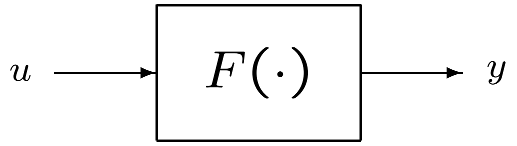
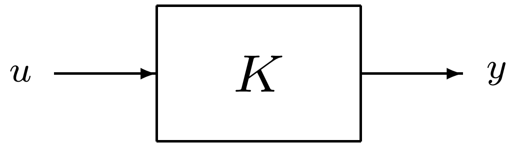
RAPPRESENTAZIONE CON SCHEMI A BLOCCHI

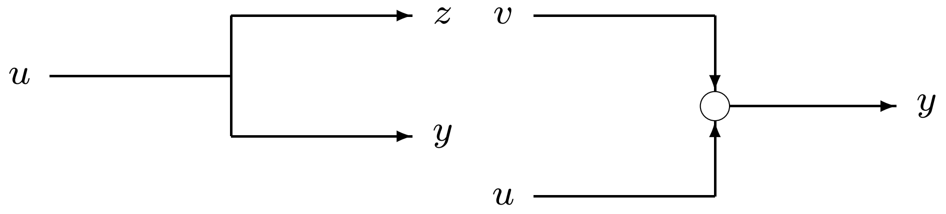
- Blocco elementare: $y = F(u)$.



- Blocco lineare: $F(u) = Ku$.

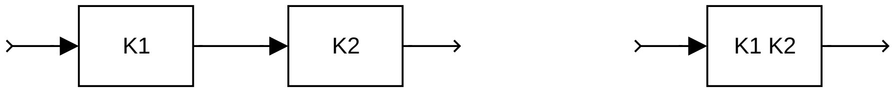


- Punto di diramazione e giunzione sommante.

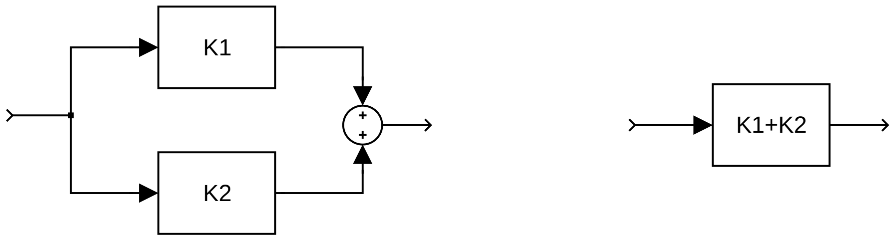


REGOLE RIDUZIONE SCHEMI A BLOCCHI LINEARI

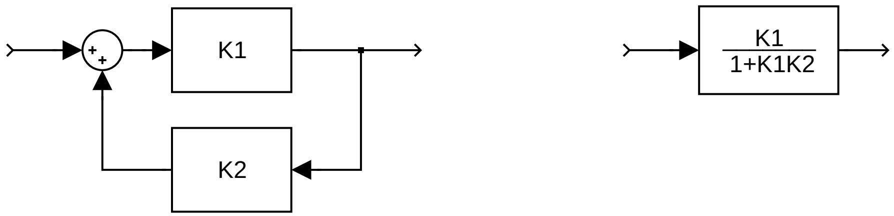
- Riduzione di blocchi in cascata:



- Riduzione di blocchi in parallelo:



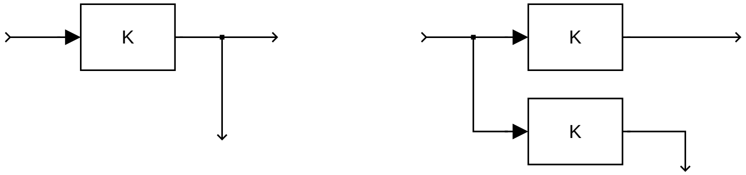
- Eliminazione di un anello:



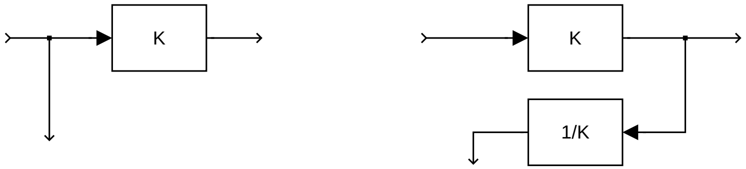
- Scambio di giunzioni sommanti:

