrente a vuoto I_0 che da luogo al flusso magnetico ϕ , il quale a sua volta genera la tensione indotta E_1 . Poiché:

$$E_2 = \frac{N_2}{N_1} \cdot E_1$$

Ipotizzando una corrente a vuoto molto piccola si ha che:

$$V_{20} \cong \frac{N_2}{N_1} \cdot V_1 \tag{2.37}$$

2.4.2 Funzionamento a carico

Si considera per brevità il solo funzionamento come abbassatore. Il secondario è chiuso sul carico ed eroga la corrente I_2 alla tensione V_2 . Nelle spire dell'unico avvolgimento circolano due diverse correnti, I_1 ed I (figura).

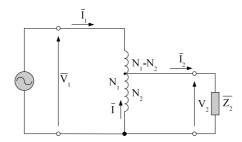


Figura 2.9: Autotrasformatore abbassatore sotto carico

Per ricavare le espressioni delle correnti si ipotizza che la f.m.m. totale a carico sia nulla, ipotesi valida se la corrente a vuoto I_0 è molto piccola. Si ha che:

$$(N_1 - N_2) \cdot \overline{I}_1 - N_2 \cdot \overline{I} = 0$$

Tenendo conto che:

$$\overline{I_1} = \overline{I_2} - \overline{I}$$

si ottiene:

$$\overline{I} = (K_N - 1) \cdot \overline{I_1}$$
$$\overline{I_2} = K_N \cdot \overline{I_1}$$

Poiché $K_N > 1$ le tre correnti I_1 , I_2 e I risultano in fase tra loro. Dal diagramma vettoriale di figura 2.10, ottenuto ipotizzando K_N pari a 2, si nota che I è minore di I_2 , pertanto la parte dell'avvolgimento del trasformatore, che funge da secondario è interessata da una corrente inferiore rispetto a quella effettivamente erogata.



Figura 2.10: Diagramma vettoriale dell'autotrasformatore abbassatore sotto carico.

Questo aspetto è alla base del principale vantaggio applicativo dell'autotrasformatore: esso può essere dimensionato per una potenza minore di quella che eroga al secondario e, quindi, esso ha dimensioni minori rispetto ad un trasformatore tradizionale di equale potenza. Questo vantaggio è particolarmente importante nelle macchine di grande potenza.

Per contro, mentre nel trasformatore tradizionale i due avvolgimenti sono elettricamente separati nell'autotrasformatore essi sono sempre connessi tra loro. Per questo motivo, mentre un trasformatore permette sempre di mettere a terra il suo avvolgimento secondario, l'autotrasformatore permette la messa a terra solo se è alimentato da una linea a neutro isolato o se è alimentato tra fase e neutro di una linea con neutro a terra e si è certi di mettere a terra il morsetto collegato al neutro.

Un altro inconveniente è costituito dal fatto che mentre nel trasformatore in seguito ad interruzione di una spira secondaria il carico resta sottoposto a tensione nulla, nell'autotrasformatore in caso di rottura di una spira sull'avvolgimento secondario il carico viene ad essere sottoposto ad una tensione pari alla primaria, con ovvie conseguenze.

2.4.3 Potenze apparenti

Quanto si è appena accennato sul dimensionamento dell'autotrasformatore viene ora confermato dal confronto della potenza apparente erogata con la potenze apparente di dimensionamento.

La potenza apparente erogata al carico, denominata anche **potenza passante** dal primario al secondario, è data da:

$$S_2 = V_2 \cdot I_2 \tag{2.38}$$

La potenza apparente impegnata dal primario si determina come prodotto della tensione e della corrente che interessano le $N_1 - N_2$ spire appartenenti solo al primario.

$$S_{1d} = (V_1 - V_2) \cdot I_1$$

da cui si ottiene dopo alcuni passaggi:

$$S_{1d} = S_2 \cdot \left(1 - \frac{1}{K_N}\right)$$

Analogamente la potenza apparente impegnata dal secondario è

$$S_{2d} = V_2 \cdot I$$

da cui si ottiene:

$$S_{2d} = S_2 \cdot \left(1 - \frac{1}{K_N}\right)$$

Si nota che le potenze apparenti impegnate dai due lati sono uguali. Esse rappresentano entrambe S_d , la **potenza apparente di dimensionamento** della macchina. E, poiché $K_N > 1$, essa è sempre minore della potenza passante erogata al carico.

$$S_d = S_2 \cdot \left(1 - \frac{1}{K_N}\right) \tag{2.39}$$

Esempio 2.4.1. Si determini l'espressione della potenza apparente di dimensionamento nel caso del trasformatore elevatore monofase riportato in figura.

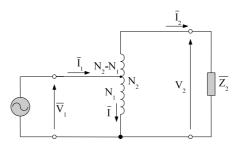


Figura 2.11: Circuito autotrasformatore monofase sotto carico.

Solutione.

Trascurando la corrente a vuoto, in modo da considerare le correnti \bar{I}_1 , \bar{I}_2 e \bar{I}_3 in fase tra di esse, la potenza apparente impegnata dal primario è pari a:

$$S_{1d} = V_1 \cdot I = V_1 \cdot (I_1 - I_2)$$

La potenza apparente impegnata dal secondario è pari a:

$$S_{2d} = (V_2 - V_1) \cdot I_2$$

Sapendo che:

$$V_1 = K_N \cdot V_2 \quad I_2 = K_N \cdot I_1$$

si ottiene:

$$S_d = S_{1d} = S_{2d} = V_2 \cdot I_2 \cdot (1 - K_N)$$

2.4.4 Autotrasformatore trifase

Gli autotrasformatori vengono anche costruiti anche in configurazione trifase. Il tipo di collegamento più usato è quello Yy.

Il collegamento a stella è più vantaggioso rispetto a quello a triangolo perché permette la messa a terra del centro stella comune in modo da evitare sovratensioni pericolose. Quanto affermato per l'autotrasformatore monofase si estende alla versione trifase a patto che essa operi con un carico equilibrato.

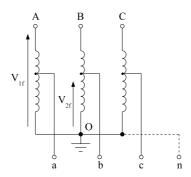


Figura 2.12: Autotrasformatore trifase a stella

2.4.5 Variatore di tensione

L'autotrasformatore, monofase e trifase, può essere realizzato con la presa intermedia mobile. In questo modo si fornisce in uscita una tensione variabile tra 0 e un valore massimo uguale alla tensione di alimentazione. Questo particolare tipo di trasformatore è denominato variatore continuo di tensione, o più comunemente, variac. Esso è utilizzato nei laboratori di misura.

2.4.6 Domande

1. Nel caso di un autotrasformatore, indicare cosa si intende per *potenza apparente nominale* e *potenza apparente di dimensionamento* e ricavarne il legame, nei due casi di funzionamento come *abbassatore* ed *elevatore*.

2.4.7 Esercizi

- 1. Un autotrasformatore monofase ha i seguenti dati di targa: $S_n = 1, 2kVA$, $V_{1n} = 230V$, $V_{20} = 120V$, $V_{cc}\% = 2, 5\%$, $\cos\varphi_{cc} = 0, 45$. Esso, quando è alimentato alla tensione nominale eroga la corrente $I_2 = 8A$ ad un carico R-L avente un fattore di potenza pari a 0,9. Ipotizzando I_0 trascurabile, calcolare:
 - (a) la tensione V_2 sul carico;
 - (b) la potenza attiva P_2 assorbita dal carico;
 - (c) le correnti $I \in I_1$;
 - (d) la potenza di dimensionamento.

Solutione

La tensione V_2 può essere ottenuta dalla tensione V_{20n} applicando la formula della caduta di tensione industriale.

$$V_2 = V_{20n} - I_2 \cdot (R_{2cc} \cdot \cos \varphi_2 + X_{2cc} \cdot sen\varphi_2)$$

Occorre quindi procedere al calcolo dei parametri longitudinali equivalenti al secondario, che si effettua, come nel caso dei trasformatori normali, partendo dai valori di cortocircuito.

Una volta trovata V_2 le altre richieste possono essere ottenute con relativa facilità.

2.5 Funzionamento in parallelo

Due o più trasformatori si dicono collegati in parallelo quando i rispettivi avvolgimenti primari sono alimentati dalla stessa linea primaria mentre i rispettivi avvolgimenti secondari alimentano insieme una stessa linea secondaria.

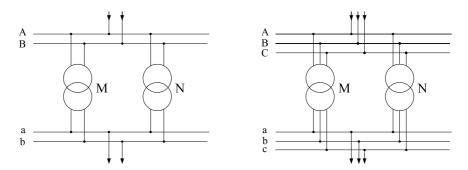


Figura 2.13: Collegamento in parallelo di due trasformatori monofasi e trifasi.

Scopo del collegamento in parallelo è quello di distribuire su più trasformatori il carico totale in modo tale che questo si ripartisca in proporzione diretta alle potenze nominali dei singoli trasformatori. Perché ciò avvenga è necessario che vengano soddisfatte alcune condizioni che verranno valutate più avanti.

L'operazione di parallelo, quando è effettuata correttamente può portare ad alcune condizioni vantaggiose di funzionamento [5].

- Potenziare l'impianto di trasformazione preesistente per l'aggiunta di un nuovo trasformatore.
- Realizzare una trasformazione a rendimento elevato perché è possibile ridurre il numero di trasformatori in funzionamento quando il carico si riduce notevolmente di potenza nell'arco di un giorno, della settimana, ecc.
- Considerare uno dei trasformatori in parallelo come riserva, in modo da assicurare la continuità di esercizio in caso di guasto.

In realtà vi è anche chi ritiene che il parallelo di trasformatori, nel caso di trasformazioni MT/BT, offra dei vantaggi di esercizio irrisori a fronte dei problemi di sicurezza e di economia di esercizio che essi pongono [7].

