

Algoritmo del fornaio (dimostrazione)

Nel seguito si dimostrerà che l'algoritmo del fornaio soddisfa le 3 condizioni richieste per la soluzione al problema della sezione critica

Mutua esclusione, per assurdo

Si supponga che due processi P_h e P_k si trovino contemporaneamente nella loro sezione critica. Senza perdita di generalità, sia P_k il processo che, fra i due, entra per ultimo nella sua sezione critica (in un sistema a singolo processore, infatti, questo non può avvenire nello stesso istante per i due processi).

Quindi, se $t_{sc}^{(h)}$ e $t_{sc}^{(k)}$ rappresentano rispettivamente gli istanti in cui P_h e P_k entrano nelle loro sezioni critiche, si verifica che $t_{sc}^{(h)} < t_{sc}^{(k)}$.

Sia infine $[t_\alpha^{(h)}, t_\beta^{(h)}]$ il periodo di tempo in cui P_h seleziona il numero, ovvero t è l'istante in cui P_h inizia tale operazione, e P_h l'istante in cui P_h termina la medesima operazione.

Ci si ponga adesso la domanda: quand'è che P_k ottiene il suo numero?

Non si può avere $t_\alpha^{(k)} > t_\beta^{(h)}$, altrimenti si avrebbe $\text{numero}[k] > \text{numero}[h]$, e P_k non potrebbe essere in sezione critica, violando la nostra ipotesi. Ma non si può nemmeno avere $t_\beta^{(k)} < t_\alpha^{(h)}$, perché P_h non potrebbe essere in sezione critica. Segue che la selezione del numero da parte di P_h e di P_k deve essere (almeno parzialmente) sovrapposta.

Quando P_h raggiunge il ciclo per confrontare il numero con quello degli altri processi, quando si trova a valutare $\text{numero}[k]$ P_k ha memorizzato il suo numero (perché P_h attende che $\text{sceglie}[k]$ divenga falso); analogamente quando P_k esamina $\text{numero}[h]$. Poiché $\text{numero}[h] == \text{numero}[k]$ (altrimenti si avrebbe uno solo dei due processi in sezione critica), si deve avere che $k < h$, essendo P_k in sezione critica, e $h < k$ essendo P_h in sezione critica. Ma le due condizioni non possono essere vere contemporaneamente, per cui l'ipotesi di partenza non è ammissibile.

Avanzamento

Se uno o più processi stanno cercando di entrare in sezione critica, quello con la coppia $(\text{numero}[k], k)$ più bassa prima o poi entra (quindi almeno un processo avanza).

Attesa limitata

Quando un processo P_k raggiunge il ciclo per l'accesso alla sezione critica, il processo ha già ottenuto il numero. Gli altri processi possono eseguire la loro sezione critica al più una volta, perché quando torneranno a prendere il numero ne otterranno uno maggiore di quello ottenuto da P_k .