



Fisica dello Stato Solido

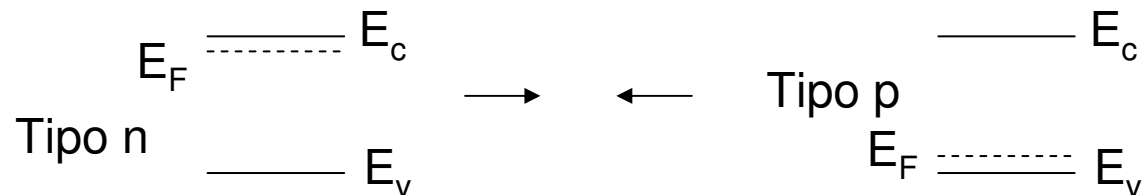
Lezione n. 12

Corso di Laurea Specialistica
Ingegneria Elettronica
a.a.07-08

Giunzione *pn*

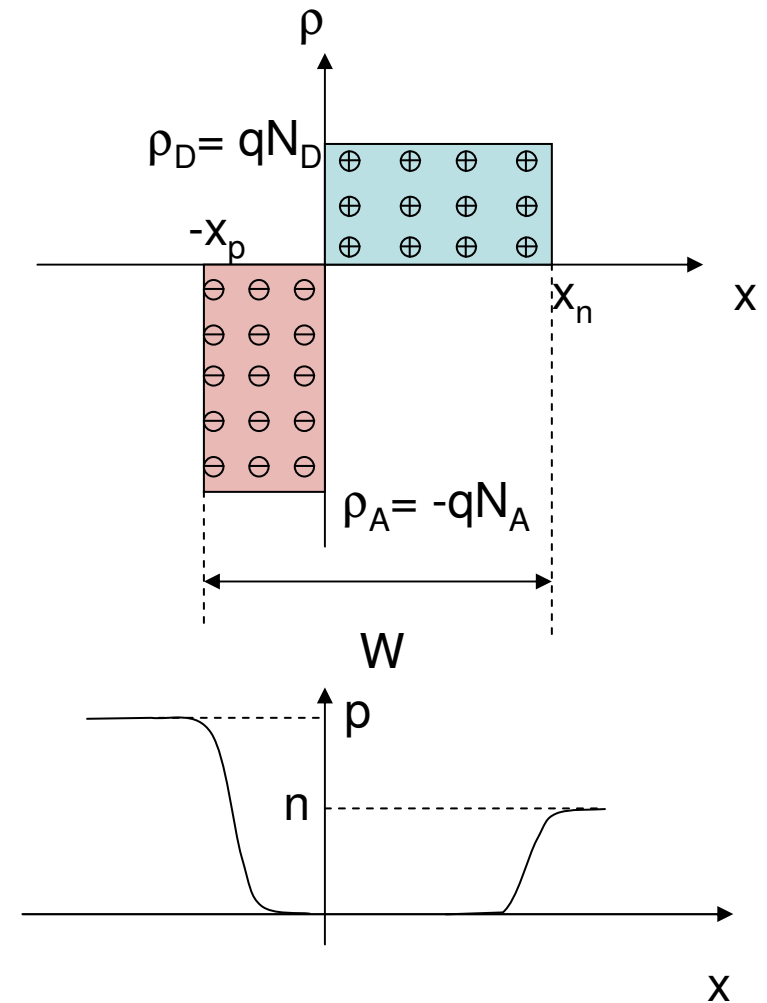
Il semiconduttore viene drogato con una concentrazione N_D di donori superficiali, ad esempio P in Si, in una sua parte, e con una concentrazione N_A di accettori superficiali, ad esempio Boro in Si, in una regione adiacente. Supponiamo di essere a T intermedia, dove i droganti superficiali sono tutti ionizzati $N_D^+ = N_D$ ed $N_A^- = N_A$ e la produzione di coppie elettrone lacuna per salto diretto del gap dovuto all'energia termica è trascurabile (regime estrinseco).

Vediamo dapprima le due regioni isolatamente . All'equilibrio la regione drogata con donore è di tipo n , la concentrazione di elettroni liberi n uguaglia la concentrazione di atomi donore ionizzati $n = N_D^+$ ed il livello di Fermi è posto vicino al livello donore, cioè vicino all'orlo della banda di conduzione. Analogamente, nella regione p la concentrazione di lacune libere è $p = N_A^-$ ed il livello di Fermi è posto vicino al livello accettore.



Nella regione di interfaccia, lacune provenienti dalla regione p ed elettroni dalla regione n diffondono verso le regioni adiacenti di diverso drogaggio, ricombinandosi: questo produce una **zona svuotata dai portatori liberi**, dove è presente carica fissa di densità volumetrica $-qN_A$ nella regione p e $+qN_D$ nella regione n (con $q = |e|$).

All'equilibrio, si genera una barriera di potenziale, detta di **built-in** che si oppone all'ulteriore diffusione di elettroni dalla regione n alla p e di lacune dalla regione p a quella n.



Supponendo che la concentrazione di impurezze vari in modo brusco all'interfaccia si ha il grafico di figura.

La carica totale del sistema è nulla:

$Q_A + Q_D = 0$. Sia A = area della giunzione, allora: $Ax_n\rho_D + Ax_p\rho_A = 0$

$$\rightarrow x_n\rho_D = -x_p\rho_A$$

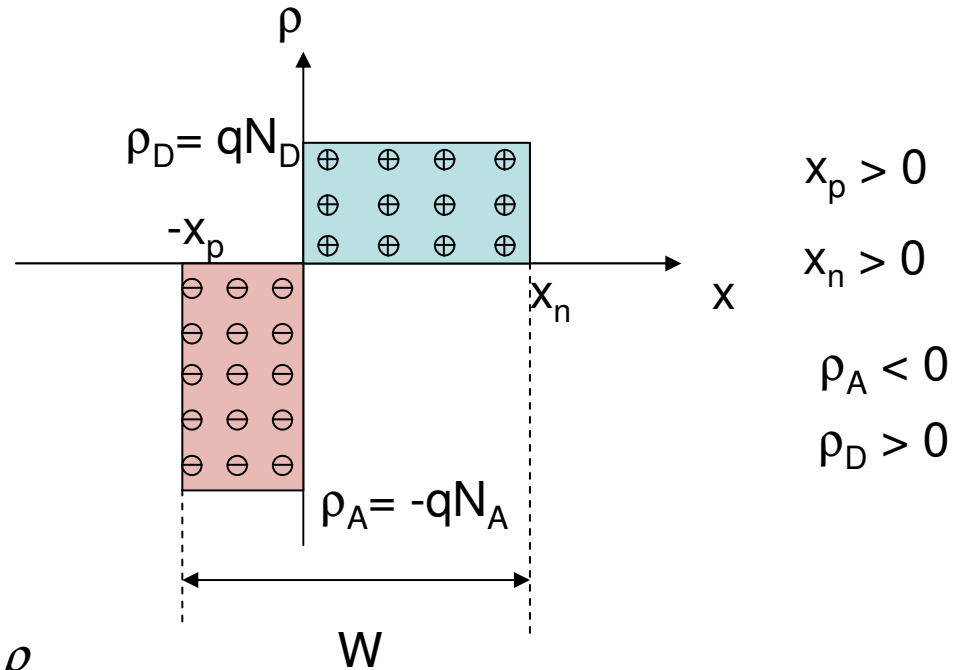
$$\rightarrow x_nN_D = x_pN_A.$$

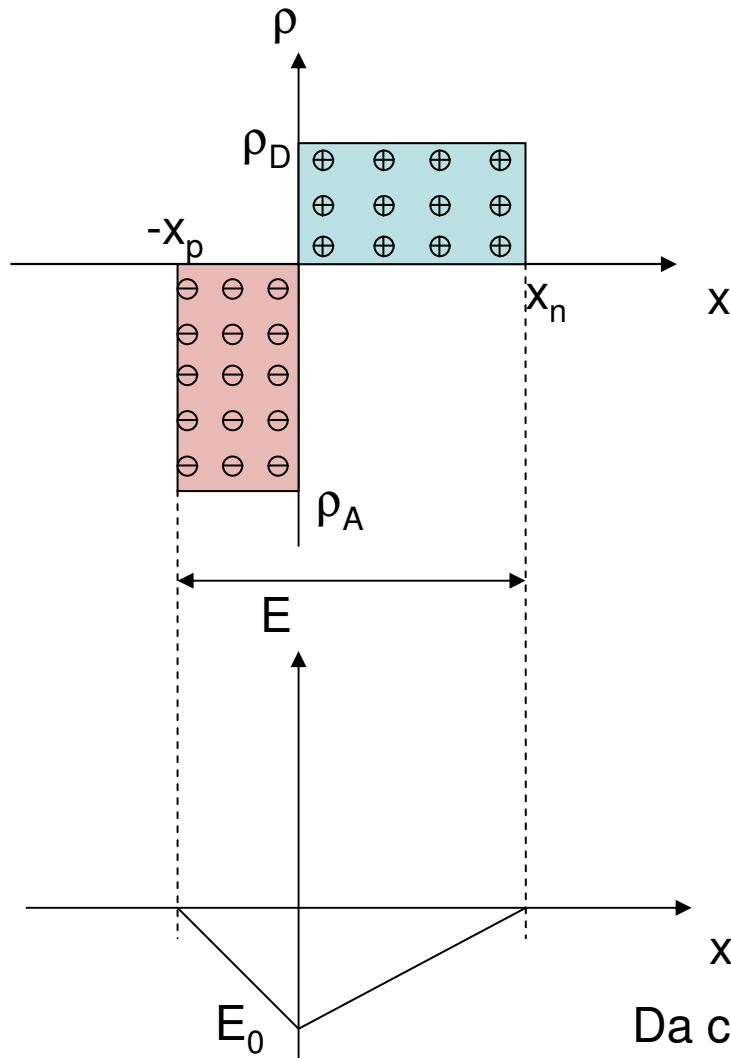
Utilizzando il teorema di Gauss con geometria unidimensionale:
Otteniamo:

$$E(x) = E_0 + \frac{\rho}{\epsilon} x \quad \text{con} \quad \begin{array}{ll} \rho = \rho_D > 0 & 0 < x \leq x_n \\ \rho = \rho_A < 0 & -x_p \leq x \leq 0 \end{array}$$