Per analizzare le condizioni generali che permettono una messa in parallelo corretta si fa riferimento, per esigenze di semplicità didattica, al caso di due trasformatori monofasi.

2.5.1 Condizioni per il parallelo a vuoto

Perché i due trasformatori M e N possano funzionare correttamente in parallelo a vuoto occorre che:

- i morsetti omologhi siano collegati tra di essi in modo tale che le tensioni secondarie siano opposte di fase;
- devono avere la stessa tensione secondaria nominale a vuoto, ovvero deve essere $\overrightarrow{V}_{20M}=\overrightarrow{V}_{20N}$

Se questo non accade allora si avrà una corrente di circolazione a vuoto I_{C0} nella maglia formata dai secondari dei due trasformatori (figura 2.14) e la tensione a vuoto alle sbarre secondarie V_{20} assumerà un valore compreso tra V_{20M} e V_{20N} .

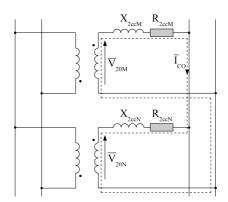


Figura 2.14: Trasformatori monofasi in parallelo a vuoto.

I due trasformatori devono quindi avere uguale rapporto nominale di trasformazione K_N e devono essere costruiti per la stessa tensione nominale primaria e per la stessa frequenza di funzionamento.

Nel caso dei trasformatori trifase essi devono anche appartenere allo stesso gruppo.

2.5.2 Condizioni per il parallelo sotto carico

Quando al secondario è presente un carico i due trasformatori devono presentare necessariamente la stessa caduta di tensione $\overrightarrow{\Delta V}$, per cui si hanno le seguenti uguaglianze:

$$\overrightarrow{\Delta V} = \vec{Z_{2ccM}} \cdot \vec{I_{2M}} = \vec{Z_{2ccN}} \cdot \vec{I_{2N}}$$
 (2.40)

che possono essere espresse graficamente mediante il seguente diagramma vettoriale:

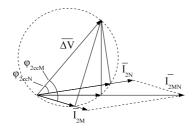


Figura 2.15: La caduta di tensione in due trasformatori in parallelo.

Dal diagramma si nota che se si vuole ridurre al minimo le due correnti \vec{I}_{2M} e \vec{I}_{2N} a parità di corrente erogata sul carico è necessario innanzitutto che \vec{I}_{2M} e \vec{I}_{2N} risultino in fase tra loro. In questo modo il valore efficace della corrente totale è la somma aritmetica delle correnti dei due trasformatori. Questa condizione è soddisfatta se i due trasformatori presentano lo stesso fattore di potenza di cortocircuito.

$$\cos \varphi_{ccM} = \cos \varphi_{ccN} \tag{2.41}$$

Ritornando all'equazione (2.40) da essa si deduce che

$$\frac{I_{2N}}{I_{2M}} = \frac{Z_{2ccM}}{Z_{2ccM}}$$

ovvero le correnti erogate dai due trasformatori si ripartiscono in misura inversamente proporzionale alle rispettive impedenze interne.

E' inoltre bene che la corrente totale I_{2MN} si suddivida fra le due macchine in proporzione alle rispettive potenze di targa S_{nM} e S_{nN} . Pertanto:

$$\frac{S_{2nN}}{S_{2nM}} = \frac{I_{2nN}}{I_{2nM}} = \frac{Z_{2ccM}}{Z_{2ccN}}$$
 (2.42)

Ciò equivale a dire che il trasformatore di minore potenza deve avere una impedenza equivalente secondaria proporzionalmente maggiore, in modo tale da ottenere la stessa caduta di tensione con una corrente minore. Infine, dalla relazione

$$Z_{2cc} = \frac{V_{2cc}}{I_{2n}}$$

si deduce che i due trasformatori devono presentare la stessa tensione percentuale di cortocircuito $V_{cc}\%$, ovvero:

$$V_{2ccM}\% = V_{2ccN}\% \tag{2.43}$$

Se, a causa di differenze costruttive, le due tensioni di cortocircuito non sono uguali si può dimostrare che il trasformatore che ha la minore tensione di cortocircuito percentuale viene caricato maggiormente, proporzionalmente alla sua potenza apparente, rispetto all'altro.

Esempio 2.5.1. Due trasformatori monofasi, denominati rispettivamente TA e TB, sono collegati in parallelo ed alimentati con la stessa tensione nominale $V_1 = V_{1n} = 500V$.

Essi presentano le seguenti caratteristiche: $S_{nA} = 5kVA$, $S_{nB} = 2,5kVA$, $K_{0A} = K_{0B} = 500V/230V$, $V_{ccA}\% = 4\%$, $V_{ccB}\% = 3,2\%$, $\cos\varphi_{ccA} = 0,4$, $\cos\varphi_{ccB} = 0,5$.

I due trasformatori alimentano un carico R-L che assorbe la corrente $I_2 = 25A$ con fattore di potenza $\cos\varphi_2 = 0,85$.

Determinare:

- 1. la tensione V_2 sul carico;
- 2. le correnti I_{2A} e I_{2B} erogate da ciascun trasformatore;
- 3. le frazioni di carico α_A e α_B .

Solutione.

I due trasformatori in parallelo possono essere visti come una unica macchina con tensione secondaria a vuoto $V_{20}=230V$ e impedenza interna \bar{Z}_{2cc} costituita dal parallelo delle due impedenze \bar{Z}_{2ccA} e \bar{Z}_{2ccB} .

Occorre prima determinare le due impedenze \bar{Z}_{2ccA} e \bar{Z}_{2ccB} utilizzando i dati delle rispettive macchine.

acchine.
$$V_{ccA} = \frac{V_{ccA}\% \cdot V_{20n}}{100} = \frac{4 \cdot 230}{100} = 9, 2 V$$

$$I_{2nA} = \frac{S_{nA}}{V_{20n}} = \frac{5000}{230} = 21, 739 A$$

$$Z_{2ccA} = \frac{V_{ccA}}{I_{2nA}} = \frac{9 \cdot 2}{21,739} = 0, 4232 A$$

$$V_{ccB} = \frac{V_{ccB}\% \cdot V_{20n}}{100} = \frac{3,2 \cdot 230}{100} = 7, 36 V$$

$$I_{2nB} = \frac{S_{nB}}{V_{20n}} = \frac{2500}{230} = 10, 87 A$$

$$Z_{2ccB} = \frac{V_{ccB}}{I_{2nB}} = \frac{7,36}{10,87} = 0,67709 A$$
Da ciò si ottengono i parametri longitudinali:
$$R_{2ccA} = Z_{2ccA} \cdot \cos \varphi_{2ccA} = 0,4232 \cdot 0, 4 = 0,16298 \Omega$$

$$X_{2ccA} = Z_{2ccA} \cdot \sin \varphi_{2ccA} = 0,4232 \cdot \sin \left(\cos^{-1}\left(0,4\right)\right) = 0,38787 \Omega$$

$$R_{2ccB} = Z_{2ccB} \cdot \cos \varphi_{2ccB} = 0,67709 \cdot 0,5 = 0,33855 \Omega$$

$$X_{2ccB} = Z_{2ccB} \cdot \sin \varphi_{2ccB} = 0,67709 \cdot \sin \left(\cos^{-1}\left(0,5\right)\right) = 0,58638 \Omega$$
Si trova quindi l'impedenza interna \bar{Z}_{2cc} calcolando il parallelo delle due impedenze.
$$\overline{Z}_{2cc} = \frac{\overline{Z}_{2ccA} \cdot \overline{Z}_{2ccB}}{\overline{Z}_{2ccA} + \overline{Z}_{2ccB}} = (0,1145 + j \cdot 0,2343) \Omega$$

La tensione sul carico può essere determinata applicando la formula della caduta di tensione industriale:

$$V_2 = V_{20n} - I_2 \cdot (R_{2cc} \cdot \cos \varphi_2 + X_{2cc} \cdot sen\varphi_2) \cong 230 - 5,52 \cong 224,5 V$$

Per determinare le due correnti utilizziamo la formula del partitore di corrente

Le frazioni di carico si determinano agevolmente utilizzando le seguenti formule:

$$\alpha_A = \frac{I_{2A}}{I_{2nA}} = \frac{15.4}{21,739} \cong 0,71$$
 $\alpha_B = \frac{I_{2B}}{I_{2nB}} = \frac{9.6}{21,739} \cong 0,88$

$$\alpha_B = \frac{I_{2B}}{I_{2nB}} = \frac{9.6}{21,739} \cong 0.88$$

Esercizio proposto 2.5.1. Ripetere l'esempio precedente ipotizzando che i due trasformatori abbiano la stessa tensione di cortocircuito $V_{cc}\%=3,5\%$ e il stesso fattore di potenza caratteristico $cos\varphi_{cc}=0,5.$

2.5.3 Domande

1. Quali condizioni devono essere rispettate nella connessione in parallelo di due trasformatori per evitare la formazione di correnti di circolazione ?

2.5.4 Esercizi

1. Due trasformatori trifasi A e B funzionanti in parallelo hanno le seguenti caratteristiche:

Dato	Tr.A	Tr.B
I_{2n}	10 A	10 A
K_0	400V/9000V	400V/9000V
$V_{cc}\%$	4,5 %	3,2 %
$cos\varphi_{cc}\%$	$0,\!35$	0,45
$P_0\%$	0,8 %	0,8 %
f_n	$50~\mathrm{Hz}$	$50 \; \mathrm{Hz}$

I trasformatori, alimentati alla tensione nominale, alimentano a loro volta un carico trifase equilibrato, collegato a triangolo, di cui ogni fase di tipo R-L assorbe la corrente di 9A con $\cos\varphi=0,9$, mediante una linea lunga 6 km costituita da conduttori in rame di diametro d=3,57 mm e induttanza chilometrica $L_{km}=1,20mH/km$.