REGOLE RIDUZIONE SCHEMI A BLOCCHI LINEARI

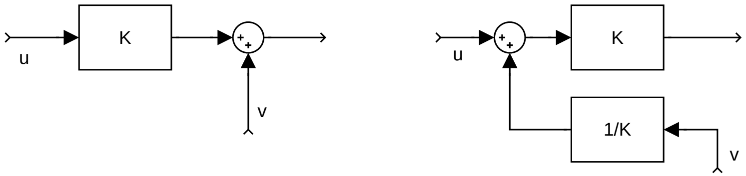
- Spostamento di un punto di prelievo di segnale a monte di un blocco:



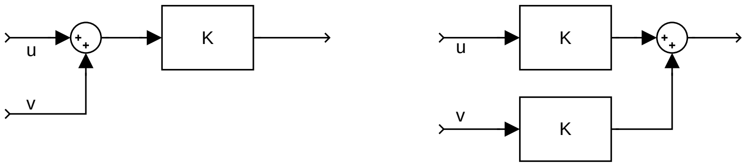
- Spostamento di un punto di prelievo di segnale a valle di un blocco:



- Spostamento di una giunzione sommante a monte di un blocco:

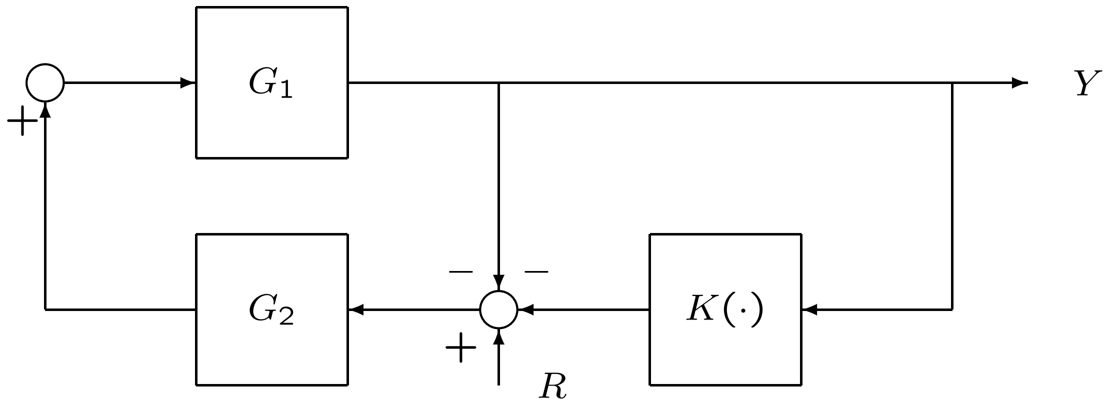


- Spostamento di una giunzione sommante a valle di un blocco:

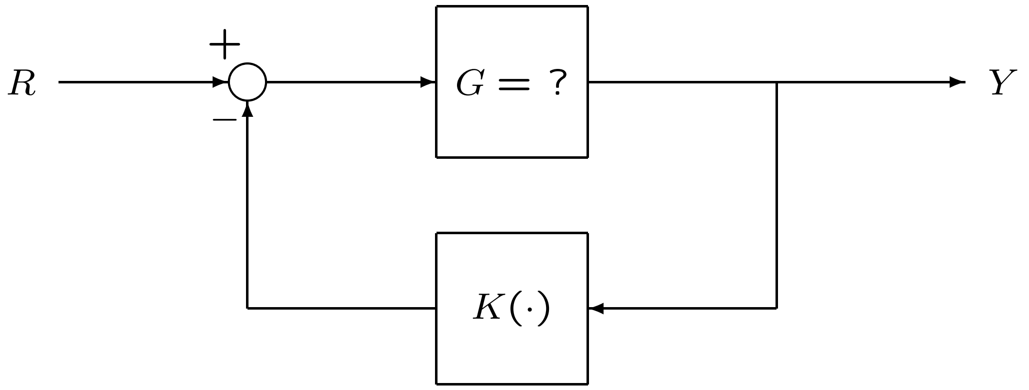


SCHEMI A BLOCCHI CON ELEMENTO NON LINEARE

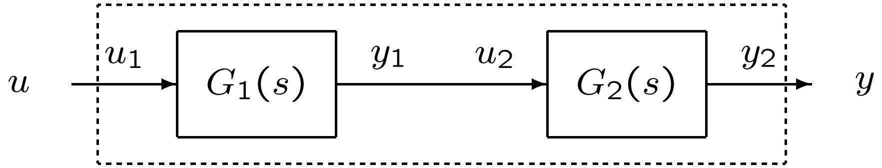
- Blocco non lineare statico



- Struttura equivalente



INTERCONNESSIONI DI SISTEMI: CASCATA



- Proprietà.