Determino E_0 con le condizioni al contorno:

$$\begin{aligned} E(-x_p) &= E_0 - \frac{\rho_A}{\epsilon} x_p \\ E(x_n) &= E_0 + \frac{\rho_D}{\epsilon} x_n \end{aligned} \quad \text{e quindi:} \quad E_0 = E(0) = \frac{\rho_A}{\epsilon} x_p = -\frac{\rho_D}{\epsilon} x_n < 0$$





Per determinare il potenziale, pongo $V(-x_p) = 0$. Nella regione $-x_p < x < 0$:

$$V(x) = \int_x^{-x_p} \left[\frac{\rho_A x_p}{\epsilon} + \frac{\rho_A x}{\epsilon} \right] dx = \frac{\rho_A}{\epsilon} \left(-x_p x - \frac{x^2}{2} - \frac{x_p^2}{2} \right)$$

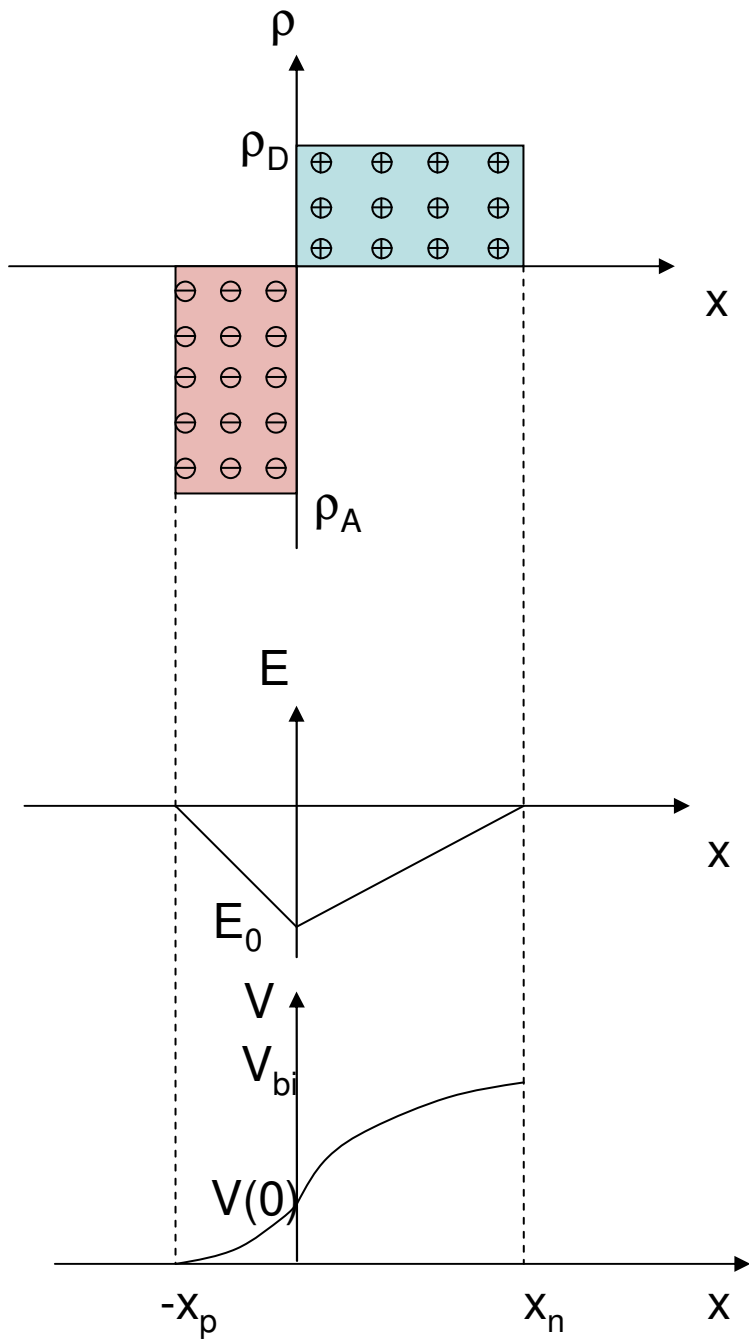
Quindi in $x = 0$ abbiamo: $V(0) = -\frac{\rho_A x_p^2}{2\epsilon} > 0$

Nella regione $0 < x < x_n$:

$$V(x) - V(0) = \int_x^0 \left[-\frac{\rho_D x_n}{\epsilon} + \frac{\rho_D x}{\epsilon} \right] dx$$

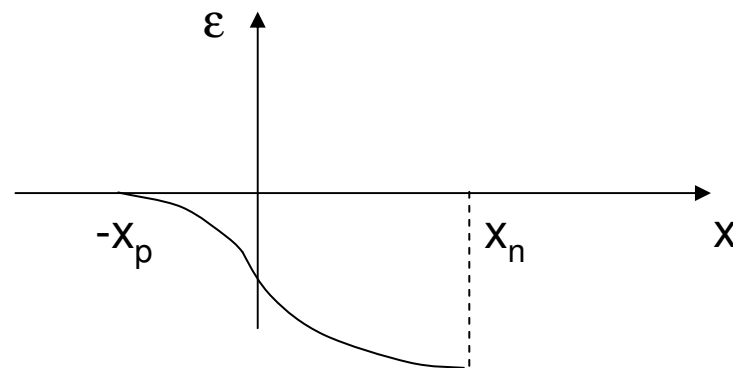
Da cui otteniamo: $V(x) = \frac{\rho_D x_n x}{\epsilon} - \frac{\rho_D x^2}{2\epsilon} - \frac{x_p^2 \rho_A}{2\epsilon}$

Il potenziale è quindi una funzione parabolica, con concavità positiva da x_p a 0 e concavità negativa da 0 a x_n .

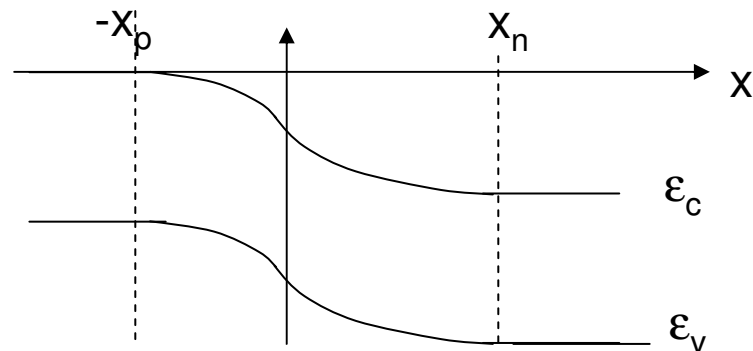


L'andamento dell'energia potenziale in funzione di x è dato da:

$$\varepsilon(x) = -eV(x)$$



Che porta al diagramma a bande:



Corrente di diffusione

La variazione di concentrazione di portatori liberi in funzione dello spazio genera una corrente di diffusione:

$$\underline{J}_n = eD_n \underline{\nabla} n \quad \text{elettroni}$$

$$\underline{J}_p = -eD_p \underline{\nabla} p \quad \text{lacune}$$

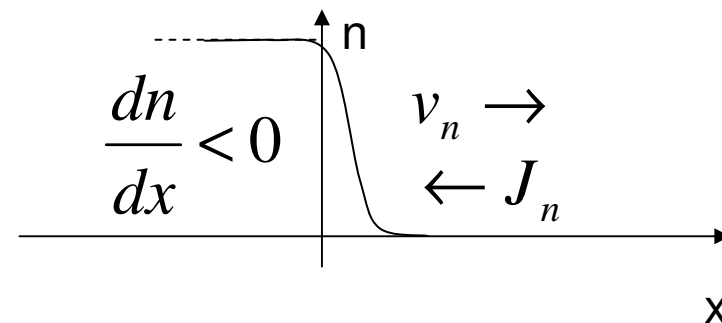
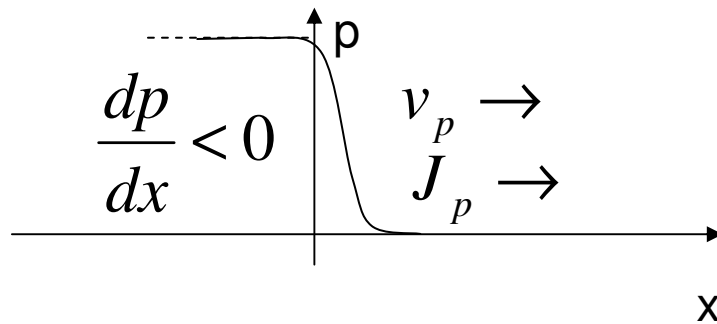
con $D_{n,p}$ coefficienti di diffusione per elettroni e lacune:

$$D_n = \frac{KT}{e} \mu_n$$

Relazione di Einstein

$$D_p = \frac{KT}{e} \mu_p$$

Notiamo che le correnti di diffusione di elettroni e lacune viaggiano in senso opposto per stesso segno del gradiente



La corrente di diffusione si somma a quella di deriva dovuta al campo elettrico esterno applicato E. Per campi applicati non elevati:

$$\underline{J}_n = \mu_n enE + eD_n \frac{dn}{dx} = \mu_n e \left(nE + \frac{KT}{e} \frac{dn}{dx} \right)$$

$$\underline{J}_p = \mu_p epE - eD_p \frac{dp}{dx} = \mu_p e \left(pE - \frac{KT}{e} \frac{dp}{dx} \right)$$

Per campi applicati elevati: $\mu E = v_{sat}$, indipendente dal campo applicato.

$$\underline{J}_n = e \left(v_{sat,n} n + D_n \frac{dn}{dx} \right)$$

$$\underline{J}_p = e \left(v_{sat,p} p - D_p \frac{dp}{dx} \right)$$

Dimostrazione della relazione: $\mathcal{E}_F - \mathcal{E}_i = KT \ln\left(\frac{n}{n_i}\right)$

Essa è valida poiché: $n = N_C e^{\frac{\mathcal{E}_F - \mathcal{E}_C}{KT}}$ $n_i = \sqrt{N_C N_V} e^{\frac{\mathcal{E}_V - \mathcal{E}_C}{2KT}}$

$$\longrightarrow \frac{n}{n_i} = \frac{N_C e^{\frac{\mathcal{E}_F - \mathcal{E}_C}{KT}}}{\sqrt{N_C N_V} e^{\frac{\mathcal{E}_V - \mathcal{E}_C}{2KT}}} = \sqrt{\frac{N_C}{N_V}} e^{\left(\mathcal{E}_F - \mathcal{E}_C - \frac{\mathcal{E}_V - \mathcal{E}_C}{2}\right) \frac{1}{KT}}$$

$$\longrightarrow \ln\left(\frac{n}{n_i}\right) = \left(\mathcal{E}_F - \frac{\mathcal{E}_C + \mathcal{E}_V}{2}\right) \frac{1}{KT} + \ln\left(\sqrt{\frac{N_C}{N_V}}\right)$$

e quindi, definendo: $E_i = \frac{\mathcal{E}_C + \mathcal{E}_V}{2} + \frac{KT}{2} \ln\left(\frac{N_C}{N_V}\right)$

Si ha: $\mathcal{E}_F - \mathcal{E}_i = KT \ln\left(\frac{n}{n_i}\right)$.