Dopo aver disegnato il circuito equivalente monofase del parallelo dei trasformatori, della linea e del carico, determinare:

- (a) l'impedenza equivalente al secondario \bar{Z}_{2cc} del parallelo;
- (b) la tensione V_3 ai capi del carico;
- (c) le correnti \bar{I}_{2A} e \bar{I}_{2B} in modulo e fase considerando \bar{I}_2 a fase nulla;
- (d) il rendimento del parallelo dei trasformatori;
- (e) il rendimento complessivo trasformatori-linea;
- (f) il diagramma vettoriale della linea;
- (g) il diagramma vettoriale di ripartizione delle due correnti \bar{I}_{2A} e \bar{I}_{2B} ;
- (h) la corrente di circolazione a vuoto I_{c0} qualora il trasformatore A presenti un rapporto di trasformazione a vuoto $K_{0A} = 400V/8980V$;

[Risultati: $\bar{Z}_{2cc} = (3,92+j\cdot 8,86)\,\Omega$, $V_3 = 8510V$, $\overline{I}_{2A} = 6,48A\,\angle -3,69^\circ$, $\overline{I}_{2B} = 9,13A\,\angle 2,61^\circ$, $\eta_P = 97,5\%,\,\eta_{P+L} = 93,9\%$.]

2.6 Esercizi di riepilogo

I seguenti esercizi sono tratti dal testo della prima prova proposta durante la Gara Nazionale di Elettrotecnica svoltasi a Pordenone il 23 e 24 novembre 2005.

1. Una linea trifase in cavo ad impedenza costante, omogenea relativamente al tipo di cavo e di posa e sottoposta alle medesime condizioni ambientali per tutto il suo sviluppo, è alimentata all'origine con una terna simmetrica di tensioni di valore efficace $V_A = 400$ V e frequenza f = 50Hz.

All'inizio della linea sono collegati due wattmetri in inserzione Aron con le amperometriche sulle fasi 1 e 2.

All'arrivo della linea (C) viene inserito un primo utilizzatore trifase equilibrato(U_1) caratterizzato dai seguenti dati di targa:

 $V_{n1} = 380V, f = 50Hz, P_{n1} = 25kW, \cos\varphi_1 = 0,6RL.$

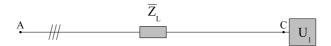


Figura 2.16: Prima condizione di funzionamento

Le potenze ottenute dalla lettura dei due wattmetri in Aron, trascurando gli errori di autoconsumo, sono:

$$P_{13} = 23,75kW, P_{23} = 4,180kW.$$

Determinare:

- (a) il valore efficace I_1 della corrente assorbita dall'utilizzatore;
- (b) il valore efficace V_C della tensione di alimentazione dell'utilizzatore;
- (c) i valori R_L e X_L della resistenza e della reattanza di linea.

[Risultati:
$$I_1 = 63, 40A, V_C = 380, 5V, R_L = 0, 237\Omega, X_L = 0, 039\Omega.$$
]

2. Lungo la linea di figura 2.16, in un punto per cui il rapporto tra la lunghezza L_{AB} del primo tratto e la lunghezza L_{BC} del secondo tratto risulta pari a $\frac{5}{8}$, viene inserito un secondo utilizzatore trifase equilibrato (U_2) . In tali condizioni di funzionamento le potenze rilevate dalla lettura dei due wattmetri in inserzione Aron sono:

$$P'_{13} = 35,64kW, P'_{23} = 8,630kW.$$

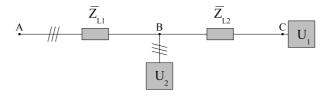


Figura 2.17: Seconda condizione di funzionamento.

Determinare:

- (a) il valore efficace V_B della tensione di alimentazione del secondo utilizzatore;
- (b) il valore efficace I_1 della corrente assorbita dal primo utilizzatore;
- (c) il valore efficace V_C della tensione di alimentazione del primo utilizzatore;

- (d) il valore della potenza attiva P_2 assorbita dal secondo utilizzatore;
- (e) il valore efficace I_2 della corrente assorbita dal secondo utilizzatore.

[Risultati:
$$V_B = 388, 3V, I_1 = 62, 74A, V_C = 376, 6V, P_2 = 15, 65kW, I_2 = 30, 60A.$$
]

3. Con riferimento alla condizione di funzionamento a cui si riferisce la figura 2.17, all'inizio della linea e immediatamente a valle dell'inserzione Aron viene collegato tra le fasi 1 e 2 un carico monofase (figura 2.18).

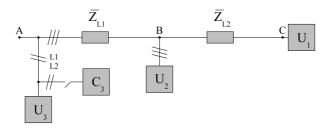


Figura 2.18: Terza condizione di funzionamento

Dopo l'inserzione del carico monofase le potenze rilevate dalla lettura dei due wattmetri in inserzione Aron sono:

$$P_{13}^{''}=40,59kW,\,P_{23}^{''}=9,680kW.$$

Determinare:

- (a) la potenza attiva P_3 assorbita dal carico monofase;
- (b) il valore efficace I_3 della corrente assorbita dal carico monofase;
- (c) il valore efficace delle correnti della linea trifase a monte del carico monofase;
- (d) il valore C_3 della capacità della batteria di condensatori da inserire in parallelo al carico monofase affinché uno dei due wattmetri mantenga costante l'indicazione dopo l'inserzione del carico monofase;
- (e) il valore efficace delle correnti della linea trifase a monte del carico monofase dopo l'inserzione della batteria di condensatori.

[Risultati:
$$P_3 = 6,00kW, I_3 = 16,03A.$$
]

4. Con riferimento alla condizione di funzionamento a cui si riferisce la figura 2.17, all'inizio della linea e immediatamente a valle dell'inserzione Aron viene collegato un trasformatore trifase (figura 2.19) di cui sono note le seguenti caratteristiche:

$$S_n=16kVA,\,V_{1n}=400V,\,V_{20n}=230V,\,f=50Hz,\,P_0=120W,\,I_0\%=4,4.$$

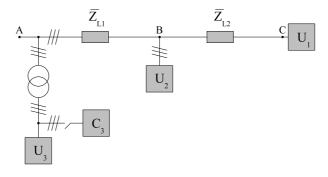


Figura 2.19: Quarta condizione di funzionamento.

Durante la prova di corto circuito del trasformatore, eseguita a corrente e frequenza nominali ed alla temperatura convenzionale di funzionamento, le potenza rilevata da due wattmetri in inserzione Aron sulle fasi 1 e 2, risultano $P_{13cc} = 480W$ e $P_{23cc} = 0W$.

Il trasformatore deve alimentare un utilizzatore trifase equilibrato di cui è nota la tensione nominale $V_{3n} = 220V$ e la frequenza f = 50Hz.

Dopo l'inserzione del trasformatore e del carico sul secondario i due wattmetri dell'inserzione Aron sulla linea principale misurano le seguenti potenze:

$$P_{13}^{'''}=44,62kW,\,P_{23}^{'''}=11,77kW.$$

Determinare:

- (a) la potenza di corto circuito percentuale $P_{cc}\%$ e la tensione di corto circuito percentuale $V_{cc}\%$ del trasformatore;
- (b) il valore efficace I_2 della corrente erogata dal secondario del trasformatore;
- (c) il valore efficace V_2 della tensione di alimentazione del carico;

Soluzione

$$P_{cc} = W_{13cc} + W_{23cc} = 480W$$

$$P_{cc}\% = \frac{P_{cc}}{S_n} \cdot 100 = \frac{480}{16000} \cdot 100 = 3\%$$

Poiché uno dei due wattmetri dà indicazione nulla

$$\cos \varphi_{cc} = \cos 60^{\circ} = \frac{1}{2}$$

$$V_{cc}\% = \frac{P_{cc}\%}{\cos\varphi_{cc}} = \frac{3\%}{0.5} = 6\%$$

Capitolo 3

MACCHINE ASINCRONE

3.1 Campi applicativi

Le macchine asincrone sono macchine rotanti in cui la velocità di rotazione non è rigidamente legata a quella del campo magnetico rotante presente dentro la macchina. Per tale motivo esse sono denominate asincrone. Esse sono anche tipicamente denominate macchine ad induzione perché il rotore è sede esclusivamente di correnti indotte indispensabili per il funzionamento. Le macchine asincrone sono prevalentemente impiegate come motori. Il tipo di motore elettrico più diffuso è il motore asincrono trifase, denominato brevemente m.a.t., perché il funzionamento di questa macchina si basa sul campo magnetico rotante, facilmente ed economicamente realizzabile solo con le correnti trifasi.

Anche i motori asincroni monofasi sono largamente impiegati , ma essi costituiscono un caso particolare limitato al campo delle piccole potenze.

Grazie alla sua reversibilità la macchina asincrona viene utilizzata anche come generatore. Il suo impiego è però limitato a quelle centrali di piccola potenza in cui l'applicazione dei generatori sincroni risulta poco conveniente da un punto di vista tecnico ed economico.

Dalla macchina asincrona derivano inoltre delle applicazioni speciali, come ad esempio i convertitori di frequenza.

3.2 Il campo magnetico rotante

Tra le proprietà più importanti delle correnti trifasi occorre annoverare quella di poter generare un campo magnetico rotante, tramite l'opportuna disposizione di tre avvolgimenti fissi. Essa costituisce il principio di funzionamento dei motori a coampo rotante, ovvero i motori asincroni e sincroni.

