

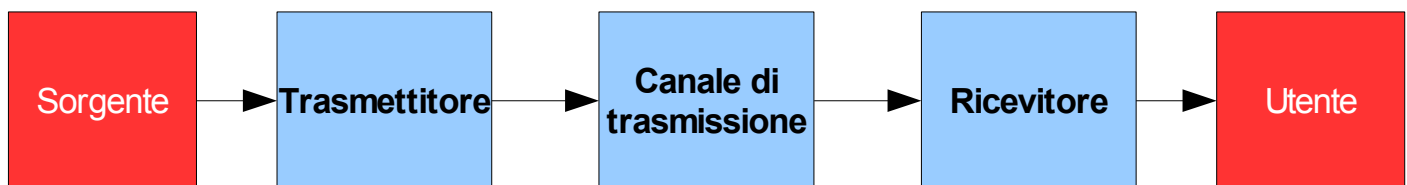
1  
**Appunti dal Corso di**  
**Sistemi di Telecomunicazione A.A. 2008/09**  
*Prof. Mario Fossi*

**CARATTERIZZAZIONE DEI SISTEMI 2-PORTE**

**Introduzione al Corso**

Scopo del Corso è quello di fornire nella **prima parte** una serie di conoscenze generali - di tipo sistemistico - che permettano di analizzare e modellizzare un generico sistema di radiocomunicazione. Nella **seconda parte** sono illustrati gli elementi principali di alcuni sistemi di comunicazione quali la Radio e la Televisione analogica, i Ponti radio terrestri e satellitari.

Per iniziare, consideriamo lo schema a blocchi nella forma più generale di un sistema di telecomunicazione:



La sorgente di informazione è da considerarsi esterna al sistema di telecomunicazione, così come ovviamente l'utente finale dell'informazione. Tutti i blocchi del sistema sono del tipo a **due porte**, una di ingresso ed una di uscita. L'ingresso del "trasmettitore" coincide con l'ingresso dell'intero sistema. Similmente, l'uscita del "ricevitore" coincide con l'uscita dell'intero sistema e vede a valle l'utente finale. L'ingresso del canale coincide con l'uscita del trasmettitore e l'uscita del canale con l'ingresso del ricevitore.

In questo Corso ci occupiamo in particolare di sistemi di **radiocomunicazione**, cioè consideriamo come canale di trasmissione il "**canale radio**". Per canale radio intendiamo l'insieme dell'**antenna trasmittente**, del **dieletrico** in cui si propagano le onde radio e dell'**antenna ricevente**.



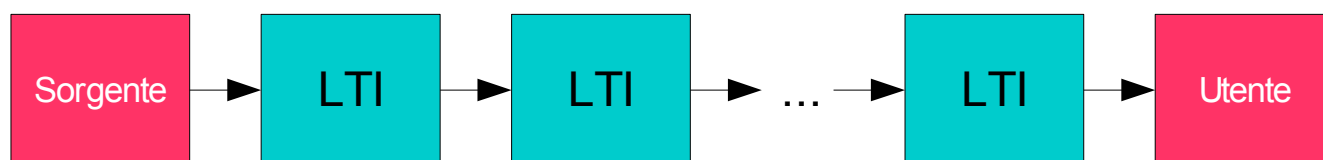
Tra gli altri, possiamo individuare due tipi di canale radio: **terrestre** e **satellitare**. Il canale radio si definisce terrestre quando le antenne trasmittenti e riceventi sono tutte sulla superficie terrestre e l'onda radio trasmessa rimane praticamente confinata

all'interno dell'atmosfera; il canale si definisce satellitare quando è presente almeno un ripetitore posizionato su un satellite in orbita entro o fuori l'atmosfera terrestre.

Alcuni canali di trasmissione possono essere considerati - sotto opportune condizioni - del tipo **LOS** (*Line Of Sight*), nel senso che ogni coppia di antenne trasmittente e ricevente opera in assenza di significativi effetti da parte di ostacoli tra esse interposti o comunque vicini. Di conseguenza la propagazione si può approssimare - a meno di alcuni effetti che saranno discussi nell'ultima parte del Corso - come propagazione nello “spazio libero” (vuoto). Citiamo tra questi ad es. i canali relativi ai collegamenti satellitari; anche le tratte di ponte radio terrestri a microonde comunicano in modo LOS, almeno nei periodi di tempo in cui sono assenti fenomeni di *fading*. I canali radio dei sistemi di telefonia mobile cellulare, invece, sperimentano normalmente condizioni di tipo **NOLOS** (*NOT Line Of Sight*), in quanto le relative antenne non sono normalmente in visibilità ed inoltre sussistono contemporaneamente più percorsi propagativi tra le stesse. Gli effetti di tale tipo di propagazione (*fading*) non sono oggetto di studio in questo Corso.

### Circuito equivalente di un sistema 2-porte LTI

Analizzando la struttura di un generico sistema di telecomunicazione, possiamo osservare come esso sia prevalentemente composto di un certo numero di sistemi del tipo a **due porte** o quadripoli, connessi in cascata, secondo quanto illustrato in figura:



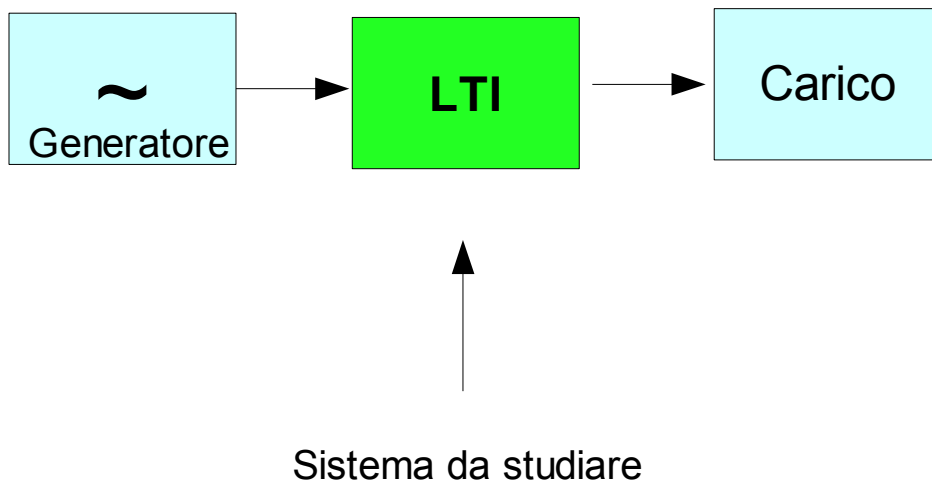
A parte il sistema “canale radio”, tali sistemi sono costituiti da opportune connessioni di componenti elettrici/elettronici attivi e/o passivi, lineari e tempo-invarianti. Ciascuna rete 2-porte è accessibile dall'esterno, per quanto riguarda i segnali utili, da due connettori (“porte”) normalmente riferiti come ingresso e uscita del sistema.

Normalmente sono presenti sia quadripoli **attivi** (nel senso che contengono generatori comandati, come avviene ad es. per gli amplificatori) che **passivi** (combinazioni di resistenze, induttanze e capacità, come ad es. linee di trasmissione, filtri, attenuatori). E' quindi opportuno analizzare alcune formalizzazioni analitiche del comportamento di tali sistemi, al fine di poterne valutare le prestazioni sia nei confronti dei segnali utili che li attraversano, che di quelli indesiderati, tra cui quelli generati dal sistema stesso, quali ad es. il rumore e le distorsioni.

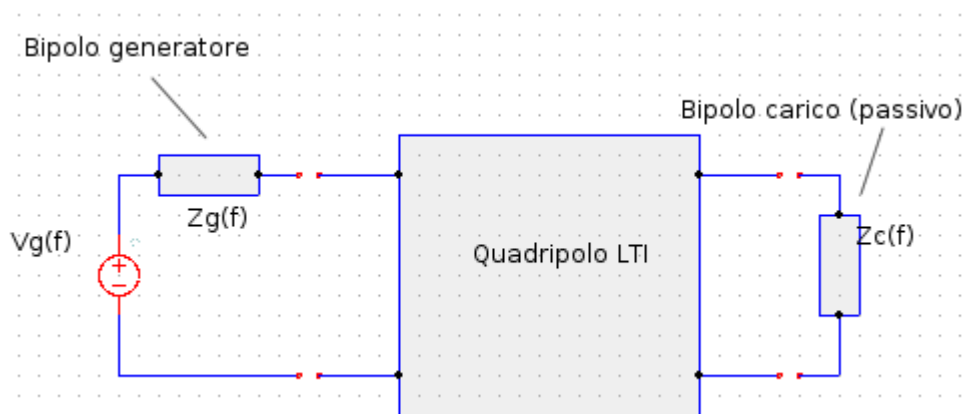
L'ipotesi di base che assumiamo per lo studio dei singoli blocchi è che questi possano essere considerati come sistemi di tipo **lineare** e **tempo-invariante** (**LTI**). La linearità è richiesta per non introdurre distorsione non lineare nel segnale (come armoniche o prodotti di intermodulazione), ma tutt'al più distorsione lineare (moltiplicazione del segnale per una costante e/o introduzione di un ritardo di tempo). La tempo-invarianza è

un'ipotesi che può considerarsi quasi sempre verificata, salvo che nel sistema canale radio; tuttavia, per periodi di tempo sufficientemente limitati, anche canali radio tempo-varianti possono essere considerati tempo-invarianti, ipotesi che consente di semplificare notevolmente la caratterizzazione di essi. Peraltro come già accennato lo studio dei canali radio tempo-varianti non è oggetto di questo Corso.

Consideriamo dunque un **generico** sistema 2-porte della connessione in cascata prima illustrata: l'insieme dei blocchi che esso vede a monte della porta di ingresso, può essere rappresentato come un unico bipolo generatore equivalente (ad es. secondo quanto consente il teorema di Thévenin), mentre tutto ciò che il sistema 2-porte vede a valle (della porta di uscita), può essere rappresentato come un unico bipolo passivo, nel senso di privo di generatori indipendenti. Questo è vero tenuto conto che nelle nostre applicazioni i segnali di interesse (l'informazione) si propagano da sinistra verso destra. Possiamo quindi studiare il nostro generico sistema 2-porte LTI nella tipica connessione indicata in figura:

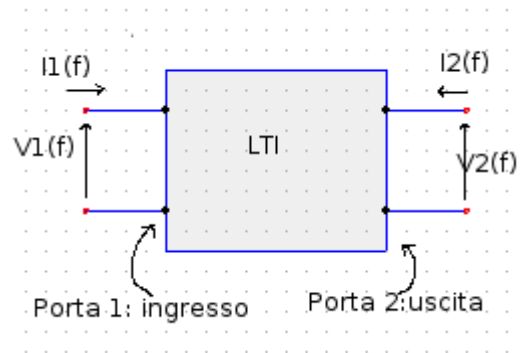


Possiamo anche rappresentare la connessione in modo più “circuitale”, come indicato nella figura seguente, dove la caratterizzazione adottata è nel dominio della frequenza:



Il bipolo generatore equivalente è stato ricavato utilizzando il teorema di Thévenin, quindi è stato rappresentato mediante un generatore ideale di tensione  $V_g(f)$  con in serie

l'impedenza  $Z_g(f)$ . Avendo utilizzato il teorema di Thévenin, risulta conveniente - per caratterizzare il sistema 2-porte - usare un modello basato sui **parametri  $Z$**  (impedenza). Esistono come è noto molte altre famiglie di parametri possibili, come i parametri  $S$  (scattering), i parametri  $Y$  (ammettenza) o i parametri ibridi (per reti attive), ma per la trattazione che segue è vantaggioso e sufficiente utilizzare i parametri  $Z$ . Per definire e calcolare i parametri  $Z$  di un quadripolo, consideriamo il seguente modello circuitale:



Ponendoci da un punto di vista del tutto generale per quanto riguarda ambedue le connessioni, consideriamo come segnali in ingresso al sistema le due correnti  $I_1$ ,  $I_2$  e come segnali in uscita le due tensioni  $V_1$ ,  $V_2$ . Supponiamo dapprima di alimentare **solo** la porta 1, mediante un generatore ideale di corrente  $I_1$  (resistenza interna infinita). Per l'ipotesi fatta di linearità del sistema, potremo scrivere:

$$V_1(f) = Z_{11}(f) I_1(f)$$

Il coefficiente  $Z_{11}$  ha ovviamente le dimensioni di un'impedenza ( $\Omega$ ) ed è detto **impedenza di ingresso a vuoto** del sistema, perché corrisponde al rapporto  $\frac{V_1}{I_1}$

quando la porta 2 è aperta.  $Z_{11}$  è il primo dei quattro parametri  $Z$ ; essi sono scritti tutti nella forma  $Z_{ij}$ , dove  $i$  indica la porta sulla quale è misurata la tensione e  $j$  indica la corrente alla quale si riferisce il parametro. Infatti come detto il parametro  $Z_{11}$  è il rapporto tra la tensione sulla porta 1 e la corrente entrante nella porta 1. Sempre secondo questa convenzione, il rapporto tra la tensione sulla porta 2 e la corrente in ingresso alla porta 1 sarà  $Z_{21}$  e potremo scrivere, sempre per la linearità del sistema:

$V_2(f) = Z_{21}(f) I_1(f)$ . Possiamo chiamare  $Z_{21}$  **impedenza di trasferimento diretto** del sistema. Se ora alimentiamo la porta 2 con un generatore ideale di corrente  $I_2$  tenendo aperta la porta 1 potremo scrivere, similmente al caso precedente:  $V_2(f) = Z_{22}(f) I_2(f)$  e

$V_1(f) = Z_{12}(f) I_2(f)$ . Sempre in analogia al caso precedente, chiamiamo  $Z_{22}$  **impedenza di uscita a vuoto** del sistema, e  $Z_{12}$  **impedenza di trasferimento inverso**. Alimentando le due porte contemporaneamente, possiamo utilizzare il principio di sovrapposizione degli effetti (sicuramente valido per un sistema LTI), ottenendo le seguenti relazioni generali ingresso-uscita del sistema, espresse mediante i parametri  $Z$ :

$$V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2$$

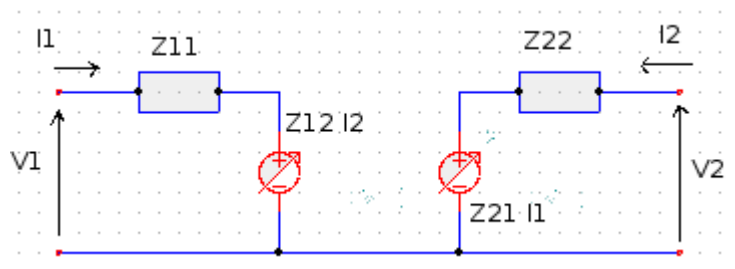
$$V_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2$$

Per come sono definiti, un'importante caratteristica dei parametri  $Z$  è quella di dipendere, (oltre che in generale dalla frequenza) **esclusivamente** dalle caratteristiche interne del sistema, di essere cioè indipendenti dalle caratteristiche degli altri sistemi con cui esso è connesso.

Dato un quadripolo, si possono misurare i suoi parametri  $Z$  in modo diretto:

$$Z_{11}(Z_{22}) = \frac{V_1}{I_1} \left( \frac{V_2}{I_2} \right) \text{ con la porta 2 (1) aperta} ; \quad Z_{21}(Z_{12}) = \frac{V_2}{I_2} \left( \frac{V_1}{I_1} \right) \text{ con la porta 2 (1) aperta}$$

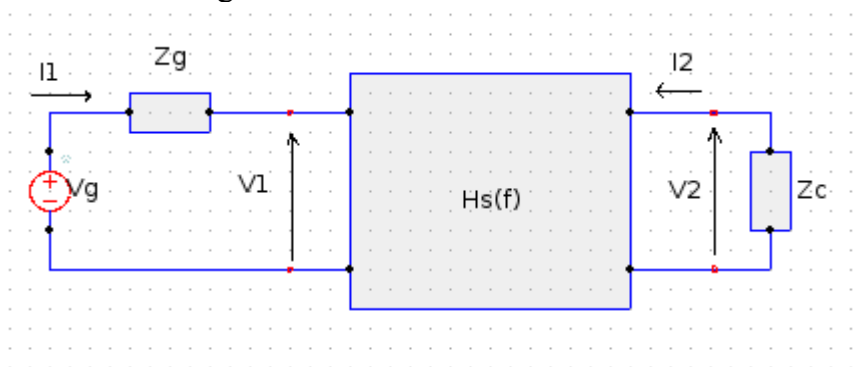
Sulla base delle relazioni generali scritte, possiamo tracciare un circuito equivalente del quadripolo in funzione dei suoi parametri  $Z$ , dove sono presenti due impedenze e due generatori di tensione, comandati in corrente:



Questo circuito equivalente è di tipo “**circuitale**”.

Per gli scopi di questo Corso ci interessa anche ricavare un circuito equivalente che possiamo definire di tipo “**sistemistico**”, precisamente ci interessa trovare un circuito equivalente dove i parametri implicati siano:

- l'**impedenza di ingresso** (non a vuoto)  $Z_i(f)$ ;
- l'**impedenza di uscita** (non a vuoto)  $Z_u(f)$ ;
- la **funzione di trasferimento**  $H_s(f)$ , definita come rapporto tra tensione di uscita a vuoto e tensione di ingresso.



Per esprimere i 3 parametri sistemistici indicati, applichiamo la legge di Kirchhoff alle maglie di ingresso e di uscita del sistema:

$$V_g = Z_g I_1 + V_1 ; \quad V_2 = -Z_c I_2$$

Per semplicità di scrittura, d'ora in poi nelle relazioni scritte omettiamo la dipendenza dalla frequenza.

Il sistema + carico è visto dal generatore come un carico complessivo di impedenza:

$$Z_i \stackrel{\text{def}}{=} \frac{V_1}{I_1} = \frac{Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2}{I_1} = Z_{11} + Z_{12} \left( \frac{I_2}{I_1} \right) \quad \text{“impedenza di ingresso” del sistema;}$$

dall'equazione della maglia di uscita abbiamo:

$$V_2 = -Z_c I_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = -\frac{Z_{21}}{Z_{22} + Z_c}.$$

Sostituendo quest'ultima nell'espressione di  $Z_i$  si ottiene:  $Z_i = Z_{11} + Z_{12} \frac{I_2}{I_1} = Z_{11} - \frac{Z_{12}Z_{21}}{Z_{22} + Z_c}.$

Si osserva che  $Z_i$  dipende in generale oltre che dal sistema, **anche** dall'impedenza di carico  $Z_c$ .

Si possono avere due condizioni limite notevoli:

- $Z_{21} = 0$  oppure  $Z_{12} = 0 \Rightarrow Z_i = Z_{11}$
- Al crescere del carico verso la condizione di circuito aperto  $Z_c \rightarrow \infty \Rightarrow Z_i \rightarrow Z_{11}$ , coerentemente con la definizione di impedenza di ingresso a vuoto.

Cortocircuitando il generatore di ingresso e alimentando il sistema dalla porta di uscita, con ragionamento del tutto analogo ricaviamo l’**impedenza di uscita** del sistema:

$$Z_u \stackrel{\text{def}}{=} \frac{V_2}{I_2} = Z_{22} - \frac{Z_{12}Z_{21}}{Z_{11} + Z_g}, \quad \text{dipendente in generale oltre che dal sistema anche}$$

dall'impedenza del generatore  $Z_g$ . Anche qui ci sono i due casi limite notevoli (duali):

- $Z_{12} = 0$  oppure  $Z_{21} = 0 \Rightarrow Z_u = Z_{22}$
- $Z_g \rightarrow \infty \Rightarrow Z_u \rightarrow Z_{22}$  (impedenza di uscita a vuoto)

Delle condizioni limite elencate, nelle applicazioni è interessante la  $Z_{12} = 0$ , in quanto essa risulta verificata con buona approssimazione nei sistemi amplificatori.

Per calcolare l'espressione della “**funzione di trasferimento**”  $H_s(f)$  è necessario utilizzare il teorema di Thévenin: osservato dalla porta di uscita, tutto ciò che è a monte (sistema + generatore) è schematizzabile come un generatore ideale di tensione  $V_{eq}$  con in serie un'impedenza  $Z_{eq}$ , che abbiamo già valutata:  $Z_{eq} = Z_u$ ; per calcolare la tensione  $V_{eq}$  bisogna aprire la maglia di uscita:  $I_2 = 0 \Rightarrow V_1 = Z_{11}I_1, V_2 = Z_{21}I_1$ . Osserviamo che

$V_{eq} = V_2|_{I_2=0} = Z_{21}I_1$ . Applicando la legge di Kirchhoff alla maglia di ingresso otteniamo:  $V_g = Z_g I_1 + V_1 \Rightarrow V_g = (Z_g + Z_{11})I_1 \Rightarrow V_{eq} = \frac{Z_{21}}{Z_g + Z_{11}} V_g.$

Ricaviamo ora  $H_s(f) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{V_{eq}(f)}{V_1(f)}$ ; abbiamo già ricavato il valore del rapporto  $\frac{V_{eq}}{V_g}$ ,

quindi è sufficiente trovare  $V_g$  in funzione di  $V_1$ .

Definiamo a tal fine altre due funzioni di trasferimento:

$$H_i(f) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{V_1(f)}{V_g(f)} = \frac{Z_i}{Z_i + Z_g} \quad e \quad H_u(f) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{V_2(f)}{V_{eq}(f)} = \frac{Z_u}{Z_u + Z_c}, \quad \text{rispettivamente funzione di}$$

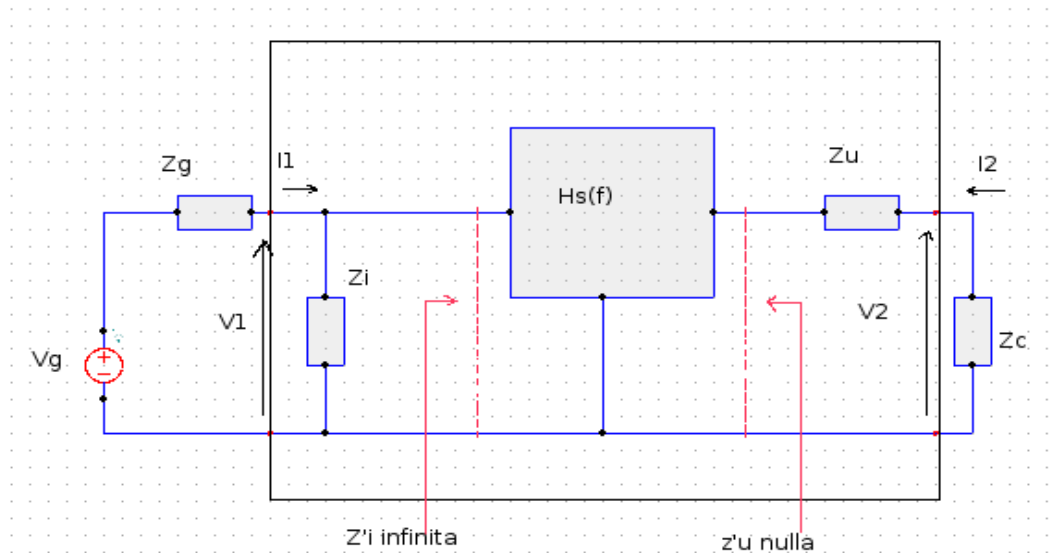
trasferimento del partitore in ingresso e di quello in uscita (**a porte non aperte**). Quindi:

$$V_{eq} = \frac{Z_{21}}{Z_g + Z_{11}} \cdot V_g = \frac{Z_{21}}{Z_g + Z_{11}} \cdot \frac{Z_i + Z_g}{Z_i} V_1 \Rightarrow H_s(f) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{V_{eq}}{V_1} = \frac{Z_{21}}{Z_i} \frac{(Z_i + Z_g)}{(Z_g + Z_{11})}$$

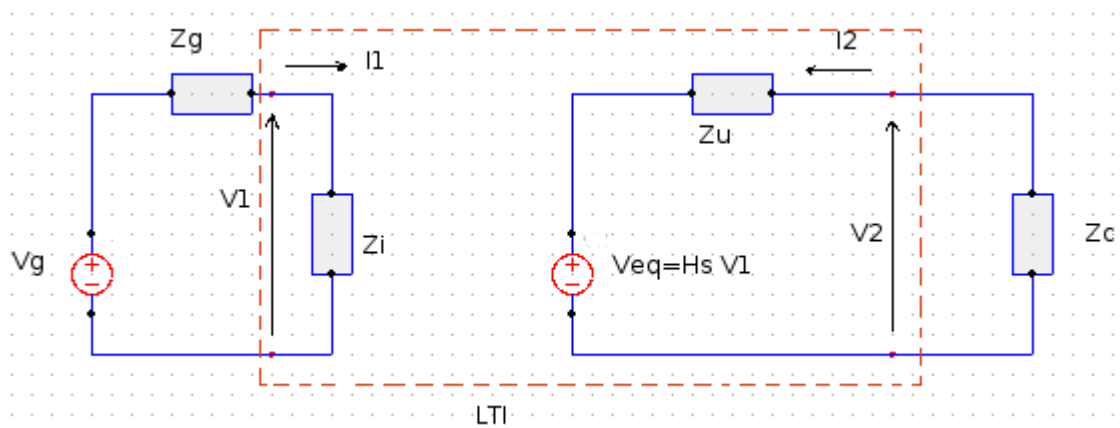
Si osserva come in generale  $H_s(f)$  dipende non solo dalle caratteristiche interne del

sistema, ma anche da quelle del generatore e del carico su cui è chiuso.

Siamo ora in grado di ricavare un nuovo circuito equivalente, di tipo **sistemistico** come desiderato:



Il blocco due porte di funzione di trasferimento  $H_s(f)$  è da considerarsi **ideale**, nel senso di avere impedenza di ingresso **infinita** e impedenza di uscita **nulla**, perché le impedenze di ingresso e di uscita sono già esplicitate in  $Z_i$  e  $Z_u$ . Valendo queste 2 ipotesi, esso è visto dalla porta di uscita come un generatore ideale di tensione  $V_{eq}$  e da quella d'ingresso come un circuito aperto; si può quindi anche utilizzare il seguente circuito equivalente:



Richiamando quanto già detto precedentemente, un caso particolare di interesse è quello di un sistema **unidirezionale**, che avviene quando  $Z_{12}=0$ . In questo caso si ha che:

$$Z_i = Z_{11} \text{ non dipendente dal carico}$$

$$Z_u = Z_{22} \text{ non dipendente dal generatore}$$

$$H_s = \frac{Z_{21}}{Z_{11}} \text{ dipendente solo dal sistema.}$$

Come già detto, in prima approssimazione un amplificatore può considerarsi un sistema unidirezionale.

In taluni casi è utile anche caratterizzare il trasferimento dei segnali in senso inverso (ovvero dalla porta di uscita a quella di ingresso). Possiamo utilizzare a tale scopo ancora

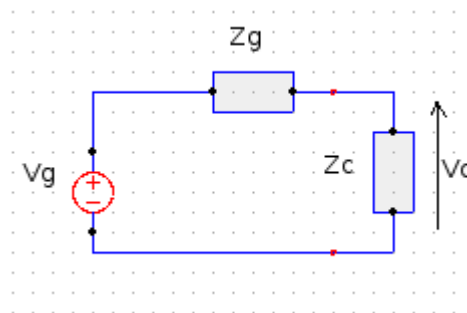
un circuito equivalente sistemistico come quello appena descritto, con parametri che similmente a questo indichiamo come  $Z'_i$ ,  $Z'_u$ ,  $H'_s$ . Per la simmetria del problema, è facile verificare che essi valgono:

$$\begin{aligned} Z'_u &= Z_i \\ Z'_i &= Z_u \\ H'_s &= \frac{Z_{12}}{Z_u} \cdot \frac{Z_u + Z_g}{Z_g + Z_{22}} \end{aligned}$$

Ovviamente, troviamo ancora che il trasferimento inverso si annulla se è nullo il parametro  $Z_{12}$ .

## Caratteristiche del trasferimento dei segnali tramite sistemi 2-porte

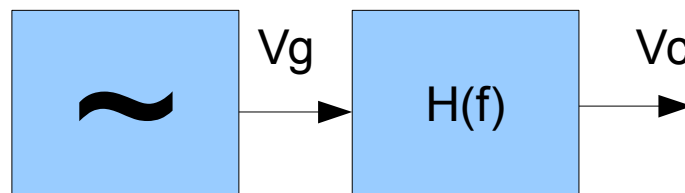
Ci interessa studiare alcune caratteristiche del trasferimento dei segnali da un generatore a un carico attraverso un sistema 2-porte lineare e tempo invariante. Consideriamo dapprima il caso di connessione diretta del generatore di segnale con il carico:



In questo caso, la funzione di trasferimento della connessione è quella di un **partitore di tensione**:

$$V_c = \frac{Z_c}{Z_c + Z_g} \cdot V_g \Leftrightarrow H(f) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{V_c}{V_g} = \frac{Z_c}{Z_c + Z_g}$$

Questa connessione può anche essere espressa mediante il seguente schema a blocchi:



In molte applicazioni è richiesto che il segnale sul carico sia una versione **non distorta** o **fedele** del segnale fornito dal generatore, intendendo con questo un segnale uguale a quello originario, a meno di una eventuale costante moltiplicativa e/o di un ritardo temporale:

$$v_c(t) = k \cdot v_g(t - t_0) \quad (\text{condizione di } \textbf{non distorsione lineare}).$$



Nel dominio della frequenza questo significa che la funzione di trasferimento deve avere modulo costante e fase ad andamento lineare con la frequenza, (almeno nella banda del segnale di interesse):

$$H(f) = k \cdot e^{-j2\pi f t_0}.$$

Osserviamo che questa condizione risulta in particolare soddisfatta se c'è una relazione di proporzionalità tra le impedenze del generatore e del carico  $Z_c(f) = k' \cdot Z_g(f)$ , condizione nota come “**adattamento di impedenza**” tra generatore e carico. Se questa condizione è rispettata, allora necessariamente risulta verificata la condizione di non distorsione lineare. Infatti, in tale ipotesi è:

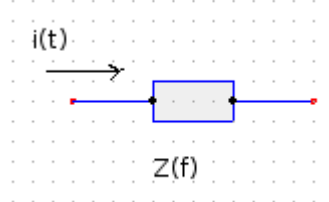
$$H(f) = \frac{Z_c}{Z_c + Z_g} = \frac{k' Z_g}{(k' + 1) Z_g} = \frac{k'}{k' + 1} = \text{costante}.$$

Casi particolari di adattamento d'impedenza sono:

1.  $Z_g(f) = Z_c(f) \Rightarrow$  adattamento;
2. Nella banda del segnale:  $Z_g(f) \simeq Z_g$  e  $Z_c(f) \simeq Z_c$  (costanti)  $\Rightarrow$  adattamento;
3.  $Z_g(f) = Z_c(f) = Z_0$  (costanti e uguali)  $\Rightarrow$  adattamento;
4.  $Z_g(f) = Z_c(f) = R_0 \in \mathbb{R}$  (puramente resistiva)  $\Rightarrow$  adattamento.

Una seconda condizione spesso di interesse nelle applicazioni è quella che garantisce il **massimo trasferimento di potenza** dal generatore al carico. Questa condizione è spesso richiesta perché, come vedremo successivamente, il canale radio attenua pesantemente i segnali che lo attraversano e di conseguenza è conveniente non dissipare ulteriore potenza nel trasferimento del segnale tra gli altri blocchi di cui è composto il sistema. La condizione di massimo trasferimento di potenza è detta anche “**adattamento di potenza**” oppure **matching (adattamento) coniugato di impedenza** (da non confondere con l'adattamento d'impedenza appena introdotto).

Per richiamare questa condizione, partiamo dal considerare un bipolo passivo ed al suo ingresso una corrente  $i(t)$  che lo attraversa, che per generalizzare caratterizziamo come un processo aleatorio, stazionario in senso lato (WSS – *Wide Sense Stationary*):



Definiamo **densità spettrale media di corrente** (o brevemente ma impropriamente **spettro di corrente**) la trasformata di Fourier della funzione di autocorrelazione di  $i(t)$ :

$S_i(f) \stackrel{\text{def}}{=} F[R_i(\tau)]$ . Si può dare una definizione alternativa ma equivalente dello spettro di corrente, come valore quadratico medio della corrente in un intervallo infinitesimo di frequenza:  $S_i(f) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{2} \frac{\overline{di^2}}{df}$  (spettro bilatero). Si osserva immediatamente che  $S_i(f)$  si

misura in  $A^2/Hz$ . Essendo il bipolo considerato un sistema lineare tempo-invariante, la tensione  $v(t)$  ai suoi capi sarà anch'essa un processo WSS.

Possiamo quindi anche definire la **densità spettrale media di tensione** o brevemente **spettro di tensione** in modo analogo alle definizioni date per la corrente:

$S_v(f) \stackrel{\text{def}}{=} F[R_v(\tau)] \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{2} \frac{d\overline{v^2}}{df} \left( \frac{V^2}{Hz} \right)$ . Per la legge di Ohm, possiamo scrivere la tensione ai capi del bipolo come  $V(f) = Z(f) \cdot I(f) \leftarrow F \rightarrow v(t) = i(t) * z(t)$  da cui otteniamo la nota relazione ingresso-uscita per sistemi lineari:  $S_v(f) = |Z(f)|^2 \cdot S_i(f)$ .

Ritorniamo alla condizione di massimo trasferimento di potenza: a tal fine esprimiamo lo “spettro” di corrente che circola nella maglia, in funzione dello “spettro” di tensione del generatore. Per quanto appena detto possiamo scrivere:

$$S_i(f) = \frac{S_{V_g}(f)}{|Z_c(f) + Z_g(f)|^2}.$$

A questo punto, utilizzando la legge di Joule siamo in grado di esprimere la **densità spettrale di potenza media** (attiva) ( $W/Hz$ ) assorbita dal carico:

$$\begin{aligned} S_c(f) &= S_i(f) \cdot \Re(Z_c) = S_i(f) \cdot R_c(f) = \frac{S_{V_g}(f)}{|Z_g(f) + Z_c(f)|^2} \cdot R_c(f) \Rightarrow \\ &\Rightarrow S_c(f) = \frac{S_{V_g}(f)}{[R_g(f) + R_c(f)]^2 + [X_g(f) + X_c(f)]^2} \cdot R_c(f) \end{aligned}$$

La densità spettrale di potenza (e di conseguenza la potenza media) che un carico può assorbire da un dato generatore dipende dal valore del carico: come è noto, siamo in condizione di massimo trasferimento di potenza tra generatore e carico se e solo se  $Z_c = Z_g^* \Leftrightarrow R_c = R_g$  e  $X_c = -X_g$ . In questa ipotesi si ottiene:

$$[S_c]_{\max} = \frac{S_{V_g}(f)}{4 R_g(f)}. \text{ Possiamo definire tale grandezza } \mathbf{\text{spettro di potenza media}}$$

**disponibile del generatore**  $S_{gd} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{S_{V_g}}{4 R_g}$  in quanto solo da esso dipende.

E' utile esprimere la relazione tra lo spettro assorbito da un carico e quello disponibile del generatore:

$$S_c(f) = \frac{R_c}{|Z_g + Z_c|^2} \cdot S_{V_g} = \frac{R_c}{|Z_g + Z_c|^2} \cdot \frac{S_{V_g}}{4 R_g} \cdot 4 R_g = S_{gd} \cdot \left[ \frac{4 R_c R_g}{|Z_g + Z_c|^2} \right].$$

Definiamo **fattore di adattamento** tra generatore e carico  $M(f)$  la quantità:

$$M(f) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{4 R_c R_g}{|Z_g + Z_c|^2} \Rightarrow S_c(f) = M(f) S_{gd}(f).$$

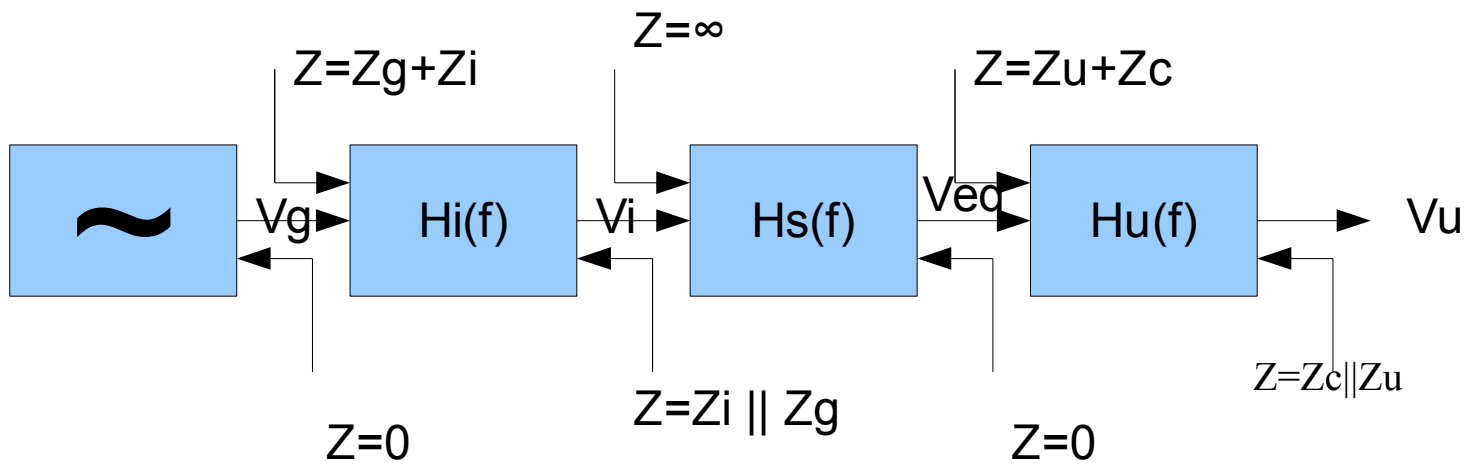
$M(f)$  è una funzione reale e pari, essendo funzioni reali e pari le densità spettrali di potenza, limitata come si può verificare fisicamente tra 0 e 1. I due estremi rappresentano rispettivamente il caso peggiore (al carico non arriva segnale) e il caso migliore  $Z_c = Z_g^*$  (massimo trasferimento di potenza al carico). Normalmente è

$Z_c \neq Z_g^*$  e se ritenuta necessaria, la condizione di adattamento di potenza (*matching* coniugato) può essere ottenuta inserendo tra generatore e carico un'opportuna rete 2-porte, detta appunto di adattamento, tale che la sua impedenza d'uscita  $Z_u$  sia la complessa coniugata di  $Z_c$ . Come è noto tali reti sono realizzate con elementi reattivi, anche al fine di non dissipare potenza utile. Consideriamo ora il caso particolare ma frequente nelle applicazioni di un carico resistivo di valore standardizzato  $Z_c = R_c = R_o$  connesso con un generatore di impedenza  $Z_g$ . Valori standardizzati d'impedenza  $R_o$  sono, a seconda

delle applicazioni e frequenze in gioco: 50, 75, 300, 600  $\Omega$ . Il progetto della rete di adattamento è semplice nel caso di segnali a banda stretta, relativamente ai quali è nota dai Corsi di elettromagnetismo la tecnica che utilizza circuiti a costanti distribuite (linee di trasmissione con *stub*). Una tecnica alternativa utilizza elementi reattivi a costanti concentrate in una connessione a L.

Generalmente, l'adattamento di impedenza e l'adattamento di potenza **non** coincidono. Coincidono, dando quindi luogo ad una trasmissione fedele del segnale ed a massimo trasferimento di potenza al carico, se  $Z_g = R_g = Z_c = R_c = R_o$  ovvero nel caso di impedenze resistive ed eguali. Tale ultima condizione è quindi desiderabile.

Estendiamo le considerazioni ora fatte, al caso di connessione del generatore al carico tramite un sistema 2-porte LTI. Possiamo fare riferimento al seguente schema a blocchi:



In questo schema le funzioni di trasferimento parziali sono:

$$H_i(f) = \frac{Z_i}{Z_i + Z_g} ; H_s(f) = \frac{Z_{21}}{Z_i} \cdot \frac{Z_i + Z_g}{Z_g + Z_{11}} ; H_u(f) = \frac{Z_c}{Z_c + Z_u}$$

Esprimiamo anche la funzione di trasferimento di tutto il collegamento:

$$H(f) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{V_u}{V_g} = H_i \cdot H_s \cdot H_u = \frac{Z_{21}}{Z_{11} + Z_g} \cdot \frac{Z_c}{Z_c + Z_u}$$

Ora discutiamo nuovamente le condizioni per avere la trasmissione fedele ed il massimo trasferimento di potenza.

Per quanto riguarda la trasmissione fedele, potremmo pensare di estendere i risultati ottenuti per la connessione diretta generatore-carico ai due sottosistemi generatore-sistema LTI e sistema LTI-carico, controllando però anche che il segnale non subisca distorsione all'interno del blocco LTI:

$$Z_i = k' Z_g$$

$$Z_c = k'' Z_u$$

$H_s(f)$  rispetti le condizioni di non distorsione lineare.

Si osserva quindi come le due condizioni di adattamento d'impedenza non sono da sole sufficienti a garantire la trasmissione fedele del segnale.

Per raggiungere tale scopo risulta però più semplice che la funzione di trasferimento **complessiva** del collegamento rispetti le condizioni di non distorsione lineare:

$|H(f)|$  costante  
 $\arg[H(f)]$  lineare.

Per valutare gli scambi di potenza, esprimiamo preliminarmente la densità spettrale di potenza media assorbita dal sistema,  $S_i(f)$ , in funzione di quella disponibile del generatore.

Possiamo scrivere:  $S_i(f) = S_{gd}(f) \cdot M_i(f)$  ; con  $M_i(f) = \frac{4 R_i R_g}{|Z_i + Z_g|^2}$  fattore di adattamento in ingresso al sistema. Analogamente, si può considerare il fattore di adattamento in uscita dal sistema  $M_u(f)$  e scrivere la relazione tra la densità spettrale di potenza assorbita dal carico e la densità spettrale di potenza disponibile in uscita dal quadripolo  $S_d(f)$ :

$$S_c(f) = M_u(f) \cdot S_d(f) = \frac{4 R_u R_c}{|Z_u + Z_c|^2} \cdot S_d ; \text{ ma è } S_d \stackrel{\text{def}}{=} \frac{S_{V_{eq}}}{4 R_u} \Rightarrow S_c = \frac{S_{V_{eq}}}{|Z_u + Z_c|^2} \cdot R_c$$

Ricaviamo ora la relazione tra  $S_{veq}$  e  $S_{vg}$ . Tra le due tensioni ci sono i due blocchi  $H_i(f)$  e  $H_s(f)$ , quindi:

$$S_{V_{eq}} = S_{V_g} \cdot |H_i|^2 \cdot |H_s|^2 \text{ da cui infine: } S_c = \frac{S_{V_g} |H_i|^2 |H_s|^2}{|Z_u + Z_c|^2} \cdot R_c = \dots = \frac{|Z_{21}|^2 R_c S_{V_g}}{|Z_{11} + Z_g|^2 \cdot |Z_u + Z_c|^2}$$

Tenendo conto di tutte queste relazioni, possiamo definire ed esprimere tre tipi di guadagno di potenza (parametri puntuali) per un sistema a due porte:

- 1. Guadagno di potenza:** definito come il rapporto tra lo spettro di potenza media assorbita dal carico su cui è chiuso il sistema e lo spettro di potenza media assorbita dal sistema.

La sua espressione in termini di parametri impedenza è:

$$G(f) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{S_c(f)}{S_i(f)} = \dots = \frac{|Z_{21}|^2 \cdot |Z_i + Z_g|^2}{|Z_{11} + Z_g|^2 \cdot |Z_u + Z_c|^2} \cdot \frac{R_c}{R_i} . \text{ Esplicitando l'espressione di } Z_i \text{ e } Z_u \text{ in}$$

funzione dei parametri  $Z$  si ottiene, dopo vari calcoli e semplificazioni:

$$G(f) = \frac{|Z_{21}|^2}{|Z_{22} + Z_c|^2} \cdot \frac{R_c}{R_i} .$$

Si osserva che il guadagno di potenza dipende dal sistema (attraverso i parametri  $Z$ ) **ma anche** dal carico, attraverso  $Z_c$ . Inoltre esso risulta proporzionale al modulo quadro dell'impedenza di trasferimento diretto del sistema  $Z_{21}$ .

Se il sistema è passivo, nel senso di privo di dispositivi di amplificazione dei segnali, allora deve essere  $G(f) \leq 1 \Leftrightarrow [G(f)]_{dB} \leq 0$  . Per i quadripoli passivi si parla più spesso in termini di **attenuazione di potenza**, definita come l'inverso del guadagno:

$$A(f) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{G(f)} ; \text{ ma è } G(f) < 1 \Rightarrow A(f) > 1 \Leftrightarrow [A(f)]_{dB} > 0 . \text{ Ovviamente se espressi in}$$

dB, risulta:  $[A(f)]_{dB} = -[G(f)]_{dB}$  .

Dato che  $S_i(f)$  e  $S_c(f)$  sono funzioni reali, pari (e positive), anche  $G(f)$  è reale, pari (e positiva).

2. **Guadagno di potenza disponibile** (brevemente: guadagno disponibile): definito come rapporto tra gli spettri di potenza disponibile in uscita dal sistema e del generatore che lo alimenta.

La sua espressione in termini di parametri impedenza è:

$$G_d(f) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{S_d}{S_{gd}} = \frac{S_{V_{eq}}}{S_{V_g}} \cdot \frac{R_g}{R_u} = |H_{il}|^2 \cdot |H_{sl}|^2 \cdot \frac{R_g}{R_u} \quad \text{tenuto conto che } S_d = \frac{S_{V_{eq}}}{4 R_u}$$

e  $S_{gd} = \frac{S_{V_g}}{4 R_g}$ . Dopo vari calcoli e semplificazioni otteniamo:

$$G_d = \frac{|Z_{21}|^2}{|Z_g + Z_{11}|^2} \cdot \frac{R_g}{R_u}$$

Si osserva ancora la dipendenza dal modulo quadro di  $Z_{21}$  e inoltre la dipendenza dal sistema attraverso i parametri  $Z$ , **ma anche** dal generatore attraverso  $Z_g$ .

Anche per quanto riguarda il guadagno disponibile, in caso di quadripolo passivo ( $G_d < 1$ ) si parla di **attenuazione disponibile** definita come l'inverso del guadagno disponibile:

$$G_d < 1 \Rightarrow A_d \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{G_d} > 1$$

3. **Guadagno di potenza di trasduzione** (brevemente: guadagno di trasduzione): definito come il rapporto tra lo spettro di potenza media assorbita dal carico e lo spettro di potenza media disponibile del generatore che alimenta il sistema:

$$G_t \stackrel{\text{def}}{=} \frac{S_c}{S_{gd}}.$$

$$\text{Ricordando che: } S_c = S_d \cdot M_u \Rightarrow G_t(f) = \left[ \frac{S_d}{S_{gd}} \right] M_u = G_d M_u = \frac{|Z_{21}|^2}{|Z_g + Z_{11}|^2} \cdot \frac{R_g}{R_u} \cdot M_u \Rightarrow$$

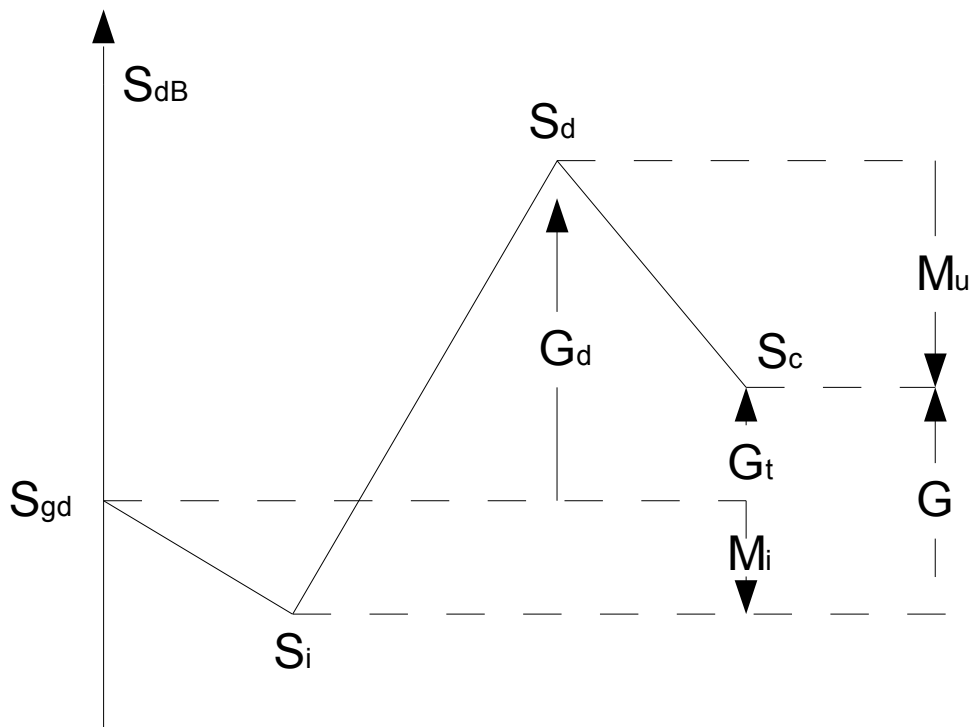
$$\text{dopo calcoli e semplificazioni: } G_t(f) = \frac{4|Z_{21}|^2 R_g R_c}{|[Z_{11} + Z_g][Z_c + Z_{22}] - Z_{12} Z_{21}|^2}$$

Si osserva che il guadagno di trasduzione dipende, oltre che come al solito dai parametri  $Z$  del sistema, sia dal generatore (compare  $Z_g$ ) che dal carico ( $Z_c$ ).

E' interessante considerare le relazioni che intercorrono tra i tre guadagni introdotti:

- $G_d = \frac{S_d}{S_{gd}} = \frac{S_c}{M_u} \cdot \frac{M_i}{S_i} = \left[ \frac{S_c}{S_i} \right] \cdot \frac{M_i}{M_u} = \frac{M_i}{M_u} \cdot G$  Tra  $G(f)$  e  $G_d(f)$  non c'è quindi alcuna relazione, potendo il rapporto  $M_i/M_u$  essere maggiore, uguale o minore dell'unità.
- $G_t = M_u G_d = \cancel{M_u} \cdot \frac{M_i}{\cancel{M_u}} \cdot G = M_i \cdot G$  da cui:
- $G_t(f) \leq G_d(f) \quad ; \quad G_t(f) \leq G(f)$ .

Considerando, ad esempio, come quadripolo un amplificatore, si possono vedere anche graficamente i guadagni e i due coefficienti di adattamento in un diagramma (in  $dB$ ) della densità spettrale di potenza nei diversi punti del circuito:



E' importante osservare infine, che solo il guadagno di potenza  $G(f)$  ha sempre pieno significato fisico, in quanto corrisponde sempre a potenze effettivamente scambiate nel circuito.

In generale i disadattamenti di potenza in ingresso ed in uscita non rendono ottimale l'interconnessione, nel senso che da un lato non viene ceduta dal generatore al sistema la massima potenza possibile ( $S_i < S_{gd}$ ) e dall'altro il sistema non cede al carico la massima potenza possibile ( $S_c < S_d$ ).

Se in particolare c'è adattamento di potenza tra generatore e sistema, allora  $S_i = S_{gd}$  e il guadagno di potenza coincide con quello di trasduzione (condizione desiderabile in ingresso).

Similmente, se in particolare c'è adattamento di potenza in uscita, tra sistema (+ generatore) e carico, allora  $S_c = S_d$  ed il guadagno di trasduzione coincide con quello disponibile (condizione desiderabile in uscita).

Ai fini della condizione per il massimo trasferimento di potenza, notiamo quindi che le due condizioni sono entrambe verificate se e solo se:

$$M_i = M_u = 1 \Rightarrow G(f) = G_d(f) = G_t(f) \quad .$$

Normalmente nessun sistema è di per sé adattato per il massimo trasferimento di potenza. L'adattamento può però essere ottenuto interponendo tra generatore e quadripolo e tra quadripolo e carico due ulteriori quadripoli reattivi, reti di adattamento, similmente a quanto accennato nel caso di connessione diretta del generatore con il carico. La

caratteristica da richiedere alla rete di adattamento di ingresso è quella di avere impedenza di ingresso “adattata” all'impedenza di uscita del generatore (parti resistive uguali, parti reattive opposte), mentre la rete di adattamento di uscita deve avere impedenza di uscita adattata all'impedenza del carico.

Per segnali a banda stretta l'adattamento per il massimo trasferimento di potenza è facilmente ottenibile, ad esempio con l'utilizzo di *stub* reattivi. Quando si opera su segnali a banda larga, invece, l'adattamento risulta molto più complicato e non si ottiene mai un adattamento perfetto su tutto il range di frequenze del segnale. La discussione dettagliata del problema del *matching* coniugato d'impedenza di un sistema 2-porte esula dalla portata di questo Corso.

### Espressioni della potenza media in uscita da un sistema due-porte

Le espressioni dei parametri puntuali che abbiamo introdotto consentono ovviamente la valutazione di quelli medi, integrando rispetto alla frequenza.

Dalla conoscenza della densità spettrale di potenza media assorbita da un generico carico  $Z_c$  posto in uscita ad un sistema 2-porte LTI, possiamo ottenere direttamente la potenza media  $P_c$  assorbita dal carico, integrando su tutto l'asse delle frequenze:

$$P_c = \int_0^{\infty} S_c(f) df = \int_0^{\infty} G(f) S_i(f) df = \int_0^{\infty} G_t(f) S_{gd}(f) df, \text{ dove abbiamo indicato con } S_i(f) \text{ e } S_{gd}(f) \text{ rispettivamente lo spettro di potenza } \underline{\text{unilatero}} \text{ e lo spettro di potenza disponibile } \underline{\text{unilatero}} \text{ in ingresso al sistema due-porte.}$$

Consideriamo ora ad esempio un quadripolo amplificatore. Può succedere che nella banda del segnale utile i tre guadagni introdotti siano circa costanti:

$G(f)=G$  ;  $G_t(f)=G_t$  ;  $G_d(f)=G_d$  . In questo caso la potenza assorbita dal carico si esprime semplicemente come:

$$P_c = G \int_0^{\infty} S_i(f) df = G P_i, \text{ con } P_i \text{ potenza media in ingresso}$$

$$P_c = G_t \int_0^{\infty} S_{gd}(f) df = G_t P_{gd}, \text{ con } P_{gd} \text{ potenza media disponibile del generatore.}$$

Se siamo in condizioni di massimo trasferimento di potenza, avremo anche:

$$P_c = G_d \cdot P_{gd}.$$

**Appunti dal Corso di  
Sistemi di Telecomunicazione A.A. 2008/09  
Prof. Mario Fossi**

**2 - RUMORE INTERNO**

**Caratterizzazione del rumore di un bipolo passivo**

Indichiamo con il termine **rumore “interno”** o **“di apparato”** l'insieme dei segnali non desiderati e di tipo aleatorio, che per vari meccanismi si generano internamente ai circuiti del ricevitore e del trasmettitore, indipendentemente dai segnali utili. In tal senso si parla di rumore **additivo**, che è quello che consideriamo in questo Corso. Esiste anche una componente del rumore “esterna” agli apparati trasmettente e ricevente, che si genera all'interno del dielettrico del canale radio e dentro l'antenna ricevente, che discuteremo successivamente.

Per modellizzare il rumore interno dobbiamo considerare i suoi vari contributi. Il primo contributo che analizziamo è quello di origine termica: rumore **termico**.

Questo tipo di rumore è presente in ogni conduttore che si trovi a temperatura assoluta diversa da zero. Consideriamo una sezione qualunque di un conduttore resistivo, a temperatura  $T > 0$  K: essa può essere considerata un **sistema ad una porta** o bipolo, caratterizzato da una resistenza. Anche in assenza di campo elettrico esterno applicato ai capi del conduttore, esiste un moto **casuale** dei singoli elettroni in tutte le direzioni possibili all'interno del conduttore, per effetto del suo stato termico. Questi movimenti elementari generano complessivamente una corrente elettrica e quindi una tensione ai capi della sezione di conduttore considerata. Non potendo praticamente calcolare in maniera deterministica il contributo di ogni elettrone e poi sommarli tutti, ottenendo la corrente complessiva  $i_n(t)$ , ci limitiamo a determinarne alcuni **parametri statistici** di interesse. In particolare, considerando il **teorema limite centrale** possiamo supporre che l'intensità di corrente complessiva abbia una distribuzione statistica **gaussiana**. Inoltre, in assenza di campo elettrico esterno applicato al conduttore, il processo aleatorio gaussiano corrente di rumore  $i_n(t)$  è anche a media nulla:  $E\{i_n(t)\} = 0$ .

Infine, se la temperatura del conduttore si mantiene costante, la corrente di rumore  $i_n(t)$  è un processo **stazionario in senso lato** (WSS) ed **ergodico** rispetto ai parametri che ci interessano. La sua densità spettrale media di potenza **disponibile** è stata calcolata da Planck e si esprime come:

$$S_{nd}(f) = \frac{h|f|}{2\left(e^{\frac{h|f|}{kT}} - 1\right)} \quad \leftarrow \text{bilatera} \quad ; \quad S_{nd}(f) = \frac{hf}{\left(e^{\frac{hf}{kT}} - 1\right)} \quad \leftarrow \text{monolatera} \quad [W/Hz]$$

$$h \stackrel{\text{def}}{=} \text{costante di Planck} = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

$$k \stackrel{\text{def}}{=} \text{costante di Boltzmann} = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$$

La legge di Planck sopra enunciata è un risultato della meccanica quantistica.

Sotto opportune condizioni, è possibile approssimarla; a tal fine consideriamo lo sviluppo in serie di potenze dell'esponenziale a denominatore:



$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots ; \text{ per } x \ll 1 \text{ possiamo porre } e^x \simeq 1 + x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_{nd}(f) = \frac{h|f|}{2 \left( 1 + \frac{h|f|}{kT} - 1 \right)} = \frac{\frac{h|f|}{kT}}{2 \cdot \frac{h|f|}{kT}} = \frac{kT}{2} \leftarrow \text{indipendente dalla frequenza: rumore bianco.}$$

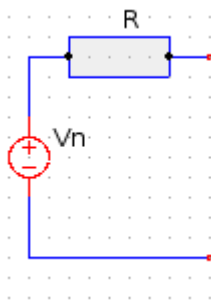
Vogliamo verificare fino a quali valori di frequenza quest'approssimazione può ritenersi valida. Consideriamo ad es.

$$x \ll 1 \Leftrightarrow x \leq 0,01 \Rightarrow \frac{h}{k} \cdot \frac{|f|}{T} \leq 10^{-2} ; \quad \frac{h}{k} \simeq 5 \cdot 10^{-11} \Rightarrow 5 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{|f|}{T} \leq 10^{-2} \Rightarrow \frac{f_{reale}}{T} \leq 2 \cdot 10^8 \Rightarrow$$

$$\text{supponendo } T = 300 \text{ K } (27^\circ \text{C}) \Rightarrow f_{reale} \leq 6 \cdot 10^{10} \text{ Hz}$$

L'approssimazione è dunque verificata - a temperatura non inferiore a  $27^\circ \text{C}$  - per frequenze fino alle decine di  $\text{GHz}$ , condizione quest'ultima soddisfatta nella maggior parte dei sistemi di telecomunicazione; in tale ipotesi lo scarto rimane al di sotto dello 0,5%.

Vogliamo ora modellizzare il generatore di rumore rappresentato dal conduttore resistivo rumoroso considerato, utilizzando il teorema di Thévenin:



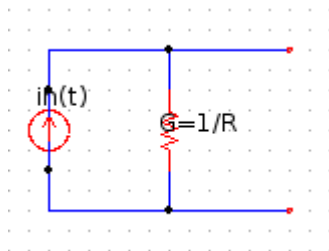
Riguardo al valore del generatore ideale di tensione, trattandosi di processi aleatori, non possiamo conoscerne l'effettiva espressione nel tempo  $v_n(t)$ , ma solo il suo “spettro” di tensione  $S_{vn}(f)$ , la cui espressione può essere ricavata dalla relazione:

$$S_{nd}(f) = \frac{S_{vn}(f)}{4R} = \frac{kT}{2} \Rightarrow S_{vn}(f) = 2kTR \text{ (bilatero)} ; \quad S_{vn}(f) = 4kTR \text{ (unilatero)} \quad \left[ \frac{V^2}{\text{Hz}} \right]$$

Lo spettro di tensione (d'ora in poi bilatero)  $S_{vn}(f)$  può essere interpretato, come abbiamo già visto, come valore quadratico medio della tensione nell'intervallo infinitesimo di frequenza:

$$S_{vn} = \frac{1}{2} \frac{d\overline{v_n^2}}{df} = 2kTR \Rightarrow \overline{dv_n^2} = 4kTR df \quad [V^2] .$$

Possiamo anche modellizzare il rumore utilizzando il teorema di Norton invece che quello di Thévenin:



A tal fine, utilizziamo la relazione generale che lega spettro di corrente e spettro di tensione:

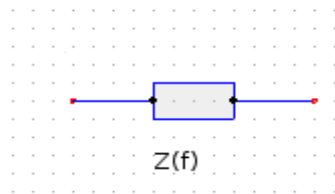
$$v(t) = i(t) * z(t) \Leftrightarrow S_i(f) = \frac{S_v(f)}{|Z(f)|^2} \Rightarrow S_{in}(f) R^2 = S_{vn}(f) = 2kTR \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_{in}(f) = \frac{2kT}{R} = 2kTG, \quad G \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{R} \quad \left[ \frac{A^2}{Hz} \right]$$

Ancora, passando dallo spettro di corrente al valore quadratico medio, otteniamo:

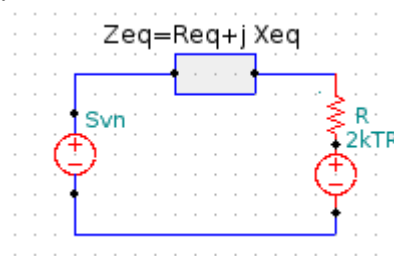
$$\overline{di_n^2} = 4kTG df \quad [A^2]$$

Passiamo ora a caratterizzare il rumore termico di bipoli più complessi di un semplice elemento resistivo, analizzando il caso del rumore generato da un generico bipolo **passivo** e privo di generatori di rumore non termico, ovvero una rete comunque complessa ma costituita di soli elementi resistivi e reattivi, accessibile dall'esterno tramite una coppia di morsetti. Circuitualmente, essa può essere caratterizzata mediante la sua impedenza:



Ipotizziamo dapprima che **tutti gli elementi resistivi che compongono la rete in esame si trovino alla stessa temperatura** (quella degli elementi puramente reattivi non interessa, in quanto non partecipano alla generazione di rumore termico). Possiamo modellizzare il bipolo ancora con il teorema di Thévenin.

Ovviamente possiamo ricavare il valore del generatore ideale di tensione risolvendo la rete una volta sostituiti a ciascuna resistenza il suo generatore equivalente. Tuttavia è possibile ricavare in maniera più semplice l'espressione dello spettro di tensione, senza fare riferimento alla particolare topologia del bipolo. Supponiamo di chiudere la rete da caratterizzare su di una resistenza  $R$ , e poniamoci **nell'ipotesi** che anche questa si trovi alla stessa temperatura  $T$  del bipolo:



Utilizziamo un risultato che deriva dal **secondo principio della termodinamica**: se due corpi si trovano alla stessa temperatura, **mediamente** si scambiano la stessa energia. Questo significa che la densità spettrale di potenza **media** ceduta dal bipolo alla resistenza è la stessa che la resistenza cede al bipolo. Calcoliamo, quindi, lo spettro di potenza media di rumore  $S_n(f)$  generata dalla resistenza  $R$  ed assorbita dal bipolo:

$$S_n(f) = \frac{2kTR}{[R + R_{eq}(f)]^2 + X_{eq}^2(f)} R_{eq}(f)$$

Per il secondo principio della termodinamica, uguagliando questa densità spettrale di potenza con quella generata dal bipolo e ceduta alla resistenza  $R$ , otteniamo quest'ultima:

$$\frac{2kT R \cdot R_{eq}(f)}{[R + R_{eq}(f)]^2 + X_{eq}^2(f)} = \frac{S_{vn} \cdot R}{[R + R_{eq}(f)]^2 + X_{eq}^2(f)} \Rightarrow S_{vn}(f) = 2kT R_{eq}(f)$$

Osserviamo il risultato interessante che lo spettro di tensione del rumore termico si può esprimere nella stessa forma del caso di semplice resistenza, considerando come resistenza la parte resistiva dell'impedenza equivalente della rete.

Se ragioniamo in termini di valori quadratici medi, avremo l'espressione equivalente:

$$\overline{dv_n^2} = 4kT R_{eq}(f) df$$

Lo spettro di corrente sarà, applicando il teorema di Norton:

$$S_{in}(f) = 2kT G_{eq}(f) \quad ; \quad \overline{di_n^2} = 4kT G_{eq}(f) df \quad \text{con } G_{eq}(f) \stackrel{\text{def}}{=} \Re \left\{ \frac{1}{Z_{eq}(f)} \right\}$$

La densità spettrale di potenza media disponibile di rumore è ancora:

$$S_{nd}(f) = \frac{S_{vn}(f)}{4R_{eq}(f)} = \frac{kT}{2} \leftarrow \text{bilatera}; \quad S_{nd}(f) = kT \leftarrow \text{unilatera}.$$

Ricapitolando, il rumore termico di un bipolo passivo comunque complesso, ma i cui elementi resistivi siano **tutti alla stessa temperatura**, è caratterizzabile dalla sola conoscenza della sua temperatura (oltre che dalla parte reale della sua impedenza equivalente). Se l'ipotesi di temperatura costante **non** risulta verificata, è comunque utile cercare di mantenere una caratterizzazione **formalmente** analoga a quella utilizzata finora. A tale scopo introduciamo una **temperatura equivalente**  $T_{eq}$  del bipolo, in generale **dipendente dalla frequenza**, parametro che ci consente di esprimere gli spettri di tensione ancora nella forma:

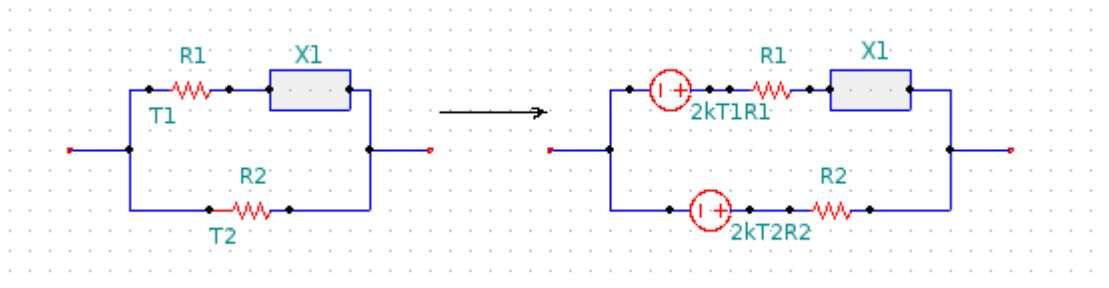
$$S_{vn}(f) = 2kT_{eq}(f)R_{eq}(f) \text{ e analogamente quelli di corrente: } S_{in}(f) = 2kT_{eq}(f)G_{eq}(f).$$

Per come è definita, la temperatura equivalente corrisponde alla temperatura **fisica** a cui dovrebbe essere portato il bipolo, per ottenere lo stesso contributo di rumore complessivo. Il calcolo della temperatura equivalente richiede ovviamente la conoscenza delle temperature dei singoli elementi resistivi, ma anche della particolare **struttura** della rete.

