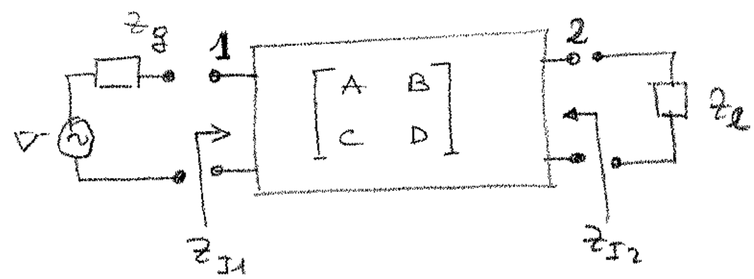
# PARAMETRI IMMAGINE

## 1. IMPEDENZE IMMAGINE

Il concetto di adattamento immagine è basato sulla propagazione d'onda ed è utile quando si ha a che fare con una cascata di reti identiche (filtri e linee periodicamente caricate)




rete reciproca non simmetrica

- Definiamo:

  $Z_{I1}$ = impedenza alla porta 1 con $Z_\ell$ connesso e $Z_g$ sconnesso

  $Z_{I2}$ = " " " 2 con $Z_g$ " e $Z_\ell$ "

- Facendo variare $Z_g$ e $Z_\ell$ in modo che:

  $$Z_g = Z_{I1} \qquad Z_\ell = Z_{I2}$$

  si ottiene quello che si chiama ADATTAMENTO IMMAGINE alle porte 1 e 2.

- Se un infinito numero di reti identiche vengono connesse in modo da avere adattamento immagine, l'onda non vede discontinuità alle giunzioni e passa senza riflessioni.

L' impedenza immagine di una rete due porte può essere ottenuta dai suoi parametri ABCD

$$Z_{I1} = \left(\frac{AB}{CD}\right)^{1/2} \qquad Z_{I2} = \left(\frac{BD}{AC}\right)^{1/2}$$

Risulta:

$$Z_{I2} = Z_{I1}(D/A)$$

trasformatore ideale con rapporto spire $\sqrt{A/D}$

mentre, in termini di parametri Z e Y risulta:

$$Z_{I1} = \left[\frac{z_{11}\,\Delta Z}{z_{22}}\right]^{1/2} = \left[\frac{Y_{22}}{Y_{11}\,\Delta Y}\right]^{1/2}$$

$$Z_{I2} = \left[\frac{z_{22}\,\Delta Z}{z_{11}}\right]^{1/2} = \left[\frac{Y_{11}}{Y_{22}\,\Delta Y}\right]^{1/2}$$

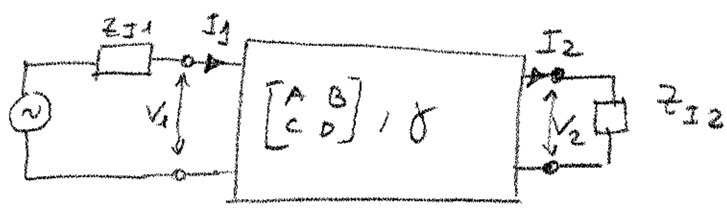
$$\Delta Z = z_{11} z_{22} - z_{12}^2 \qquad z_{12} = z_{21}$$

$$\Delta Y = Y_{11} Y_{22} - Y_{12}^2 \qquad Y_{12} = Y_{21}$$

se la giunzione è reciproca $z_{ij} = z_{ji}$ e la matrice impedenze è simmetrica

2. COSTANTE DI PROPAGAZIONE IMMAGINE

definisce la propagazione attraverso la rete quando le due porte sono terminate sulle impedenze immagine.




$$V_2 = V_1 e^{-\gamma} \qquad I_2 = I_1 e^{-\gamma}$$

$$I_1 = \frac{V_1}{Z_{I1}} \qquad I_2 = \frac{V_2}{Z_{I2}}$$

per definizione

$e^{-\gamma}$ = fattore di propagazione (immagine)

$$\gamma = j\beta + \alpha$$

da cui:

$$\gamma = \ln\left[\frac{V_1}{V_2}\left(\frac{Z_{I2}}{Z_{I1}}\right)^{1/2}\right]$$