E quindi:

$$n = n_i e^{\frac{\mathcal{E}_F - \mathcal{E}_i}{KT}}$$

Analogamente, nel caso di equilibrio termico:

$$p = n_i e^{\frac{\mathcal{E}_i - \mathcal{E}_F}{KT}}$$

Relazioni che possiamo riscrivere come:

$$n = n_i e^{\frac{e(\psi - \phi)}{KT}} \quad p = n_i e^{\frac{e(\phi - \psi)}{KT}}$$

Avendo posto:

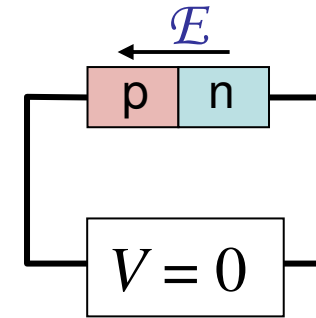
$$\psi = -\frac{\mathcal{E}_i}{e} \quad \phi = -\frac{\mathcal{E}_F}{e}$$

Condizione di equilibrio termico

1. Campo elettrico applicato nullo: $E = 0$

2. Densità di Corrente di lacune nulla

3. Densità di Corrente di elettroni nulla



Si ha bilancio tra corrente deriva e corrente di diffusione sia per elettroni che per lacune.

Infatti, utilizzando: $n = n_i e^{\frac{e(\psi - \phi)}{KT}}$ con: $\psi = -\frac{\mathcal{E}_i}{e}$ $\phi = -\frac{\mathcal{E}_F}{e}$

$$\text{Otteniamo: } \frac{dn}{dx} = n_i e^{\frac{e(\psi - \phi)}{KT}} \left(\frac{d\psi}{dx} - \frac{d\phi}{dx} \right) \frac{e}{KT} = \frac{en}{KT} \left(\frac{d\psi}{dx} - \frac{d\phi}{dx} \right) = 0$$

Allora, la: $J_n = e\mu_n \left[nE + \frac{KT}{e} \frac{dn}{dx} \right]$

diviene: $J_n = e\mu_n n \left(E + \frac{d\psi}{dx} - \frac{d\phi}{dx} \right) = 0$

Visto che il campo intrinseco è: $E = -\frac{dV}{dx} = -\frac{d\psi}{dx}$

Posso riscrivere: $J_n = ne\mu_n \left[-\frac{d\psi}{dx} + \frac{d\psi}{dx} - \frac{d\phi}{dx} \right] = 0$

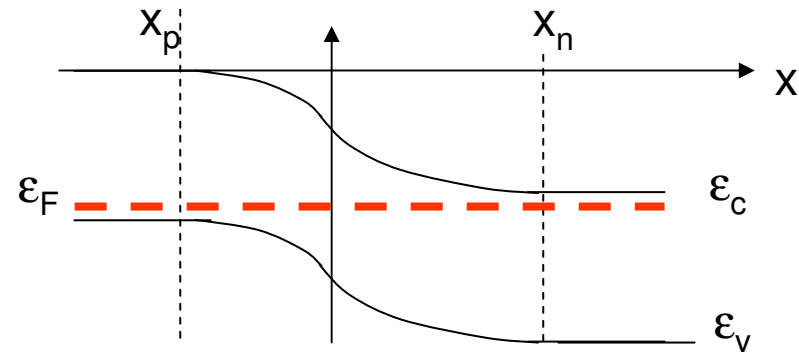
e quindi: $\frac{d\phi}{dx} = 0$ Perciò il livello di Fermi è costante nella giunzione all'equilibrio termico.

Inoltre nella regione neutra si ha: $E = -\frac{d\psi}{dx} = 0$

E quindi: $\frac{dn}{dx} = n_i e^{\frac{\epsilon_F - \epsilon_i}{KT}} \frac{d\epsilon_F}{dx} \frac{1}{KT} = \frac{n}{KT} \frac{d\epsilon_F}{dx}$

Da cui: $\frac{dn}{dx} = 0 \longrightarrow \frac{d\epsilon_F}{dx} = 0$

Allora nelle condizioni di equilibrio termico il livello di Fermi è costante lungo x su tutto il dispositivo.



Altri Esempi

Schema delle bande in barriera Schottky e per contatto ohmico

112

PHOTOCONDUCTIVITY OF SOLIDS

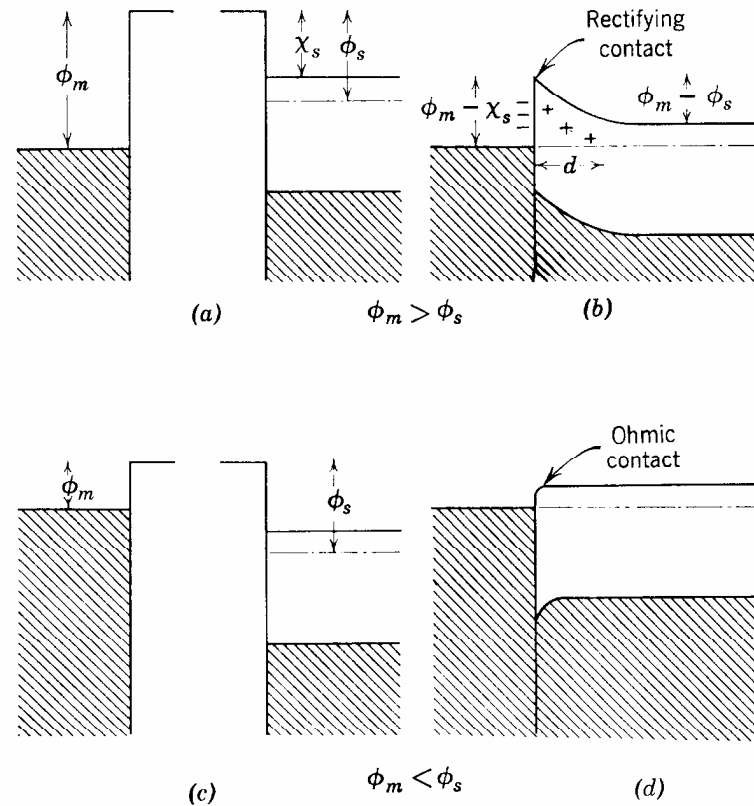
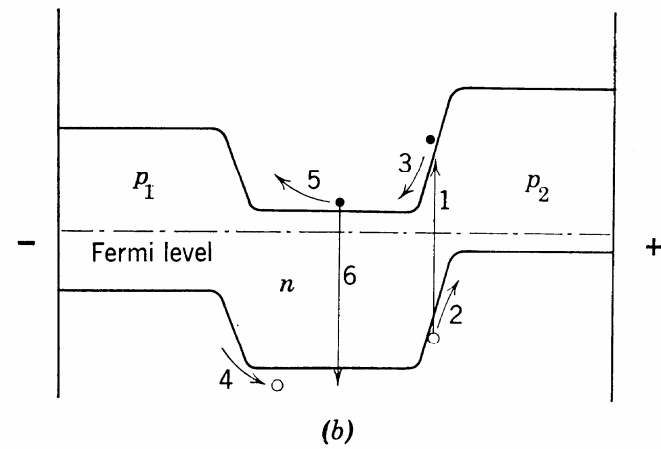
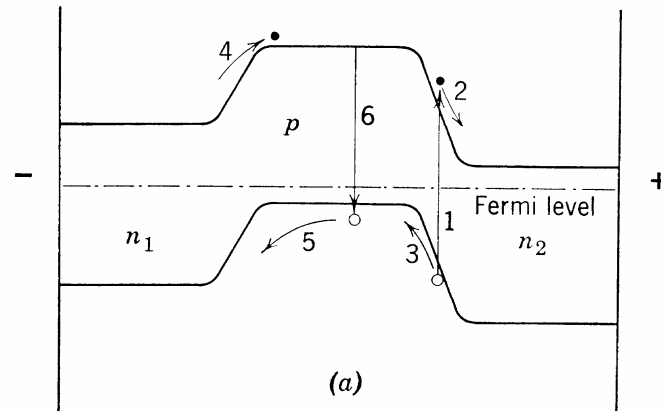


Fig. 5.1-1 Energy-level representation of a contact between a metal and an n -type semiconductor. (a) and (b) Before and after contact, respectively, with a metal with greater work function than that of the semiconductor; (c) and (d) before and after contact, respectively, with a metal with smaller work function than that of the semiconductor.

