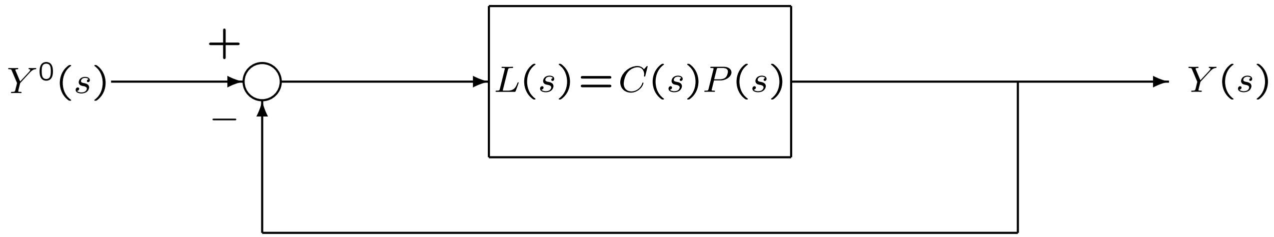
INTRODUZIONE AI METODI DI SINTESI DIRETTA

- Schema di controllo



- Metodo di sintesi diretta:
  - Fase I.
    - $*$ Scelta della funzione di trasferimento ad anello chiuso:

$$W(s) = W^0(s)$$

  - Fase II.
    - $*$ Determinazione di $C(s)$:

$$L(s) = \frac{W^0(s)}{1 - W^0(s)} \qquad \Longrightarrow \qquad C(s) = \frac{1}{P(s)} \, \frac{W^0(s)}{1 - W^0(s)}$$

CONDIZIONI PER LA REALIZZABILITÀ DEL CONTROLLORE

- Eccesso poli-zeri di una funzione di trasferimento $G(s)$:

$$E(G) := \text{grado}(D) - \text{grado}(N), \qquad \left[G(s) = \frac{N(s)}{D(s)}\right]$$

- Condizione per la realizzabilità di $C(s)$:

$$E(C) = E(W^0) - E(P) \geq 0$$

$$\Longrightarrow E(W^0) \geq E(P)$$

- Osservazione.
  - La funzione di trasferimento desiderata del secondo ordine

$$W^0(s) = \frac{1}{1 + 2\zeta s/\omega_n + s^2/\omega_n^2}$$

può essere usata per un impianto P solo se:

$$E(P) \leq 2$$

CONDIZIONI PER LA STABILITÀ INTERNA

- Vincoli su W^0 imposti dalla stabilità interna del sistema.

  (I). W^0 deve essere asintoticamente stabile.

  (II). Condizioni di interpolazione:

  - Per ogni polo (semplice) p di $P(s)$ nella regione di instabilità deve risultare

$$W^0(p) = 1$$

  - Per ogni zero (semplice) z di $P(s)$ nella regione di instabilità deve risultare

$$W^0(z) = 0$$

- Osservazione.

  - La funzione di trasferimento desiderata del secondo ordine

$$W^0(s) = \frac{1}{1 + 2\zeta s/\omega_n + s^2/\omega_n^2}$$

    può essere usata solo se l'impianto P non ha zeri a parte reale maggiore o uguale a zero, non ha poli a parte reale maggiore di zero ed ha al massimo un polo in zero.

SINTESI DEL CONTROLLORE

- Specifiche dinamiche (SD) tipiche per un sistema di controllo:

SD.1 - Sovraelongazione $y_p \leq y_p^0$

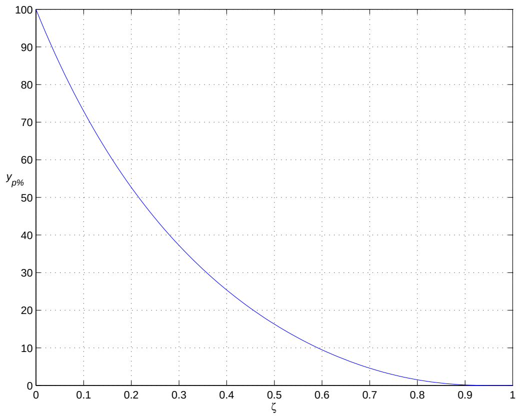
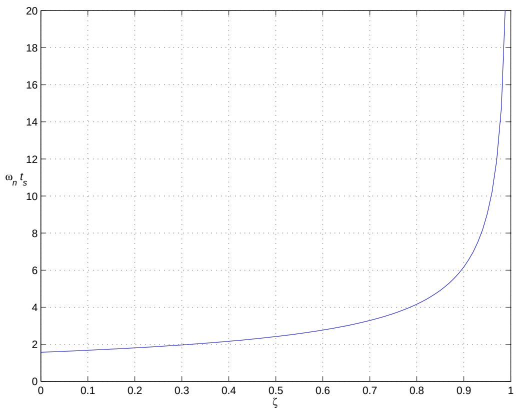
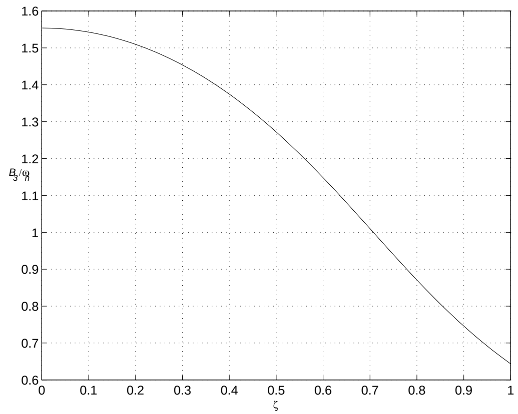
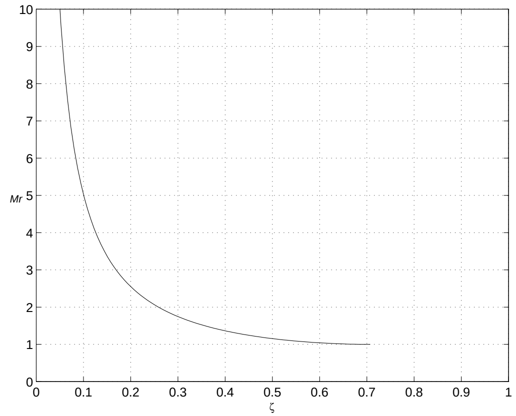
SD.2 - Banda $B_3 = B_3^0$

- Vincoli imposti dalle specifiche SD su W^0

$$\text{SD.1} \quad \longrightarrow \quad y_{p\%} = 100\ \exp(-\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}) \leq y_{p\%}^0$$

$$\text{SD.2} \quad \longrightarrow \quad B_3 = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2 + \sqrt{2 - 4\zeta^2 + 4\zeta^4}} = B_3^0$$

$$(t_s B_3 \approx 3)$$

SINTESI DEL CONTROLLORE

- Specifiche di regime (SR) tipiche per un sistema di controllo:

  SR.1 - Errore a regime limitato ($\leq e^0_{rp}$) al gradino

  SR.2 - Errore a regime limitato ($\leq e^0_{rp}$) alla rampa lineare

  SR.3 - Errore a regime limitato ($\leq e^0_{rp}$) alla rampa parabolica

- Vincoli imposti dalle specifiche SR su W^0 (Hp: $N_W(0) = K_W$, $D_W(0) = 1$)

$$\text{SR.1} \quad \longrightarrow \quad |K_W - 1| \leq e^0_{rp}$$

$$\text{SR.2} \quad \longrightarrow \quad K_W = 1 \ , \quad |N'_W(0) - D'_W(0)| \leq e^0_{rp}$$

$$\text{SR.3} \quad \longrightarrow \quad K_W = 1 \ , \quad N'_W(0) = D'_W(0) \ , \quad |N''_W(0) - D''_W(0)| \leq e^0_{rp}$$

- Possibili scelte: $$W^0(s) = \begin{cases} \frac{K_W}{(1+2\zeta s/\omega_n+s^2/\omega_n^2)} \\ \frac{K_W}{(1+2\zeta s/\omega_n+s^2/\omega_n^2)(1+\tau s)} \\ \frac{K_W(1+Ts)}{(1+2\zeta s/\omega_n+s^2/\omega_n^2)} \\ \frac{K_W(1+Ts)}{(1+2\zeta s/\omega_n+s^2/\omega_n^2)(1+\tau s)} \end{cases}$$