$$\begin{cases} G_1(s) & = & \dfrac{N_1(s)}{D_1(s)} \\ G_2(s) & = & \dfrac{N_2(s)}{D_2(s)} \end{cases} \quad \Longrightarrow \quad G(s) = \frac{N_1(s)N_2(s)}{D_1(s)D_2(s)}$$

- Se G_1 e G_2 sono stabili, allora anche G è stabile.

- Esempio: $\qquad G_1(s) = k_1 \dfrac{s - z_1}{s - p_1} \qquad G_2(s) = k_2 \dfrac{s - z_2}{s - p_2}$

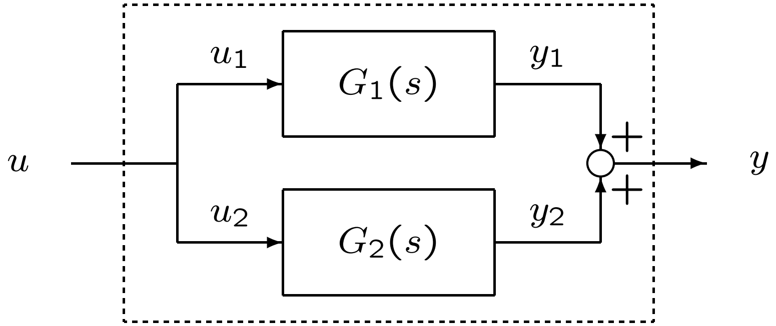
- Rappresentazione ingresso-stato-uscita dei singoli sistemi:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 & = & p_1 x_1 + u_1 \\ y_1 & = & k_1(p_1 - z_1)x_1 + k_1 u_1 \end{cases} \qquad \begin{cases} \dot{x}_2 & = & p_2 x_2 + u_2 \\ y_2 & = & k_2(p_2 - z_2)x_2 + k_2 u_2 \end{cases}$$

- Rappresentazione ingresso-stato-uscita del sistema interconnesso:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} p_1 & 0 \\ k_1(p_1 - z_1) & p_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ k_1 \end{bmatrix} u \\ y & = & \begin{bmatrix} k_1 k_2 (p_1 - z_1) & k_2(p_2 - z_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + k_1 k_2 u \end{cases}$$

INTERCONNESSIONI DI SISTEMI: PARALLELO



- Proprietà.

$$\begin{cases} G_1(s) &= \dfrac{N_1(s)}{D_1(s)} \\ G_2(s) &= \dfrac{N_2(s)}{D_2(s)} \end{cases} \Longrightarrow \qquad G(s) = \frac{N_1(s)D_2(s) + N_2(s)D_1(s)}{D_1(s)D_2(s)}$$

- Se G_1 e G_2 sono stabili allora anche G è stabile.

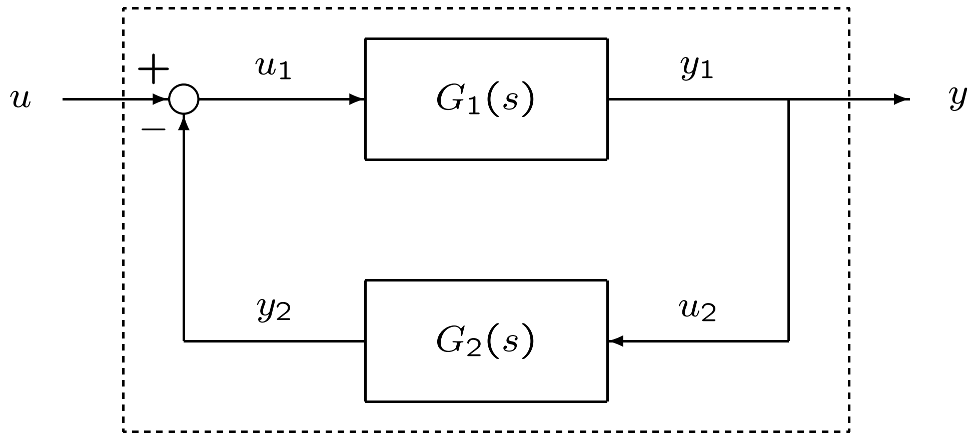
- Esempio: $\quad G_1(s) = k_1 \dfrac{s - z_1}{s - p_1} \qquad G_2(s) = k_2 \dfrac{s - z_2}{s - p_2}$