Schema delle bande in transistor npn e pnp all'equilibrio



Tornando a: $J_n = e\mu_n n \left(E + \frac{d\psi}{dx} - \frac{d\phi}{dx} \right) = 0$

Posso considerare: $J_{ndrift} = e\mu_n n E$

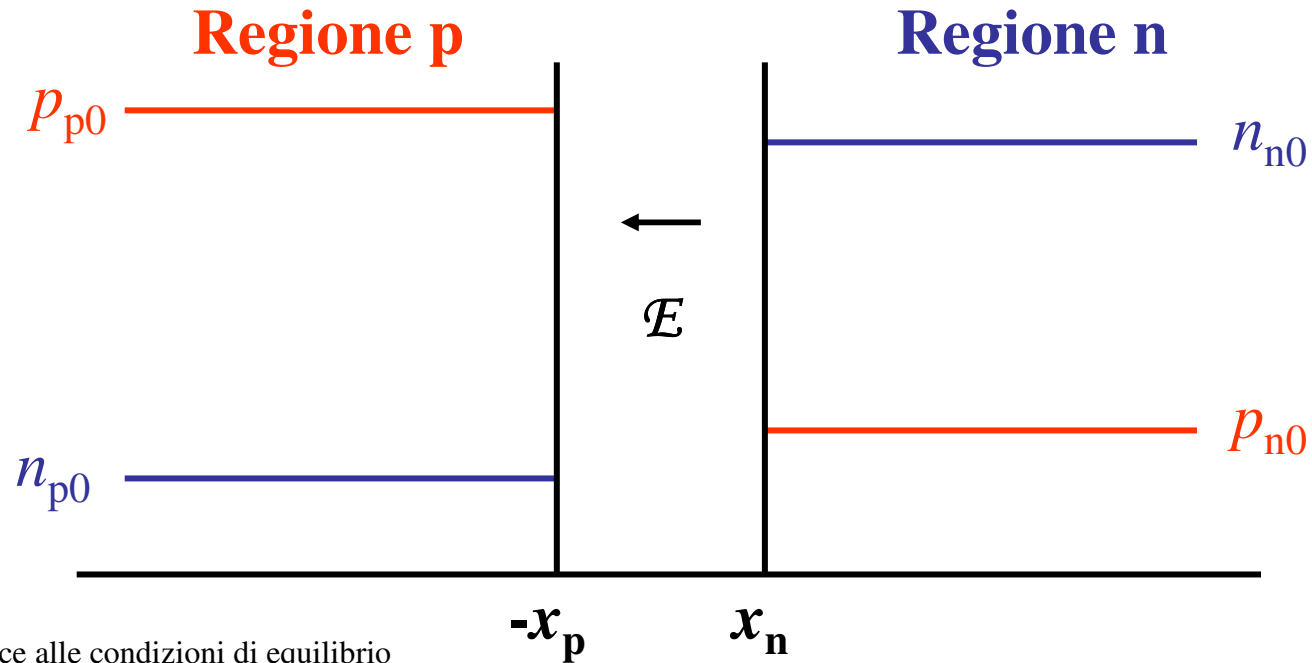
$$J_{ndiff} = -e\mu_n n \left(\frac{d\psi}{dx} - \frac{d\phi}{dx} \right)$$

Allora all'equilibrio: $J_{ndrift} = J_{ndiff}$

Corrente di deriva
dovuta al campo
intrinseco

Corrente di diffusione
dovuta alla variazione
di concentrazione

Concentrazione di portatori minoritari e maggioritari all'equilibrio



“0” si riferisce alle condizioni di equilibrio

$$J_{\text{drift p}} = J_{\text{diff p}}$$

$$J_{\text{drift n}} = J_{\text{diff n}}$$

→ corrente diffusione lacune

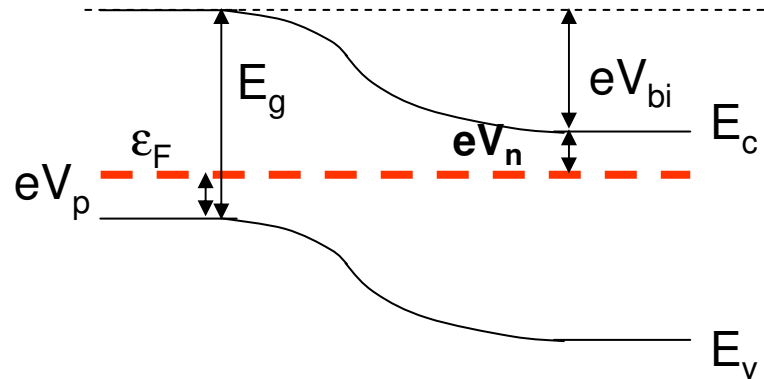
← corrente deriva lacune

→ corrente diffusione elettroni

← corrente deriva elettroni

Potenziale di built-in V_{bi}

$$eV_{bi} = E_g - eV_p - eV_n.$$



Il potenziale di built-in si oppone all'ulteriore diffusione dei portatori maggioritari nella giunzione. Poiché:

$$eV_p = \varepsilon_F - E_v \quad \text{nella regione p}$$

$$eV_n = E_c - \varepsilon_F \quad \text{nella regione n}$$

e dato che:

$$\varepsilon_F - \varepsilon_C = KT \ln\left(\frac{N_V}{p}\right) ; \quad \varepsilon_C - \varepsilon_F = KT \ln\left(\frac{N_C}{n}\right)$$

Si ottiene:

$$eV_{bi} = E_g - KT \ln\left(\frac{N_C}{n}\right) - KT \ln\left(\frac{N_V}{p}\right)$$

scriviamo:

$$E_g = KT \ln\left(\frac{N_C N_V}{n_i^2}\right)$$

Otteniamo infine:
$$V_{bi} = \frac{KT}{e} \ln \left(\frac{n_{n0} \cdot p_{p0}}{n_i^2} \right)$$

Dove abbiamo utilizzato la seguente nomenclatura:

<p>Regione p</p> <p>p maggioritari = p_p n minoritari = n_p</p>	<p>Regione n</p> <p>n maggioritari = n_p p minoritari = p_p</p>
<p>All'equilibrio: p_{p0}, n_{p0}</p>	<p>All'equilibrio: n_{n0}, p_{n0}</p>

Ricordando che $n_{n0} p_{n0} = n_{p0} p_{p0} = n_i^2$ abbiamo le relazioni:

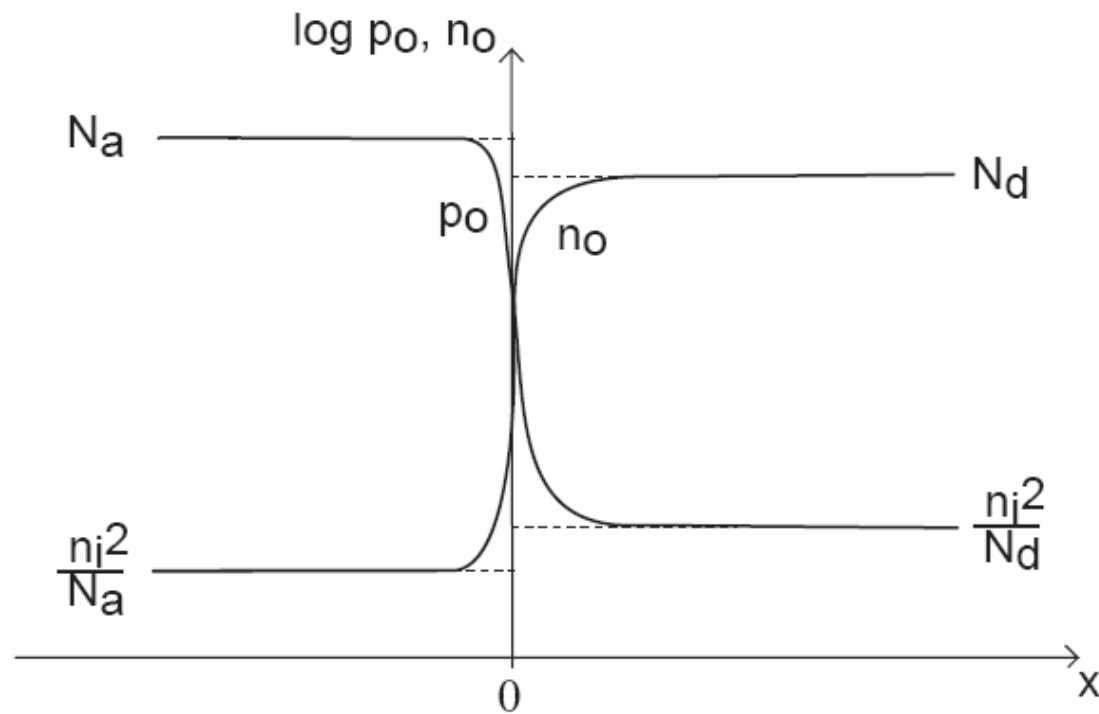
$$V_{bi} = \frac{KT}{e} \ln \left(\frac{p_{p0}}{p_{n0}} \right)$$

$$V_{bi} = \frac{KT}{e} \ln \left(\frac{n_{n0}}{n_{p0}} \right)$$

Da cui otteniamo l'andamento
lungo la giunzione della
concentrazione di portatori: \longrightarrow

$$p_{n0} = p_{p0} e^{-\frac{eV_{bi}}{KT}}$$

$$n_{p0} = n_{n0} e^{-\frac{eV_{bi}}{KT}}$$



Larghezza della giunzione svuotata

$$W = x_n + x_p \quad \left\{ \begin{array}{l} |E_0| = \frac{eN_D x_n}{2} = \frac{eN_A x_p}{2} \\ V_{bi} = \frac{|E_0| W}{2} \end{array} \right.$$

Abbiamo già visto che:

$$W = x_n + x_p = \frac{\epsilon |E_0|}{e} \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right) \longrightarrow$$