La scoperta di questa proprietà si deve a Galileo Ferraris (1885).

Se si considera una singola bobina percorsa da una corrente altrnata sinusoidale, essa genera nel suo centro O un campo magnetico alternativo sinusoidale con direzione costante, coincidente con l'asse della bobina.

Si prendano in considerazione tre avvolgimenti identici disposti nello spazio in modo tale che gli assi giacciano su uno stesso piano e siano sfasati tra di essi di 120° come mostrato nella figura (?).

3.3 Aspetti costruttivi

La struttura della macchina asincrona dipende da diversi fattoridi cui i principali sono:

• potenza;

- tensione di funzionamento;
- sistema di raffreddamento;
- collegamento meccanico con il carico.

Le parti fondamentali di cui è formata la macchina asincrona trifase sono:

- cassa statorica;
- circuito magnetico statorico;
- ullet avvolgimento statorico;
- circuito magnetico rotorico;
- ullet avvolgimento rotorico;
- ullet albero meccanico;
- sistema di raffreddamento;

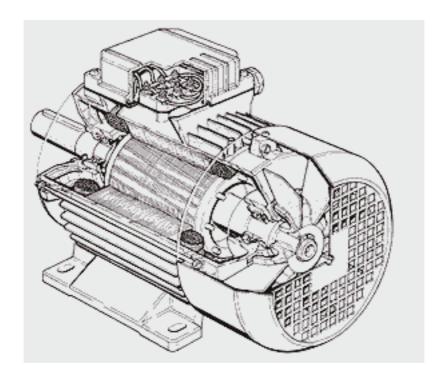


Figura 3.1: Spaccato di un motore asincrono.

3.4 Principio di funzionamento

La terna equilibrata di correnti alternate che circola nelle tre fasi dell'avvolgimento statorico genera un campo magnetico rotante che, a sua volta, induce una terna di correnti equilibrate nei circuiti rotorici. Le correnti indotte rotoriche, interagendo a loro volta con il campo magnetico rotante, determinano una coppia motrice.

3.5 Dati di targa del motore asincrono trifase

I dati di targa del m.a.t. indicano i valori nominali delle principali grandezze elettriche e meccaniche del motore in condizioni di funzionamento nominale.

 P_n potenza nominale. E' il valore della potenza meccanica resa al carico in condizioni di funzionamento nominale. I m.a.t. prodotti in serie assumono valori di potenza nominale normalizzati.

 f_n Frequenza nominale. E' la frequenza delle grandezze elettriche statoriche per la quale la macchina è stata dimensionata. L'alimentazione a frequenza diversa da quella nominale provoca la variazione della velocità angolare del campo rotante e, di conseguenza, la velocità angolare n dell'albero.

 n_n Velocità nominale. E' la velocità con cui ruota l'albero del motore in condizioni di funzionamento nominale. Ad essa è associato lo scorrimento nominale s_n mediante la seguente relazione.

$$n_n = n_0 \cdot (1 - s_n)$$

 V_n Tensione nominale. E'la tensione concatenata, detta anche di linea, di alimentazione degli avvolgimenti statorici per la quale il motore è stato dimensionato. Normalmente vengono indicati due valori, V_{Δ} o V_Y , a seconda del tipo di collegamento dello statore. L'alimentazione a tensione diversa da quella nominale fa variare la potenza resa e la coppia , insieme a quasi tutte le grandezze elettriche e meccaniche.

 I_n Corrente nominale. E' il valore della corrente assorbita dalle fasi statoriche in condizioni di funzionamento nominale. Anche essa è distinta in I_{Δ} e I_Y .

 $\cos \varphi_n$ Fattore di potenza nominale. E' il valore del fattore di potenza visto dai morsetti statorici riferito a condizioni di alimentazione statoriche. Esso assume normalmente un valore tra 0.7 e 0.95 e dipende dalla potenza e dal numero di poli.

 η_n Rendimento nominale. E' il valore del rendimento in condizioni di funzionamento nominale.

$$\eta_n = \frac{P_n}{P_{an}} = \frac{P_n}{\sqrt{3} \cdot V_n I_n \cos \varphi_n}$$

 C_n Coppia nominale. E' il valore della coppia motrice sviluppata dal motore in condizioni di funzionamento nominale.

$$C_n = \frac{P_n}{\omega_n} = \frac{30 \cdot P_n}{\pi \cdot n_n}$$

Sulla targa del motore vengono riportate altre informazioni legate anche agli aspetti costruttivi come ad esempio la classe di isolamento, il grado di protezione, eventualmente l'esecuzione a prova di esplosione, ecc.

Esempio 3.5.1. Un motore asincrono trifase, dotato di sei poli, assorbe dalla rete in condizioni di funzionamento nominale ($V_n = 380V$, $f_n = 50Hz$, $\eta_n = 88\%$, $\cos \varphi_n = 0, 9$, $s_n = 3\%$) la potenza $P_{an} = 15kW$. Determinare:

- 1. la corrente I_n assorbita dal motore;
- 2. le perdite totali;
- 3. la coppia C_n fornita al carico.

Solutione.

$$I_n = \frac{P_{an}}{\sqrt{3} \cdot V_n \cdot \cos \varphi_n} = \frac{15000}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0, 9} = 25, 3 A$$

Per determinare la potenza persa totale P_p si rammenta che

$$\eta_n = \frac{P_n}{P_{an}} = \frac{P_{an} - P_p}{P_{an}}$$

da cui si ottiene

$$P_p = P_{an} \cdot (1 - \eta_n) = 15000 \cdot (1 - 0.88) = 1.8 \text{ kW}$$

Per quanto riguarda la coppia nominale, determiniamo prima P_n ed ω_n .

$$P_n = P_{an} \cdot \eta_n = 15000 \cdot 0, 88 = 13, 2 \text{ kW}$$

$$\omega_n = \frac{2\pi \cdot n_n}{60} = \frac{2\pi \cdot n_0 \cdot (1 - s_n)}{60}$$

Poiché

$$n_0 = \frac{60 \cdot f_n}{p} = \frac{60 \cdot 50}{3} = 1000 \; giri/min$$

е

$$\omega_n = \frac{2\pi \cdot 1000 \cdot (1 - 0, 88)}{60} = 101, 6 \ rad/s$$

Si ottiene

$$C_n = \frac{13200}{101,6} \cong 130 \ N \cdot m$$

Esempio 3.5.2. Di un motore asincrono trifase si conoscono i seguenti dati:

 $P_n = 40 \ kW, \ P_f = 1 \ kW, \ V_n = 380 \ V, \ s_n = 2, 2 \ \%, \ P_t = 42 \ kW, \ cos \varphi_n = 0, 9, \ \eta_n = 0, 89, \ collegamento \ Y.$

Calcolare la resistenza di fase statorica R_1 , le perdite nel rame statoriche P_{J1} e rotoriche P_{J2} precisando le eventuali approssimazioni introdotte laddove lo si ritiene opportuno.

Soluzione.

$$R_1 = \frac{P_{J1}}{3 \cdot I_{1n}^2}$$

in cui

$$P_{J1} = P_a - P_t - P_f - P_{add}$$

$$P_a = \frac{P_n}{\eta_n} \cong 44,94 \; kW$$

Quindi

$$P_{J1} = 44940 - 40000 - 1000 - 44940 \cdot 0,005 \approx 1,7 \, kW$$

$$I_{1n} = \frac{P_{an}}{\sqrt{3} \cdot V_n \cdot \cos \varphi_n} \cong 75,9 A$$

Perciò,

$$R_1 = \frac{1700}{3 \cdot 75, 9^2} \cong 0,098 \,\Omega$$

$$P_{J2} = s_n \cdot P_t \cong 880 W$$

3.6 Circuito equivalente statorico

In modo analogo a quanto già effettuato nel caso del trasformatore, è possibile ricavare un circuito equivalente del motore asincrono trifase con tutti i paramtri riportati sul lato statorico, partendo dal circuito equivalente monofase.

Le relazioni da applicare sono le seguenti:

$$R_2^{'} = k_0^2 \cdot R_2$$

$$X_{2d}^{'} = k_0^2 \cdot X_{2d}$$

$$R_{m}^{'} = k_0^2 \cdot R_m$$

Esercizio proposto 3.6.1. Un motore asincrono trifase a 6 poli, con avvolgimenti statorici e rotorici connessi a stella, sono noti i seguenti parametri: $R_1 = 0.08 \Omega$, $R_2 = 0.0375 \Omega$, $X_{1d} = 0.02 \Omega$, $X_{2d} = 0.105 \Omega$, $X_0 = 1.9$.

Durante la prova a vuoto sono state rilevati i seguenti dati: $I_{10} = 8, 5 A, P_0 = 1800 W, cos \varphi_0 = 0,306.$

Rappresentare il circuito equivalente statorico del motore asincrono trifase.

3.7 Modi di funzionamento della macchina asincrona trifase

Nella macchina asincrona la parte elettrica è vista come ingresso e la parte meccanica come uscita. Indichiamo con P_E la potenza elettrica scambiata con la rete. Pertanto la potenza elettrica P_E è considerata positiva se passa dalla rete elettrica alla macchina, negativa nel caso contrario. Indichiamo con P_M la potenza meccanica scambiata con la rete. Essa è considerata positiva se viene trasferita dalla macchina al carico, mediante l'albero, negativa in senso contrario.

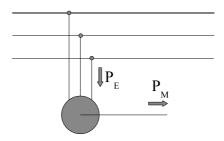


Figura 3.2: Potenze della macchina elettrica

Tenuto conto di ciò, si distinguono tre modi di funzionamento.