- Rappresentazione ingresso-stato-uscita dei singoli sistemi:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= p_1 x_1 + u_1 \\ y_1 &= k_1(p_1 - z_1)x_1 + k_1 u_1 \end{cases} \qquad \begin{cases} \dot{x}_2 &= p_2 x_2 + u_2 \\ y_2 &= k_2(p_2 - z_2)x_2 + k_2 u_2 \end{cases}$$

- Rappresentazione ingresso-stato-uscita del sistema interconnesso:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} p_1 & 0 \\ 0 & p_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} k_1(p_1 - z_1) & k_2(p_2 - z_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + (k_1 + k_2)u \end{cases}$$



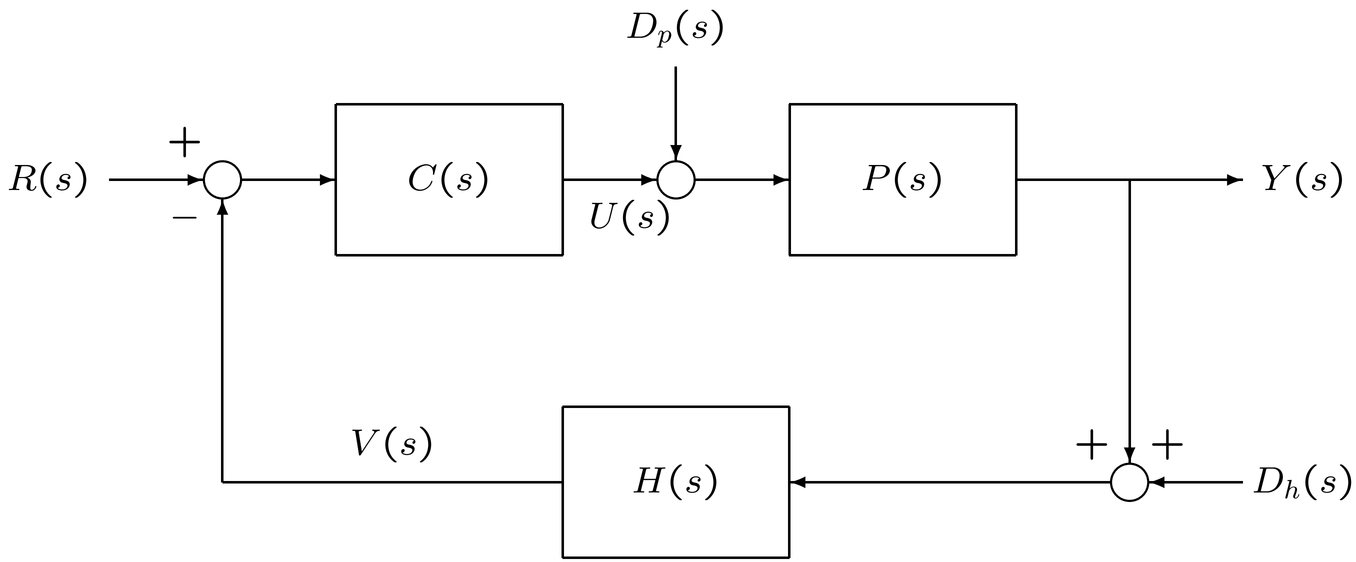
- Proprietà.

$$\begin{cases} G_1(s) = \dfrac{N_1(s)}{D_1(s)} \\ G_2(s) = \dfrac{N_2(s)}{D_2(s)} \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \qquad G(s) = \frac{N_1(s)D_2(s)}{D_1(s)D_2(s) + N_1(s)N_2(s)}$$

- Se G_1 e G_2 sono stabili non è detto che anche G risulti stabile.