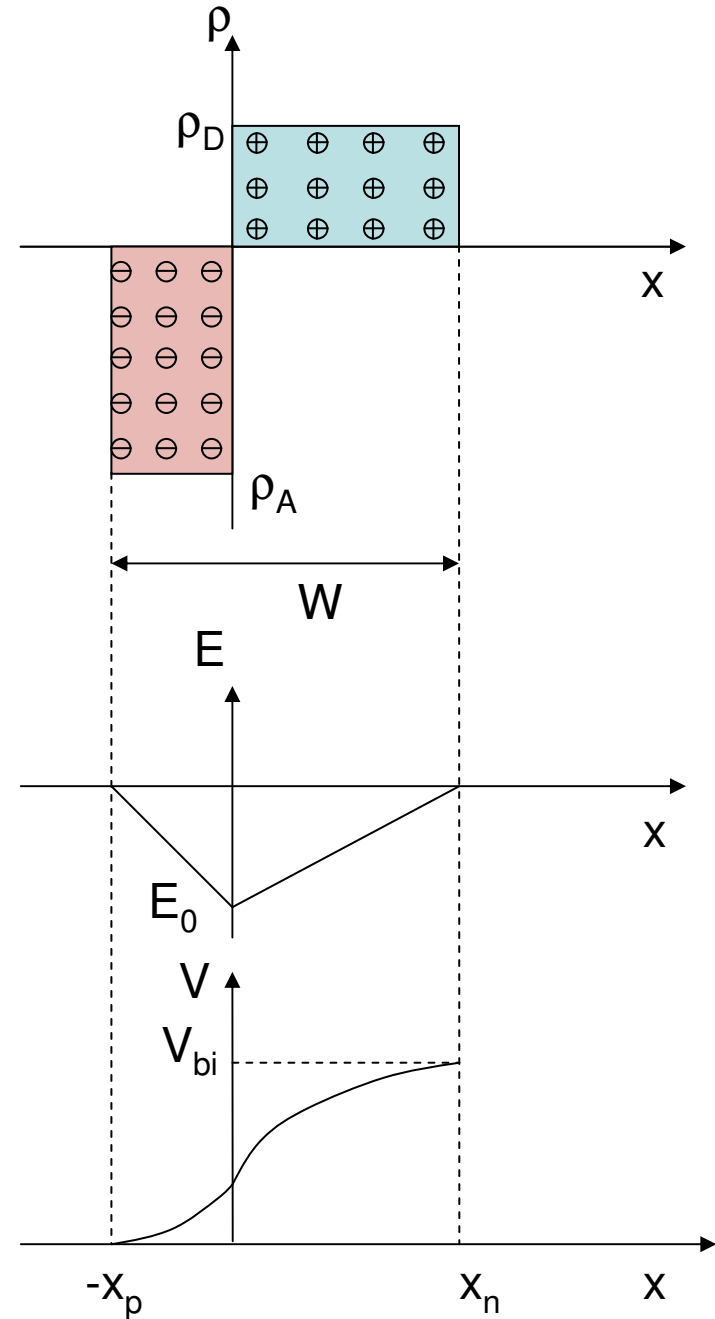
$$\longrightarrow W = \frac{2V_{bi}}{W} \frac{\epsilon}{e} \frac{N_A + N_D}{N_A N_D} \longrightarrow$$

$$\longrightarrow W = \sqrt{\frac{2\epsilon}{e} \frac{N_A + N_D}{N_A N_D} V_{bi}}$$

$$\longrightarrow \boxed{W = \sqrt{\frac{2\epsilon}{eN_B} V_{bi}}}$$

con: $N_B = N_A$ se $N_D \gg N_A$

$N_B = N_D$ se $N_A \gg N_D$



Giunzione pn con tensione esterna applicata V

Abbiamo visto che all'equilibrio termico, quando ad entrambi i lati della giunzione vale la relazione $pn = n_i^2$, possiamo scrivere:

$$n = n_i e^{\frac{e(\psi - \phi)}{KT}} \quad p = n_i e^{\frac{e(\phi - \psi)}{KT}}$$

$$\text{con:} \quad \psi = -\frac{\mathcal{E}_i}{e} \quad \phi = -\frac{\mathcal{E}_F}{e}$$

Quando applichiamo una tensione ai capi della giunzione, non siamo più all'equilibrio termico, quindi:

$$pn \neq n_i^2$$

Definiamo ϕ_n, ϕ_p , detti livelli di quasi Fermi (imref) per elettroni e lacune rispettivamente, tali che:

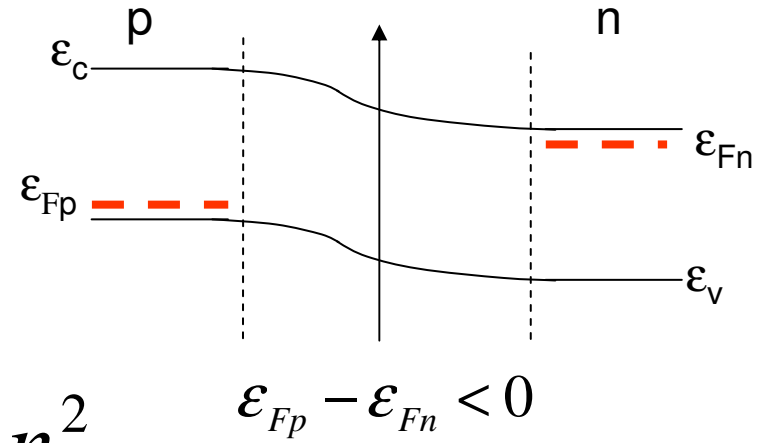
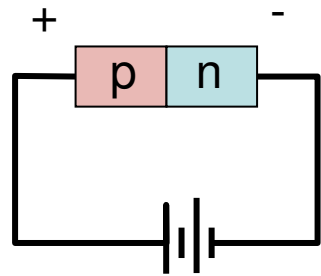
$$n = n_i e^{\frac{e(\psi - \phi_n)}{KT}} \quad p = n_i e^{\frac{e(\phi_p - \psi)}{KT}}$$

Con espressioni:

$$\phi_n = \psi - \frac{KT}{e} \ln\left(\frac{n}{n_i}\right) \quad \phi_p = \psi + \frac{KT}{e} \ln\left(\frac{p}{n_i}\right)$$

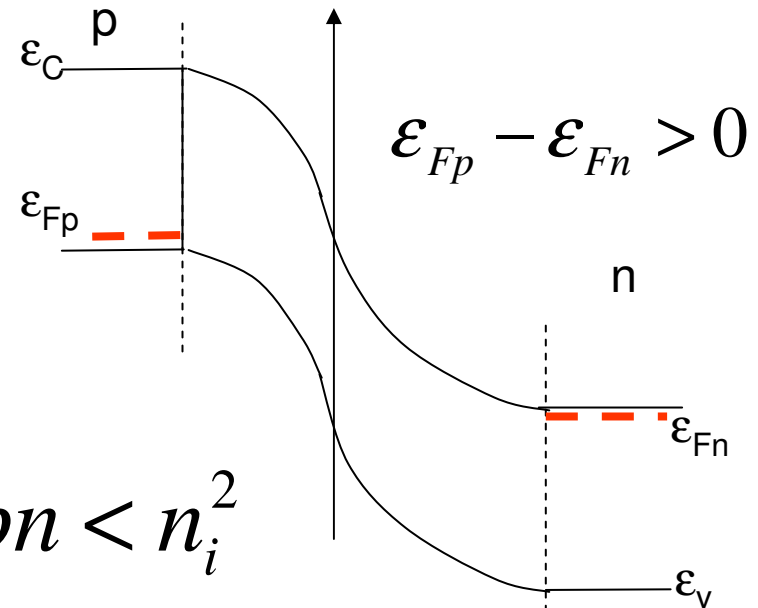
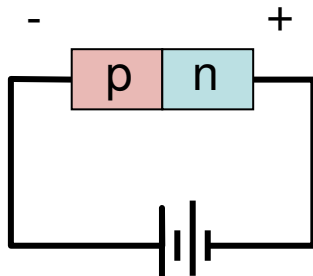
Allora il prodotto pn diviene: $pn = n_i^2 e^{\frac{e(\phi_p - \phi_n)}{KT}}$

Tensione applicata diretta V



$$V = \phi_p - \phi_n > 0 \Rightarrow pn > n_i^2$$

Tensione applicata inversa V



$$V = \phi_p - \phi_n < 0 \Rightarrow pn < n_i^2$$

Caratteristica capacità-tensione inversa della giunzione pn

Viene determinata variando la tensione ai capi della giunzione con un piccolo segnale oscillante, di test e misurando la variazione corrispondente di carica:

$$C = \frac{dQ}{dV} = \frac{d(eN_B A W)}{d\left(\frac{eN_B}{2\varepsilon} W^2\right)} = 2\varepsilon A \frac{dW}{2W dW} = \frac{\varepsilon A}{W}$$

Con A superficie della giunzione, W larghezza della regione svuotata.

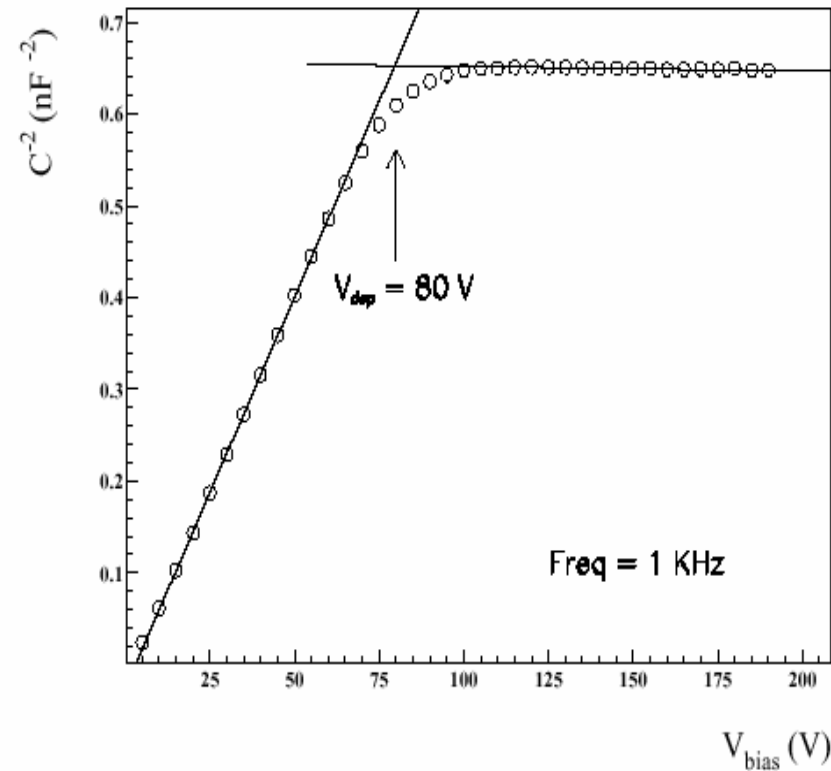
Se ho V inversa applicata, essa si somma al valore della tensione di built-in

$$W = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{eN_B} (V_{bi} + V)}$$

$$C = \frac{\varepsilon A}{W} = \varepsilon A \sqrt{\frac{eN_B}{2\varepsilon (V_{bi} + V)}}$$

o anche
$$\frac{1}{C^2} = \frac{W^2}{\varepsilon^2 A^2} = \frac{2}{\varepsilon A^2 e N_B} (V_{bi} + V)$$

La funzione $1/C^2$ è lineare con la tensione inversa applicata:



Determino la concentrazione di drogante dalla pendenza della funzione C^{-2} vs. $|V|$. A svuotamento completo $W = d$ = spessore del dispositivo, la capacità raggiunge il valore geometrico.