Il procedimento di calcolo consiste nel sostituire ad ogni elemento resistivo il suo circuito equivalente e quindi trovare i parametri equivalenti applicando alla rete le leggi di Kirchhoff.

Vediamo alcuni esempi:

**Esempio 1:** Impedenza a temperatura  $T_1$  in parallelo ad una resistenza a temperatura  $T_2$ :



Vogliamo caratterizzare il rumore termico generato da questa rete con un unico circuito equivalente secondo Thévenin, il che significa trovare tensione, impedenza e temperatura equivalenti.

Innanzitutto cortocircuitiamo i generatori ideali di tensione, per ottenere l'impedenza equivalente secondo Thévenin, che vale:

$$Z_{eq} = \frac{R_2(R_1 + jX_1)}{R_1 + R_2 + jX_1} = \frac{R_1 R_2 + j R_2 X_1}{R_1 + R_2 + jX_1}.$$

Ci interessa la parte reale di quest'impedenza:  $R_{eq} \stackrel{\text{def}}{=} \Re\{Z_{eq}\} = \frac{R_1 R_2 (R_1 + R_2) + R_2 X_1^2}{(R_1 + R_2)^2 + X_1^2}.$

Passiamo ora a ricavare lo spettro di tensione equivalente. Osserviamo che i due processi aleatori che caratterizzano il rumore sono **statisticamente indipendenti** e che la rete è lineare, quindi possiamo utilizzare il **principio di sovrapposizione degli effetti**, cortocircuitando un generatore per volta. In particolare, cortocircuitando il generatore di rumore relativo a  $R_2$  avremo ai capi di  $R_2$ , per effetto del rumore generato da  $R_1$ :

$$S_{eq1} = S_{v1} \cdot \frac{R_2^2}{|R_2 + R_1 + jX_1|^2} = 2kT_1 R_1 \cdot \frac{R_2^2}{(R_1 + R_2)^2 + X_1^2}$$

dove  $\frac{R_2}{R_2 + R_1 + jX_1}$  è la funzione di trasferimento del partitore.

Similmente, cortocircuitando il generatore di rumore relativo a  $R_1$  abbiamo, ai capi di  $R_1 + jX_1$ :

$$S_{eq2} = S_{v2} \cdot \left| \frac{R_1 + jX_1}{R_1 + R_2 + jX_1} \right|^2 = 2kT_2 R_2 \cdot \frac{R_1^2 + X_1^2}{(R_1 + R_2)^2 + X_1^2}$$

Sommando i due contributi otteniamo lo spettro di tensione equivalente **totale** di rumore termico generato dalla rete, che eguagliato con l'espressione canonica in funzione della temperatura equivalente, ci consente di ricavare quest'ultima:

$$S_{vn} = 2k \frac{T_1 R_1 R_2^2 + T_2 R_2 (R_1^2 + X_1^2)}{(R_1 + R_2)^2 + X_1^2} = 2kT_{eq} R_{eq} \Rightarrow \dots (\text{sostituendo l'espressione di } R_{eq}) \dots \Rightarrow$$

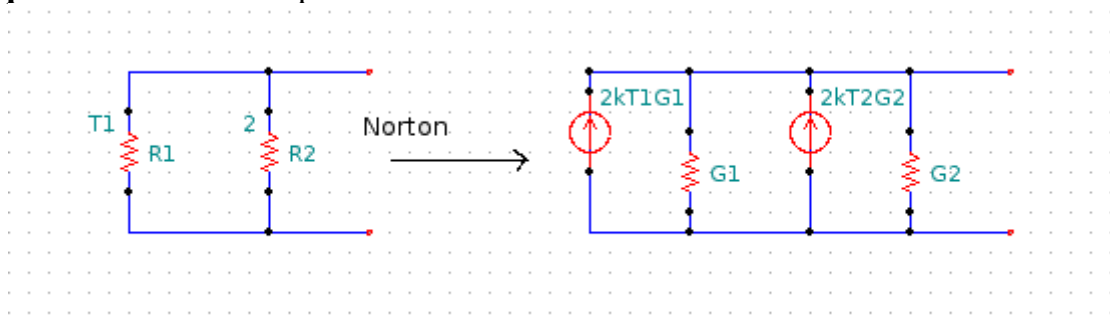
$$\Rightarrow T_{eq}(f) = \frac{T_1 R_1 R_2 + T_2 (R_1^2 + X_1^2)}{R_1 (R_1 + R_2) + X_1^2} \quad (\text{risultato valido ovviamente solo per questa rete}).$$

Il risultato evidenzia che la temperatura equivalente di rumore dipende dalle temperature fisiche a cui si trovano i dispositivi, dalla frequenza (tramite i termini reattivi presenti nella rete) e dalla topologia della rete. Guardando in particolare alla dipendenza dalla frequenza, abbiamo ottenuto il risultato che:

$$T_{eq} = T_{eq}(f) \Rightarrow S_{vn}(f) = k \frac{T_{eq}(f)}{2} \Rightarrow \text{il rumore non può generalmente essere considerato bianco}.$$

Si osserva anche, come deve essere, che per  $T_2 = T_1$  si ottiene  $T_{eq} = T_1$ .

**Esempio 2:** Resistenze in parallelo:



In questo caso utilizziamo il teorema di Norton, per la semplicità conseguente nei calcoli: possiamo ricavare immediatamente lo spettro di corrente di rumore termico equivalente, come somma dei due generatori ideali di corrente ( $G_i \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{R_i}$ ):

$$S_{in} = 2k T_1 G_1 + 2k T_2 G_2 = 2k \left( \frac{T_1}{R_1} + \frac{T_2}{R_2} \right) = 2k \cdot \frac{T_1 R_2 + T_2 R_1}{R_1 R_2}$$

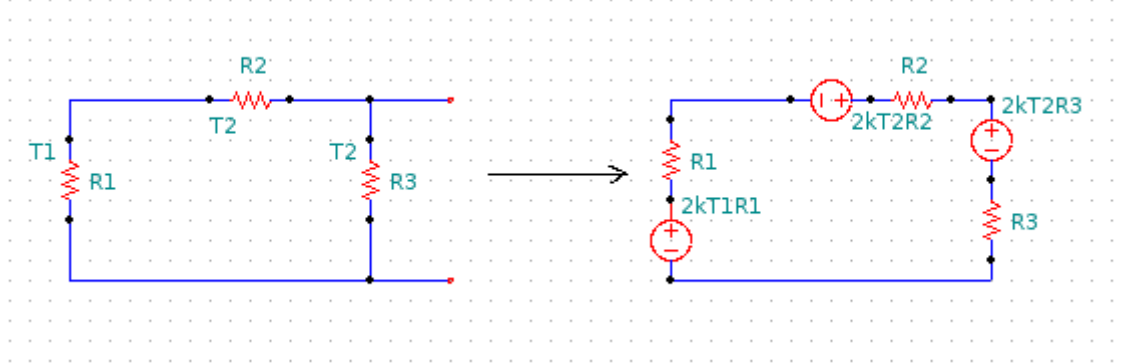
Apriamo i generatori di corrente per ottenere la conduttanza equivalente:

$$G_{eq} = G_1 + G_2 = \frac{1}{R_1 \parallel R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}$$

Riconduciamo infine tutto all'espressione canonica dello spettro di corrente di rumore termico:

$$S_{in}(f) = 2k T_{eq}(f) G_{eq}(f) \Rightarrow \frac{T_1 R_2 + T_2 R_1}{R_1 R_2} = T_{eq} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \Rightarrow T_{eq} = \frac{T_1 R_2 + T_2 R_1}{R_1 + R_2}$$

**Esempio 3:** Resistenza a temperatura  $T_1$  in serie ad un partitore resistivo a temperatura  $T_2$



Ricaviamo il circuito equivalente secondo Thévenin. Per prima cosa cortocircuitiamo i generatori per ottenere la resistenza equivalente:

$$R_{eq} = R_3 \parallel (R_1 + R_2) = \frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_\Sigma}, \quad R_\Sigma \stackrel{\text{def}}{=} R_1 + R_2 + R_3$$

Per calcolare lo spettro di tensione equivalente, utilizziamo il principio di sovrapposizione degli effetti, cortocircuitando a turno coppie di generatori:

$$\begin{aligned} S_{eq1} &= S_{V_1} \cdot \frac{R_3^2}{R_\Sigma^2}; & S_{eq2} &= S_{V_2} \cdot \frac{R_3^2}{R_\Sigma^2}; & S_{eq3} &= S_{V_3} \cdot \frac{(R_1 + R_2)^2}{R_\Sigma^2} \Rightarrow \\ \Rightarrow S_{vn} &= \frac{2k T_1 R_1 R_3^2 + 2k T_2 R_2 R_3^2 + 2k T_2 R_3 (R_1 + R_2)^2}{R_\Sigma^2} = \frac{2k}{R_\Sigma^2} \cdot \left[ (T_1 R_1 + T_2 R_2) R_3^2 + R_3 T_2 (R_1 + R_2)^2 \right] \end{aligned}$$

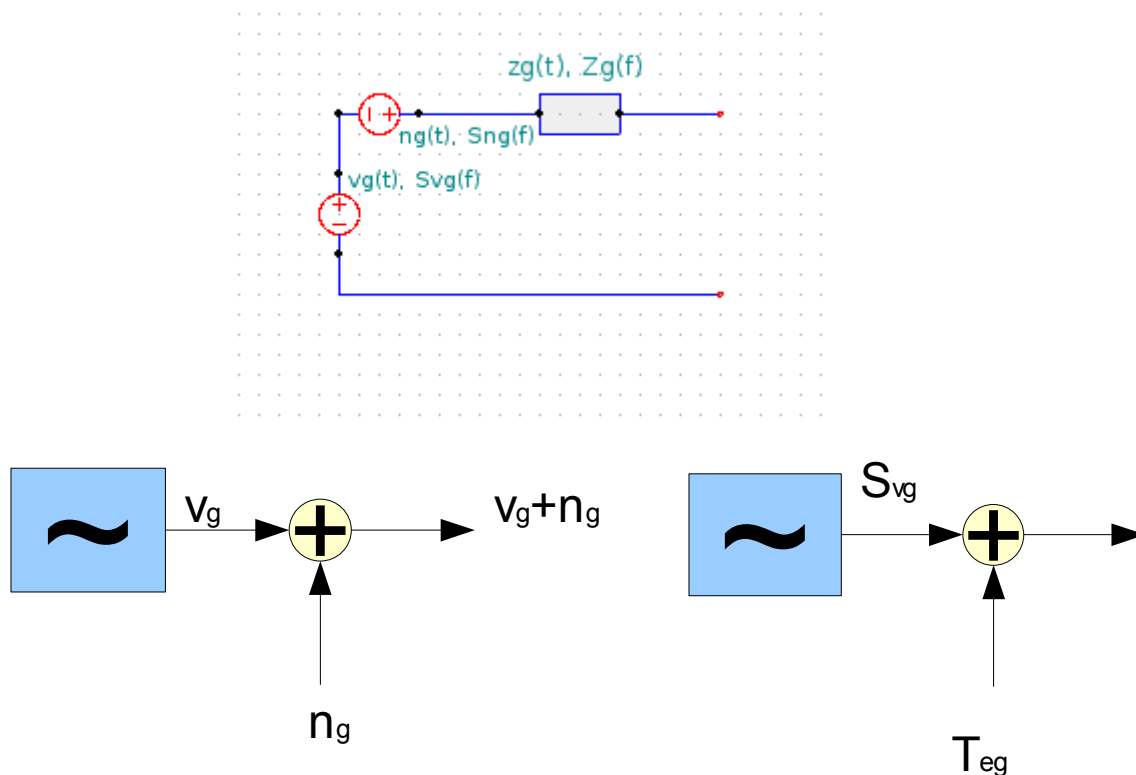
Volendo caratterizzare il rumore termico nella forma canonica  $2k T_{eq} R_{eq}$  otteniamo infine:

$$T_{eq} = \frac{(T_1 R_1 + T_2 R_2) R_3 + T_2 (R_1 + R_2)^2}{R_\Sigma (R_1 + R_2)} = T_1 \cdot \frac{R_1 R_3}{R_\Sigma (R_1 + R_2)} + T_2 \cdot \frac{R_2 R_3 + (R_1 + R_2)^2}{R_\Sigma (R_1 + R_2)}$$

L'utilità dell'espressione in quest'ultima forma risulterà chiara in seguito.

## Caratterizzazione del rumore di un bipolo attivo

Introduciamo ora il concetto di “bipolo generatore rumoroso” o “bipolo attivo”: in una connessione di più sistemi 2-porte in cascata, esso rappresenta quella parte della connessione che sta a monte di un qualunque punto considerato, come si è già visto. Per caratterizzare a livello di rumore un generico bipolo attivo, consideriamo il caso che i vari generatori di rumore in esso presenti siano statisticamente **indipendenti**, oltre che tra loro, anche dal generatore di segnale utile (e quindi anche da eventuali generatori comandati dal segnale utile). Il modello presuppone quindi che il rumore sia **additivo**, ovvero che si possa sommare la potenza del rumore a quella del segnale utile. Il bipolo può essere rappresentato sia circuitalmente che sistemisticamente nei modi seguenti:



Nello schema sistemistico si è chiamata  $T_{eg}(f)$  la temperatura equivalente di rumore **complessiva**, nel senso che essa tiene conto non solo dei contributi di rumore termico, ma anche eventualmente di quelli dovuti ad altre cause, come quelli presenti ad es. nei dispositivi attivi del bipolo, e che per uniformità di trattazione sistemistica conviene ancora quantificare in termini di temperature equivalenti.

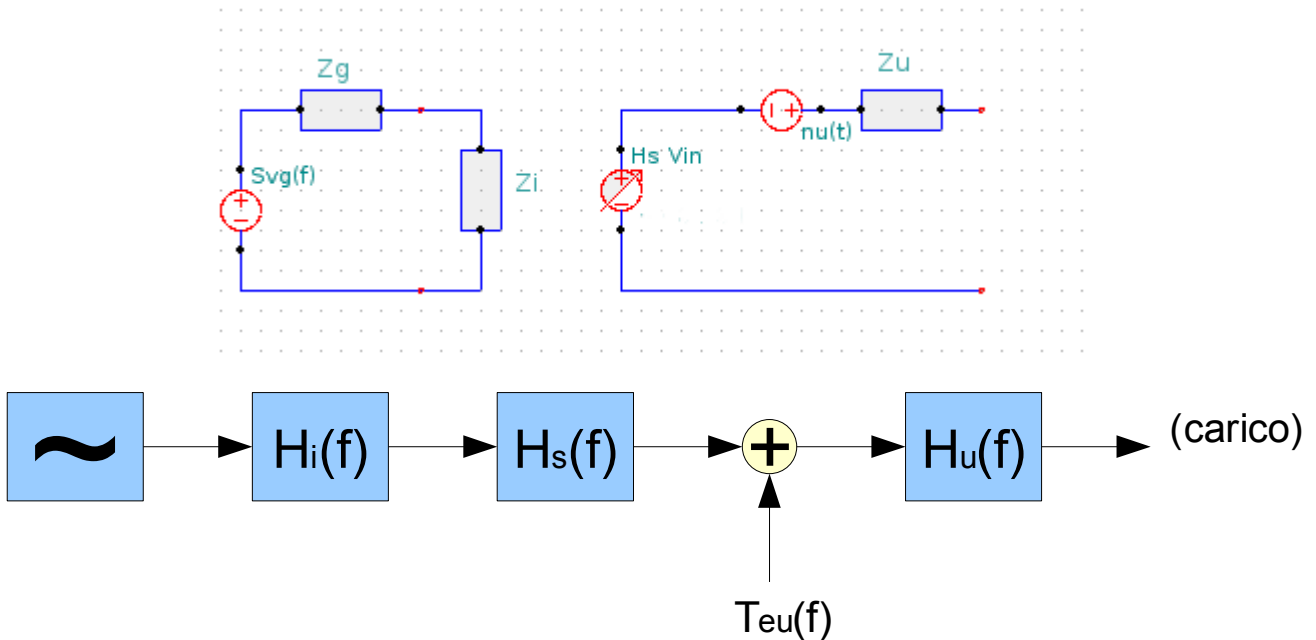
Come è noto, ai fini della valutazione delle prestazioni di un sistema di telecomunicazione, non è tanto importante il valore assoluto del segnale utile, quanto il **rapporto segnale-rumore**; questo, relativamente ad un bipolo generatore, può essere definito come:

$$SNR_g \stackrel{\text{def}}{=} \frac{S_{gd}(f)}{S_{nd}(f)} = \frac{S_{gd}(f)}{\frac{1}{2} \cdot k T_{eg}(f)} = \frac{2 S_{gd}(f)}{k T_{eg}(f)} \quad \text{dove } S_{gd} \text{ e } S_{nd} \text{ indicano rispettivamente la densità}$$

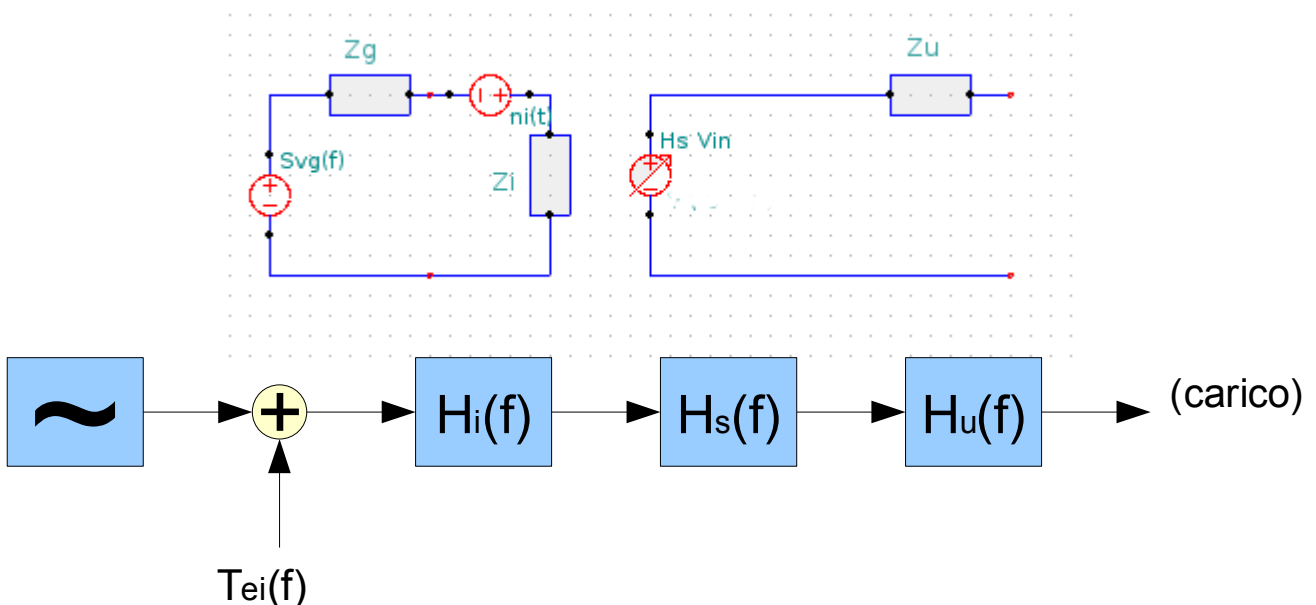
spettrale di potenza media disponibile del segnale utile prodotto dalla sorgente e del rumore complessivo del bipolo. Esso è quindi un parametro di tipo puntuale, ovvero dipendente dalla frequenza.

## Caratterizzazione del rumore introdotto dai sistemi 2-porte

Evidenziamo, nel modello di generatore rumoroso prima introdotto, il circuito equivalente del quadripolo che precede immediatamente l'uscita. Possiamo schematizzare anche questa situazione in modo circuitale oppure sistemistico:



Visto dall'uscita, l'insieme costituito dal **generatore + sistema 2-porte** rappresenta infatti un unico bipolo generatore rumoroso, il cui contributo **complessivo** di rumore può quindi ancora essere caratterizzato dalla sua temperatura equivalente, che indichiamo in questo caso con  $T_{eu}(f)$ , e il cui spettro di tensione si esprime quindi:  $S_{vnu}(f) = 2 k T_{eu}(f) R_u(f)$ . E' peraltro possibile introdurre anche una rappresentazione alternativa, nella quale si suppone di riportare il generatore di rumore complessivo in **ingresso** al sistema 2-porte, invece che all'uscita:



In questi due modelli sono state quindi introdotte due temperature equivalenti:  $T_{eu}(f)$  rappresenta la temperatura equivalente di rumore complessivo in **uscita** dal blocco LTI, mentre  $T_{ei}(f)$  è lo stesso parametro, ma riportato in **ingresso**.

Tra i due generatori di rumore, vale ovviamente la relazione:

$$n_u(t) = h_o(t) * n_i(t) \Rightarrow S_{vnu}(f) = |H_o(f)|^2 S_{vni}(f)$$

dove  $H_o(f) \stackrel{\text{def}}{=} H_i(f) H_s(f) \Leftrightarrow h_o(t) = h_i(t) * h_s(t)$

Possiamo scrivere la stessa relazione in termini di temperature equivalenti:

$$2k T_{eu}(f) R_u(f) = 2k T_{ei}(f) R_g(f) \cdot |H_o(f)|^2 \Rightarrow T_{eu}(f) = T_{ei}(f) |H_o(f)|^2 \cdot \frac{R_g}{R_u} = T_{ei}(f) |H_i(f)|^2 \cdot |H_s(f)|^2 \cdot \frac{R_g}{R_u}$$

Ricordando l'espressione del guadagno di potenza disponibile del sistema 2-porte

$$G_d(f) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{S_d}{S_{gd}} = \frac{S_{V_{eq}}}{4 R_u} \cdot \frac{4 R_g}{S_{V_g}} = |H_i(f)|^2 |H_s(f)|^2 \cdot \frac{R_g}{R_u} \text{ e sostituendola nella relazione sopra scritta, si}$$

ottiene l'importante risultato, che ci indica come si modifica la temperatura equivalente di rumore al variare del punto in cui si inserisce il generatore equivalente:

$$T_{eu}(f) = T_{ei}(f) \cdot G_d(f) \Leftrightarrow T_{ei}(f) = \frac{T_{eu}(f)}{G_d(f)}.$$

Esso è congruente se si tiene conto che  $\frac{1}{2} \cdot k T_{ei}(f)$  è la **densità spettrale di potenza**

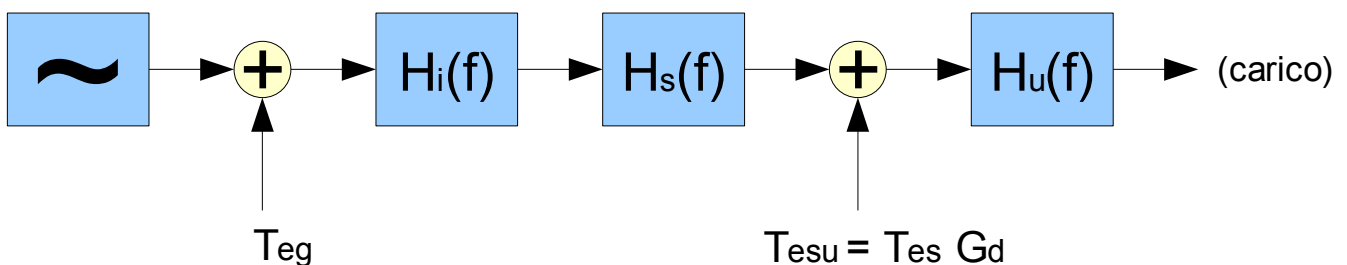
**media** (bilatera) di rumore **disponibile in ingresso** al sistema, mentre  $\frac{1}{2} \cdot k T_{eu}(f)$  è la

**densità spettrale di potenza media** (bilatera) di rumore **disponibile in uscita** dal sistema.

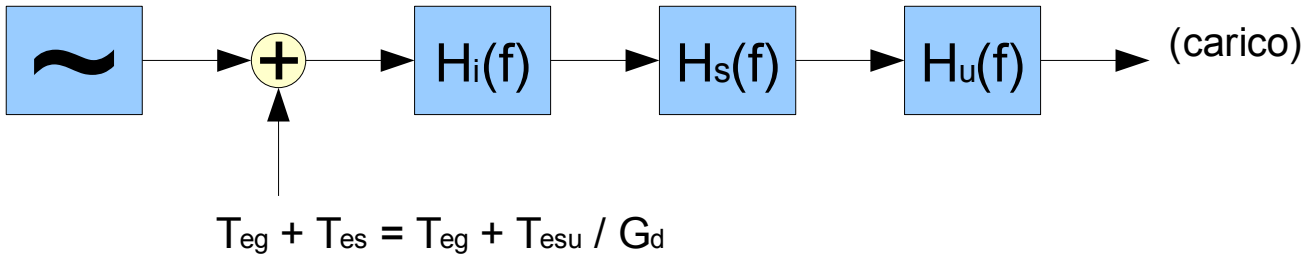
Finora abbiamo considerato il rumore **complessivo**, ovvero quello generato da tutto ciò che c'è a monte dell'uscita. Ci interessa invece trovare il rumore generato **solo** all'interno del sistema 2-porte LTI. Innanzitutto supponiamo il rumore del solo generatore statisticamente indipendente dal rumore generato internamente al blocco LTI; quindi vale, ancora una volta, il principio di sovrapposizione degli effetti in termini di spettri di potenze, per cui possiamo scrivere:  $T_{eu}(f) = T_{esu}(f) + T_{eg}(f) \cdot G_d(f)$ , dove abbiamo introdotto la temperatura equivalente di rumore **relativa solo al rumore generato dal sistema 2-porte** riportata in uscita ad esso,  $T_{esu}$ , mentre  $T_{eg}$  indica la temperatura equivalente di rumore relativa al solo generatore, che viene quindi riportata in uscita al sistema 2-porte mediante la moltiplicazione per  $G_d$ . A questo punto introduciamo anche la temperatura equivalente di rumore **del solo sistema LTI in ingresso**,  $T_{es}$ , che chiamiamo sinteticamente temperatura di rumore del sistema, che si ottiene riportando la  $T_{esu}$  in ingresso secondo la regola vista:

$$T_{es} = \frac{T_{esu}}{G_d}.$$

In termini di schemi a blocchi si ha quindi:







### Rumore introdotto dai sistemi 2-porte passivi

Riguardo al calcolo della temperatura equivalente di rumore di un sistema 2-porte, similmente a quanto visto per i bipoli, è possibile ricavare un'espressione **generale** (dipendente da pochi parametri sistemistici della rete) solo nel caso di quadripoli **passivi** generatori di solo rumore **termico** (come ad es. un filtro passivo, un attenuatore resistivo, una linea di trasmissione) **e** nell'ipotesi (quasi sempre verificata) che i suoi elementi interni **siano tutti alla stessa temperatura**. Ipotizziamo quindi che la temperatura sia costante e uguale a  $T$  in tutto il quadripolo. Sappiamo che in generale vale la relazione  $T_{eu} = T_{esu} + G_d T_{eg}$ . Considerando l'ipotesi già detta di temperatura costante, supponiamo di chiudere l'ingresso del sistema LTI su una resistenza  $R$ , **anch'essa alla stessa temperatura  $T$**  del quadripolo. Dato che il generatore è una resistenza pura, la  $T_{eg}$  verrà a coincidere con  $T$ .

Guardando dall'uscita del sistema 2-porte così connesso, vediamo complessivamente un unico bipolo rumoroso **tutto a temperatura  $T$**  e quindi con temperatura equivalente  $T_{eu} = T$ . Di conseguenza, utilizzando l'espressione generale vista avremo:

$$T = T_{esu} + T \cdot G_d \Rightarrow T_{esu} = T(1 - G_d), \text{ con } T_{esu} \leq T \quad (\text{sistema passivo} \Leftrightarrow G_d \leq 1)$$

Se riportiamo il generatore di rumore in ingresso al sistema 2-porte, otteniamo:

$$T_{es} = \frac{T_{esu}}{G_d} = T \frac{1 - G_d}{G_d} = T \left[ \frac{1}{G_d} - 1 \right] = T(A_d - 1) \quad , \quad A_d \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{G_d}$$

**Si osserva** che la temperatura equivalente di rumore del sistema  $T_{es}$  dipende, oltre che dalla temperatura fisica  $T$ , anche dal guadagno di potenza disponibile  $G_d$ ; quindi dipende **anche** dal parametro impedenza del generatore oltre che da quelli della rete 2-porte.

Si osservi però che il contributo di rumore introdotto dal sistema 2-porte **non** dipende dal rumore della sorgente che lo alimenta, essendo le due sorgenti statisticamente indipendenti. Conseguentemente, nel caso generale in cui il generatore abbia una temperatura equivalente generica  $T_{eg}$ , la relazione precedente diviene ovviamente:

$$T_{eu} = T(1 - G_d) + T_{eg} \cdot G_d$$

Osserviamo il caso particolare  $G_d = 1 \Rightarrow T_{esu} = T_{eg} \cdot G_d$ , che ci dice che una rete puramente reattiva non introduce rumore, il che conferma il concetto per cui il rumore è legato solo agli elementi resistivi della rete. Altro caso particolare (non di interesse nelle applicazioni) è  $G_d = 0 \Rightarrow T_{esu} = T$ , dato che non c'è trasferimento di potenza tra ingresso e uscita del quadripolo.

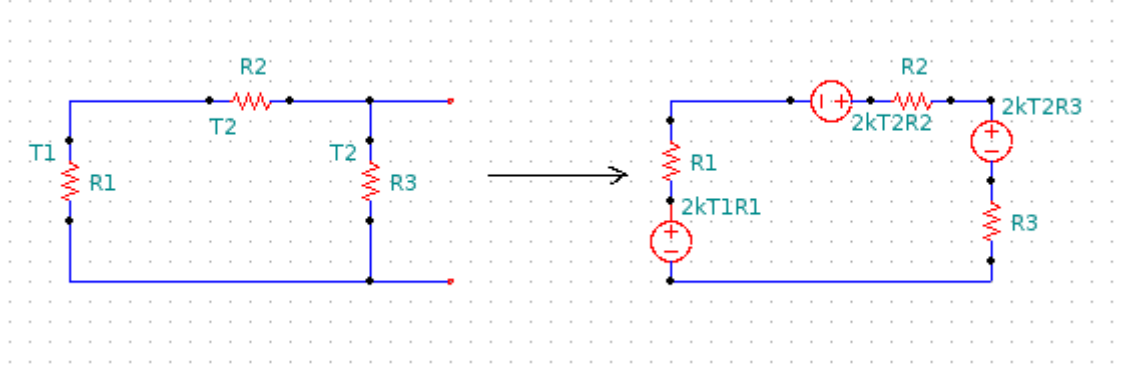
L'espressione della temperatura equivalente di rumore **complessivo riportata in ingresso** vale ovviamente:

$$T_{ei} = T_{eg} + T(A_d - 1)$$

**Esempio 4:** Calcolo del rumore di un partitore resistivo, visto come quadripolo.

A titolo di esercizio, ricalcoliamo, sulla base dei risultati ora acquisiti, il rumore introdotto dal sistema esaminato nell'Esempio 3 e verifichiamone la coincidenza.

Di seguito riportiamo lo schema circuitale:



Verifichiamo dunque che vale la seguente uguaglianza:

$$T_{eu} = T_1 G_d + T_{esu} \equiv T_{eq}$$

$$\text{con } T_{eq} = \frac{R_1 R_3}{R_\Sigma (R_1 + R_2)} \cdot T_1 + \frac{R_2 R_3 + (R_1 + R_2)^2}{R_\Sigma (R_1 + R_2)} \text{ prima calcolata (Es. 3) } .$$

Dobbiamo quindi calcolare il guadagno disponibile del sistema 2-porte rappresentato dal partitore resistivo  $R_2 R_3$ , la cui espressione generale abbiamo ricavato essere:

$$G_d(f) = \frac{|Z_{21}|^2}{|Z_{11} + Z_g|^2} \cdot \frac{R_g}{R_u} .$$

Ci servono quindi i parametri  $Z$  del partitore, che calcoliamo:

$$\begin{aligned} Z_{11} &\stackrel{\text{def}}{=} \left[ \frac{V_1}{I_1} \right]_{I_2=0} = R_2 + R_3 \\ Z_{22} &\stackrel{\text{def}}{=} \left[ \frac{V_2}{I_2} \right]_{I_1=0} = R_3 \\ Z_{12} &\stackrel{\text{def}}{=} \left[ \frac{V_1}{I_2} \right]_{I_1=0} = R_3 \\ Z_{21} &\stackrel{\text{def}}{=} \left[ \frac{V_2}{I_1} \right]_{I_2=0} = R_3 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{Z}} = \begin{bmatrix} R_2 + R_3 & R_3 \\ R_3 & R_3 \end{bmatrix}$$

Calcoliamo ora i parametri sistemistici del quadripolo partitore:

$$R_u \equiv Z_u = Z_{22} - \frac{Z_{12} Z_{21}}{Z_g + Z_{11}} = R_3 - \frac{R_3^2}{R_\Sigma} = \frac{R_3 (R_1 + R_2)}{R_\Sigma} \Rightarrow G_d(f) = \dots = \frac{R_1 R_3}{R_\Sigma (R_1 + R_2)} \leq 1$$

Sostituendo infine questa espressione nella formula che relaziona le temperature

equivalenti otteniamo:

$$T_{eu} = T_1 G_d + T_{esu} = \frac{R_1 R_3}{R_\Sigma (R_1 + R_2)} \cdot T_1 + \left[ 1 - \frac{R_1 R_3}{R_\Sigma (R_1 + R_2)} \right] \cdot T_2 = \frac{R_1 R_3}{R_\Sigma (R_1 + R_2)} \cdot T_1 + \frac{R_2 R_3 + (R_1 + R_2)^2}{R_\Sigma (R_1 + R_2)} \cdot T_2$$

c.v.v.

### **Osservazione:**

Guardando l'espressione della temperatura equivalente di rumore di un sistema due porte passivo,  $T_{esu} = T(1 - G_d)$ , si evince che il rumore di un sistema passivo cresce, oltre che al crescere della temperatura, anche con il crescere delle perdite introdotte dal sistema. Questo ci indica che, a meno che tale tipo di rete non debba essere un attenuatore, essa deve introdurre perdite minime, se non si vuole incrementare il rumore che introduce. A questo proposito consideriamo un esempio numerico, analizzando il comportamento di una linea di trasmissione con perdite. Consideriamo quattro valori diversi di attenuazione introdotta dalla linea di trasmissione, supposta a  $T = 300\text{ K}$  e valutiamone la corrispondente  $T_{esu}$ .

La seconda colonna della Tabella riporta i risultati, confermando quanto detto.

Supponiamo poi un generatore con una  $T_{eg} = 600\text{ K}$  applicato alla linea e valutiamo la temperatura equivalente di rumore in uscita dal sistema, riferita al rumore **complessivo**. Si hanno i risultati riportati nella terza colonna:

Att. disponibile	Rumore del sistema	Rumore complessivo
<b>A<sub>d</sub>=10 dB</b>	$T_{esu} = 300 \cdot \left( 1 - \frac{1}{10} \right) = 270\text{ K}$	$T_{eu} = 270 + \frac{600}{10} = 330\text{ K}$
<b>A<sub>d</sub>=3 dB</b>	$T_{esu} = 300 \cdot \left( 1 - \frac{1}{2} \right) = 150\text{ K}$	$T_{eu} = 150 + \frac{600}{2} = 450\text{ K}$
<b>A<sub>d</sub>=1 dB</b>	$T_{esu} = 300 \cdot \left( 1 - \frac{1}{1,26} \right) \approx 60\text{ K}$	$T_{eu} = 60 + \frac{600}{1,26} = 540\text{ K}$
<b>A<sub>d</sub>=0.1 dB</b>	$T_{esu} = 300 \cdot \left( 1 - \frac{1}{1,023} \right) \approx 7\text{ K}$	$T_{eu} = 7 + \frac{600}{1,023} = 596\text{ K}$

Quantitativamente si osserva che, con un generatore con temperatura equivalente di rumore pari a  $600\text{ K}$ , mentre i contributi di rumore del sistema 2-porte diminuiscono al diminuire delle perdite del sistema, la situazione in termini di rumore complessivo peggiora, e questo rimane valido in generale se  $T_{eg} > T$ . Questa apparente contraddizione è tale in quanto dobbiamo tenere presente che in un sistema di telecomunicazione, come già richiamato precedentemente, non è importante tanto il livello assoluto del rumore, quanto il valore del rapporto segnale-rumore. Di conseguenza, un sistema con elevate perdite attenuerà molto il rumore in ingresso (generato dagli stadi a monte) ma anche il segnale utile. Viceversa, un sistema con basse perdite attenuerà poco il segnale utile e il rumore degli stadi a monte. Pertanto il rapporto segnale-rumore in uscita da un sistema con perdite sarà sicuramente peggiore di quello in ingresso, ma l'entità della degradazione diminuisce al diminuire delle perdite del sistema. Questa affermazione sarà ulteriormente discussa nel seguito.

## Parametri del rumore dei sistemi 2-porte attivi

Per gli scopi di questo Corso non è necessario analizzare i diversi meccanismi fisici che generano il rumore nei singoli dispositivi attivi presenti in un sistema 2-porte: ci basta poter esprimere il rumore complessivo (termico e non termico) introdotto dal sistema, mediante parametri **sistemistici** del nostro quadripolo attivo, come ad es. la temperatura equivalente di rumore già introdotta, che quantifica il rumore complessivo, sotto specificate condizioni operative del sistema. Storicamente però, nel trattare i sistemi 2-porte **attivi** (quali ad es. gli amplificatori) si è ricorsi ad un parametro alternativo alla temperatura equivalente di rumore, la cosiddetta **cifra di rumore** (*Noise Figure*) del sistema. La cifra di rumore che andiamo a definire è un parametro **puntuale**, nel senso che esso in generale è funzione della frequenza, come lo è la temperatura equivalente di rumore. Essa può essere definita in più modi, tutti equivalenti. Un primo modo, che è quello che preferiamo, definisce la cifra di rumore come il rapporto tra la densità spettrale di potenza media di rumore **complessivo** (sistema + sorgente che lo alimenta) disponibile in uscita dal sistema, e quella che avremmo in uscita **se** il sistema fosse privo di rumore proprio:

$$F(f, T_{eg}) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{S_{nd}(f)}{S'_{nd}(f)}, \text{ dove quindi indichiamo con } S_{nd} \text{ la densità spettrale di potenza media}$$

di rumore in uscita dal sistema e  $S'_{nd}$  la densità spettrale di potenza media di rumore che avremmo in uscita nel caso ideale, cioè se il sistema non introducesse rumore e quindi in uscita avessimo solo il rumore generato dalla sorgente.

Per come è definita, la cifra di rumore dipende, oltre che dalla frequenza, **anche** dalla particolare temperatura di rumore della sorgente posta al suo ingresso. Inoltre, trattandosi di sistemi 2-porte attivi, la cifra di rumore dipende, oltre che dalla temperatura a cui il sistema si trova e dall'impedenza della sorgente che lo alimenta, anche dalle condizioni di polarizzazione dei dispositivi attivi in esso presenti.

Dalla definizione data, è possibile ricavare la relazione tra cifra di rumore e temperatura equivalente di rumore:

$$F(f, T_{eg}) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{S_{nd}}{S'_{nd}} = \frac{1/2k(T_{eg} + T_{es})G_d}{1/2kT_{eg}G_d} = \frac{T_{eg} + T_{es}}{T_{eg}} = 1 + \frac{T_{es}(f)}{T_{eg}} \geq 0 \text{ dB}$$

Il valore minimo viene raggiunto da un sistema ideale che non introduca rumore e rappresenta quindi un limite inferiore dei sistemi reali.

Un'altra possibile definizione di cifra di rumore, in tutto equivalente a quella appena data, è quella basata sul rapporto segnale-rumore in ingresso rispetto a quello in uscita dal sistema:

$$F'(f, T_{eg}) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{SNR_g}{SNR_u}, \text{ dove } SNR_g \text{ indica il rapporto segnale-rumore (puntuale) del bipolo}$$

generatore prima introdotto e  $SNR_u$  l'analogo rapporto segnale-rumore in uscita dal sistema. Espressa in questi termini, la cifra di rumore puntuale assume il significato fisico di indicazione dell'entità della degradazione che il rapporto segnale-rumore subisce a causa dell'inserimento del sistema. Verifichiamo ora che le due definizioni sono equivalenti:

$$F'(f, T_{eg}) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{SNR_g}{SNR_u} = \frac{S_{gd}}{1/2kT_{eg}} \cdot \frac{1/2k(T_{eg} + T_{es})G_d}{S_{gd}G_d} = 1 + \frac{T_{es}}{T_{eg}} = F(f, T_{eg}), \text{ come sopra.}$$

E' utile introdurre, per comodità, la **cifra di rumore standard**, definita come quella calcolata nell'ipotesi di una sorgente con temperatura di rumore standard  $T_0 = 290\text{ K}$ . Dalla definizione si ottiene anche la seguente relazione con la temperatura equivalente di rumore:

$$F_0(f) \stackrel{\text{def}}{=} F(f, T_{eg} = T_0) = 1 + \frac{T_{es}(f)}{T_0} \quad \text{e inversamente: } T_{es}(f) = T_0 [F_0(f) - 1] .$$

Dalla conoscenza di  $F_0$  si può ovviamente risalire alla  $F(f, T_{eg})$ :

$$F(f, T_{eg}) = 1 + [F_0(f) - 1] \cdot \frac{T_0}{T_{eg}}$$

Ovviamente,  $F_0$  indica l'entità della degradazione del rapporto segnale-rumore **solo se** il rumore della sorgente in termini di temperatura equivalente è pari a 290 K.

Infine, un'altra possibile definizione di cifra di rumore fa riferimento al rapporto tra gli spettri di potenza **assorbita** dal carico, anziché tra gli spettri di potenza **disponibile**. Per il parametro cifra di rumore puntuale, le due definizioni coincidono ancora:

$$F''(f, T_{eg}) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{S_{nc}}{S'_{nc}} = \frac{S_{nd} \cdot M_u}{S'_{nd} \cdot M_u} = F(f, T_{eg}) .$$

dove  $M_u$  indica il fattore di adattamento tra sistema 2-porte e carico, prima definito.

Ricaviamo ora l'espressione della potenza di rumore effettivamente assorbita dal carico, in funzione della temperatura equivalente oppure della cifra di rumore del sistema:

$$P_{nc} = \int_0^\infty S_{nd}(f) M_u(f) df = \int_0^\infty k [T_{eg}(f) + T_{es}(f)] G_d(f) \cdot \frac{4 R_u(f) R_c(f)}{|Z_u(f) + Z_c(f)|^2} df$$

$$P_{nc} = \int_0^\infty k [ [F_0(f) - 1] T_0 + T_{eg}(f) ] \cdot G_d(f) \cdot \frac{4 R_u(f) R_c(f)}{|Z_u(f) + Z_c(f)|^2} df$$

**Osservazione:** se e solo se  $T_{eg} = T_0 = 290\text{ K}$  e c'è adattamento di potenza possiamo scrivere la semplice espressione:

$$P_{nc} = k T_0 \int_0^\infty F_0(f) G_d(f) df .$$

Proviamo ora ad esprimere la cifra di rumore di un sistema passivo a temperatura  $T$ :

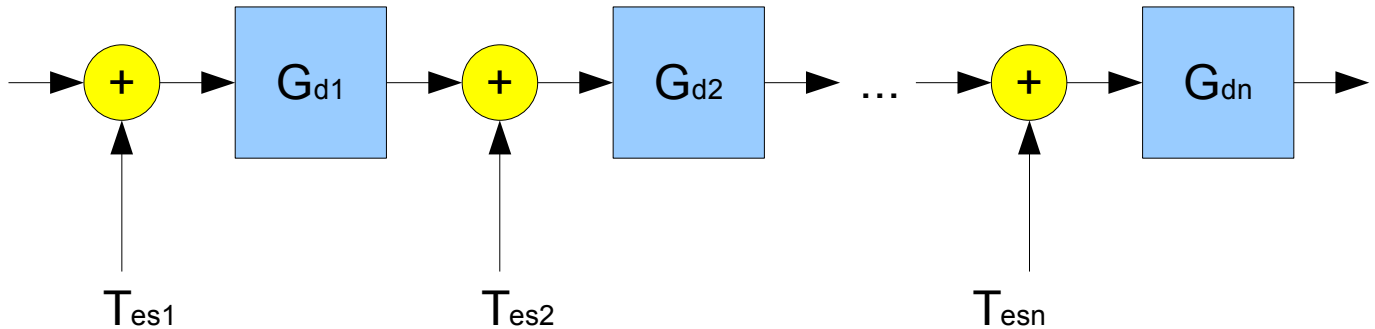
$$F(f, T_{eg}) = 1 + \frac{T_{es}}{T_{eg}} = 1 + \frac{T[A_d(f) - 1]}{T_{eg}} ;$$

$$\text{Caso particolare: se } T_{eg} = T \Rightarrow F(f, T_{eg}) = 1 + \frac{T[A_d(f) - 1]}{T} \equiv A_d(f)$$

L'ultima espressione conferma quanto precedentemente detto: all'aumentare dell'attenuazione introdotta da uno stadio del nostro sistema di telecomunicazione, il rapporto segnale-rumore del sistema peggiora.

## Formula di Friis

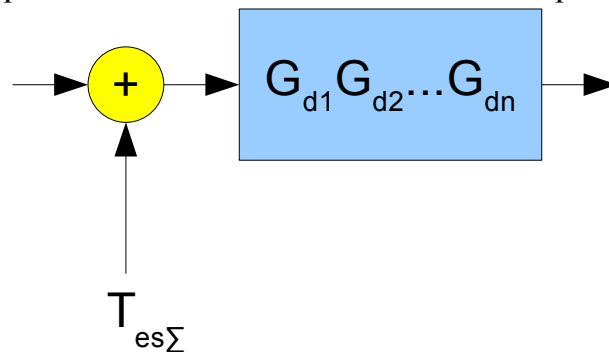
Supponiamo di avere un certo numero di blocchi LTI connessi in cascata, ognuno con la sua componente di rumore:



Possiamo riportare tutti i contributi di rumore all'ingresso della cascata. Per farlo dobbiamo dividere ciascun contributo per il guadagno disponibile di tutti i blocchi a monte, ottenendo la nota **formula di Friis**, espressa in termini di temperature equivalenti:

$$T_{es\Sigma}(f) = T_{es1}(f) + \frac{T_{es2}(f)}{G_{d1}(f)} + \frac{T_{es3}(f)}{G_{d1}(f)G_{d2}(f)} + \dots + \frac{T_{esn}(f)}{G_{d1}(f)G_{d2}(f)G_{d3}(f)\dots G_{d(n-1)}(f)} \quad .$$

Da questa formula otteniamo l'importante risultato di poter schematizzare una qualsiasi cascata di un qualunque numero di blocchi LTI rumorosi in questo modo:



Ricordando che  $T_{esi}(f) = [F_{oi}(f) - 1]T_0$ , si ottiene la nota formula di Friis espressa in termini di cifra di rumore (standard):

$$F_{0\Sigma}(f) = F_{01}(f) + \frac{F_{02}(f) - 1}{G_{d1}(f)} + \dots + \frac{F_{0n}(f) - 1}{G_{d1}(f)G_{d2}(f)\dots G_{d(n-1)}(f)}$$

Si osserva che il rumore generato da una cascata di blocchi dipende in modo prevalente solo dal rumore introdotto dal primo blocco, se questo è dotato di guadagno elevato. Conseguentemente, se vogliamo contenere il rumore introdotto da una cascata di sistemi 2-porte, è opportuno che il primo blocco abbia **bassa cifra di rumore** (pesa per intero nella formula di Friis) ed **elevato guadagno**. Un sistema con tali caratteristiche viene indicato con l'acronimo LNA (*Low Noise Amplifier*).

All'opposto, partire con un primo blocco della cascata a elevata cifra di rumore e guadagno inferiore all'unità (come ad es. un attenuatore, oppure un *mixer* passivo) è da sconsigliare, se vogliamo contenere il rumore.

Le considerazioni fatte valgono per connessioni di più blocchi in cascata che non prevedano controreazioni tra i vari blocchi, come sarà meglio chiarito quando tratteremo dei ricevitori.

## Parametri di rumore medi

Per caratterizzare sistemisticamente il rumore introdotto dai sistemi 2-porte, oltre ai parametri puntuali  $F_0(f)$  e  $T_{es}(f)$ , si possono definire due corrispondenti parametri medi, ovvero non dipendenti dalla frequenza:  $F_0$  e  $T_{es}$ . Questi semplici parametri possono essere sufficienti nel caso di sistemi passa-banda a banda stretta.

In analogia a quanto visto per l'analogo parametro puntuale, la definizione della **cifra di rumore media standard** è la seguente:

$F_0 \stackrel{\text{def}}{=} \frac{P_{nd}}{P'_{nd}}$ , dove  $P_{nd}$  indica la potenza media di rumore disponibile in uscita dal sistema e

$P'_{nd}$  la potenza media di rumore disponibile che si avrebbe in uscita se il sistema fosse **ideale** dal punto di vista del rumore, cioè se l'unica fonte di rumore in uscita fosse quello originato dalla sorgente in ingresso al sistema 2-porte. Ricordiamo per confronto che la cifra di rumore puntuale era stata definita come rapporto tra densità spettrali di potenze disponibili, ottenendo per l'appunto un parametro funzione della frequenza.

Se la sorgente di rumore ha una temperatura equivalente di rumore **standard** ( $T_{eg}(f) = T_0$ ), la potenza media disponibile di rumore in uscita al sistema può essere espressa, dalla definizione precedente, come:

$$P_{nd} = F_0 \cdot P'_{nd} = F_0 \int_0^\infty k T_0 G_d(f) df = k T_0 F_0 \int_0^\infty G_d(f) df.$$

Se definiamo **banda equivalente di rumore** di un quadripolo l'espressione:

$$B_n \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\int_0^\infty G_d(f) df}{G_{d0}}, \text{ dove } G_{d0} \text{ è il guadagno disponibile massimo (di solito circa a centro}$$

banda per sistemi passa-banda), allora, grazie a questa definizione, l'espressione precedente può essere scritta:

$$P_{nd} = k T_0 F_0 G_{d0} B_n.$$

Questa semplice espressione rappresenta la potenza media **disponibile** di rumore in uscita dal sistema, **nell'ipotesi** che la sorgente che lo alimenta abbia una temperatura equivalente di rumore pari alla temperatura standard  $T_0 = 290 \text{ K}$ . Quindi essa rappresenta l'effettiva potenza media di rumore sul carico **solo se** siamo in condizione di **massimo trasferimento di potenza in uscita**, e la sorgente si trova a temperatura equivalente **standard**. In tali ipotesi non è necessario conoscere la cifra di rumore puntuale, ma è sufficiente la cifra di rumore media  $F_0$  per valutare la potenza media di rumore sul carico.

La potenza media disponibile di rumore in uscita generata dal solo sistema 2-porte può essere trovata per differenza e vale quindi:

$$P_{nd} - P'_{nd} = k T_0 F_0 G_{d0} B_n - k T_0 G_{d0} B_n = k T_0 (F_0 - 1) G_{d0} B_n.$$

Da questa possiamo ottenere l'espressione di  $P_{nd}$  in corrispondenza di una qualsiasi temperatura  $T_{eg}$ , sommando i due contributi:  $P_{nd} = k T_0 (F_0 - 1) G_{d0} B_n + \int_0^\infty k T_{eg}(f) \cdot G_d(f) df$ .

Se la temperatura di rumore del generatore può essere considerata costante ( $T_{eg}(f) \simeq T_{eg}$ ), almeno nella banda in cui il guadagno del sistema è significativamente diverso da zero, l'espressione precedente si semplifica:

$$P_{nd} = k T_0 (F_0 - 1) G_{d0} B_n + k T_{eg} G_{d0} B_n = k [T_0 (F_0 - 1) + T_{eg}] G_{d0} B_n.$$

Riassumendo, ai fini del calcolo della potenza media disponibile del rumore del quadripolo,

è sufficiente conoscere la sola cifra di rumore media; inoltre, ai fini del calcolo della potenza media disponibile del rumore complessivo, se  $T_{eg}$  è costante, delle caratteristiche di trasferimento del sistema è sufficiente conoscere solo il guadagno  $G_{d0}$  e la banda equivalente di rumore. Viceversa, se vogliamo calcolare le potenze medie di rumore **su carico generico**, dobbiamo conoscere come già visto il parametro di rumore puntuale e i parametri puntuali del trasferimento di potenza.

Abbiamo precedentemente visto anche come, per i parametri puntuali, la definizione di cifra di rumore riferita alle densità di potenza **disponibili** fosse equivalente alla definizione basata sulle densità di potenza su un **generico** carico:

$$F_0(f) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{S_{nd}(f)}{S'_{nd}(f)} \equiv \frac{S_{nd}(f)M_u(f)}{S'_{nd}(f)M_u(f)} = \frac{S_{nc}(f)}{S'_{nc}(f)} .$$

Le due definizioni **non** si equivalgono invece per i parametri medi: se infatti definiamo una cifra di rumore media riferendoci alle potenze medie calcolate sul carico,  $F'_0$ , si vede che:

$$F'_0 \stackrel{\text{def}}{=} \frac{P_{nc}}{P'_{nc}} = \frac{\int_0^\infty k T_0 F_0(f) G_d(f) M_u(f) df}{\int_0^\infty k T_0 G_d(f) M_u(f) df} \neq F_0 \text{ per via dell'integrale.}$$

**Tuttavia**, se si può considerare costante la cifra di rumore puntuale  $F_0(f)$ , gli integrali sopra scritti si semplificano e si ha equivalenza tra le due definizioni:  $[F'_0]_{F_0(f) \simeq F_0} \equiv F_0$ . **Anche** nel caso che  $M_u(f)$  sia costante, si ha uguaglianza tra le due definizioni.

Ricaviamo ora la relazione tra la cifra di rumore media e la cifra di rumore puntuale:

$$F_0 \stackrel{\text{def}}{=} \frac{P_{nd}}{P'_{nd}} = \frac{\int_0^\infty k [T_0 + T_{es}(f)] G_d(f) df}{\int_0^\infty k T_0 G_d(f) df} = \frac{k T_0 \int_0^\infty F_0(f) G_d(f) df}{k T_0 \int_0^\infty G_d(f) df} = \frac{\int_0^\infty F_0(f) \cdot G_d(f) df}{B_n G_{d0}}$$

Si osserva che se, almeno nella banda in cui il guadagno  $G_d(f)$  è significativo, la cifra di rumore puntuale  $F_0(f)$  può essere considerata costante, ( $F_0(f) \simeq F_0$ ) i due parametri vengono a **coincidere** numericamente.

È utile introdurre anche una **temperatura equivalente di rumore media**. In particolare ci interessa una definizione della temperatura equivalente media tale da dar luogo ad una relazione con la cifra di rumore media uguale a quella valida per gli analoghi parametri puntuali:

$$F_0(f) = 1 + \frac{T_{es}(f)}{T_0} \Leftrightarrow T_{es}(f) = T_0 [F_0(f) - 1] .$$

Questa definizione è la seguente:  $T_{es} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\int_0^\infty T_{es}(f) G_d(f) df}{B_n G_{d0}}$ . Grazie infatti ad essa, si può

introdurre il parametro  $T_{es}$  nell'espressione della potenza media disponibile di rumore:

$$P_{nd} = k T_{es} G_{d0} B_n + \int_0^\infty k T_{eg}(f) G_d(f) df \text{ e confrontandola con la precedente espressione di}$$

$P_{nd}$  in funzione di  $F_0$ , si ricava la relazione voluta:  $T_{es} = T_0 (F_0 - 1)$  e inversamente:

$F_0 = 1 + T_{es}/T_0$ . Anche in questo caso, se la temperatura equivalente di rumore del generatore  $T_{eg}(f)$  può essere considerata costante almeno nella banda in cui il guadagno del sistema è significativamente diverso da zero, ( $T_{eg}(f) \simeq T_{eg}$ ), l'espressione di  $P_{nd}$  si semplifica:  $P_{nd} = k (T_{es} + T_{eg}) G_{d0} B_n$ .



È interessante anche valutare se la cifra di rumore media possa essere definita **equivalentemente** in termini di rapporti segnale/rumore (in questo caso in termini di potenze medie), come abbiamo visto essere possibile per la cifra di rumore puntuale.

A tal fine, se definiamo il parametro  $F''_0 \stackrel{\text{def}}{=} \frac{SNR_g}{SNR_u}$ , possiamo esprimerlo:

$$F''_0 \stackrel{\text{def}}{=} \frac{SNR_g}{SNR_u} = \frac{\int_0^\infty S_{gd}(f) df}{kT_0 B_n} \cdot \frac{kT_0 B_n F_0 G_{d0}}{\int_0^\infty S_{gd}(f) G_d(f) df} = \frac{G_{d0} \int_0^\infty S_{gd}(f) df}{\int_0^\infty S_{gd}(f) G_d(f) df} \cdot F_0.$$

**Osservazione:** per dare significato fisico al confronto tra i due rapporti segnale-rumore, abbiamo valutato la potenza di rumore in ingresso nella banda equivalente del quadripolo.

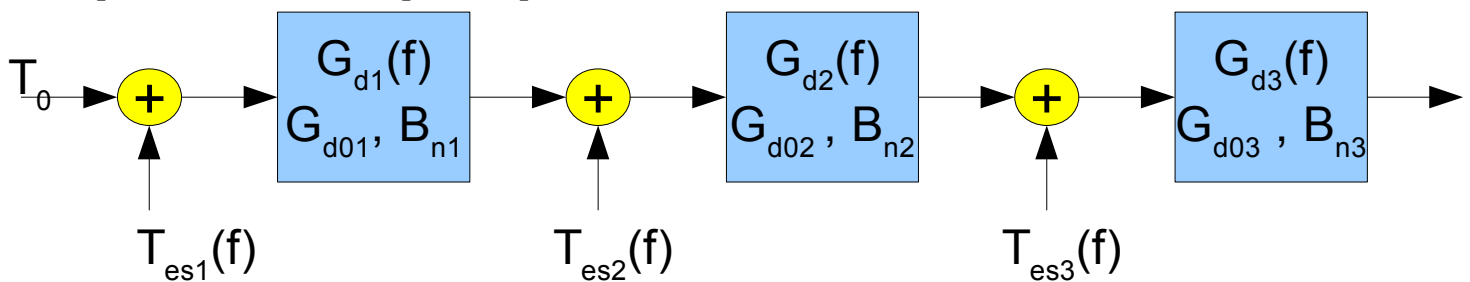
Dall'espressione scritta si osserva che se e solo se il guadagno disponibile del quadripolo si può considerare costante almeno nella banda in cui il segnale è significativamente diverso da zero ( $G_d(f) \simeq G_{d0}$ ), allora i due parametri coincidono:

$$[F''_0]_{G_d(f) \simeq G_{d0}} = \frac{G_{d0} \int_0^\infty S_{gd}(f) df}{G_{d0} \int_0^\infty S_{gd}(f) df} \cdot F_0 \equiv F_0. \quad \text{Normalmente però avviene che } G_d(f) \leq G_{d0},$$

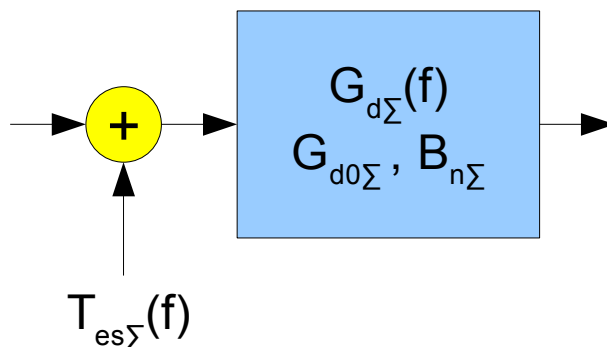
per cui si può dire che la cifra di rumore media rappresenta una valutazione un po' ottimistica della degradazione del rapporto segnale/rumore causata dall'introduzione del sistema: in realtà la effettiva degradazione è un po' maggiore di quanto indichi il valore della cifra di rumore media, mentre la cifra di rumore puntuale, invece, rappresenta sempre una valutazione precisa dell'entità di tale degradazione.

### Formula di Friis e cifre di rumore medie

È interessante verificare se si può applicare la formula di Friis ricavata per i parametri puntuali al caso dei parametri medi. A tal fine, consideriamo una cascata di sistemi due-porte, limitandoci a 3 per semplicità di scrittura:



Vogliamo rappresentare questa cascata con un unico sistema equivalente:



In riferimento a questo blocco complessivo abbiamo definito i seguenti parametri:

$$G_{d\Sigma}(f) \stackrel{\text{def}}{=} G_{d1}(f) G_{d2}(f) G_{d3}(f)$$

$$G_{d0\Sigma} \stackrel{\text{def}}{=} G_{d01} G_{d02} G_{d03}$$

$$B_{n\Sigma} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\int_0^\infty G_{d\Sigma}(f) df}{G_{d0\Sigma}}$$

La cifra di rumore media **complessiva** si esprime, dalla definizione:

$$F_{0\Sigma} = \frac{\int_0^\infty k [T_0 + T_{es1}(f)] G_{d\Sigma}(f) df + \int_0^\infty k T_{es2}(f) G_{d2}(f) G_{d3}(f) df + \int_0^\infty k T_{es3}(f) G_{d3}(f) df}{\int_0^\infty k T_0 G_{d\Sigma}(f) df}$$

Dall'espressione scritta si deduce che in generale la formula di Friis non è valida se si sostituiscono semplicemente i parametri medi a quelli puntuali.

Osserviamo però che nell'ipotesi di avere temperature equivalenti di rumore circa costanti ( $T_{esi}(f) \simeq T_{es i}(f_0) \simeq T_{es i}$ ), si può scrivere l'espressione precedente nella forma:

$$F_{0\Sigma} = 1 + \underbrace{\frac{T_{es1}}{T_0}}_{F_{01}} + \frac{\int_0^\infty G_{d2}(f) G_{d3}(f) df}{\int_0^\infty G_{d\Sigma}(f) df} \cdot \underbrace{\frac{T_{es2}}{T_0}}_{F_{02}-1} + \frac{\int_0^\infty G_{d3}(f) df}{\int_0^\infty G_{d\Sigma}(f) df} \cdot \underbrace{\frac{T_{es3}}{T_0}}_{F_{03}-1}$$

Si comincia a intravedere una certa somiglianza con la formula di Friis espressa con i parametri di rumore puntuali. Introduciamo ora due nuove bande equivalenti di rumore:

$$B_{n23} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\int_0^\infty G_{d2}(f) G_{d3}(f) df}{G_{d02} G_{d03}} \quad ; \quad B_{n3} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\int_0^\infty G_{d3}(f) df}{G_{d03}} \quad ; \quad \text{sostituendo queste espressioni nella}$$

relazione precedente, possiamo scrivere:

$$F_{0\Sigma} = F_{01} + (F_{02} - 1) \cdot \frac{B_{n23} G_{d02} G_{d03}}{G_{d01} G_{d02} G_{d03} B_{n\Sigma}} + (F_{03} - 1) \cdot \frac{B_{n3} G_{d03}}{G_{d01} G_{d02} G_{d03} B_{n\Sigma}}$$

Se ora **supponiamo** anche che tutte le bande equivalenti di rumore introdotte siano circa uguali, ipotesi che si può considerare valida se le bande dei vari sistemi della connessione in cascata vanno via via restringendosi dall'ingresso all'uscita, possiamo scrivere infine:

$$F_{0\Sigma} = F_{01} + \frac{F_{02} - 1}{G_{d01}} + \frac{F_{03} - 1}{G_{d01} G_{d02}} \quad .$$

Riassumendo possiamo dunque affermare che la formula di Friis vale anche utilizzando i parametri medi **se e solo se**  $T_{esi}(f) \simeq T_{es i}(f_0) \simeq T_{es i}$  **e**  $B_{n3} \simeq B_{n23} \simeq B_{n\Sigma}$  .

**Appunti dal corso di  
Sistemi di Telecomunicazione A. A. 2008/09  
Prof. Mario Fossi**

**3 - RUMORE ESTERNO**

**Cenno sull'ITU**

È utile per gli scopi del Corso dare qualche cenno su quella che rappresenta la massima organizzazione internazionale di **regolamentazione** e **standardizzazione** nel campo delle telecomunicazioni: l'**ITU** (*International Telecommunications Union*).

L'esigenza di armonizzare le tecnologie delle telecomunicazioni è stata presente fin dai tempi della telegrafia, che costituisce il primo sistema di telecomunicazione sviluppato: in Francia (Parigi, 1865) nacque con lo sviluppo del Telegrafo un Ente di regolamentazione, l'Unione Telegrafica Internazionale, per favorire le comunicazioni tra i vari Stati mediante tale tecnica.

Con l'invenzione della Radio tale Ente prese il nome di ITU (1934). Dopo la Seconda Guerra Mondiale, nel 1947, l'ITU divenne infine un'**Agenzia dell'ONU**. Quasi tutte le Nazioni aderiscono ad essa.

Come per tutte le agenzie dell'ONU, le decisioni dell'ITU non hanno di per sé validità legale all'interno delle singole legislazioni nazionali, ma è lasciato alle singole Nazioni il compito di legiferare in materia attenendosi alle indicazioni dell'ITU, che anche in tal senso sono indicate come “**Raccomandazioni**”.

Tra i compiti dell'ITU rientra l'indicazione di regole per un utilizzo ordinato ed efficiente dello **spettro radio**, tipica risorsa sovra-nazionale. Altro compito dell'ITU è quello di definire le caratteristiche generali degli standard di nuovi sistemi di telecomunicazione (ad es. sistemi di telefonia mobile di III generazione, Radio e Televisione digitale, ecc.).

L'ITU è strutturata in **tre** Settori: l'**ITU-R** (Radiocomunicazioni), che si occupa di dettare le regole per l'uso più efficiente possibile dello spettro radio; l'**ITU-T** (Telecomunicazioni), che si occupa di introdurre nuovi standard; l'**ITU-D** (*Development*), che si occupa di promuovere le nuove tecnologie delle telecomunicazioni nei Paesi in via di sviluppo.

Precedentemente l'ITU-R si chiamava CCIR (Comitato Consultivo Internazionale per le Radiocomunicazioni) e l'ITU-T si chiamava CCITT (Comitato Consultivo Internazionale per la Telegrafia e la Telefonia).

Da un punto di vista operativo, per affrontare i singoli problemi tecnici posti in discussione, all'interno dell'ITU sono costituiti opportuni **gruppi di studio**, composti da specialisti del problema da affrontare, appartenenti a Istituti di ricerca, Università, Industrie elettroniche, Organismi governativi del settore TLC: Le soluzioni tecniche fornite dai gruppi di studio vengono discusse nell'ambito prima di Assemblee Regionali (ad es. a livello europeo) e successivamente di Conferenze Mondiali, per infine essere approvate sotto forma di **Raccomandazioni**. Un altro prodotto dell'ITU sono i **Rapporti tecnici**.