---

struttura simmetrica

$$Z_{I1} = \left(\frac{z_{11}\,\Delta Z}{z_{22}}\right)^{1/2} = \left[\frac{z_{11}(z_{11} z_{22} - z_{12}^2)}{z_{22}}\right]^{1/2} = \left(\frac{z_{11}^2 \cdot z_{22} - z_{11} z_{12}^2}{z_{22}}\right)^{1/2} = \sqrt{z_{11}^2 - z_{12}^2}$$

in Termini ABCD

$$\frac{V_1}{V_2} = A + \left(\frac{ABC}{D}\right)^{1/2}$$

$$\gamma = \ln\left[(AD)^{1/2} + (BC)^{1/2}\right]$$

Per una rete reciproca $AD - BC = 1$

Usando questa condizione: $\rightarrow \cosh\gamma = (AD)^{1/2}$; $\sinh\gamma = (BC)^{1/2}$

$$\gamma = \cosh^{-1}(AD)^{1/2} = \sinh^{-1}(BC)^{1/2}$$

In termini di parametri [Z] e [Y] si ha:

$$\gamma = \cosh^{-1}\left[\frac{[Z_{11}Z_{22}]^{1/2}}{Z_{12}}\right] = \sinh^{-1}\left[\frac{(\Delta Z)^{1/2}}{Z_{12}}\right]$$

$$\gamma = \cosh^{-1}\left[\frac{(Y_{11}Y_{22})^{1/2}}{Y_{12}}\right] = \sinh^{-1}\left[\frac{\Delta Y^{1/2}}{Y_{12}}\right]$$

Rete priva di perdite: (Collins pag. 402)

A, D reali B, C immaginari

Nella <u>banda passante</u> di un filtro:

$$\gamma = -j\beta \quad (\text{imm. puro})$$

ciò accade se: $|A \cdot D| < 1$

Nella banda passante $\rightarrow$ $Z_{I1}$ e $Z_{I2}$ sono <u>puramente reali</u>

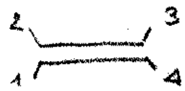
Nella banda di reiezione $\rightarrow$ $Z_{I1}$ e $Z_{I2}$ sono <u>puramente imm.</u>

Nella banda passante B e C (immaginari) devono essere lo stesso segno in modo che:

$$BC = j|B| \cdot j|C| = -|BC| \rightarrow \sinh\gamma \text{ imm. puro}$$

# LINEE ACCOPPIATE (simmetriche, asimmetriche) (COME ELEMENTI CIRCUITALI) omogenee, non omogenee

Parametri $Z$ — possono essere ricavati direttamente o indirettamente (dai parametri S)




$\boxed{\text{linee simmetriche}}$

$$Z_{11} = Z_{22} = Z_{33} = Z_{44} = -\frac{j}{2}\left(Z_{\phi e}\cot g\,\vartheta_e + Z_{\phi o}\cot g\,\vartheta_o\right)$$

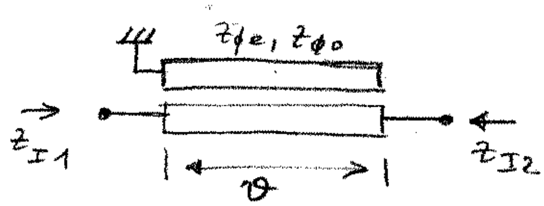
$$Z_{12} = Z_{21} = Z_{34} = Z_{43} = -\frac{j}{2}\left(Z_{\phi e}\cot g\,\vartheta_e - Z_{\phi o}\cot g\,\vartheta_o\right)$$

$$Z_{13} = Z_{31} = Z_{24} = Z_{42} = -\frac{j}{2}\left(Z_{\phi e}\,\mathrm{cosec}\,\vartheta_e - Z_{\phi o}\,\mathrm{cosec}\,\vartheta_o\right)$$

$$Z_{14} = Z_{41} = Z_{23} = Z_{32} = -\frac{j}{2}\left(Z_{\phi e}\,\mathrm{cosec}\,\vartheta_e + Z_{\phi o}\,\mathrm{cosec}\,\vartheta_o\right)$$

Nel caso che le linee siano immerse in un mezzo omogeneo (strip) $\vartheta_e = \vartheta_o = \vartheta$ ($Z_{\phi e} \neq Z_{\phi o}$ !)