Determinazione delle caratteristica I-V della giunzione pn

(a) Caso ideale

Consideriamo dapprima la corrente di elettroni: $J_n = \mu_n enE + \mu_n nKT \frac{dn}{dx}$

Dato che: $E = -\frac{dV}{dx}$ e considerando che $\varepsilon_i(x) = -eV(x)$ e $\psi = -\frac{\varepsilon_i}{e}$

Possiamo porre: $E = -\frac{dV}{dx} = -\frac{d\psi}{dx}$ inoltre, da: $n = n_i e^{\frac{e(\psi - \phi_n)}{KT}}$

abbiamo: $\frac{dn}{dx} = \frac{en}{KT} \left(\frac{d\psi}{dx} - \frac{d\phi_n}{dx} \right)$ e quindi:

$$J_n = -\mu_n en \frac{d\psi}{dx} + \mu_n nKT \left[\frac{en}{KT} \left(\frac{d\psi}{dx} - \frac{d\phi_n}{dx} \right) \right] = -e\mu_n n \frac{d\phi_n}{dx}$$

Analogamente per le lacune:

$$J_p = \mu_p enE - \mu_p pKT \frac{dp}{dx}$$

con: $p = n_i e^{\frac{e(\phi_p - \psi)}{KT}}$ **abbiamo:** $\frac{dp}{dx} = \frac{ep}{KT} \left(\frac{d\phi_p}{dx} - \frac{d\psi}{dx} \right)$

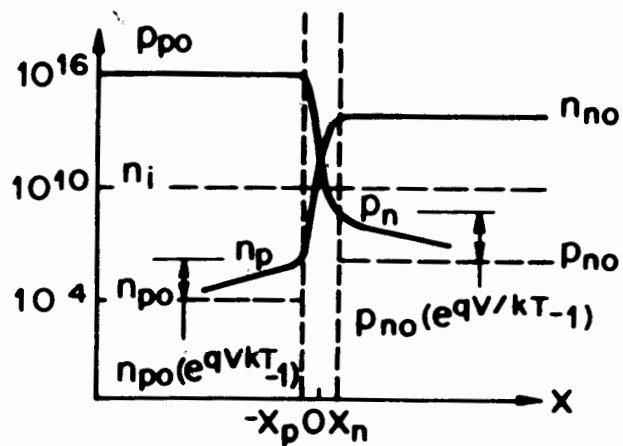
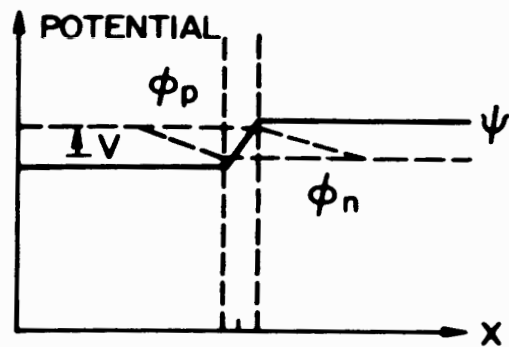
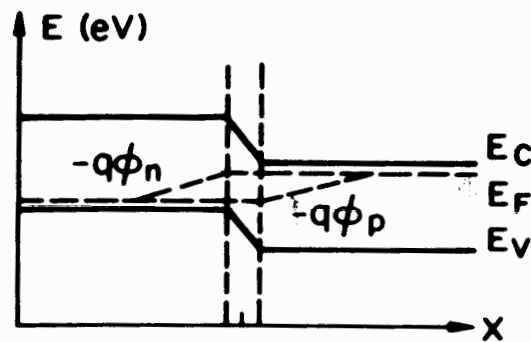
e quindi:

$$J_p = -\mu_p ep \frac{d\psi}{dx} - \mu_p KT \left[\frac{ep}{KT} \left(\frac{d\phi_p}{dx} - \frac{d\psi}{dx} \right) \right] = -e\mu_p p \frac{d\phi_p}{dx}$$

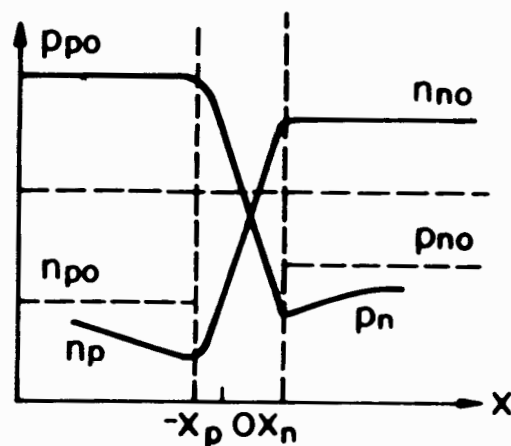
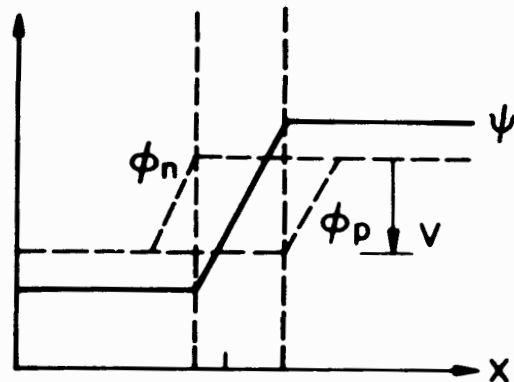
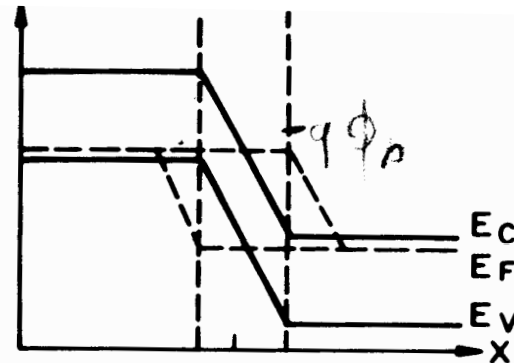
Concludiamo quindi che le densità di corrente J_n , J_p , sono direttamente proporzionali alla derivata del corrispondente livello di quasi Fermi rispetto ad x (il suo gradiente se il problema è in tre dimensioni) delle concentrazioni di elettroni e lacune rispettivamente. All'equilibrio termico, poiché $\phi_n = \phi_p = \phi = \text{costante}$ si ha $J_n = J_p = 0$.

$$J_p = -e\mu_p p \frac{d\phi_p}{dx}$$

$$J_n = -e\mu_n n \frac{d\phi_n}{dx}$$



(a)



(b)

Diagramma a bande che mostra i livelli di quasi Fermi (imref), andamento del potenziale e distribuzione di portatori per tensione applicata (a) diretta e (b) inversa in una giunzione pn

Altri esempi di livelli di quasi Fermi:

in semiconduttore all'equilibrio e durante eccitazione ottica

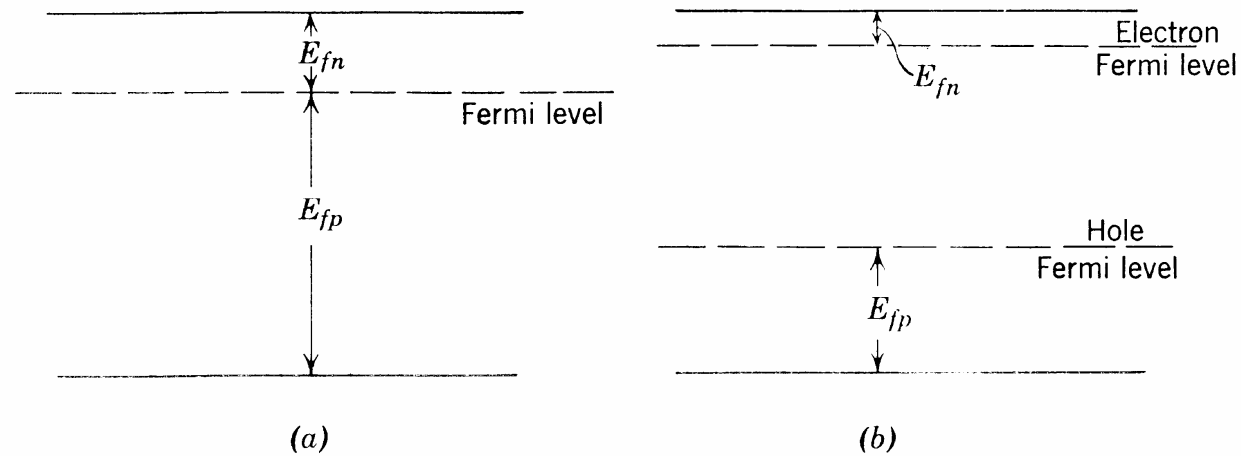


Fig. 2.7-2 (a) Fermi level for thermal equilibrium; (b) electron Fermi level and hole Fermi level for steady state under optical excitation.

Livelli di quasi fermi in eterostruttura

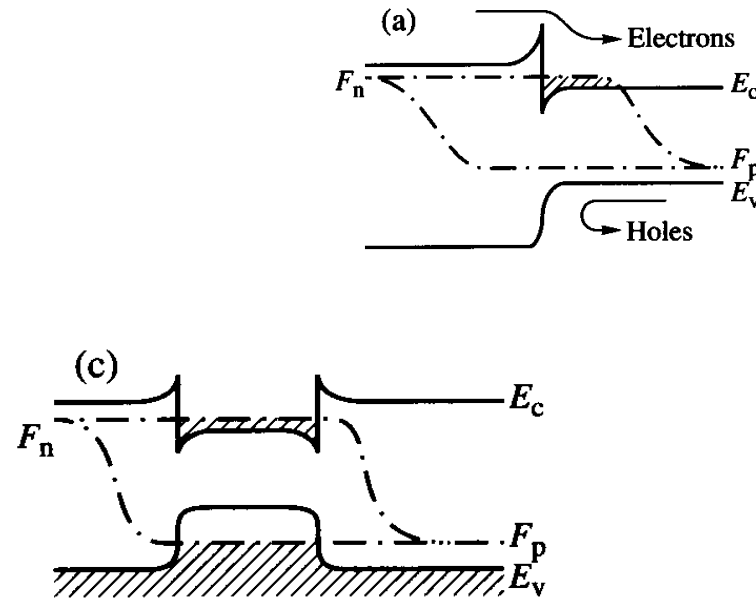


Figure 1. Main physical phenomena in classical heterostructures. (a) One-side injection and superinjection; (b) Diffusion in built-in quasi-electric field; (c) Electron and optical confinement; (d) Wide-gap window effect; (e) Diagonal tunneling through a heterostructure interface.