In questo Corso faremo riferimento alle Raccomandazioni emesse dall'ITU-R.

Un altro compito importante dell'ITU è quello di aggiornare il **Regolamento delle Radiocomunicazioni** (*Radio Regulations*), che indica le modalità di utilizzo dello spettro radio.

A livello continentale e nazionale esistono anche altri Enti che si occupano di regolamentazione, in questo caso anche con valore di legge, interagendo con l'ITU. In Italia le regole sono dettate dal Ministero delle Comunicazioni. Nell'UE un ruolo importante è ricoperto dall'**ETSI** (*European Telecommunication Standard Institute*), che si occupa di promuovere nuovi standard validi per l'Europa (ad es. GSM, UMTS, DVB), in armonia con le indicazioni generali date dall'ITU.

Secondo quanto riportato nel Regolamento delle Radiocomunicazioni, lo **spettro radio** è stato suddiviso dall'ITU in **bande**, indicate da un numero intero  $N$ ; l'estensione della banda  $N$  è  $(3 \cdot 10^{N-1}, 3 \cdot 10^N] \text{ Hz}$ , o in termini di lunghezza d'onda  $[10^{8-N}, 10^{9-N}) \text{ m}$ . Ad esempio, la banda numero 6 è compresa tra  $300 \text{ kHz}$  e  $3 \text{ MHz}$ .

Le differenti bande sono indicate anche con degli **acronimi**, secondo quanto indicato nella Tabella seguente, che riporta le bande principali:

$N$	<i>Acronimo</i>	<i>Estensione (f)</i>	<i>Estensione (<math>\lambda</math>)</i>	<i>Nome italiano</i>
4	VLF ( <i>Very Low Frequencies</i> )	$(3,30] \text{ kHz}$	$[10,100) \text{ km}$	Onde miriametriche
5	LF ( <i>Low F.</i> )	$(30,300] \text{ kHz}$	$[1,10) \text{ km}$	Onde chilometriche
6	MF ( <i>Medium F.</i> )	$(0.3,3] \text{ MHz}$	$[100,1000) \text{ m}$	Onde ettometriche o medie
7	HF ( <i>High F.</i> )	$(3,30] \text{ MHz}$	$[10,100) \text{ m}$	Onde decametriche o corte
8	VHF ( <i>Very H. F.</i> )	$(30,300] \text{ MHz}$	$[1,10) \text{ m}$	Onde metriche o ultracorte
9	UHF ( <i>Ultra H. F.</i> )	$(0.3,3] \text{ GHz}$	$[0.1,1) \text{ m}$	Onde decimetriche o microonde
10	SHF ( <i>Super H. F.</i> )	$(3,30] \text{ GHz}$	$[1,10) \text{ cm}$	Onde centimetriche o microonde
11	EHF ( <i>Extremely H. F.</i> )	$(30,300] \text{ GHz}$	$[1,10) \text{ mm}$	Onde millimetriche
12	/	$(300,3000] \text{ GHz}$	$[0.1,1) \text{ mm}$	Onde decimillimetriche

A titolo di esempio, la banda VLF è utilizzata per i collegamenti con i mezzi sottomarini; la banda LF è utilizzata per collegamenti radio oltre l'orizzonte ottico; la banda MF per i servizi di radiodiffusione (radiofonia); le bande VHF e UHF per le trasmissioni televisive da rete terrestre; la banda SHF per i collegamenti via satellite. Infine la banda 12 a tutt'oggi serve solo per usi sperimentali.

Si osserva che in questo tipo di ripartizione, le ampiezze delle bande crescono esponenzialmente al crescere della frequenza, e nel caso delle bande più alte l'estensione di frequenza è molto grande e quindi troppo generica in termini di indicazione di frequenza. Per ovviare a questa difficoltà, esiste anche una divisione in bande di estensioni più ristrette, ma non ufficializzata a livello internazionale dall'ITU e quindi per essa le interpretazioni delle estensioni delle singole bande possono variare.

Questa suddivisione fa corrispondere ad ogni banda una lettera, secondo quanto indicato nella Tabella della pagina seguente, con riferimento alle bande più utilizzate.

Si osserva come tutte queste bande siano comprese quasi esclusivamente in sole due bande ITU (UHF e SHF), per cui effettivamente con esse si ha una suddivisione dello spettro in bande più ristrette e quindi maggiormente indicative.

<i><b>Banda</b></i>	<i><b>Possibile Estensione (GHz)</b></i>	<i><b>Estensione approssimata (GHz)</b></i>
<i>F</i>	0,22 – 0,39	
<i>L</i>	0,39 – 1,55	intorno al GHz
<i>S</i>	1,55 – 4,20	2 - 4
<i>C</i>	4,20 – 5,75	4 – 6
<i>X</i>	5,75 – 10,9	6 – 10
<i>K</i>	10,9 - 36	suddivisa in due sottobande:
<i>K<sub>u</sub></i>		10 - 14
<i>K<sub>a</sub></i>		20 - 30
<i>Q</i>	36 - 46	
<i>V</i>	46 - 56	

In ambito ITU i differenti tipi di **sistemi di telecomunicazione** sono classificati in termini di tipologie di “**servizi**” all'interno dei quali essi operano.

In particolare, sono definiti i seguenti principali tipi di servizio:

- servizio **fisso**: comunicazioni radio tra due punti fissi sulla superficie terrestre;
- servizio **fisso via satellite**: comunicazioni radio tra stazioni fisse sulla superficie terrestre, mediante l'utilizzo di un ripetitore satellitare;
- servizio **mobile**: comunicazione radio tra due stazioni di cui almeno una è mobile;
- servizio **mobile aeronautico**: comunicazioni tra un aereo e un altro aereo oppure tra un aereo ed una stazione fissa terrestre;
- servizio **mobile marittimo**: comunicazioni tra nave e nave oppure tra nave e terraferma;
- servizio **mobile terrestre**: servizi mobili tra stazioni sulla superficie terrestre;
- servizio di **radiodiffusione**: comunicazione in *broadcasting* (punto – multipunto, o anche detta “*circolare*”, ad es. radio e TV);
- servizio di **radiolocalizzazione**: i radar;
- servizio di **radionavigazione**: servizi radio necessari per il controllo della navigazione marittima ed aerea;
- servizio di **radioamatore**: privati che comunicano in modo amatoriale in una precisa porzione dello spettro;
- servizio di **radioastronomia**: radiotelescopi, che hanno lo scopo di captare segnali radio provenienti dallo spazio.

Nel Regolamento delle Radiocomunicazioni dell'ITU, ad ognuno di questi servizi è assegnata una o più bande di frequenza in cui ciascuno deve operare. Per ragioni storiche, la Terra è stata ripartita in 3 Regioni, al cui interno le attribuzioni delle frequenze ai vari servizi possono anche leggermente differire.

Può anche avvenire che in una stessa banda di frequenze siano ammessi più servizi, di cui eventualmente uno definito **primario** (ovvero con priorità su gli altri) ed i restanti **secondari**. In Italia tale assegnazione ITU è stata recepita dal Ministero delle Comunicazioni, che la ha tradotta nel **Piano nazionale delle frequenze**. Le concessioni delle frequenze per i vari servizi sono gestite dal Ministero delle comunicazioni o dal Ministero della Difesa.

Dal Piano Nazionale delle Frequenze (reperibile nel sito web [www.comunicazioni.it](http://www.comunicazioni.it)), si può osservare ad es. che la banda tra 526,5 e 1606,5 *kHz* (delle onde medie) è stata assegnata al servizio di radiodiffusione del suono in AM, mentre la radiodiffusione del suono in FM usa la banda tra 87,5 e 108 *MHz*. Quest'ultima risulta tra l'altro la porzione di spettro radio in assoluto più pesantemente impegnata.

## RUMORE ESTERNO

Costituisce quella parte del rumore complessivo da cui è interessato un sistema di radiocomunicazione, che si genera **esternamente** agli apparati trasmittente e ricevente, nel dielettrico in cui avviene la propagazione delle onde radio. È tuttavia prassi considerare come rumore esterno anche quello che si genera internamente alle antenne trasmittente e ricevente, che assieme al dielettrico interposto costituiscono il “canale radio” come da noi prima definito:



Normalmente però il rumore generato internamente all'antenna trasmittente può essere ignorato, così come quello interno al trasmettitore, in quanto in quel punto del sistema di telecomunicazione c'è di norma una potenza di segnale utile elevata e quindi - dato il basso livello del rumore - un rapporto segnale/rumore molto elevato.

In ambito ITU, il rumore esterno è detto **radio noise**. Esiste una Raccomandazione dell'ITU-R (P-372, dove “P” sta per “Propagazione”), che indica le modalità per quantificare i vari contributi di rumore esterno, ed alla quale faremo prevalentemente riferimento.

Molteplici sono le cause fisiche di rumore esterno, tuttavia in ciascuna banda di frequenza normalmente non sono presenti tutti i tipi di rumore esterno: di conseguenza è conveniente studiare i differenti tipi di rumore in corrispondenza delle diverse bande di lavoro in cui ciascuno di essi risulta prevalente, a partire dalle bande più basse.

### Rumore atmosferico-meteorologico (bande VLF, LF, MF, HF)

Le onde radio che si propagano nell'atmosfera subiscono un disturbo proveniente dalle scariche elettrostatiche di origine meteorologica, di cui l'evidenza maggiore è rappresentata dai fulmini. Queste scariche sono disturbi di tipo **impulsivo** e occupano perciò una banda molto estesa di frequenze. L'entità di tale disturbo decresce al crescere della frequenza, diventando trascurabile rispetto ad altre fonti di rumore per frequenze superiori a qualche decina di *MHz*. Tali disturbi sono imprevedibili, per cui non è realistico farne una trattazione deterministica ma bisogna ragionare in termini di **valori medi statistici**. L'entità di tale disturbo presenta alcune caratteristiche tipiche, che illustriamo. Una prima caratteristica è la dipendenza dalla stagione dell'anno considerata: nella stagione estiva infatti le scariche elettriche sono più frequenti rispetto a quella invernale. Inoltre c'è una

dipendenza dalla fascia oraria considerata. Geograficamente infine, il rumore atmosferico è massimo intorno alle latitudini tropicali e decresce avvicinandosi ai poli, dove raggiunge mediamente i valori minimi. A parità di latitudine esso dipende notevolmente dalla longitudine.

Questo tipo di rumore è stato quantificato attraverso delle mappe a curve di livello ottenute in base a campagne di misura condotte dall'ITU-R.

Ad es. nella figura 30a a pagina 6 è rappresentato il valore del rumore atmosferico meteorologico in Estate, nella fascia oraria dalle 12:00 alle 16:00 (stagione ed ora locale).

Il parametro riportato  $F_{am}$  è il valore **mediano** (ovvero quel valore che ha il 50% di probabilità di essere superato) della **cifra di rumore d'antenna**  $F_a$ , da non confondere con quella di un quadripolo, definita come:

$$F_a^{\text{def}} = \frac{P_{nd}}{k T_0 B}, \text{ dove con } P_{nd} \text{ si è indicata la potenza media di rumore disponibile in uscita}$$

dall'antenna nella banda  $B$  considerata, tipicamente qualche  $\text{kHz}$ , per cui il parametro può essere considerato di tipo puntuale rispetto alla frequenza.  $T_0$  indica la temperatura standard (290 K). In analogia con i modelli di rumore introdotti per un bipolo, è possibile parlare di **temperatura (equivalente) di rumore d'antenna**, così relazionata alla cifra di rumore:

$$F_a^{\text{def}} = \frac{P_{nd}}{k T_0 B} = \frac{k T_a B}{k T_0 B} = \frac{T_a}{T_0} \Rightarrow T_a^{\text{def}} = F_a T_0.$$

La frequenza a cui sono state effettuate le misure sperimentali riportate nelle mappe dell'ITU-R è pari a 1 MHz.

Dalle curve di livello della figura 30a si osserva che per l'Italia (punto della mappa di latitudine  $40^\circ$  Nord e longitudine  $15^\circ$  Est) il valore è intorno ai 45 dB.

Nella figura 18a invece è rappresentata la situazione invernale, sempre nella fascia oraria dalle 12:00 alle 16:00. Per i motivi anzidetti, i valori sono notevolmente più bassi, per l'Italia attorno ai 30 dB.

Nella figura 32a (pagina 7) sono rappresentati nuovamente i valori estivi ma nella fascia notturna 20:00 – 24:00, che risultano notevolmente più elevati dei corrispondenti diurni: per l'Italia 70 dB. L'aumento è dovuto a un fenomeno di **allargamento dell'orizzonte radio**: durante il giorno la radiazione solare ionizza alcuni strati dell'atmosfera che in conseguenza della ionizzazione assorbono le radiazioni elettromagnetiche in essi incidenti. Di notte, in mancanza di tale forte ionizzazione, l'assorbimento atmosferico è minore e un'antenna è in grado di captare segnali e disturbi provenienti anche da sorgenti lontane, sfruttando la riflessione ionosferica delle relative onde radio. Quindi nelle ore notturne il rumore aumenta perché l'antenna capta disturbi provenienti anche da zone geografiche più lontane.

Nella figura 30b (pagina 7) è rappresentato l'andamento in frequenza della  $F_{am}$  distinta in una famiglia di curve. Fissato il sito e letto un certo valore in dB sulla mappa di fig. 30a, il valore del rumore alla frequenza di interesse lo si legge sulla corrispondente curva in dB della figura 30b. Ad es, in corrispondenza di un valore di 80 dB letto sulla mappa della figura 30a (che abbiamo detto essere riferito alla frequenza di lavoro di 1 MHz), sulla curva corrispondente della figura 30b si legge un valore di 110 dB se si lavora alla frequenza di 300 kHz, mentre si scende a 45 dB se si lavora a 5 MHz. In generale si nota una forte dipendenza dalla frequenza, con un *trend* alla decrescita al crescere della frequenza. Come risulta in generale dalle mappe riportate, i contributi di rumore meteorologico nelle bande basse di frequenza sono molto elevati.

Per questo motivo nelle bande di frequenza MF della radio AM il rapporto segnale/rumore

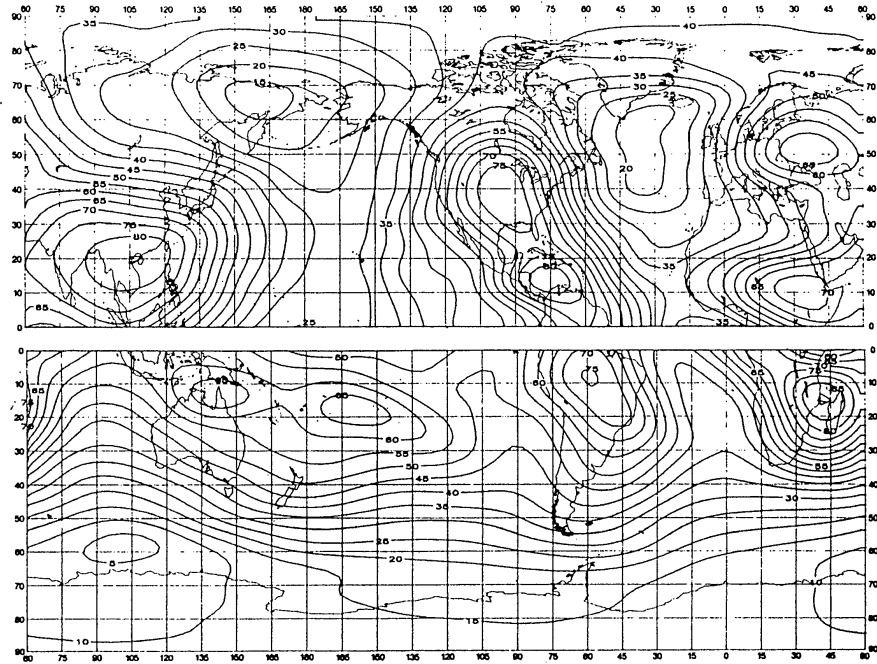


FIGURE 30a – Expected values of atmospheric radio noise,  $F_{arn}$  (dB above  $kT_0 b$  at 1 MHz) (Summer; 1200-1600 LT)

D48-1c

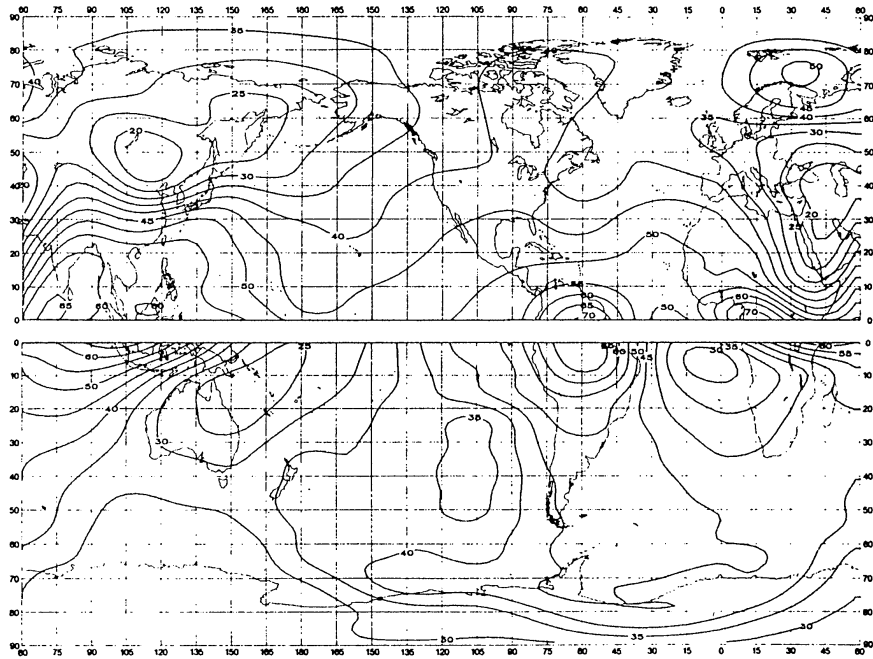


FIGURE 18a – Expected values of atmospheric radio noise,  $F_{arn}$  (dB above  $kT_0 b$  at 1 MHz) (Winter; 1200-1600 LT)

D14-4c



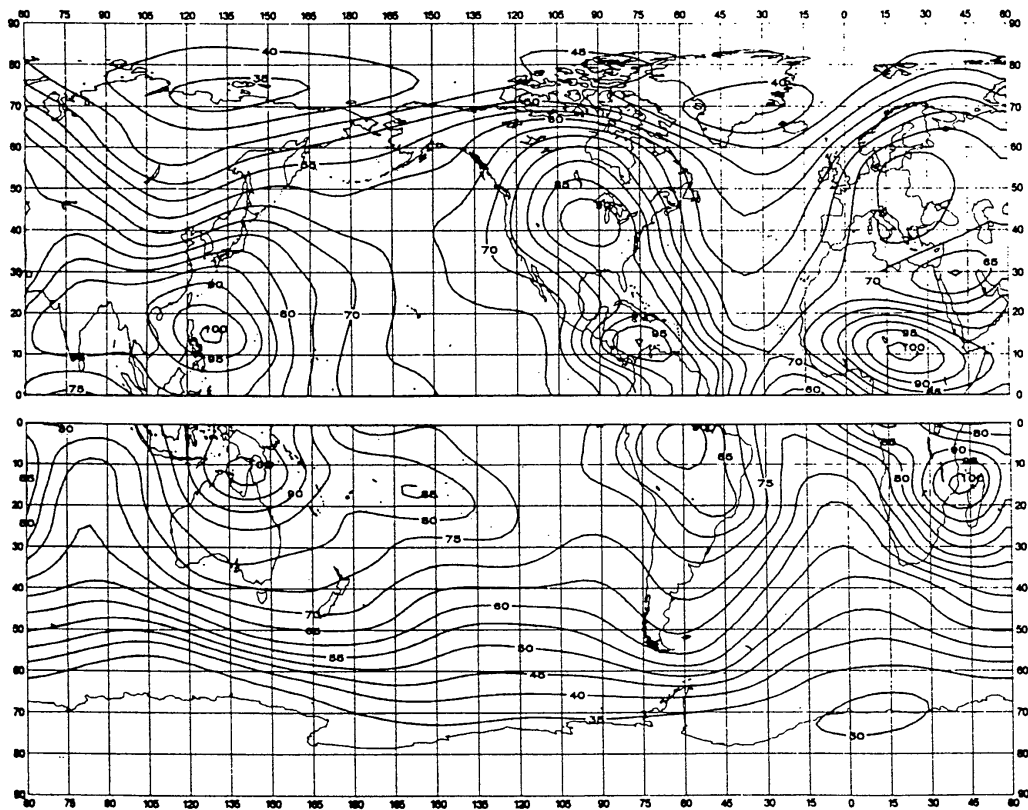


FIGURE 32a – Expected values of atmospheric radio noise,  $F_{am}$  (dB above  $kT_0 b$  at 1 MHz) (Summer; 2000-2400 LT)

FIGURE 10  
Median values of man-made noise power  
for a short vertical lossless grounded monopole antenna

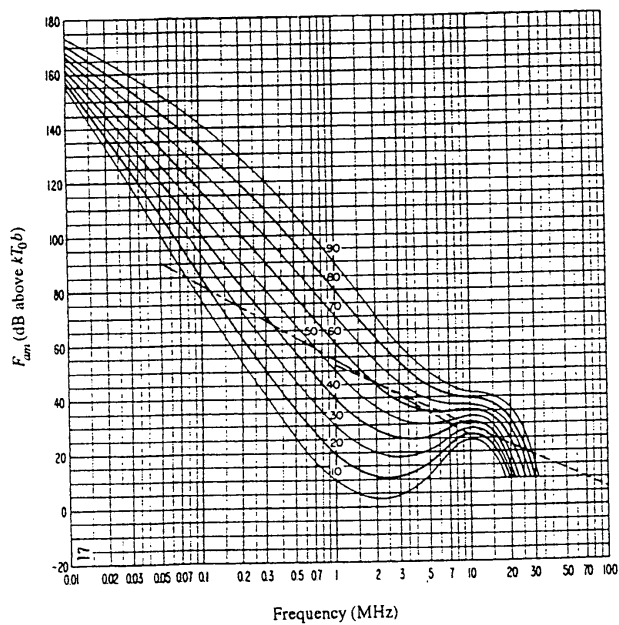
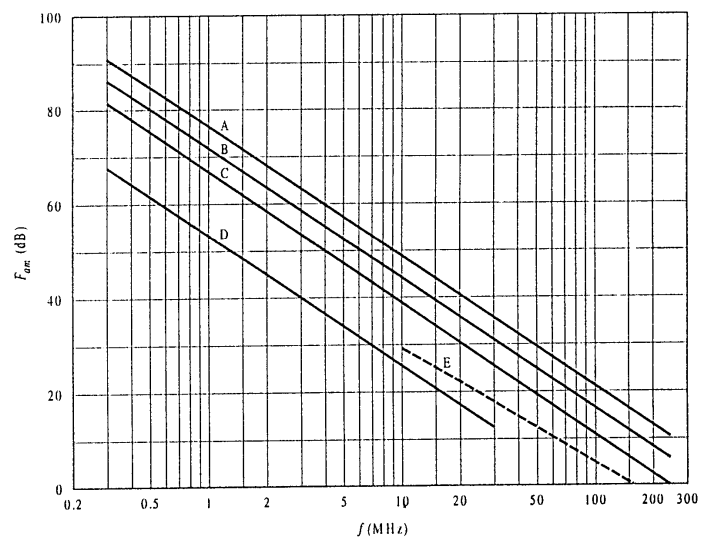


FIGURE 30b – Variation of radio noise with frequency  
(Summer; 1200-1600 LT)



Environmental category:

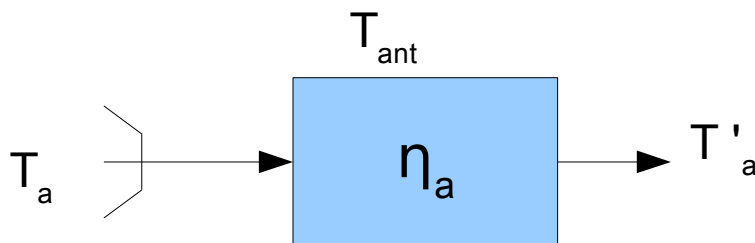
- Curves A: business
- B: residential
- C: rural
- D: quiet rural
- E: galactic (see § 6)

assume valori contenuti, a dispetto di potenze di trasmissione elevate: trovandosi a operare intorno a 1 MHz, la radiodiffusione in modulazione di ampiezza sconta infatti un rumore atmosferico molto alto.

I valori riportati nella Raccomandazione ITU-R citata sono riferiti ad un'antenna ideale (nel senso di priva di perdite interne dissipative), filare corta (distribuzione di corrente triangolare) del tipo a monopolo verticale su superficie PEC. Sono però applicabili ad antenne **verticali** reali con perdite, una volta noto il **rendimento o efficienza energetica** dell'antenna  $\eta_a$ , definito come rapporto tra potenza radiata dall'antenna e potenza in ingresso all'antenna. Infatti l'espressione della temperatura equivalente di rumore di un'antenna reale è:

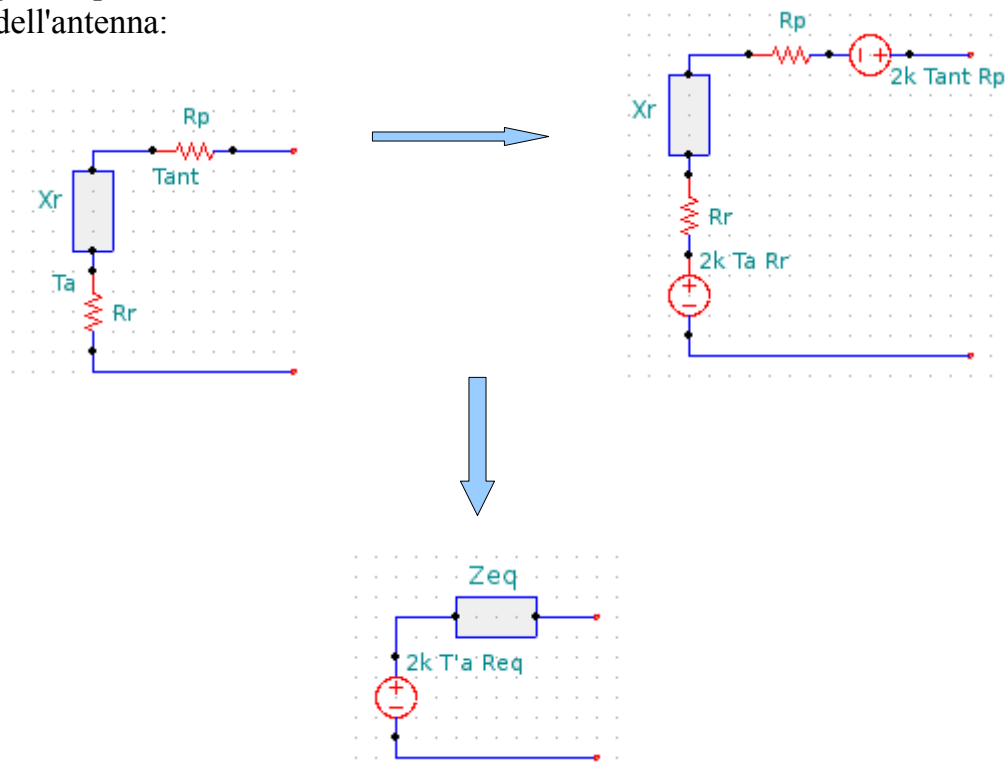
$$T'_a = \underbrace{\eta_a T_a}_{\text{contributo esterno all'antenna}} + \underbrace{(1-\eta_a) T_{ant}}_{\text{contributo delle perdite dell'antenna}}, \text{ dove si è indicato con } T'_a \text{ la temperatura di}$$

rumore dell'antenna reale, con  $T_a$  la temperatura di rumore dell'antenna ideale, che si ottiene ad es. dalle mappe viste e con  $T_{ant}$  la temperatura fisica (espressa in kelvin) a cui si trova l'antenna reale. Per giustificare tale espressione generale, conviene schematizzare un'antenna reale mediante il seguente schema a blocchi:



Da tale schema infatti, tenendo conto di quanto visto per il rumore di sistemi 2-porte passivi e considerato che  $\eta_a$  rappresenta il guadagno di potenza disponibile del blocco che tiene conto delle perdite, si ricava l'espressione sopra riportata della temperatura di antenna.

Peraltro questa può anche essere ricavata direttamente utilizzando il modello di tipo circuitale dell'antenna:



Quest'ultimo circuito è l'equivalente dell'antenna secondo Thévenin ai fini del rumore, dove  $R_r$  rappresenta la resistenza di radiazione,  $R_p$  la resistenza di perdita,  $X_r$  la reattanza dell'antenna e  $T'_a$  la temperatura equivalente di rumore dell'antenna. Andando a calcolare i parametri equivalenti del circuito di Thévenin si ottiene:

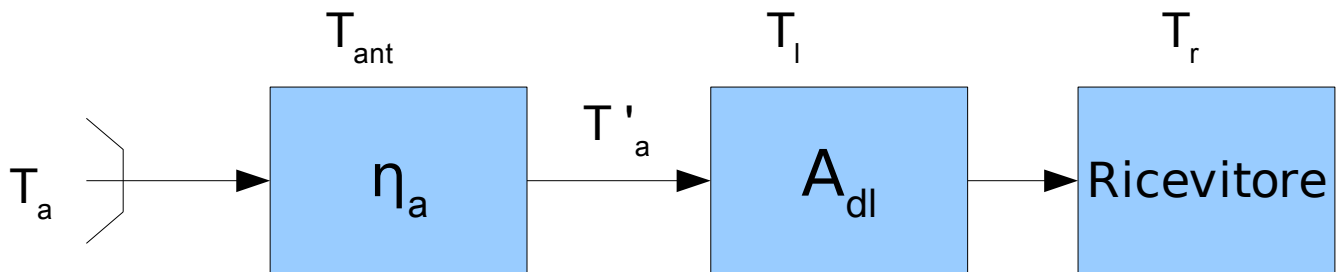
$$Z_{eq} = \underbrace{R_r + R_p}_{R_{eq}} + jX_r, \text{ mentre la densità spettrale di tensione equivalente complessiva}$$

è pari a:  $S_{vn}(f) = 2k(T_a R_r + T_{ant} R_p) \Rightarrow T'_a = \frac{R_r}{R_{eq}} T_a + \frac{R_p}{R_{eq}} T_{ant}$ , come prima ricavato

nell'espressione in cui compare  $\eta_a$ , tenuto conto che dalla definizione di rendimento energetico dell'antenna si ha:  $\eta_a = R_r/R_{eq}$ .

Si osservi che se il rendimento dell'antenna è molto basso, avviene che  $T'_a \rightarrow T_{ant}$ .

Il rumore **complessivo** di una catena ricevente, il cui schema a blocchi è riportato in figura, è quantificato dalla cosiddetta **temperatura di rumore di sistema**  $T_{sys}$ .



Se il ricevitore non è posto immediatamente a valle dell'antenna ricevente, la temperatura di rumore di sistema risulta pari alla somma (trattasi di contributi statisticamente indipendenti) di  $T'_a$ , dei contributi di rumore della linea di trasmissione (necessaria per collegare tra loro antenna ricevente e ricevitore) e di quelli del ricevitore, che si combinano secondo le regole già viste. Valutata in uscita dall'antenna, la  $T_{sys}$  si esprime allora:

$$T_{sys} = T'_a + T_r A_{dl} + T_l (A_{dl} - 1)$$

dove  $A_{dl}$  indica l'attenuazione disponibile della linea di trasmissione, supposta a temperatura  $T_l$ .

### Rumore *man-made* o antropico (bande LF, MF, HF, VHF, UHF)

Con il termine rumore *man-made* si intende quel disturbo radioelettrico generato da diverse attività dell'uomo: macchinari elettrici quali linee elettriche, motori elettrici, sistemi di accensione dei motori a scoppio, elettrodomestici, ecc.. Per poterlo stimare è opportuno distinguere in base al tipo di sito in cui il sistema di telecomunicazione si trova a operare.

L'ITU-R distingue 4 tipi di siti, a seconda della concentrazione di attività umane e di conseguenza di dispositivi responsabili del rumore man-made: **industriale (business)**, **residenziale (residential)**, **rurale (rural)** e **rurale tranquillo (quiet rural)**. Come il rumore atmosferico meteorologico, anche il rumore *man-made* presenta forte dipendenza dalla frequenza, decrescendo al crescere di questa, come si può vedere dalla figura 10 a pagina 7, che riporta il valore mediano della cifra di rumore per un'antenna dello stesso tipo di quella ipotizzata per le mappe del rumore meteorologico. È dunque necessario per

valutare la  $F_a$  tenere conto della **frequenza** di lavoro oltre che del **sito**. In linea generale, differentemente dal rumore meteorologico, il rumore man-made, come si osserva dalle curve riportate, è ancora significativo nelle bande VHF e nella prima parte delle UHF. Per un sito cittadino, l'ITU-R fornisce anche un'espressione analitica del valore mediano della cifra di rumore d'antenna, valida nell'intervallo di frequenze tra 200 e 900 MHz:

$$F_{am} = 44,3 - 12,3 \log_{10}(f) \quad \text{con } f \text{ espressa in MHz.}$$

Salendo in frequenza (**bande UHF, SHF**), il rumore meteorologico e quello *man-made* diventano trascurabili, mentre subentrano come fonte di rumore **prevalente** tre nuovi tipi di rumore:

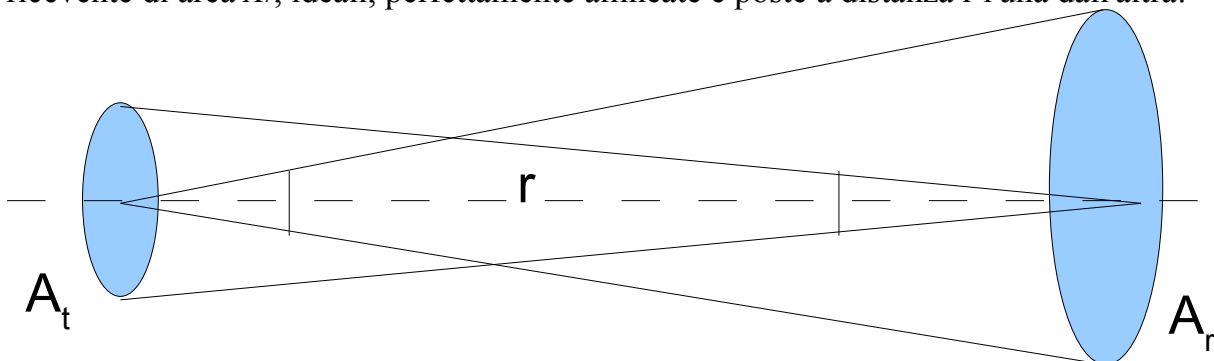
- rumore **galattico**: la nostra galassia, essendo formata da stelle, emette radiazioni elettromagnetiche su un'ampia gamma di frequenze comprese quelle radio. In realtà tali radiazioni sono presenti anche a frequenze più basse rispetto a quelle delle bande indicate, ma, specie al di sotto della banda VHF, giungono a terra fortemente attenuate dall'atmosfera terrestre;
- rumore da **assorbimento atmosferico**: alcune molecole presenti nell'atmosfera (ossigeno e acqua) hanno la proprietà di assorbire energia elettromagnetica e reirradiarla in forma di rumore;
- rumore del **terreno**, dipendente in gran parte dallo stato termico della superficie terrestre.

Anche se per quantificarli è opportuno distinguere tra loro questi tre tipi di rumore, tuttavia essi derivano tutti, direttamente o indirettamente, dalla radiazione che proviene dalla nostra galassia.

Nella banda di frequenze compresa tra qualche decina di MHz e 1 GHz, il rumore preponderante è quello antropico insieme a quello galattico (come si può vedere dalla figura 10 citata); al di sopra di qualche GHz il rumore galattico diventa trascurabile rispetto a quello di assorbimento atmosferico e del terreno.

Per quantificare complessivamente questi tipi di rumore è necessario introdurre un modello di temperatura equivalente più generale di quello legato alla cifra di rumore d'antenna finora utilizzato: questo perché per caratterizzare questi contributi di rumore bisogna tenere conto sia della **direttività** dell'antenna che dell'**ambiente elettromagnetico** che la circonda, del quale è necessario conoscere per ogni direzione di osservazione considerata i diversi contributi di radiazione da essa provenienti. Per i tipi di rumore precedentemente trattati ciò non era necessario, perché si poneva l'ipotesi che il disturbo arrivasse all'antenna mediamente con la stessa intensità da tutte le direzioni.

Per introdurre questa **espressione generale** della temperatura di rumore di antenna, partiamo dal considerare due antenne ad apertura, una trasmittente di area  $A_t$  ed una ricevente di area  $A_r$ , ideali, perfettamente allineate e poste a distanza  $r$  l'una dall'altra:



Supponiamo di essere in condizioni di campo lontano e che le onde emesse dall'antenna trasmittente siano localmente piane sull'antenna ricevente. Considerando anche ideale l'apertura dell'antenna ricevente, il vettore di Poynting  $\vec{S}_t = \frac{1}{2} \vec{E} \times \vec{H}$  potrà essere supposto costante in tutti i punti di essa. Consideriamo infine gli angoli solidi sottesi dalle due aperture, indicati nella figura:  $\Omega_t = \frac{A_t}{r^2}$  ;  $\Omega_r = \frac{A_r}{r^2}$  .

La potenza disponibile in uscita dall'antenna ricevente si esprime  $P_r = S_t A_e$  , che rappresenta la nota relazione tra densità di potenza  $S_t$  incidente sull'antenna e potenza disponibile in uscita dall'antenna, dove  $A_e$  è l'area efficace dell'antenna ricevente, che in questo caso (apertura ideale) eguaglia l'area fisica dell'antenna  $A_r$  .

In trasmissione, un parametro caratterizzante un'antenna è l'**intensità di radiazione**, definita come:  $I_t(\vartheta, \varphi) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{dP_t}{d\Omega} = \frac{S_t \cdot dA}{d\Omega} = \frac{S_t \cdot dA}{dA/r^2} = S_t \cdot r^2 \left[ \frac{W}{sr} \right] \Rightarrow S_t = \frac{I_t}{r^2}$  .

Nella relazione scritta  $(\vartheta, \varphi)$  indica la particolare direzione di radiazione considerata, in un riferimento sferico,  $d\Omega$  un angolo solido infinitesimo attorno alla direzione considerata,  $dP_t$  la potenza media trasmessa entro l'angolo solido  $d\Omega$ ,  $dA$  una sezione di tale angolo solido a distanza  $r$  dall'antenna e  $S_t$  la densità di potenza radiata, valutata a tale distanza. Sostituendo questo risultato nell'espressione della potenza ricevuta si ha:

$$P_r = S_t \cdot A_r = \frac{I_t}{r^2} \cdot A_r .$$

Il parametro intensità di radiazione è adatto a caratterizzare l'emissione di sorgenti **puntiformi**, come ad es. può essere considerata un'antenna trasmittente vista a grande distanza. Il rumore esterno, però, proviene da tutta la superficie della volta celeste, quindi per caratterizzarne l'emissione serve un parametro che tenga conto della superficie che emette. Tale parametro è rappresentato dalla **radianza**, definita come intensità di radiazione per unità di superficie emittente, nel nostro esempio:

$$B(\vartheta, \varphi) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{I_t(\vartheta, \varphi)}{A_t} \left[ \frac{W}{sr \cdot m^2} \right]$$

Possiamo allora esprimere la potenza disponibile in uscita dalla nostra antenna ricevente in funzione della radianza della sorgente (l'apertura  $A_t$ ):

$$P_r = \frac{I_t}{r^2} A_r = B \cdot \underbrace{\frac{A_t}{r^2}}_{\Omega_t} \cdot A_r = B \Omega_t A_r$$

Riferiamoci ora ad una situazione, più generale di quella finora ipotizzata, in cui l'antenna ricevente capta energia e.m. **proveniente da tutte le direzioni**, ed estendiamo la formula a questa nuova situazione. Essendo in generale direttiva, l'antenna capta diversamente, a seconda della direzione che stiamo considerando. Relativamente ad un angolo solido infinitesimo  $d\Omega$  , la potenza disponibile all'uscita dell'antenna si può quindi esprimere come:

$dP_r = A_e \cdot F_n(\vartheta, \varphi) B(\vartheta, \varphi) d\Omega$  , dove  $F_n$  è il solido di radiazione d'antenna normalizzato:

$$F_n(\vartheta, \varphi) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{S_t(r, \vartheta, \varphi)}{S_{t_{max}}} \leq 1 .$$

L'ultimo passo è considerare non la **radianza complessiva** ma quella **spettrale**, dato che ci interessa valutare la potenza di rumore entro una determinata banda di frequenze.

La **radianza spettrale** è definita come:  $B_f(\vartheta, \varphi) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{dB(\vartheta, \varphi)}{df} \left[ \frac{W}{sr \cdot m^2 \cdot Hz} \right]$ .

Con questo parametro possiamo calcolare la potenza media in uscita dall'antenna ricevente su una banda qualunque  $(f_1, f_2)$ :

$$P_r = A_e \int_{f_1}^{f_2} \int_{4\pi} B_f(\vartheta, \varphi) F_n(\vartheta, \varphi) d\Omega df.$$

Il rumore esterno è una radiazione elettromagnetica non polarizzata, al contrario delle onde e. m. emesse dalle normali antenne. Si ipotizza che esso sia presente mediamente con la stessa intensità in tutte le possibili polarizzazioni, quindi un'antenna riceverà mediamente solo la metà della potenza, ovvero quella relativa alle componenti del campo e.m. del rumore parallele alla polarizzazione dell'antenna ricevente (componenti copolari). Quindi in conclusione dobbiamo scrivere, per sorgenti non polarizzate:

$$P_r = \frac{1}{2} A_e \int_{f_1}^{f_2} \int_{4\pi} B_f(\vartheta, \varphi) F_n(\vartheta, \varphi) d\Omega df.$$

Se ci interessa il contributo di potenza **nella banda infinitesima** questo si esprime:

$$dP_r = \frac{1}{2} A_e \int_{4\pi} B_f(\vartheta, \varphi) F_n(\vartheta, \varphi) d\Omega df.$$

È interessante considerare il caso particolare in cui la radianza spettrale che raggiunge l'antenna sia costante da tutte le direzioni:  $B_f(\vartheta, \varphi) \simeq B_f$ . L'espressione della potenza ricevuta risulta, in questo caso:

$$dP_r = \frac{1}{2} A_e B_f \int_{4\pi} F_n(\vartheta, \varphi) d\Omega df.$$

E' utile introdurre il parametro **angolo solido di antenna**, collegato alle caratteristiche di direttività dell'antenna:

$$\Omega_a \stackrel{\text{def}}{=} \int_{4\pi} F_n(\vartheta, \varphi) d\Omega = \int_{4\pi r^2} \frac{S_t(r, \vartheta, \varphi)}{S_{tmax}} \cdot \frac{ds}{r^2}; \text{ integrando su una superficie sferica la densità di}$$

potenza radiata da un'antenna, otteniamo la potenza totale radiata  $P_{irr}$ , quindi l'espressione dell'angolo solido d'antenna diventa:

$$\Omega_a = \frac{P_{irr}}{S_{tmax} r^2} \equiv \frac{P_{irr}}{4\pi r^2} \cdot \frac{4\pi}{S_{tmax}} = \frac{4\pi}{D}, \text{ dove } D \text{ è la } \mathbf{direttività massima}, \text{ definita come}$$

$$D \stackrel{\text{def}}{=} \frac{S_{tmax}}{P_{irr}/4\pi r^2}. \text{ Sappiamo che per qualsiasi antenna vale la relazione } \frac{G}{A_e} = \frac{4\pi}{\lambda^2}; \text{ dato}$$

che facciamo riferimento ad un'antenna ideale (nel senso di priva di perdite), il guadagno coincide con la direttività:  $[G]_{\eta_a=1} = [\eta_a D]_{\eta_a=1} \equiv D$ . Sfruttando questa equivalenza,

l'espressione dell'angolo solido di un'antenna senza perdite risulta:  $\Omega_a = \frac{\lambda^2}{A_e}$ . Sostituendo

questo valore nell'espressione della densità di potenza ricevuta si ottiene infine:

$$dP_r = \frac{1}{2} A_e B_f \frac{\lambda^2}{A_e} \cdot df = \frac{1}{2} B_f \lambda^2 df$$

In questo caso particolare quindi, la potenza disponibile in uscita dall'antenna ricevente dipende dalla radianza spettrale e dalla frequenza, ma non dalle caratteristiche di maggiore o minore direttività dell'antenna. Utilizzeremo questo risultato successivamente.

## Radiazione termica della materia

Così come il rumore interno, anche il rumore esterno come abbiamo detto può provenire da varie cause, poiché varie sono le modalità con cui un corpo può emettere radiazioni elettromagnetiche. Come per il rumore interno, una di queste è l'**emissione termica**.

I fisici hanno definito il radiatore termico perfetto, detto **corpo nero**, nel senso che assorbe **completamente** ogni radiazione elettromagnetica incidente su esso, trasformandola in energia cinetica e la riemette secondo la legge trovata dal fisico Planck con radianza spettrale (unilatera):

$$B_{fbb} = \frac{2h f^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hf}{kT}} - 1} \left[ \frac{W}{sr \cdot m^2 \cdot Hz} \right] \quad (\text{legge di Planck}).$$

Non si osserva traccia di dipendenza dalla direzione, quindi il corpo nero è un radiatore isotropico.

La figura 1 a pag. 14 illustra l'andamento della radianza spettrale del corpo nero in funzione della frequenza, per alcuni valori di temperatura. Si osserva che, **alle radiofrequenze**, la radianza spettrale aumenta al crescere della frequenza. Più in generale, per ogni prefissata frequenza, la radianza aumenta al crescere della temperatura. Inoltre il punto di massimo di ciascuna curva è in corrispondenza di valori crescenti di frequenza, al crescere della temperatura. Poiché il corpo nero emette anche alle frequenze ottiche, se posto a temperature elevate esso potrà risultare non nero all'osservatore.

Esistono due approssimazioni della legge di Planck:

### 1) Legge di Rayleigh-Jeans

Si ottiene sviluppando l'esponenziale in serie di potenze:

$$e^x - 1 \simeq \left( 1 + x + \frac{x^2}{2} + \dots + \frac{x^n}{n!} \right) - 1. \quad \text{Nell'ipotesi che } x \ll 1, \text{ i termini di grado maggiore di 1}$$

possono essere trascurati, cioè si può considerare  $e^x - 1 \simeq x$ . Con questa approssimazione la legge di Planck assume la forma:

$$B_f = \frac{2h f^3}{c^2} \cdot \frac{kT}{hf} = 2k \frac{f^2}{c^2} \cdot T = \frac{2kT}{\lambda^2}, \quad \text{nota come } \textbf{approssimazione di Rayleigh-Jeans}, \text{ che}$$

rappresenta bene la legge di Planck **alle radiofrequenze**. La deviazione dell'approssimazione rispetto alla legge di Planck risulta sotto l'1% se  $\frac{f}{T} < 3,9 \cdot 10^8$ ; considerando una  $T \simeq 300 K$  l'approssimazione è quindi valida per  $f \leq 117 GHz$ .

### 2) Legge di Wien

Nel caso di  $x \gg 1$ , si ottiene una seconda approssimazione, valida per le frequenze al di sopra dello spettro radio. Essa si ottiene dall'espressione della legge di Planck, trascurandovi il termine  $-1$  al denominatore. Per gli interessi di questo Corso è pertinente l'approssimazione di Rayleigh-Jeans, visto che ci occupiamo di sistemi a radiofrequenza.

La figura 2 della pagina seguente mostra le due approssimazioni e la curva di Planck relativamente al caso di una temperatura di  $300 K$ : si osserva come già detto che l'approssimazione di Rayleigh-Jeans risulta adeguata nel range delle frequenze radio, mentre all'opposto la legge di Wien rappresenta bene la legge di Planck alle frequenze del visibile.

Fig. 1

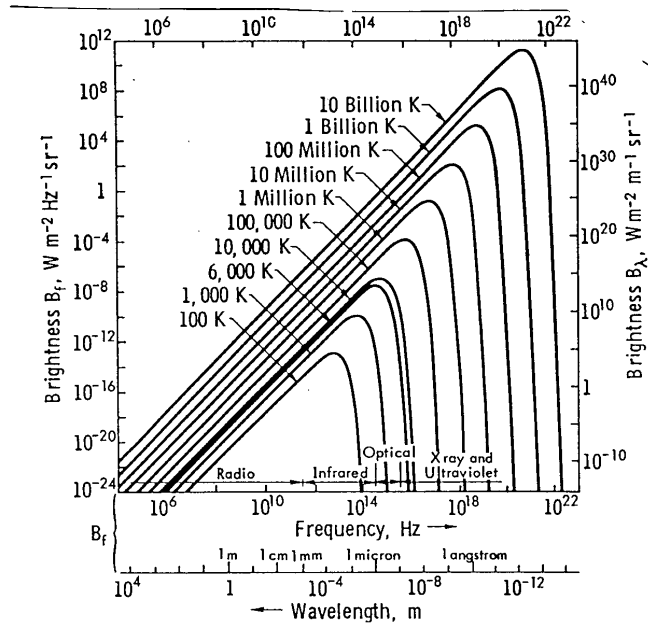


Fig. 2

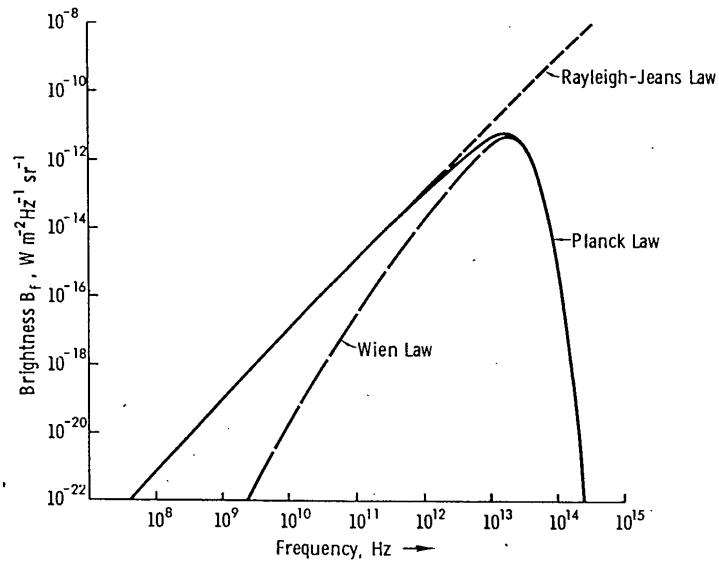
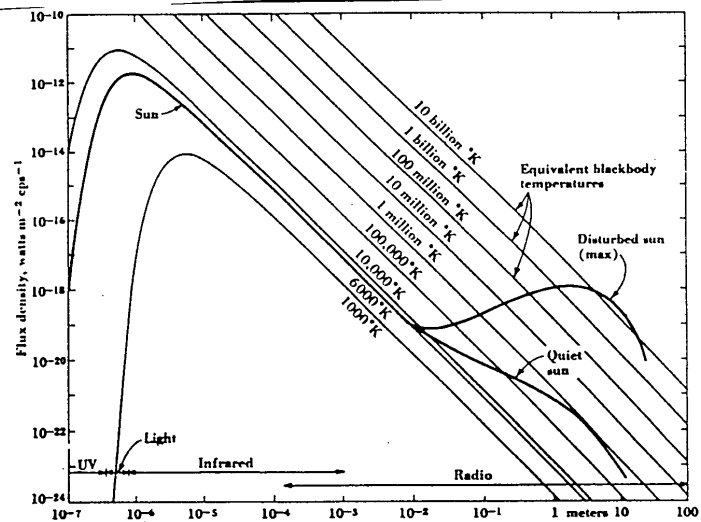


Fig. 3





### Esercizio

Supponiamo di avere un'antenna, priva di perdite, che “vede” un corpo nero in tutte le direzioni spaziali. Calcoliamo la potenza in uscita da quest'antenna. In base a quanto precedentemente ricavato possiamo scrivere:

$$dP_{nd} = \frac{1}{2} B_{fbb} \lambda^2 df = \frac{1}{2} \cdot \frac{2 h f^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hf}{kT}} - 1} \cdot \lambda^2 \cdot df = \frac{hf}{e^{\frac{hf}{kT}} - 1} df$$

La densità spettrale di potenza media di rumore in uscita dall'antenna risulta quindi essere:

$$\frac{dP_{nd}}{df} = \frac{hf}{e^{\frac{hf}{kT}} - 1}, \text{ che equivale come abbiamo visto a suo tempo all'espressione della legge}$$

di Planck per il rumore termico **interno**. Se ora chiudiamo l'uscita dell'antenna su di un carico **posto alla stessa temperatura del corpo nero** e di valore tale da essere in condizione di massimo trasferimento di potenza, cioè  $Z_c = R_r - jX_a$ , con  $R_r$  pari alla **resistenza di radiazione** dell'antenna (ideale) e  $X_a$  uguale alla **reattanza** dell'antenna, possiamo affermare che il corpo nero cede all'impedenza la sua densità spettrale di potenza media di rumore disponibile. Questa d'altra parte risulta essere la stessa che l'impedenza cede al corpo nero tramite l'antenna.

Questo risultato è corretto perché il corpo nero si trova alla stessa temperatura del carico, per cui, dalla seconda legge della termodinamica, l'energia media che i due sistemi si scambiano deve necessariamente essere la stessa.

-----

Dal punto di vista dell'emissione termica, un corpo fisico reale si definisce **grigio**, invece che nero, perché assorbe soltanto una parte dell'energia incidente, trasformandola in calore, mentre la restante parte viene “riflessa”, da cui il colore osservato. Considerato da un punto di vista emissivo, un corpo emette in misura minore o al limite uguale al corpo nero che si trovi alla sua stessa temperatura, inoltre la sua radianza spettrale dipende in generale dall'angolo da cui lo si osserva, per cui possiamo scrivere:  $B_f(\vartheta, \varphi) \leq B_{fbb}$ . Per caratterizzare la radiazione termica di un corpo conviene seguire il criterio di modellizzazione usato per il caso del rumore interno, cioè utilizzare il parametro **temperatura (di corpo nero) equivalente**. La radianza spettrale di un corpo grigio può quindi essere quantificata mediante appunto il parametro **temperatura equivalente**  $T_{bbe}$ . Utilizzando l'approssimazione di Rayleigh-Jeans possiamo quindi scrivere:

$$B_f(\vartheta, \varphi) = \frac{2 k T_{bbe}(\vartheta, \varphi)}{\lambda^2}. \text{ L'equivalenza è nel senso che se portiamo il corpo nero a}$$

temperatura  $T_{bbe}$ , la sua radianza sarà uguale a quella del corpo fisico a temperatura  $T$ .

Per quanto prima detto, risulta:  $T_{bbe}(\vartheta, \varphi) \leq T$ .

Può anche essere utile introdurre il parametro **emissività** di un corpo, in generale variabile con la frequenza:

$$e(\vartheta, \varphi) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{B_f(\vartheta, \varphi)}{B_{fbb}} = \frac{T_{bbe}(\vartheta, \varphi)}{T} \leq 1; \text{ mediante questo possiamo esprimere la radianza}$$

spettrale di un corpo fisico (che emetta solo per via termica) in termini di emissività:

$$B_f(\vartheta, \varphi) = \frac{2 k T}{\lambda^2} \cdot e(\vartheta, \varphi).$$

Finora abbiamo considerato solo l'emissione e.m. di origine termica. Per omogeneità di

trattazione, conviene caratterizzare anche qualsiasi altra forma di emissione e. m. che dia luogo a rumore esterno, mediante ancora il concetto di corpo nero equivalente; c'è da osservare però che nel caso in cui il corpo non irradia per via termica, la sua temperatura equivalente può essere anche maggiore della sua temperatura fisica, non avendo questa emissione alcuna relazione con lo stato termico.

In conclusione, caratterizziamo ogni sorgente di rumore esterno in termini di temperatura di corpo nero equivalente, perché questo ci consente sempre di esprimere formalmente la sua radianza spettrale con la formula di Rayleigh-Jeans vista sopra.

Seguendo questa procedura, la potenza disponibile in uscita dall'antenna ricevente nell'intervallo di frequenze infinitesimo  $df$  si esprime:

$$dP_{nd} = \frac{1}{2} A_e \int_{4\pi} \frac{2k T_{AP}(\vartheta, \varphi)}{\lambda^2} \cdot F_n(\vartheta, \varphi) d\Omega df.$$

In questa espressione abbiamo indicato la temperatura di corpo nero equivalente con  $T_{AP}$  **temperatura apparente**: questo perché l'antenna può trovarsi a ricevere energia e. m. proveniente da più di un corpo contenuto all'interno di un certo angolo solido infinitesimo, e in tal caso associamo all'insieme dei corpi fisici un unico corpo nero equivalente, la cui temperatura equivalente indichiamo come “temperatura apparente”.

Se conosciamo la temperatura apparente, possiamo calcolare la densità di potenza captata dall'antenna, dalla quale infine perveniamo alla forma generale cercata della temperatura di rumore di un'antenna ricevente (priva di perdite):

$$\begin{aligned} \frac{dP_{nd}}{df} &= k T_a = \frac{k A_e}{\lambda^2} \int_{4\pi} T_{AP}(\vartheta, \varphi) F_n(\vartheta, \varphi) d\Omega \Rightarrow \\ &\Rightarrow T_a = \frac{A_e}{\lambda^2} \int_{4\pi} T_{AP}(\vartheta, \varphi) F_n(\vartheta, \varphi) d\Omega \end{aligned}$$

Come si vede, questo è un parametro di tipo puntuale (rispetto alla frequenza) e dipende in generale sia dalle caratteristiche dell'antenna che da quelle della sorgente.

Tornando all'espressione dell'angolo solido di antenna:  $\int_{4\pi} F_n(\vartheta, \varphi) d\Omega = \frac{4\pi}{D} = \frac{\lambda^2}{A_e}$  e utilizzandola nell'espressione della  $T_a$  si ottiene la forma equivalente:

$$T_a = \frac{\int_{4\pi} T_{AP}(\vartheta, \varphi) F_n(\vartheta, \varphi) d\Omega}{\int_{4\pi} F_n(\vartheta, \varphi) d\Omega}.$$

Nelle antenne molto direttive può essere utile distinguere il rumore captato dal lobo principale rispetto a quello che proviene dai lobi secondari. A tal fine scriviamo l'integrale a numeratore della  $T_a$  nella forma di due integrali:

$$T_a = \frac{\int_{ml} T_{AP}(\vartheta, \varphi) F_n(\vartheta, \varphi) d\Omega}{\underbrace{\int_{4\pi} F_n(\vartheta, \varphi) d\Omega}_{\text{lobo principale}}} + \frac{\int_{sl} T_{AP}(\vartheta, \varphi) F_n(\vartheta, \varphi) d\Omega}{\underbrace{\int_{4\pi} F_n(\vartheta, \varphi) d\Omega}_{\text{lobi secondari}}}.$$

dove con **ml** si indica l'angolo solido sotteso dal lobo principale (ml=*main lobe*), definito ad es. dai valori del *pattern* normalizzato di antenna  $> 0,5$ , mentre tutto il resto definisce l'angolo solido **sl** dei lobi secondari (sl=*side lobes*). Da questa si perviene alla forma finale cercata:  $T_a = \eta_M T_{ML} + (1 - \eta_M) T_{SL}$  dove  $T_{ML}$  rappresenta la temperatura equivalente di rumore dell'antenna costituita dal solo lobo principale e, analogamente,  $T_{SL}$  la temperatura

equivalente di rumore dell'antenna costituita dall'insieme dei lobi secondari.

Le espressioni dei parametri introdotti sono quindi le seguenti:

$$T_{ML} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\int_{ml} T_{AP}(\vartheta, \varphi) F_n(\vartheta, \varphi) d\Omega}{\int_{ml} F_n(\vartheta, \varphi) d\Omega}, \quad T_{SL} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\int_{sl} T_{AP}(\vartheta, \varphi) F_n(\vartheta, \varphi) d\Omega}{\int_{sl} F_n(\vartheta, \varphi) d\Omega}$$

mentre  $\eta_M$ , “rendimento” del lobo principale, è definito necessariamente dall'espressione:

$$\eta_M \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\int_{ml} F_n(\vartheta, \varphi) d\Omega}{\int_{4\pi} F_n(\vartheta, \varphi) d\Omega}.$$

Utilizzeremo successivamente questa formula, per ricavare una stima di temperatura di antenna.

## Rumore galattico, di assorbimento atmosferico e del terreno

Il maggior contributo di rumore galattico proviene dal Sole, perché esso è più vicino a noi rispetto agli altri corpi celesti. Come si osserva dalla figura 3 a pagina 14 che riporta l'andamento della densità di potenza radiata dal Sole in funzione della lunghezza d'onda considerata, il Sole irradia come un corpo nero a circa 6000 K, se si considerano frequenze molto elevate (oltre i 30 GHz) ovvero lunghezze d'onda molto piccole (sotto il cm). Sotto i 30 GHz si ha invece un comportamento radiativo molto diversificato, compreso tra un minimo ed un massimo (*quiet-disturbed*), in dipendenza dello stato di attività della superficie del Sole, che come è noto presenta una periodicità di 11 anni. In ogni caso, sotto i 30 GHz la temperatura di corpo nero equivalente risulta sempre molto elevata, per cui il rapporto segnale/rumore di un collegamento radio con antenna ricevente molto direttiva risulta fortemente penalizzato quando il Sole entra nel lobo principale dell'antenna.

Escluso il Sole, ci sono altre parti abbastanza rumorose del cielo, in corrispondenza di puntamenti dell'antenna verso le zone centrali della nostra galassia e di alcune radiostelle.

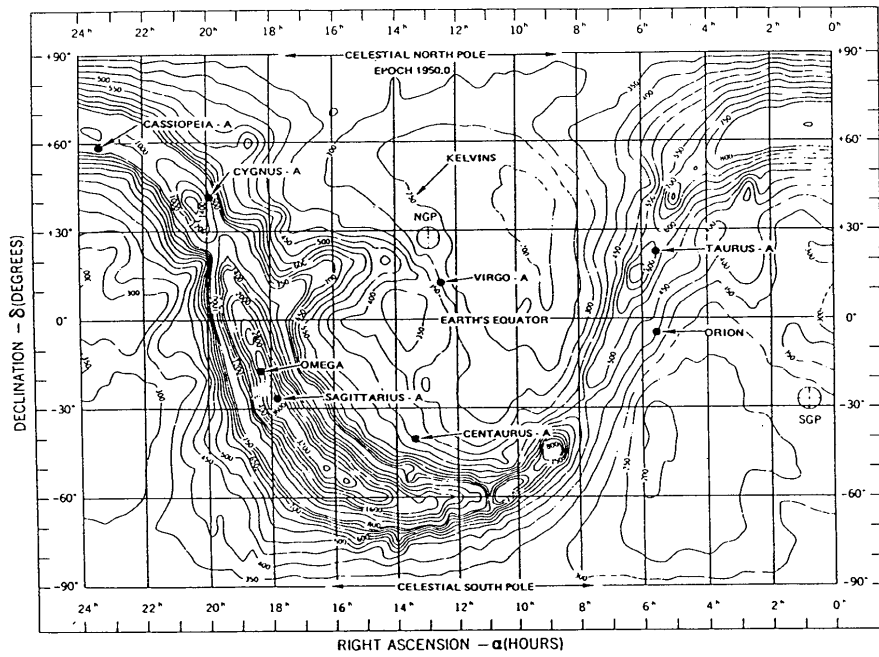
La nostra galassia è del tipo a spirale ed i corpi stellari si addensano attorno all'asse della galassia, mentre il loro numero decresce via via che dal centro ci spostiamo verso l'esterno, mantenendoci tuttavia nel piano cui appartiene la galassia. Se quindi l'antenna ricevente è puntata verso il centro della galassia, essa sperimenterà un forte contributo di rumore, in quanto risulterà elevato il numero di corpi celesti compresi nel suo lobo principale.

Esistono delle **mappe radio del cielo**, utili per stimare il rumore galattico. La figura 4 a pagina 18 mostra una di queste mappe, ottenuta da misure fatte alla frequenza di 136 MHz.

Il tipo di mappa presentata è una rappresentazione piana della sfera celeste, analoga a quella utilizzata in Astronomia: per rappresentare la sfera celeste in due dimensioni, consideriamo le proiezioni dei vari corpi della sfera celeste su un cilindro indefinito il cui asse coincide con quello della Terra. Poi apriamo il cilindro con un taglio verticale, lo distendiamo su di un piano e infine comprimiamo in senso verticale tale superficie, in modo da riportarla a dimensioni verticali finite, ottenendo una rappresentazione piana che è quella della figura 4. I valori riportati nella mappa indicata sono relativi alla temperatura di corpo nero equivalente, ed oscillano (alla frequenza indicata) tra 200 e 3000 K.

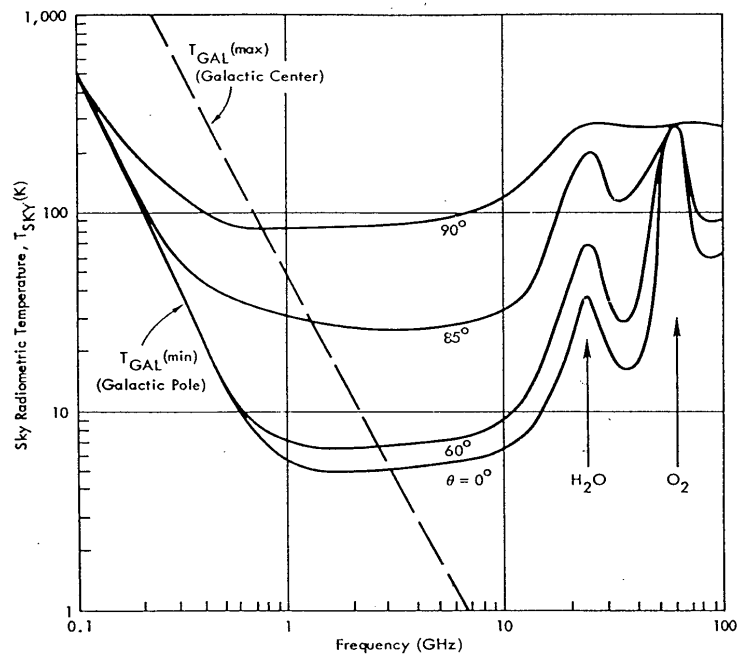
Quindi, conoscendo la zona del cielo verso cui punta il lobo principale di un'antenna fortemente direttiva, possiamo stimare il contributo di rumore galattico a quella frequenza, in termini di temperatura equivalente. Esistono in letteratura delle formule che permettono di relazionare tale temperatura con quella relativa ad una frequenza diversa.

Fig. 4



Radio-sky map. 136-megahertz brightness temperature (Kelvins).