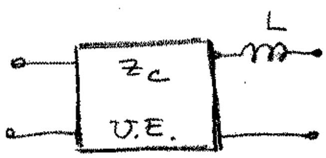
## ELEMENTO CON RISPOSTA PASSA BASSO

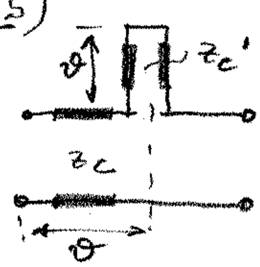



$Z_{I1}, Z_{I2}$ = impedenze immagine

Circuiti equivalenti (piano S)

$$Z_c = \frac{2 Z_{\phi e} Z_{\phi o}}{Z_{\phi e} + Z_{\phi o}}$$




$$L = Z_c' = \frac{(Z_{\phi e} - Z_{\phi o})^2}{2(Z_{\phi e} + Z_{\phi o})}$$

I parametri dei circuiti equivalenti nel piano S sono ottenuti eguagliando le matrici |ABCD| delle reti

$\vartheta = \frac{\pi}{2}\frac{f}{f_0}$ variabile di Richard

cut off

$$\vartheta_c = \cos^{-1}\frac{Z_{\phi e} - Z_{\phi o}}{Z_{\phi e} + Z_{\phi o}}$$

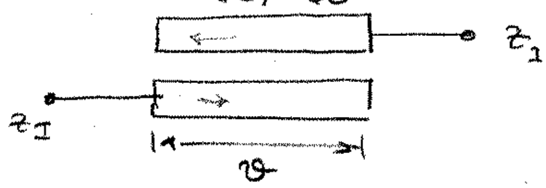
$$\begin{cases} Z_{I1} = \dfrac{2 Z_{\phi e} Z_{\phi o}\cos\vartheta}{\left[-(Z_{\phi e} - Z_{\phi o})^2 + (Z_{\phi e} + Z_{\phi o})^2\cos^2\vartheta\right]^{1/2}} \\ Z_{I2} = \dfrac{Z_{\phi e} Z_{\phi o}}{Z_{I1}} \end{cases}$$

(la sua variazione con $\vartheta$ mostra il comp. passa basso)

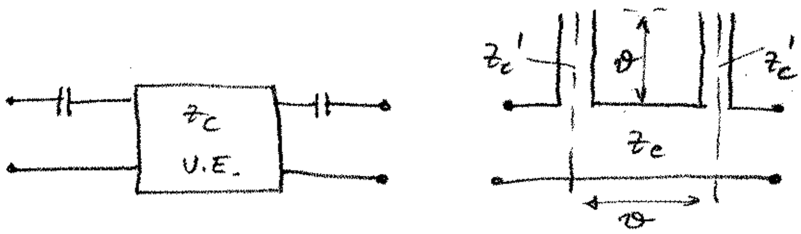
$$\begin{cases} Z_{\phi e} = Z_c + Z_c' + \sqrt{Z_c'(Z_c + Z_c')} \\ Z_{\phi o} = \dfrac{Z_c Z_{\phi e}}{\dots} \end{cases}$$

# ELEMENTO CON RISPOSTA PASSA BANDA

$z_{\phi e},\ z_{\phi o}$




$$z_c = \frac{(z_{\phi e} - z_{\phi o})}{2}$$




$$\frac{1}{C} = z_c' = z_{\phi o}$$

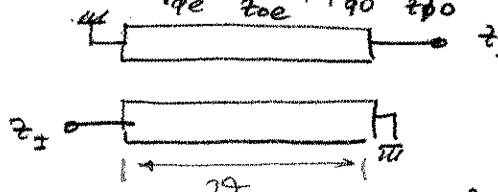
$$z_I = \frac{\left[(z_{\phi e} - z_{\phi o})^2 - (z_{\phi e} + z_{\phi o})^2 \cos^2\vartheta\right]^{1/2}}{2 \sin\vartheta}$$