SISTEMI DI CONTROLLO IN RETROAZIONE: STABILITÀ



- Definizione di stabilità interna del sistema di controllo:

  Il sistema si dice ILUL stabile internamente se ad ogni terna di ingressi $r(t)$, $d_p(t)$, $d_h(t)$ limitati corrisponde una risposta limitata in ogni punto del sistema di controllo.

- Condizione necessaria e sufficiente per la stabilità interna:

  Le 9 funzioni di trasferimento riportate in tabella devono avere tutti i poli a parte reale minore di zero.

	$R(s)$	$D_p(s)$	$D_h(s)$
$V(s)$	$\dfrac{C(s)P(s)H(s)}{1+C(s)P(s)H(s)}$	$\dfrac{P(s)H(s)}{1+C(s)P(s)H(s)}$	$\dfrac{H(s)}{1+C(s)P(s)H(s)}$
$U(s)$	$\dfrac{C(s)}{1+C(s)P(s)H(s)}$	$-\dfrac{C(s)P(s)H(s)}{1+C(s)P(s)H(s)}$	$-\dfrac{C(s)H(s)}{1+C(s)P(s)H(s)}$
$Y(s)$	$\dfrac{C(s)P(s)}{1+C(s)P(s)H(s)}$	$\dfrac{P(s)}{1+C(s)P(s)H(s)}$	$-\dfrac{C(s)P(s)H(s)}{1+C(s)P(s)H(s)}$

SISTEMI DI CONTROLLO IN RETROAZIONE: STABILITÀ

- Problema: esiste una condizione equivalente per la stabilità interna del sistema di controllo in retroazione?

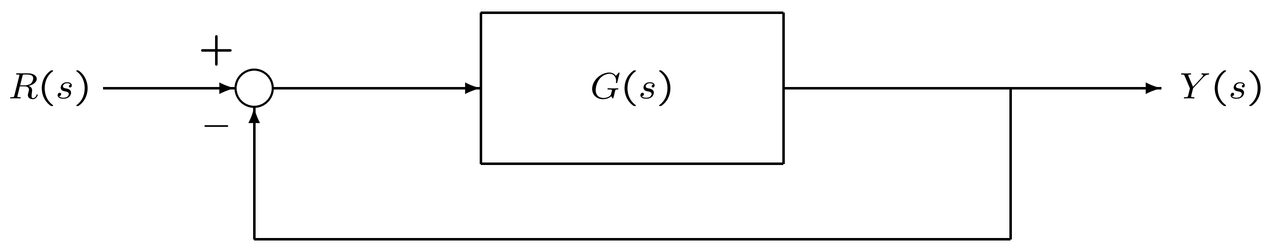
- Risposta:

  Il sistema di controllo in retroazione è internamente stabile se e solo se:

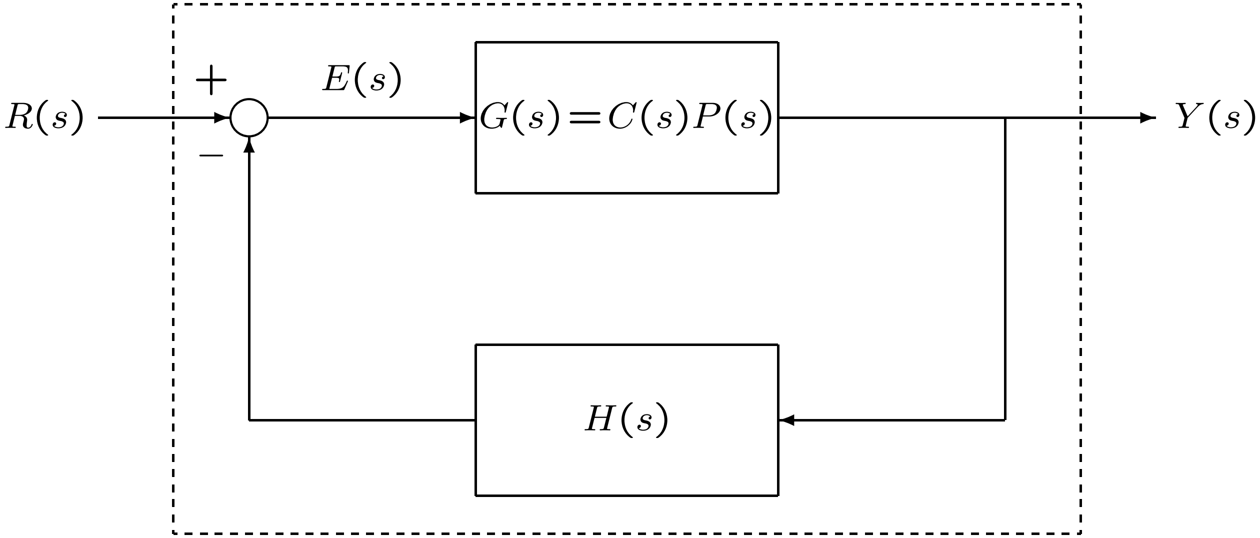
  1. la funzione $1 + C(s)P(s)H(s)$ non ha zeri con parte reale maggiore o uguale a zero;