Fig. 5



(cielo sereno)

Ad es. l'ITU-R nella Raccomandazione P-372 suggerisce la seguente relazione:

$$T_{bbe}(f) = T_{bbe}(f=136)(f/136)^{-2,75}.$$

Un'antenna che punta un satellite geostazionario, nel corso delle 24 ore punterà tutti i punti di uno stesso parallelo celeste, e il rumore varierà quindi tra un minimo ed un massimo. Per le normali applicazioni delle telecomunicazioni si usano tuttavia rappresentazioni più sintetiche della mappa illustrata, come ad es. quella della figura 5 di pagina 18, che ci mostra la **combinazione** del rumore galattico (in corrispondenza di contributo galattico minimo) e di assorbimento atmosferico, in funzione della frequenza, in termini di  $T_{SKY}$ , cioè di temperatura apparente del cielo. Le curve rappresentate dipendono dall'angolo  $\theta$  di puntamento dell'antenna rispetto alla verticale (complementare rispetto a quello di elevazione sull'orizzonte). Si osserva dalla figura che alle alte frequenze è più importante il contributo di rumore dovuto all'assorbimento atmosferico (da notare i due picchi di assorbimento a 22 GHz, dovuto alle molecole di acqua, e a 60 GHz, dovuto a quelle dell'ossigeno, come vedremo anche nell'ultima parte del Corso), mentre a frequenze più basse diventa più importante il rumore galattico.

Il rumore da assorbimento atmosferico dipende dalla quantità di atmosfera considerata, ed è dunque minimo per puntamento verticale ( $0^\circ$ ) e massimo per quello orizzontale ( $90^\circ$ ).

La diversificazione della componente di rumore dipendente dall'angolo di puntamento è piccola alle basse frequenze e si fa sentire alle alte frequenze, perché la componente di assorbimento atmosferico è più forte alle alte frequenze.

Si nota infatti che i contributi di rumore di assorbimento atmosferico e galattico hanno andamenti differenti al variare della frequenza: il rumore galattico aumenta al diminuire della frequenza, mentre il rumore da assorbimento atmosferico aumenta all'aumentare della frequenza. È importante considerare l'intervallo tra circa 1 GHz e 10 GHz, in cui il rumore complessivo è circa costante; questa finestra di frequenze è la banda in cui si ha in assoluto il rumore esterno minimo ed è dunque vantaggiosa per le telecomunicazioni.

Come già accennato, oltre al rumore proveniente dal cielo vi è poi il contributo di rumore del terreno, che può essere assimilato ad un corpo grigio; il rumore del terreno è composto da un contributo diretto di emissione termica e da un contributo di scattering, ovvero radiazioni “riflesse” dal terreno.

Il valore della temperatura di rumore del terreno è stimabile cautelativamente circa 290 K.

### Esercizio

Utilizzando le conoscenze acquisite, proviamo a effettuare una stima della temperatura di rumore di un'antenna che punta il cielo. Supponiamo di operare nella banda  $K_u$ . Utilizziamo la formula che suddivide la temperatura di antenna in una parte relativa al lobo principale ed una relativa ai lobi secondari:  $T_a = \eta_M T_{ML} + (1 - \eta_M) T_{SL}$ . Supponendo un angolo di elevazione del lobo principale dell'antenna  $\varphi = 30^\circ$  ( $\vartheta = 60^\circ$ ) e di lavorare a frequenza  $f_0 = 12 \text{ GHz}$ , dalla figura 5 si legge una temperatura apparente del cielo  $T_{SKY} = 10 \text{ K}$ . Supponendola costante all'interno del lobo principale d'antenna, nel contributo da lobo

principale  $T_{ML} = \frac{\int_{ml} T_{AP}(\vartheta, \varphi) F_n(\vartheta, \varphi) d\Omega}{\int_{ml} F_n(\vartheta, \varphi) d\Omega}$  essa può essere portata fuori dall'integrale e

quindi otteniamo  $T_{ML} = 10 \text{ K}$ . Il contributo dei lobi secondari può essere diviso in parti uguali tra rumore del cielo e rumore del terreno, considerando che circa metà dei lobi

secondari puntano il cielo e circa metà il terreno, ottenendo la formula finale scomposta:

$$T_a = \eta_M \cdot 10 + \frac{1}{2}(1 - \eta_M) \cdot 290 + \frac{1}{2}(1 - \eta_M) \cdot 10 \quad K.$$

Considerando un valore realistico per l'efficienza del lobo principale, ad esempio  $\eta_M = 0,8$ , si ottiene un valore stimato  $T_a = 38 \text{ K}$ .

Si osservi come l'influenza del contributo relativo alla temperatura del terreno non sia trascurabile, per cui risulta importante, ai fini di avere temperature di antenna le più piccole possibili, utilizzare tipologie di antenna più complesse di quella ad es. a semplice riflettore, per le quali la parte dei lobi secondari che puntano il terreno sia la più ridotta possibile.

**Appunti dal Corso di  
Sistemi di telecomunicazione A.A. 2008/09  
Prof. Mario Fossi**

#### 4 - RICEVITORI SUPERETERODINA

Come abbiamo visto all'inizio del Corso, l'ultima parte dello schema a blocchi di un sistema di telecomunicazione è costituita dal **ricevitore**.

Per introdurre l'argomento, definiamo preliminarmente le tre funzioni principali che un ricevitore, qualunque sia la sua tipologia, deve essere in grado di svolgere:

- **Selezione del canale** all'interno del quale è trasmessa l'informazione che si vuole ricevere. Il canale radio è infatti condiviso tra molti utenti, e all'interno di ogni banda abbiamo un multiplex a divisione di frequenza (FDM), a seconda del tipo di servizio. Ad esempio, un ricevitore radiofonico che opera nella banda tra 526,5 *kHz* e 1606,5 *kHz* ha al suo ingresso un segnale FDM di tale estensione di frequenze e deve poter selezionare al suo interno il particolare “canale” audio di interesse (operazione detta di **sintonia**). La maggior parte dei ricevitori è del tipo a sintonia variabile, ma ci sono anche ricevitori a sintonia fissa. Specie nei sistemi di telecomunicazione digitali, può avvenire che all'interno dello stesso canale su cui il ricevitore è sintonizzato ci sia a sua volta un segnale multiplo, ad es. a divisione di tempo, oppure di frequenza, oppure di codice. Ad esempio, in un canale del sistema di telefonia mobile cellulare GSM ci sono 8 comunicazioni telefoniche multiplate a divisione di tempo, mentre in un canale del sistema UMTS i segnali sono multiplexati a divisione di codice.
- **Demodulazione** del segnale selezionato, in quanto una volta selezionato il canale di interesse, dobbiamo demodulare il relativo segnale (ed eventualmente decodificarlo e demultiploarlo nel caso di trasmissioni numeriche), per riportarlo in banda base.
- **Amplificazione** del segnale demodulato, che come vedremo è stato pesantemente attenuato dal canale radio, per portarlo al livello di potenza utile per essere fruito dall'utente.

L'ordine logico con cui queste tre operazioni sono state elencate non corrisponde necessariamente, per motivi tecnici, a quello effettivamente seguito da un ricevitore.

A livello di implementazione, ancora oggi la struttura di radioricevitore prevalentemente usata è quella detta “**supereterodina**”, per i motivi che illustreremo.

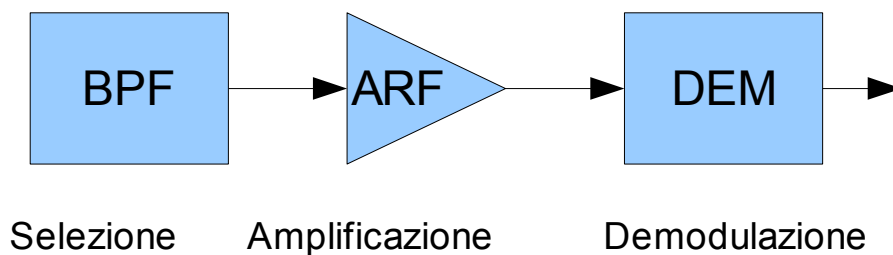
Il principio su cui esso si basa è stato proposto dall'americano Edwin Armstrong all'epoca della I Guerra Mondiale. L'occasione del suo sviluppo non è stata in relazione ad applicazioni di comunicazioni radio, ma per risolvere un problema di telerilevamento: Armstrong pensò di utilizzare l'emissione di radiazione e. m. causata dai sistemi di accensione (impulsi elettrici) dei motori a scoppio degli aerei militari dell'epoca (rumore “*man made*”), allo scopo di individuare la loro presenza con un certo preavviso rispetto ai sistemi di rilevamento acustici o visivi allora in uso.

Essendo però tale tipo di radiazione significativa a frequenze radio in corrispondenza delle

quali i dispositivi di amplificazione dei segnali dell'epoca (i primi tubi a vuoto) erano scarsamente efficienti, Armstrong pensò di abbassare la frequenza del debole segnale ricevuto, mediante un processo di conversione di frequenza, in modo da portarlo nella zona di frequenze in cui il segnale poteva essere efficacemente amplificato prima di essere quindi demodulato.

Con la tecnica detta **eterodina**, i segnali telegrafici dell'epoca, del tipo a onda continua con due possibili durate (punto e linea dell'alfabeto Morse), venivano convertiti ad una frequenza dell'ordine di qualche *kHz*, in modo da poter essere direttamente uditi dopo la loro conversione in corrispondenti segnali acustici. Questo tipo di ricevitore è detto **eterodina**. Il ricevitore di Armstrong convertiva invece il segnale ad una frequenza più alta rispetto a quella utilizzata dai ricevitori eterodina, dell'ordine dei 50 *kHz*, e fu chiamato perciò **supereterodina**.

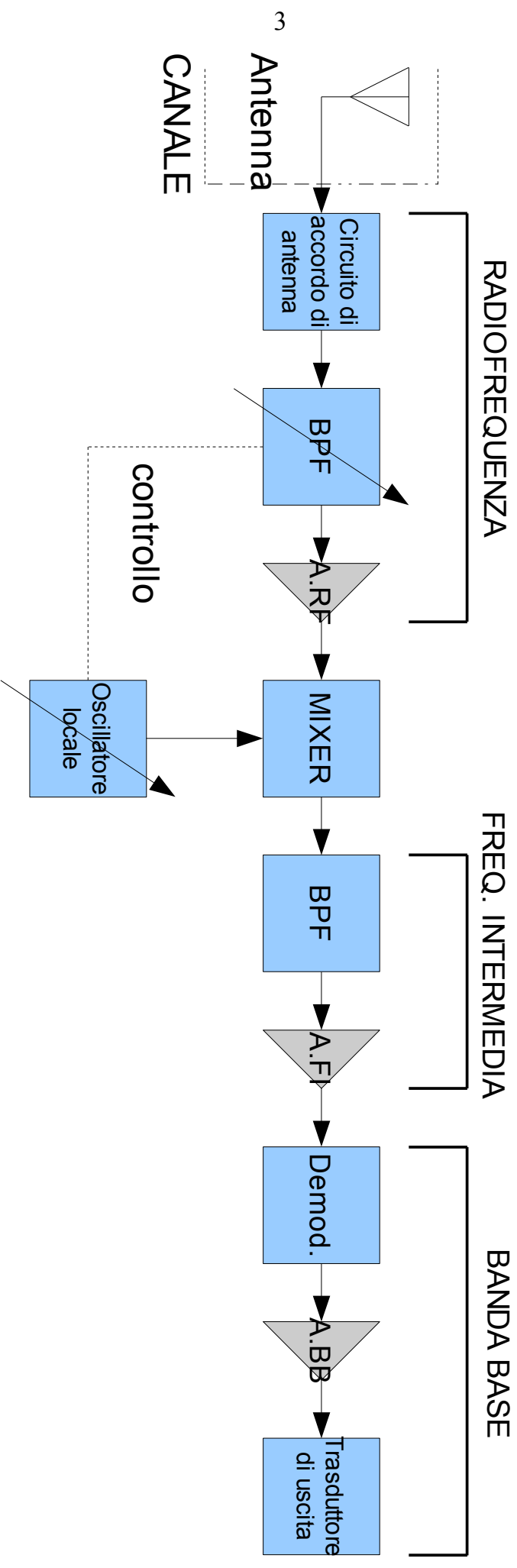
In realtà fin verso gli anni '30 i radioricevitori per segnali audio usati nelle telecomunicazioni erano del tipo ad **amplificatore selettivo**, nel senso che la **selezione** del canale di interesse all'interno del multiplex veniva fatta con dei filtri passa-banda ad accordo variabile, direttamente a radiofrequenza, assieme ad un processo di **amplificazione** del segnale, quindi si procedeva alla **demodulazione**:



Quando però le bande di guardia necessarie tra un segnale e quello adiacente del multiplex di ingresso, a causa di un uso più intensivo dello spettro radio, cominciarono a restringersi ed inoltre le frequenze radio utilizzate cominciarono a salire per la disponibilità di amplificatori efficienti a tali frequenze, questo tipo di ricevitore mostrò i suoi limiti specie in termini di scarsa selettività (intesa come capacità di isolare il segnale di interesse rispetto a quelli adiacenti nel multiplex), e da quel momento si pensò di ricorrere all'utilizzo del ricevitore supereterodina. Questo perché con tale struttura di ricevitore era possibile e vantaggioso spostare dalla radiofrequenza alla cosiddetta **frequenza intermedia** (rispetto alla bassa frequenza o banda base) l'operazione di selezione del canale. Il vantaggio di tale operazione risulta evidente se si tiene conto del fatto che, essendo **fisso** il valore della frequenza intermedia a cui viene convertito il segnale da selezionare, il filtro che opera la selezione risulta pure esso di tipo fisso in termini di risposta in frequenza, per cui può essere di struttura complessa quanto serve, in relazione al grado di selettività richiesta, diversamente da quanto avviene per il filtro a radiofrequenza, che dovendo essere ad accordo variabile deve essere di struttura semplice e quindi scarsamente selettivo. Inoltre lavorando a frequenza più bassa, tale filtro presenta minori effetti dovuti alle perdite, sia in termini di minore attenuazione introdotta che di maggiore selettività. Ecco quindi che la struttura supereterodina, disponendo appunto di una sezione a frequenza intermedia, risulta vantaggiosa per aumentare la selettività del ricevitore.

Iniziamo a esaminare lo schema a blocchi di principio del ricevitore **supereterodina** nella sua implementazione analogica (vedi pagina seguente), analizzandolo blocco per blocco.





**N. B.:** l'implementazione pratica con vengono effettuate le due operazioni di amplificazione e filtraggio, sia nella sezione a RF che in quella a IF, può essere diversa e più complessa di quanto qui schematicamente indicato.

A parte l'antenna che, come già detto, consideriamo parte del canale radio, abbiamo:

- **Circuito di accordo di antenna:** serve ad accordare (in termini di impedenza) l'antenna, in modo da creare con essa un filtro passa-banda centrato sul multiplex di interesse; è un filtro fisso in termini di banda selezionata.
- **Filtro preselettore o di reiezione di immagine:** è un filtro passabanda, preferibilmente ad accordo variabile, centrato di volta in volta sulla frequenza di centro banda  $f_0$  del canale da selezionare. Si chiama preselettore perché esso compie una prima anche se blanda selezione del canale di interesse all'interno del multiplex, ma non è in grado di attenuare sufficientemente i segnali del multiplex presenti nei canali adiacenti: come già detto, lavorando a frequenza di centro banda variabile, deve essere di struttura semplice e quindi risulta scarsamente selettivo, tanto meno quanto più elevata è la radiofrequenza a cui esso lavora. Si chiama anche filtro di reiezione della frequenza immagine, per i motivi che vedremo successivamente.
- **Amplificatore a RF:** come prima funzione, ovviamente amplifica il segnale a radiofrequenza; inoltre, in assenza di esso, il primo blocco (quello più importante per mantenere un buon rapporto segnale/rumore, come abbiamo visto) sarebbe il mixer, dispositivo rumoroso e spesso di tipo passivo. Per cui senza l'amplificatore a RF si avrebbe un ricevitore piuttosto rumoroso (vedi la formula di Friis per le cifre di rumore). Infine esso ha anche la funzione di impedire che il segnale generato dall'oscillatore locale, che per effetto delle imperfezioni del mixer si ritrova in parte all'uscita della sezione RF, percorrendola in senso inverso si ritrovi in ingresso all'antenna ricevente e da questa venga irradiato nell'ambiente circostante, generando interferenze nei ricevitori vicini. Comunque, nei ricevitori poco costosi questo amplificatore viene omissso, come vedremo meglio nel seguito.

Con questo blocco termina la cosiddetta **sezione a radiofrequenza (RF)** e inizia la **sezione a frequenza intermedia (IF *Intermediate Frequency*)**, che come già detto lavora ad una frequenza fissa  $f_i$ , scelta in base ai criteri che illustreremo, alla quale viene traslato il generico segnale a radiofrequenza da selezionare. Essa è costituita dei seguenti blocchi:

- **Mixer:** da un punto di vista ideale, la funzione del mixer è di fornire in uscita un segnale proporzionale al prodotto del segnale uscente dalla sezione RF per il segnale sinusoidale creato internamente al ricevitore da un Oscillatore Locale.
- **Oscillatore Locale:** è un oscillatore sinusoidale a frequenza variabile, in quanto la frequenza intermedia è fissa ma la radiofrequenza  $f_0$  risulta variabile all'interno del multiplex d'ingresso, a seconda del particolare canale desiderato; pertanto, per convertire alla frequenza della sezione IF un segnale alle diverse radiofrequenze di canale, l'oscillatore dovrà fornire al mixer una frequenza variabile  $f_l$  tale che:  

$$|f_l - f_0| = f_i$$
- **Filtro a Frequenza Intermedia:** è questo filtro che effettua la vera e propria **selezione** del canale d'interesse. Dato che dal mixer esce il segnale a frequenza intermedia, è un filtro a frequenza fissa.
- **Amplificatore a FI:** amplifica ulteriormente il segnale, stavolta a FI.

Infine c'è la **sezione in banda base (BB)**:

- **Demodulatore**: demodula il segnale portandolo in banda base e recuperando quindi il segnale modulante, che costituisce l'informazione utile. A seconda del tipo di modulazione impiegata, potrà essere un demodulatore di inviluppo, di frequenza, di inviluppo complesso, ecc.
- **Amplificatore in BB**: amplifica ancora il segnale e lo applica al trasduttore.
- **Trasduttore d'uscita**: trasforma il segnale elettrico in un segnale fruibile dall'utente (ad esempio in suono per un ricevitore audio).

Descriviamo ora con qualche maggiore dettaglio il funzionamento del ricevitore supereterodina. Come si è già detto, l'operazione di selezione del canale realizzata a frequenza intermedia è vantaggiosa in quanto può utilizzare filtri di complessità adeguata al valore di selettività richiesta. Inoltre, operare la selezione del canale a frequenza fissa permette anche di poter scegliere tra più tipologie di filtri, diversamente da quanto avviene se si devono utilizzare filtri a frequenza variabile.

Risulta però necessario riportare ogni possibile radiofrequenza del multiplex di ingresso alla FI. A tale scopo, consideriamo la seguente rappresentazione analitica del multiplex in uscita dalla sezione RF:

$$s_1(t) = \underbrace{A_0(t) \cos[2\pi f_0 t + \overbrace{\varphi_0(t)}^{\text{fase}}]}_{\text{segnale utile}} + \underbrace{\sum_k A_k(t) \cos[2\pi f_k t + \varphi_k(t)]}_{\text{sommatoria degli altri segnali}}$$

$$\text{con } k \in [-M, -(M-1), \dots, -1, 1, \dots, N-1, N]$$

dove il numero di canali all'interno del multiplex risulta  $N+M+1$ . Abbiamo evidenziato il segnale del multiplex che ci interessa (alla frequenza  $f_0$ ), rispetto ai segnali adiacenti in frequenza, sia precedenti ( $k \in [-M, \dots, -1]$ ), che seguenti ( $k \in [1, \dots, N]$ ). La sommatoria rappresenta infatti l'insieme dei segnali presenti nei canali adiacenti a quello d'interesse. Il filtro preselettore deve avere risposta in ampiezza costante e risposta in fase lineare con la frequenza all'interno della banda del segnale utile, al fine di non introdurre distorsione. Deve invece attenuare per quanto gli è possibile i canali adiacenti, anche per non sovraccaricare gli stadi successivi, introducendo dannose distorsioni non lineari.

Vediamo adesso come avviene la conversione di frequenza, mediante il circuito detto **convertitore di frequenza**, composto dal mixer e dall'oscillatore locale. Come accennato, il mixer è un sistema tre-porte, due di ingresso: ingresso del segnale utile a radiofrequenza **R** (*Radio frequency*), ingresso **L** (*Local oscillator*), e una di uscita: uscita **I** (*Intermediate Frequency*). In linea di principio, esso dà luogo in uscita alla moltiplicazione tra i segnali ai due ingressi:

$s_3(t) = k_M s_1(t) s_2(t)$  dove  $s_2(t) = 2V_l \cos(2\pi f_l t)$  rappresenta il segnale sinusoidale prodotto dall'oscillatore interno al ricevitore, detto per questo Oscillatore Locale. La frequenza dell'oscillatore può essere scelta in due modi:

$$f_l = f_0 + f_i > f_0 \text{ ("High")}, \text{ oppure } f_l = f_0 - f_i < f_0 \text{ ("Low").}$$

Sia infatti che si scelga la frequenza *High* sia che si scelga la *Low*, il segnale in uscita dal mixer risulterà traslato alla FI. Di solito si sceglie la frequenza *High* per maggiore

semplicità di implementazione degli oscillatori locali. Analizziamo il segnale sulla porta di uscita del mixer. Si possono evidenziare **due** contributi, il primo dei quali è dato dall'insieme dei termini a frequenza differenza tra quelle in ingresso:

$$s_3'(t) = \underbrace{G_c A_0(t) \cos[2\pi f_i t + (-1)^{\alpha_0} \varphi_0(t)]}_{\text{segnale utile convertito}} + \underbrace{G_c \sum_k A_k(t) \cos[|f_l - f_k| t + (-1)^{\alpha_k} \varphi_k(t)]}_{\text{segnali su canali adiacenti convertiti a } (f_l - f_k)}$$

Vi è poi un secondo contributo, dato dai termini a frequenza somma:

$$s_3''(t) = G_c \left\{ A_0(t) \cos[2\pi (f_l + f_0) t + \varphi_0(t)] + \sum_k A_k(t) \cos[(f_l + f_k) t + \varphi_k(t)] \right\}$$

Il filtro di selezione deve essere in grado di isolare il segnale voluto, cioè quello a frequenza  $f_i$  evidenziato nella formula.

Il termine  $G_c$  è detto **guadagno di conversione** del mixer, ed è definito come:

$G_c \stackrel{\text{def}}{=} k_M V_l$ , dove  $V_l$  è la semi ampiezza del segnale in uscita dall'oscillatore locale. Il valore di  $\alpha_0$  risulta:

- ✓  $\alpha_0 = 0$  se  $f_l < f_0$  (scelta *Low*) ;
- ✓  $\alpha_0 = 1$  se  $f_l > f_0$  (scelta *High*) .

Allo stesso modo gli  $\alpha_k$  assumono i valori:

- ✓  $\alpha_k = 0$   $\forall f_l < f_k$  ;
- ✓  $\alpha_k = 1$   $\forall f_l > f_k$  .

Questo perché nel processo di conversione si può avere oppure non avere il fenomeno dell'**inversione della fase**: se  $\alpha_0 = 0$ , allora il segnale a FI ha la stessa fase del segnale a RF, se invece  $\alpha_0 = 1$  si ha l'inversione di fase, e questo avviene quando si è compiuta una scelta *High* della frequenza dell'oscillatore locale  $f_l$ . In questo caso l'involuppo complesso del segnale convertito è quindi il complesso coniugato di quello del segnale di ingresso. Comunque, nel caso di scelta *High* sappiamo a priori che avviene l'inversione di fase e il segnale originario è quindi facilmente recuperabile.

L'inversione di fase comporta anche il fenomeno dell'**inversione di banda**; in tal senso si parla anche di **conversione ad inversione di banda**: la banda laterale superiore diventa dopo la conversione la banda laterale inferiore, e viceversa. Se abbiamo compiuto una scelta *Low* questo fenomeno è assente.

I termini del segnale a frequenza somma in uscita dal convertitore non ci interessano, ma sono facilmente eliminabili dal filtro a FI in quanto lontani da essa.

**Se** risulta verificata da parte del ricevitore una condizione che specificheremo successivamente, allora in uscita dal filtro di selezione abbiamo il solo segnale desiderato:

$$s_{03}(t) = G_c A_0(t) \cos[2\pi f_i t + (-1)^{\alpha_0} \varphi_0(t)] .$$

Perché questa sia effettivamente la forma del segnale in uscita, il filtro deve rispettare le condizioni di non distorsione lineare, ovvero risposta in ampiezza costante nella banda del segnale utile e fase con andamento lineare; inoltre, affinché il segnale in uscita non contenga contributi dei segnali contenuti nei canali adiacenti a quello di interesse, la **banda di transizione** del filtro deve essere contenuta nella necessaria banda di guardia tra canali adiacenti del multiplex.

L'amplificazione complessiva del ricevitore come si vede è suddivisa su sezioni a frequenza di lavoro diversa, permettendo così di evitare il crearsi di disturbi derivanti da possibili auto-oscillazioni.

Riassumendo, tra i **vantaggi** del ricevitore supereterodina abbiamo:

- buona selettività;
- buon isolamento rispetto alle auto-oscillazioni.

Il principale **svantaggio** del ricevitore supereterodina è invece dato dal problema della

**“frequenza immagine”**  $f_{im}$ , così detta perché è la frequenza “speculare” di  $f_0$  rispetto alla frequenza dell'oscillatore locale. Il problema è originato dal fatto che il mixer converte alla FI **sia** il segnale utile a frequenza  $f_0$  **sia** il segnale che si trova alla frequenza immagine  $f_{im}$ . È dunque necessario attenuare convenientemente la risposta del ricevitore a tale frequenza; questa operazione è detta **reiezione della frequenza immagine**.

Ricordiamo la forma del segnale a frequenza differenza che esce dal mixer:

$$s_3'(t) = G_c \left\{ A_0(t) \cos[2\pi f_i t + (-1)^{\alpha_0} \varphi_0(t)] + \sum_k A_k(t) \cos[|f_l - f_k|t + (-1)^{\alpha_k} \varphi_k(t)] \right\}$$

Supponiamo che esista una certa  $f_k$  tale che  $|f_l - f_k| = f_i$ . Avviene in questo caso che il segnale non desiderato di involuppo  $A_k(t)$  e fase  $\varphi_k(t)$  si sovrappone al segnale utile. La frequenza  $f_k$  non desiderata risulta essere  $f_0 + 2 \cdot f_i$  o  $f_0 - 2 \cdot f_i$  a seconda della scelta *High* o *Low* della frequenza dell'oscillatore locale. Definiamo dunque  $f_{im} \stackrel{\text{def}}{=} f_0 \pm 2 \cdot f_i$ .

Bisogna dunque prevedere una tecnica di elaborazione del segnale in ingresso che attenui a livelli accettabili il segnale a cavallo della frequenza immagine.

Si definisce **fattore di reiezione del ricevitore** il rapporto, misurato a IF, tra la potenza media del segnale utile e la potenza media del segnale a cavallo della frequenza immagine, a parità di potenza media dei due in ingresso al ricevitore. A titolo di esempio, per i ricevitori radiofonici è richiesto (dall'ITU-R) un fattore di reiezione di immagine minimo di 30 dB per la radio AM e di 50 dB per la radio FM. In applicazioni più professionali, ad es. nei ponti radio, si possono richiedere anche fattori di reiezione dell'ordine di 100 dB.

Il compito di attenuare il segnale a frequenza immagine è demandato in prima istanza al filtro preselettore, che per tale scopo è bene si tratti di un filtro passa-banda ad accordo variabile, con risposta massima di volta in volta alla frequenza  $f_0$  di interesse. Per tale funzione, come già accennato il filtro preselettore è detto anche filtro di reiezione della frequenza immagine.

Possiamo definire il **fattore di reiezione del filtro preselettore**:

$$\rho_{im} \stackrel{\text{def}}{=} 20 \log_{10} \left[ \frac{|H_{RF}(f_0)|}{|H_{RF}(f_{im})|} \right] = 20 \log_{10} \left[ \frac{|H_{RF}(f_0)|}{|H_{RF}(f_0 \pm 2f_i)|} \right], \text{ dove abbiamo indicato con } |H_{RF}(f)| \text{ la}$$

risposta in ampiezza del filtro a RF.

Dato che il filtro preselettore per i motivi prima detti non è molto selettivo, il fattore di reiezione di immagine del filtro stesso (e quindi del ricevitore) è tanto più elevato quanto più si allontana la frequenza immagine dalla  $f_0$ . Questo significa però aumentare il valore della FI, con il rischio di perdere i vantaggi della conversione supereterodina: la sezione FI potrebbe non lavorare più a frequenza sufficientemente bassa, dando luogo ad un ricevitore poco selettivo. Bisogna quindi scegliere, **se possibile**, un valore di  $f_i$  che garantisca contemporaneamente sufficiente selettività e sufficiente reiezione della frequenza immagine. In molte applicazioni ciò risulta possibile. Ad es. riferendoci alla radiodiffusione, l'ITU-R indica dei **valori standard** per le frequenze intermedie dei ricevitori AM ed FM, che soddisfano ad ambedue le condizioni prima indicate:

$$f_i \in [450; 470] \text{ kHz (AM)} ; \quad f_i = 10,7 \text{ MHz (FM)} .$$

Al crescere della radiofrequenza, cresce il valore della FI, come si può vedere anche

dall'esempio. Questo per ovviare alle caratteristiche sempre meno selettive del filtro preselettore al crescere della frequenza. Vediamo da questo punto di vista qual è la migliore condizione operativa dei filtri preselettori dei due tipi di ricevitore:

### 1) ricevitore AM

Consideriamo  $f_i = 450 \text{ kHz} = 0,45 \text{ MHz}$ . La distanza tra frequenza immagine e massima frequenza del multiplex, normalizzata su quest'ultima è:

$$\frac{f_{im} - f_{0 \max}}{f_{0 \max}} = \frac{2 \cdot f_i}{f_{0 \max}} \simeq \frac{0,9}{1,6} \simeq 0,6.$$

### 2) ricevitore FM

La distanza è  $\frac{f_{im} - f_{0 \max}}{f_{0 \max}} = \frac{2 \cdot f_i}{f_{0 \max}} \simeq \frac{21}{108} \simeq 0,2$ .

Dunque se facciamo un confronto a parità di banda relativa del filtro  $b \stackrel{\text{def}}{=} B/f_0$ , il filtro preselettore del ricevitore AM lavora in condizioni più favorevoli di quello FM.

Per contro, nel servizio di radiodiffusione in AM la frequenza immagine può ricadere all'interno del multiplex:

$[f_{im}]_{\min} = f_{0 \min} + 2f_i = 526,5 + 900 = 1426,5 \text{ kHz}$ . Dato che il multiplex della AM arriva a  $1606,5 \text{ kHz}$ , si vede che le frequenze immagini più basse ricadono nella banda in cui ci possono essere segnali utili, e che quindi alcuni canali della AM possono avere interferenza da frequenza immagine causata dallo stesso multiplex. Nel caso FM, invece, si ha:

$[f_{im}]_{\min} = 87,5 + 21,4 = 108,9 \text{ MHz}$ . Il multiplex della FM termina a  $108 \text{ MHz}$ , dunque nessun canale della FM corre il rischio di subire interferenza da frequenza immagine causata da segnali dello stesso multiplex.

Tornando al problema generale della frequenza immagine, non è detto che esista sempre una  $f_i$  tale da garantire contemporaneamente valori accettabili di selettività e di reiezione di immagine. In questo caso per ottenere la reiezione adeguata è necessario ricorrere a strutture di ricevitore più complesse.

In particolare esistono due possibili soluzioni:

- usare un **mixer a reiezione di immagine**, oppure:
- usare un **ricevitore a doppia conversione**.

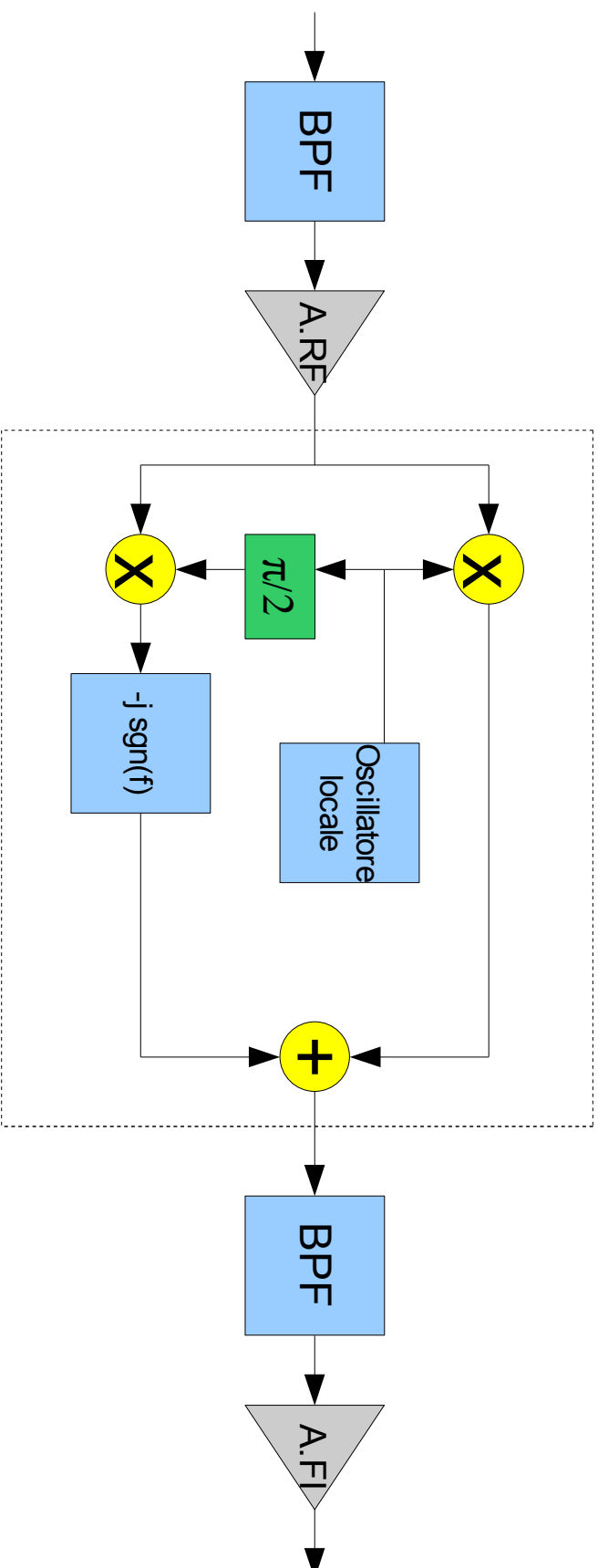
## Mixer a reiezione di immagine

È un tipo di mixer in grado di eliminare completamente, in via teorica, la risposta al canale immagine, in pratica di attenuarlo significativamente. Un tipo di mixer a reiezione di immagine è quello basato sul **circuito di Hartley**, il cui schema a blocchi di principio è riportato nella pagina seguente. Da notare la presenza di un filtro di Hilbert, il quale, non essendo causale, non è fisicamente realizzabile, ma solo approssimabile.

Analizziamo il circuito di Hartley in regime di funzionamento sinusoidale. In uscita dalla sezione RF si abbia quindi:  $s_1(t) = V_1 \cos(2\pi f t)$ .

Il segnale prodotto dall'oscillatore locale è come al solito del tipo:  $s_2(t) = 2V_l \cos(2\pi f_l t)$ .

In uscita dallo sfasatore, in ingresso al mixer inferiore dello schema si avrà il segnale dell'oscillatore sfasato di  $90^\circ$ :  $s_4(t) = -2V_l \sin(2\pi f_l t)$ .



Il segnale in uscita dal mixer superiore è  $s_3(t) = 2G_c V_1 \cos(2\pi f t) \cos(2\pi f_l t)$  ; quello in uscita dal mixer inferiore è invece  $s_5(t) = -2G_c V_1 \cos(2\pi f t) \sin(2\pi f_l t)$  , dove  $G_c \stackrel{\text{def}}{=} k_M V_1$  .

Considereremo solo i segnali a frequenza differenza, in quanto operiamo una conversione in discesa. Abbiamo quindi, in uscita dal mixer superiore dello schema:

$$s_3'(t) = G_c V_1 \cos[2\pi(f_l - f)t] \quad \forall f \leq f_l ; \quad s_3'(t) = G_c V_1 \cos[2\pi(f - f_l)t] \quad \forall f > f_l$$

In modo duale, il segnale differenza in uscita dal mixer inferiore sarà:

$$s_5'(t) = -G_c V_1 \sin[2\pi(f_l - f)t] \quad \forall f \leq f_l ; \quad s_5'(t) = G_c V_1 \sin[2\pi(f - f_l)t] \quad \forall f > f_l .$$

Infine, in uscita dal filtro di Hilbert, quest'ultimo segnale viene trasformato nel seguente:

$$s_6'(t) = G_c V_1 \cos[2\pi(f_l - f)t] \quad \forall f \leq f_l ; \quad s_6'(t) = -G_c V_1 \cos[2\pi(f - f_l)t] \quad \forall f > f_l .$$

In uscita dal circuito sommatore avremo la somma dei due segnali  $s_3'(t)$  e  $s_6'(t)$ :

$$s_7'(t) = s_3'(t) + s_6'(t) = 2G_c V_1 u(f_l - f) \cos[2\pi(f_l - f)t] , \quad u(x) \text{ funzione gradino unitario} .$$

Possiamo infatti esprimere l'uscita in modo compatto utilizzando la funzione gradino. Il circuito si comporta quindi come un normale mixer, ma con in ingresso un filtro passa-basso ideale con frequenza di taglio pari a  $f_l$ ; questo circuito elimina quindi la frequenza immagine nel caso  $f_{im} = f_0 + 2f_l$  . Se al posto del sommatore poniamo un sottrattore, abbiamo un mixer con in ingresso un filtro passa-alto ideale, sempre con frequenza di taglio  $f_l$  , che è in grado quindi di eliminare la frequenza immagine nel caso  $f_{im} = f_0 - 2f_l$  .

Non è però possibile ottenere un taglio completo delle frequenze indesiderate, e quindi non si può raggiungere il comportamento ideale, a causa del fatto che i due mixer non possono essere perfettamente identici, come invece ipotizzato nei conti fatti. Inoltre, come già detto, il filtro di Hilbert è solo approssimabile. Anche i pesi del sommatore possono variare con l'ampiezza del segnale di ingresso. Conseguentemente, i fattori di reiezione di immagine di questi filtri non sono infiniti come nel caso ideale, ma si aggirano intorno ai 30~40 dB. Sommando questo contributo di reiezione a quello offerto dal preselettore, il fattore di reiezione complessivo del ricevitore aumenta comunque considerevolmente.

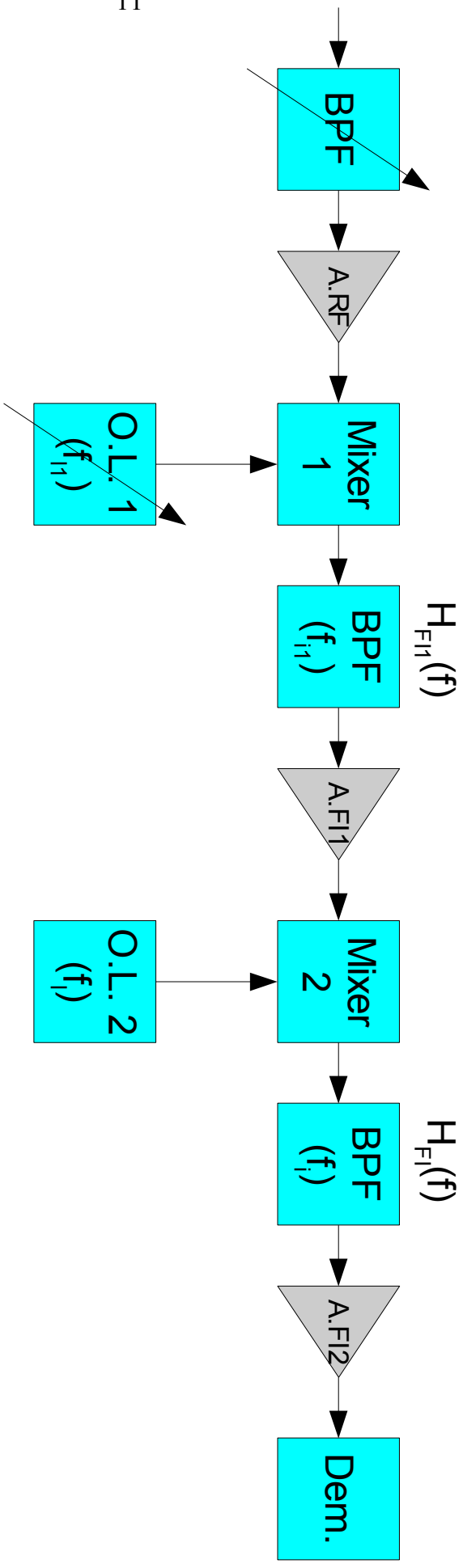
Un limite all'impiego di questa tecnica può derivare dal fatto che questo tipo di mixer è un dispositivo piuttosto rumoroso e con perdite elevate; quindi inserire nella catena di ricezione un mixer a reiezione di immagine può avere effetti negativi sulla cifra di rumore del ricevitore.

## Ricevitore a doppia conversione

Costituisce un'alternativa all'impiego del mixer a reiezione di immagine. Invece di operare una sola conversione di frequenza, questo tipo di ricevitore ne compie due, come si può vedere dallo schema a blocchi nella pagina seguente. Le due frequenze intermedie sono indicate come  $f_{il}$  e  $f_i$  . Le frequenze di oscillazione dei due oscillatori locali sono invece  $f_{il}$  e  $f_l$  . Ma mentre il primo oscillatore deve essere a frequenza variabile, il secondo oscillatore è a frequenza fissa in quanto la frequenza al suo ingresso è fissa ( $f_{il}$ ). In particolare possiamo scegliere in questo caso indifferentemente:  $f_i = f_{il} + f_l > f_{il}$  oppure  $f_i = f_{il} - f_l < f_{il}$  .

Con questa configurazione abbiamo **2 gradi di libertà**, così che è possibile scegliere la  $f_{il}$  sufficientemente alta in modo che il filtro preselettore attenui convenientemente la frequenza immagine, mentre la seconda frequenza intermedia convenientemente piccola in modo da consentire l'utilizzo di un filtro adeguatamente selettivo. Con la scelta della  $f_{il}$  si





determina quindi la reiezione di immagine, mentre con quella della  $f_i$  la selettività.

Nasce il problema però che con questa configurazione ci sono ben **3 frequenze immagini**, in particolare:  $f_{im} = f_0 + 2f_{il}$  (scelta *High*);  $f_{im1} = f_0 - 2f_i$ ;  $f_{im2} = f_0 + 2f_{il} + 2f_i$ .

Le ulteriori due frequenze immagini derivano dalla seconda operazione di conversione. Infatti l'insieme costituito dal secondo mixer e dalla seconda sezione a IF costituisce un ricevitore a singola conversione, che ha quindi una risposta anche a frequenza  $f'_{im1} = f_{il} \pm 2f_i$ . In questa posizione vengono convertiti i 2 segnali a RF sopra indicati, come risulta risolvendo l'equazione  $|f_{il} - f| = f'_{im1}$ . Tuttavia, si ha il vantaggio che la seconda frequenza immagine  $f_{im1}$  (che dista dalla frequenza utile quanto l'unica frequenza immagine del ricevitore a singola conversione) può essere reiettata a livello di sezione a prima frequenza intermedia, dove i filtri sono più selettivi rispetto a quelli a radiofrequenza. Inoltre, essendo **a questo livello fissa** la posizione della  $f'_{im1}$ , si può utilizzare un filtro aggiuntivo elimina-banda (filtro *notch*) centrato sulla  $f'_{im1}$ . La terza immagine  $f_{im2}$  infine è facilmente reiettabile già da parte del filtro preselettore. In conclusione è quindi più agevole eliminare le tre frequenze immagini del ricevitore a doppia conversione, che eliminarne una sola nella conversione semplice, dato che in questo caso la reiezione può essere fatta solo a radiofrequenza.

Per progettare un ricevitore a doppia conversione è possibile partire dall'uscita, scegliendo una  $f_i$  piccola in modo che, in relazione al filtro che si intende utilizzare, si abbia la giusta selettività; quindi scegliamo una  $f_{il}$  tale che il filtro a  $f_{il}$  dia la necessaria reiezione di immagine. Deve essere:

$$\rho_{im2} \stackrel{\text{def}}{=} 20 \log_{10} \left[ \frac{|H_{FI}(f_{il})|}{|H_{FI}(f_{il} \pm 2f_i)|} \right] \geq \bar{\rho}_{im2}, \text{ posto come valore limite del fattore di reiezione.}$$

Infine, a radiofrequenza, deve risultare:

$$\rho_{im1} \stackrel{\text{def}}{=} 20 \log_{10} \left[ \frac{|H_{RF}(f_{0\max})|}{|H_{RF}(f_{0\max} \pm 2f_{il})|} \right] \geq \bar{\rho}_{im1} \text{ imposto come limite dal progetto.}$$

Se a RF la condizione scritta non è rispettata, bisogna aumentare la  $f_{il}$  e verificare che ciò sia compatibile con le specifiche sulla seconda immagine. Se non lo è, o si aumenta se possibile la  $f_i$  oppure si abbina la tecnica precedente, utilizzando un mixer a reiezione di immagine quale secondo mixer. Infatti, per via della sua rumorosità, il mixer a reiezione d'immagine è opportuno che sia posto quanto più a valle possibile nella catena ricevente. Una soluzione alternativa ad esso consiste nell'aumentare il numero di conversioni, passando da due a tre.

La tripla conversione garantisce comunque ottime caratteristiche di selettività al ricevitore, anche indipendentemente dal problema della reiezione di immagine.

## Cenno sul ricevitore omodina

Nella progettazione elettronica, il *trend* attuale, specie nelle applicazioni di largo consumo, è quello di integrare il maggior numero possibile di funzioni in un singolo microcircuito. Ci sono anche applicazioni in cui le dimensioni fisiche degli apparati devono essere le più contenute possibili, come ad es. nei ricevitori dei terminali mobili della telefonia cellulare.

Particolarmente in questo tipo di applicazioni, la struttura supereterodina risulta troppo complessa (almeno 3 sezioni: RF, IF, BB) **nonché** di difficile integrazione rispetto ad alcuni componenti (es. il filtro a IF), per cui recentemente si è valutata l'opportunità di ricorrere in

questi casi a strutture più semplici e di più agevole integrazione.

Rientra tra queste il ricevitore detto “**omodina**” in quanto, diversamente dai ricevitori di tipo eterodina, converte direttamente dalla radiofrequenza alla banda base il multiplex d'ingresso, rimandando a questa sezione finale l'operazione di selezione del canale, operata mediante un filtro passa-basso.

Allo scopo di avere una struttura poco rumorosa, si fa precedere all'operazione di demodulazione quella di amplificazione a radiofrequenza.

Questa struttura di ricevitore, detta pure a “**conversione diretta**”, ha anche il vantaggio rispetto al supereterodina di non presentare il problema della frequenza immagine, in quanto può considerarsi un ricevitore supereterodina **con** frequenza intermedia nulla (di qui anche il nome di ricevitore “**zero IF**”).

Un ulteriore vantaggio è quello di poter più agevolmente implementare un'**elaborazione digitale** dei segnali, mediante una conversione A/D operata a valle del processo di demodulazione.

L'elaborazione digitale consente tra l'altro una notevole versatilità di impiego del ricevitore, nonché di realizzare ricevitori riconfigurabili via software (“*Software Radio*”).

Tuttavia, come sempre avviene, questa struttura manifesta alcune criticità non presenti nella struttura supereterodina.

Tra queste citiamo il problema della nascita di una componente spuria di segnale in continua (*DC offset*) in uscita dal mixer del demodulatore coerente, causata da due fattori: a motivo delle dispersioni tra le porte del mixer (passaggio diretto di segnale da una porta all'altra), crescenti al crescere della frequenza di lavoro, e della irradiazione diretta del segnale dell'OL, avviene che una frazione del segnale prodotto dall'OL si ritrova in ingresso al mixer, dando luogo in uscita ad un segnale non desiderato a frequenza nulla (fenomeno di “*self mixing*”). Questo concorre sia a modificare il contenuto informativo utile che a sovraccaricare gli stadi di amplificazione in banda base, introducendo dannose distorsioni non lineari.

Sempre a causa della frequenza dell'OL, che in questo ricevitore coincide con quella  $f_0$  del segnale utile, questo tipo di struttura è più soggetta alla irradiazione del segnale dell'OL tramite l'antenna nello spazio circostante, creando interferenze nei ricevitori vicini.

## Sensibilità di un ricevitore

Si definisce **sensibilità** di un ricevitore quel valore del segnale in ingresso che garantisce preassegnate “prestazioni” in uscita. Il valore della sensibilità può essere espresso utilizzando tre diverse grandezze:

- Potenza media  $P_i$  del segnale in ingresso, espressa ad es. in **dBm**, cioè 
$$10 \log_{10} \left( \frac{(P_i)_{mW}}{1 \text{ mW}} \right) ;$$
- Tensione efficace  $V_i$  del segnale in ingresso, espressa ad es. in **dBμV**, cioè 
$$20 \log_{10} \left( \frac{(V_i)_{\mu V}}{1 \mu V} \right) .$$
 Dalla tensione efficace si può risalire alla potenza media

conoscendo l'impedenza d'ingresso del ricevitore, che è standardizzata (es.  $R_0 = 50; 75; 300 \Omega$ ), La potenza del segnale può essere infatti espressa in funzione della

tensione efficace:  $P_i = \frac{V_i^2}{R_0}$  ;

- Campo elettrico (valore efficace) sull'antenna ricevente, espresso ad es. in  **$dB\mu V/m$** . Questo parametro è univocamente legato ai precedenti, una volta note le caratteristiche dell'antenna ricevente.

Vediamo ora a che tipo di prestazione è possibile fare riferimento, per definire la sensibilità. Ci sono due modalità per esprimere il tipo di prestazione: la prima è fissare un determinato valore di **rapporto segnale/rumore** in uscita, con riferimento al solo rumore che si genera all'interno del ricevitore. Si parla in questo caso di **sensibilità limitata dal rumore**; il parametro che indica la sensibilità è detto **minimo segnale rivelabile (MDS, *Minimum Detectable Signal*)**. Vediamo qualche valore numerico: l'ITU-R, nella Raccomandazione BS-703, indica dei valori minimi di sensibilità che un ricevitore radiofonico deve garantire; questi valori variano a seconda della banda in cui è fornito il servizio, secondo quanto indicato nella Tabella:

Banda	MDS	SNR da garantire in uscita
LF (5)	66 $dB\mu V/m$	26 dB
MF (6)	60 $dB\mu V/m$	
HF (7)	40 $dB\mu V/m$	
VHF (8)	30 $dB\mu V/m$	40 dB

I valori di MDS (espressi in termini di campo elettrico efficace) sono quelli che devono garantire il corrispondente rapporto segnale/rumore in uscita. Ai fini della misura, il segnale di prova applicato in ingresso per misurare la sensibilità nelle bande LF, MF e HF è un segnale AM con portante, modulato con un tono alla frequenza di 1  $kHz$  e con indice di modulazione  $m=0,3$ . Nel caso di servizio in banda VHF, invece, si utilizza come segnale di prova un segnale FM sempre modulato con un tono a 1  $kHz$ , con massima deviazione in frequenza pari a  $\Delta f = \pm 75 kHz$ . Come detto i valori in Tabella sono i valori di sensibilità minima. A tale proposito si osservi che più grande è il valore numerico della sensibilità e meno sensibile risulta il ricevitore. Si nota dalla Tabella che il valore di sensibilità minima richiesta ad un ricevitore varia con la frequenza, ed in particolare decresce al crescere della frequenza. Questo andamento è dovuto al fatto che ogni ricevitore lavora con segnali provenienti da un determinato canale radio e quindi incontrerà, oltre al rumore interno, anche il rumore esterno relativo a quel canale radio; nelle bande LF, MF ed HF, come visto a suo tempo, il rumore esterno diminuisce al crescere della frequenza. Quindi un ricevitore che lavori in banda LF avrà a che fare con un rumore d'antenna maggiore rispetto ad uno che lavori in banda HF. Di conseguenza nelle bande basse di frequenza non è conveniente progettare ricevitori molto sensibili, in quanto il rumore esterno è preponderante. Ha senso invece, al crescere della frequenza, progettare ricevitori più sensibili, perché in questo caso, nel computo del rumore complessivo, diventa significativo anche il rumore interno del ricevitore, che è opportuno quindi sia sufficientemente contenuto.

Spesso, per risparmiare, per i motivi appena detti nei ricevitori che lavorano nelle bande LF ed MF si elimina l'amplificatore a RF, dato che è proprio questo che contribuisce ad aumentare il valore della sensibilità. Se invece si lavora in bande più alte in frequenza, l'amplificatore a RF è importante ai fini di contenere il rumore complessivo e proprio per questo compare sempre e in taluni casi (banda SHF) deve essere un LNA.

Anche le soglie di SNR fissate dall'ITU-R in 26 dB e 40 dB sono dettate dal livello del

rumore esterno: i valori nelle bande più basse sono bassi, perché il contributo di rumore esterno è alto e quindi per poter garantire un rapporto segnale/rumore elevato sarebbe necessario trasmettere con potenze eccessivamente elevate.

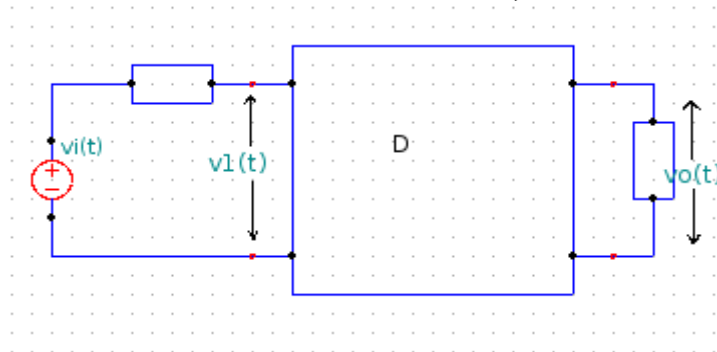
Un secondo modo di definire la sensibilità è quello di prendere come riferimento la **potenza in uscita**. Si parla in questo caso di sensibilità limitata dal guadagno, in quanto per garantire una certa potenza in uscita il ricevitore deve avere un guadagno adeguato. Prefissata una certa potenza media in uscita, si definisce sensibilità del ricevitore il valore del segnale in ingresso che garantisce tale potenza. Anche questo parametro è importante: può infatti essere inutile garantire un sufficiente rapporto segnale/rumore, se poi la potenza di segnale in uscita dal ricevitore è insufficiente per essere fruita dall'utente.

### Dinamica di un ricevitore

È definita come l'intervallo di valori del segnale in ingresso all'interno del quale il ricevitore funziona "correttamente". Per quantificare la dinamica, si può prendere come limite inferiore il valore più grande tra la sensibilità limitata dal rumore e la sensibilità limitata dal guadagno. Il limite superiore può essere dato dal valore di potenza di ingresso che porta i dispositivi attivi (Amplificatori, Mixer) del ricevitore a lavorare in regione non-lineare, introducendo per l'appunto distorsioni non-lineari superiori ad una determinata soglia.

Si ricordi infatti che i valori dei parametri ( $Z$  o altri) di un quadripolo attivo variano oltre che con la frequenza anche con l'ampiezza dei segnali che li attraversano e superati certi limiti il quadripolo non funziona correttamente a motivo della distorsione non-lineare introdotta.

Si caratterizzano le distorsioni non-lineari di un quadripolo mediante lo sviluppo in serie di Mac Laurin del segnale in uscita. Considerando un quadripolo come in figura e supponendo di avere un ingresso sinusoidale  $v_i(t) = V_M \cos(2\pi f_0 t)$ , si avrà in uscita:



$$v_o(t) = g[v_i(t)] = \sum_j k_j v_i^j(t) = k_1 v_i(t) + k_2 v_i^2(t) + \dots$$

$$\text{con } k_j = \left[ \frac{1}{j!} \cdot \frac{d^j g(x)}{dx^j} \right]_{x=0}$$

Ponendo  $v_1(t) \stackrel{\text{def}}{=} k_1 v_i(t) = k_1 V_M \cos(2\pi f_0 t)$ , questo rappresenta il termine utile desiderato in uscita. Il secondo termine può essere scritto come:

$$v_2(t) \stackrel{\text{def}}{=} k_2 v_i^2(t) = k_2 \frac{V_M^2}{2} + k_2 \frac{V_M^2}{2} \cos(2\pi 2 f_0 t) \quad .$$

In esso è presente una componente continua ed un termine a frequenza doppia, cioè è presente una distorsione di tipo armonico. Se l'ampiezza del segnale è piccola, i termini di distorsione di seconda armonica (e di ordine superiore, se si considerano anche i termini successivi dello sviluppo in serie) sono trascurabili rispetto al segnale utile e il quadripolo può essere considerato lineare.

Quindi, per non avere elevata distorsione bisogna limitare la potenza in ingresso, e il limite superiore a tale potenza è dato da un prefissato valore massimo (es. 1%) del rapporto tra la potenza complessiva delle armoniche indesiderate e la potenza di segnale utile in uscita.

### **Controllo automatico del guadagno (AGC – *Automatic Gain Control*)**

Quasi tutti i ricevitori implementano al loro interno un sistema di controllo automatico del guadagno, sia della sezione a RF che di quella a IF. Questa funzione ha due scopi:

1) **estendere la dinamica** del ricevitore e 2) **mantenere (circa) costante la potenza** in uscita, al variare (entro certi limiti) di quella in ingresso.

La seconda funzione è importante in molti tipi di servizio, in quanto consente di limitare alcuni effetti indesiderati quali, ad esempio:

- 1) nei ricevitori radiofonici, i vari segnali del multiplex di ingresso presentano di solito livelli molto diversificati di potenza (in relazione alla potenza dei rispettivi trasmettitori, alla distanza del ricevitore da essi e alle differenti condizioni di propagazione delle relative onde radio), per cui la sintonizzazione su stazioni diverse dà luogo facilmente a potenze in uscita dal ricevitore molto diverse, costituendo questo un effetto fastidioso per l'utente, quando passa da un canale all'altro;
- 2) in ricevitori per applicazioni radiomobili (es. telefoni cellulari) le condizioni di propagazione notevolmente mutevoli da un punto all'altro del tragitto del terminale mobile, danno luogo a livelli di segnale in ingresso al ricevitore continuamente variabili nel tempo (fenomeno detto “*fading*”) e quindi anche a livelli continuamente fastidiosamente variabili di potenza di uscita.

Allo scopo di limitare tali indesiderati effetti, il ricevitore viene dotato di un sistema più o meno sofisticato di controllo automatico del guadagno.

Una possibile implementazione consiste nel prelevare in uscita dalla sezione a IF un segnale proporzionale all'ampiezza della portante ricevuta nei ricevitori AM, oppure all'ampiezza del segnale complessivo nei ricevitori FM; questo segnale comanda i guadagni degli amplificatori a IF e a RF, nel senso di ridurre l'amplificazione al crescere dell'ampiezza del segnale in ingresso e viceversa (reazione negativa). Ciò consente, entro certi limiti, di mantenere costante il livello di uscita del ricevitore e anche di ridurre i fenomeni di saturazione dello stesso, che riducono la sua dinamica.

I sistemi di AGC basati sulla variazione dei guadagni degli amplificatori soffrono della sfavorevole circostanza di variare il punto di lavoro dei dispositivi attivi degli stessi e quindi di variarne anche le caratteristiche di dinamica e di adattamento di impedenza, a seconda dell'ampiezza dei segnali di ingresso. Questa sfavorevole circostanza può essere evitata utilizzando la tecnica di AGC ad **attenuazione variabile**: con tale tecnica si mantengono fissi i valori di guadagno degli amplificatori al variare dell'ampiezza dei segnali in ingresso al ricevitore, ma si limitano le escursioni dei segnali al loro ingresso variando l'attenuazione

introdotta da un attenuatore variabile (di tipo elettronico) che precede ciascun amplificatore. A motivo della presenza dell'AGC, la caratteristica ingresso – uscita di un ricevitore **non è lineare**, come anche **non** risulta costante il rumore in uscita al variare del livello del segnale in ingresso, ma le potenze di segnale utile  $P_c$  e di rumore  $P_n$  presentano l'andamento qualitativamente indicato in figura nella pagina seguente. Infatti, per effetto dell'AGC al decrescere della potenza in ingresso  $P_{in}$  la potenza in uscita  $P_c$  rimane circa costante, almeno fino a che non si è raggiunto il guadagno massimo offerto dal ricevitore, dopo di che tende a decrescere. Per alte potenze l'uscita è invece circa costante.

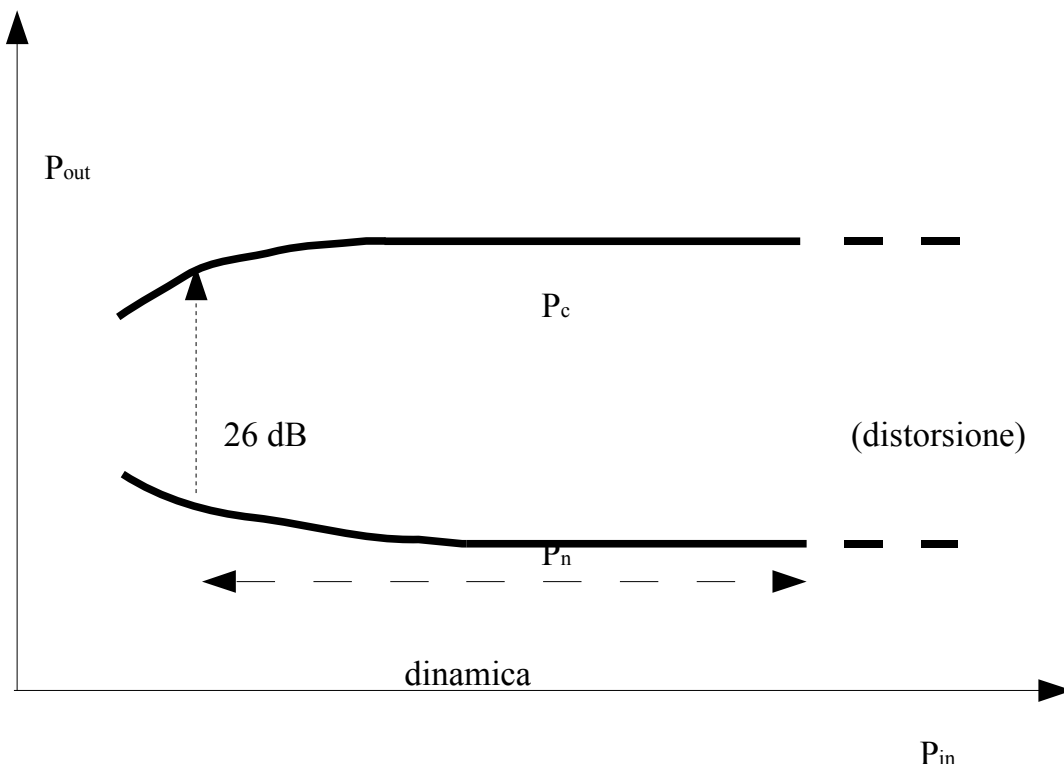
Vediamo la potenza media di rumore  $P_n$ : senza AGC la potenza media di rumore è invariante, mentre con l'AGC per potenze in ingresso basse la potenza di rumore aumenta, rimane invece costante e bassa per potenze in ingresso elevate. Analizziamo infatti l'espressione della densità spettrale di potenza media di rumore in uscita dalla sezione a IF del ricevitore, dovuta al solo rumore interno ad esso:

$$S_{nd}(f) = \underbrace{k T_{es_{RF}}(f) G_{d_{RF}}(f) G_{d_{MIX}}(f) G_{d_{FI}}(f)}_{\text{sezione RF}} + \underbrace{k T_{es_{MIX}}(f) G_{d_{MIX}}(f) G_{d_{FI}}(f)}_{\text{mixer}} + \underbrace{k T_{es_{FI}}(f) G_{d_{FI}}(f)}_{\text{sezione FI}} .$$

Si nota che lo spettro di potenza di rumore aumenta al crescere di  $G_{d_{RF}}$  e  $G_{d_{FI}}$ , e questi ultimi aumentano (per via dell'AGC) in presenza di bassa potenza di segnale in ingresso.

Si osservi anche che al diminuire del guadagno, aumenta il rapporto segnale-rumore, contrariamente a quanto indicherebbe la formula di Friis. Ciò è dovuto al fatto che, essendo la connessione in cascata dei blocchi del ricevitore controreazionata, si mantiene circa costante la potenza utile in uscita al diminuire del guadagno, mentre diminuisce quella del rumore.

Sempre con riferimento alla figura, viene indicata anche la dinamica del ricevitore: l'estremo inferiore è determinato, ad es., dal valore minimo di 26 dB di rapporto segnale-rumore, mentre l'estremo superiore è dettato dal superamento di una determinata distorsione.



## Confronto tra Radio AM e FM

Come indicato dal Piano Nazionale di ripartizione delle Frequenze, le bande assegnate ai servizi di radiofonia in AM ed FM sono rispettivamente:

- radio AM: 526,5~1606,5 kHz;
- radio FM: 87,5~108 MHz.

Come già accennato, il rapporto segnale/rumore che è possibile ragionevolmente garantire nella banda della AM è più basso rispetto a quello ottenibile nella banda della FM, dato che come abbiamo visto intorno a 1 MHz si ha un forte contributo di rumore esterno rispetto a quello presente intorno a 100 MHz. Inoltre osserviamo che la banda RF a disposizione della AM è di circa 1 MHz, mentre quella assegnata alla FM è di circa 20 MHz, permettendo quest'ultima di utilizzare tecniche di modulazione più vantaggiose nei confronti del rumore (la FM, appunto). Infine, l'ampiezza della banda base di un segnale AM è molto minore rispetto a quella di un segnale FM:

- segnale AM: 100~4500 Hz;
- segnale FM: 40~15000 Hz.

Si osserva che la banda base del segnale FM è molto vicina all'intero spettro udibile (stimato in 20~20000 Hz). La banda base dei due tipi di segnale è diversa perché in AM, avendo poca banda RF a disposizione, sorge la necessità di comprimere quanto più possibile i canali in frequenza, ottenendo appunto con tale banda base canali (modulati) da 9 kHz. Nella FM lo spettro a disposizione come detto è notevolmente più ampio e di conseguenza consente canali più ampi in frequenza. In particolare, nella radio FM si ha una deviazione massima in frequenza pari a  $\Delta f = 75 \text{ kHz}$ . Dalla formula di Carson otteniamo una stima della banda del segnale FM:  $B = 2(f_m + \Delta f) = 2(15 + 75) \text{ kHz} = 180 \text{ kHz} \approx 200 \text{ kHz}$ .