Circuiti equivalenti nel piano $S$

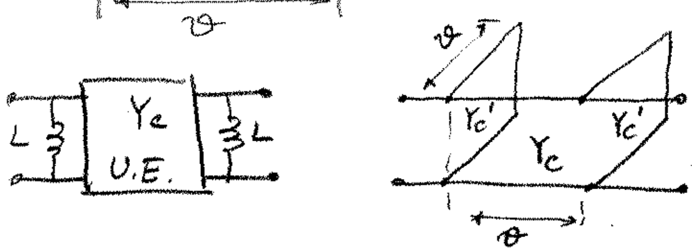
---

$\rightarrow$

$Y_{\phi e} = \frac{1}{z_{0e}},\ Y_{\phi o} = \frac{1}{z_{\phi o}}$




$$Y_c = (Y_{\phi o} - Y_{\phi e})/2$$

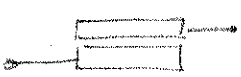



$$\frac{1}{L} = Y_c' = Y_{0e}$$

$$Z_I = \frac{2 Z_{\phi e} Z_{\phi o} \sin\vartheta}{\left[(Z_{\phi e} - Z_{\phi o})^2 - (Z_{\phi e} + Z_{\phi o})^2 \cos^2\vartheta\right]^{1/2}}$$

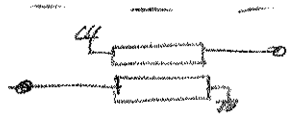
Circuiti equivalenti nel piano $S$

---



sfasamento immagine:

$$\cos\varphi = \left(\frac{z_{\phi e} + z_{\phi o}}{z_{\phi e} - z_{\phi o}}\right)\cos\vartheta$$



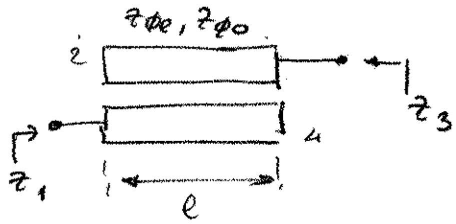
sfasamento immagine:

$$\cos\varphi = -\left(\frac{z_{\phi e} - z_{\phi o}}{z_{\phi e} + z_{\phi o}}\right)\cos\vartheta$$

# LINEE ACCOPPIATE COME ADATTATORI DI IMPEDENZA

Sono molto utilizzate nei MIC perché svolgono anche la funzione di DC block

In pratica si utilizzano elementi con risposta passa banda (ovvero senza corto circuiti)




Procedura ($Z_1, Z_3$ impedenze da adattare)

- Si determina la matrice normalizzata rispetto a $Z_1$ e $Z_3$
- Si ricava il coeff. di trasmissione in termini dei parametri:

$$Z_{\phi e},\ Z_{\phi o},\ \vartheta_e,\ \vartheta_o,\ Z_1,\ Z_3$$

$$S_{31} = 2\left(Z_{\phi e}\,\mathrm{cosec}\,\vartheta_e - Z_{\phi o}\,\mathrm{cosec}\,\vartheta_o\right) \Big/ \Big[ \left(\sqrt{Z_1/Z_3} + \sqrt{Z_3/Z_1}\right) \cdot \left(Z_{\phi e}\cot\vartheta_e + Z_{\phi o}\cot\vartheta_o\right) + \left(j/2\sqrt{Z_1 Z_3}\right) \cdot \left\{\left(Z_{\phi e}\,\mathrm{cosec}\,\vartheta_e - Z_{\phi o}\,\mathrm{cosec}\,\vartheta_o\right)^2 - \left(Z_{\phi e}\,\mathrm{cotg}\,\vartheta_e + Z_{\phi o}\,\mathrm{cotg}\,\vartheta_o\right)^2 + 4 Z_1 Z_3\right\} \Big]$$

ESEMPIO CON LINEE OMOGENEE ($\vartheta_e = \vartheta_o = \vartheta$)

Si pone $\vartheta = \frac{\pi}{2}$ (alla freq. di progetto)

il coeff. di trasmissione diventa:

$$S_{31} = \frac{4\left(Z_{\phi e} - Z_{\phi o}\right)\sqrt{Z_1 Z_3}}{j\left[\left(Z_{\phi e} - Z_{\phi o}\right)^2 + 4 Z_1 Z_3\right]}$$

posto $|S_{31}| = 1$

$$Z_{\phi e} = Z_{\phi o} + 2\sqrt{Z_1 Z_3}$$

Es. num.:

$Z_1 = 11.7\,\Omega$ $\quad Z_3 = 168.64\,\Omega$

$Z_{\phi e} = 123.4\,\Omega$

$Z_{\phi o} = 40\,\Omega$

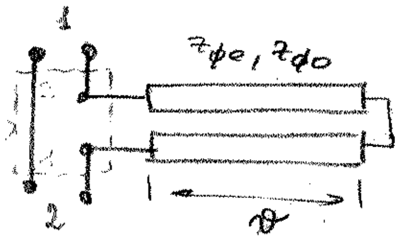
$\ell = 3.033$ mm

$\varepsilon_r = 9.6$

$h = 0.64$ mm

quale spaziatura?
quale lunghezza?

# SEZIONE C

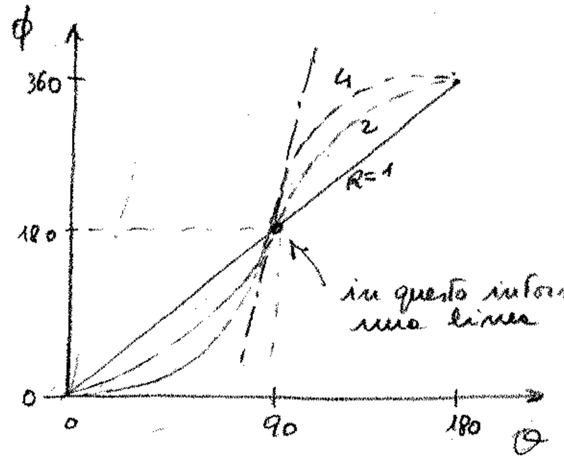



Si comporta come una cella all-pass (in mezzo omogeneo), equivalente ad una linea dispersiva.

$$Z_{in} = \sqrt{Z_{\phi e} \cdot Z_{\phi o}} = Z_0$$

Lo sfasamento introdotto vale:

$$\cos\phi = (R - \tan^2\theta)/(R + \tan^2\theta)^{(*)} \qquad R = \frac{Z_{\phi e}}{Z_{\phi o}}$$




in questo intorno equivale ad una linea + lunga.

La risposta in fase è dispersiva per $R > 1$, pur essendo la linea immersa in mezzo omogeneo.

$$\boxed{\tau = \frac{\partial\phi}{\partial\omega} = \frac{\sqrt{R}}{2f_0}}$$

$f_0$ = freq. in la quale $\theta = \frac{\pi}{2}$

Viene normalmente usata per realizzare sfasatori

NEL CASO NON OMOGENEO la sezione a C risuona ad alcune frequenze, realizzando una sezione di filtro passa banda o elimina banda.

Quando $k = \frac{v_e}{v_o}$ è grande la sezione C si comporta come una rete passa banda con risposta a ripple costante.