Tornando alla giunzione pn, combinando

$$pn = n_i^2 e^{\frac{e(\phi_p - \phi_n)}{KT}} \quad \text{con:} \quad V = \phi_p - \phi_n$$

Con riferimento ai grafici della trasparenza 29, si può calcolare la densità di elettroni all'estremo della regione p ($x = -x_p$):

$$n_p = \frac{n_i^2}{p_p} e^{\frac{eV}{KT}} = \frac{n_{p0} p_{p0}}{p_p} e^{\frac{eV}{KT}} = n_{p0} e^{\frac{eV}{KT}}$$

e la densità di lacune all'estremo della regione n ($x = -x_n$): $p_n = p_{n0} e^{\frac{eV}{KT}}$

Consideriamo ora la regione n

Vale l'equazione di continuità:
$$\frac{\partial n}{\partial t} = G_n - U_n + \frac{1}{q} \nabla \cdot \underline{J}_n$$

Considerando che idealmente G, tasso di generazione, è nullo, in condizioni di non equilibrio stazionario, in caso monodimensionale diviene:

$$-U + \mu_n E \frac{dn_n}{dx} + \mu_n n_n \frac{dE}{dx} + D_n \frac{d^2 n_n}{dx^2} = 0$$

e analogamente per i portatori minoritari :
$$-U - \mu_p E \frac{dp_n}{dx} - \mu_p p_n \frac{dE}{dx} + D_p \frac{d^2 p_n}{dx^2} = 0$$

Abbiamo usato: $U_n = U_p = U$ rate di ricombinazione netto, dato che per la neutralità della carica: $n_n - n_{n0} \sim p_n - p_{n0}$. Moltiplicando l'equazione per gli elettroni per $\mu_p p_n$ e quella per le lacune per $\mu_n n_n$ si ottiene:

$$-\frac{p_n - p_{n0}}{\tau_a} - \frac{n_n - p_n}{\frac{n_n}{\mu_p} + \frac{p_n}{\mu_n}} E \frac{dp_n}{dx} + D_a \frac{d^2 p_n}{dx^2} = 0$$

con:

$$D_a = \frac{n_n + p_n}{\frac{n_n}{D_p} + \frac{p_n}{D_n}} = \text{Coefficiente di diffusione ambipolare}$$

$$\tau_a = \frac{p_n - p_{n0}}{U} = \frac{n_n - n_{n0}}{U} = \text{vita media ambipolare}$$

Nell'assunzione di bassa iniezione: $p_n \ll n_n \sim n_{n0}$ l'equazione si riduce a:

$$-\frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} - \mu_p E \frac{dp_n}{dx} + D_p \frac{d^2 p_n}{dx^2} = 0 \quad \text{con} \quad \tau_p = \frac{p_n - p_{n0}}{U}$$

Nella regione neutra, dove $E = 0$, l'equazione diviene: $\frac{d^2 p_n}{dx^2} - \frac{p_n - p_{n0}}{D_p \tau_p} = 0$

con condizioni al contorno: $p_n(\infty) = p_{n0}$ e $p_n(x_n) = p_{n0} \exp\left(\frac{qV_a}{K_B T}\right)$

otteniamo la soluzione: $p_n - p_{n0} = p_{n0} \left[\exp\left(\frac{qV_a}{K_B T}\right) - 1 \right] \exp\left[-\left(\frac{x - x_n}{L_p}\right)\right]$

Dove abbiamo definito:

$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p} = \text{lunghezza di diffusione dei minoritari (lacune)}$$

La densità di corrente nel punto $x = x_n$ è: $J_p = -qD_p \frac{dp_n}{dx} \Big|_{x_n} = \frac{qD_p p_{n0}}{L_p} \left[\exp\left(\frac{qV_a}{K_B T}\right) - 1 \right]$

Similmente nel lato p in $x = -x_p$: $J_n = qD_n \frac{dn_p}{dx} \Big|_{x_p} = \frac{qD_n n_{p0}}{L_n} \left[\exp\left(\frac{qV_a}{K_B T}\right) - 1 \right]$

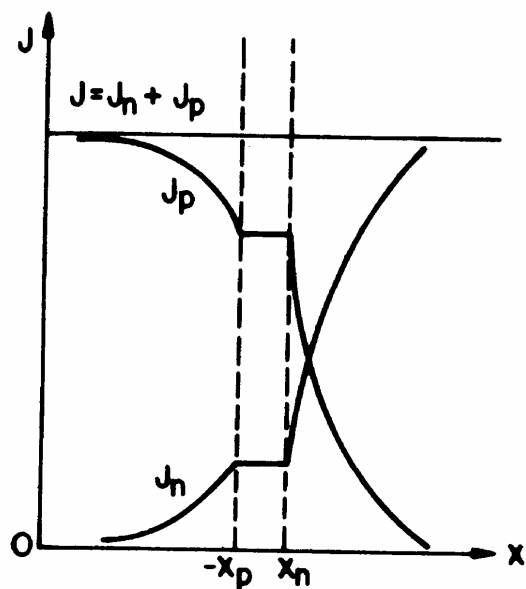
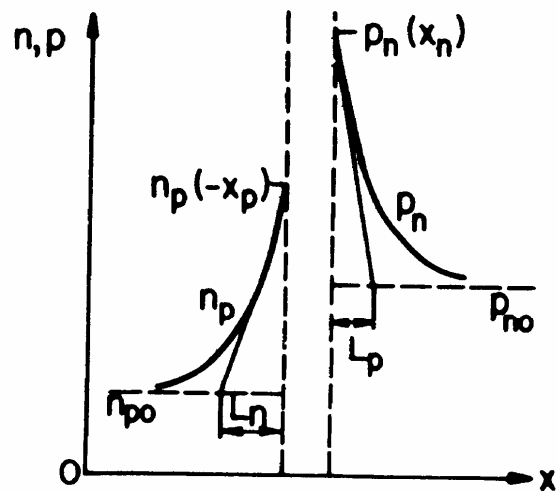
La corrente totale è data dalla somma: $J = J_n + J_p$

Equazione di Shockley

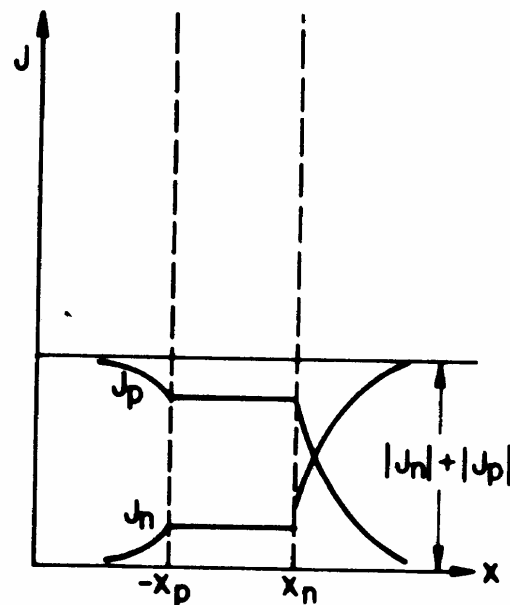
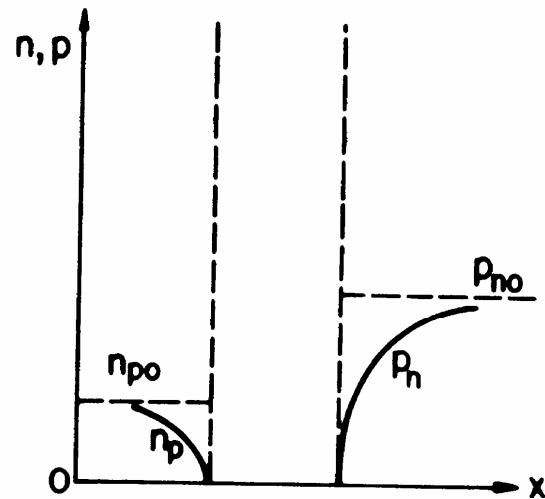


$$J = J_n + J_p = J_s \left[\exp\left(\frac{qV_a}{K_B T}\right) - 1 \right]$$

$$J_s = \frac{qD_p p_{n0}}{L_p} + \frac{qD_n n_{p0}}{L_n}$$



(a)

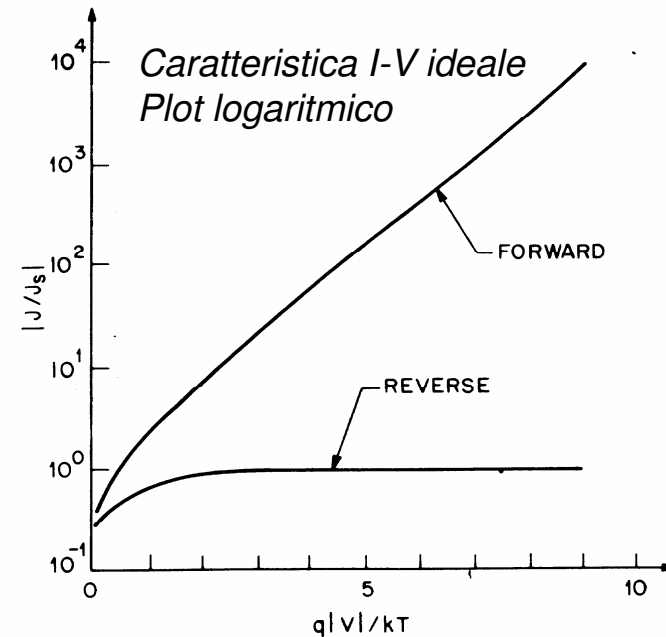
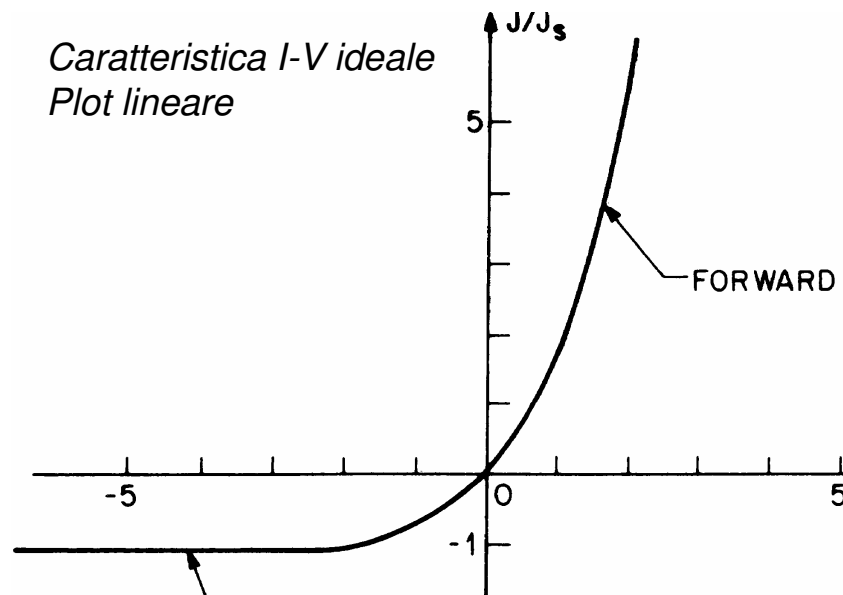


(b)

Distribuzione dei portatori minoritari e delle densità di corrente J_n , J_p per tensione applicata ai capi della giunzione pn (a) diretta (b) inversa

Riferendosi alle figure della pagina precedente, la corrente totale che scorre nel dispositivo può essere calcolata come somma della J_n in $x = -x_p$ e J_p in $x = x_n$.