Purtroppo però, come già accennato, la banda FM delle VHF risulta essere la porzione di spettro radio in cui vi è la maggiore irradiazione di potenza, a causa della forte richiesta di trasmissioni in tale banda (radio locali), e anche per questo la banda di canale dai 200 kHz ideali è scesa a 100 kHz effettivi, con la conseguenza di parziale sovrapposizione tra i segnali di canali adiacenti.

La radio FM è superiore all'AM anche perché consente la trasmissione del suono in stereofonia, mentre in AM il suono è sempre monofonico. Vediamo la struttura del segnale audio stereo, come indicato nella Raccomandazione BS-450 dell'ITU-R. Sono proposte due modalità, anche se in pratica solo quella detta a **tono pilota** è utilizzata. In ogni caso bisogna garantire la compatibilità con i ricevitori monofonici. A tale scopo il sistema a tono pilota prevede un segnale modulante opportunamente multiplato a divisione di frequenza. Si hanno, in partenza, due segnali in banda base:

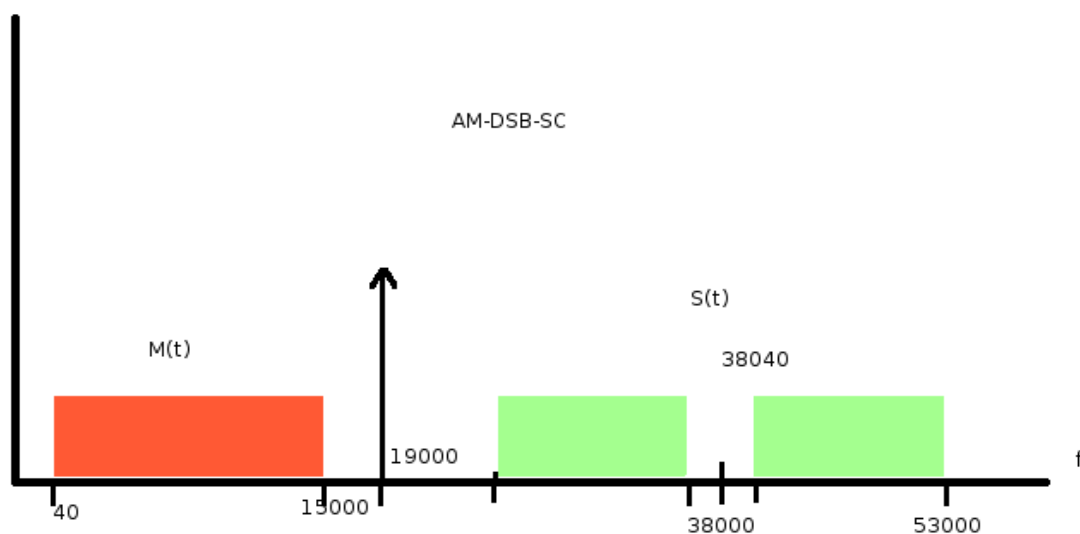
- $A(t)$  corrispondente al canale sinistro e
- $B(t)$  corrispondente al canale destro.

Per le suddette ragioni di compatibilità con il sistema monofonico, questi segnali non sono multiplati direttamente in questa forma, ma si creano due segnali:

- $M(t) = \frac{A(t) + B(t)}{2} \rightarrow \text{segnale mono} \quad ;$
- $S(t) = \frac{A(t) - B(t)}{2} \rightarrow \text{segnale differenza} \quad .$



Il segnale  $M(t)$  occupa la banda base, mentre si trasla in frequenza il segnale  $S(t)$  intorno a una portante a  $38\text{ kHz}$  operando una modulazione AM-DSB-SC. La portante a  $38\text{ kHz}$  è quindi soppressa, ma viene inserita una portante a  $19\text{ kHz}$ , il cosiddetto “tono pilota”. I segnali descritti sono rappresentati in figura, e costituiscono il segnale complessivo che va a modulare la portante radio. Essendo la deviazione massima ancora pari a  $75\text{ kHz}$ , la larghezza di banda del segnale modulato aumenta sensibilmente rispetto al caso di trasmissione monofonica, con conseguente incremento dell'interferenza sui canali adiacenti. Parallelamente, diminuisce l'indice di modulazione ( $\Delta f/\text{banda base}$ ) e quindi anche l'incremento di rapporto segnale/rumore in uscita al demodulatore rispetto a quello in ingresso.



In ricezione, un ricevitore di tipo monofonico, avendo una banda base limitata a  $15\text{ kHz}$ , è in grado di recuperare esclusivamente il segnale monofonico  $M(t)$  scartando tutto il resto. Il ricevitore stereo invece utilizza l'intero segnale: mediante un filtro passa-banda recupera da esso il tono pilota a  $19\text{ kHz}$  ed effettua la demodulazione coerente del segnale  $S(t)$  modulato, dopo aver ricostruito la portante a  $38\text{ kHz}$  raddoppiando la frequenza del tono pilota. Si osservi che la trasmissione diretta della portante a  $38\text{ kHz}$  avrebbe comportato la necessità per il ricevitore di un filtro passa-banda molto selettivo (distanza relativa delle bande laterali:  $40/38000$ ), rispetto a quello necessario per recuperare il tono pilota a  $19\text{ kHz}$  (distanza relativa:  $4000/19000$ ).

Dai due segnali  $M(t)$  e  $S(t)$  si ricreano il canale destro e sinistro:  $A(t) = M(t) + S(t)$  e  $B(t) = M(t) - S(t)$ .

Un'altra interessante possibilità offerta dalla radio FM è rappresentata dalla funzione **RDS** (*Radio Data System*): si tratta di una tecnica di trasmissione dati, compatibile con l'ordinaria trasmissione audio monofonica o stereofonica, prevista per dotare il ricevitore FM di diverse utili funzioni aggiuntive, quali ad esempio:

- Indicazione sul *display* alfanumerico del ricevitore del nome del canale radio su cui è sintonizzato. Questa possibilità è offerta dal codice **PS** (*Programme Service name*), che consente la trasmissione di un nome formato da non più di 8 caratteri alfanumerici;

- Risintonizzazione automatica nel caso di ricevitore in movimento (autoradio). Questa possibilità è offerta dal codice **AF** (*Alternative Frequencies list*): trattasi della trasmissione di una lista delle frequenze utilizzate, in una certa area geografica, dai trasmettitori che irradiano lo stesso canale radio: utilizzando questa lista, il ricevitore può misurare il livello di campo e.m. con cui riceve il segnale di ogni trasmettitore, allo scopo di sintonizzarsi di volta in volta su quello che presenta il segnale migliore.
- Ricerca automatica dei canali radio che trasmettono in quel momento lo stesso tipo di informazione, come ad es. “ultime notizie”, “sport”, “musica pop”, “musica classica”. Questa possibilità è consentita dal codice **PTY** (*Programme TYpe*) , che associa ad ogni programma trasmesso un numero, che corrisponde appunto al tipo di programma.
- Trasmissione di informazioni sul traffico automobilistico . Questa possibilità è consentita dalla funzione **TMC** (*Traffic Messsage Channel*): trattasi di un canale di trasmissione previsto per fornire questo tipo di informazione all'utente.

Tutte queste possibilità ed altre che non stiamo ad illustrare, sono consentite dalla trasmissione in parallelo con l'informazione audio monofonica o stereofonica, di un flusso numerico binario su di una portante a  $57\text{ kHz}$  (terza armonica del tono pilota se la trasmissione è stereo) modulata in ampiezza a doppia banda laterale e con soppressione della portante (AM-DSB-SC) da una coppia di segnali bipolari antipodali, che occupano una banda base di  $2,4\text{ kHz}$ . Questo segnale AM si aggiunge agli altri prima definiti relativi all'informazione audio e complessivamente essi costituiscono il segnale multiplo che modula in frequenza la portante radio. Le specifiche indicano in  $2\text{ kHz}$  la deviazione massima di frequenza del segnale RDS. Il *bit rate* previsto è pari ad  $1/48$  della frequenza portante, ovvero  $1187,5\text{ bit/s}$ . La trama della trasmissione (detta “gruppo”) è costituita da 4 blocchi di 26 bit ciascuno, 16 utili e 10 per il codice ciclico per la correzione degli errori, per complessivi 104 bit. Esistono 16 possibili tipi di gruppo.

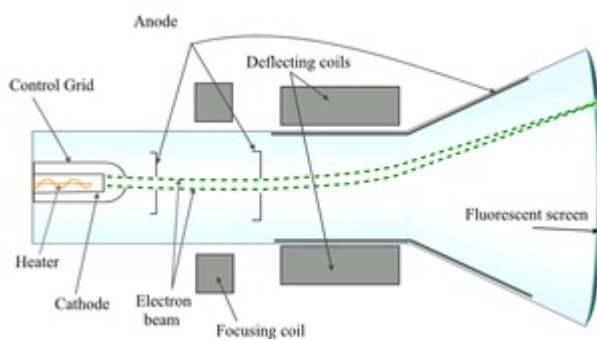
In ricezione il ricevitore FM dotato della funzione RDS isola il segnale RDS in banda base mediante un filtro passabanda a  $57\text{ kHz}$  e lo invia alla catena ricevente specifica.

Per ulteriori dettagli di questo sistema si rimanda ad es. alla Raccomandazione BS-643.

**Appunti dal corso di**  
**Sistemi di Telecomunicazione A.A. 2008/09**  
**Prof. Mario Fossi**

## 5 - TELEVISIONE ANALOGICA (PRIMA PARTE)

A motivo della scelta fatta al tempo dell'introduzione della televisione a colori, dettata da esigenze di politica commerciale, di prevedere la massima compatibilità tra lo standard preesistente di televisione in bianco e nero e standard a colori, è opportuno iniziare illustrando le caratteristiche principali della televisione monocromatica (in bianco e nero). Per giustificare il tipo di struttura del segnale video, bisogna fare riferimento al tipo di trasduttore video di uscita utilizzato quando è nata la televisione (Stati Uniti, anni '30 del '900) e valido fino a ieri, ovvero quel particolare **tubo a raggi catodici (CRT)**, detto **cinescopio**. Vediamone la struttura, di cui la figura ne rappresenta una sezione verticale.

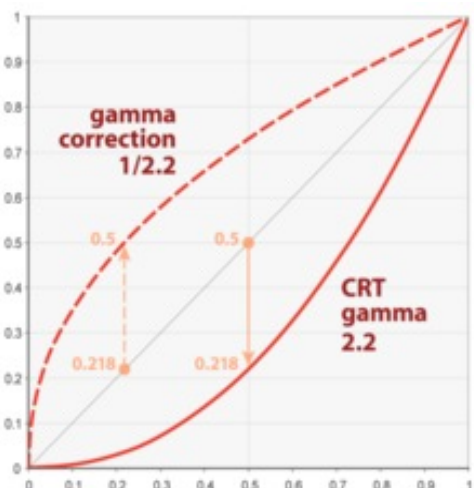


Si tratta di un involucro di vetro al cui interno è praticato il vuoto, costituito da uno schermo frontale e da un “collo” posteriore, come illustrato nella figura (nella realtà le dimensioni dello schermo rispetto al collo sono molto più grandi). Nel collo del tubo è posizionato il cosiddetto “cannone elettronico”, che emette elettroni per via termica. Il fascio di elettroni emesso dal catodo presente nel cannone elettronico del tubo viene accelerato mediante

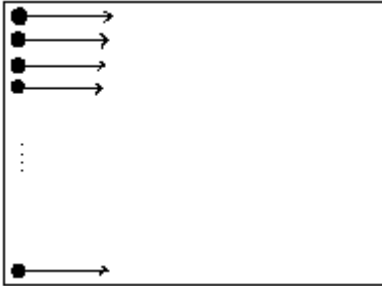
una tensione e focalizzato in modo da andare a colpire una porzione puntiforme dello schermo. Sulla superficie interna di esso è stata depositata una sostanza chimica - i cosiddetti “fosfori” - che, se colpita da elettroni, emette luce bianca, (accanto alla luce peraltro il cinescopio emette in parte anche dannosi raggi X). Il fascio di elettroni prende il nome di pennello elettronico.

La luce emessa decade rapidamente quando il fosforo non è più colpito dal pennello elettronico. La quantità di luce emessa è circa proporzionale alla corrente elettronica che colpisce il fosforo. L'intensità della corrente elettronica è controllata dal valore della tensione tra griglia e catodo, che rappresenta il segnale in ingresso al trasduttore. Tuttavia non si può dire che il trasduttore nel suo complesso sia di tipo lineare, perché la legge tra intensità della corrente elettronica e tensione che la controlla è del tipo:  $i = v^\gamma$ , con  $\gamma$  variabile tra 2 e 3.

Per rendere complessivamente lineare il sistema, in trasmissione si fa la cosiddetta **correzione del  $\gamma$** , ovvero si eleva la tensione, che come vedremo rappresenta il segnale video, ad una potenza pari a  $1/\gamma$ , ottenendo così complessivamente una relazione lineare tra ingresso e uscita del sistema televisivo, come mostrato in figura.



Tornando al cinescopio, il pennello elettronico deve poter essere opportunamente deflesso, altrimenti il flusso di elettroni verrebbe concentrato solo su un punto: il centro dello schermo. Bisogna dunque poter pilotare il fascio su tutti i punti dello schermo, ed a ciò provvedono opportuni **segnali di deflessione: orizzontale e verticale**. La deflessione avviene



per via magnetica, attraverso una opportuna (vedi oltre) corrente elettrica che circola entro opportune **bobine di deflessione**. L'insieme delle bobine è detto **giogo di deflessione**. E' opportuno anche considerare la profondità del cinescopio, che risulta significativa: più grande è lo schermo e più lungo è il cinescopio, diversamente dai più moderni trasduttori video basati sui cristalli liquidi o al plasma. Si diceva che per comprendere la struttura del segnale video

bisogna tener conto del CRT: vediamo quindi la tecnica che è impiegata per prelevare il segnale video in ingresso e riprodurlo in uscita. Si usa una tecnica detta **scansione per linee** dell'immagine: il trasduttore di ingresso può essere visto come una finestra elementare che scandisce per linee l'immagine da riprendere, muovendosi velocemente da sinistra verso destra e lentamente dall'alto verso il basso del quadro, fornendo in uscita un segnale che è proporzionale alla **luminosità media** risultante dall'insieme dei dettagli dell'immagine che di volta in volta ricadono entro la finestra elementare (si ha un effetto di integrazione spaziale). Questa tecnica di scansione peraltro è simile a quella impiegata dall'occhio umano per leggere una pagina scritta, ma è profondamente diversa dalla tecnica di acquisizione e riproduzione utilizzata in fotografia e in cinematografia.

Lo stesso movimento dovrà anche operare il pennello elettronico del trasduttore di uscita, che dovrà essere opportunamente sincronizzato con quello di ingresso, per non dar luogo ad un'immagine ricostruita deformata.

Si comprende subito come le dimensioni della finestra elementare rispetto a quelle dell'immagine da riprendere, e quindi il numero di linee per quadro, concorrono e determinare il grado di risoluzione del sistema. Attualmente è in uso la **SDTV** (*Standard-Definition TeleVision*), che prevede, nello standard adottato in Italia e prevalentemente in Europa, un numero di 625 linee per quadro. E' peraltro in atto la tendenza a passare a sistemi ad alta definizione (**HDTV**, *High Definition TV*), dato che attualmente si possono trasmettere più dati grazie alla trasmissione numerica, e anche grazie all'avvento di schermi grandi, consentiti dai trasduttori a cristalli liquidi (LCD) o al plasma.

La riproduzione delle immagini mediante la tecnica di scansione per linee è possibile grazie anche alla caratteristica dell'occhio umano nota come **persistenza dell'immagine sulla retina**: quando lo stimolo luminoso che colpisce l'occhio cessa, la percezione di luce non cessa immediatamente, cioè l'occhio continua a percepire luce per una frazione di tempo. Ci sono però due questioni da affrontare: quella di garantire all'osservatore la percezione di **continuità dei movimenti** e quella di ridurre l'effetto di “**sfarfallio**” dell'immagine.

Infatti come in cinematografia, anche in televisione vengono trasmesse un certo numero di immagini (quadri) distinte, prelevate in rapida successione temporale dalla scena. In essa ci possono essere delle parti in movimento, per cui si pone il problema di garantire all'osservatore un effetto di continuità temporale (fluidità) dei movimenti. Si è osservato che per avere la percezione della continuità è sufficiente trasmettere 10~12 quadri al secondo (per scene con movimenti non troppo rapidi), ma questo numero è insufficiente a contenere il fastidioso fenomeno di “sfarfallio” dell'immagine (effetto *flicker*).

Questo fastidioso effetto è presente anche nella tecnica cinematografica, dove è dovuto al fatto che l'obiettivo del proiettore presenta un singolo fotogramma per volta e nel tempo di passaggio da un fotogramma al successivo si chiude l'otturatore dell'obiettivo, per riaprirlo quando il nuovo fotogramma è correttamente posizionato su di esso. Sullo schermo c'è quindi una serie continua di passaggi da condizioni di **luce** (quando è proiettato il fotogramma) a **assenza di luce** (nel tempo di spostamento tra due fotogrammi contigui), e la vista ne risulta disturbata, in quanto la persistenza dell'immagine sulla retina ha una durata limitata. Per assicurare un fastidio accettabile, agli inizi fu necessario aumentare il numero di fotogrammi al secondo da 12 ad almeno 16. L'effetto di sfarfallio però cresce all'aumentare della luminosità del quadro, e a pari luminosità cresce all'aumentare delle sue dimensioni. Al progredire della tecnica cinematografica (proiettori più luminosi e schermi più grandi) un numero di 16 quadri al secondo non fu più sufficiente, e si arrivò a dover proiettare 24 quadri al secondo. Quando infine, per la comparsa degli schermi “panoramici”, neanche 24 quadri al secondo furono più sufficienti, si pensò di lasciare invariato il numero di fotogrammi della pellicola (e quindi la lunghezza e di conseguenza il costo della pellicola) ma di proiettare 2 volte lo stesso fotogramma, raddoppiando così la frequenza di interruzione della luce e riducendo conseguentemente lo sfarfallio dell'immagine. Con questo artificio si arriva ad un numero (virtuale) di 48 fotogrammi al secondo.

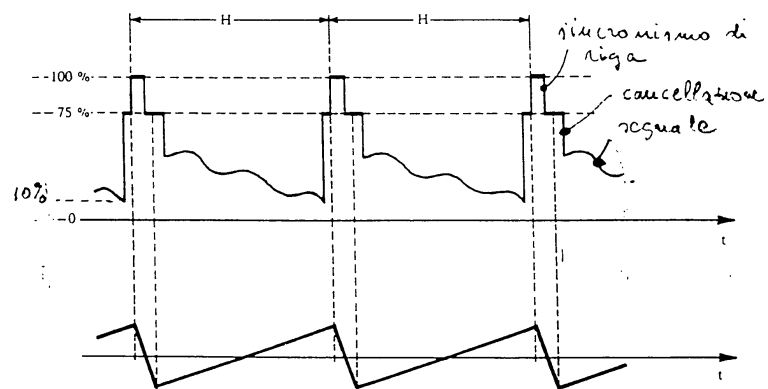
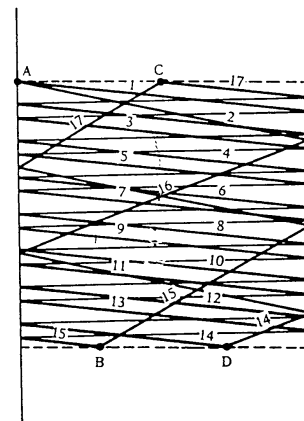
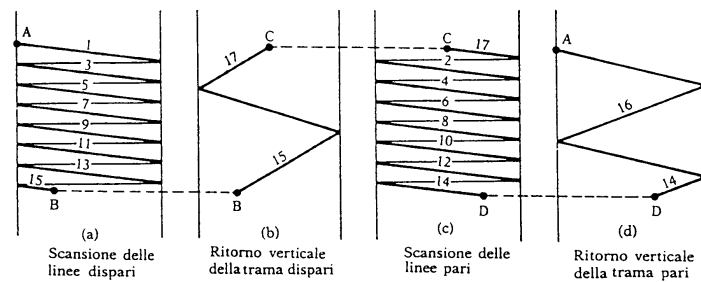
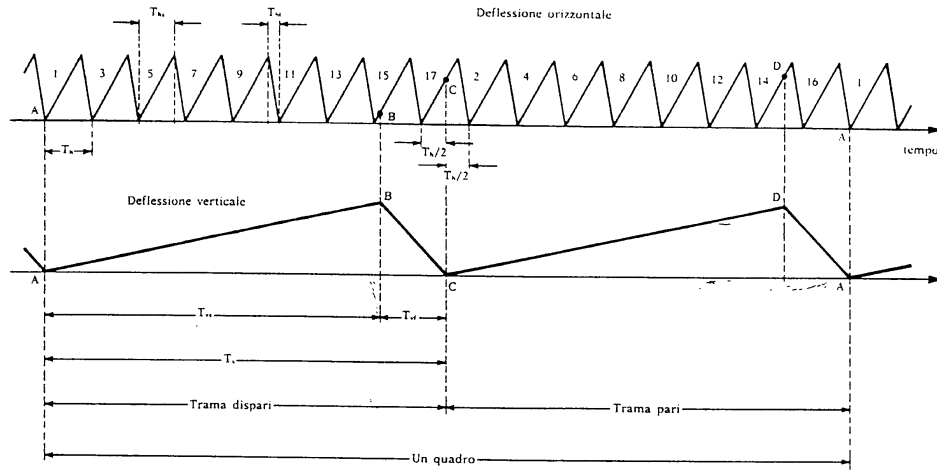
Passando dalla cinematografia alla televisione abbiamo anche qui l'effetto di sfarfallio, poiché quando il pennello elettronico percorre le righe della parte alta del quadro, si spengono quelle nella parte bassa, fino a quando non vengono nuovamente percorse dal pennello elettronico. Per ridurre l'effetto di sfarfallio si potrebbe aumentare la velocità di scansione delle righe stesse, ma ciò non è opportuno in quanto come vedremo questo aumento della velocità di scansione dà luogo ad un aumento di banda occupata dal segnale video, già di per sé elevata. Per ovviare allo sfarfallio senza avere aumento di banda si usa un artificio simile, ma non uguale, a quello impiegato in cinematografia: la scansione **interlacciata** con interlacciamento 2:1. Consiste nel suddividere l'immagine in due parti, **semiquadro dispari**, costituito da tutte e sole le righe dispari e **semiquadro pari**, costituito da tutte le righe pari. Il semiquadro dispari è scandito per primo e poi il semiquadro pari.

La velocità di scansione di linea è la stessa del caso di scansione progressiva (e quindi anche la banda necessaria), ma grazie all'interlacciamento si devono scandire la metà delle linee per volta e quindi la frequenza di “rinfresco” di ogni **gruppo** di linee contigue del quadro risulta raddoppiata, riducendo l'effetto di sfarfallio. Il numero di semiquadri al secondo è collegato, per motivi tecnici, con la frequenza di rete dell'energia elettrica: in Europa è 50 Hz (quindi 50 semiquadri/s o 25 quadri/s), in America è 60 Hz (quindi 60 semiquadri/s o 30 quadri/s).

Come già accennato, l'operazione di scansione interlacciata del quadro viene compiuta pilotando i trasduttori di ingresso e uscita con opportuni **segnali di deflessione**, che producono il desiderato movimento della finestra mobile in ingresso e uscita. Un esempio di tali segnali, del tipo a rampa o dente di sega, è riportato nella figura della pagina seguente, con riferimento per semplicità grafica ad un numero limitato di linee per quadro ( $N=17$ ).

Relativamente al segnale di deflessione orizzontale,  $T_{hs}$  e  $T_{hf}$  indicano rispettivamente il tempo di scansione o traccia (*sweep*) e di ritorno (*flyback*) o ritraccia, essendo  $T_h = T_{hs} + T_{hf}$  il **periodo di deflessione orizzontale**.

Compatibilmente con altre esigenze, è opportuno che sia  $T_{hf} \ll T_{hs}$ , essendo il tempo di ritorno non utile ai fini della trasmissione dell'immagine.



Relativamente al segnale di deflessione verticale,  $T_{vs}$  e  $T_{vf}$  indicano rispettivamente i tempi di traccia e di ritraccia verticale, con  $T_v = T_{vs} + T_{vf}$  **periodo di deflessione verticale**. Nel nostro standard, un quadro completo viene esplorato in un tempo  $2 T_v = 1/25 s$ , da cui  $T_v = 1/50 = 20 ms$  (1 quadro in 40 ms).

Se  $N$  indica il numero complessivo di righe per quadro, si deve avere, in generale, la seguente relazione tra  $T_v$  e  $T_h$ :  $2 T_v = N T_h$  (condizione per la scansione interlacciata 2:1). La figura a pagina 4 mostra il formarsi della scansione interlacciata per un quadro di  $N=17$  righe. In generale, la condizione di interlacciamento è verificata solo se risulta dispari il numero complessivo  $N$  di righe per quadro: in tale ipotesi infatti il pennello elettronico inizia a descrivere la parte alta del quadro partendo da circa metà della sua larghezza (punto C della figura precedente), quando traccia il semiquadro pari. In caso opposto ( $N$  pari), ripartirebbe sempre dall'estremo sinistro, qualunque sia il semiquadro.

Come già accennato, lo standard italiano ("B" oppure "G") prevede 625 linee per quadro, con una frequenza di 25 quadri completi al secondo, per cui la frequenza di linea o di riga risulta  $f_o \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{T_h} = 625 \cdot 25 = 15625$ , da cui una durata  $T_h \approx 64 \mu s$ .

E' opportuno che durante i tempi di ritorno orizzontale e verticale non venga trasmessa informazione relativa all'immagine (tra l'altro durante i ritorni l'immagine se trasmessa avrebbe una risoluzione minore, come sarà chiarito successivamente). A tal fine il trasduttore di uscita durante tali intervalli di tempo viene interdetto mediante la trasmissione di opportuni **segnali di "cancellazione"**.

Un problema importante è infine come abbiamo già accennato quello di **sincronizzare** il trasduttore di uscita con quello di ingresso: per questo è necessario trasmettere opportuni **impulsi di sincronismo**, sia orizzontale che verticale. Infatti dei segnali di deflessione, essendo nota al ricevitore la loro forma, è sufficiente trasmettere solo la loro temporizzazione. Gli impulsi di sincronismo vengono trasmessi utilizzando parte dell'intervallo di cancellazione (almeno per quelli di sincronismo orizzontale).

Tutta questa informazione costituisce il cosiddetto **segnale video composito**, che quindi è composto dai tre segnali:

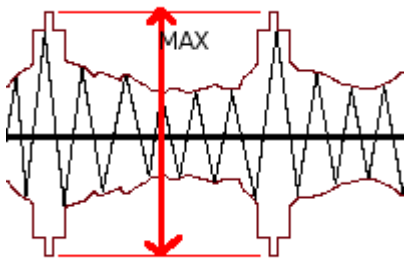
- **cancellazione orizzontale**, la cui durata è leggermente maggiore della durata del tempo di ritorno; è un segnale trasmesso durante il tempo di ritorno, di ampiezza corrispondente almeno al livello del nero (vedi oltre). In alcuni standard è ancora più alto;
- **impulso di sincronismo orizzontale**: idealmente rettangolare, della durata di circa  $4,7 \mu s$ , allocato all'interno del segnale di cancellazione orizzontale in posizione decentrata, venendo a creare su di esso un pedistallo anteriore e uno posteriore (rispettivamente di durata  $1,5 \mu s$  e  $5,8 \mu s$ ); complessivamente quindi il segnale di cancellazione orizzontale ha una durata di circa  $12 \mu s$ . Si può quindi affermare che dei circa  $64 \mu s$  del periodo di deflessione orizzontale, circa 52 sono occupati dal segnale utile di immagine, e circa 12 dai segnali ausiliari.
- **segnale video**.

La figura della pagina precedente illustra la forma tipica del segnale video composito, con indicati anche i valori percentuali delle ampiezze, relativamente al caso che la **modulazione di ampiezza** (AM) con cui viene trasmesso il segnale televisivo da rete terrestre, corrisponda alla cosiddetta modulazione negativa.

Si osserva come il segnale video di immagine sia compreso tra i livelli del 10% (di quello

massimo del video composito), corrispondente al bianco e il 75%, corrispondente al nero. Questa scelta fa riferimento alla cosiddetta **modulazione negativa**, nel senso che ad una scena bianca si associa un livello basso di segnale modulato, mentre ad una scena nera un livello alto. Tale scelta, operata da quasi tutti gli standard, ha due motivazioni: la prima è collegata con la presenza (possibile) di disturbi di tipo impulsivo (provenienti ad es. dal rumore “*man made*”) che si manifestano come dei puntini sullo schermo. In presenza di una scena chiara il disturbo si manifesta come puntini scuri. Se si utilizzasse una modulazione positiva, in presenza di un forte disturbo impulsivo la visione sarebbe disturbata in corrispondenza di una scena scura. Si è osservato che l'occhio umano nota maggiormente dei puntini chiari in campo scuro piuttosto che puntini scuri in campo chiaro; per questo è più conveniente la modulazione negativa.

Oltre a questo motivo, c'è un'altra convenienza: con la modulazione negativa la potenza media trasmessa necessaria è minore rispetto al caso di modulazione positiva. Con la modulazione negativa infatti l'ampiezza massima del segnale si trova in corrispondenza del segnale di sincronismo (vedi figura), quindi per una durata molto piccola rispetto alla durata del segnale video completo. Con una modulazione positiva l'ampiezza sarebbe minima solo in corrispondenza del sincronismo, mentre in presenza di scene chiare (che rappresentano la norma in una trasmissione TV) la potenza media richiesta al trasmettitore sarebbe elevata.



Finora abbiamo parlato del segnale di sincronismo orizzontale. Oltre a questo dobbiamo considerare anche il segnale di **sincronismo verticale**. Questo ha una durata di circa 2,5 volte il periodo di deflessione orizzontale (vedi fig. 1 parte (a) della pagina seguente), in modo che il ricevitore possa facilmente distinguerlo dall'altro. Anche questo segnale di sincronismo è allocato sopra il segnale di cancellazione, che però deve in

questo caso avere una lunga durata, come vedremo. In ricezione i due tipi di segnali di sincronismo vengono estratti dal video composito mediante un opportuno circuito “cimatore” (*clipper*), per essere poi inviati a circuiti di **derivazione** e di **integrazione**.

Il circuito derivatore, in corrispondenza di ciascun impulso di sincronismo, genera una coppia di impulsi di opposta polarità (vedi fig. 1 parte (b), relativa al passaggio da trama pari a trama dispari, dove – per semplicità – sono indicati solo quelli positivi). Mediante questi impulsi è possibile sincronizzare la partenza della rampa di deflessione orizzontale, come mostrato nella figura in basso a pagina 4. Gli stessi impulsi di sincronismo, inviati al circuito integratore, danno luogo ad un segnale di uscita (fig. 1 parte (c)) che solo in corrispondenza del lungo impulso di sincronismo verticale è in grado di raggiungere il valore sufficiente a comandare la partenza di un circuito comparatore, che emette in uscita un impulso che serve a sincronizzare il generatore della rampa di deflessione verticale.

La soluzione indicata soffre però del problema dell'assenza di impulsi di sincronismo di riga, durante il tempo impegnato dal segnale di sincronismo verticale. Ciò comportava, al tempo in cui è stato sviluppato lo standard, una certa difficoltà a riottenere subito un perfetto sincronismo orizzontale all'inizio di ciascun semiquadro. Tale difficoltà può essere superata sagomando opportunamente, nel modo indicato in fig. 2, il lungo impulso di sincronismo verticale: con tale configurazione si mantiene la presenza dell'impulso di sincronismo per il generatore della rampa di deflessione orizzontale, anche durante la trasmissione dell'impulso di sincronismo verticale (fig. 2 parte (b)).



Fig. 1

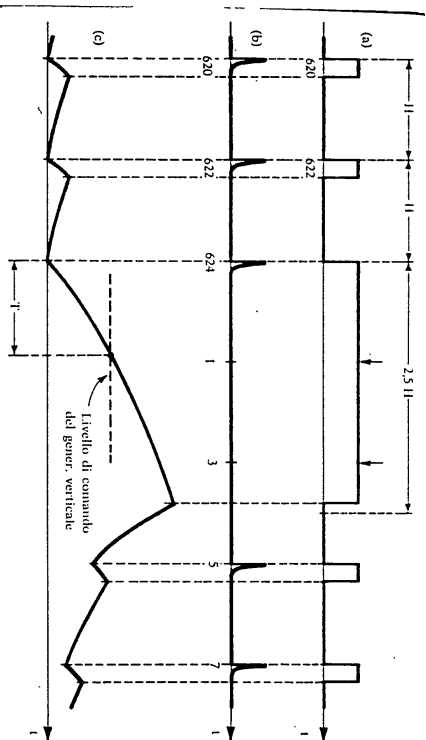


Fig. 2

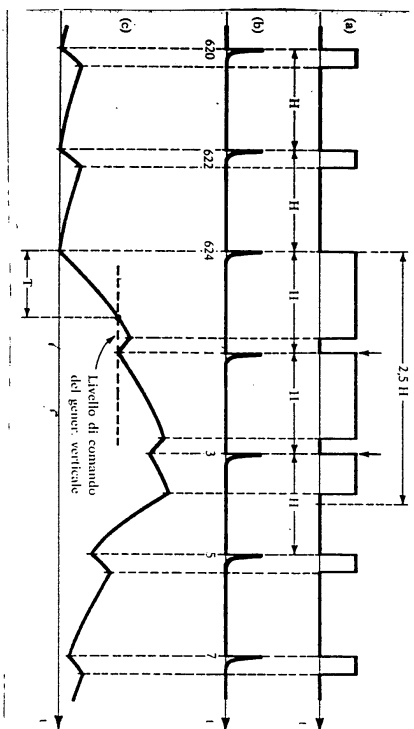


Fig. 3

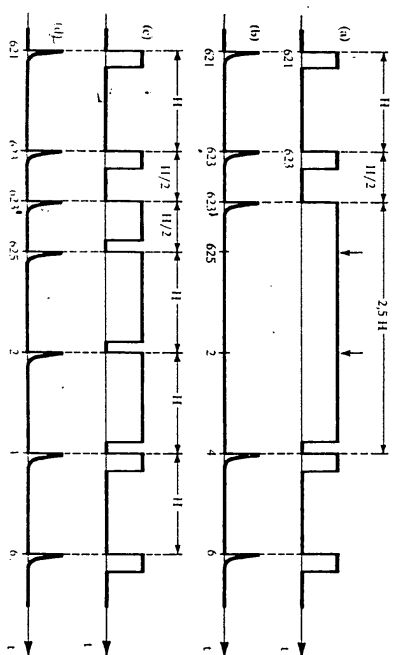


Fig. 4 - Segnale video alla fine della trama pari, segnale differenziato e segnale integrato.

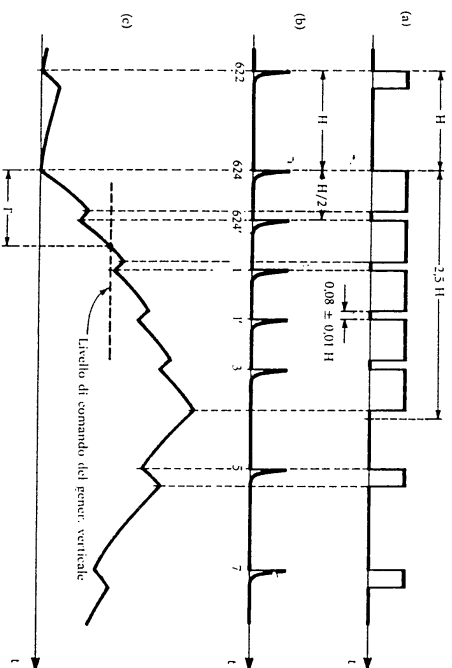
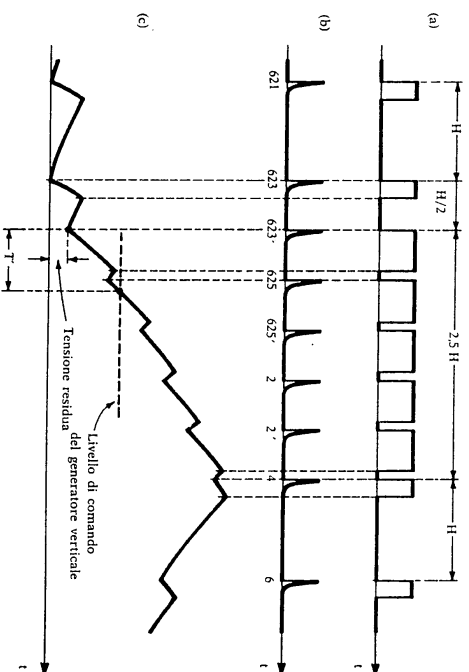


Fig. 5 - Segnale video alla fine della trama dispari, segnale differenziato e segnale integrato.



Analizziamo ora la procedura di sincronizzazione verticale nel passaggio da trama dispari a trama pari. Dati i parametri dello standard italiano ( $N=625$ ) si osserva che l'inizio dell'impulso di sincronismo verticale della trama pari deve trovarsi a distanza  $T_h/2$  dall'impulso orizzontale della riga 623. Infatti esso deve distare  $625/2 = 312,5 T_h$  dall'inizio di quello della trama dispari.

Esaminando la parte (b) della figura 3, si osserva che al solito, se utilizzassimo un unico impulso lungo (a), verrebbe a mancare il sincronismo orizzontale durante il ritorno verticale, con conseguente difficoltà per il ricevitore a riguadagnare un perfetto sincronismo orizzontale all'inizio del nuovo semiquadro. Analogamente a quanto visto nel caso precedente, si può ovviare a questo suddividendo opportunamente (c) l'impulso lungo, garantendo così la presenza degli impulsi di sincronismo orizzontale ove attesi (d).

Tuttavia le soluzioni prospettate danno luogo alla necessità di prevedere **due** differenti tipi di impulsi di sincronismo verticale, con le relative implementazioni circuitali. E' possibile e più vantaggioso ricorrere ad un'unica tipologia di impulso di sincronismo verticale, strutturando questo nella forma di 5 **impulsi "serrati"** (fig. 4 parte (a)), ciascun inizio dei quali è distanziato di  $T_h/2$  da quello precedente; con tale configurazione si soddisfa la necessità di mantenere il sincronismo orizzontale all'inizio di ciascuna trama. Si noti anche che esistono degli impulsi in posizioni intermedie rispetto a quelle dovute, ma questi non sono in grado di modificare la cadenza del generatore di rampa orizzontale.

Si pone però un ulteriore problema: dal confronto delle figure 4 e 5 si osserva come i due segnali in uscita dall'integratore, uno al termine della trama pari e l'altro della trama dispari, raggiungano il livello di comando del comparatore con ritardi temporali diversi  $T' < T$ , a motivo della tensione residua esistente sul condensatore dell'integratore al termine della trama dispari. Ora, per ottenere un perfetto interlacciamento delle trame è necessario che i due ritardi  $T$  e  $T'$  siano identici. Si ottiene questo risultato anteponendo agli impulsi serrati 5 brevi impulsi a distanza  $T_h$  l'uno dall'altro, detti **equalizzatori** in quanto hanno lo scopo di rendere uguali le cariche residue sul condensatore del circuito integratore nei due casi, come si osserva dalla figura 18 della pagina seguente. A seconda del metodo usato per la sincronizzazione verticale, può essere necessario che la tensione integrata sia uguale nei due casi anche al termine del segnale di sincronismo, per cui si inserisce la stessa sequenza di impulsi equalizzatori anche in coda agli impulsi serrati. La durata complessiva del segnale di sincronismo verticale è quindi pari a circa  $7,5 T_h$ .

Tale dovrà quindi risultare anche la durata minima del segnale di cancellazione verticale, tuttavia l'effettiva durata è pari, per lo standard italiano, a  $25 T_h$ . Delle 25 linee perse, 3,5 vengono cancellate nella parte inferiore del quadro, da 3 a 5 occupano il ritorno verticale, mentre le restanti 17 – 19 sono cancellate nella parte alta del quadro: queste ultime costituiscono un margine di sicurezza, anche per utilizzare il segnale di deflessione verticale scartandone la prima parte, considerato che al tempo dello sviluppo dello standard questa poteva essere non perfettamente lineare. Quanto appena detto è illustrato nelle figure 19 e 20 a pagina 10.

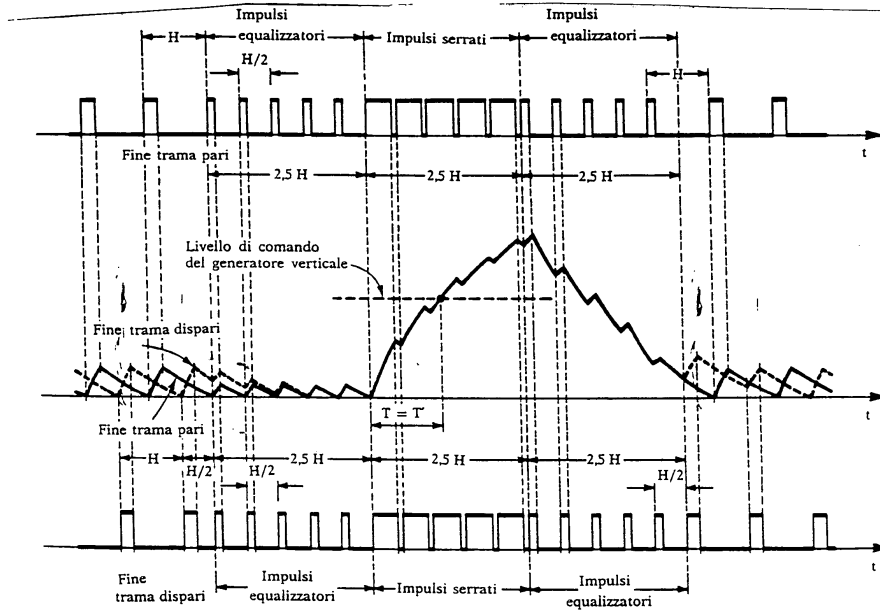


Fig. 18. - Segnale video alla fine delle trame completato con gli impulsi di equalizzazione e corrispondente segnale integrato.

TABLE 20-1 Television Systems by Country (Revised to 1987)

Country	VHF bands		UHF bands		Country	VHF bands		UHF bands	
	Mono	Color	Mono	Color		Mono	Color	Mono	Color
Algeria	B	PAL	N		Japan	M	NTSC	M	NTSC
Argentina	B	PAL			Jordan	B	PAL		
Australia	B	PAL	G	PAL	Kenya	B	PAL	M	NTSC
Austria	B	PAL			Kuwait	B	PAL		
Bangladesh	B	PAL	H	PAL	Libya	B	SECAM		
Belgium	M	NTSC			Malaysia	B	PAL	M	NTSC
Bermuda	N	NTSC			Mexico	M	SECAM		
Bolivia	M	PAL	M	PAL	Morocco	B	PAL		
Brazil	D	SECAM			New Zealand	B	PAL		
Bulgaria	M	NTSC	M	NTSC	Norway	B	PAL		
Canada	M	NTSC	M	NTSC	Pakistan	B	PAL		
Chile	D	PAL			Panama	M	NTSC		
China, P.R.	M	NTSC			Paraguay	N	PAL		
Colombia	D	SECAM			Peru	M	NTSC		
Cuba	D	SECAM	K	SECAM	Philippines	M	NTSC		
Czechoslovakia	B	PAL			Poland	D	SECAM	K	SECAM
Denmark	M	NTSC			Portugal	B	PAL	G	PAL
Ecuador	B	SECAM			Puerto Rico	M	NTSC	M	NTSC
Egypt	B	PAL			Romania	D	SECAM		
Finland	L	SECAM	G	PAL	Saudi Arabia	B	SECAM		
France	B	SECAM	L	SECAM	Singapore	I	PAL	I	PAL
Germany, East	B	PAL	G	PAL	South Africa	B	PAL	G	PAL
Germany, West	B	PAL			Spain	B	PAL		
Ghana	A	PAL	I	PAL	Sri Lanka	B	PAL	G	PAL
Great Britain	B	NTSC	G	PAL	Sweden	B	PAL	G	PAL
Greece	M	PAL			Switzerland	B	PAL		
Guatemala	B	NTSC	G	PAL	Taiwan	M	SECAM		
Holland	M	NTSC			Tunisia	B	PAL		
Honduras	B	PAL	I	PAL	Turkey	M	PAL		
Hong Kong	D	SECAM	K	SECAM	USA	M	NTSC	M	NTSC
Hungary	B	PAL			USSR	D	SECAM	K	SECAM
India	B	SECAM			Venezuela	M	NTSC		
Iran	B	SECAM			Yugoslavia	B	PAL	H	PAL
Iraq	A, I	PAL	I	PAL	Zaire	K	SECAM		
Ireland	B	PAL	G	PAL	Zambia	B	PAL		
Israel	B	PAL							
Italy	B	PAL	G	PAL					

Specifications of systems by letter code (see also Tables 20-2 and 20-3)						
System code	Lines per frame	Fields per second	Video bandwidth, MHz	Channel bandwidth, MHz	Intercarrier separation, MHz	Modulation polarity
B	625	50	5	7	5.5	Negative
D, K	625	50	6	8	6.5	Negative
G, H	625	50	5	8	5.5	Negative
I	625	50	5.5	8	6	Negative
L	625	50	6	8	6.5	Positive
M	525	60	4.2	6	4.5	Negative
N	625	50	4.2	6	4.5	Negative

Designation of compatible color systems. NTSC = National Television System Committee standards (see Table 20-4). PAL = phase alternating line standards (see Table 20-3). SECAM = sequential color with memory standards (see Table 20-3).

fig. 19. - Relazione fra i segnali di deflessione a dente di sega e il segnale video alla fine trama pari - inizio trama dispari.

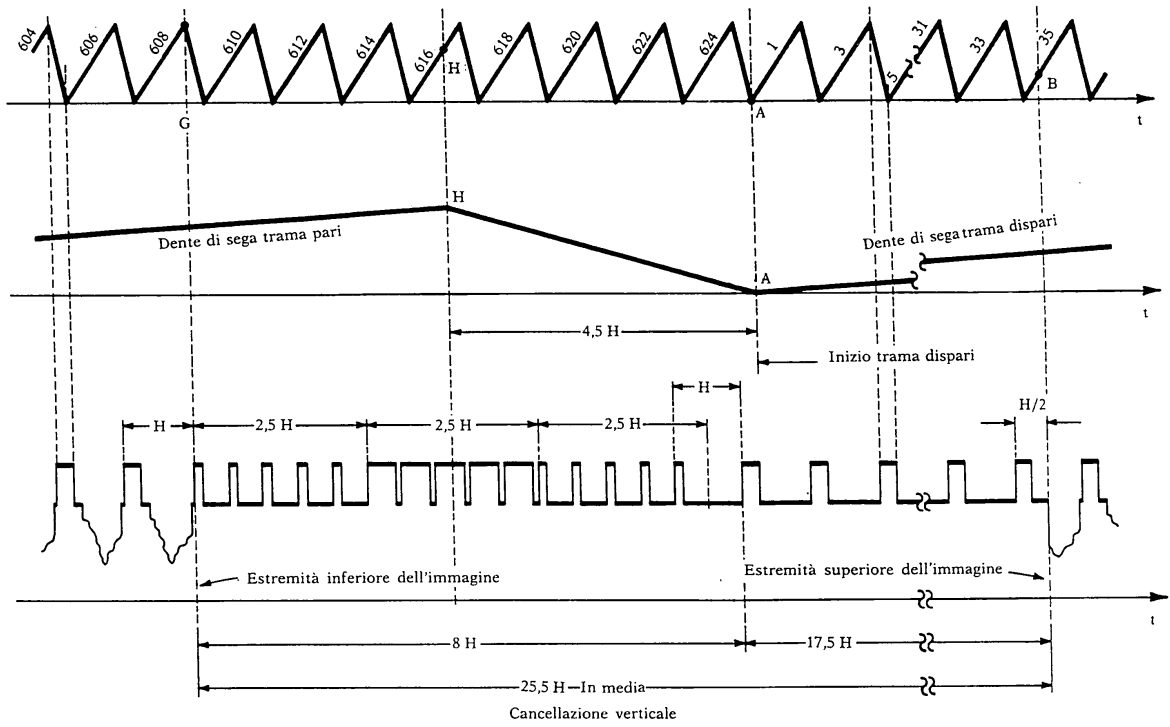
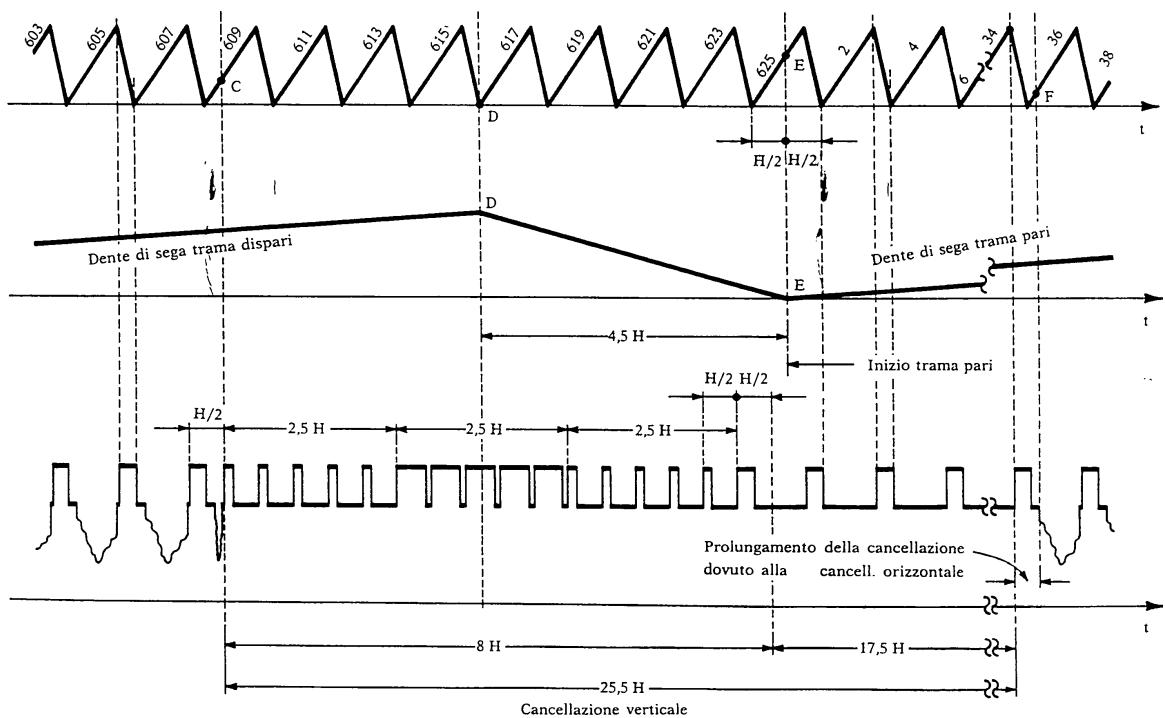
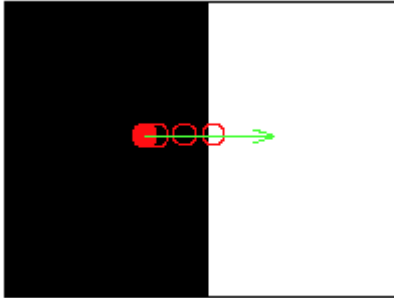


Fig. 20. - Relazione fra i segnali di deflessione a dente di sega e il segnale video alla fine trama dispari - inizi trama pari.



## Risoluzione orizzontale

Esistono svariati modi per definire la risoluzione dell'immagine televisiva: in questo Corso ne vedremo in particolare uno. Un primo limite alla risoluzione è connesso con le **dimensioni** piccole ma finite, delle finestre elementari che operano la scansione del quadro. Esse causano anche il cosiddetto “effetto apertura”: analizziamo cosa avviene in presenza di una brusca variazione della luminosità della scena durante la scansione di una linea (ad es. passaggio netto da nero a bianco, come illustrato in figura).



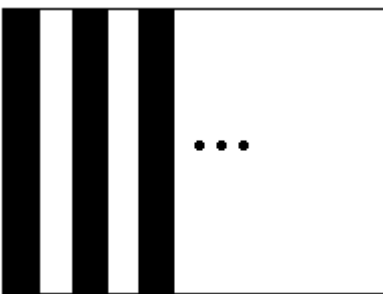
Fino a che la finestra elementare interessa soltanto la parte con luminosità bassa, il segnale video mantiene il livello alto (nell'ipotesi di utilizzo di modulazione negativa) come deve essere. Quando la finestra si trova a cavallo tra le due regioni, la quantità di luce misurata tende progressivamente a crescere, e quindi il segnale video decresce **gradualmente** fino a che la finestra non è completamente nella regione bianca.

Il problema è rappresentato proprio dalla gradualità del passaggio. Idealmente, infatti, il segnale dovrebbe passare bruscamente dal valore più alto (nero) al valore più basso (bianco).

In realtà prima di passare dal nero al bianco passa in modo graduale per tutti i livelli di grigio (vedi figura). Questo effetto è detto effetto apertura. L'effetto apertura non è però il solo né il principale limite alla risoluzione orizzontale.

Un altro limite alla risoluzione orizzontale è dovuto alla **banda** assegnata dagli standard al segnale video composito: essa è compresa tra 4,2 MHz e 6 MHz (vedi Tabella sugli Standard, pag. 9); gli standard adottati in Italia (B e G)

assegnano una banda base di 5 MHz. Vediamo ora la connessione tra larghezza di banda e risoluzione orizzontale. A tal fine supponiamo di avere un'immagine costituita da una successione di barre verticali alternativamente bianche e nere, come evidenziato in figura.

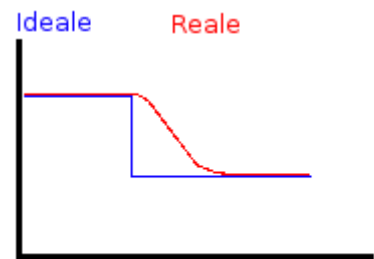


Indichiamo con  $n_o$  il numero complessivo di bande verticali presenti nel quadro. Il segnale in uscita dal trasduttore di ingresso dovrebbe essere (idealmente) un'onda quadra con valore alto in corrispondenza del nero e valore basso in corrispondenza del bianco. Come abbiamo già visto, per via dell'effetto apertura non avremo dei rettangoli perfetti perché i passaggi di livello sono addolciti. Comunque esso rappresenta un segnale **periodico** (almeno limitatamente al tempo di traccia

$T_{hs}$ ). Nel tempo di traccia, il numero di periodi di tale segnale è  $n_o/2$ , dato che un periodo è formato in corrispondenza della scansione di una banda nera ed una bianca. In virtù della sua periodicità tale segnale è sviluppabile in serie di Fourier. Il valore della sua frequenza

fondamentale risulta essere:  $f = \frac{n_o/2}{T_{hs}} = \frac{n_o}{2 \cdot k_{co} \cdot T_h} = \frac{n_o f_0}{2 k_{co}}$ , dove abbiamo indicato con  $k_{co}$  il

**fattore di cancellazione** orizzontale che è così definito:  $k_{co} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{T_{hs}}{T_h} \simeq \frac{42}{64} \Rightarrow T_{hs} = k_{co} T_h$ .



Ricordiamo che il tempo di riga risulta essere  $T_h = 1/f_0$  e che dunque esso dipende dallo standard, dato che la frequenza di riga è il prodotto tra il numero di quadri al secondo  $N_q$  per il numero di righe per quadro  $N$ . Sostituendo nell'espressione della frequenza fondamentale si ottiene:

$$f = \frac{n_o \cdot N \cdot N_q}{2 k_{co}} .$$

**Supponendo** di trasmettere la sola fondamentale del segnale video sopra descritto, ovvero accettando una riproduzione delle barre come una successione continua di passaggi dal bianco al nero attraverso tutte le tonalità di grigio, (cosa in parte inevitabile a causa dell'effetto apertura), allora il massimo numero di elementi orizzontali distinguibili, è quello dato da un segnale la cui frequenza fondamentale eguaglia la massima estensione di banda consentita dallo standard in uso. Sempre riferendoci alla banda base di  $B=5\text{ MHz}$ , si ottiene

$$(\text{ricordando che } f_0 = 625 \cdot 25 = 15625) : n_{o_{MAX}} = \frac{2 k_{co} B}{f_0} \approx 525 .$$

Se quindi ammettiamo questa definizione di risoluzione orizzontale, possiamo affermare che la risoluzione massima orizzontale è di 525 elementi per riga.

Dalla espressione sopra scritta della frequenza fondamentale del segnale periodico, si deduce anche che se raddoppiamo il numero di quadri  $N_q$  trasmessi nell'unità di tempo, ad esempio allo scopo di ridurre l'effetto *flicker* senza ricorrere alla scansione interlacciata, dobbiamo raddoppiare la banda base necessaria, almeno se vogliamo mantenere invariata la risoluzione orizzontale.

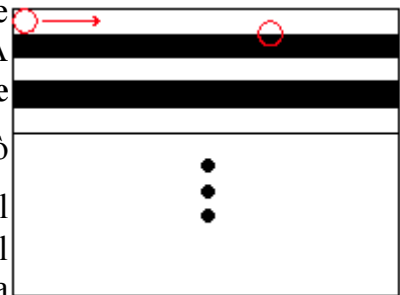
Lo stesso avviene se vogliamo aumentare il numero  $N$  di righe per quadro, ad esempio per aumentare la risoluzione verticale dell'immagine.

### Risoluzione verticale

Infatti, in senso verticale la risoluzione è anzitutto relazionata al numero nominale  $N$  di righe del sistema. Abbiamo visto però che alcune righe (25) vengono perse durante la trasmissione del segnale di cancellazione verticale, presente al termine di ogni semiquadro, dunque 50 righe per quadro. A tal fine, è opportuno definire un **fattore di cancellazione**

**verticale:**  $k_{cv} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{575}{625} = 0,92$  . Il numero di righe utili può

dunque essere scritto come  $k_{cv} \cdot N$  . Consideriamo ora il quadro in figura, dove la dimensione delle righe è uguale al diametro della finestra elementare. Supponiamo che la



finestra elementare sia a cavallo tra le righe: in uscita sarebbe riprodotta un'unica tonalità di grigio anziché una serie di bande; avremmo cioè risoluzione nulla. Se invece la finestra corrisponde precisamente alle righe, allora abbiamo la risoluzione massima. Sono stati fatti degli studi statistici per valutare il **fattore di risoluzione verticale**  $k_{rv}$  definito come il rapporto tra numero medio di linee utili per la risoluzione e righe nominali, ottenendo  $k_{rv} \in [0,6; 0,9]$  . Il numero massimo (medio) di elementi distinguibili in senso verticale risulta quindi:  $n_{v_{MAX}} = k_{rv} \cdot k_{cv} \cdot N$  . Assumendo  $k_{rv} = 0,75$  , ovvero il valore medio, si ottiene:

$n_{v_{MAX}} = 0,75 \cdot 0,92 \cdot 625 \approx 431$  . A questo punto possiamo calcolare il **numero massimo di elementi per quadro:**  $n_{MAX} = n_{o_{MAX}} \cdot n_{v_{MAX}} = 525 \cdot 431 = 226275 \approx 225000 \text{ pixel}$  , per le specifiche

dello standard italiano. Se confrontiamo questo valore con quello della cinematografia, possiamo affermare che il valore della risoluzione televisiva standard (SDTV) è pari a circa la metà di quello della risoluzione cinematografica.

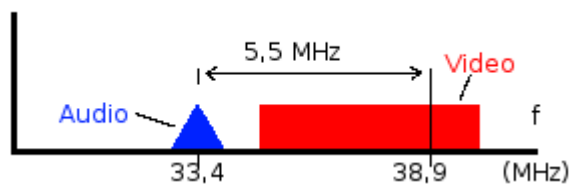
### Segnale TV a radiofrequenza

È costituito a partire dal **segnale video composito** (composito perché, come si è visto, è formato da immagine, cancellazione e sincronismo) e dal **segnale audio**. Questi segnali vanno a modulare due portanti a radiofrequenza, opportunamente separate tra loro per non generare interferenza; la distanza (detta “frequenza *intercarrier*”) varia secondo lo standard utilizzato ed è ovviamente in relazione anche alla banda base del video composito. Per tale motivo si oscilla da una distanza minima di 4,5 MHz ad una massima di 6,5 MHz. Nel sistema italiano la distanza è di 5,5 MHz (vedi Tabella degli Standard).

Osservata la notevole estensione della banda base del segnale video, è opportuno che la modulazione da utilizzare per la componente video sia efficiente in termini di banda. È quindi stata scartata la modulazione di frequenza, a vantaggio di quella di ampiezza. In questo gruppo, la modulazione più efficiente sarebbe la SSB, in quanto avremmo a radiofrequenza la stessa banda del segnale in banda base (5 MHz). La SSB non può però essere utilizzata perché l'operazione di modulazione e demodulazione di segnali SSB è onerosa in fase di filtraggio, poiché le due bande sono molto vicine tra loro ed è difficile eliminarne esattamente una. Non potendo dunque optare per la SSB, si usa una modulazione che è una via di mezzo tra SSB e DSB, precisamente una DSB con la banda laterale inferiore parzialmente tagliata, in modo da far rientrare il segnale nella banda assegnata al canale ( $B_c = 7$  o  $8$  MHz). Il filtraggio utilizzato per ottenere questa modulazione **non** è di tipo **vestigiale**, anche se impropriamente si dice che la televisione usa la modulazione vestigiale in trasmissione. In realtà questo è vero, come vedremo, ma solo dopo il filtro a media frequenza del ricevitore televisivo.

Analizziamo ora lo schema a blocchi di principio di un **trasmettitore televisivo**, riportato nelle figure delle pagine 15 e 16. È costituito da due catene, una per il segnale audio ed una per il segnale video. Per la componente audio si utilizza la FM in quasi tutti gli standard (vedi Tabella). Il segnale audio ha una banda base tra 40 Hz e 15000 Hz e si utilizza come sempre con l'FM la tecnica di pre-enfasi in trasmissione e di de-enfasi in ricezione, con costanti di tempo  $\tau = 50 \mu s$ . La deviazione massima di frequenza è pari a 50 KHz, quindi la banda occupata è dell'ordine di:  $B_{audio} = 2(\Delta f + f_{MAX}) = 2(50 + 15) = 130$  kHz (regola di Carson). L'operazione di modulazione di frequenza viene fatta utilizzando una portante alla frequenza intercarrier (5,5 MHz nel nostro standard), generata da un opportuno OL (vedi fig. a pagina 15). Il segnale in uscita dal modulatore FM viene quindi convertito ad una media frequenza di 33,4 MHz mediante un mixer pilotato da un OL alla frequenza di 38,9 MHz, che corrisponde alla frequenza intermedia della portante video  $f_{iv}$ , sia in trasmissione che in ricezione. All'uscita del *mixer* viene selezionato il termine a frequenza differenza. Infine si opera la conversione a RF, mediante un terzo Oscillatore Locale a frequenza pari a quella del canale radio  $f_{ov}$  su cui viene trasmesso il segnale TV, incrementata del valore della frequenza intermedia video  $f_{iv}$ . All'uscita del mixer viene selezionata la frequenza differenza mediante un opportuno filtro passabanda, per cui la portante audio a RF è trasmessa alla frequenza  $f_{ov} + f_{ic}$ . Il segnale viene quindi amplificato mediante un amplificatore di potenza ed applicato all'antenna trasmittente.

Per la componente video, come già detto si utilizza una modulazione di ampiezza con portante e con la banda laterale inferiore parzialmente soppressa. Tale segnale viene ottenuto (vedi fig. a pag. 16) mediante un modulatore bilanciato (*mixer*) pilotato dallo stesso OL che converte a IF il segnale audio, allo scopo di mantenere l'esatta separazione di  $5,5\text{ MHz}$  tra le 2 portanti audio e video anche nelle sezioni a IF. In uscita dal mixer c'è il filtro passabanda che opera la richiesta riduzione di una delle bande laterali, secondo quanto qualitativamente indicato nella parte inferiore della figura. Per le stesse motivazioni indicate per la conversione a IF, anche l'OL che porta a RF il segnale video è lo stesso di quello del segnale audio. In uscita dal mixer che opera la conversione a RF viene selezionato il termine a frequenza differenza (inversione di banda), in modo da avere il segnale sulla  $f_{0v}$  desiderata. Infine, dopo essere stato amplificato di potenza, il segnale video viene applicato all'antenna trasmittente, distinta da quella del segnale audio.



Riassumendo, in uscita dalla sezione a FI del trasmettitore abbiamo un segnale video DSB a  $f_{iv} = 38,9\text{ MHz}$ , **con** banda laterale superiore limitata a  $0,75\text{ MHz}$  per effetto del filtraggio asimmetrico del filtro a IF, come schematicamente indicato nella figura a lato. La

componente audio è come detto centrata sulla frequenza (differenza) di  $33,4\text{ MHz}$ . La banda complessiva occupata (a  $-20\text{ dB}$ ) risulta  $B = 0,065 + 5,5 + 1,25 = 6,8\text{ MHz}$ .