  2. non ci sono cancellazioni polo-zero "instabili" nel prodotto $C(s)P(s)H(s)$.

- Osservazione: è sufficiente studiare la configurazione a retroazione unitaria con $G(s) := C(s)P(s)H(s)$ tenendo conto degli eventuali poli a parte reale maggiore o uguale a zero di $C(s)$, $P(s)$ e $H(s)$.



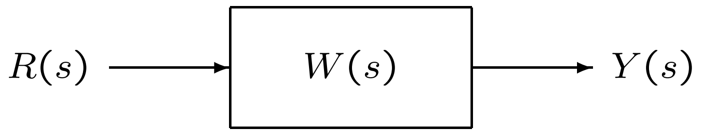
INTERCONNESSIONE DI SISTEMI IN RETROAZIONE



- Notazioni.
  - $r(t)$: segnale di riferimento
  - $y(t)$: variabile controllata
  - $e(t)$: segnale errore
  - $G(s)$: funzione di trasferimento della catena diretta
  - $H(s)$: funzione di trasferimento della catena di retroazione
  - $L(s) = G(s)H(s)$: guadagno d'anello

INTERCONNESSIONE DI SISTEMI IN RETROAZIONE

- Sistema equivalente ingresso-uscita

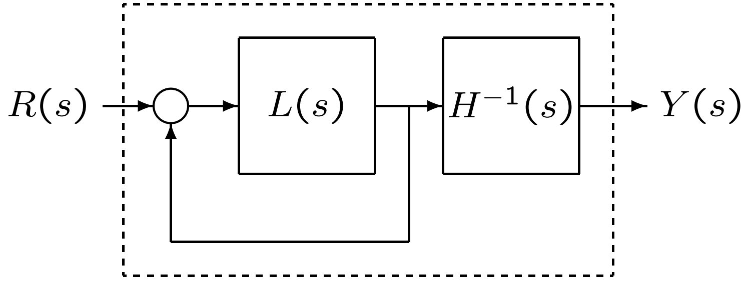


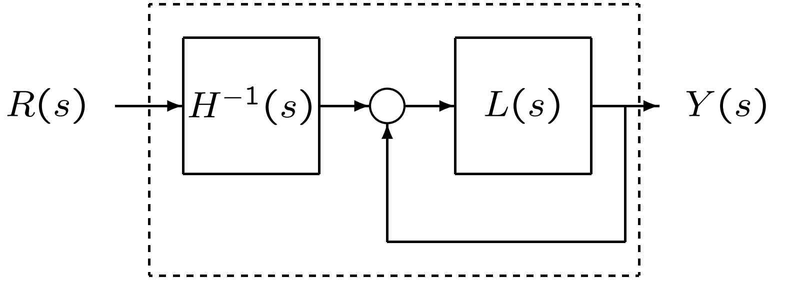
  - $W(s)$: funzione di trasferimento ad anello chiuso

$$W(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)} = \frac{G(s)}{1+L(s)}$$

  - Ipotesi: il sistema è ben posto, ovvero $1+L(s)$ non è identicamente nullo.

  - Riduzione a retroazione unitaria: $$W(s) = \frac{1}{H(s)} \cdot \frac{L(s)}{1+L(s)}$$





INTERCONNESSIONE SISTEMI IN RETROAZIONE

- Problema.

Ottenere una rappresentazione di $W(s)$ note quelle di $G(s)$ e $H(s)$.

  - Gli zeri di $W(s)$ sono definiti dagli zeri di $G(s)$ e dai poli di $H(s)$.

  - I poli di $W(s)$ sono definiti dagli zeri dell'equazione nella variabile s

$$G(s)H(s) + 1 = 0$$