Per tensione diretta (potenziale positivo su lato p) per $V_a > 3KT/q$ il tasso di incremento è costante: a 300K per ogni decade di variazione della corrente la tensione varia di 59.5mV. Nella direzione inversa, la corrente satura al valore $-J_s$.



Dipendenza della corrente dalla temperatura

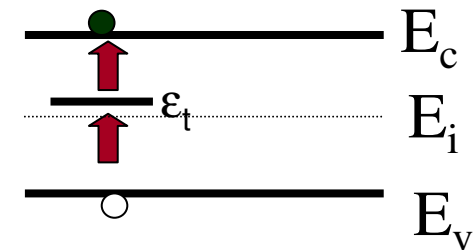
$$J_R = J_s \approx \frac{qD_p p_{n0}}{L_p} \approx q \sqrt{\frac{D_p}{\tau_p}} \frac{n_i^2}{N_D} \approx T^3 \exp\left(-\frac{\mathcal{E}_g}{K_B T}\right) T^{\gamma/2} = T^{3+\gamma/2} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}_g}{K_B T}\right)$$

$$J_F \approx J_s \exp\left(\frac{qV_a}{K_B T}\right) \approx \exp\left(-\frac{\mathcal{E}_g - qV_a}{K_B T}\right)$$

Dove abbiamo considerato una giunzione p⁺n con $p_{n0} \gg n_{p0}$ e D_p/τ_p proporzionale a T^γ .

Processi di generazione - ricombinazione

L'equazione di Shockley predice adeguatamente la caratteristica I-V delle giunzioni pn di Ge mentre per Si e GaAs si ha solo accordo qualitativo. Per i materiali con gap più alto del Ge bisogna infatti considerare in condizioni di tensione inversa anche il termine di corrente dovuto alla generazione di coppie elettrone lacuna a causa dei difetti profondi.



Si può dimostrare che il tasso di generazione è dato da:

$$U = - \frac{\sigma_n \sigma_p v_{th} N_t}{\sigma_n \exp\left(\frac{\epsilon_t - \epsilon_i}{K_B T}\right) + \sigma_p \exp\left(\frac{\epsilon_i - \epsilon_t}{K_B T}\right)} n_i = - \frac{n_i}{\tau_e}$$

La densità di corrente data dalla generazione è quindi: $J_{gen} = \int_0^W q|U|dx = q|U|W = q \frac{n_i}{\tau_e} W$

dove W è lo spessore della regione svuotata. Poiché $W = \sqrt{\frac{2\epsilon}{qN_B} (V_{bi} + |V_a|)}$

Ne consegue che la corrente inversa risulta: $J_R \propto \sqrt{(V_{bi} + |V_a|)}$

Andamento sperimentale della caratteristica I-V di una giunzione pn di silicio

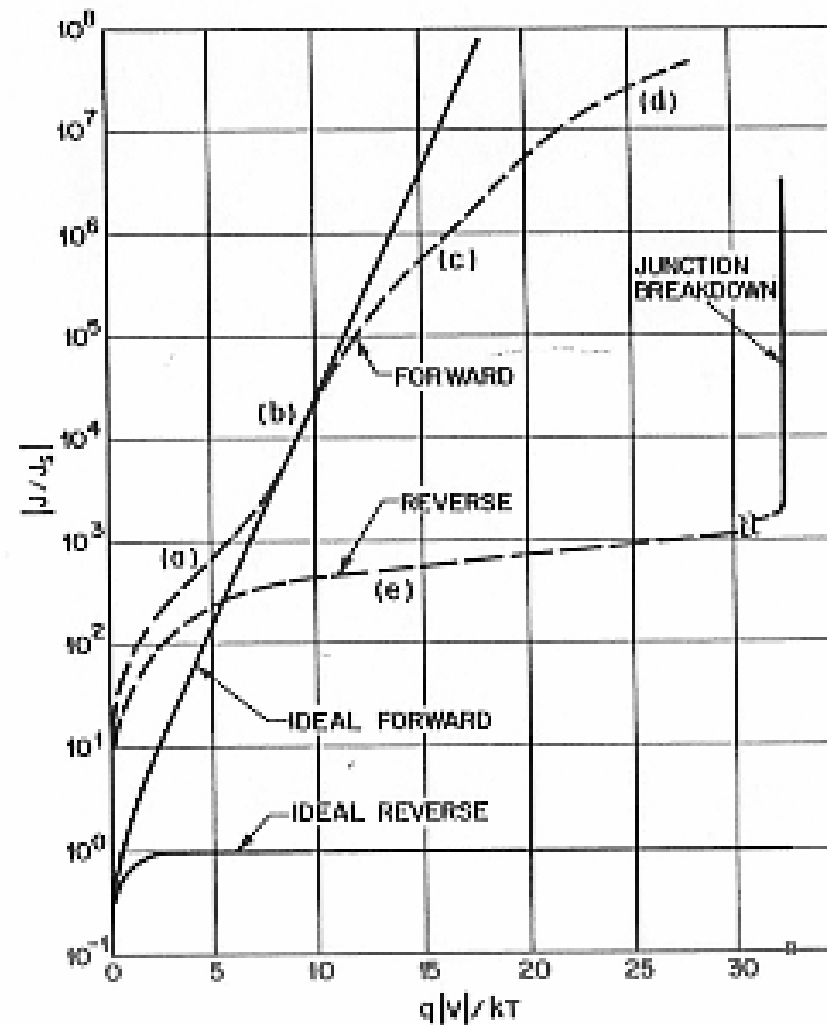


Fig. 21 Current-voltage characteristics of a practical Si diode. (a) Generation-recombination current region. (b) Diffusion current region. (c) High-injection region. (d) Series resistance effect. (e) Reverse leakage current due to generation-recombination and surface effects. (After Moll, Ref. 3.)

Esercizi

42. Determinare la lunghezza di diffusione in silicio tipo n alla temperatura di 27 °C sapendo che la vita media dei portatori minoritari è di 450 μs.

Soluzione: $L_n = \sqrt{D_n \tau_n} = \sqrt{\mu_n \frac{KT}{q} \tau_n} = 1.3 \text{ mm}.$

43. Una giunzione pn di silicio è asimmetrica, tale che lo spessore della zona svuotata è per 9/11 nella regione n del semiconduttore. Se la concentrazione di boro è 10^{16} cm^{-3} , determinare la concentrazione di fosforo.

Soluzione : la carica complessiva nella giunzione è nulla. Quindi $Q^+ - Q^- = 0 \rightarrow$

$$qN_P A x_n - qN_B A x_p = 0 \rightarrow x_n N_P = N_B x_p. \quad \text{Poiché} \quad x_n = \frac{9}{11} W = \frac{9}{11} [x_n + x_p] \quad \text{otteniamo:}$$

$$\frac{x_n}{x_p} = \frac{11}{2} = \frac{N_B}{N_P} \quad \text{da cui:} \quad N_P = \frac{2N_B}{11} = 1.82 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}.$$

44. La tensione di built-in in una giunzione asimmetrica di GaAs è 0.7V. Il drogante di concentrazione minore ha concentrazione $N_B = 10^{12} \text{cm}^{-3}$. Determinare lo spessore della regione svuotata per tensione nulla applicata. Calcolare il valore massimo del campo elettrico nella giunzione a tensione nulla.

Soluzione: $W_0 = \sqrt{\frac{2\epsilon_0\epsilon_{rGaAs}V_{bi}}{qN_B}} = 31.85\mu\text{m}$; $E_{\max} = \frac{2V_{bi}}{W_0} = 43956 \text{ V/m}$.

45. Un cristallo di Ge tipo p ($N_A = 10^{14} \text{cm}^{-3}$) di spessore $D = 50\mu\text{m}$ è utilizzato per produrre una giunzione asimmetrica n^+p ($N_D \gg N_A$). Gli elettrodi frontale e posteriore hanno area $A = 0.8 \text{cm}^2$. Determinare La capacità geometrica del dispositivo e quale tensione bisogna applicare per svuotare la giunzione lungo tutto lo spessore del cristallo. Dire quali valori assumono gli stessi parametri nel caso si tratti di un cristallo di silicio invece che di germanio.

Soluzione: La capacità geometrica è data da: $C_{geom}^{Ge} = \frac{\epsilon_0\epsilon_{rGe}A}{D} = 2.12 \text{nF}$. La tensione di

completo svuotamento si ricava da: $W_{Ge} = \sqrt{\frac{2\epsilon_0\epsilon_{rGe}V}{qN_A}} \Rightarrow V_{Ge} = \frac{qN_A W_{Ge}^2}{2\epsilon_0\epsilon_{rGe}} = 14.11 \text{V}$. Per il

silicio otteniamo: $C_{geom}^{Si} = C_{geom}^{Ge} \frac{\epsilon_{rSi}}{\epsilon_{rGe}} = 1.55 \text{nF}$. $V_{Si} = V_{Ge} \frac{\epsilon_{rGe}}{\epsilon_{rSi}} = 19.30 \text{V}$.