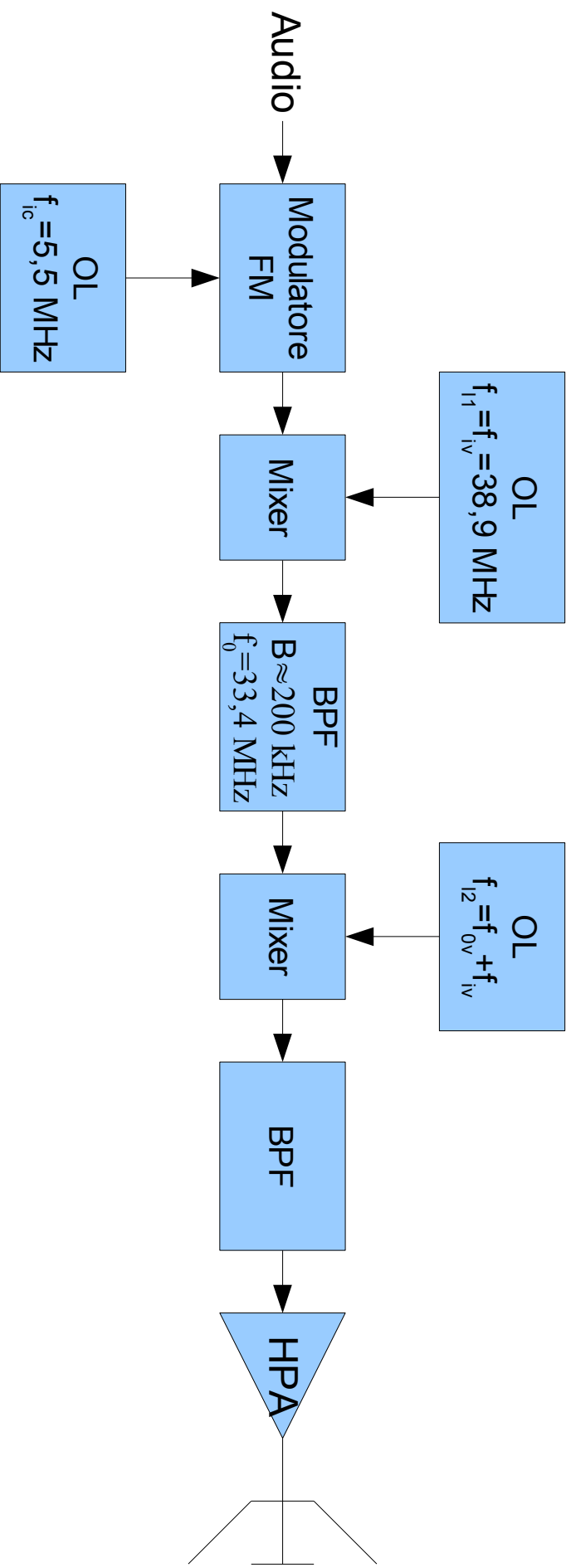
Ambedue i segnali vengono successivamente convertiti alla radiofrequenza del particolare canale televisivo utilizzato:

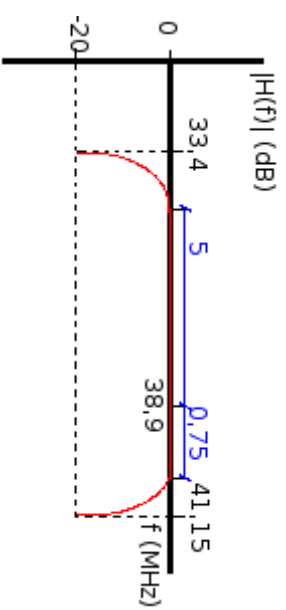
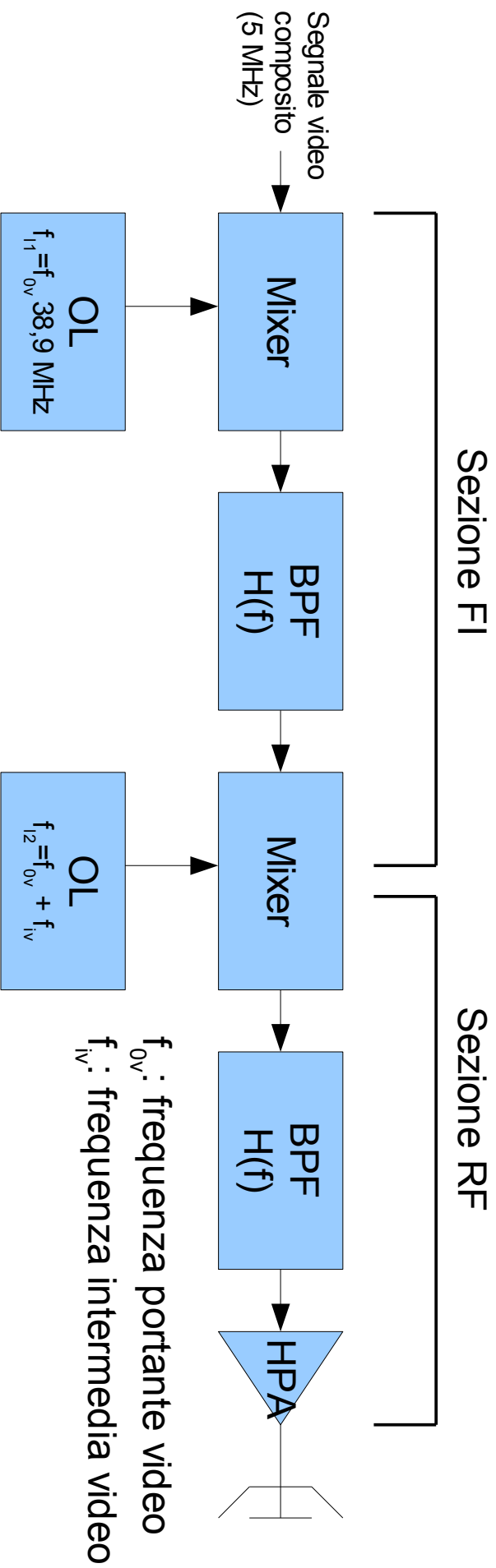


La frequenza della portante video ( $f_{0v}$ ) dipende dal canale di trasmissione utilizzato. All'interno delle bande VHF ed UHF ci sono quattro bande dedicate alla trasmissione televisiva:

Banda	Sottobanda	Estensione (MHz)	Note
VHF	I	52,5~68	2 canali da $7\text{ MHz}$ cad. (A, B)
	III	174~230	8 canali da $7\text{ MHz}$ (5~12) - EU 7 canali da $7\text{ MHz}$ (D, E, F, G, H, H1, H2) - IT
UHF	IV	470~582	14 canali da $8\text{ MHz}$ (21~34)
	V	582~862	35 canali da $8\text{ MHz}$ (35~69)







**Appunti dal corso di  
Sistemi di Telecomunicazione A.A. 2008/09  
Prof. Mario Fossi**

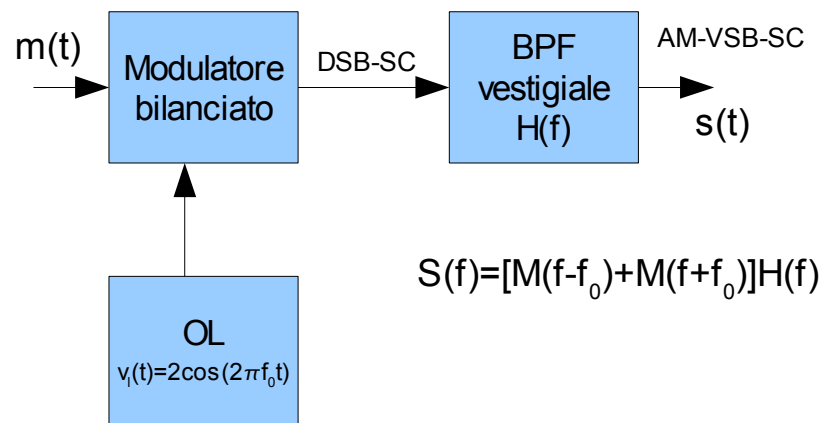
**6 - TELEVISIONE ANALOGICA (SECONDA PARTE)**

**Richiami sulla modulazione vestigiale**

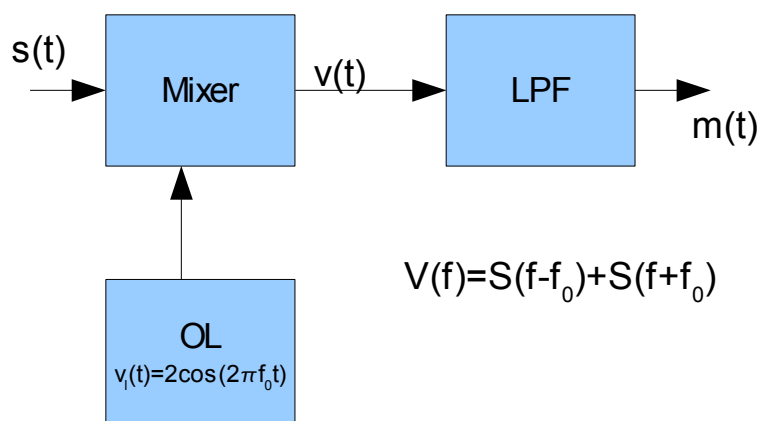
Abbiamo illustrato come la modulazione di ampiezza utilizzata per il segnale video **in trasmissione non** sia vestigiale, ma a bande asimmetriche. Tuttavia tale modulazione viene resa effettivamente vestigiale dentro il ricevitore, in quanto diversamente avremmo un segnale demodulato distorto rispetto al segnale video originario. E' quindi opportuno richiamare i concetti principali della modulazione vestigiale, che utilizzeremo per discutere la struttura del ricevitore televisivo.

Da un punto di vista generale, la modulazione vestigiale (VSB=*Vestigial Side Band*) è una modulazione di ampiezza che - come vedremo di seguito - trasmette quasi per intero una delle due bande laterali (di ampiezza  $B$ ) ed un vestigio dell'altra, di estensione  $B_v < B$  che chiamiamo banda vestigiale. La VSB può essere vista come la forma più generale di modulazione di ampiezza, avendo come casi limite da un lato la DSB (banda vestigiale tendente all'infinito) e dall'altro la SSB (banda vestigiale nulla), come vedremo.

Una prima modalità per generare un segnale VSB è quella di applicare un **opportuno** filtraggio, detto appunto vestigiale, ad un segnale DSB. Vediamo lo schema di **trasmissione**:



In **ricezione** è necessario utilizzare un demodulatore coerente:

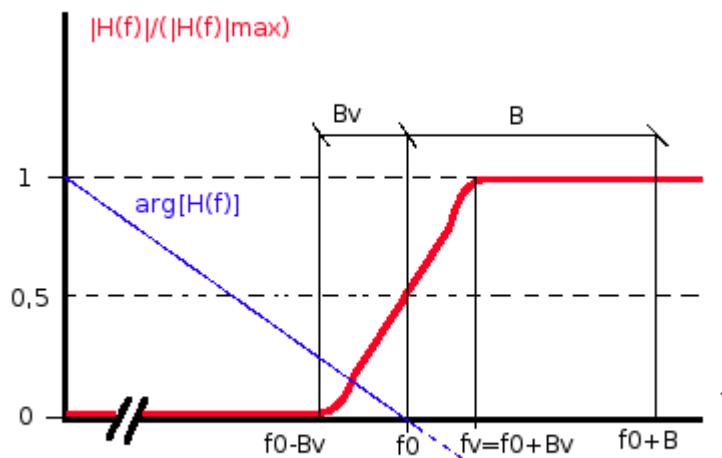


Esprimiamo la forma analitica del segnale  $V(f)$  che entra nel filtro passa-basso del ricevitore, sostituendo a  $S(f)$  la sua espressione:

$$V(f) = \underbrace{M(f)[H(f-f_0)+H(f+f_0)]}_{\text{banda base}} + \underbrace{[M(f-2f_0)H(f-f_0)+M(f+2f_0)H(f+f_0)]}_{\text{segnale a } 2f_0 \text{ tagliato dal LPF}}$$

Un semplice filtro passa-basso è in grado di recuperare in uscita solamente la parte in banda base. Dobbiamo però verificare che l'uscita dall'LPF sia una versione fedele di  $m(t)$ , cioè che sia verificata la condizione di non distorsione lineare. A tal fine il filtro di trasmissione deve verificare la condizione:

$H(f-f_0)+H(f+f_0)=2|H(f_0)|e^{-j2\pi f t_0}$  (modulo costante e fase lineare). Affinché sia verificata questa condizione, il filtro di trasmissione deve avere una risposta in frequenza del tipo indicato come esempio dalla figura:



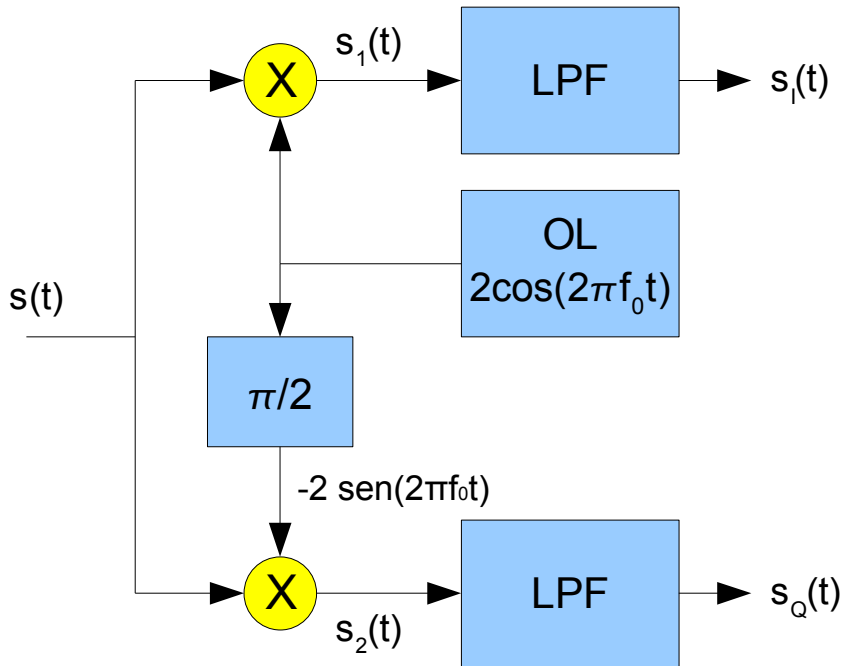
Precisamente, la risposta in ampiezza deve essere funzione dispari di  $f$  nell'intervallo  $(f_0 - B_v, f_0 + B_v)$ , **rispetto** ad un riferimento con origine nel punto  $(f_0, 0,5)$  (filtro vestigiale, detto anche con fianco di Nyquist), e costante nella banda  $(f_0 + B_v, f_0 + B)$ . Per quanto riguarda la risposta in fase, la condizione predetta impone che questa debba essere lineare entro l'intervallo  $(f_0 - B, f_0 + B)$ . In queste ipotesi abbiamo ottenuto un segnale VSB con banda vestigiale inferiore. Il filtro  $H'(f)$  con risposta in ampiezza speculare di questo rispetto a  $f_0$  fornisce similmente un segnale VSB con banda vestigiale superiore.

Si osservi che un generico filtraggio a bande asimmetriche, come ad es. quello operato nel trasmettitore TV, **non** rispetta tale condizione.

In uscita dal filtro vestigiale avremo un segnale ridotto in banda, dato che della banda inferiore viene trasmesso solo un vestigio di larghezza  $B_v$ . La nuova estensione in banda del

segnale è  $\underbrace{B}_{SSB} \leq \underbrace{B+B_v}_{VSB} \leq \underbrace{2B}_{DSB}$ .

Vediamo l'espressione nel dominio del tempo del segnale VSB, in termini di componenti in fase ed in quadratura, rifacendoci allo schema di rivelatore di inviluppo complesso riportato nella figura:



Le espressioni dei relativi segnali sono:

$$s(t) = s_I(t) \cos(2\pi f_0 t) - s_Q(t) \sin(2\pi f_0 t) ;$$

$$s_1(t) = s(t) 2 \cos(2\pi f_0 t) = s_I(t) + s_I(t) \cos[2\pi(2f_0)t] - s_Q(t) \sin[2\pi(2f_0)t]$$

$$s_2(t) = -s(t) 2 \sin(2\pi f_0 t) = s_Q(t) - s_I(t) \sin[2\pi(2f_0)t] - s_Q(t) \cos[2\pi(2f_0)t].$$

Le componenti a frequenza  $2f_0$  sono agevolmente eliminate dai filtri passa-basso, per cui in uscita da essi abbiamo rispettivamente la componente in fase  $s_I(t)$  e quadratura  $s_Q(t)$ .

Le corrispondenti operazioni nel dominio della frequenza sono indicate di seguito:

$$S_I(f) = \begin{cases} S(f-f_0) + S(f+f_0) & \forall |f| \leq B \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}; \quad S_Q(f) = \begin{cases} j[S(f-f_0) - S(f+f_0)] & \forall |f| \leq B \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}.$$

Se ora in ingresso a questo sistema mettiamo un generico segnale VSB il cui spettro è esprimibile come  $S_{VSB}(f) = [M(f-f_0) + M(f+f_0)]H(f)$  con  $H(f)$  filtro vestigiale e supponiamo  $H(f_0) = 1/2$ , si ottengono le componenti in fase e quadratura. Quella in fase,

$S_I(f) = M(f)[H(f-f_0) + H(f+f_0)]$  date le particolari proprietà del filtro vestigiale  $H(f)$  e l'ipotesi fatta sopra, risulta proporzionale al segnale utile  $m(t)$ :

$$S_I(f) \equiv M(f) \leftarrow F \rightarrow s_I(t) \equiv m(t) \text{ a meno del ritardo temporale } t_0.$$

Per quanto riguarda la componente in quadratura, abbiamo:

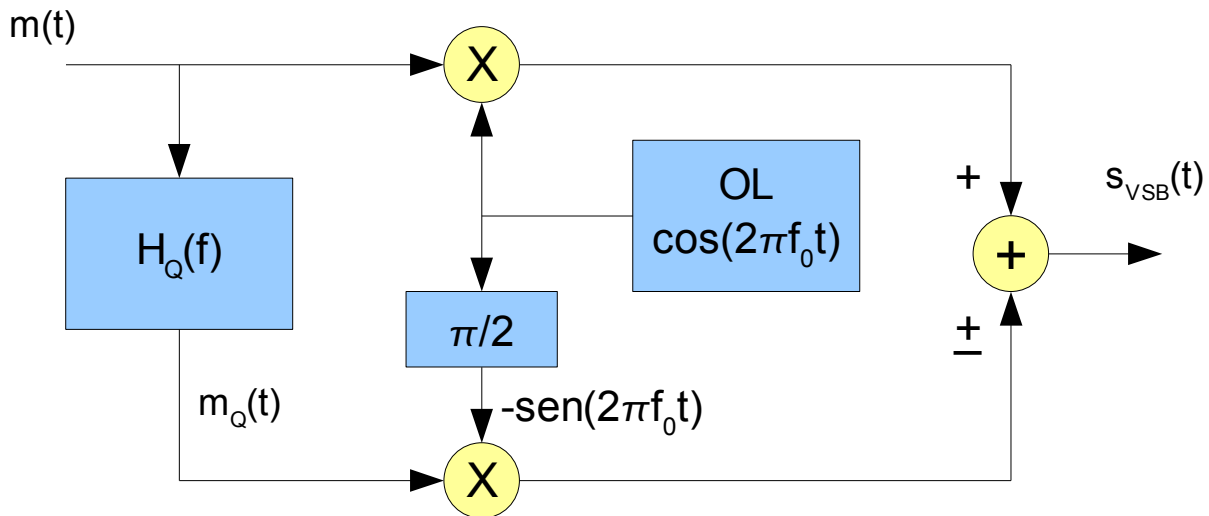
$$S_Q(f) = jM(f)[H(f-f_0) - H(f+f_0)].$$

La componente in quadratura può allora essere ottenuta filtrando il segnale  $m(t)$  con un filtro con risposta in frequenza  $H_Q(f) \stackrel{\text{def}}{=} j[H(f-f_0) - H(f+f_0)]$ .

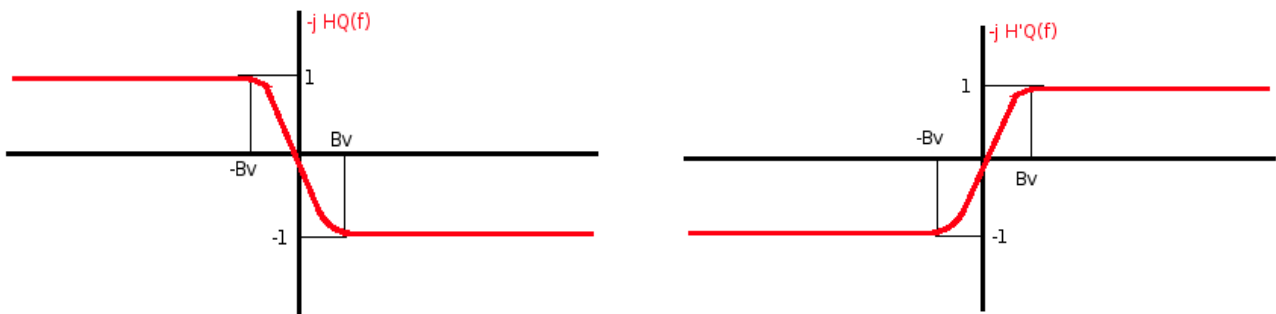
In conclusione otteniamo la seguente espressione nel dominio del tempo del segnale VSB:

$$s_{VSB}(t) = m(t) \cos(2\pi f_0 t) - m_Q(t) \sin(2\pi f_0 t), \text{ con } m_Q(t) \stackrel{\text{def}}{=} F^{-1}\{jM(f)[H(f-f_0) - H(f+f_0)]\}$$

Sulla base di questa espressione, possiamo ipotizzare il modulatore illustrato nella pagina seguente, alternativo a quello precedentemente descritto:



Si osservi che con un unico tipo di circuito modulatore possiamo ottenere un segnale VSB con un vestigio della banda inferiore oppure con un vestigio della banda superiore, a seconda che al ramo inferiore del sommatore si consideri il segno più o il meno. Se si utilizza il segno + in ingresso al sommatore, il filtro del circuito è ovviamente  $H_Q(f)$ , del quale in figura è illustrato un possibile andamento in corrispondenza di un filtro vestigiale avente funzione di trasferimento per semplicità reale; se si utilizza il segno – in ingresso al sommatore, è come se utilizzassimo nel caso precedente un filtro  $H'_Q(f) = -H_Q(f)$ . Ma tale filtro può essere ottenuto a partire da un filtro vestigiale  $H'(f)$  come prima definito (pag. 2), che dà luogo quindi ad un segnale VSB con banda vestigiale superiore.



Vediamo ora come sia possibile passare dal segnale VSB al segnale SSB: riducendo l'ampiezza della banda vestigiale  $B_v$ , si riducono le bande di transizione, ottenendo come caso limite (per  $B_v=0$ ) un filtro ideale con funzione di trasferimento pari a  $-j \operatorname{sgn}(f)$  (filtro di Hilbert). Così facendo si taglia completamente una banda, lasciando passare l'altra invariata. Si può quindi considerare il filtro di Hilbert come limite del filtro vestigiale:  $\lim_{B_v \rightarrow 0} H_Q(f) = -j \operatorname{sgn}(f) \Leftrightarrow m_Q(t) = \hat{m}(t)$ , dove  $\hat{m}(t)$  indica la trasformata di Hilbert del segnale  $m(t)$ , che rappresenta come è noto proprio il segnale in quadratura della SSB.

Il procedimento logico opposto permette di passare dal segnale VSB al segnale DSB: portando  $B_v$  all'infinito, la risposta del filtro  $H_Q(f)$ , nella banda del segnale utile, tende a zero e dal sommatore esce solo il termine del ramo superiore, che è appunto un segnale DSB.

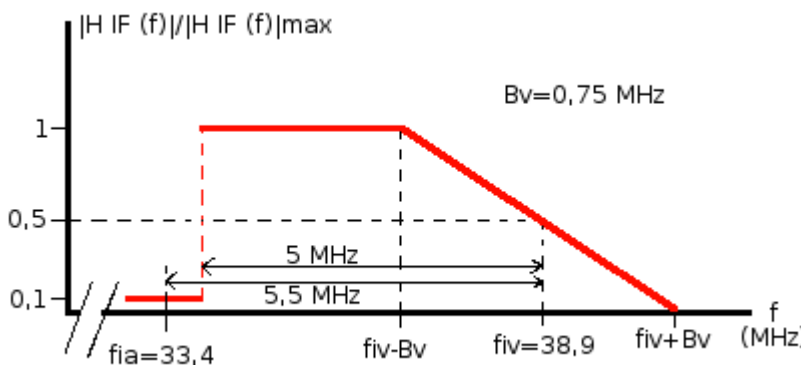
**Osservazione:** se si tiene conto del fatto che la componente in quadratura massima della VSB si ha nel caso limite della SSB, per la quale la potenza della componente in quadratura eguaglia quella della componente in fase, essendo la sua trasformata di Hilbert, mentre all'altro estremo la componente in quadratura è nulla nel caso limite della DSB, si comprende come in generale la componente in quadratura della VSB ha una potenza che decresce al crescere dell'ampiezza della banda vestigiale.

In generale risulta conveniente utilizzare la VSB quando si vuole diminuire la banda occupata a radiofrequenza senza la necessità di dover eliminare esattamente una banda come per la SSB, operazione di filtraggio difficoltosa quando il segnale modulante presenta componenti spettrali che si estendono fino a frequenze prossime a zero. Tuttavia, per ragioni storiche, in televisione il filtraggio VSB viene operato in ricezione.

### Ricevitore televisivo B/N

La struttura del ricevitore televisivo è quella di un ricevitore supereterodina a singola conversione. La catena ricevente è unica per i due segnali, video e audio, fino al demodulatore (sistema detto “intercarrier”). Lo schema a blocchi di principio è riportato nella pagina seguente. La sezione RF + convertitore (detta “tuner”) è sdoppiata a seconda della banda di frequenze: una per i canali in VHF e l'altra per i canali in UHF. Il fattore di reiezione di immagine minimo richiesto al ricevitore è di 50 dB.

Nella sezione a RF esistono anche particolari filtri elimina-banda (filtri “trappola”, non indicati nello schema), allo scopo di attenuare: 1) le frequenze della Banda II (87,5 – 108 MHz) utilizzate dalla radiodiffusione del suono in modulazione di frequenza, che impegnerebbero inutilmente e anzi dannosamente il ricevitore; 2) le frequenze nell'intorno della media frequenza del ricevitore, allo scopo di proteggere la sezione a IF da passaggi di segnale direttamente dalla RF (senza conversione). La sezione a IF deve prevedere fattori di protezione di almeno 40/50 dB.



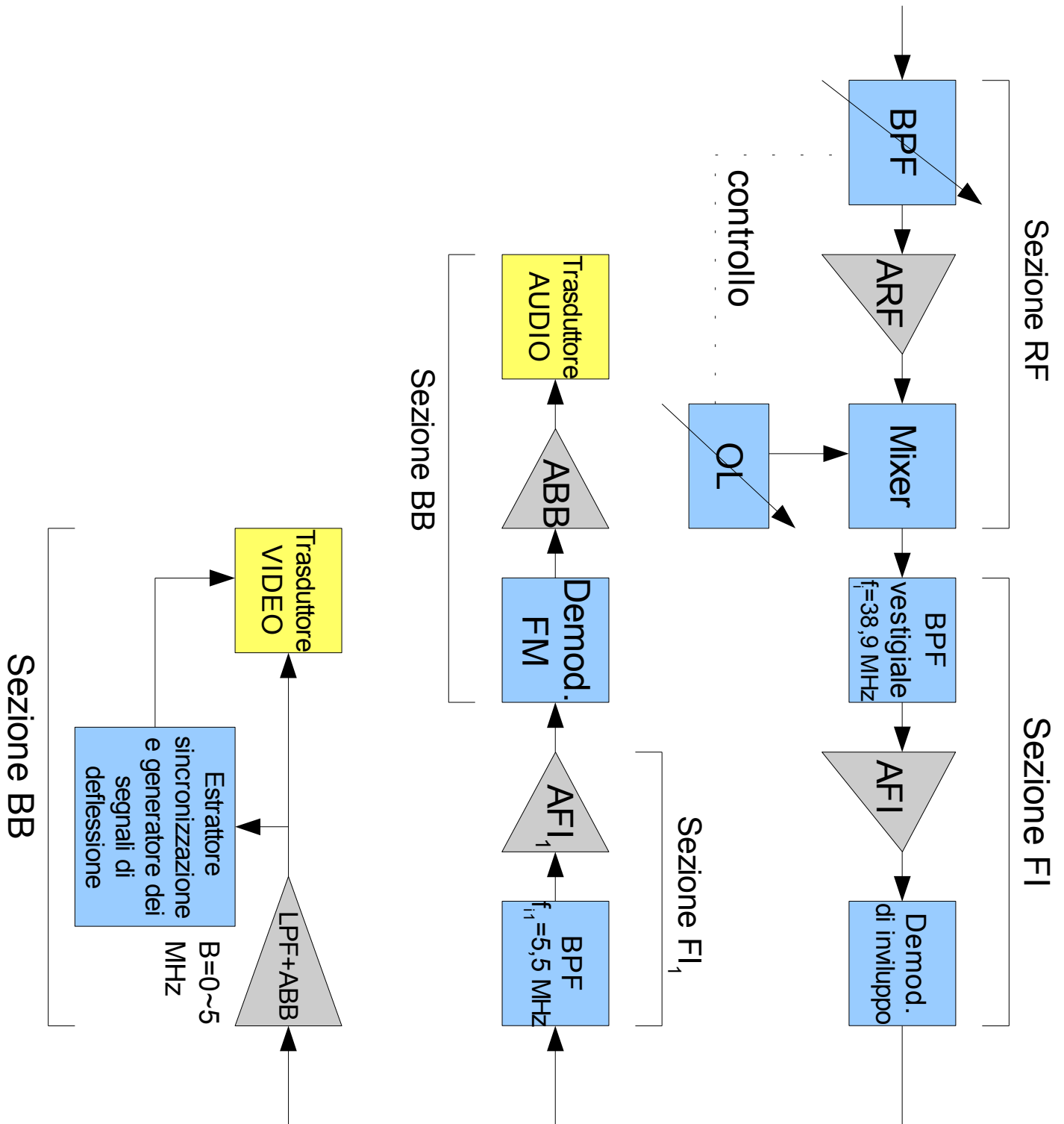
La conversione del segnale alla frequenza intermedia  $f_{iv} = 38,9 \text{ MHz}$  avviene mediante il battimento tra il segnale in uscita dalla sezione RF e il segnale prodotto dall'Oscillatore Locale. Relativamente ad esso, si effettua una scelta “High”:

$f_i = f_0 + f_i > f_i$ , di conseguenza si ha l'inversione di banda.

Il segnale passa quindi nel filtro di selezione, che deve essere **vestigiale** per quanto detto precedentemente. La risposta ideale del filtro vestigiale a FI è riportata nella figura. Esso deve presentare anche una forte attenuazione (-20 dB) nell'intorno della portante  $f_{ia} = 33,4 \text{ MHz}$  delle frequenze audio. Ciò è richiesto dal fatto che, per motivi di costo all'epoca in cui è stata introdotta la televisione, il demodulatore previsto è un semplice **rivelatore di inviluppo**: proprio questa scelta

comporta la necessità di una forte attenuazione del segnale audio rispetto a quello video e di una scelta dell'ampiezza della banda vestigiale non troppo ridotta.

Per giustificare queste affermazioni, vediamo la forma analitica del segnale in uscita dal demodulatore di involuppo ideale. Tenuto conto che la conversione a frequenza intermedia avviene con inversione di banda (e di fase), l'espressione analitica del segnale in ingresso al demodulatore è del tipo indicato nella pagina seguente:





$$s(t) = \underbrace{A[1 + k_a m(t)] \cos(2\pi f_{iv} t)}_{\text{componente in fase}} + \underbrace{A k_a m_Q(t) \sin(2\pi f_{iv} t)}_{\text{quadratura}} + \underbrace{a \cos[2\pi(f_{iv} - f_{ic})t - \varphi(t)]}_{\text{segnale audio}}$$

con  $1 + k_a m(t) \geq 0$  ; nell'espressione abbiamo indicato con  $A$  l'ampiezza della portante video e  $a$  l'ampiezza della portante audio,  $m(t)$  il segnale video composito e  $\varphi(t)$  la fase del segnale audio prima della conversione, che contiene l'informazione audio.

Ricaviamo l'inviluppo del segnale: sviluppando il termine  $\cos[2\pi(f_{iv} - f_{ic})t]$ , e ponendo in evidenza la componente in fase, possiamo scriverlo nella forma:

$$|\tilde{s}(t)| = A[1 + k_a m(t)] + a \cos[2\pi f_{ic} t + \varphi(t)] \cdot \sqrt{1 + \left( \frac{k_a m_Q(t) + \frac{a}{A} \sin[2\pi f_{ic} t + \varphi(t)]}{1 + k_a m(t) + \frac{a}{A} \cos[2\pi f_{ic} t + \varphi(t)]} \right)^2}$$

Se l'espressione sotto radice fosse circa unitaria, si osserva che avremmo in banda base il segnale video composito non distorto e ritroveremmo a cavallo di 5,5 MHz il segnale audio modulato FM, come deve essere. Per far sì che l'espressione sotto radice sia circa unitaria, la parte frazionaria dovrebbe essere molto piccola, cioè il numeratore dovrebbe essere molto minore del denominatore. Vediamo come sia possibile ottenere questa condizione. Innanzi tutto se  $a \ll A$  i due termini in seno e coseno che compaiono nel rapporto possono essere trascurati: per ottenere questo, come visto, il filtro a FI introduce un'attenuazione di 20 dB al segnale audio in ricezione. Un'ulteriore attenuazione avviene peraltro anche in trasmissione: la potenza media della componente audio deve essere circa il 5~10% di quella del segnale video (con riferimento alla sua potenza massima in trasmissione). Con queste due scelte, è possibile trascurare i termini contenenti il rapporto  $a/A$ .

Per minimizzare la componente in quadratura  $m_Q(t)$ , che contribuisce anch'essa a dar luogo ad un segnale in banda base distorto, si agisce sul dimensionamento del filtro vestigiale, scegliendo una banda vestigiale non troppo ridotta:  $B_v = 0,75 \text{ MHz}$ . In questo modo la componente in quadratura è sufficientemente ridotta rispetto alla componente in fase. Con questi accorgimenti possiamo affermare che in uscita dal demodulatore di inviluppo abbiamo praticamente lo stesso segnale demodulato che avremmo avuto utilizzando un demodulatore coerente, ma con complessità realizzativa e quindi costo molto minori.

Non potendo realizzare un filtro con risposta ideale come quella della figura (risposta nulla fuori banda), per evitare interferenza dai canali televisivi adiacenti dobbiamo realizzare il filtro a IF con minimi di risposta in corrispondenza della portante del segnale audio del canale inferiore e di quella del segnale video del canale superiore.

In uscita dallo stadio rivelatore, il segnale suono viene separato dal video composito mediante un filtro passa-banda centrato a 5,5 MHz. Dopo successiva amplificazione, il segnale FM viene demodulato e quindi amplificato (dopo deenfasi) in banda base ed applicato al trasduttore di uscita audio (altoparlante).

Per quanto concerne il video composito, questo viene amplificato con un amplificatore a larga banda (5 MHz) senza distorsioni lineari, ed inviato a pilotare il trasduttore di uscita video (CRT). La corretta scansione dell'immagine è ottenuta dai generatori di deflessione orizzontale e verticale, che vengono sincronizzati dai segnali di sincronismo opportunamente prelevati dal video composito, come abbiamo discusso a suo tempo.

### Suono bicanale

Lo standard per il suono bicanale è contenuto nella Raccomandazione BS-707 dell'ITU-R. È

una tecnica che permette di trasmettere due canali audio, che secondo i servizi possono essere audio stereofonico oppure bilingue. Nel segnale a radiofrequenza abbiamo tre canali: il canale video, il primo canale audio a  $+5,5 \text{ MHz}$  e il secondo canale audio a  $+5,5+0,2421875 \text{ MHz}$ . Questo ultimo scarto si ottiene moltiplicando per 15,5 la frequenza di riga  $f_0$ . I due canali audio hanno la stessa banda base  $40\sim 15000 \text{ Hz}$ , la stessa deviazione massima di frequenza  $\Delta f = 50 \text{ kHz}$ , mentre i livelli di potenza sono diversi: il primo è il 5% della massima potenza del canale video ( $-13 \text{ dB}$ ), il secondo è l'1% della massima potenza del canale video ( $-20 \text{ dB}$ ). Il ricevitore dovrà poter distinguere tra tre diversi tipi di emissione, riportati in Tabella, dove  $A(t)$  e  $B(t)$  indicano rispettivamente i segnali provenienti dal canale sinistro e destro nel caso di trasmissione stereofonica:

Tipo di emissione	Primo canale audio	Secondo canale audio
Audio monofonico	Audio mono	Audio mono
Audio stereofonico	$\frac{A(t)+B(t)}{2}$	$B(t)$
Doppio audio	Primo audio mono	Secondo audio mono

Per fornire al ricevitore l'indicazione del tipo di emissione, si utilizza un segnale ausiliario sul secondo canale audio, ad una frequenza  $3,5 \cdot f_0$ , modulato in ampiezza al 50% secondo quanto indicato:

- se il tono modulante è assente, trattasi di un'emissione monofonica;
- se il tono modulante è a frequenza  $\frac{f_0}{133}$ , trattasi di un'emissione stereofonica;
- se il tono modulante è a frequenza  $\frac{f_0}{57}$ , trattasi di un'emissione a doppia lingua.

### **Cenno sulla percezione dei colori**

Nella percezione dei colori da parte dell'occhio umano sono coinvolti tre elementi:

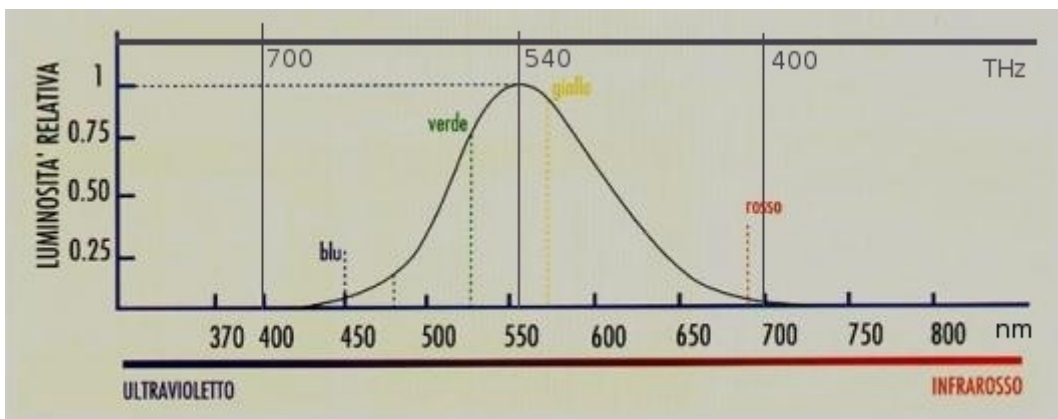
- la **sorgente di illuminazione**;
- l'**oggetto** osservato;
- l'**apparato visivo umano (occhio e cervello)**.

Le **sorgenti di illuminazione** possono essere naturali (Sole) o artificiali (vari tipi di lampade), e generano una luce genericamente detta bianca. Per identificare univocamente una sorgente, possiamo specificarne lo spettro di emissione. In tal modo si può quindi pensare anche ad illuminanti astratti, identificandoli sulla base dello spettro di emissione, e solo successivamente realizzare un dispositivo che generi tale spettro. Per la TV si definiscono degli illuminanti standard: in particolare per il nostro standard televisivo si utilizza il bianco detto  $D_{65}$  o  $D_{6500}$ . Questo illuminante fornisce una luce vicina a quella di un corpo nero portato a  $6500 \text{ K}$ , ed è stato scelto perché assomiglia da vicino allo spettro di emissione del Sole a mezzogiorno in condizioni di cielo sereno; risulta anche vicino all'illuminante  $C$ , che è utilizzato fin dai primordi della televisione, dallo standard nordamericano per il colore NTSC.

In generale gli **oggetti** fisici, non essendo dei “corpi neri”, non assorbono completamente tutte le radiazioni che li colpiscono, ma una parte di esse viene “riflessa” (diffusa), in una

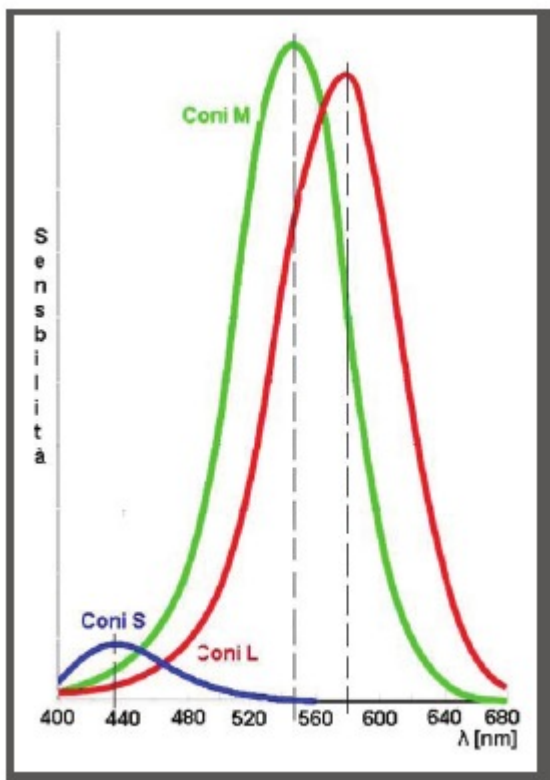
percentuale che in genere varia con la frequenza. Lo spettro diffuso dai vari corpi dà luogo alla percezione del colore da parte dell'apparato visivo umano.

Per quanto riguarda l'**apparato visivo umano**, si è osservato che esso **non** è un buon analizzatore di spettro, caratteristica questa che però consente di trasmettere sui canali radio l'informazione sul colore, cosa altrimenti impossibile per via dell'enorme larghezza di banda dello spettro visibile. Osserviamo infatti la “curva di visibilità” dell'occhio umano normale medio (il cosiddetto osservatore standard) nella figura seguente: essa rappresenta la risposta in frequenza dell'apparato visivo umano, che si estende tra circa 400 e circa 700 THz, presentando un massimo nell'intorno di 540 THz. Se quindi volessimo trasmettere un segnale con spettro pari a quello originario, dovremmo utilizzare addirittura 300 THz di banda. Ma grazie all'“imperfezione” dell'apparato visivo umano, possiamo trasmettere molta meno informazione, ma sufficiente a percepire il colore.



Infatti, studiando la struttura dell'occhio umano, in particolare della retina, si vede che su di essa sono presenti due tipi di fotorecettori: circa 6 milioni di “coni”, che l'occhio utilizza in condizioni di normale illuminazione, e circa 120 milioni di “bastoncelli”, che l'occhio utilizza in condizioni di scarsa illuminazione. I coni sono di **tre tipi**, caratterizzati da tre

diverse risposte in frequenza illustrate nella figura a lato, centrate rispettivamente su una frequenza che in termini di colore percepito dall'occhio umano corrisponde ad un rosso, un verde ed un blu.



Curve di sensibilità dei coni.

I bastoncelli, invece, hanno tutti la stessa risposta, circa uniforme con la frequenza. Quando siamo in semioscurità, agiscono solo i bastoncelli (sono più numerosi) e quindi è difficile captare i colori. I coni entrano in azione in presenza di adeguata illuminazione. Per quanto riguarda la percezione del colore, l'occhio umano funziona come un rivelatore di potenza a valle di tre filtri passa-banda rappresentati, appunto, dai tre tipi di coni. Il cervello, a seconda dei rapporti tra le potenze dei tre segnali in uscita dai coni, **associa** un determinato tipo di colore. Può quindi avvenire che spettri diversi diano luogo a percezioni

cromatiche uguali; due sorgenti che seppur con spettro differente danno luogo a uguali percezioni di colore sono dette metameriche.

Sulla base di questa caratteristica della vista umana (metamerismo) noi possiamo allora, invece che trasmettere lo spettro dell'immagine ricadente nella finestra mobile del trasduttore d'ingresso video, trasmettere 3 segnali, proporzionali ciascuno alla luminanza dello spettro che risulta da quello dell'elemento di immagine osservato, filtrato da un filtro ottico con risposta centrata rispettivamente sul rosso, sul verde e sul blu. Tali segnali vengono perciò indicati rispettivamente con  $R$  (*Red*),  $G$  (*Green*) e  $B$  (*Blue*).

In fase di restituzione dell'immagine, il trasduttore video di uscita (ad es. il cinescopio) genera 3 spettri simili a quelli dei filtri di ingresso, ciascuno con la propria luminanza e lo spettro risultante dalla loro somma (fenomeno di sintesi additiva dei colori) approssima quello di una sorgente metamerica dell'elemento d'immagine originario. Bisogna quindi in televisione fissare i tre colori (spettri) primari e il bianco di riferimento. Facendo riferimento al bianco  $C$  e al sistema di colori primari nordamericano, abbiamo che la proporzione di  $R$ ,  $G$  e  $B$  per ricreare percettivamente il bianco è **circa**:  $R:G:B=0,30:0,59:0,11$ .

Con questi rapporti si sintetizza il bianco  $C$ . I sistemi europei, invece, utilizzano il bianco  $D_{65}$  ed inoltre i tre primari sono leggermente diversi. I rapporti di luminanza necessari a sintetizzare il bianco di riferimento sono tuttavia circa uguali a quelli nordamericani.

Gli standard della televisione a colori variano, similmente a quanto avviene per gli standard B/N, a seconda dello Stato (vedi Tabella degli standard). Si hanno tre famiglie di standard:

- sistema NTSC in America;
- sistema PAL (derivato dall'NTSC) in quasi tutti i Paesi europei;
- sistema SECAM in Francia (ed ex-colonie) e in altri Paesi.

Ciascuno di essi peraltro utilizza i parametri generali dello Standard B/N valido in quel Paese. Questo perché tutti e tre gli standard sono stati volutamente progettati in modo da risultare compatibili con i ricevitori in bianco e nero. Questo vuol dire che si deve avere una compatibilità diretta, cioè un utente con un televisore in bianco e nero deve poter vedere le trasmissioni a colori, perdendo naturalmente l'informazione sul colore. Si deve anche avere una compatibilità inversa, che permette la visione sul ricevitore TVC di trasmissioni in bianco e nero. L'ultimo aspetto di compatibilità è la compatibilità a radiofrequenza, cioè il segnale a colori non deve occupare una banda a RF maggiore rispetto a quella di un segnale B/N. Poiché per il colore dobbiamo trasmettere come abbiamo visto tre segnali, ciò esclude subito la possibilità di una loro moltiplicazione in frequenza, per non aumentare l'occupazione di banda dei canali. La soluzione per tutti e tre gli Standard consiste nell'effettuare la cosiddetta “*codifica video*”, che consiste nel trasmettere non direttamente i segnali  $R$ ,  $G$  e  $B$  ma un'opportuna combinazione lineare degli stessi; questa trasformazione mira a costruire un segnale che corrisponda all'unico segnale di **luminanza** della trasmissione B/N, con l'aggiunta di due segnali, detti di **crominanza**, che portano l'informazione mancante per il colore.

Per motivi pratici, nella fase di trasmissione si esegue prioritariamente un'equalizzazione, dei 3 segnali, ovvero si rendono uguali e unitarie  $R=G=B=1$  le luminanze provenienti dai segnali in uscita dal trasduttore video d'ingresso, in corrispondenza del bianco di riferimento.

Il segnale di luminanza  $Y$  è ottenuto da essi in questo modo:

$0 \leq Y = 0,30 R + 0,59 G + 0,11 B \leq 1$ . Con queste proporzioni, se  $R=G=B=1$  si ottiene il bianco di riferimento. Il ricevitore B/N utilizza solo questo segnale. Per motivi di

compatibilità inversa i due segnali di cromaticità sono rappresentati dai cosiddetti “segnali differenza”:  $R-Y$  e  $B-Y$ .

Data la composizione del segnale  $Y$ , si ha che i segnali differenza possono assumere anche valori negativi, al contrario di  $Y$ :

$$R-Y = R - 0,30 R - 0,59 G - 0,11 B = 0,70 R - 0,59 G - 0,11 B ;$$

$$B-Y = -0,30 R - 0,59 G + 0,89 B .$$

Si è scelto di trasmettere i segnali differenza perché in presenza dei colori grigi i valori dei tre segnali sono uguali ( $R=G=B$ ) e i segnali differenza risultano corrispondentemente nulli, garantendo dunque la compatibilità inversa: un ricevitore TV a colori in presenza di un segnale televisivo trasmesso in B/N, non avendo questo la cromaticità, lo interpreta come segnale monocromatico.

In fase di trasmissione si creano dunque questi tre segnali:  $Y$ ,  $B-Y$ ,  $R-Y$ , (codifica video). Il terzo segnale differenza può essere ottenuto dal ricevitore come combinazione degli altri due:  $G-Y = -0,51(R-Y) - 0,19(B-Y)$ . Avendo i tre segnali differenza e il segnale luminanza, in fase di ricezione possiamo ricostruire  $R$ ,  $G$  e  $B$  come somma tra il rispettivo segnale differenza e la luminanza  $Y$ , operazione detta “*decodifica video*”.

Vediamo ora come si risolve il problema della compatibilità a radiofrequenza, ovvero come far coesistere tre segnali nello spazio di uno. Innanzi tutto, per motivi di compatibilità inversa, si attribuisce tutta la banda video (5 MHz nello standard italiano) al segnale  $Y$ . Gli altri due segnali vengono ridotti, in termini di banda base, ad es. da 5 a 1,3 MHz per lo standard PAL. Questo causa una forte limitazione della risoluzione spaziale dei colori, ma dato che l'occhio umano è molto più sensibile alle variazioni spaziali di luminanza di quanto lo sia a quelle di colore, ciò rappresenta una perdita di informazione accettabile.

Le componenti più forti del segnale  $Y$  sono quelle alle basse frequenze, per cui il segnale di cromaticità, mediante un'operazione di modulazione, viene traslato in frequenza nella parte più alta della banda base del segnale video, per limitare la reciproca interferenza.

Ad es. nel sistema PAL italiano si pone la sottoportante della cromaticità alla frequenza di circa 4,43 MHz, una frequenza opportunamente relazionata con la frequenza di riga ed abbastanza elevata, in modo da non disturbare eccessivamente la luminanza: la luminanza è infatti bassa alle alte frequenze, in modo da avere cromaticità poco disturbata nei ricevitori a colori e, viceversa, luminanza poco disturbata dalla cromaticità nei ricevitori B/N.

Il problema che però si pone è quello di evitare **interferenza reciproca** tra i due segnali di cromaticità, dato che essi insistono sulla stessa banda. L'interferenza tra i due segnali, a livello percettivo genera la cosiddetta “**diafonia**”, ovvero il trasferimento di una componente del colore sull'altra, in analogia al fenomeno simile che avviene in telefonia, detto “**diafonia**”. Possiamo affermare che i tre sistemi di televisione a colori sostanzialmente si diversificano per la modalità con cui affrontano il problema della diafonia.

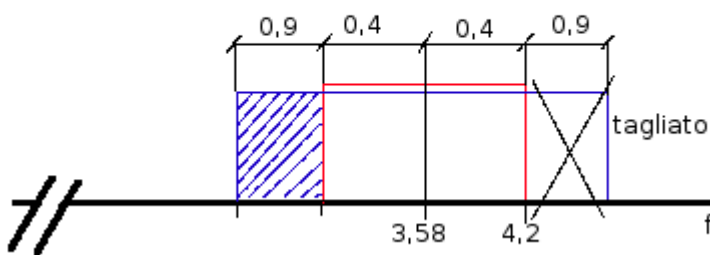
### SECAM (*SEquentiel Couleur À Memoire*)

L'idea alla base dello standard francese SECAM è di evitare la diafonia semplicemente trasmettendo **un solo** segnale differenza **per ogni riga**, alternando i due segnali da una riga a quella successiva ed utilizzando al posto del segnale mancante in ogni riga quello relativo alla riga precedente, che viene perciò opportunamente memorizzato attraverso una linea di ritardo.

Questa tecnica funziona bene nelle zone uniformi (in senso verticale) di colore, dando invece luogo ad errori di colore nelle brusche transizioni (verticali) di colore. Tuttavia essendo queste transizioni relativamente poco frequenti, tale errore risulta accettabile. Per la trasmissione del segnale di crominanza si utilizza la modulazione di frequenza.

### NTSC (*National Television System Committee*)

Il sistema statunitense utilizza per il segnale di crominanza una modulazione QAM-DSB-SC ovvero una modulazione di ampiezza a doppia banda laterale e con portante soppressa, dove un segnale di crominanza rappresenta la componente in fase e l'altro la componente in quadratura. Ponendo però per i motivi che abbiamo visto la sottoportante del colore prossima alla fine della banda base disponibile, la banda laterale superiore di ciascun segnale di crominanza risulta parzialmente tagliata (vedi figura), ottenendo un segnale a bande asimmetriche. Il taglio, che viene operato a livello di filtraggio a IF nel trasmettitore, genera una componente in quadratura che va a sovrapporsi all'altro segnale di crominanza, e viceversa, causando in ricezione l'effetto di diafotia. Per evitare questo fenomeno, si trasmette sulla componente in quadratura uno dei due segnali di crominanza a **bande simmetriche ma ridotte**, lasciando l'altro a bande asimmetriche sulla componente in fase. Il segnale trasmesso a bande simmetriche viene ridotto in frequenza a 0,6 MHz ma essendo DSB non crea interferenza sull'altro, perché ha solo la componente in fase. L'altro, essendo trasmesso con bande asimmetriche ha dunque una componente in quadratura, che va a sovrapporsi dannosamente alla componente in fase del primo.



Si nota però che il segnale a banda ridotta (in rosso nella figura) non è interferito dalla componente in quadratura del segnale a bande asimmetriche (in blu), in quanto la parte interferente di essa ricade fuori (area a righe blu) dalla banda del segnale a bande ridotte, in un range di frequenze tagliato dal filtro che tratta la componente a bande ridotte. Si ha però come

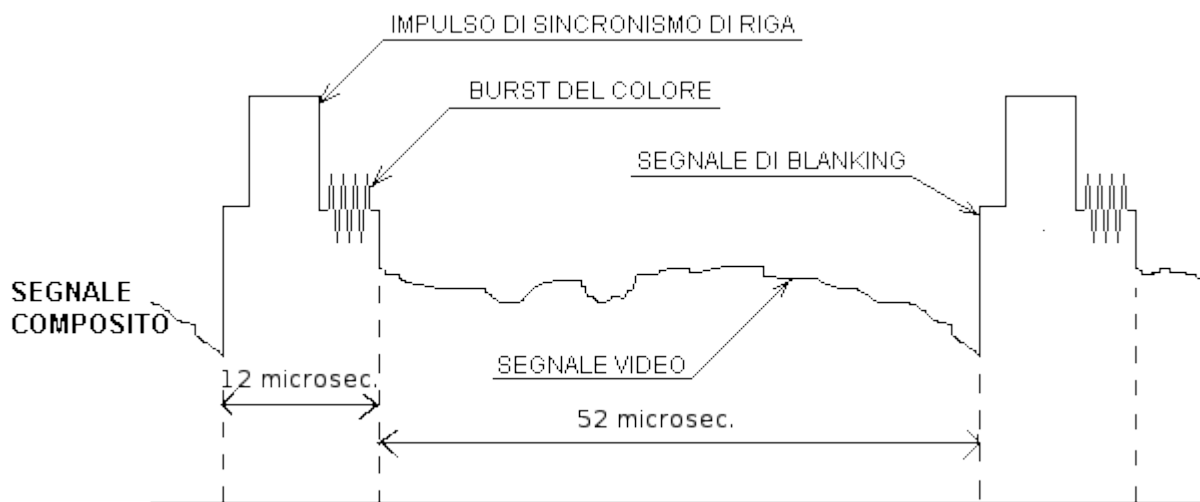
contropartita una perdita di qualità in termini di risoluzione al colore per via dell'ulteriore riduzione della banda da 1,3 a 0,6 MHz. Per rendere minimo l'effetto di perdita **percepito** dall'utente, i segnali che vanno a modulare in quadratura la sottoportante del colore non sono direttamente i segnali differenza, ma una loro opportuna combinazione lineare, precisamente: Fase:  $I = 0,74(R - Y) - 0,27(B - Y)$  (1,3 MHz); Quadratura:  $Q = 0,48(R - Y) + 0,41(B - Y)$  (0,6 MHz). Con questa scelta il segnale a banda ridotta corrisponde a tinte nei confronti delle quali l'occhio umano è meno sensibile alle variazioni.

### PAL (Phase Alternating Line)

Questo sistema rappresenta una versione migliorata dell'NTSC. In particolare si è cercato di ridurre la sensibilità dell'NTSC ad eventuali errori di fase che possono avvenire lungo la catena di trasmissione. Questi sono particolarmente dannosi in quanto la variazione della fase del segnale di cromaticità dà luogo percettivamente ad una **variazione della tinta**, che è un errore soggettivamente grave (vedere un viso verde invece che rosa...). Si può ovviare a questo errore mediante un comando manuale della tinta, per riportarla al valore normale. Il sistema PAL prevede invece una modalità di trasmissione che consente, in ricezione, di correggere automaticamente eventuali errori di fase e quindi di tinta, trasformandoli tuttavia in meno gravi, percettivamente parlando, errori di saturazione. Come vedremo lo stesso sistema contemporaneamente risolve anche il problema della diafotia.

Lo standard PAL prevede la trasmissione con segno alterno e quindi fase opposta delle righe consecutive della componente in quadratura ( $R-Y$ ) del segnale di cromaticità. La componente in fase della cromaticità ( $B-Y$ ) è invece trasmessa con segno invariante da una riga a quella successiva. La trasmissione a fasi alterne risolve sia il problema dell'errore di fase che il problema della diafotia, come ora vedremo.

Dato che sia il sistema NTSC che il PAL trasmettono la cromaticità con modulazione QAM, il demodulatore deve essere necessariamente coerente, per poter separare le componenti in fase ed in quadratura. Per facilitare l'aggancio in frequenza tra l'Oscillatore Locale che pilota il demodulatore della cromaticità e il segnale di cromaticità ricevuto, viene trasmessa una piccola porzione, detta **burst**, di una decina di periodi della sottoportante del colore, allocata nel piedistallo posteriore del segnale di cancellazione, dopo il segnale di sincronismo di riga:



Naturalmente nello standard SECAM il *burst* non viene trasmesso, dato che la cromaticità è modulata in frequenza.

Scriviamo ora una rappresentazione del segnale video di cromaticità, nello standard PAL:

$$s_c(t) = \underbrace{(B-Y)}_{\text{fase}} \sin(2\pi f_{sc}t) \pm \underbrace{(R-Y)}_{\text{quadratura}} \cos(2\pi f_{sc}t)$$

dove  $f_{sc}$  indica la frequenza della sottoportante del colore. Si noti che in questa rappresentazione si considera “in fase” la componente associata alla funzione seno.

Le righe con il segno “+” vengono dette “righe NTSC”, mentre quelle con il “-” sono dette “righe PAL”.

Possiamo anche scrivere l'involuppo complesso del segnale di cromaticità:

$$\tilde{s}_c(t) = (B-Y) \pm j(R-Y) \quad .$$

Il segnale **video** complessivo è dato dalla somma di luminanza e cromaticità:

$$s(t) = Y + s_c(t) = Y + (B-Y) \sin(2\pi f_{sc}t) \pm (R-Y) \cos(2\pi f_{sc}t) \quad .$$

Per ottenere il segnale video composito PAL dobbiamo aggiungere i segnali di cancellazione, di sincronismo ed il *burst*.

Per verificare il funzionamento di un ricevitore televisivo a colori si può utilizzare un'immagine campione detta monoscopio, la cui forma più semplice (proposta dall'EBU: *European Broadcasting Union*) risulta essere composta da otto bande verticali a luminosità decrescente, di colori bianco, nero, i tre colori primari rosso, verde, blu e i loro tre colori complementari giallo, ciano e magenta (porpora), tutti al massimo grado di saturazione; un colore è considerato complementare di un altro se sommando i loro spettri si ottiene il bianco. La figura illustra questo tipo di monoscopio:



Nella figura della pagina seguente si può vedere l'andamento del segnale video composito PAL relativo al monoscopio EBU, con i valori di luminanza dal bianco al nero e i vari valori di cromaticità. Si osserva facilmente come coppie di barre simmetriche rispetto alla mezzieria del monoscopio contengono colori complementari: infatti sommando tali coppie si ha un colore con  $R=G=B=I$ . La massima saturazione dei 6 colori è garantita dal fatto che per ciascuno di essi non sono mai attivi tutti e tre i primari.

Nella parte (b) della figura è riportato l'andamento del segnale di luminanza  $Y$ , più i segnali di cancellazione orizzontale, di sincronismo di riga ed il *burst* di sincronismo della sottoportante del colore. Occorre peraltro precisare che i valori numerici della figura sono leggermente diversi da quelli relativi allo standard italiano, in quanto si riferiscono allo standard "I" (Gran Bretagna). Nella parte (c) della figura è riportato il segnale di cromaticità: si possono facilmente verificare i valori di ampiezza delle differenti barre di colore.

Infine, nella parte (d) della figura è riportato l'andamento complessivo del video composito PAL, come ad es. potrebbe essere osservato all'oscilloscopio. Si osserva che tale segnale eccede i limiti di ampiezza ad esso assegnati nella trasmissione monocromatica, per cui si avrebbe una sovr modulazione della portante video, con conseguente distorsione in fase di demodulazione, a motivo dell'impiego come abbiamo visto di un demodulatore di involuppo. Per limitare tale sovr modulazione, si riducono opportunamente le ampiezze dei segnali differenza di colore:

$$B-Y \rightarrow U = 0,493(B-Y) \quad (\text{fase})$$

$$R-Y \rightarrow V = 0,877(R-Y) \quad (\text{quadratura}) \quad .$$

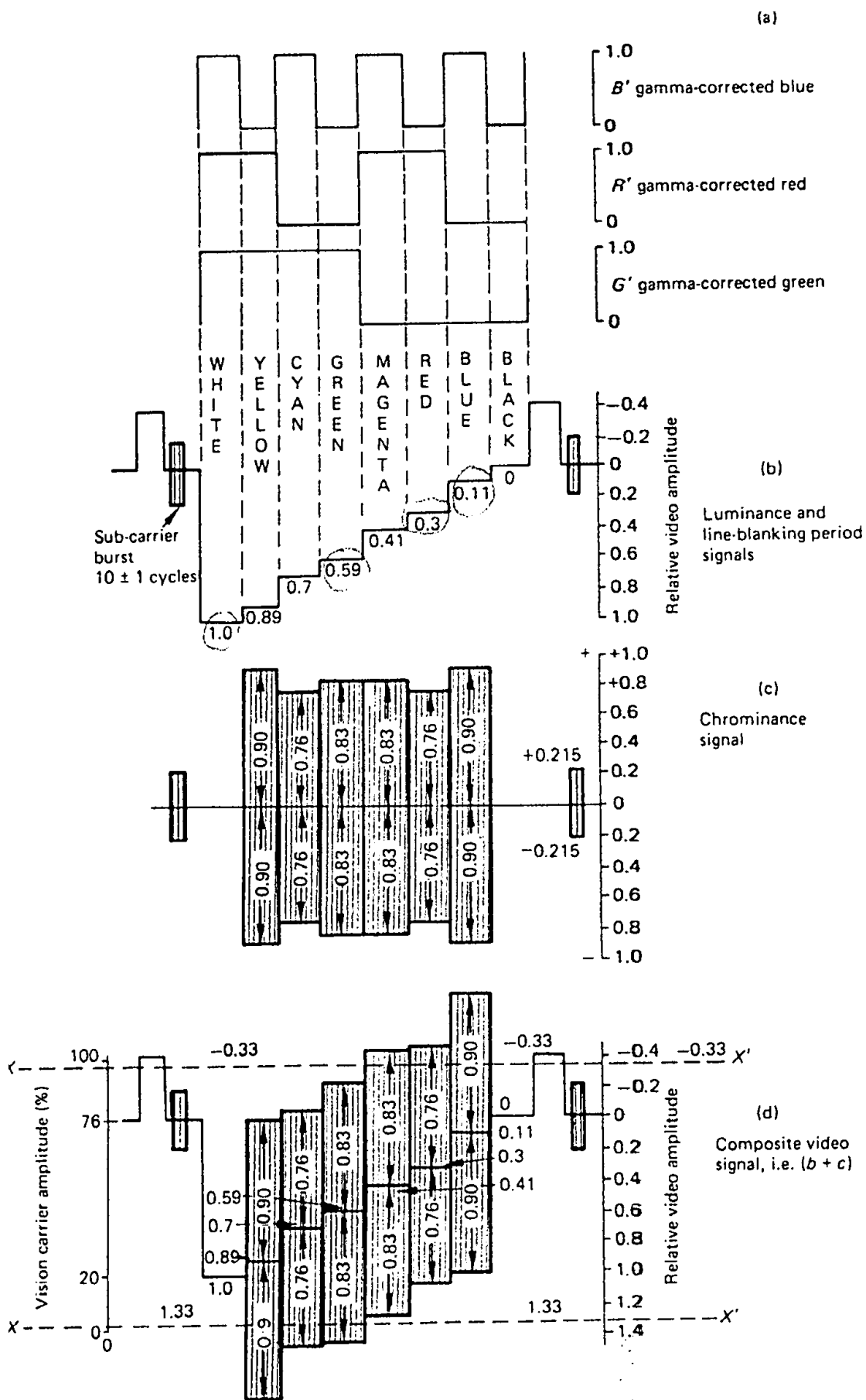
Il segnale video PAL assume quindi la forma:

$$s(t) = Y + 0,493(B-Y) \sin(2\pi f_{sc}t) \pm 0,877(R-Y) \cos(2\pi f_{sc}t) =$$

$$= Y + U \sin(2\pi f_{sc}t) \pm V \cos(2\pi f_{sc}t)$$

L'involuppo complesso del segnale di cromaticità sarà dunque  $\tilde{s}_c(t) = U \pm jV = a \cdot e^{\pm j\theta}$  ,

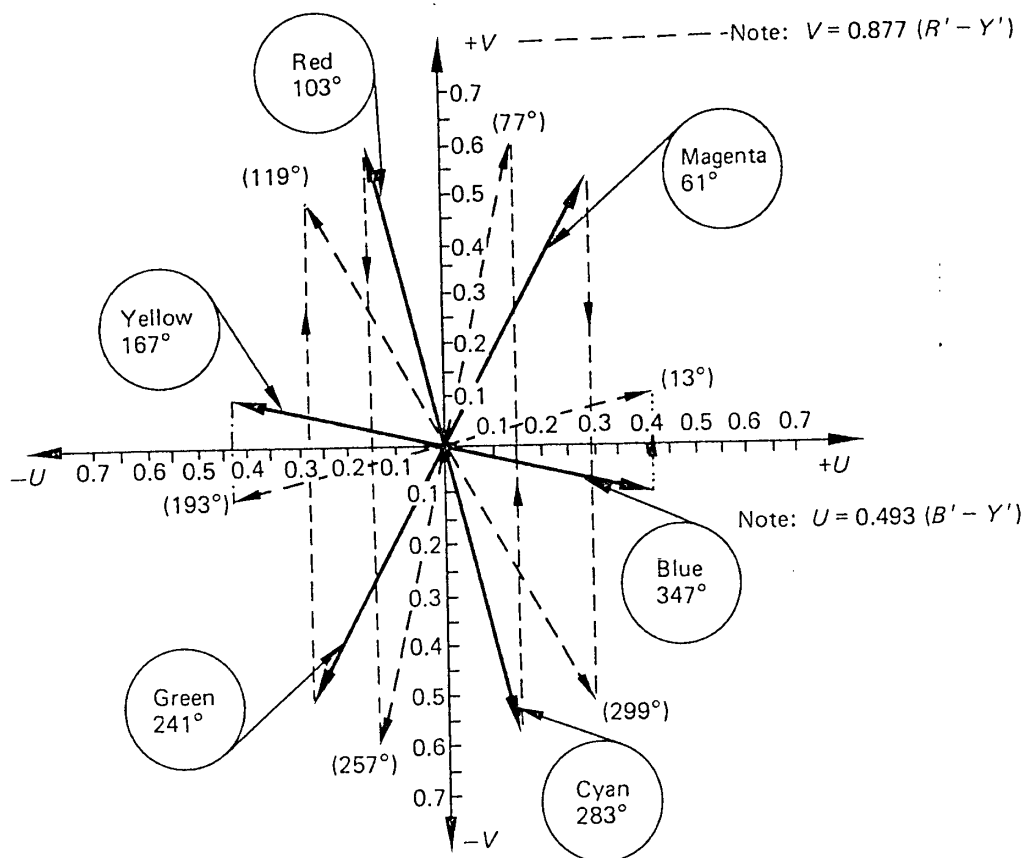




dove il cambio del segno avviene ad ogni cambio di linea e:

$$a \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{U^2 + V^2}, \quad \theta \stackrel{\text{def}}{=} \arctan(V/U).$$

Si tenga presente che questa è l'espressione del video PAL, **prima** dell'operazione di filtraggio a IF necessario per contenerlo nella banda a RF dello standard B/N adottato. Considerando tale involuppo nel piano complesso, otteniamo un vettore (o fasore) associato ad ogni tinta. Nella figura sottostante sono riportati i fasori associati alle tinte primarie e complementari, in tratto continuo per le linee NTSC ed in tratteggiato per le linee PAL. Si osserva come la tinta è associata alla fase, mentre la saturazione è associata all'ampiezza del fasore. Le barre bianche e nere hanno fasori nulli (come pure tutti i grigi), costituendo per definizione colori con saturazione di colore nulla. In tal senso, un colore è tanto meno saturo quanto più alto è il contenuto di bianco in esso presente.



