

Esercizi per la Terza Settimana

Esercizio 3.1 Siano r_1 ed r_2 le rette di equazioni parametriche

$$r_1 : \begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = -t + 1 \end{cases} \quad r_2 : \begin{cases} x = -4s \\ y = -2s \\ z = 2s + 1 \end{cases}$$

(i parametri sono rispettivamente t ed s). E' vero che r_1 coincide con r_2 ?

Esercizio 3.2 Studiare la posizione reciproca delle rette di equazioni parametriche

$$r_1 : \begin{cases} x = t - 1 \\ y = t \\ z = 3t \end{cases} \quad r_2 : \begin{cases} x = 5s \\ y = 3s + 1 \\ z = 2s \end{cases}$$

Esercizio 3.3 Trovare equazioni parametriche per la retta r parallela alla retta

$$t : \begin{cases} x = 5t \\ y = 2t + 1 \\ z = t \end{cases}$$

e passante per il punto $(1, 1, 1)$.

Esercizio 3.4 È vero che esiste un valore h tale per cui la retta di equazioni parametriche

$$r_h : \begin{cases} x = 2t \\ y = t + h \\ z = t + 1 \end{cases}$$

incontra l'asse x ? (Il parametro per r_h è t).

Esercizio 3.5 Sia $r_{h,k}$ la retta di equazioni

$$r_{h,k} : \begin{cases} x = t + 1 \\ y = 2t + h \\ z = -t + k \end{cases}$$

(si consideri t come parametro per la retta). Esistono valori per h e k per i quali $r_{h,k}$ incontra sia l'asse x che l'asse z ?

Esercizio 3.6 Trovare un'equazione cartesiana per il piano che passa per il punto $P \equiv (2, 1, 2)$ ed è parallelo al piano $\pi : 5x + y - z = 0$.

Esercizio 3.7 Trovare per quali valori di h il piano $\pi_h : 2x + hy + 2z = 0$ è parallelo al piano $\sigma : -x + 3y - z = 2$.

Esercizio 3.8 I piani $\pi_1 : 2x + 5y - z = 1$ e $\pi_2 : x - y - z = 0$ si intersecano secondo una retta oppure no?

Esercizio 3.9 Sapendo che i piani $\pi_h : 2x + hy - 2z = 1$ e $\sigma : x + y - z = 0$ hanno un punto in comune, cosa si può dedurre sul numero h ?

Esercizio 3.10 Stabilire in quanti punti si incontrano i tre piani $\pi_1 : 2x + y + z = 6$, $\pi_2 : x + 2y - z = 0$ e $\pi_3 : x + 3y + 4z = 1$.

Esercizio 3.11 Stabilire per quali valori di k i tre piani $\pi : 2x + y - z = 2$, $\sigma_k : kx + y + z = 0$ e $\tau : x + 2y + z = 1$ si incontrano in un solo punto.

Esercizio 3.12 Le due rette

$$r : \begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x - y - z = 0 \end{cases} \quad s : \begin{cases} x + 2y + 3z = 0 \\ 2x + 2y - 3z = 0 \end{cases}$$

sono complanari. Trovare un'equazione cartesiana per il piano che le contiene.

Esercizio 3.13 Riferendosi all'esercizio precedente, trovare per quali valori di h la retta

$$t_h : \begin{cases} x = ht \\ y = t \\ z = t \end{cases}$$

è complanare con le rette r ed s .

Esercizio 3.14 Sia π il piano di equazione $x + 5y - 3z = 0$ ed r la retta

$$r : \begin{cases} x + 3y - z = 0 \\ x + y - z = 0 \end{cases}.$$

Trovare equazioni parametriche per la retta s proiezione ortogonale di r sul piano π .

Esercizio 3.15 È corretto affermare che "tre piani, le cui direzioni ortogonali non sono complanari, si incontrano sempre in un solo punto"?

Esercizio 3.16 È corretto affermare che "tre piani, le cui direzioni ortogonali sono complanari, si incontrano sempre secondo una retta"?

Esercizio 3.17 Siano r_h ed ℓ le rette di equazioni parametriche

$$r_h : \begin{cases} x = ht + 1 \\ y = t + h \\ z = t \end{cases} \quad \ell : \begin{cases} x = 2s - 1 \\ y = 2s \\ z = 2s + 1 \end{cases}.$$

Determinare gli eventuali valori per h tali per cui r_h ed ℓ sono due rette complanari.

Esercizio 3.18 Dati i tre punti $P \equiv (1, 0, 1)$, $Q \equiv (3, 1, 1)$ ed $R_k \equiv (k, 1, 5)$, determinare per quali valori di k esiste un solo piano passante per P, Q ed R_k e trovarne l'equazione.

Esercizio 3.19 Si considerino le rette di equazioni parametriche date da

$$r_h : \begin{cases} x = t - h \\ y = t + 3h \\ z = t - h \end{cases} \quad \ell_{h,k} : \begin{cases} x = -2s - h \\ y = -s + k \\ z = s - h \end{cases}$$

(i parametri per le rette sono t ed s , rispettivamente). Determinare la relazione che deve sussistere tra h e k affinché r_h e $\ell_{h,k}$ siano complanari.

Esercizio 3.20 Trovare gli eventuali valori per h e k per i quali i piani $\pi_{h,k} : x + ky + hz = 0$ e $\sigma_{h,k} : hx + 2hy + kz - 2 = 0$ sono paralleli.

Esercizio 3.21 Trovare un'equazione per il piano che passa per $P \equiv (1, 1, 1)$ e che contiene la retta di equazioni parametriche

$$r : \begin{cases} x = t \\ y = t - 1 \\ z = t \end{cases}$$

Esercizio 3.22 Trovare gli eventuali valori di h e k per i quali la retta di equazioni parametriche

$$r_{h,k} : \begin{cases} x = 2t + h \\ y = kt \\ z = 3t \end{cases}$$

giace sul piano $\pi : x + 2y - z = 0$.

Esercizio 3.23 Trovare equazioni parametriche per la retta data dall'intersezione dei piani $\pi : x + 2y - z = 0$ e $\sigma : 3x - y + z = 0$.