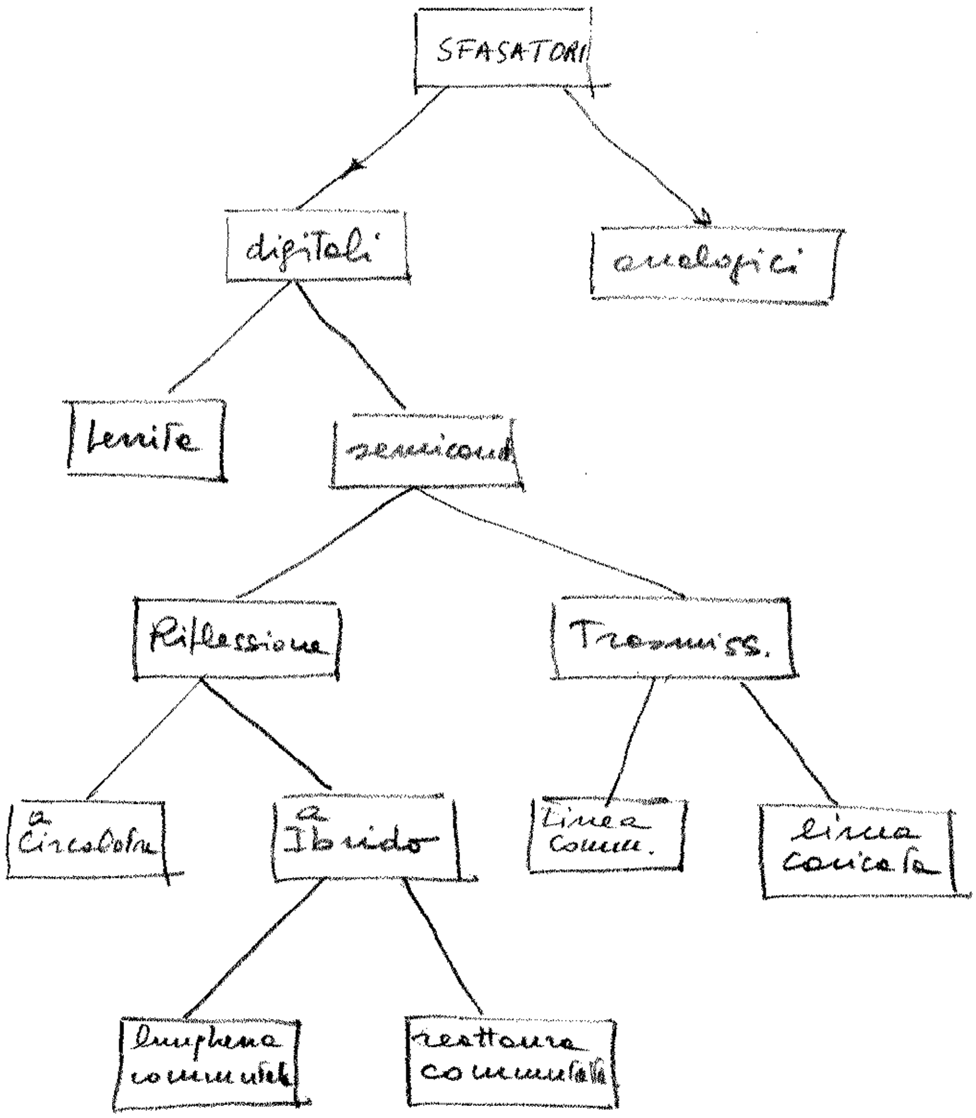
---

(*) Per $R = 1$ $\quad \cos\phi = \frac{1 - tg^2\theta}{1 + tg^2\theta} = \cos^2\theta - \sin^2\theta = \cos 2\theta$

quindi $\phi = 2\theta$, infatti la linea è lunga $2\theta$ e non è dispersiva.

Per $R > 1$, nell'intorno di $\theta = 90° = \frac{\lambda}{4}$ $\phi$ è funzione lineare di $\theta$ e la cella C equivale ad una linea + lunga di $2\theta$

# Classificazione sfasatori




## PROCEDURA DI PROGETTO SFASATORE DI SCHIFFMAN

Volendo realizzare uno sfasatore diff. a 90°

1) la cella C a centro banda sfasa di 180°

2) quindi la linea deve essere lunga 270°, ovvero $\frac{3\lambda_g}{4}$ alla freq. di progetto $f_0$

3) posto $Z_0$ della linea = 50 Ω si determina $\varepsilon_e$

e quindi $\tau = \frac{\partial\phi}{\partial\omega} = \frac{l}{v_p} = \frac{l\cdot\sqrt{\varepsilon_e}}{c} = \frac{3\lambda_g\cdot\sqrt{\varepsilon_e}}{4\cdot c} = \frac{3}{4f_0}$

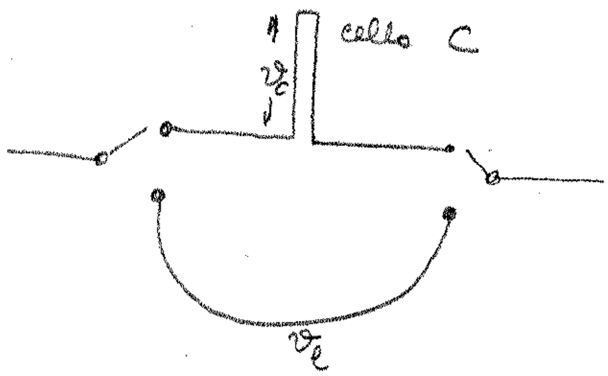
5) poiché in la cella a C $\tau = \frac{\partial\phi}{\partial\omega} = \frac{\sqrt{R}}{2f_0}$,

eguagliando alla prec. si ricava $\sqrt{R} = 3/2$ ($R=2$ per $\Delta\phi = 180°$)