SINTESI DEL CONTROLLORE

Esempio

$$P(s) = \frac{1 + 10s}{s(1+s)^2}$$

- Specifiche:
  - SR.2 $e^0_{rp} = 0.1$ (0.08);
  - SD.1 $y^0_{p\%} = 20$;
  - SD.2 $B^0_3 = 12.5$ rad/s.
- Obiettivo: $W^0(s) = \frac{K_W}{(1+2\zeta s/\omega_n + s^2/\omega_n^2)}$
- Risultato:

Step 1: la specifica SR.2 implica $K_W = 1$ e $2\zeta/\omega_n < 0.1$ (0.08)

Step 2: la specifica SD.1 implica $\zeta \geq 0.457$

Step 3: la specifica SD.2 fornisce una curva $\omega_n = \omega_n(\zeta)$

Step 4: scelgo $\zeta = 0.47$ e $\omega_n = 9.58$ (no ζ, ω_n)

Step 5: il controllore risulta

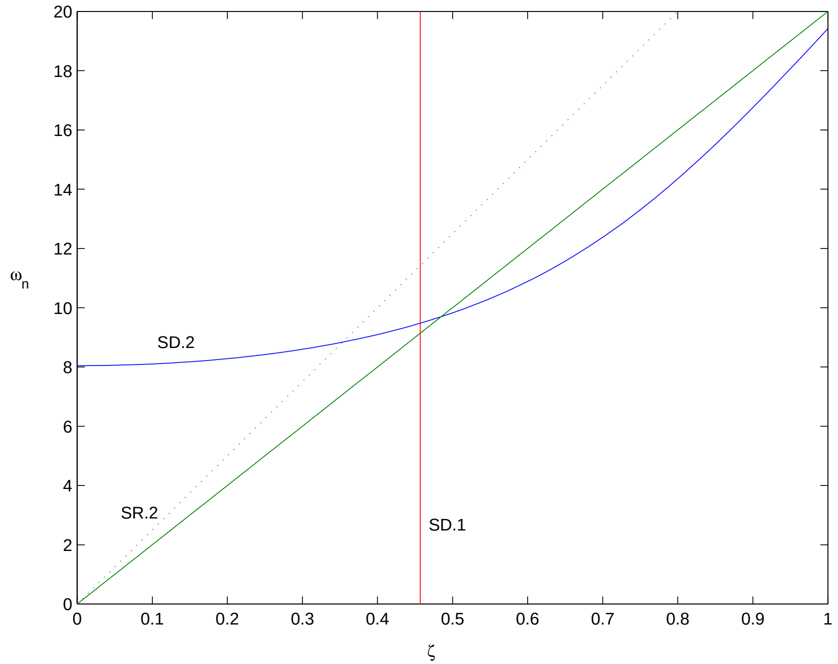
$$C(s) = 10.2\frac{(1+s)}{(1+s/9)} \cdot \frac{(1+s)}{(1+10s)} \qquad \text{(no } C(s)\text{)}$$

SINTESI DEL CONTROLLORE

Esempio

$$P(s) = \frac{1+10s}{s(1+s)^2}$$

- Analisi grafica delle specifiche:
  - SR.2 $e^0_{rp} = 0.1$ (0.08);
  - SD.1 $y^0_{p\%} = 20$;
  - SD.2 $B^0_3 = 12.5$ rad/s.



Esempio

$$P(s) = \frac{10(1-s)}{s(1+s)}$$

- Progettare $C(s)$ in modo da soddisfare alle specifiche.
  - SR.2: l'errore a regime di inseguimento ad un gradino unitario in ingresso sia nullo.
  - SD.1: Il picco di risonanza sia non superiore a $M_{r_{max}} = 0$dB.
  - SD.2: La banda passante sia circa uguale a $B_3^0 = 5$ rad/s.

- Scelta $W^0(s)$:

$$W^0(s) = \frac{1}{1+0.2s} \cdot \frac{1-s}{1+s}$$

- Controllore:

$$C(s) = \frac{1}{22} \cdot \frac{1+s}{1+s/11}$$

MATLAB: SINTESI DIRETTA

- Definizione variabile di Laplace

```
>> s=tf('s')
```

- Definizione impianto $P(s)$

```
>> P=(1+10*s)/(s*(1+s)^2)
```

- Definizione sistema ad anello chiuso $W(s)$

```
>> W=1/(1+2*0.47*s/9.58+s^2/9.58^2)
```

- Calcolo controllore $C(s)$

```
>> C=W/(P*(1-W))
>> C=minreal(zpk(C))
```