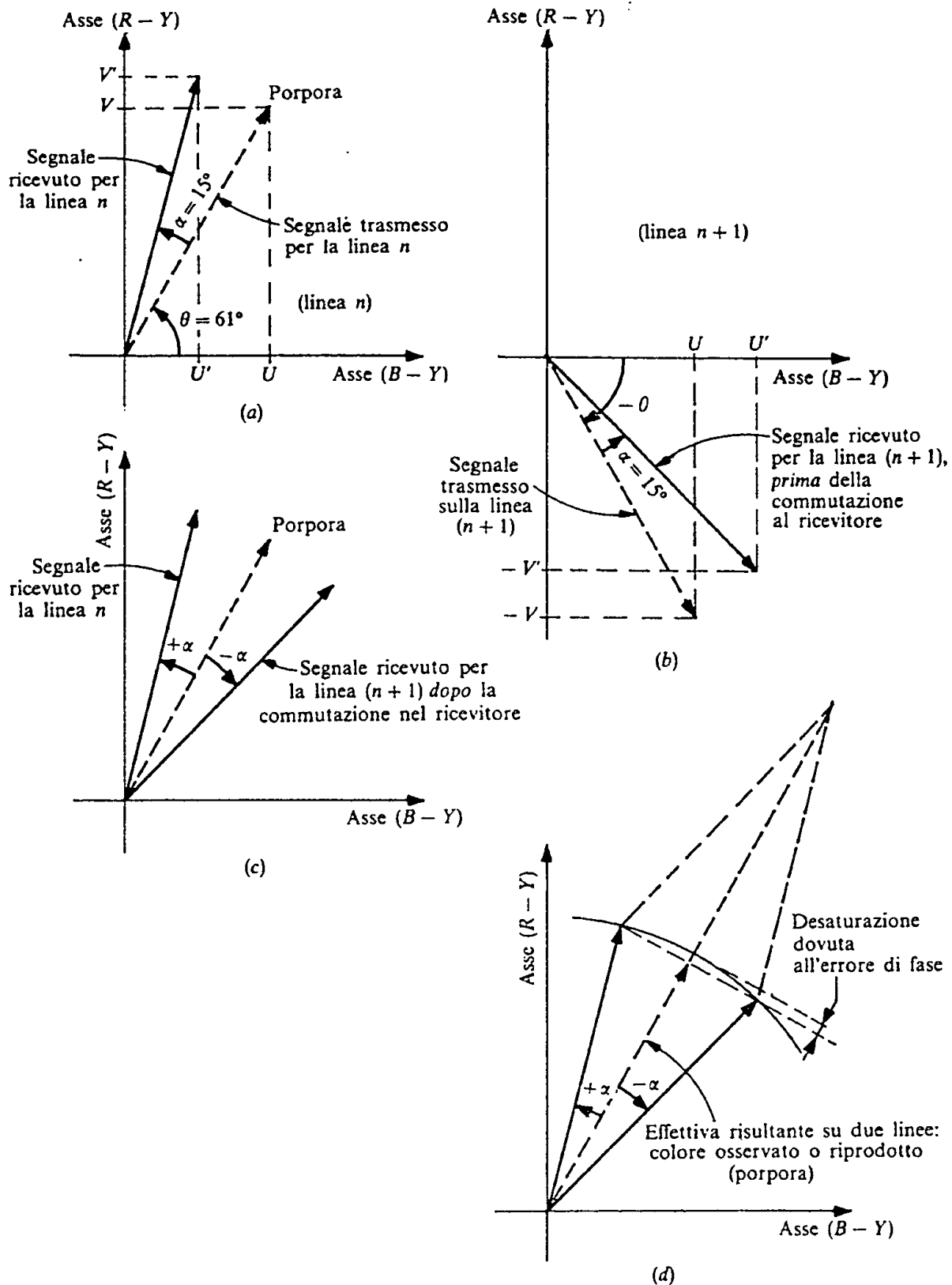
Vediamo ora in che modo con la trasmissione a fasi alternate è possibile eliminare eventuali errori di fase.

**Osservazione:** i calcoli che sviluppiamo di seguito sono riferiti, per semplicità di notazione, al caso ideale di trasmissione del segnale di cromaticanza senza il taglio di parte della banda laterale superiore, necessario come abbiamo detto per contenere la banda complessiva del video composito a colori.

Ipotizziamo che due *pixel* corrispondenti di due righe consecutive abbiano la stessa tinta (ipotesi valida in prima approssimazione, salvo che nelle zone di cambio di tinta) e lo stesso errore di fase.

Il sistema PAL necessita di una linea di ritardo per eseguire la correzione automatica

dell'errore di fase. Questo perché per eseguire la correzione necessita dell'informazione relativa a due righe consecutive. Il **principio** della correzione degli errori di fase è illustrato nella figura seguente:



nella parte (a) sono indicati il vettore trasmesso alla riga  $n$  e quello ricevuto, ruotato di  $+15$  gradi per effetto dell'errore di fase, mentre nella figura (b) sono riportati i vettori trasmesso e ricevuto relativi alla riga trasmessa  $n+1$ . Si suppone come detto che nelle due righe non cambi il colore (per quel pixel) e si mantenga invariato l'errore di fase; tuttavia, a causa dell'alternanza della fase della componente in quadratura, l'angolo di fase del vettore trasmesso è pari a  $-61$  gradi. Nella parte (c) della figura il vettore ricevuto della riga  $n+1$  viene ribaltato, per ripristinare la fase originaria. Quindi (d) si procede alla somma vettoriale con quello ricevuto relativo alla riga  $n$ , che è stato “memorizzato” tramite la linea di ritardo con ritardo pari al tempo di riga ( $64 \mu s$  nel PAL italiano); il vettore risultante viene infine dimezzato in ampiezza: si osserva come risultato che è stato annullato l'errore di fase ed introdotto un percettivamente meno grave errore di saturazione (l'ampiezza del vettore così ottenuto è minore di quella del vettore trasmesso).

Tale correzione automatica degli errori di fase è fatta nel ricevitore per mezzo di un circuito detto **separatore**, in quanto come ora mostriamo è in grado di separare la componente  $R-Y$  dalla componente  $B-Y$  del segnale di cromaticità posto al suo ingresso. Come si osserva dalla figura della pagina seguente, esso è costituito fondamentalmente da una linea di ritardo e da due sommatori.

Per semplicità di notazione, i segnali utilizzati nella figura sono gli involucri complessi degli effettivi segnali (passa-banda) che attraversano il circuito separatore.

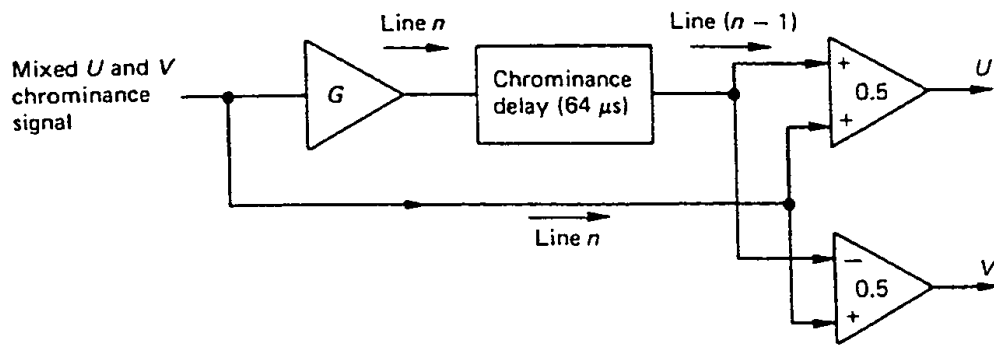
La parte (b) della figura mostra come avviene la separazione delle due componenti della cromaticità, mentre la parte (a) indica gli elementi accessori costituiti da degli amplificatori: quello in ingresso alla linea di ritardo serve a recuperare l'attenuazione che questa introduce, mentre gli altri due, di guadagno 0,5, servono come detto a dimezzare l'ampiezza del segnale in uscita. Analizziamo il funzionamento di questo circuito: in presenza di un errore di fase  $\alpha$ , l'involucro complesso ricevuto, relativamente alla riga  $n$ , vale  $a \cdot e^{j(\theta+\alpha)}$ , mentre alla riga  $n+1$   $a \cdot e^{j(-\theta+\alpha)}$ . Allora, la componente fase del segnale in uscita dal sommatore (quella in quadratura non interessa, in quanto il demodulatore che segue non è sensibile ad essa) vale:

$$\begin{aligned} a \cos(\theta + \alpha) + a \cos(-\theta + \alpha) &= a (\cos \theta \cos \alpha - \sin \theta \sin \alpha + \cos \theta \cos \alpha + \sin \theta \sin \alpha) = \\ &= \underbrace{2a \cos \theta \cdot \cos \alpha}_{2U} \leq 2U \end{aligned}$$

mentre la componente in quadratura in uscita dal sottrattore (la componente in fase non interessa, in quanto il demodulatore che segue non è sensibile ad essa) vale:

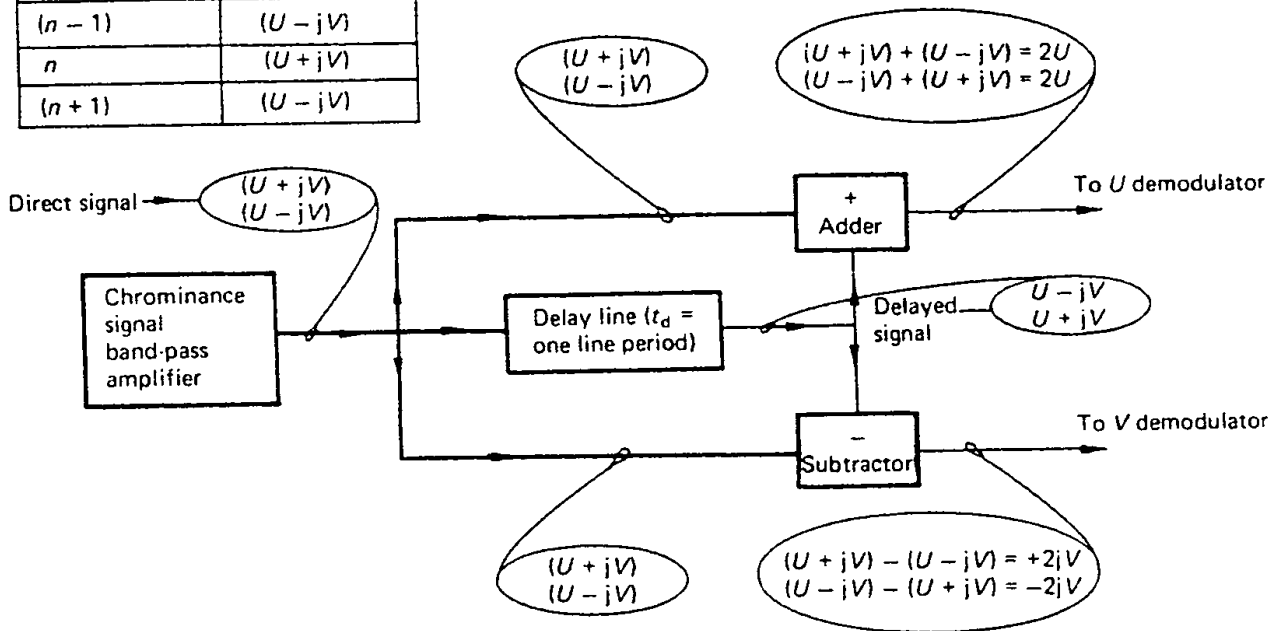
$$\begin{aligned} \pm [a \sin(\theta + \alpha) - a \sin(-\theta + \alpha)] &= \pm a (\sin \theta \cos \alpha + \cos \theta \sin \alpha + \sin \theta \cos \alpha - \cos \theta \sin \alpha) = \\ &= \underbrace{\pm 2a \sin \theta \cdot \cos \alpha}_{2V} \leq 2V \text{ in valore assoluto.} \end{aligned}$$

L'errore di fase va quindi a modificare l'**ampiezza** di ambedue i segnali di uscita di un fattore  $\cos \alpha$  (il fattore 2 è corretto dal guadagno 0,5 degli amplificatori); quindi, dato che sia  $U$  che  $V$  sono attenuati dello stesso fattore, la tinta (essendo associata alla fase) rimarrà invariata rispetto a quella trasmessa, anche se risulterà un po' desaturata, almeno per errori di fase contenuti.



(a)

Sequence of incoming lines	The 'direct' signal arriving
$(n-1)$	$(U - jV)$
$n$	$(U + jV)$
$(n+1)$	$(U - jV)$



(b)

Nella figura della pagina seguente è illustrato lo schema a blocchi del decodificatore PAL, che sostituisce nei ricevitori TV a colori la sezione in banda base relativa al video composito dello schema del ricevitore TV B/N prima analizzato. Per le restanti parti, i due tipi di ricevitore sono sostanzialmente analoghi. Nel decodificatore PAL, in aggiunta alla catena che elabora il segnale di luminanza, è presente la catena della cromaticanza, che inizia con un filtro passabanda centrato sulla frequenza della sottoportante del colore (circa 4,43 MHz per il PAL italiano), il cui compito è appunto di recuperare dal segnale video composito il segnale di cromaticanza. Tale filtro deve anche essere di tipo vestigiale, al fine - come avviene anche per la luminanza - di evitare che dopo la demodulazione i segnali differenza  $R-Y$  e  $B-Y$  si presentino distorti. Il segnale di cromaticanza viene quindi inviato, dopo cancellazione del *burst* della sottoportante del colore, al circuito separatore.

Vediamo ora in che modo il circuito separatore elimina anche la diafotia. In realtà come già detto la forma analitica dei segnali di cromaticanza finora utilizzata **non** ha tenuto conto del filtraggio asimmetrico da essi subito in trasmissione (vedi schema a blocchi del trasmettitore TV) e neanche del successivo filtraggio vestigiale che essi subiscono in ricezione prima di entrare nel circuito separatore. A causa di tali filtraggi e trascurando per semplicità di notazione gli influenti, per questi calcoli, coefficienti di riduzione, l'involuppo complesso del segnale di cromaticanza in ingresso al separatore va scritto come somma dei due segnali differenza, ognuno con una componente in fase ed una in quadratura:

$\tilde{s}_c(t) = (B-Y)_I + j(B-Y)_Q \pm j[(R-Y)_Q - j(R-Y)_I]$ . Risulta chiaramente evidenziata la nascita dell'interferenza tra i due segnali differenza, da cui il fenomeno visivo della diafotia che ne consegue. Consideriamo ora la riga PAL separatamente dalla riga NTSC:

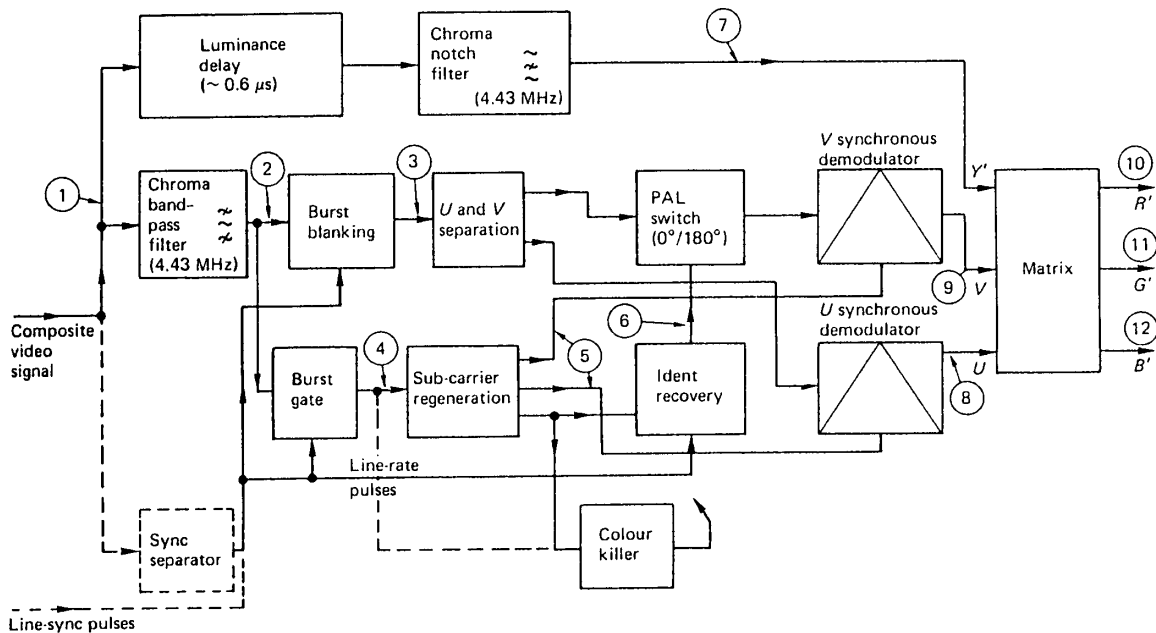
$$\begin{aligned}\tilde{s}_{c-NTSC}(t) &= (B-Y)_I + j(B-Y)_Q + j(R-Y)_Q + (R-Y)_I \\ \tilde{s}_{c-PAL}(t) &= (B-Y)_I + j(B-Y)_Q - j(R-Y)_Q - (R-Y)_I\end{aligned}$$

Questi segnali sono inviati al circuito sommatore e al circuito sottrattore. In uscita dal sommatore avremo  $2[(B-Y)_I + j(B-Y)_Q]$ , mentre in uscita dal sottrattore avremo  $2j[(R-Y)_Q - j(R-Y)_I]$ . Il decodificatore PAL è dunque in grado di separare una componente differenza dall'altra, eliminando la sovrapposizione delle stesse. In uscita dai demodulatori coerenti che seguono, avremo rispettivamente le componenti  $(B-Y)_I$  e  $(R-Y)_Q$  le quali, a motivo del filtraggio vestigiale subito dal segnale di cromaticanza, sono proporzionali rispettivamente a  $B-Y$  e  $R-Y$  come vogliamo.

Questi due segnali, assieme al segnale di luminanza  $Y$ , che è stato ritardato per rimanere temporalmente sincronizzato con la cromaticanza, ed infine "ripulito" dalla cromaticanza mediante un filtro elimina banda centrato a 4,43 MHz, entrano in un circuito "matrice" che opera la decodifica video, ovvero recupera i tre segnali originali  $R$ ,  $G$  e  $B$ . Questi infine sono applicati al trasduttore video a colori, che come prima detto genera tre spettri la cui somma rappresenta uno spettro metamerico di quello del colore originario.

La parte inferiore dello schema mostra il blocco che recupera il *burst* della sottoportante del colore: esso va a sincronizzare l'Oscillatore Locale che pilota i due demodulatori coerenti.

Nello schema sono numerati alcuni punti del decodificatore, in corrispondenza dei quali nella figura a pagina 22 sono indicati gli andamenti temporali dei rispettivi segnali.

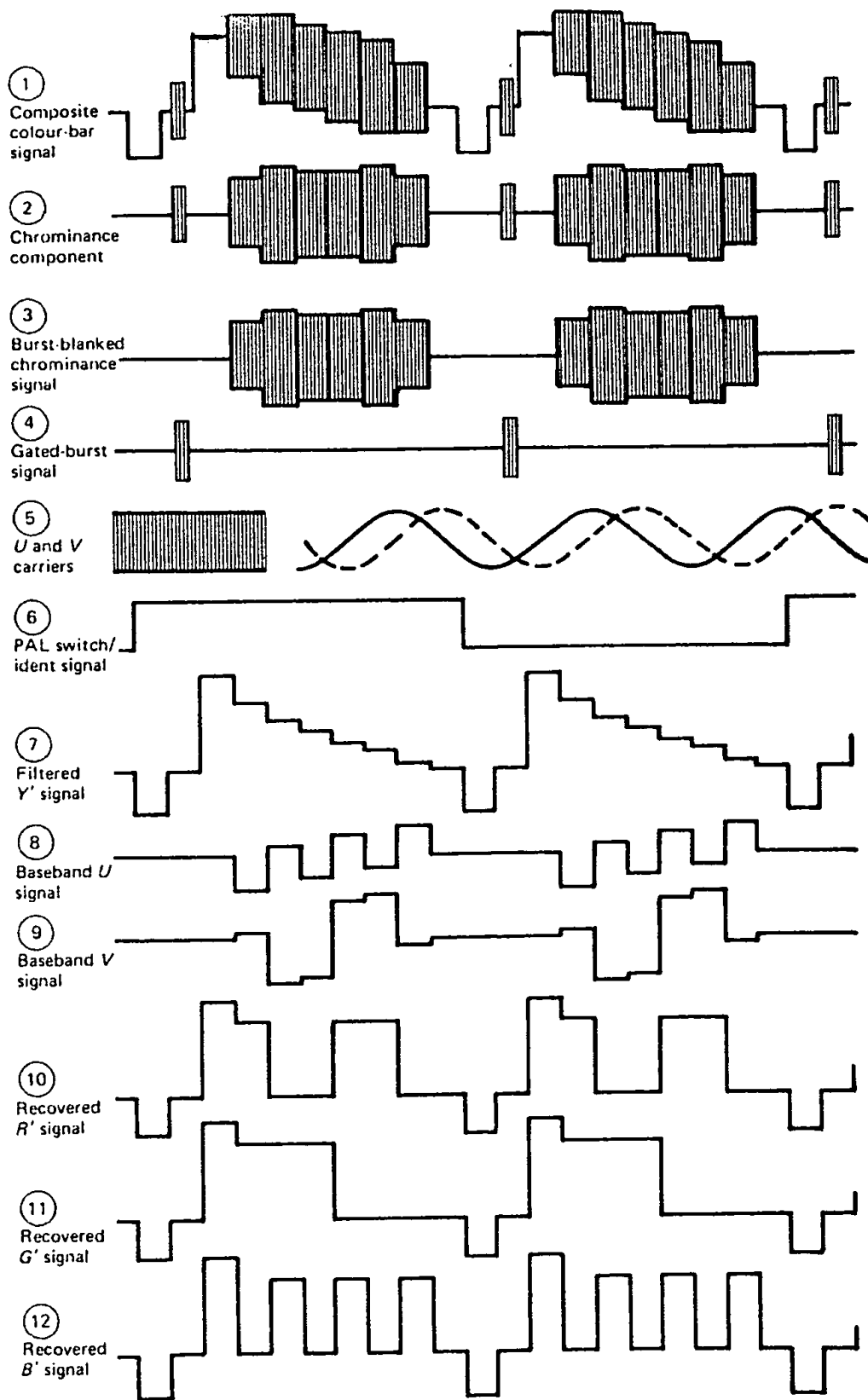


Vediamo ora infine nella figura della pagina 23 lo schema di principio di un codificatore PAL. Abbiamo i tre segnali  $R$ ,  $G$  e  $B$  in ingresso a tre diverse matrici ( $Y$ ,  $R-Y$  e  $B-Y$ ), tutti e tre ancora con la loro larghezza di banda completa di  $5\text{ MHz}$ . Sul ramo superiore, in uscita dalla matrice  $Y$  abbiamo il segnale di luminanza al quale vengono aggiunti i segnali di sincronismo  $s_Y$ . Il segnale  $Y+s_Y$  entra in una linea di ritardo per 'attendere' la più lenta (perché più complessa) elaborazione dei segnali degli altri due rami.

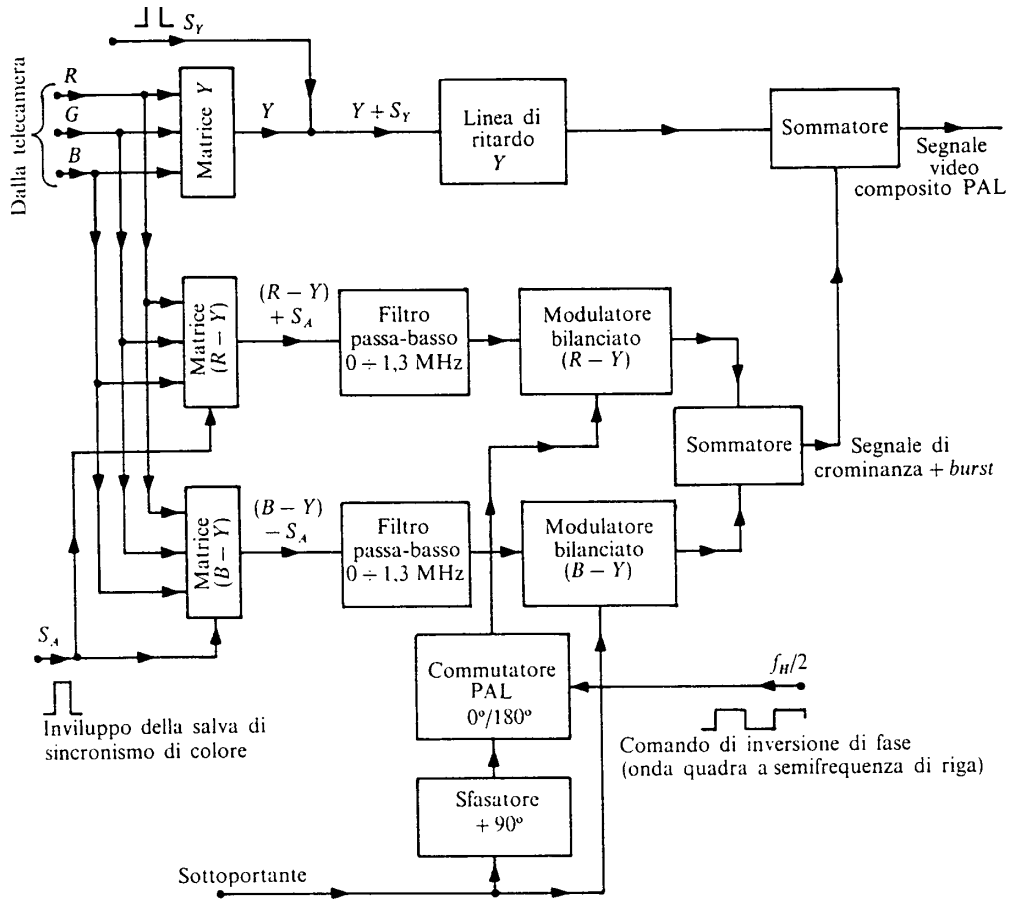
Sui due rami inferiori viene sommato a  $R-Y$  e sottratto a  $B-Y$  l'involuppo del *burst* di sottoportante  $s_A$ ; i segnali differenza passano poi in due filtri passa-basso con frequenza di taglio  $1,3\text{ MHz}$  per entrare successivamente ciascuno in un modulatore bilanciato pilotato da un segnale sinusoidale a circa  $4,43\text{ MHz}$  generato da un Oscillatore Locale. L'uscita dell'oscillatore è sfasata di  $90^\circ$  e moltiplicata per un'onda quadra a semi-frequenza di riga (per ottenere l'inversione alternata della fase) sul ramo del modulatore della componente  $R-Y$ , mentre va direttamente al modulatore della componente  $B-Y$ .

I due segnali differenza modulati vengono quindi sommati tra loro ed in seguito sommati all'uscita del ramo superiore, ottenendo così finalmente il segnale video composito PAL.

Il resto del trasmettitore è analogo a quello già analizzato per la televisione monocromatica.





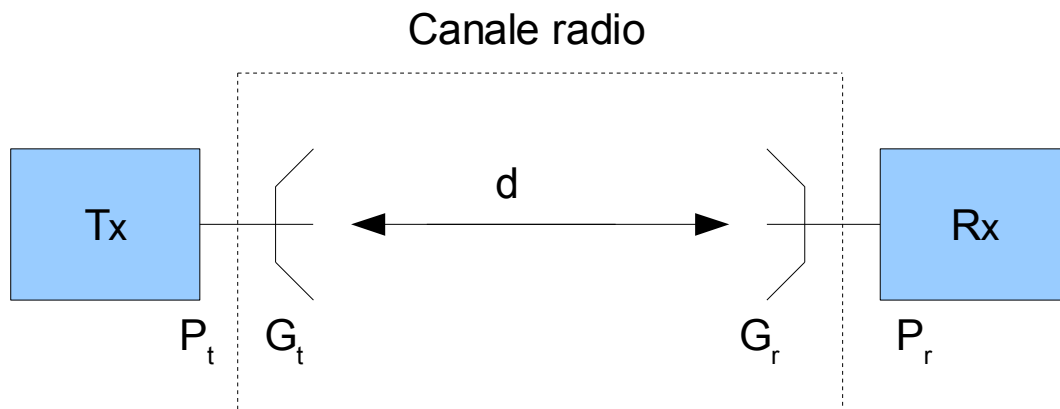


**Appunti dal corso di  
Sistemi di Telecomunicazione A.A. 2008/09  
Prof. Mario Fossi**

**7 - COLLEGAMENTI VIA SATELLITE**

**Richiami sulla formula di un collegamento radio in spazio libero**

Riconsideriamo lo schema di un generico collegamento radio:



Indichiamo con  $P_t$  la potenza media in ingresso (assorbita) all'antenna trasmittente. E' opportuno che tale potenza sia quella disponibile del trasmettitore, a meno di quella dovuta alle (piccole) perdite del collegamento tra trasmettitore ed antenna. Indichiamo con  $P_r$  la potenza media disponibile all'uscita dell'antenna ricevente, ovvero del canale di trasmissione.

Il rapporto  $L_s \stackrel{\text{def}}{=} P_t/P_r$  rappresenta la **perdita di sistema** (*System Loss*) del collegamento radio, come definita dall'ITU-R. Essa come vedremo risulta molto elevata.

Consideriamo ora come canale radio il cosiddetto **spazio libero**, che, come è noto, è uno spazio vuoto ed illimitato, che costituisce quindi un dielettrico omogeneo, isotropo, privo di perdite, con costanti  $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$ ,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$ .

Tale tipo di canale, pur essendo ovviamente ideale, può rappresentare una prima approssimazione – entro certi limiti – di alcuni canali reali, quali ad es. quelli di un collegamento via satellite, di cui ci occupiamo nel seguito.

Con riferimento a tale tipo di canale, analizziamo di quali elementi sia funzione la perdita di sistema del collegamento.

Come è noto dai Corsi di elettromagnetismo, possiamo scrivere per un'antenna ricevente:  $P_r = A_{er} S_t$  dove  $A_{er}$  rappresenta l'area efficace dell'antenna, e  $S_t$  la densità di potenza del campo elettromagnetico incidente sull'antenna nella direzione di massimo guadagno.

Supponiamo dapprima di utilizzare antenne **non direttive e prive di perdite** interne; in tal caso possiamo scrivere, come è noto:  $D = G = 1$ , dove con  $D$  abbiamo indicato la **direttività** dell'antenna e con  $G$  il **guadagno**.

Tenuto conto della relazione generale tra guadagno ed area efficace di un'antenna

$\frac{G}{A_e} = \frac{4\pi}{\lambda^2}$  possiamo allora esprimere la relazione tra potenza ricevuta da tale antenna e

potenza trasmessa come:

$$P_r = A_{er} \frac{P_t}{4\pi d^2} = \frac{\lambda^2}{4\pi} \frac{P_t}{4\pi d^2} = P_t \left( \frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 = \frac{P_t}{L_{bf}}$$

dove:

$$L_{bf} \stackrel{\text{def}}{=} \left( \frac{4\pi d}{\lambda} \right)^2 = \left( 4\pi d \frac{f}{c} \right)^2 \text{ rappresenta la cosiddetta } \mathbf{perdita \text{ base}} \text{ o anche } \mathbf{perdita \text{ base di}}$$

**trasmissione dello spazio libero** (free) (ITU-R) o infine **attenuazione geometrica** del collegamento radio.

Essa rappresenta la perdita di sistema  $L_s$  nello spazio libero, **quando** si utilizzano antenne isotropiche e prive di perdite.

Essa risulta sempre  $\gg 1$ , essendo le formule utilizzate per introdurla valide solo in condizioni di campo lontano, nel cui caso è  $d \gg \lambda$ .

Fisicamente, come è noto, questo tipo di perdita deriva dal fatto che la radiazione da una sorgente **puntiforme**, quale può considerarsi l'antenna trasmittente vista a grandi distanze, avviene per **onde sferiche**, quindi la potenza irradiata dall'antenna è dispersa in tutte le direzioni e non solo in quella in cui è presente l'antenna ricevente.

In unità pratiche, la perdita base si esprime:

$$L_{bf} = 20(\log_{10} f + \log_{10} d) + 32,45 \quad dB$$

dove  $f$  è la frequenza in *MHz* e  $d$  la distanza in *km*.

Con il tipo di antenne fin qui ipotizzato, la perdita di sistema del collegamento radio è la massima possibile in spazio libero ed assume, alle frequenze delle microonde, valori elevatissimi.

### Esempio:

1) Tratta di ponte radio terrestre a microonde:  $f = 10 \text{ GHz}$ ,  $d = 40 \text{ km}$

Si ottiene  $L_s = L_{bf} = 20 \log_{10} 10^4 + 20 \log_{10} 4 \cdot 10 + 32,45 = 80 + 12 + 20 + 32,45 = 144,45 \text{ dB}$

2) Tratta di ponte radio satellitare a microonde:  $f = 10 \text{ GHz}$ ,  $d = 40000 \text{ km}$

Si ottiene  $L_s = L_{bf} = 20 \log_{10} 10^4 + 20 \log_{10} 4 \cdot 10^4 + 32,45 = 80 + 12 + 80 + 32,45 = 204,45 \text{ dB}$

Si osserva un incremento di perdita al crescere della lunghezza della tratta pari a 20 *dB/decade* (6 *dB/ottava*).

Quindi la perdita di un collegamento satellitare rispetto a un collegamento terrestre è superiore di una quantità dell'ordine di 60 *dB*. Potremmo pensare di aumentare dello stesso fattore il guadagno del ricevitore per le comunicazioni satellitari rispetto al guadagno di un ricevitore per comunicazioni terrestri, ma questo non porterebbe a significativi miglioramenti in termini di rapporto segnale/rumore, come vedremo nel prossimo paragrafo. E' possibile ridurre tali elevatissime perdite utilizzando quando è possibile (come ad es. nei collegamenti punto-punto) un'antenna **direttiva** in trasmissione, in modo da concentrare quanta più energia radiata possibile nella direzione dell'antenna ricevente. In questo caso la

formula del collegamento diviene:

$P_r = P_t G_t / L_{bf}$  supponendo un'antenna trasmittente con perdite.

Infatti, dalla definizione di guadagno di un'antenna, possiamo scrivere, indicando con  $\eta_a \stackrel{\text{def}}{=} P_{irr} / P_t$  il rendimento energetico dell'antenna dove  $P_{irr}$  indica la potenza media radiata:

$$G_t = \eta_a D_t = \eta_a \frac{S_t}{\frac{P_{irr}}{4\pi d^2}} = \frac{S_t}{\frac{P_t}{4\pi d^2}}$$

$$\text{da cui } S_t = P_t \frac{G_t}{4\pi d^2} \quad \text{e infine} \quad P_r = A_{er} S_t = \frac{\lambda^2}{4\pi} S_t = \frac{P_t G_t}{L_{bf}}.$$

La perdita di sistema del collegamento radio diviene in questo caso  $L_s = L_{bf} / G_t < L_{bf}$ .

Si osserva quindi che maggiore è il guadagno dell'antenna utilizzata in trasmissione, minore risulta la perdita del collegamento radio.

Leggendo superficialmente questa espressione, si potrebbe pensare che, aumentando il guadagno dell'antenna in misura tale che  $G_t = L_{bf}$ , si potrebbe annullare completamente la perdita del collegamento, o addirittura ottenere un guadagno di potenza nel collegamento per  $G_t > L_{bf}$ ! Ovviamente, quest'ultima ipotesi non è fisicamente congruente.

Infatti, al fine di interpretare correttamente la portata di applicazione della formula sopra scritta, evidenziamo in essa l'area efficace dell'antenna trasmittente; risulta la seguente disuguaglianza:

$$\frac{P_t}{P_r} = \frac{L_{bf}}{G_t} = \left( \frac{4\pi d}{\lambda} \right)^2 \frac{\lambda^2}{4\pi A_{et}} = \frac{4\pi d^2}{A_{et}} \gg 1.$$

Infatti, tenuto conto che, prendendo ad es. come riferimento un'antenna ad apertura, la sua area efficace è dell'ordine di grandezza dell'area fisica dell'apertura, la disuguaglianza deriva dal fatto che altrimenti dovremmo prevedere un'antenna con dimensioni dell'ordine di grandezza della lunghezza del collegamento (!); si osservi anche che in tale ipotesi non saremmo più nelle condizioni di campo lontano, sotto le quali solamente hanno validità le formule utilizzate, come già detto.

Non potendo aumentare a piacere il guadagno dell'antenna trasmittente, per ridurre ulteriormente la perdita del collegamento conviene se possibile utilizzare un'antenna direttiva anche in ricezione, per cui si giunge alla classica espressione del collegamento radio in spazio libero:

$$P_r = A_{er} S_t = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_r S_t = \frac{P_t G_t G_r}{L_{bf}}$$

e la perdita del collegamento diviene  $L_s = \frac{P_t}{P_r} = \frac{L_{bf}}{G_t G_r}$  ovvero:  $L_s = L_{bf} - G_t - G_r$  se espressa in dB.

Questa formula è chiamata in letteratura **formula di Friis**, che ovviamente non deve essere confusa con la formula di Friis per il calcolo della cifra di rumore.

E' prassi definire il prodotto tra potenza media assorbita dall'antenna  $P_t$  e guadagno dell'antenna  $G_t$  come **EIRP** (*Equivalent Isotropically Radiated Power*, potenza isotropica

equivalente):  $EIRP \stackrel{\text{def}}{=} P_t G_t$

Essa rappresenta la potenza media che dovrebbe alimentare un'antenna isotropica per dar luogo allo stesso valore di densità di potenza che l'antenna direttiva considerata genera. Se si considera una direzione di radiazione  $(\vartheta, \varphi)$  diversa da quella in cui è massima la direttività dell'antenna, la corrispondente  $EIRP$  si esprime ovviamente come:

$$EIRP(\vartheta, \varphi) = P_t \cdot G_t(\vartheta, \varphi)$$

Espressa in termini di  $EIRP$ , la formula del collegamento radio punto-punto in spazio libero si esprime allora:

$$P_r = EIRP \frac{G_r}{L_{bf}}$$

**Osservazione:** Alle volte in letteratura è utilizzata la grandezza **ERP** (*Effective Radiated Power*). La sua definizione è simile a quella dell' $EIRP$ , nel senso che è definita come prodotto della potenza media in ingresso all'antenna  $P_t$  per il guadagno dell'antenna, ma quest'ultimo normalizzato a quello massimo di un'antenna a dipolo a  $\lambda/2$ , che vale 1,64 (2,15 dB).

Si ha quindi la seguente relazione in dB tra le due grandezze:  $EIRP = ERP + 2,15$ .

### Rapporto segnale/rumore di un collegamento radio di tipo LOS (*Line Of Sight*)

Come abbiamo già accennato all'inizio del Corso, si intende con l'espressione “LOS” un collegamento radio che possa essere considerato una buona approssimazione di quello in spazio libero, a meno di alcuni effetti che portano ad un limitato (salvo condizioni operative particolari) incremento delle perdite, conteggiato mediante l'introduzione di un termine aggiuntivo di perdita  $L$ . In base a questo, la formula di tale tipo di collegamento diviene:

$$P_r = \frac{P_t G_t G_r}{L_{bf} L} = \frac{EIRP G_r}{L_{bf} L}$$

La perdita aggiuntiva  $L$  (detta anche “supplementare”) tiene conto di diversi fattori, tra cui:

- non perfetto allineamento (puntamento) delle antenne;
- non perfetto allineamento in polarizzazione delle antenne, ad es. dovuto alla presenza di pioggia lungo la tratta, che modifica la polarizzazione dell'onda e.m.;
- perdite di propagazione, dovute all'assorbimento da parte dell'atmosfera terrestre, sensibili a partire da frequenze dell'ordine del GHz, oppure per la presenza di idrometeore, come vedremo più in dettaglio nel seguito.

Alcuni importanti collegamenti radio possono essere considerati di tipo LOS, come ad es. il collegamento satellitare e, in alcune condizioni operative, le tratte terrestri di ponte radio a microonde.

In generale, al fine di poter valutare le prestazioni di un collegamento radio ha interesse esprimere da quali elementi dipende il rapporto segnale/rumore al ricevitore. Normalmente tale rapporto viene valutato prima del processo di demodulazione. In base poi al tipo di modulazione e demodulazione impiegati si possono ricavare le prestazioni o in termini di rapporto segnale/rumore in banda base, se trattasi di modulazioni analogiche, oppure di

probabilità di errore, se trattasi di modulazioni numeriche.

Con riferimento a queste ultime, come è noto la probabilità di errore  $P_e$  dipende direttamente dal rapporto  $E_b/N_0$ , dove  $E_b$  indica l'energia per bit ricevuto e  $N_0$  la densità spettrale unilatera di rumore AWGN. Fissato allora il tipo di modulazione e demodulazione, è possibile ricavare la relazione tra  $E_b/N_0$  ed il rapporto segnale/rumore. Con riferimento ad es. a modulazioni di tipo PSK, la potenza media di segnale utile al ricevitore si esprime come  $E_b/T_b$  con  $T_b$  tempo di bit, mentre quella del rumore come  $N_0 \cdot B_n$ , da cui la relazione di proporzionalità tra  $E_b/N_0$  e rapporto segnale/rumore  $C/N$ :

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{C}{N} \frac{B_n}{R_b} \quad \text{con } R_b = 1/T_b \text{ bit rate (velocità di trasmissione) del collegamento.}$$

Come è prassi nei collegamenti radio, abbiamo indicato il rapporto segnale/rumore come  $C/N$ , dove  $C$  richiama la **portante** (Carrier) della modulazione utilizzata. Questo perché per molte modulazioni utilizzate sia analogiche che numeriche (ad es. la FM, la M-PSK), la potenza media del segnale modulato coincide con quella della portante non modulata. In ogni caso, con  $C$  indichiamo comunque la potenza media del segnale utile, qualunque sia il tipo di modulazione impiegato.

Riguardo alla potenza media di rumore, possiamo esprimerla nella forma  $N = k T B_n$  già utilizzata quando abbiamo discusso della cifra di rumore media di un sistema 2-porte, dove  $T$  indica la temperatura di rumore di sistema  $T_{sys}$  del collegamento a suo tempo definita e  $B_n$  la banda equivalente di rumore.

Possiamo quindi esprimere il rapporto segnale/rumore di un collegamento LOS come:

$$\frac{C}{N} = \frac{EIRP G}{L_{bf} L} \frac{1}{k T B_n} = \frac{EIRP}{L_{bf} L} \left( \frac{G}{T} \right) \frac{1}{k B_n} \quad \text{da cui anche: } \frac{E_b}{N_0} = \frac{EIRP}{L_{bf} L} \left( \frac{G}{T} \right) \frac{1}{k R_b}, \text{ dove abbiamo}$$

indicato semplicemente con  $G$  il guadagno dell'antenna ricevente, ed evidenziato il rapporto  $G/T$ , che rappresenta un fattore di merito della stazione ricevente: si comprende infatti come – a parità degli altri fattori – al crescere del fattore  $G/T$  cresce il rapporto  $C/N$  e anche  $E_b/N_0$  da cui dipendono, come abbiamo visto, le prestazioni del collegamento.

Apparentemente, nell'espressione del  $C/N$  non compare il guadagno del ricevitore, che parrebbe quindi non avere alcuna influenza sulle prestazioni di un collegamento radio. In realtà il guadagno del ricevitore, oltre che risultare necessario per garantire un livello accettabile di segnale all'utente del sistema (si ricordi il concetto di “sensibilità limitata dal guadagno” di un ricevitore), può influire sulla riduzione del contributo di rumore interno, come abbiamo visto quando abbiamo discusso la formula di Friis sulle temperature equivalenti di rumore. Se poi il rumore interno non è trascurabile rispetto a quello esterno, allora il guadagno del ricevitore può determinare, tramite il  $C/N$ , anche le prestazioni del collegamento.

**Osservazione:** Come già detto, alcuni collegamenti radio, come ad esempio quelli della telefonia mobile, non rispettano le ipotesi fatte sopra, e sono detti **NoLOS**. Per questo tipo di collegamenti è prassi usare ancora una formula simile a quella dei collegamenti LOS:

$$[P_r]_{NoLOS} = \frac{P_t G_t G_r}{L}, \quad \text{dove } L \text{ rappresenta la } \underline{\text{perdita di propagazione}} \text{ “path loss”, la cui}$$

espressione varia a seconda del collegamento. È opportuno spesso caratterizzare tale perdita secondo adeguati modelli statistici, dei quali però non è possibile parlare in questo Corso.

## Fattore $G/T$ di una stazione ricevente

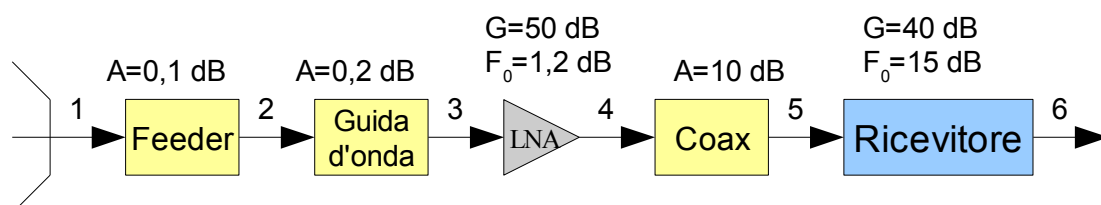
Per **stazione ricevente** intendiamo la parte terminale di un collegamento radio, costituita da un'**antenna** ricevente, un **ricevitore** ed una **linea di trasmissione** che connette questi due sistemi. Assegnata una stazione ricevente, per essa si definisce un **fattore di merito**  $G/T$ , nel senso già visto che il rapporto segnale/rumore del collegamento radio risulta essere proporzionale ad esso. Nel caso prima illustrato,  $G$  indicava il guadagno dell'antenna ricevente, avendo considerato come punto di riferimento per i calcoli l'uscita dell'antenna ricevente. Tuttavia il fattore  $G/T$  può essere valutato in un punto qualsiasi della catena ricevente, risultando come vedremo **invariante** rispetto ad esso. Allora, come **definizione generale**,  $G$  indica il guadagno di potenza disponibile dell'**insieme** dei blocchi della catena ricevente che si trovano a monte del punto ove valutiamo il fattore di merito. Per quanto abbiamo detto a suo tempo, questo guadagno è pari al prodotto dei guadagni di potenza disponibile dei singoli blocchi a monte. Riguardo al termine  $T$ , esso assume il significato già detto di temperatura di rumore **di sistema**, valutata nel punto considerato. Essa quindi tiene conto del rumore che si genera internamente agli apparati della stazione ricevente e di quello esterno captato dall'antenna ricevente, ma come già detto, **non** considera quello generato dagli apparati trasmettenti, in quanto trascurabile rispetto al segnale utile: in tal senso quindi possiamo attribuire tale fattore di merito alla sola stazione ricevente.

Osserviamo come il fattore di merito sia un parametro di tipo **puntuale**, in quanto in generale sia il guadagno di potenza disponibile che la temperatura di rumore di sistema sono parametri che dipendono dalla frequenza. Tuttavia, poiché le tipiche catene riceventi hanno blocchi con bande passanti via via decrescenti, i valori che ci interessano sia di  $G$  che di  $T$  sono in pratica quelli relativi a frequenze nella banda dell'ultimo sistema passa-banda della cascata. Spesso questi possono essere ritenuti circa costanti, (salvo che per il  $G$  che serve a calcolare la  $B_n$ ).

Come già accennato, il fattore  $G/T$  è **invariante** rispetto al punto in cui lo si valuta: infatti al variare di tale punto ambedue i termini  $G$  e  $T$  devono essere moltiplicati oppure divisi per lo stesso fattore: il guadagno di potenza disponibile dell'insieme dei blocchi che separano i due punti della catena considerati.

### Esempio di calcolo del fattore $G/T$ :

Consideriamo la seguente catena ricevente, tipica ad es. dei grandi Centri di telecomunicazione via satellite:



Le grandi antenne utilizzate in tali Centri sono del tipo ad apertura e possono avere diametri anche di 32 m (in banda C). Normalmente, specie in tali applicazioni, l'antenna ed il ricevitore sono spazialmente separati, per cui è necessario prevedere un'opportuna linea di trasmissione che colleghi i due apparati. Poiché siamo a frequenze di lavoro alle quali come abbiamo visto rumore esterno e rumore interno risultano dello stesso ordine di grandezza,

conviene dimensionare una catena ricevente (linea di trasmissione + ricevitore) poco rumorosa. Abbiamo visto che una linea di trasmissione costituisce un sistema 2-porte passivo generatore di rumore termico. Questo è proporzionale alle perdite della linea, che a loro volta sono proporzionali alla sua lunghezza. Date le frequenze di lavoro elevate (da cui attenuazioni introdotte dalla linea elevate) e la lunghezza non brevissima di tale linea, il rumore da essa introdotto risulta significativo. Tenuto conto del fatto che ai fini di avere una catena ricevente poco rumorosa non è opportuno partire con un blocco rumoroso e con perdite (vedi formula di Friis sulle cifre di rumore), la soluzione che si adotta è quella, indicata nella figura precedente, di spostare il più possibile in prossimità dell'antenna l'amplificatore a RF a basso rumore (LNA) del ricevitore, in modo da ridurre il contributo di rumore della linea di trasmissione al rumore complessivo. Il breve collegamento tra uscita dell'antenna (punto 2 dello schema) e ingresso dell'LNA viene opportunamente effettuato con una guida d'onda, che tra le linee di trasmissione è quella che presenta perdite minori, mentre la linea di trasmissione del lungo collegamento tra LNA e Ricevitore per i motivi anzidetti può anche essere un più economico cavo coassiale.

Valutiamo ora i vari elementi che contribuiscono al fattore di merito  $G/T$ , a partire dal guadagno dell'antenna. Un parametro che caratterizza la qualità di un'antenna ad apertura è rappresentato dall'**efficienza complessiva**  $\eta$  dell'apertura, definita come il rapporto tra l'area **efficace**  $A_e$  dell'antenna e la sua area **fisica**  $A$ . Per antenne del tipo indicato, si hanno normalmente valori di efficienza complessiva compresi tra 0,5 e 0,65 fino a 0,75.

Per un'apertura circolare, possiamo allora scrivere il relativo guadagno in funzione del diametro  $D$ :

$$G = A_e \frac{4\pi}{\lambda^2} = (\eta A) \frac{4\pi}{\lambda^2} = \eta \frac{\pi D^2}{4} \frac{4\pi}{\lambda^2} = \eta \left( \frac{\pi D}{\lambda} \right)^2 = \eta \left( \frac{\pi f D}{c} \right)^2$$

**Osservazione:** La relazione scritta del guadagno di antenna in funzione delle dimensioni e della frequenza ci dice che, a parità di dimensioni dell'apertura e di efficienza, al diminuire della frequenza diminuisce il guadagno.

Se teniamo conto di questa relazione nella espressione della perdita di sistema  $L_s$  di un collegamento LOS al variare della frequenza:

$$L_s = \frac{L_{bf} L}{G_t G_r} = \left( \frac{4\pi d}{\lambda} \right)^2 L \frac{1}{\eta_t} \left( \frac{\lambda}{\pi D_t} \right)^2 \frac{1}{\eta_r} \left( \frac{\lambda}{\pi D_r} \right)^2 = \frac{L}{\eta_t \eta_r} \left( \frac{4d}{\pi D_t D_r \lambda} \right)^2$$

si osserva come, a parità di dimensioni fisiche delle antenne, al diminuire della frequenza di lavoro, aumenta la perdita di sistema del collegamento.

Ciò è in controtendenza con quanto indica la perdita di propagazione dello spazio libero  $L_{bf}$ , che viceversa diminuisce al diminuire della frequenza. Se quindi volessimo trarre vantaggio dalla diminuzione di  $L_{bf}$  con la frequenza, dovremmo incrementare le dimensioni fisiche delle antenne, cosa che può essere fatta solo entro certi limiti e a fronte di incrementi dei costi delle stesse.

Supponiamo che l'antenna utilizzata abbia un diametro  $D = 20 \text{ m}$  con un'efficienza complessiva  $\eta = 0,55$  e che la stazione lavori alla frequenza di  $12 \text{ GHz}$  (banda  $K_u$ ).

Ad essa corrisponde un guadagno:



$$G = 0,55 \left( \frac{\pi 12 \cdot 10^9 \cdot 20}{3 \cdot 10^8} \right)^2 = 65 \text{ dB} .$$

La temperatura di rumore di un'antenna priva di perdite è stata da noi stimata a tale frequenza nelle Lezioni precedenti in  $T_a = 38 \text{ K}$  . In realtà tale stima è stata fatta nell'ipotesi di antenne a semplice riflettore e di piccole dimensioni; nel caso di antenne di grandi dimensioni il valore di  $T_a$  può anche essere inferiore. Supponiamo che il *feeder* (da cui dipendono le perdite dissipative di un'antenna ad apertura) introduca  $0,1 \text{ dB}$  di attenuazione e la guida d'onda tra antenna e LNA  $0,2 \text{ dB}$ .

Valutiamo ora il termine a numeratore del fattore  $G/T$  nei vari punti della catena ricevente, a partire dall'antenna:

- 2)  $G = 65 \text{ dB}$  ;
- 3)  $G = (65 - 0,2) \text{ dB} = 64,8 \text{ dB}$  ;
- 4)  $G = (64,8 + 50) \text{ dB} = 114,8 \text{ dB}$  ;
- 5)  $G = (114,8 - 10) \text{ dB} = 104,8 \text{ dB}$  ;
- 6)  $G = (104,8 + 40) \text{ dB} = 144,8 \text{ dB}$  .

Per calcolare il fattore  $T$  , iniziamo dal contributo di rumore esterno, utilizzando l'espressione generale della temperatura di un'antenna con perdite, da cui si ottiene:

$T'_a = \eta_a T_a + (1 - \eta_a) T_{ant} = 38 \cdot 0,977 + 290 \cdot (1 - 0,977) \approx 43,7 \text{ K}$  , essendo l'efficienza energetica  $\eta_a = 1 \text{ dB} = 0,977$  . La temperatura di rumore d'antenna è quindi salita da  $38 \text{ K}$  a circa  $44 \text{ K}$  a causa del rumore introdotto dal *feeder*.

Calcoliamo ora il contributo di rumore dei 4 blocchi a valle del punto 2, usando la formula

di Friis per la temperatura equivalente di rumore:  $T_{es\Sigma} = T_{es2} + \frac{T_{es3}}{G_{d2}} + \frac{T_{es4}}{G_{d2}G_{d3}} + \frac{T_{es5}}{G_{d2}G_{d3}G_{d4}}$  .

Dobbiamo quindi calcolare i singoli contributi di rumore. Come visto a suo tempo, per un sistema 2-porte passivo a temperatura standard si ha:  $T_{es} = T_0(A_d - 1)$  . Relativamente alla guida d'onda quindi si ha:  $T_{es2} = 290(\underbrace{1,047}_{0,2 \text{ dB}} - 1) = 13,667 \text{ K}$  , mentre per il cavo coassiale:

$$T_{es4} = T_0(10 - 1) = 2610 \text{ K} .$$

Per l'amplificatore:  $T_{es3} = T_0(\underbrace{F_{03}}_{1,2 \text{ dB}} - 1) = 290(\underbrace{1,318}_{1,2 \text{ dB}} - 1) \approx 92,29 \text{ K}$  , mentre per il ricevitore si ha infine:  $T_{es5} = 290(31,62 - 1) \approx 8881 \text{ K}$  .

Sostituendo tutti i valori nella formula di Friis otteniamo:

$$T_{es\Sigma} = 13,667 + \frac{92,29}{0,955} + \frac{2610}{0,955 \cdot 10^5} + \frac{8881}{0,955 \cdot 10^4} \approx \mathbf{111 \text{ K}} .$$

Abbiamo così calcolato il contributo di rumore dei blocchi posti a valle del punto 2. La temperatura  $T$  di sistema in tale punto sarà data da  $T = T_{es\Sigma} + T'_a \approx 111 + 44 \approx \mathbf{155 \text{ K}}$  . Possiamo quindi esprimere il fattore  $G/T$  al punto 2:

$$\frac{G}{T} = 65 - 21,9 \approx \mathbf{43 \text{ dB/K}} .$$

Abbiamo preso come riferimento per il calcolo del fattore di merito il punto 2 come è prassi comune, in quanto anche l'espressione del rapporto segnale/rumore è normalmente riferita all'uscita dell'antenna ricevente.

A titolo di **esercizio**, controlliamo ora che effettivamente il valore di  $G/T$  sia invariante rispetto al punto di valutazione: valutiamolo ad esempio nel punto 4 (uscita dell'LNA). Il guadagno ad esso relativo è  $G = 114,8 \text{ dB}$  .

Per quanto riguarda la temperatura di rumore di sistema, essa è costituita di due contributi: il primo dato dalla temperatura equivalente di rumore, riportata all'ingresso, dei due

sottosistemi a valle del punto 4: cavo coassiale+ricevitore; l'altro dato dalla temperatura equivalente di rumore in uscita dai sottosistemi a monte del punto 4.

Valutiamo il primo contributo:  $T_{es\Sigma} = T_{es4} + \frac{T_{es5}}{G_{d4}} = 2610 + \frac{8881}{0,1} = 91420 \text{ K}$ .

Valutiamo il secondo contributo:

nel punto 3, il contributo relativo agli stadi a monte di esso,  $T_{eu3}$ , sarà:

$$T_{eu3} = 43,7 G_{d2} + 290(1 - G_{d2}) = 41,73 + 13,05 = 54,78 \text{ K}; \text{ nel punto 4 infine si avrà una } T_{eu4}$$

**complessiva** degli stadi a monte:

$$T_{eu4} = 54,78 G_{d3} + T_{es3} G_{d3} = (54,78 + 92,29) \cdot 10^5 = 147,07 \cdot 10^5 \text{ K}.$$

Sommando i due contributi ed esprimendoli in dB si ottiene infine il valore del fattore di merito nel punto 4:

$$\left[ \frac{G}{T} \right]_4 = G_{dB} - T_{dB} = 114,8 - 71,7 \simeq 43 \text{ dB/K}.$$

**Osservazione:** Tornando a considerare la temperatura di sistema, è opportuno ripuntualizzare come sia oltremodo vantaggioso inserire l'amplificatore a basso rumore (LNA) **prima** del collegamento antenna-ricevitore. Si osservi infatti che se scambiassimo di posizione il cavo coassiale con l'amplificatore, si avrebbe una temperatura di rumore interno molto più elevata:  $T_{es\Sigma} = 13,667 + 2732,98 + 956,49 + 0,93 = 3714 \text{ K}$  (formula di Friis), rispetto ai 111 K della configurazione in figura, con pesanti conseguenze sul fattore  $G/T$  e quindi sulle prestazioni del collegamento.

### Cenno sulle tecniche di misura del fattore $G/T$

La valutazione appena eseguita del fattore  $G/T$  ha richiesto la conoscenza sia delle caratteristiche del rumore dei singoli blocchi della catena ricevente, che della temperatura di rumore di antenna. Quest'ultima peraltro non è sempre facilmente stimabile, specie se si desiderano valori abbastanza precisi.

Un criterio diverso e spesso più preciso per determinare il fattore di merito della stazione ricevente è quello di procedere alla sua **misura**.

Questa può essere compiuta o in forma indiretta, misurando separatamente il guadagno  $G$  dell'antenna e la temperatura di rumore di sistema  $T_{sys}$ , oppure misurando direttamente il rapporto  $G/T$ .

Quest'ultima strada è quella spesso preferita ed è basata sul confronto tra la misura della potenza ricevuta in presenza di un segnale proveniente da una sorgente nota e quella in presenza di solo rumore.

L'ITU-R propone (Raccomandazione S-733) come sorgenti note o una radiostella, oppure quella costituita da un transponder di un satellite GEO.

Con riferimento al metodo che utilizza una radiostella (es. Cassiopea-A, Taurus-A, Cygnus-A), la procedura di misura è basata sulla seguente formula:

$$G/T = \frac{8\pi k}{\lambda^2 S} (Y - 1)$$

dove al solito  $k$  indica la costante di Boltzmann,  $\lambda$  la lunghezza d'onda a cui si fa la misura,  $S$  la densità spettrale del flusso di potenza [ $W/(m^2 \text{ Hz})$ ] della radiostella (noto da misure di radioastronomia) ed il cosiddetto fattore  $Y$  rappresenta il rapporto tra la potenza

media ricevuta in presenza di radiostella (ovvero per antenna che punta la radiostella) e quella in assenza di radiostella (ovvero per puntamento in zona poco rumorosa del cielo). Misurando tale rapporto e sostituendolo nella formula scritta si ottiene la misura cercata del fattore di merito.

La formula si giustifica nel seguente modo: indicando con  $P' = P_r + kTB_n$  la potenza media complessiva ricevuta in presenza di sorgente (di contributo  $P_r$ ) e con  $P = kTB_n$  quella in assenza di sorgente, il fattore  $Y$  si esprime  $Y \stackrel{\text{def}}{=} \frac{P'}{P} = \frac{P_r + kTB_n}{kTB_n}$  e quindi  $Y - 1 = \frac{P_r}{kTB_n}$ .

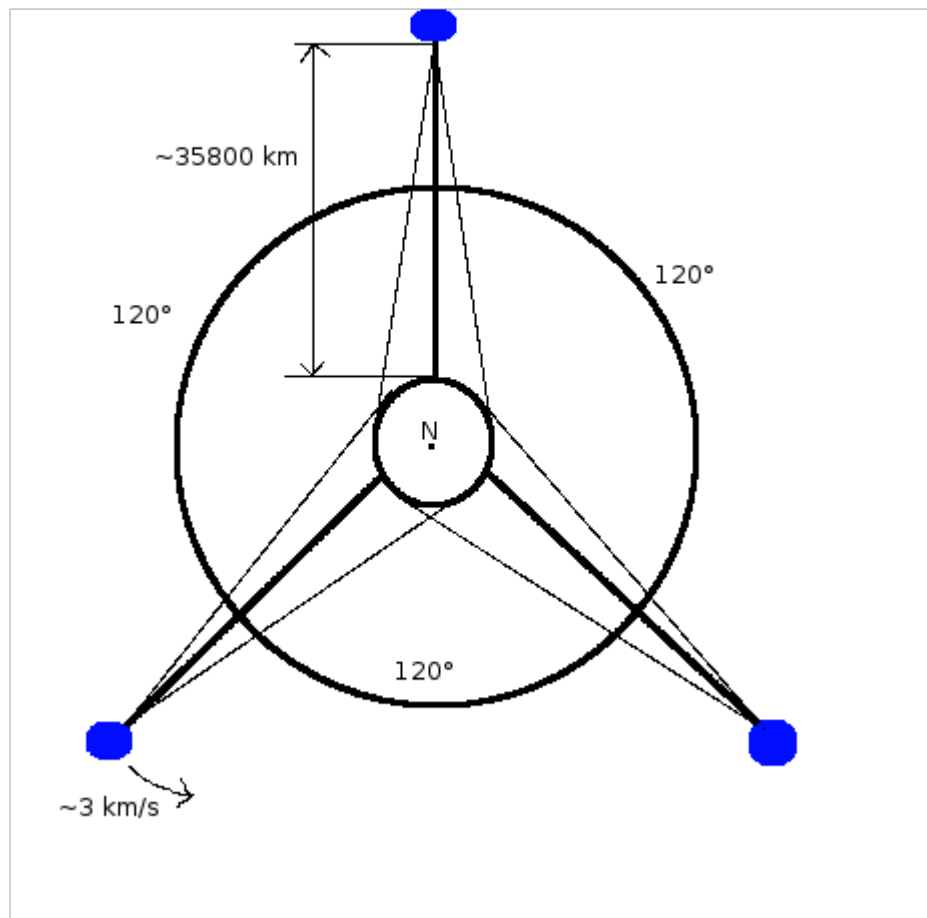
Ma è  $P_r = A_e S B_n = \frac{\lambda^2}{4\pi} G \cdot \frac{S}{2} B_n$  dove si è supposto  $S$  costante rispetto alla frequenza nella banda equivalente di rumore del ricevitore, mentre il termine  $\frac{1}{2}$  tiene al solito conto del fatto che le radiostelle sono sorgenti “non polarizzate” di rumore. Sostituendo tale espressione in quella precedente, si ottiene:  $Y - 1 = \frac{\lambda^2}{8\pi} G S B_n \frac{1}{kTB_n} = \frac{G}{T} \frac{\lambda^2 S}{8\pi k}$  da cui l'espressione prima scritta del fattore  $G/T$ .

### Analisi del collegamento via satellite geostazionario

La prima idea di tale tipo di collegamento radio è attribuita all'inglese Arthur C. **Clarke**, (noto tra l'altro come coautore della sceneggiatura del film di fantascienza “2001 Odissea nello spazio”). In un articolo pubblicato nel 1945 sulla rivista *Wireless World*, Clarke propose l'idea di una copertura radio dell'intera superficie terrestre (a meno delle zone polari) mediante il posizionamento nell'orbita geostazionaria (orbita circolare, complanare con il piano equatoriale, a circa 35800 km di distanza dall'equatore) di 3 satelliti artificiali, posti a 120° di separazione l'uno dall'altro come schematicamente illustrato nella figura della pagina seguente.

Tale possibilità gli era stata suggerita dai lanci dei primi missili (le V2 tedesche). In realtà, come spesso avviene, i tempi (ovvero le tecnologie) non erano ancora maturi, tanto che passarono quasi 20 anni prima che fossero posti in orbita i primi satelliti per telecomunicazioni GEO (*Geostationary Earth Orbit*), come ad es. il satellite “*Early Bird*”, lanciato per conto del Consorzio statunitense INTELSAT nel 1963. Da quel tempo molta strada è stata percorsa, ed attualmente l'orbita geostazionaria è molto congestionata, essendo occupata da circa 200 satelliti, appartenenti a vari Consorzi internazionali come Intelsat, Eutelsat, Inmarsat, Astra ed altri, ma anche nazionali, come ad es. Italsat per l'Italia. I servizi offerti sono sia nel campo delle telecomunicazioni fisse e mobili, che in quello del *broadcasting* radiofonico e televisivo, cui recentemente si è aggiunto anche l'accesso ad Internet.