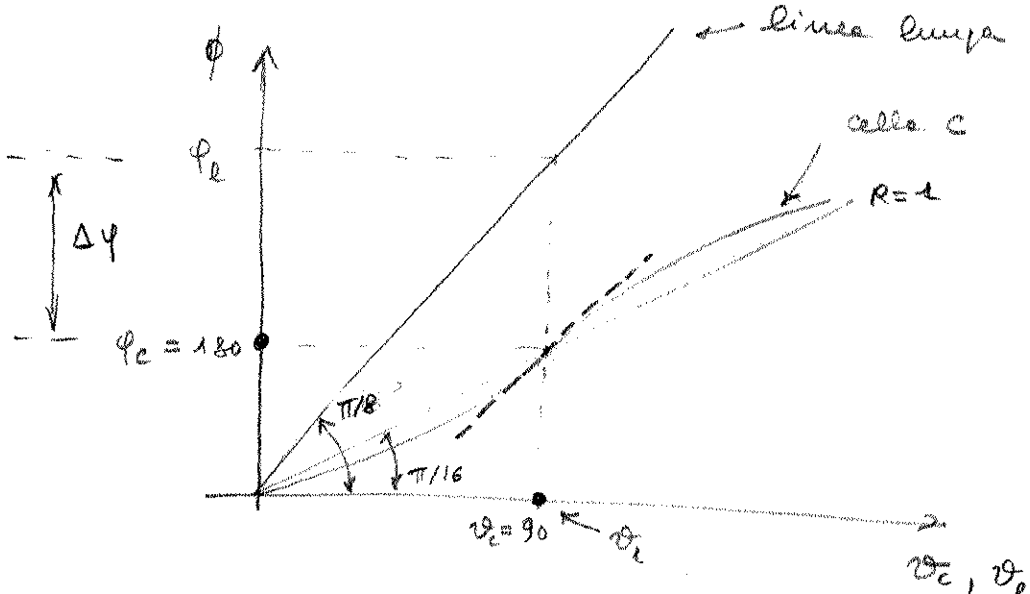
6) imponendo $Z_0 = \sqrt{Z_{0e}\cdot Z_{0o}}$ si ricava $Z_{0e}$ e $Z_{0o}$

CONTINUA LA NOTA (quanto segue è da verificare)

Uno sfasatore differenziale ideale è quello che mantiene costante lo sfasamento $\Delta\varphi$ tra due uscite al variare della frequenza.
In pratica ciò può essere ottenuto solo entro una certa banda di frequenze con un errore prefissato nel $\Delta\varphi$




$$\vartheta_\ell > 2\vartheta_c$$




- Per la cella $\qquad \varphi_c = \cos^{-1}\left[\dfrac{R - tg^2\vartheta_c}{R + tg^2\vartheta_c}\right]$

- Per la linea lunga ($\vartheta_\ell$) $\qquad \varphi_\ell = \vartheta_\ell$

Quindi, alla frequenza centrale deve essere

$$\Delta\varphi = \varphi_\ell - \varphi_c = \varphi_\ell - 180 \rightarrow \boxed{\varphi_\ell = 180 + \Delta\varphi}$$

posto $\Delta\varphi = 90$

$$\varphi_\ell = 180 + 90 = 270^\circ$$

./.

Quindi per il progetto si deve procedere in questo modo;

1) definire lo sfasamento richiesto $\Delta\varphi$

2) calcolare la lunghezza $\vartheta_\ell = \varphi_\ell = 180° + \Delta\varphi$

3) determinare il valore ottimo di R che assicuri la max banda.

Ciò può essere ottenuto nel seguente modo

$$\left.\frac{d\phi_c}{d\theta_c}\right|_{\vartheta_c = 90°} = \frac{\phi_e}{\theta_\ell} = 1$$