Motore:	$P_E > 0$	$P_M > 0$		
Generatore:	$P_E < 0$	$P_M < 0$		
Freno:	$P_E > 0$	$P_M < 0$		

La macchina asincrona funziona da motore se riceve potenza elettrica dalla rete di alimentazione e la converte in potenza meccanica ceduta alla macchina collegata all'albero.

La macchina asincrona funziona da generatore se riceve potenza meccanica dal motore primo collegato all'albero e la converte in potenza elettrica ceduta alla rete elettrica.

La macchina sincrona funziona da freno, quando riceve potenza sia dalla rete che dalla macchina connessa all'albero e le dissipa internamente in calore.

Identifichiamo i tre modi di funzionamento nel diagramma circolare.

3.7.1 Generatori asincroni

 $^{^{1}\}mathrm{E'}$ la P_{a} del motore

 $^{^{2}}$ E' la potenza resa P_{r} del motore

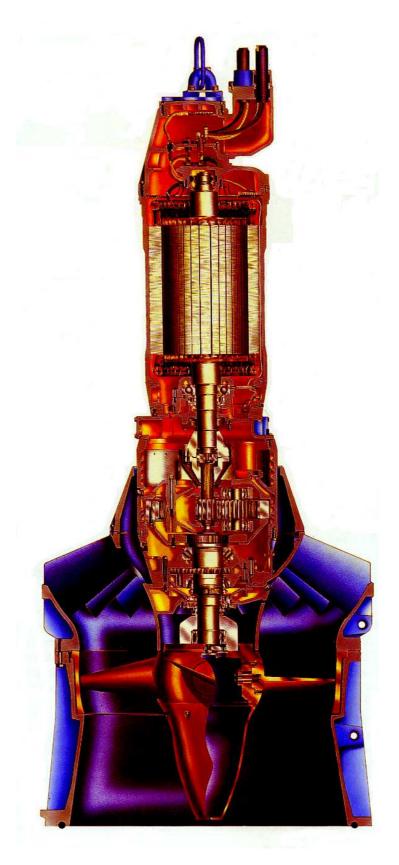


Figura 3.3: Elettroturbina sommersa con elica Kaplan

3.8 Domande

3.8.1 Conoscenze

- 1. Cosa si intende per angolo elettrico di cava e angolo meccanico di cava e qual'é la relazione che intercorre tra questi due parametri.
- 2. Perché la forma d'onda del campo magnetico rotante non è esattamente sinusoidale?
- 3. Ricavare l'espressione della tensione indotta in una fase dell'avvolgimento statorico.
- 4. Nel funzionamento a vuoto il motore asincrono assorbe dalla rete la potenza attiva relativa alle:
 - (a) perdite nel ferro e per attrito e ventilazione;
 - (b) perdite nel ferro e nel rame di rotore;
 - (c) perdite nel ferro nel rame di statore e per attrito e ventilazione;
 - (d) perdite nel ferro nel rame di rotore e per attrito e ventilazione.
- 5. La prova a vuoto del m.a.t. evidenzia la somma delle perdite meccaniche e di ventilazione e le perdite nel ferro perché:
 - (a) nel rotore scorre una corrente quasi trascurabile;
 - (b) la tensione è bassa e la corrente è pari alla corrente nominale;
 - (c) la corrente è bassa, la tensione è pari a quella nominale e le perdite meccaniche sono quasi uguali a quelle a carico;
 - (d) le perdite nel ferro rotoriche sono quasi trascurabili.
- 6. Nel funzionamento normale del m.a.t. le fasi rotoriche sono chiuse in corto circuito e il rotore non è bloccato, ma libero di muoversi e di porre in rotazione il carico meccanico. Riassumere la sequenza di fenomeni elettromagnetici e meccanici che avviene nel motore dal momento del collegamento delle fasi statoriche alla rete di alimentazione.
- 7. Disegnare il diagramma del flusso delle potenze di un m.a.t., scrivere l'equazione del bilancio delle potenze e descrivere brevemente, eventualmente anche in forma analitica in relazione al circuito equivalente, ciascuno dei termini presenti nell'equazione.
- 8. Cosa si intende per potenza nominale di un m.a.t..
- 9. Spiega come si ottiene la rappresentazione elettrica del carico meccanico nel circuito equivalente monofase del m.a.t..
- 10. Un motore a quattro coppie polari ruota a 75 rad/s. La potenza trasmessa dallo statore al rotore vale 5000 W. Quanto vale la potenza dissipata per effetto Joule dal rotore ?
 - (a) 120 W;
 - (b) 190 W;
 - (c) 212 W;
 - (d) 225 W;
- 11. Disegnare la caratteristica meccanica di un m.a.t. e spiegare in quali tratti si ha il funzionamento meccanico stabile o instabile.
- 12. Spiegare quali effetti produce l'inserimento di un reostato rotorico sulla caratteristica meccanica di un m.a.t. in termini di coppia di spunto, di corrente di spunto e coppia massima.

64 3.8. DOMANDE

13. Quale è il duplice effetto positivo dell'inserzione all'avviamento di un gruppo trifase di reostati in serie con le fasi rotoriche?

- 14. Spiegare perché il motore a doppia gabbia presenta una elevata coppia di spunto.
- 15. Perché in fase di avviamento di un motore asincrono con rotore a doppia gabbia la corrente di rotore attraversa prevalentemente la gabbia esterna?
- 16. Perché nella regolazione di velocità a frequenza variabile, per frequenze inferiori alla frequenza nominale, viene mantenuto costante il rapporto tensione-frequenza?
- 17. Disegnare la caratteristica meccanica di un motore asincrono monofase e spiegare perché è nulla la coppia di avviamento.
- 18. Disegnare la caratteristica meccanica e spiegare il funzionamento di un motore asincrono monofase con condensatore permanente.

3.8.2 Abilità

- 1. Qual'é la velocità di rotazione del rotore di un motore asincrono trifase con scorrimento s = 0.03, due coppie polari e frequenza di alimentazione f = 50 Hz?
- 2. Un motore asincrono trifase viene alimentato con il conduttore di neutro? Perché?
- 3. Perché nella prova a vuoto di un motore asincrono trifase si utilizza un amperometro mentre nella prova a vuoto di un trasformatore trifase si usano tre amperometri?
- 4. Disegnare il diagramma di Heyland indicando su di esso i punti di funzionamento fondamentali ed evidenziando i modi di funzionamento della macchina asincrona trifase.
- 5. Di quanto si riducono la corrente di spunto e la coppia di spunto in fase di avviamento con la commutazione stella-triangolo.
- 6. Affinché il campo delle velocità di rotazione corrispondenti a condizioni di funzionamento stabile sia sufficientemente ampio come deve essere la velocità critica e come ciò può essere ottenuto?

3.8.3 Competenze

1. Disegna lo schema di principio di un avvolgimento statorico con 24 cave e 2 coppie polari.

3.9 Esercizi

- 1. Un motore asincrono trifase a quattro poli, con gli avvolgimenti statorici collegati a stella, presenta le seguenti caratteristiche:
 - tensione nominale 380 V;
 - corrente nominale 22 A;
 - rapporto di trasformazione 1,3.

Su di esso sono state eseguite due prove a vuoto, con tensioni di alimentazione diverse, che hanno dato i seguenti risultati:

$$V_{11} = 380V$$
 $P_{01} = 590W$ $cos\varphi_{01} = 0, 21$
 $V_{12} = 340V$ $P_{02} = 525W$ $I_{02} = 3,88A$

Mentre la resistenza misurata tra due morsetti statorici vale $0,28\Omega$.

Determinare:

- (a) la resistenza di fase statorica R_1 ;
- (b) la corrente a vuoto I_{01} ;
- (c) il fattore di potenza $cos\varphi_{02}$;
- (d) le perdite nel ferro P_{f1} ;
- (e) le perdite nel ferro P_{f2} ;
- (f) le perdite per attrito e ventilazione P_{AV} .

Considerando che il motore sta funzionando a pieno carico con un rendimento dell' 89%, determinare la corrente rotorica I_2 .

3.9. ESERCIZI

Capitolo 4

MACCHINE SINCRONE

4.1 Campi applicativi

Le macchine sincrone sono diffusamente impiegate come generatori di energia elettrica sotto forma di corrente alternata, generalmente di grande potenza (centinaia di MVA). In questo caso si distinguono due tipologie:

- alternatore, per la produzione di energia prevalentemente attiva;
- compensatore sincrono, per la produzione di energia reattiva.

Le macchine sincrone sono utilizzate anche come *motori sincroni* sfruttando la proprietà di reversibilità, propria delle macchine elettriche. I motori sincroni non sono però così diffusi come i motori asincroni, anche se ultimamente essi vengono utilizzati sempre più spesso in impianti in cui è necessario disporre di grosse potenze al posto delle turbine a gas o vapore.

Motori sincroni di potenze di decine di MW vengono utilizzati per azionare raffinatori, compressori in impianti petroliferi e in acciaierie, ecc.

Le macchine sincrone sono utilizzate ancora più raramente per trasformare la corrente alternata in corrente continua e la corrente continua in corrente alternata (convertitori rotanti).

Esse sono chiamate sincrone perché la loro velocità di rotazione è rigorosamente costante e pari a quella del campo magnetico rotante a differenza di quanto accade nelle macchine elettriche asincrone (motori asincroni).

4.2 Aspetti costruttivi

Le macchine sincrone sono macchine rotanti e pertanto sono costituite fondamentalmente da uno statore e da un rotore. Il rotore è costituito da una serie di coppie di poli il cui flusso si concatena con il circuito elettrico di induttore, detto di eccitazione o di campo, ed il circuito elettrico di indutto. Il circuito di induttore risiede nel rotore ed il circuito di indotto risiede nello statore. Al rotore spetta allora il compito di dar luogo al fenomeno della induzione elettromagnetica mediante il flusso magnetico rotante generato da esso. Per tale motivo il rotore prende anche il nome di induttore.

4.2.1 Rotore

Vi sono due tipi di rotori:

- a poli salienti (macchine anisotrope);
- a poli lisci (macchine isotrope).

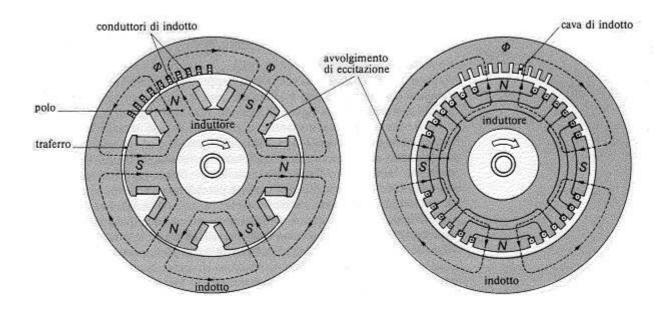


Figura 4.1: Macchine sincrone a poli salienti e poli lisci

L'induttore a poli salienti delle macchine anisotrope risulta normalmente costituito da sei o più poli mentre l'induttore a poli lisci è costituito da due o quattro poli.

Questo aspetto si spiega con il fatto che il numero di poli 2p è legato alla velocità di rotazione n_0 del rotore dalla relazione del campo magnetico rotante:

$$n_0 = \frac{60f}{p} \tag{4.1}$$

Tenendo conto che gli alternatori collegati alla rete elettrica nazionale sono sottoposto alla frequenza f = 50 Hz ciò implica che all'aumentare del numero delle coppie polari deve diminuire la velocità e viceversa.

$$n_0 p = 3000 (4.2)$$

Pertanto le macchine a induttore liscio vengono utilizzate nelle applicazioni in cui si raggiungono velocità angolari molto elevate (turboalternatori) dove i poli sporgenti sarebbero sottoposti a forze centrifughe troppo elevate mentre le macchine a poli salienti vengono utilizzate nelle applicazioni in cui non si raggiungono velocità angolari elevate, come ad esempio nelle macchine a turbine idrauliche o a motori a combustione (gruppi elettrogeni).

Le macchine isotrope e anisotrope hanno diverse peuliarità dal punto di vista costruttivo.

Nelle macchine anisotrope i poli sporgono dalla *corona rotorica* e sono formati da un *nucleo* e da una *espansione polare*. Solo l'espansione polare viene realizzata con il procedimento della laminazione, poiché è sottoposta alle variazioni di riluttanza e di campo causate dalla vicinanza dei denti e delle cave della corona statorica.

Le espansioni polari del rotore sono in acciaio laminato.

4.2.2 Statore

Lo statore è costituito da un pacco lamellare a forma di corona circolare di lamierini in ferrosilicio isolati tra loro. Questa corona ha nella parte interna delle cave necessarie per contenere i conduttori del circuito di statore. Tali cave hanno forma diversa a seconda del tipo di macchina.

Le cave semichiuse sono utilizzate nelle macchine in bassa tensione mentre le cave aperte sono utilizzate nelle macchine in alta tensione.

Gli avvolgimenti Il circuito elettrico di indotto è costituito da un certo numero di conduttori attivi tagliati dal flusso rotante generato dal rotore. Nel caso trifase gli avvolgimenti sono tre, traslati di 120° geometrici l'uno rispetto all'altro. Due conduttori attivi collegati tra loro formano una spira, più spire in serie formano una unica unità denominata matassa. Ci sono fondamentalmente due tipi di matasse: - matasse concentriche - matasse embricate

4.3 Sistemi di eccitazione

Gli avvolgimenti di eccitazione producono il flusso magnetico principale Φ . Essi sono avvolti attorno ad ogni polo e sono collegati in serie e percorsi dalla stessa corrente I_e in modo tale che ogni polo produca lo stesso flusso magnetico. La corrente è continua e viene fornita alla macchina utilizzando differenti sistemi di eccitazione.

Tutti i vari sistemi di eccitazione hanno in comune il fatto che l'eccitazione principale dell'alternatore fa parte di un circuito la cui corrente deve variare entro limiti molto ampi sia per mantenere al valore voluto la tensione sia per tutti i casi di funzionamento anormale, come quando viene tolto bruscamente un carico elettrico all'alternatore (per esempio l'interruzione della linea elettrica a causa di un temporale).

4.3.1 Eccitazione rotante

Questo metodo era utilizzato in passato. La corrente di eccitazione del generatore sincrono GS viene generata da una dinamo eccitatrice principale G, eccitata a sua volta da una dinamo ausiliaria G'. Entrambe le dinamo sono callettate sull'albero di rotazione del generatore sincrono.

La seguente figura rappresenta una vista in sezione di un alternatore con eccitazione a dinamo

4.3.2 Eccitazione brushless

Un altro sistema di eccitazione ricorre ad un generatore rotante senza spazzole accoppiato coassialmente con l'alternatore principale. Il generatore rotante ha l'induttore residente sullo statore e l'indotto trifase rotante. La corrente generata dall'indotto trifase rotante viene raddrizzata mediante un ponte di diodi di potenza e inviata agli avvolgimenti di eccitazione dell'alternatore principale.

4.3.3 Eccitazione statica

Attualmente il sistema di generazione della corrente di eccitazione viene realizzato da un convertitore statico a tiristori c.a./c.c. il quale la tensione alternata dell'alternatore stesso in tensione continua. Esso presenta dei vantaggi rispetto alla soluzione a dinamo quali: - riduzione delle dimensioni assiali della macchina - maggiore affidabilità - migliore rendimento Il rendimento maggiore è dovuto fondamentalmente all'assenza delle spazzole delle dinamo e alla regolazione più efficace della corrente di eccitazione.

4.4 Funzionamento a vuoto

4.4.1 Tensione indotta statorica

Il movimento uniforme di rotazione relativa fra il campo magnetico induttore ed il sistema di conduttori indotti di statore genera una f.e.m. alternata ai capi di ciascun conduttore. Un numero N di conduttori indotti viene poi collegato in serie per prelevare una tensione indotta di un certo valore.

Lo spostamento di un polo induttore pari ad un passo polare t corrisponde ad un semiperiodo della tensione indotta. Esso genera ai capi di un singolo conduttore una tensione indotta di valore medio

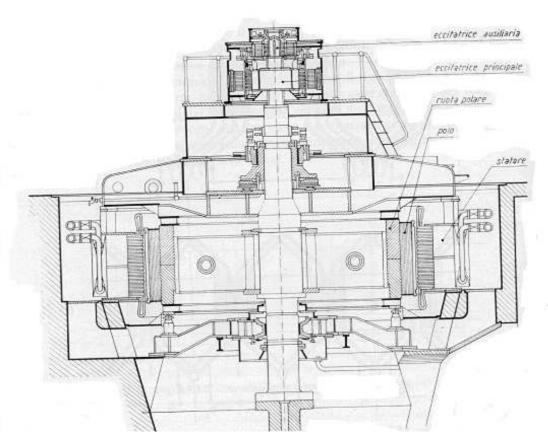


Figura 4.2: Alternatore con asse verticale ed eccitazione a dinamo

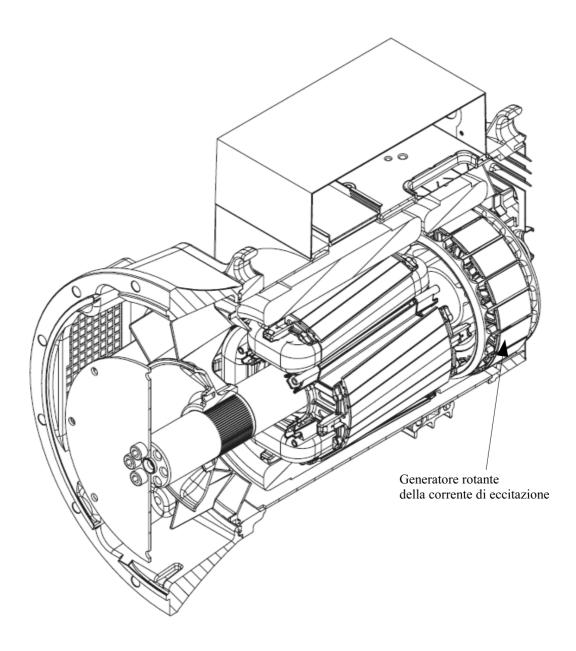


Figura 4.3: Alternatore da 30 kVA con eccitazione brushless.

dove tt è il tempo impiegato per uno spostamento angolare pari ad un passo polare t. Tenendo conto di tutti gli N conduttori e che si ottiene pertanto che

In pratica più che il valore medio della f.e.m. generata interessa il suo valore massimo e più ancora il suo valore massimo . Nel caso di f.e.m. che variano con legge sinusoidale si ha: e che pertanto

Il coefficiente numerico è stato ottenuto nel caso ideale in cui gli N conduttori che compongono l'avvolgimento indotto si trovino tutti rispetto al polo induttore nella stessa posizione. In realtà l'avvolgimento indotto è suddiviso in cave contigue e pertanto le f.e.m. relative a conduttori situati in cave diverse risultano inevitabilmente sfasate tra di loro. Per questo motivo la f.e.m. risultante deve essere calcolata effettuando una somma vettoriale delle f.e.m. relative ai singoli conduttori anzichè effettuando una somma aritmetica. Conseguentemente il fattore numericoche si deve introdurre nella formula precedente si discosta leggermente dal valore 2,22. Esso viene indicato con K e prende il nome di fattore di Kapp.

- 4.4.2 Caratteristica a vuoto dell'alternatore
- 4.4.3 Bilancio delle potenze a vuoto
- 4.5 Funzionamento a carico e reazione di indotto
- 4.6 Modello di Behn Eschemburg
- 4.7 Caratteristica di cortocircuito dell'alternatore
- 4.8 Determinazione dell'impedenza sincrona
- 4.9 Variazione di tensione negli alternatori in funzionamento autonomo

Si consideri

4.10 Bilancio delle potenze e rendimento

La potenza in ingresso all'alternatore è la **potenza meccanica assorbita** P_a , fornita dal motore primo, mentre la potenza in uscita è la **potenza elettrica resa P**, che lo statore della macchina eroga al carico.

La differenza tra le due potenze è la **potenza persa** P_p .

$$P_p = P_a - P$$

La potenza persa è data dalla somma di diverse perdite. Partendo dalla potenza in ingresso si rilevano le seguenti perdite.

- Perdite di eccitazione P_e . Esse sono strettamente legate alle condizioni di carico, dato che la corrente di eccitazione può variare notevolmente per mantenere costante la tensione dei morsetti statorici.
- Perdite meccaniche per attrito e ventilazione P_av . Esse sono costanti poiché dipendono dalla velocità di rotazione (costante).
- Perdite nel ferro P_f . Sono prodotte quasi interamente dallo statore, poiché il rotore è sostanzialmente interessato da un flusso magnetico costante. Esse sono dipendenti dalla corrente erogata e dal fattore di potenza, a causa della reazione di indotto.
- Perdite nel rame statorico P_j . Sono le perdite per effetto Joule nell'avvolgimento statorico.
- Perdite addizionali P_add . Esse vengono normalmente inglobate nelle perdite nel rame P_i

Nell'analisi delle potenze si prendono in considerazione anche due potenze intermedie: la potenza trasmessa P_t e la potenza generata P_q .

Formule utili

$$P_i + P_{add} = 3 \cdot R_i \cdot I^2$$

$$P_t = P_a - P_e - P_{av} = P + P_j + P_{add} + P_f$$

$$P_q = P + P_i + P_{add}$$

Inoltre, in riferimento al diagramma vettoriale di Behn-Eschemburg, si ha:

$$P = 3 \cdot V_f \cdot I \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot V \cdot I \cdot \cos \varphi$$

$$P_q = 3 \cdot V_{0f} \cdot I \cdot \cos \psi$$

Rendimento

$$\eta = \frac{P}{P_a + P} \tag{4.3}$$

Per quanto riguarda il rendimento, dalle misure sperimentali si nota che esso è tanto più elevato quanto più il fattore di potenza è vicino all'unità. Ciò giustifica il fatto che in passato venissero realizzati i compensatori sincroni appositamente per rifasare il carico in prossimità dell'alternatore.

Figura 4.4: Flusso di potenza nell'alternatore.

4.11 Motori sincroni

4.11.1 Aspetti generali

I motori sincroni sono motori in corrente alternata che godono di due importanti proprietà:

- mantengono costante la velocità di rotazione , per qualsiasi condizione di carico compresa nei limiti della potenza di targa;
- possono assorbire corrente in anticipo rispetto alla tensione di alimentazione.

Questi motori trovano pertanto impiego in quelle applicazioni in cui la velocità non deve variare con il carico e/o in cui si vuole utilizzare l'effetto rifasante rispetto ad altri carichi induttivi.

Da un punto di vista costruttivo il motore sincrono è estremamente simile all'alternatore. Infatti, se si alimentano i circuiti statorici di un alternatore con un sistema trifase di tensioni essi generano un campo magnetico rotante che può trascinare con se il rotore, a sua volta alimentato da una corrente continua.

La grande inerzia del rotore impedisce però che esso assuma il passo con il campo rotante. Perciò il motore sincrono non è autoavviante. Occorre disporre di un piccolo motore di lancio o di sistemi di avvio denominati soft start per portare con gradualità alla velocità di sincronismo il rotore. Questa è una situazione che presenta delle forti analogie con la messa in parallelo degli alternatori.

Inoltre, il carico dovrebbe essere fornito, per quanto possibile, in modo graduale.

Una importante gamma di motori sincroni, denominati VHV motors, utilizza cavi ad alta tensione per l'avvolgimento dello statore. In questo modo i motori possono essere alimentati direttamente in media/alta tensione, fino ad oltre 50 kV, senza avere la necessità di utilizzare trasformatori abbassatori.

4.11.2 Potenza e coppia

$$C = \frac{3V_f V_{of}}{\omega_0 X_s} \cdot sen\delta \tag{4.4}$$

4.11.3 Regolazione della velocità

Per poter variare la velocità di rotazione del motore sincrono è necessario variare la frequenza della tensione di alimentazione mediante un invertitore di frequenza.

L'invertitore, in particolare, è utilizzato quando è richiesta una coppia di avvio significativa già all'avvio. In tal caso il motore viene alimentato con una frequenza crescente fino a raggiungere la velocità di sincronismo (soft start). Quando essa è raggiunta il motore viene prima connesso alla rete di alimentazione e poi viene staccato l'invertitore. In questo modo, uno stesso invertitore può essere utilizzato per avviare più motori sincroni in uno stesso impianto.

La coppia dipende dal rapporto V/f, come si desume dalla (4.4). Alla regolazione della frequenza deve quindi corrispondere una contemporanea regolazione della tensione . Per mantenere costante la coppia e l'angolo di carico all'aumentare della frequenza deve aumentare proporzionalmente la frequenza.

4.11.4 Motori sincroni monofasi

Esistono anche piccoli motori sincroni ad avvio automatico ed alimentazione monofase. Essi sono utilizzati in meccanismi temporizzatori quali i timer delle lavatrici domestiche e un tempo in alcuni orologi elettrici, sfruttando la buona precisione della frequenza della rete elettrica.

I motori monofase vengono realizzati senza circuito di eccitazione, per cui il fattore di potenza è non regolabile e molto basso $(0,3 \div 0,5)$. Essi sono inoltre caratterizzati da un rendimento molto scarso, ma, date le basse potenze in gioco esso non rappresenta un grave inconveniente.

Esistono diverse tipologie di motori sincroni monofasi; esse si differenziano sostanzialmente per la diversa struttura del rotore, il quale si avvia come asincrono per poi agganciarsi al campo rotante.

Motore a riluttanza variabile

Il motore sincrono a riluttanza è molto simile al motore asincrono monofase. Lo statore è praticamente identico. La coppia di avviamento viene ottenuta con l'avvolgimento ausiliario collegato in serie ad un condensatore permanentemente inserito.

Motore sincrono ad isteresi

76 4.12. DOMANDE

4.12 Domande

4.12.1 Conoscenze

1. Nelle macchine sincrone l'angolo di carico δ rappresenta lo sfasamento tra:

- (a) Tra $\overrightarrow{V_f}$ e \overrightarrow{I}
- (b) Tra $\overrightarrow{V_{0f}}$ e \overrightarrow{I}
- (c) Tra $\overrightarrow{V_{0f}}$ e $\overrightarrow{V_f}$
- (d) Tra $\overrightarrow{V_f}$ e $\overrightarrow{I_{ecc}}$
- 2. Un motore sincrono in condizioni di sovra eccitazione è visto dalla rete primaria di alimentazione trifase come un utilizzatore di tipo:
 - (a) resistivo-induttivo;
 - (b) puramente resistivo;
 - (c) resistivo-capacitivo;
 - (d) puramente induttivo.
- 3. Perché le macchine sincrone vengono comunemente realizzate con indotto fisso e induttore rotante ?
- 4. Come si modificano le dimensioni della macchina sincrona al variare della velocità di rotazione?
- 5. Disegnare i principali sistemi di eccitazione dei generatori sincroni.
- 6. Spiegare cosa si intende per reazione di indotto e spiegarne gli effetti elettrici e meccanici nel caso di circuito puramente capacitivo.
- 7. Descrivere il modello di Behn-Eschemburg dell'alternatore (ipotesi semplificative, circuito equivalente, diagramma vettoriale, impedenza sincrona).
- 8. Enunciare e dimostrare la relazione esistente tra tensione a vuoto, tensione sul carico e corrente nel caso di un alternatore in funzionamento autonomo.
- 9. Dire cosa rappresentano le caratteristiche di regolazione dell'alternatore e spiegarne l'andamento.
- 10. Dire cosa rappresentano le caratteristiche esterne dell'alternatore e spiegarne l'andamento.
- 11. Dimostrare come variano la potenza e la coppia nella macchina sincrona in funzione dell'angolo di carico.
- 12. Quando la reazione di indotto in un alternatore ha effetto smagnetizzante?
- 13. Descrivere brevemente le fasi della messa in parallelo di un alternatore ad una rete prevalente.
- 14. Appena dopo l'inserimento in parallelo in una rete prevalente in quali condizioni si trova l'alternatore da un punto di vista sia meccanico che elettrico?
- 15. Descrivere, anche con l'ausilio di diagrammi vettoriali e schemi elettrici, cosa accade ad un alternatore inserito in parallelo in una rete prevalente quando vengono aumentate la coppia motrice erogata dal motore primo, la corrente di eccitazione oppure entrambe le grandezze fisiche?
- 16. In una macchina sincrona, posta in parallelo ad una rete prevalente, l'aumento della corrente di eccitazione provoca:

- (a) assorbimento di potenza reattiva;
- (b) perdita del passo;
- (c) erogazione di potenza attiva;
- (d) incremento delle perdite nel ferro rotoriche.
- 17. Descrivere, anche con l'ausilio di diagrammi vettoriali, quando un motore sincrono trifase assorbe dalla rete una corrente sfasata in anticipo rispetto alla tensione.
- 18. Descrivere brevemente, anche con l'ausilio di formule e schemi l'avviamento soft-start di un motore sincrono.

4.12.2 Abilità

- (a) In quale modo si possono calcolare le perdite addizionali durante la prova di cortocircuito di un alternatore ?
- (b) Come si può impiegare il motore sincrono per rifasare le reti elettriche?

78 4.13. ESERCIZI

4.13 Esercizi

1. Un sistema di continuità dinamica per i servizi essenziali di un ospedale è costituito da un gruppo elettrogeno con motore diesel equipaggiato con un alternatore trifase da 60 kVA con tensione nominale $V_n=380V$, frequenza f=50 Hz, 2p=4 poli, fasi statoriche collegate a stella, $R_i=0,12\Omega$.

Dalle prove a vuoto e in cortocircuito sono stati ricavati i seguenti valori:

I_e	[A]	0	5	10	15	20	25	30
V_{0f}	[V]	0		160	240	320	400	480
I_{cc}	[A]	0	19					

Il gruppo alimenta alla tensione nominale una linea elettrica avente resistenza per fase $R_L=0,2\Omega$ e reattanza nulla connessa a sua volta ad un carico R-L che assorbe una potenza attiva di 32 kW, se alimentato alla tensione nominale di 380 V, con $cos\phi=0.9$.

Determinare:

- (a) la corrente nominale dell'alternatore;
- (b) la velocità angolare dell'alternatore;
- (c) la reattanza sincrona per $V_{0f} = 460V$;
- (d) la corrente assorbita dal complesso linea-carico;
- (e) la potenza erogata dal generatore;
- (f) la tensione a cui è alimentato il carico;
- (g) la tensione a vuoto $V_0 f$ dell'alternatore.
- 2. Un alternatore trifase a poli lisci, con 4 poli e fasi a stella, è collegato in parallelo ad una rete elettrica prevalente funzionante con una tensione di linea di 3000 V e f = 50 Hz. La reattanza sincrona X_s di ogni fase è pari a 2,2 Ω . La caratteristica di magnetizzazione si può ritenere con buona approssimazione lineare con una tensione di fase a vuoto $V_{0f}=1,7kV$ e $I_e=120A$. Determinare:
 - (a) la corrente di eccitazione I_{e0} da fornire all'alternatore al momento del parallelo in modo tale che esso non eroghi corrente;
 - (b) l'angolo di carico quando l'alternatore eroga una potenza attiva P = 1800 kW con la corrente di eccitazione determinata al punto precedente;
 - (c) la coppia sviluppata nella condizione di carico precedente;
 - (d) la corrente erogata nella condizione di carico precedente;
 - (e) la potenza reattiva Q sviluppata;
 - (f) il diagramma vettoriale di una fase;
 - (g) la corrente di eccitazione necessaria affinché l'alternatore eroghi oltre alla potenza attiva precedente una potenza reattiva induttiva di 1440 kVA.
 - (h) il diagramma vettoriale di una fase in questa nuova condizione di funzionamento.

Capitolo 5

MACCHINE A COLLETTORE IN CORRENTE CONTINUA

Le macchine a collettore in corrente continua fanno parte della categoria delle macchine rotanti il cui funzionamento si basa sull'utilizzazione del sistema collettore - contatti.

Per comprendere il funzionamento di queste macchine analizziamo prima il principio di funzionamento della macchina rotante con collettore.

- 5.1 Macchina rotante con collettore
- 5.2 Aspetti costruttivi
- 5.3 Funzionamento a vuoto
- 5.4 Dinamo con eccitazione indipendente

5.5. DOMANDE

5.5 Domande

5.5.1 Conoscenze

1. Quali sono le parti del circuito magnetico della macchina a corrente continua che sono realizzate con la tecnica della laminazione?

- (a) Il nucleo magnetico statorico e il nucleo polare.
- (b) Il nucleo magnetico rotorico e le espansioni polari
- (c) Il nucleo magnetico rotorico e il nucleo polare.
- (d) Le espansioni polari.
- 2. Cos'é la caratteristica a vuoto della macchina a corrente continua ?
 - (a) L'insieme dei dati caratteristici del funzionamento a vuoto della macchina.
 - (b) La curva della tensione indotta a vuoto in funzione della corrente di carico.
 - (c) La curva della tensione indotta a carico in funzione della corrente di eccitazione.
 - (d) La curva della tensione indotta a vuoto in funzione della corrente di eccitazione, a velocità costante.
- 3. A cosa servono i poli ausiliari?
 - (a) A compensare l'azione magnetizzante della reazione di indotto.
 - (b) A rendere il più possibile lineare la commutazione.
 - (c) A rinforzare l'azione magnetica dei poli induttori.
 - (d) A compensare l'azione smagnetizzante della reazione di indotto.
- 4. In quale delle seguenti condizioni di funzionamento vengono utilizzati gli avvolgimenti ondulati ?
 - (a) Nelle macchine ad elevata corrente e bassa tensione.
 - (b) Nelle macchine ad elevata tensione e bassa corrente.
 - (c) Nelle macchine ad elevata corrente e tensione variabile.
 - (d) Nelle macchine a bassa corrente e tensione variabile.
- 5. Cosa rappresenta la caratteristica elettromeccanica di un motore a corrente continua:
 - (a) la curva della corrente di eccitazione in funzione della tensione di armatura;
 - (b) la curva della coppia elettromagnetica in funzione della corrente di indotto;
 - (c) la curva della coppia elettromagnetica in funzione della velocità angolare;
 - (d) la curva della velocità angolare in funzione della tensione di eccitazione.
- 6. Cosa rappresenta la potenza nominale di un motore a corrente continua ?:
 - (a) la potenza elettrica erogata in condizioni nominali;
 - (b) la potenza meccanica assorbita in condizioni nominali;
 - (c) la potenza elettrica assorbita in condizioni nominali;
 - (d) la potenza meccanica erogata in condizioni nominali.
- 7. Disegna i circuiti di eccitazione di una macchina a collettore in corrente continua.
- 8. Dire cosa si intende per reazione di indotto.
- 9. Elenca e descrivi brevemente i modi di regolazione della velocità del motore a corrente continua ad eccitazione indipendente.
- 10. Descrivi brevemente la caratteristica meccanica di un motore a corrente continua con eccitazione serie indicando i suoi punti di forza e di debolezza.

5.6 Esercizi

- 1. Una dinamo con eccitazione indipendente presenta i seguenti dati di targa:
 - $P_n = 80kW$
 - $V_{0n} = 250V$
 - $V_n = 240V$
 - $n_n = 1000giri/min$

Essa ruota alla velocità nominale n_n e presenta, a tale velocità, una caratteristica esterna lineare almeno fino alla corrente nominale. Determinare:

- (a) la potenza erogata per V = 243 V;
- (b) la potenza erogata per $I = (3/4)I_n$.
- 2. Una dinamo con eccitazione indipendente fornisce energia elettrica ad un utilizzatore di resistenza $R=2\Omega$, connesso ai suoi morsetti. Nelle condizioni di carico specificate, la velocità di rotazione è n=1000rpm e sono noti i seguenti valori caratteristici delle grandezze elettriche:
 - tensione sul carico V = 230 V;
 - rendimento $\eta = 0,82;$
 - perdite addizionali $P_{add} = 0,5\% \cdot P_a$;
 - caduta di tensione tra collettore e spazzole $\Delta V_{C,Sp} = 2V$;
 - potenza assorbita a vuoto $P_{a0} = 5\% \cdot P$; Calcolare il valore della resistenza dei circuiti di indotto R_a e la coppia elettromagnetica sviluppata dalla dinamo.
- 3. Un motore a corrente continua con eccitazione in derivazione, presenta le seguenti caratteristiche costruttive:
 - due coppie di poli magnetici;
 - una coppia di vie interne;
 - conduttori attivi N=500;
 - flusso magnetico per polo a pieno carico $\Phi = 0.02Wb$;
 - caduta di tensione nel contatto collettore-spazzole $\Delta V_{C,Sp} = 0,6V$;
 - resistenza del circuito di indotto $R_i = 0,25\Omega$;
 - resistenza del circuito di eccitazione $R_{ecc}=210\Omega.$

Il motore, alimentato alla sua tensione nominale $V_n = 250V$, assorbe nel funzionamento a vuoto una potenza pari al 6% della potenza assorbita in condizioni di pieno carico, che ammonta a 15 kW.

Nell'ipotesi che il flusso magnetico nel passaggio da vuoto a carico si possa ritenere invariato e che le perdite addizionali siano l'1% della potenza assorbita, determinare:

- (a) la corrente di armatura I_i ;
- (b) la velocità di rotazione a vuoto n_0 ;
- (c) la velocità di rotazione a pieno carico n;
- (d) il rendimento del motore a pieno carico;
- (e) la coppia utile a pieno carico;
- (f) la coppia a vuoto;

82 5.6. ESERCIZI

Bibliografia

- [1] G.Conte, Macchine elettriche, Hoepli Milano (2001)
- [2] L.Olivieri, E.Ravelli *Elettrotecnica per Elettrotecnica ed Automazione*, Vol.2, CEDAM Padova (1996)
- [3] F.Ciampolini, Elettrotecnica generale, Pitagora Editrice Bologna (1971)
- [4] G.Petrecca, E.Bassi, F.Benzi, La teoria unificata delle macchine elettriche rotanti, CLUP Milano (1983)
- [5] M.Pezzi, Macchine elettriche Seconda edizione, Zanichelli Editore Bologna (1990)
- [6] E.Rezzaghi, Appunti di Elettrotecnica, http://www.galileimirandola.it (2004)
- [7] Z.Martini, ElectroPortal: Domande & Risposte, http://www.electroportal.net (2003)