Essendo tale tipo di satelliti posizionati nell'orbita geostazionaria, è sufficiente specificare la sola **longitudine** terrestre del loro punto nadirale (punto definito dall'intersezione dell'equatore con il segmento che unisce la posizione del satellite con il centro della Terra), per individuarne la particolare posizione nell'orbita.



Relativamente alle bande di frequenza utilizzate, la maggior parte dei satelliti GEO opera all'interno delle bande  $C$ ,  $K_u$  e  $K_a$ . In termini di larghezza di banda trattata da ciascun satellite, tipicamente si oscilla da un minimo di qualche centinaio di  $MHz$  fino a qualche  $GHz$ . Tali ampie bande complessive sono ottenute con la tecnica del **riuso delle frequenze**, sia nel dominio della **polarizzazione** (trasmettendo con la stessa frequenza, ma su due polarizzazioni **ortogonali**) che dello **spazio** (trasmettendo con la stessa frequenza, su zone **disgiunte** della superficie terrestre).

Le tecniche di accesso al satellite sono quelle classiche FDMA, TDMA, CDMA.

In questo Corso ci occuperemo solo del **sottosistema** del satellite indicato come “**Communication payload**” (carico utile), costituito dalle **antenne** e dai **ricetrasmittitori**. Esistono però accanto a questo altri indispensabili sottosistemi, in particolare:

- **Alimentazione**: per la generazione dell'energia elettrica a bordo (pannelli solari ed accumulatori);
- **Propulsione**: per il posizionamento del satellite nell'orbita geostazionaria finale, il mantenimento e la correzione della posizione orbitale;
- **Telemetria, Tracking e Comando**: per il monitoraggio e telecontrollo sia dell'orbita che delle apparecchiature di bordo, da parte di opportune stazioni a terra;
- **Controllo orbitale**: per il corretto puntamento delle antenne e dei pannelli solari;
- **Controllo termico**: per il mantenimento della corretta temperatura operativa, anche durante i periodi di eclisse solare.

### Analisi del “*link budget*” di base

Con il termine “*link budget*” si intende la valutazione del **rapporto segnale/rumore** del collegamento costituito dalle due tratte: tratta in salita o “*up-link*” e tratta in discesa o “*down-link*”, da cui dipendono in generale le prestazioni del sistema. Nell'analisi di base che segue **non** si considerano gli effetti delle non linearità degli amplificatori, quelli delle interferenze da altri satelliti e le perdite di implementazione.

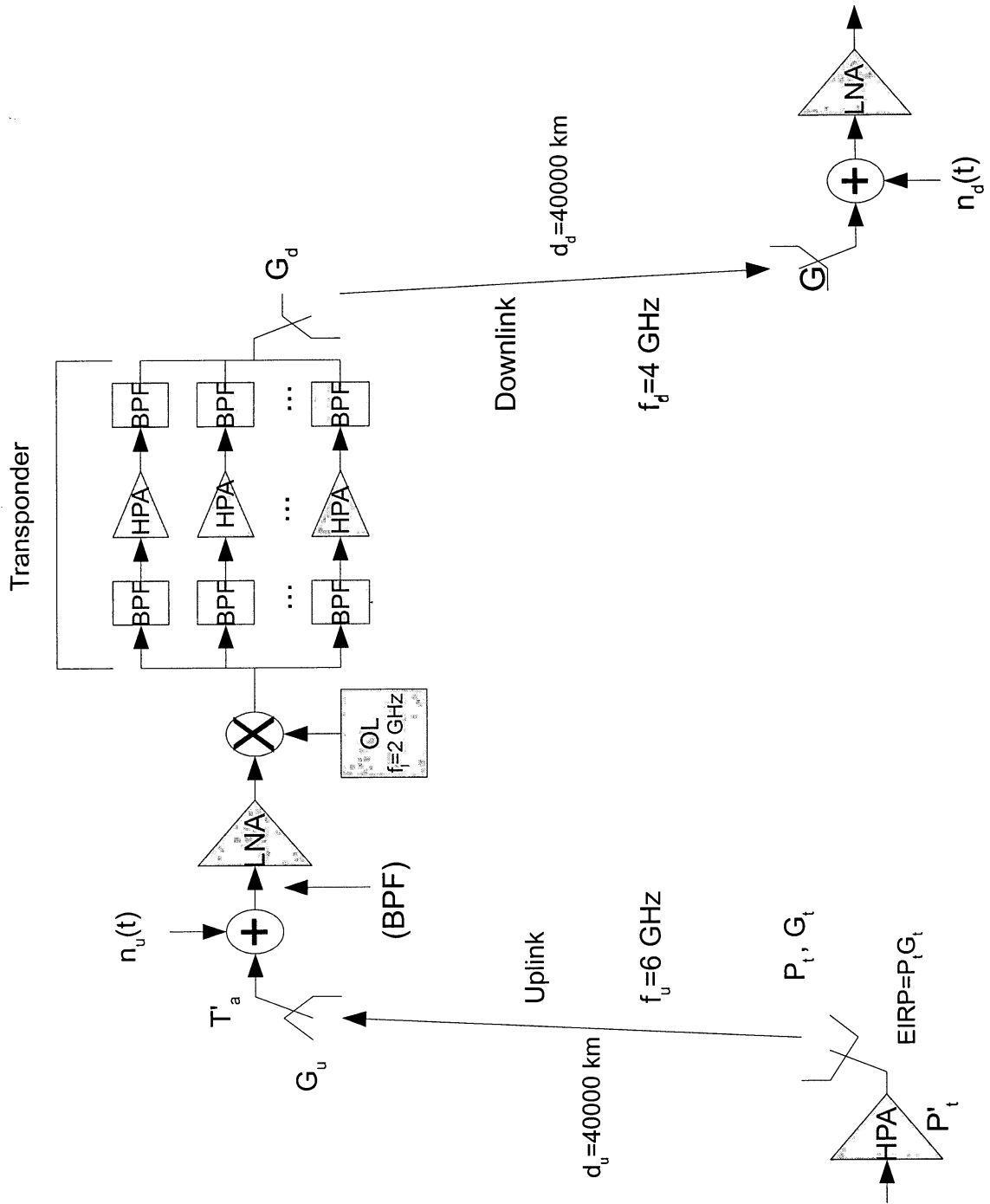
Per valutare da quali elementi dipende il rapporto segnale/rumore, consideriamo lo **schema a blocchi di principio** del sistema, riportato nella pagina seguente.

L'impiego di due **frequenze distinte** nelle due tratte evita che, a causa della vicinanza a bordo del satellite tra antenna ricevente e trasmittente e dell'elevata potenza emessa da quest'ultima, tramite i rispettivi lobi laterali di esse si inneschi un processo di auto oscillazione. Inoltre con tale scelta risulta anche possibile utilizzare la stessa antenna contemporaneamente in trasmissione e in ricezione, senza eccessiva interferenza tra i due segnali. Ciò è particolarmente vantaggioso da un punto di vista economico, specie quando le dimensioni fisiche delle antenne sono molto rilevanti, come avviene ad es. per le antenne delle grandi stazioni a terra per telecomunicazioni via satellite.

Il tipo di ripetitore a bordo del satellite che consideriamo è **non rigenerativo**, nel senso che il segnale che giunge sul satellite non viene da esso demodulato e quindi rimodulato prima di essere ritrasmesso a terra, ma semplicemente **convertito di frequenza** e successivamente **amplificato**.

Gli ordini di grandezza delle potenze di uscita degli amplificatori di potenza (HPA *High Power Amplifier*) oscillano dal centinaio di *Watt* fino a qualche *kW* per le stazioni trasmettenti a terra, mentre per gli HPA a bordo si hanno valori compresi tra qualche *Watt* e qualche decina di *Watt*. Fanno eccezione gli HPA destinati a trasmettere i segnali televisivi direttamente all'utente finale a terra (satelliti per DTH: *Direct To Home*), nel qual caso, per consentire dimensioni contenute dell'antenna dell'utente a terra, vengono utilizzate potenze anche superiori al centinaio di *Watt* (vedi oltre).

Analizziamo ora lo schema a blocchi presentato: la potenza media di segnale utile  $P_t'$  disponibile all'uscita dell'HPA del trasmettitore a terra viene trasferita all'antenna trasmittente. Come già detto precedentemente, a causa delle perdite della linea di trasmissione (non disegnata) necessaria per collegare Tx ed antenna, la potenza **assorbita** da essa  $P_t$  risulterà leggermente inferiore. Se con  $G_t$  indichiamo il guadagno (massimo) dell'antenna trasmittente, il **prodotto**  $P_t G_t$  rappresenta come sappiamo l'*EIRP* della stazione trasmittente a terra. Tenuto conto degli ordini di grandezza delle potenze in gioco, l'*EIRP* si esprime in *dBW*. Con  $d_u$  indichiamo la lunghezza della tratta di *up-link*, dell'ordine di grandezza di 40000 *km*, mentre  $f_u$  indica la frequenza di *up-link*, ad es. dell'ordine di circa 6 *GHz* se il collegamento lavora in banda *C*. Con  $G_u$  indichiamo il guadagno dell'antenna ricevente a bordo del satellite. Il rumore complessivo della tratta di *up-link* è riportato in uscita dall'antenna ricevente, rappresentato dal processo aleatorio  $n_u(t)$ , e in termini di temperatura di rumore **di sistema** mediante il parametro  $T_u$ . Esso comprende come sappiamo sia il rumore **esterno** della tratta in salita, caratterizzato mediante il parametro temperatura di antenna  $T_a'$ , sia il contributo di rumore **interno**, relativo al ricetrasmittente a bordo del satellite. Per quanto riguarda  $T_a'$ , possiamo ipotizzare un valore cautelativo di circa 290 *K*, osservato che il lobo principale dell'antenna punta la superficie terrestre.



Il primo blocco del ricetrasmittitore è un LNA, il cui compito oltre che quello di amplificare il segnale è, come abbiamo già discusso, quello di ridurre l'incidenza del rumore del ricevitore a bordo: operiamo infatti in bande di frequenza in cui rumore esterno ed interno sono dello stesso ordine di grandezza. Il segnale in uscita dall'LNA viene quindi convertito alla frequenza di *down-link*, dell'ordine di grandezza di 4 GHz se operiamo in banda C, mediante un convertitore realizzato da un *mixer* pilotato da un oscillatore locale alla frequenza di circa 2 GHz. Fino a questo punto il segnale trattato è quello complessivo che impegna il satellite, che abbiamo detto occupa una banda di almeno qualche centinaio di MHz. Per motivi di efficienza complessiva, dopo la conversione, la banda complessiva viene suddivisa in un certo numero di sottobande, ciascuna dell'ordine di grandezza di qualche decina di MHz, mediante un banco di filtri passabanda, con bande passanti mutuamente esclusive. Il segnale in uscita da ciascun filtro viene quindi amplificato di potenza mediante un HPA (preceduto da un amplificatore pilota) e quindi inviato ad un filtro passabanda analogo a quello di ingresso. L'insieme filtro di ingresso, HPA e filtro di uscita viene indicato con il nome di “*transponder*”. Il filtro di uscita ha il compito di evitare che eventuali allargamenti dello spettro del segnale in uscita dall'HPA, causati da funzionamento in zona di lavoro non lineare dello stesso (distorsioni non lineari), interferiscano sui segnali che provengono dai *transponder* adiacenti in frequenza. Differentemente dai filtri di ingresso, i filtri di uscita devono essere in grado di dissipare potenze termiche non trascurabili, osservate le potenze in uscita dagli HPA. Infine, tutti i segnali in uscita dai vari *transponder* vengono inviati all'antenna che ritrasmette verso terra, il cui guadagno abbiamo indicato con  $G_d$ . La tratta in discesa ha una lunghezza  $d_d$  dello stesso ordine di grandezza di quella in salita, mentre  $f_d$  indica la relativa frequenza. Infine il segnale ricevuto dall'antenna ricevente a terra di guadagno  $G$  viene inviato al ricevitore finale, di cui abbiamo indicato il primo blocco significativo, rappresentato ancora da un LNA per gli stessi motivi indicati per quello del ricevitore a bordo. Ancora analogamente a quanto visto per la tratta in salita, il rumore complessivo del *down-link* è schematizzato mediante un unico processo aleatorio  $n_d(t)$ , ed in termini di temperatura equivalente di sistema (solo *down-link*) mediante il parametro  $T$ , che come nel caso del collegamento in salita tiene conto sia del rumore esterno del canale radio, di cui abbiamo stimato un valore in termini di temperatura di antenna di circa 40 K, sia del rumore interno, che coincide praticamente con quello del solo LNA. Si osservi che i due processi aleatori  $n_u(t)$  e  $n_d(t)$  possono essere considerati statisticamente indipendenti, in quanto descrivono contributi di rumore generati in mezzi fisici distinti (canale radio di *up-link* e ricetrasmittitore a bordo da una parte, canale radio di *down-link* e ricevitore a terra dall'altra). Quindi i due contributi di rumore sono additivi.

Valutiamo ora il rapporto segnale/rumore del collegamento. Siamo in condizioni di collegamento LOS, per cui possiamo scrivere, relativamente alla tratta in salita:

$\left(\frac{C}{N}\right)_u \stackrel{\text{def}}{=} \frac{C_u}{N_u} = \frac{EIRP}{L_{bfu} L'} \cdot \left(\frac{G}{T}\right)_u \cdot \frac{1}{k B_{nu}}$ , dove il fattore di merito  $\left(\frac{G}{T}\right)_u \stackrel{\text{def}}{=} \frac{G_u}{T_u}$  tiene conto come appena detto del rumore introdotto nella sola tratta di *up-link*, oltre a quello interno del satellite, mentre  $L_{bfu} = \left(\frac{4\pi d_u}{\lambda_u}\right)^2$  indica la perdita base della tratta di *up-link*,  $B_{nu}$  la banda equivalente di rumore della stessa tratta ed infine  $L'$  la relativa perdita aggiuntiva. Ci interessa il rapporto  $C/N$  complessivo del *link*. Indicando con  $C'_u$  la potenza media del

segnale utile ceduta all'antenna che trasmette dal satellite verso terra, l' $EIRP$  del satellite si esprime:  $EIRP_s = C'_u G_d$ . La potenza media disponibile in uscita dall'antenna ricevente a terra è dunque:

$$C = \frac{EIRP_s}{L_{bfd} L''} \cdot G \text{ con ovvio significato dei simboli.}$$

Valutiamo adesso la potenza media di rumore complessivo  $N$ . Nel processo  $n_d(t)$  è conteggiato il rumore della **sola** tratta di *down-link*, escludendo quindi il rumore di *up-link* ritrasmesso a terra dal satellite. I processi  $n_u(t)$  e  $n_d(t)$  sono come abbiamo detto statisticamente indipendenti; quindi il contributo complessivo di potenza di rumore sarà dato dalla loro somma. Indichiamo con  $N'$  la potenza disponibile di rumore in uscita dall'antenna ricevente a terra generato nella tratta di *up-link* e  $N_d$  quella del rumore relativo alla tratta di *down-link*. Il rumore totale al ricevitore sarà dunque per quanto detto:  $N = N' + N_d$ . Valutiamo il rumore  $N'$ :

$$N' = \frac{N'_u G_d}{L_{bfd} L''} \cdot G = \frac{EIRP_s}{(C/N)_u} \cdot \frac{G}{L_{bfd} \cdot L''}, \text{ dove abbiamo indicato con } N'_u \text{ la potenza media di}$$

rumore generato nella tratta di *up-link* e assorbita dall'antenna che ritrasmette verso terra. La seconda uguaglianza deriva dalla considerazione che, avendo riportato il rumore che si genera internamente al satellite in ingresso ad esso, possiamo affermare che, **nel circuito equivalente** del satellite utilizzato, il rapporto segnale/rumore è invariante tra ingresso e

uscita del satellite:  $\frac{C'_u}{N'_u} = \frac{C_u}{N_u}$ . Possiamo quindi esprimere il prodotto  $G_d N'_u$  nella forma:

$$G_d \cdot N'_u = \frac{\overbrace{C'_u \cdot G_d}^{EIRP_s}}{(C/N)_u} = \frac{EIRP_s}{(C/N)_u}.$$

Per quanto riguarda invece il rumore relativo alla sola tratta di *down-link*, questo si può esprimere, come già visto per la tratta in salita, nella solita forma:  $N_d = k T B_{nd}$ , avendo indicato con  $T$  la temperatura di sistema del *down-link*, e con  $B_{nd}$  la relativa banda equivalente di rumore.

Siamo in grado a questo punto di esprimere il rapporto segnale/rumore complessivo del collegamento:

$$\frac{C}{N} = \frac{\frac{EIRP_s G}{L_{bfd} L''}}{\frac{EIRP_s}{(C/N)_u} \frac{G}{L_{bfd} L''} + k T B_{nd}} = \frac{1}{\left(\frac{C}{N}\right)_u^{-1} + \left(\frac{C}{N}\right)_d^{-1}}, \text{ dove } \left(\frac{C}{N}\right)_d = \frac{EIRP_s}{L_{bfd} L''} \left(\frac{G}{T}\right) \frac{1}{k B_{nd}}.$$

In questa espressione si può supporre di avere bande equivalenti di rumore circa uguali in *up-link* e in *down-link*:  $B_{nu} \simeq B_{nd} = B_n$ .

Possiamo in definitiva scrivere in modo più compatto:  $(C/N)^{-1} = (C/N)_u^{-1} + (C/N)_d^{-1}$ .

Come commento generale, se i  $C/N$  delle due tratte sono circa uguali, si parla di **collegamento bilanciato**, ed il rapporto segnale/rumore totale si dimezza (-3 dB). Possiamo anche avere un rapporto segnale/rumore in *up-link* molto maggiore che in *down-link*: in questo caso si ha  $(C/N) \simeq (C/N)_d$ , e si parla di **collegamento limitato dalla tratta in discesa**; è il caso, per esempio, delle trasmissioni TV satellitari DTH (*Direct To Home*), come vedremo oltre. Dualmente, se la situazione è quella opposta:

$(C/N)_d \gg (C/N)_u \Rightarrow (C/N) \simeq (C/N)_u$  si parla di **collegamento limitato dalla tratta in salita**.

Le espressioni trovate valgono ovviamente per qualunque tipo di collegamento in ponte



radio LOS, anche terrestri, ovviamente nel caso di ripetitori non rigenerativi.

Se in generale si hanno  $n$  tratte, come può avvenire nei ponti radio terrestri, la formula diventa, con ovvia estensione ed ovvio significato dei simboli:  $(C/N)^{-1} = \sum_{i=1}^n (C/N)_i^{-1}$ .

Le potenze di trasmissione in gioco e le dimensioni delle antenne per i collegamenti terrestri sono naturalmente minori rispetto a quelle utilizzate per il collegamento satellitare, a causa dei valori molto minori di perdita di spazio libero, come abbiamo visto a suo tempo. I ponti radio terrestri sono però soggetti al fenomeno del “*fading*”, ovvero a forti oscillazioni nel tempo della potenza di segnale utile ricevuto, causate dal saltuario ma dannoso instaurarsi di più cammini di propagazione in parallelo (“*multipath*”) dell'onda elettromagnetica che collega le due antenne di una tratta, con interferenze mutue che possono essere ora costruttive ora distruttive a seconda del reciproco sfasamento delle varie onde. Come già detto precedentemente, la discussione di questo fenomeno eccede la portata di questo Corso.

### Cenno sulle modalità di accesso al *transponder*

Nella pianificazione del collegamento via satellite, i valori delle potenze equivalenti (*EIRP*) delle stazioni trasmettenti a terra devono essere opportunamente relazionate alla caratteristica di trasferimento di potenza dell'HPA del *transponder*, affinché questo lavori nel punto più **opportuno**, nel senso che ora specificheremo.

A tale proposito, nella figura a pagina 21 è riportato un tipico andamento del guadagno di potenza dell'HPA di un *transponder*, espresso in termini di potenze equivalenti (*EIRP*) normalizzate ai valori che assumono in corrispondenza del punto di saturazione dell'HPA, ovvero del punto della caratteristica ingresso-uscita in cui la potenza fornita dall'amplificatore è quella massima.

Laddove sia possibile, conviene utilizzare la massima potenza erogabile dal *transponder*, osservate le limitazioni del satellite in termini di carico utile e di energia elettrica disponibile a bordo. Si tenga conto infatti che il rendimento energetico dell'HPA è massimo quando esso lavora nel punto di saturazione. Questa scelta operativa però può essere fatta solo nel caso in cui il *transponder* lavori con una sola portante, ovvero sia impegnato da una sola trasmissione per volta. Ciò avviene ad es. nel caso di accesso singolo al *transponder*, come nell'utilizzo del satellite per la diffusione diretta della televisione (DTH), dove il *transponder* è completamente impegnato da un solo segnale televisivo. Ma avviene anche nel caso di accesso multiplo a divisione di tempo (TDMA), dove l'intera banda del *transponder* è periodicamente a disposizione di uno stesso utente, ma per una durata limitata di tempo, dopo di che la risorsa viene allocata ad un altro utente e così di seguito. Ovviamente per questo ultimo tipo di accesso la modulazione impiegata deve essere necessariamente digitale, normalmente di tipo PSK o derivate.

Nel caso invece di accesso multiplo a divisione di frequenza (FDMA), in cui la banda del *transponder* è suddivisa in più sottobande e ciascun utente accede permanentemente ad una delle sottobande, risulta necessario far lavorare l'HPA in un punto della caratteristica di trasferimento più lineare, per ridurre la forte interferenza da canale adiacente che si creerebbe facendo lavorare a saturazione l'amplificatore. In questo caso quindi il punto di lavoro dell'HPA è “spostato indietro” (tecnica detta del “*Back-Off*”) rispetto al punto di saturazione. Noti i valori di *EIRP* di ingresso e di uscita in corrispondenza del punto di

saturazione,  $EIRP_{SAT}$ , l'effettivo punto di lavoro può essere specificato indicando i valori di *Back-Off* di ingresso  $BO_i$  e di uscita  $BO_u$  così definiti:

$$BO_i \stackrel{\text{def}}{=} \frac{EIRP_{SAT}}{EIRP} > 1 ; \quad BO_u \stackrel{\text{def}}{=} \frac{(EIRP_s)_{SAT}}{EIRP_s} > 1 . \quad \text{Normalmente i valori di } \textit{Back-Off} \text{ sono espressi}$$

in dB, come le espressioni del rapporto segnale-rumore:

$$\left[ \left( \frac{C}{N} \right)_u \right]_{dB} = (EIRP_{SAT})_{dBW} - (BO_i)_{dB} - 20 \log_{10} \left( \frac{4 \pi f_u d_u}{c} \right) + \left( \frac{G_u}{T_u} \right)_{dB/K} - 10 \log_{10} k - 10 \log_{10} B_{nu} - (L')_{dB}$$

$$\left[ \left( \frac{C}{N} \right)_d \right]_{dB} = [(EIRP_s)_{SAT}]_{dBW} - (BO_u)_{dB} - 20 \log_{10} \left( \frac{4 \pi f_d d_d}{c} \right) + \left( \frac{G}{T} \right)_{dB/K} - 10 \log_{10} k - 10 \log_{10} B_{nd} - (L'')_{dB}$$

### Esempio 1 di calcolo del *link budget*

Supponiamo di avere un satellite che lavori in banda  $K_u$ , ad esempio con  $f_u = 14 \text{ GHz}$ ,  $f_d = 12 \text{ GHz}$ , accesso TDMA, modulazione QPSK. Supponiamo un *bit rate* di  $60 \text{ Mbps}$ , quindi  $30 \text{ Msymb/s}$  ( $30 \text{ Mbaud}$ ). Consideriamo una  $B_n = 36 \text{ MHz}$ .

Sono anche assegnati i seguenti dati:

$(G/T)_u = 1,6 \text{ dB/K}$  ;  $(EIRP_s)_{SAT} = 30 \text{ dBW}$  ;  $BO_i = BO_u = 0 \text{ dB}$  perché siamo nel caso TDMA, quindi possiamo sfruttare tutta la potenza del *transponder*.

Per quanto riguarda le antenne a terra sia:  $D = 7 \text{ m}$  ;  $\eta = 0,55$  ; gli altri elementi noti sono:

$P_t = 100 \text{ W}$  ;  $d_u = d_d = 37506 \text{ km}$  ;  $L' = 1,2 \text{ dB}$  ;  $L'' = 0,9 \text{ dB}$  ;  $T = 160 \text{ K}$  (ricordiamo che avevamo ricavato una stima di circa  $155 \text{ K}$ ).

Si chiede di calcolare il rapporto  $C/N$  delle due tratte, quello complessivo del collegamento e la relativa probabilità di errore.

Dobbiamo calcolare i guadagni delle due antenne. Utilizzando la formula per le antenne ad apertura abbiamo:

$$G_t = \eta \left( \frac{\pi f D}{c} \right)^2 \simeq 57,6 \text{ dB} ; \quad G \simeq 56,3 \text{ dB} . \quad \text{L}'EIRP \text{ della stazione a terra risulta quindi:}$$

$EIRP = 20 + 57,6 = 77,6 \text{ dB}$  . La perdita base per la tratta in salita vale:

$$L_{bfu} = 20 \log_{10} \left( \frac{4 \pi f_u d_u}{c} \right) = 206,9 \text{ dB} . \quad \text{La costante di Boltzmann in dB è } (k)_{dB} = -228,6 \text{ dB} ,$$

mentre la banda equivalente di rumore risulta  $B_n = 75,6 \text{ dBHz}$  . Sostituendo tutti questi valori nella formula del collegamento in salita otteniamo:  $(C/N)_u \simeq 24,1 \text{ dB}$  .

Passiamo quindi a calcolare il rapporto segnale/rumore della tratta in discesa. Si ha:

$$L_{bfd} = 20 \log_{10} \left( \frac{4 \pi f_d d_d}{c} \right) = 205,5 \text{ dB} \text{ e sostituendo nell'espressione del } \textit{down-link}:$$

$$(C/N)_d = 10,9 \text{ dB} .$$

Siamo quindi in grado di calcolare il rapporto segnale-rumore complessivo:

$$(C/N)^{-1} = (C/N)_u^{-1} + (C/N)_d^{-1} \Rightarrow (C/N) = 10,7 \text{ dB} .$$

Per ricavare il rapporto  $E_b/N_0$  usiamo la relazione già vista:

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{C}{N} T_b B_n = 10,7 + 10 \log_{10} \left( \frac{1}{6 \cdot 10^7} \right) + 75,6 \simeq 8,5 \text{ dB} .$$

Dall'espressione della probabilità di errore per la modulazione QPSK:  $P_e = Q(\sqrt{2E_b/N_0})$  o dai relativi grafici si ottiene infine  $P_e \approx 10^{-4}$ .

### Esempio 2 di calcolo del *link budget*

In questo secondo esempio, consideriamo una modalità di accesso multiplo al *transponder*, di tipo FDM. Utilizziamo ancora una modulazione digitale di tipo QPSK, e supponiamo che il nostro collegamento avvenga in banda C, con  $f_u = 6 \text{ GHz}$  e  $f_d = 4 \text{ GHz}$ .

Sono noti i seguenti parametri del collegamento:

*Bit rate*: 64 kbit/s (tipico di un segnale telefonico quantizzato con 8 bit);

Numero di portanti: 200;

Banda equivalente di rumore per portante: 40 kHz;

Densità di potenza di saturazione del *transponder*:  $(S_t)_{SAT} = -80 \text{ dBW/m}^2$  ;

Guadagno dell'antenna ricevente a terra:  $G = 44,5 \text{ dB}$ ;

Lunghezza della tratta in discesa: 37506 km;

Fattore di merito della stazione ricevente a terra: 22 dB/K;

Fattore di merito della stazione ricevente sul satellite: -7 dB/K;

EIRP del *transponder* a saturazione: 36 dBW;

*Back-off* di ingresso: 11 dB;

*Back-off* di uscita: 6 dB;

Attenuazione supplementare trascurabile.

Relativamente al singolo collegamento del multiplex, si calcolino i fattori  $C/N$ , la potenza disponibile in uscita dall'antenna ricevente a terra e la relativa probabilità di errore.

Osserviamo come in questo caso sia fornita, al posto dell'*EIRP*, la densità di potenza di saturazione del *transponder*. Essa risulta così relazionata all'*EIRP* di saturazione:

$$(S_t)_{SAT} = \frac{EIRP_{SAT}}{4\pi d_u^2} \cdot \left(\frac{1}{L'}\right) \text{ dBW/m}^2 \text{ per cui in questo caso l'espressione del rapporto}$$

segnale-rumore della tratta in salita diviene:

$$\begin{aligned} \left(\frac{C}{N}\right)_u &= \frac{EIRP}{L_{bfu} L'} \left(\frac{G}{T}\right)_u \frac{1}{k B_{nu}} = \frac{EIRP_{SAT}}{BO_i} \cdot \frac{1}{L_{bfu} L'} \left(\frac{G}{T}\right)_u \frac{1}{k B_{nu}} = \\ &= \frac{(S_t)_{SAT}}{BO_i} \cdot \frac{4\pi d_u^2 L'}{L_{bfu} L'} \left(\frac{G}{T}\right)_u \frac{1}{k B_{nu}} = \frac{(S_t)_{SAT}}{BO_i} \cdot \frac{\lambda_u^2}{4\pi} \cdot \left(\frac{G}{T}\right)_u \frac{1}{k B_{nu}} = \frac{(S_t)_{SAT}}{BO_i} \cdot \frac{c^2}{4\pi f_u^2} \left(\frac{G}{T}\right)_u \frac{1}{k B_{nu}} \end{aligned}$$

ed espresso in dB:

$$\left[\left(\frac{C}{N}\right)_u\right]_{dB} = [(S_t)_{SAT}]_{dBW/m^2} - (BO_i)_{dB} - 10 \log_{10} \left(\frac{4\pi f_u^2}{c^2}\right) + \left(\frac{G_u}{T_u}\right)_{dB/K} - 10 \log_{10} k - 10 \log_{10} B_{nu} .$$

Sulla base di queste espressioni, valutiamo la densità di potenza di saturazione del *transponder*, per singola portante:

$$(S_{tl})_{SAT} = \frac{(S_t)_{SAT}}{200} = 1/(2 \cdot 10^{-10}) = -103 \text{ dBW/m}^2 . \text{ Riguardo agli altri parametri abbiamo:}$$

$$(B_n)_{dB} = 10 \log_{10}(4 \cdot 10^4) = 46 \text{ dBHz} ; \quad 10 \log_{10}(4\pi f_u^2/c^2) = 10 \log_{10}(16\pi 10^2) = 37 \text{ dB} .$$

Quindi sostituendo:

$$\left(\frac{C}{N}\right)_u = -103 - 11 - 37 - 7 + 228,6 - 46 = 24,6 \text{ dB} ;$$

$$(EIRP_1)_{SAT} = 36 - 10 \log_{10} 200 = 36 - 23 = 13 \text{ dBW} ;$$

$$L_{bfd} \simeq 196 \text{ dB} \text{ da cui:}$$

$$\left(\frac{C}{N}\right)_d = 13 - 6 - 196 + 22 + 228,6 - 46 = 15,6 \text{ dB} \text{ (collegamento limitato dalla tratta in discesa)}$$

$$\text{ed infine: } \left(\frac{C}{N}\right) \simeq 15 \text{ dB} . \text{ Da questo: } \frac{E_b}{N_0} = \frac{C}{N} \cdot \frac{B_n}{R_b} = 15 + 46 - 48 = 13 \text{ dB} \text{ da cui } P_e = 10^{-11} .$$

Esprimiamo ora la potenza media disponibile in ricezione, relativa alla singola portante:

$$P_{rl} = \frac{EIRP_{sl}}{L_{bfd}} G \quad \text{da cui:}$$

$$(P_{rl})_{dB} = (EIRP_{sl})_{SAT} - BO_u - L_{bfd} + G = 13 - 6 + 44,5 - 196 = -144,5 \text{ dB} \simeq 0,003 \text{ pW} !$$

## Analisi del collegamento DTH

Attualmente la radiodiffusione del segnale televisivo avviene sia mediante reti terrestri, utilizzate principalmente dai gestori nazionali dell'informazione radiotelevisiva, sia tramite diffusione diretta da satellite (DTH). Quest'ultima modalità, per le caratteristiche di amplissima copertura geografica consentita dal satellite, è utilizzata sia dai gestori dell'informazione radiotelevisiva nazionale che estera.

A livello di satelliti, abbiamo visto come esistano vari Consorzi per la gestione dei satelliti per telecomunicazioni, ai quali i gestori dell'informazione radiotelevisiva si affidano per la trasmissione dei loro programmi radio e TV. I satelliti per la diffusione televisiva diretta sono di tipo geostazionario per la loro semplicità di puntamento, e quindi sono posizionati sull'orbita geostazionaria ad un'altezza di circa 35800 km, risultando perfettamente individuati dalla specificazione della longitudine terrestre del loro punto nadirale. Ad es. i satelliti per DTH del Consorzio europeo Eutelsat della serie “*Hot bird*” sono posizionati a 13° Est. Essi sono dotati di una o più antenne che generano uno o più fasci (“*spot*”), ciascuno caratterizzato normalmente da diagrammi di copertura a terra (“*footprint*”) che comprendono - pur con livelli diversi di segnale - più Paesi di una stessa regione geografica. Ai fini del dimensionamento del collegamento (*down-link*) con un determinato satellite per DTH, è quindi necessario conoscere il *footprint* del fascio di antenna che irradia il canale (o i canali) di interesse. Un esempio di tale diagramma di copertura è illustrato nella figura a pagina 23, con riferimento al satellite *Hot bird 8*. Le linee di livello sono quotate in termini di *EIRP* del satellite a saturazione ( $(EIRP_s)_{SAT}$ ) espressa in dBW. Dalla posizione geografica dell'utente è quindi possibile risalire ad una stima dell'*EIRP* a lui disponibile. Altri elementi necessari per il dimensionamento del collegamento sono la frequenza o le frequenze di trasmissione dei canali di interesse (comunemente appartenenti alla banda Ku) e la distanza dal satellite. Quest'ultima può essere calcolata mediante la seguente espressione:

$d_d = \sqrt{(R_e^2 + (R_e + h)^2 - 2 R_e (R_e + h) \cos \gamma)}$  dove:  $R_e \simeq 6370 \text{ km}$  indica il raggio medio terrestre,  $h \simeq 35800 \text{ km}$  l'altezza del satellite sull'equatore e  $\cos \gamma = \cos \theta_i \cdot \cos(\theta_s - \theta_L)$ ,

con:

$\theta_l$  latitudine utente

$\theta_L$  longitudine utente

$\theta_s$  longitudine satellite

Le espressioni riportate possono dedursi dalla geometria del collegamento, riportata nella figura alla pagina seguente: con riferimento ad essa, la distanza  $d_d$  stazione a terra-satellite è rappresentata dal segmento TS.

Dal teorema di Carnot applicato al triangolo OTS possiamo scrivere:

$$\bar{TS}^2 = \bar{OT}^2 + \bar{OS}^2 - 2 \bar{OT} \bar{OS} \cos \gamma \quad \text{dove: } \bar{TS} = d_d; \quad \bar{OT} = R_e; \quad \bar{OS} = R_e + h. \quad \text{da cui}$$

l'espressione  $d_d$  riportata.

D'altra parte, considerando il triangolo OTP:  $\cos \gamma = R_e / \bar{OP}$  ed anche:

$\bar{OP} = \bar{OM} / \cos(\theta_s - \theta_L)$  (dal triangolo OMP); ma risulta anche (triangolo OTM):

$$\cos \theta_l = R_e / \bar{OM} \quad \text{da cui} \quad \bar{OP} = \frac{R_e}{\cos \theta_l \cdot \cos(\theta_s - \theta_L)} \quad \text{che, confrontata con le prima fornisce:}$$

$$\cos \gamma = \cos \theta_l \cdot \cos(\theta_s - \theta_L) \quad .$$

Sempre dalla stessa geometria è possibile ricavare l'espressione dell'angolo di elevazione sull'orizzonte dell'antenna a terra necessario per puntare il satellite  $E \stackrel{\text{def}}{=} \angle \hat{OTS} - 90^\circ$ : dal triangolo OTS possiamo scrivere:

$$\bar{OS}^2 = \bar{OT}^2 + \bar{TS}^2 - 2 \bar{OT} \bar{TS} \cos \angle \hat{OTS} = \bar{OT}^2 + \bar{TS}^2 + 2 \bar{OT} \bar{TS} \sin E \quad \text{da cui:}$$

$$E = \arcsen \left( \frac{\bar{OS}^2 - \bar{OT}^2 - \bar{TS}^2}{2 \bar{OT} \bar{TS}} \right) = \arcsen \left( \frac{(R_e + h)^2 - R_e^2 - d_d^2}{2 R_e d_d} \right) = \arcsen \left( \frac{h^2 + 2 R_e h - d_d^2}{2 R_e d_d} \right) \quad .$$

Infine, l'angolo di azimuth  $A$  si esprime (vedi figura):  $A = 180^\circ \pm A'$ , dove il segno  $-$  vale per stazioni riceventi a terra ad Ovest del satellite (caso della figura).

L'angolo  $A'$  si può esprimere come:

$$A' \stackrel{\text{def}}{=} \arctg \left( \frac{\bar{MP}}{\bar{MT}} \right) = \arctg \left( \frac{\bar{MO} \cdot \operatorname{tg} |\theta_s - \theta_L|}{R_e \cdot \operatorname{tg} \theta_l} \right) = \text{essendo } \cos \theta_l = R_e / \bar{MO} =$$

$$\arctg \left( \frac{R_e \operatorname{tg} |\theta_s - \theta_L|}{\cos \theta_l} \right) = \arctg \left( \frac{\operatorname{tg} |\theta_s - \theta_L|}{\sin \theta_l} \right) \quad .$$

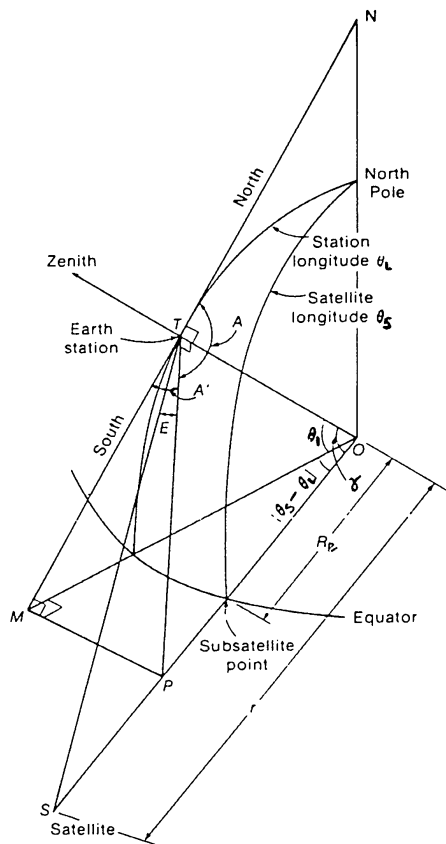
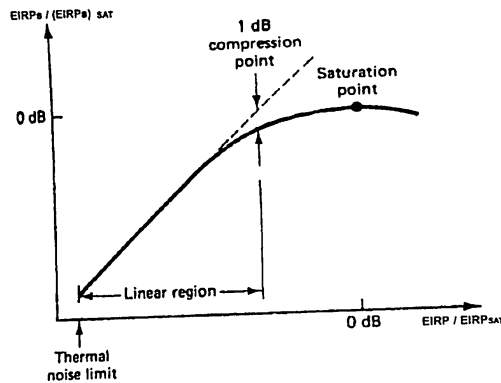
Come accennato all'inizio del Corso, le applicazioni illustrate sono prevalentemente nel campo dei sistemi che utilizzano modulazioni analogiche, per cui anche riguardo alla televisione diretta da satellite ci riferiamo a questo tipo di modulazione, anche se in realtà allo stato attuale quasi tutti i canali televisivi da satellite sono diffusi con tecniche digitali. Nel caso di radiodiffusione televisiva da satellite con modulazioni analogiche, il tipo di modulazione impiegata è la modulazione di frequenza (FM), diversamente da quanto abbiamo visto per la diffusione da rete terrestre (AM).

Il parametro significativo per valutare le prestazioni del collegamento è comunque ancora il  $C/N$ . Vale quindi la relazione generale già vista:  $(C/N)^{-1} = (C/N)_u^{-1} + (C/N)_d^{-1}$ .

In queste applicazioni peraltro come già accennato è garantita la condizione:

$$(C/N)_u \gg (C/N)_d \Rightarrow (C/N) \simeq (C/N)_d \quad \text{quindi si ha in pratica:}$$

$$\left( \frac{C}{N} \right) \simeq \left( \frac{C}{N} \right)_d = \frac{EIRP_s}{L_{bfd} L''} \left( \frac{G}{T} \right) \frac{1}{k B_n} \quad .$$



Supponiamo che per un ricevitore con banda standard di  $27\text{ MHz}$  sia richiesto un  $C/N$  minimo di  $14\text{ dB}$  al fine di far lavorare il demodulatore FM sopra la soglia. Da questo dato, fissati il satellite e la località del ricevitore a terra, possiamo ricavare il fattore di merito  $G/T$  da richiedere alla stazione ricevente.

### Esempio di dimensionamento della stazione ricevente

Con riferimento al satellite *Hot bird 8* vogliamo ricavare il  $G/T$  necessario per ricevere nella città di Firenze il canale TV analogico trasmesso dal *transponder 70* alla frequenza  $f_d = 12,111 \text{ GHz}$ , garantendo come prima detto un  $C/N = 14 \text{ dB}$ .

Utilizziamo l'espressione in  $\text{dB}$  del  $C/N$  prima ricavata:

$$\left(\frac{G}{T}\right)_{\text{dB/K}} = \left[\left(\frac{C}{N}\right)_d\right]_{\text{dB}} - [(EIRP_s)_{SAT}]_{\text{dBW}} + 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi f_d d_d}{c}\right) + 10 \log_{10} k + 10 \log_{10} B_n + (L'')_{\text{dB}}$$

dove  $B_n = 74,3 \text{ dBHz}$  ( $27 \text{ MHz}$ ).

Dal diagramma di copertura a terra per il satellite in esame riportato nella pagina seguente, si legge per l'Italia un valore di  $(EIRP_s)_{SAT} = 53 \text{ dBW}$ .

Supponiamo inoltre perdite supplementari  $L'' = 2 \text{ dB}$ .

Per valutare la perdita di spazio libero si deve prima calcolare la lunghezza della tratta satellite-stazione ricevente a terra. Poiché si ha, relativamente alla stazione ricevente:

$\theta_i = 43,8^\circ \text{ Nord}$ ;  $\theta_L = 11,3^\circ \text{ Est}$  (Firenze), mentre per il satellite  $\theta_s = 13^\circ \text{ Est}$  si ricava, dalla formula precedentemente scritta:  $d_d = 37832 \text{ km}$ . Dalla lunghezza della tratta è quindi possibile ricavare la perdita di spazio libero: risulta  $L_{bfd} = 205,66 \text{ dB}$ .

Il  $G/T$  necessario per la nostra stazione a terra vale dunque:  $G/T = 14 - 53 + 205,66 + 2 - 228,6 + 74,3 = 14,4 \text{ dB/K}$ .

Il fattore  $G/T$  dipende, come abbiamo visto a suo tempo, sia dalle caratteristiche dell'antenna, in termini di guadagno e temperatura di rumore, che da quelle del ricevitore compresa la connessione con l'antenna, in termini di cifra di rumore.

Con riferimento a quest'ultimo aspetto, essendo spazialmente separati antenna e ricevitore, e dovendo quindi utilizzare una linea di trasmissione per collegarli, si pone il problema di ridurre l'incidenza degli effetti negativi del rumore da essa introdotto. Il problema viene affrontato, come già visto precedentemente, separando fisicamente lo stadio di amplificazione a radiofrequenza (LNA) dal resto del ricevitore satellitare, montando in questo caso l'LNA direttamente sull'uscita dell'antenna ricevente; a valle dell'LNA viene anche operata una conversione dalla radiofrequenza del canale (banda  $K_u$ ) ad una banda di frequenze più bassa (UHF) al fine di ridurre le perdite della linea di trasmissione, che è costituita da un semplice cavo coassiale. L'insieme di questi due blocchi: LNA + Convertitore, viene indicato con l'acronimo di LNB (*Low Noise Block converter*).

Pertanto, le elevate caratteristiche di guadagno dell'LNA ( $> 40 \text{ dB}$ ) fanno sì che la cifra di rumore complessiva dell'insieme LNB+Cavo+Ricevitore coincida praticamente con quella del solo LNB, che può facilmente essere dell'ordine di  $1 \text{ dB}$ , equivalente a  $75 \text{ K}$ .

Riguardo alla temperatura di rumore di antenna, avendosi nel nostro caso un angolo di elevazione non piccolo  $E = 39,5^\circ$ , è possibile come già visto ipotizzare una  $T_a' \simeq 40 \text{ K}$ , ottenendo così una  $T_{\text{sys}}$  complessiva di  $115 \text{ K}$  ( $21 \text{ dB}$ ).

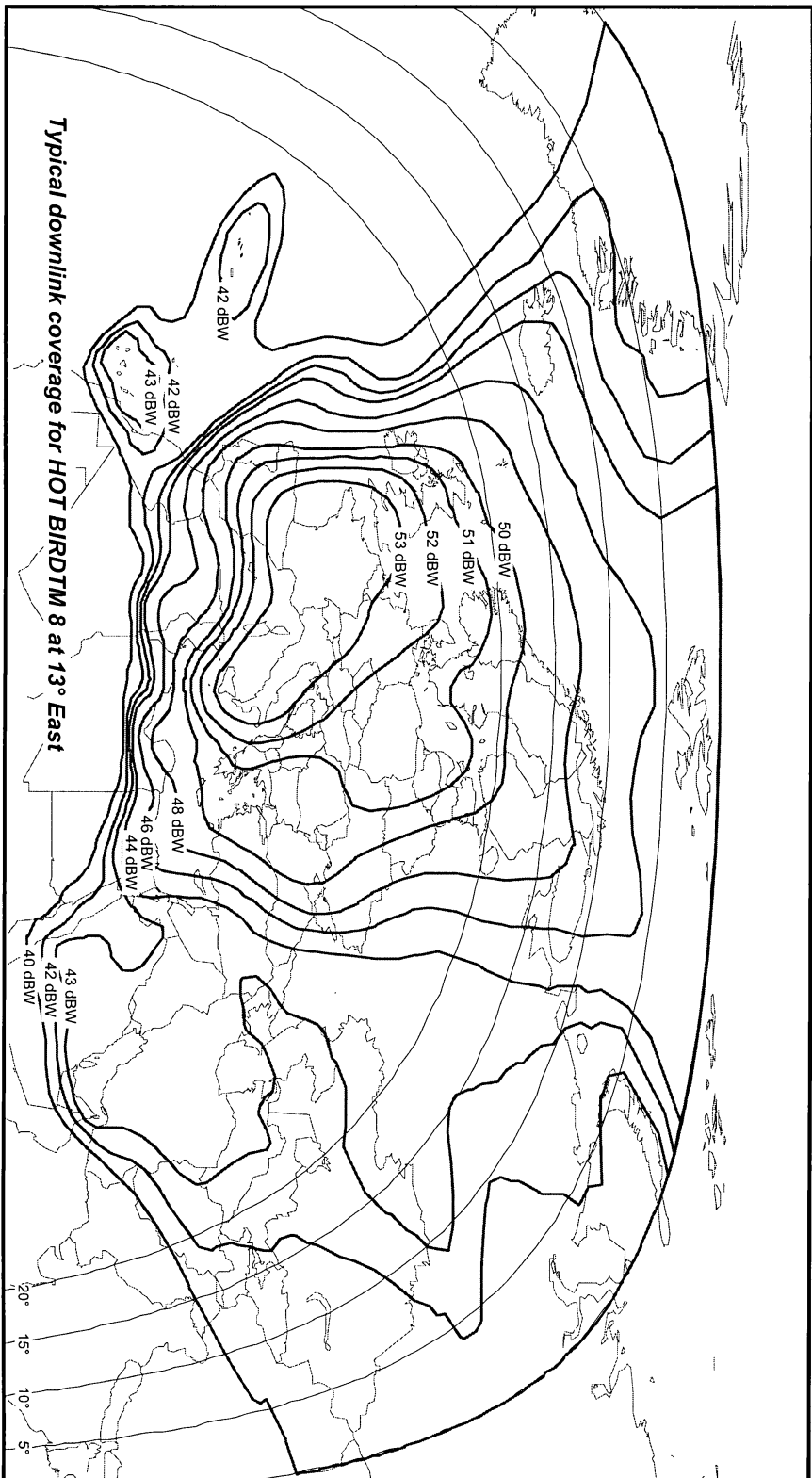
Risulta a questo punto determinato il valore di guadagno da richiedere all'antenna:

$$G = 21 + 14,4 = 35,4 \text{ dB}.$$

Ipotizzata ad es. un'efficienza complessiva di apertura  $\eta = 0,65$ , un tale guadagno potrà essere fornito da un'antenna a parabola di diametro:

$$D = \frac{\lambda}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{G}{\eta}} = \frac{c}{\pi f} \sqrt{\frac{G}{\eta}} \simeq 60 \text{ cm}.$$

Riguardo infine al valore dell'angolo di azimuth necessario per puntare il satellite, si ha:  $A = 180^\circ - 2,45^\circ = 177,55^\circ$ .





**Appunti dal corso di  
Sistemi di Telecomunicazione A.A. 2008/09  
Prof. Mario Fossi**

## 8 - ATTENUAZIONE TROPOSFERICA

Come già precedentemente accennato, nella gamma delle microonde e particolarmente per frequenze superiori al  $GHz$ , la propagazione delle onde radio nella troposfera risulta soggetta a perdite (oltre a quelle di spazio libero e per questo motivo dette “supplementari”) dovute all'interazione dell'onda e.m. sia con alcuni tipi di molecole dell'atmosfera, precisamente vapor acqueo ed ossigeno (attenuazione gassosa), sia con eventuali idrometeore in essa presenti quali pioggia, neve, grandine, nebbia (attenuazione da idrometeore).

Come tendenza generale, tali perdite supplementari crescono al crescere della frequenza e in particolare quelle di tipo gassoso presentano dei picchi in corrispondenza di frequenze per le quali le molecole di acqua e ossigeno manifestano fenomeni di risonanza, ovvero assorbimento (e reirradiazione in forma di rumore, come già visto) selettivo con la frequenza.

### Attenuazione gassosa

Come accennato, l'attenuazione introdotta dai componenti gassosi dell'atmosfera assume valori che dipendono in maniera notevole dalla frequenza di lavoro del collegamento radio. Senza entrare in un'analisi teorica del fenomeno, nella figura della pagina seguente (Raccomandazione ITU-R P-676) vengono riportati gli andamenti dell'attenuazione specifica sia delle molecole di ossigeno che di quelle dell'acqua, che sono i principali responsabili dell'attenuazione gassosa. Le condizioni di validità dei dati riportati sono quelle indicate nella figura. Nel campo di frequenze in esame, si osservano dei picchi di attenuazione attorno a circa  $60\ GHz$  e  $120\ GHz$  per quanto riguarda l'ossigeno ed attorno a circa  $22$ ,  $183$  e  $324\ GHz$  per quanto concerne l'acqua. Per le frequenze praticamente impiegate nelle radiocomunicazioni, hanno interesse i due primi picchi di assorbimento: quello dell'acqua a  $22\ GHz$  e quello dell'ossigeno a  $60\ GHz$ . L'attenuazione gassosa complessiva risulta praticamente dalla somma dei due contributi evidenziati.

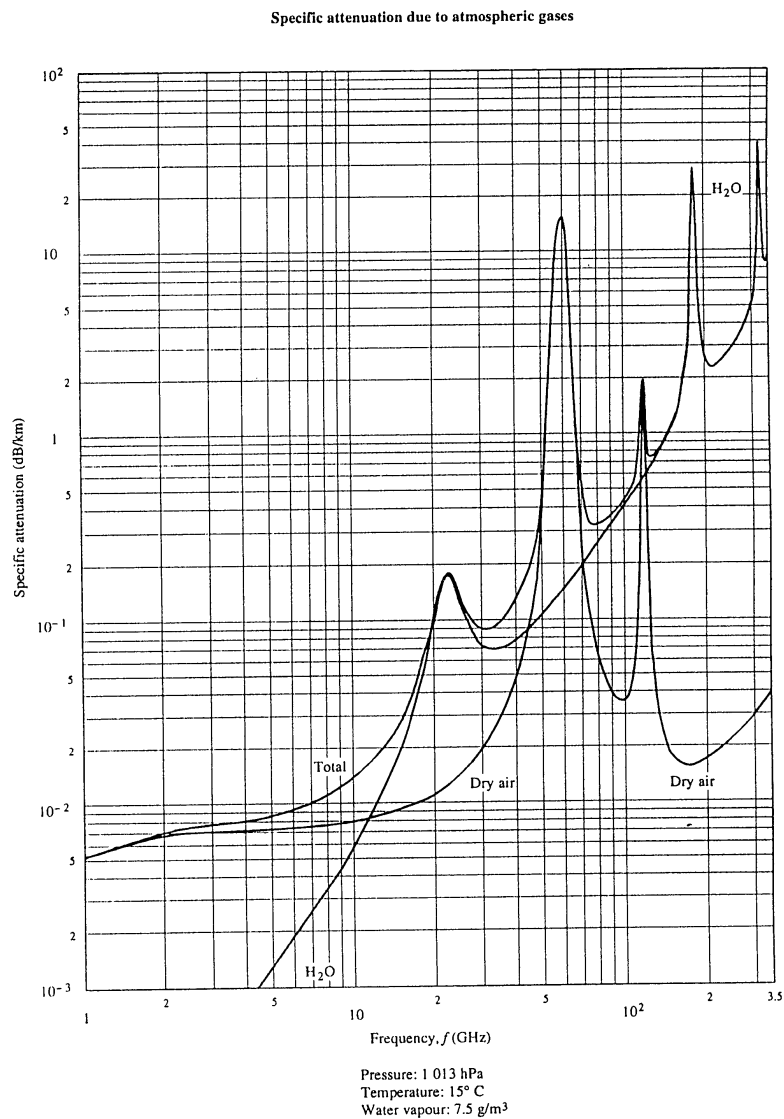
Per quanto riguarda il vapor acqueo, l'andamento riportato in figura risulta dalla seguente espressione analitica generale:

$$A_{H_2O} = \left[ 0,067 + \frac{2,4}{(f - 22,3)^2 + 6,6} + \frac{7,33}{(f - 183,3)^2 + 5} + \frac{4,4}{(f - 323,8)^2 + 10} \right] f^2 \rho \cdot 10^{-4} \text{ dB/km}$$

dove la frequenza  $f$  è espressa in  $GHz$  e  $\rho$  rappresenta la densità di vapor acqueo, espressa in  $g/m^3$ .

L'espressione analitica riportata risulta utile in quanto il grado di umidità della troposfera varia significativamente con le condizioni climatiche generali, anche lungo una stessa tratta radio. L'effetto diretto della variazione della temperatura non risulta dalla formula riportata, in quanto trascurabile in prima approssimazione.

In base a queste curve e relative formule, è possibile calcolare in maniera semplice l'attenuazione gassosa per collegamenti di tipo terrestre.



Come considerazione di carattere generale, si osservano valori particolarmente elevati di attenuazione gassosa in corrispondenza della frequenza di risonanza dell'ossigeno (60 GHz). Tale frequenza non è quindi da impiegarsi (nell'ambito di collegamenti all'interno dell'atmosfera terrestre) almeno nel caso di collegamenti di lunghezze significative. Viceversa, può risultare vantaggioso l'impiego di tale frequenza per collegamenti a brevissima distanza, come ad es. accessi radio a reti locali (WLAN), in quanto da un lato l'attenuazione introdotta è sufficientemente piccola in relazione alla lunghezza della tratta (dell'ordine massimo di qualche decina di metri) e dall'altro il collegamento risulta isolato da altri collegamenti posti in prossimità che operino sulla stessa frequenza, i segnali dei quali vengono notevolmente attenuati. Peraltro la tecnologia a 60 GHz è attualmente ancora in fase di sviluppo, almeno per applicazioni a basso costo.

I grafici dell'attenuazione gassosa riportati non sono di immediata applicazione nel caso di collegamenti via satellite, a motivo del fatto che in tal caso il percorso dell'onda elettromagnetica attraversa tutta l'atmosfera terrestre, con conseguente variazione continua di pressione e umidità lungo la tratta. Per tali collegamenti può risultare più vantaggioso fare riferimento a grafici o tabelle relativi all'attenuazione complessiva dell'atmosfera terrestre reperibili in letteratura, come ad es. quelli riportati nel Testo “*Digital satellite communications*” suggerito nei riferimenti bibliografici del Corso.

### Attenuazione da idrometeore

Consideriamo un'onda e.m. che si propaga in un dielettrico riempito di idrometeore. Ciascuna idrometeora sottrae energia all'onda e.m. che su di essa incide, per effetto di **2 meccanismi** distinti:

1. **scattering** (diffusione), cioè reirradiazione da parte della particella in molteplici direzioni spaziali rispetto a quella di provenienza dell'onda incidente (compresa questa, che costituisce il cosiddetto “*back-scattering*”). Per inciso tale componente è quella utilizzata dai radar meteorologici per la rilevazione delle idrometeore);
2. **assorbimento**, con conseguente riemissione di tipo termico.

Da un punto di vista formale, possiamo esprimere le potenze sottratte all'onda incidente sulla singola particella (idrometeora) mediante una relazione analoga a quella utilizzata per schematizzare un'antenna in ricezione:  $P = \sigma S$ , dove  $S$  indica la densità di potenza dell'onda incidente sulla particella,  $P$  la potenza “diffusa” oppure “assorbita” e  $\sigma$  un parametro, avente ovviamente le dimensioni di una superficie, detto “area equivalente” o anche “sezione equivalente”, di scattering  $\sigma_s$ , oppure di assorbimento  $\sigma_a$  della particella. Consideriamo ora l'insieme delle idrometeore (es. gocce d'acqua) che riempiono il volume entro cui si propaga l'onda e.m. e consideriamo in esso un piccolo volume  $\Delta V = \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$  a forma di parallelepipedo.

Indichiamo con  $\underline{S} = S(z)\underline{i}_z$  il vettore di Poynting dell'onda (localmente) piana che attraversa il suddetto volume  $\Delta V$ .

Indicando con  $\Delta P$  la potenza sottratta all'onda e.m. dalle idrometeore contenute nel volume  $\Delta V$ , si può allora per quanto detto scrivere:

$$\Delta P = \sum_i (\sigma_{ai} + \sigma_{si}) S(z_i) = \sum_i \sigma_{ei} S(z_i), \text{ dove } \sigma_{ei} \stackrel{\text{def}}{=} \sigma_{ai} + \sigma_{si} \text{ si chiama sezione “di estinzione” della particella } i\text{-esima e la sommatoria è estesa a tutte le particelle contenute}$$

nel volume  $\Delta V$ .

La variazione della densità di potenza dell'onda e.m., relativa alla distanza  $\Delta z$ , si esprime allora:

$$\Delta S(z) \stackrel{\text{def}}{=} S(z + \Delta z) - S(z) = -\frac{\Delta P}{\Delta x \Delta y} = -\Delta P \frac{\Delta z}{\Delta V} = -\Delta z \frac{1}{\Delta V} \sum_i \sigma_{ei} S(z_i) .$$

Con passaggio al limite, per  $\Delta z \rightarrow 0$ ,  $S(z_i) \rightarrow S(z)$  e possiamo scrivere:

$$dS(z) = -dz \left[ \frac{1}{\Delta V} \sum_i \sigma_{ei} \right] S(z)$$

ovvero:

$$\frac{dS(z)}{dz} = - \left[ \frac{1}{\Delta V} \sum_i \sigma_{ei} \right] S(z)$$

e ponendo per semplicità di scrittura:

$$k \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{\Delta V} \sum_i \sigma_{ei}$$

si ottiene la seguente equazione differenziale del primo ordine:

$$\frac{dS(z)}{dz} = -k S(z) .$$

Nell'espressione di  $k$ ,  $\Delta V$  è da intendersi un volume statisticamente significativo del fenomeno in esame, ovvero un campione rappresentativo della popolazione di particelle considerata.

Se il fenomeno meteorologico che interessa la tratta radio considerata non è uniforme spazialmente, la costante  $k$  sarà in generale variabile con  $z$ :  $k = k(z)$ .

Integrando l'equazione differenziale  $\frac{dS(z)}{dz} = -k(z) S(z)$  tra le ascisse  $z_0$  e  $z$  si ha:

$$\ln S(z) - \ln S(z_0) = - \int_{z_0}^z k(z) dz$$

ovvero:

$$\ln \left( \frac{S(z)}{S(z_0)} \right) = - \int_{z_0}^z k(z) dz$$

da cui infine:

$$S(z) = S(z_0) \exp \left( - \int_{z_0}^z k(z) dz \right) .$$

Se in particolare  $k(z) = k$ :

$$S(z) = S(z_0) \exp \{ -k(z - z_0) \} = S(z_0) \exp \{ -k \Delta z \} \quad \text{con} \quad \Delta z \stackrel{\text{def}}{=} z - z_0 .$$

Scriviamo ora l'espressione generale dell'attenuazione specifica:

$$A \stackrel{\text{def}}{=} \left. \frac{S(z_0)}{S(z)} \right|_{\Delta z=1} = e^k .$$

Espressa nelle unità pratiche  $dB/km$ , l'attenuazione specifica vale:

$$A_{dB/km} = 10 \log_{10} \left\{ \left. \frac{S(z_0)}{S(z)} \right|_{\Delta z=10^3} \right\} = 10 \log_{10} \{ e^{k \cdot 10^3} \} = 10^4 k \log_{10} e = 4343 k = 4343 \frac{1}{\Delta V} \sum_i \sigma_{ei} .$$

## Espressione dell'attenuazione specifica nel caso di pioggia

Abbiamo visto come l'attenuazione specifica espressa in  $dB$  sia proporzionale all' "area equivalente complessiva" delle idrometeore per unità di volume:

$$k = \frac{1}{\Delta V} \sum_i \sigma_{ei} .$$

Riferiamoci ora in particolare al caso di **pioggia**. Da un punto di vista operativo, risulta più pratico esprimere l'attenuazione specifica tramite la distribuzione dei diametri delle gocce (o dei diametri equivalenti, dato che gocce con diametro maggiore di  $0,35 \text{ mm}$  presentano una forma non più sferica, ma di "sferoide oblato": una specie di sfera schiacciata inferiormente a causa dell'attrito con l'aria durante la caduta). I diametri possibili variano tra un minimo di  $0,1 \text{ mm}$  ed un massimo di  $6-8 \text{ mm}$ : infatti gocce con diametri inferiori a  $0,1 \text{ mm}$  non cadono al suolo, mentre gocce più grandi di  $6-8 \text{ mm}$  tendono a spezzarsi in 2 gocce più piccole.

Per facilitare il calcolo analitico, le DSD (*Drop Size Distribution*) utilizzate sono funzioni di tipo continuo dei diametri, anche se in realtà il fenomeno è di tipo discreto.

Indicando con  $N(D)$  la distribuzione dei diametri delle gocce, allora  $N(D) dD$  rappresenta il numero di gocce con diametro compreso tra  $D$  e  $D+dD$  presenti nel volume di riferimento  $\Delta V$ , ovvero il numero di gocce con tali diametri, per unità di volume.

Le unità pratiche in cui conviene esprimere la DSD sono  $\text{mm}^{-1} \text{m}^{-3}$ .

Nota allora  $N(D)$  e la sezione di estinzione in funzione del diametro  $\sigma_e(D)$ , l'attenuazione specifica si esprime:

$$A = 4343 \int_0^{\infty} \sigma_e(D) N(D) dD \quad \text{dB/km.}$$

L'integrale rappresenta una sezione di estinzione complessiva, per unità di volume.

## Espressioni delle distribuzioni dei diametri delle gocce

Sono state condotte sia indagini di tipo teorico che misure sperimentali sulle distribuzioni dei diametri delle gocce di pioggia (DSD) delle precipitazioni. Il parametro **più significativo** da cui dipendono tali distribuzioni è rappresentato dal **tasso di precipitazione**, inteso come altezza raggiunta dallo strato di acqua caduta a terra nell'unità di tempo (misurato in  $\text{m/s}$  o meglio in  $\text{mm/h}$ ).

La DSD dipende però anche da altri fattori secondari, non sempre trascurabili, quali il tipo di precipitazione piovosa, la regione geografica della Terra in cui avviene, la stagione, il momento considerato all'interno della durata della precipitazione.

A livello di tipo della precipitazione, alle nostre latitudini esse possono ricondursi sostanzialmente a due: stratiformi oppure convettive. Quelle stratiformi possono coprire aree geografiche anche molto estese, ma normalmente non assumono intensità molto elevate. Al contrario, quelle convettive sono localizzate in aree ristrette, hanno durate inferiori ma possono assumere intensità molto elevate, potendo così interferire pesantemente sull'efficienza di un collegamento radio a microonde.

Un modello di DSD storicamente molto utilizzato è quello esponenziale, introdotto da Marshall e Palmer nel 1948:

$$N(D) = N_0 e^{-\Lambda D} \quad \text{con: } N_0 = 8 \cdot 10^3 \text{ m}^{-3} \text{mm}^{-1} \text{ e } \Lambda = 4,1 R^{-0,21} \text{ mm}^{-1}$$

dove  $R$  indica il valore del tasso di pioggia espresso in  $\text{mm/h}$ .

Questa distribuzione rappresenta peraltro un caso particolare di una forma più generale proposta da Ulbrich nel 1983:

$$N(D) = N_0 D^\mu e^{-\Lambda D} \quad \text{con: } \mu \in [-3, +8] \quad .$$

Nella figura della pagina seguente sono riportati gli andamenti della DSD secondo tale modello, in corrispondenza di 3 tassi di precipitazione, paragonati con i risultati analoghi suggeriti da Laws e Parsons (linea a tratti) e con una serie di osservazioni sperimentali condotte nella città di Ottawa (linee punteggiate).

Per una valutazione delle sezioni di estinzione  $\sigma_e(D)$  delle gocce di pioggia, possono essere utilizzati i risultati teorici ricavati da Mie (nel 1908), relativi allo *scattering* da sfere. Una rappresentazione grafica di tali risultati, analiticamente molto complessi, è riportata nella figura della pagina seguente.

Risulta anche una notevole dipendenza della  $\sigma_e(D)$  dalla temperatura.

### Valutazione dell'attenuazione da pioggia

Sulla base di questi risultati, fissato un valore del tasso di pioggia  $R$ , risulta possibile - per ciascuna frequenza - integrare l'espressione dell'attenuazione specifica prima riportata, ottenendo una famiglia di curve a tasso di precipitazione costante, in funzione della frequenza di lavoro. Un esempio di tali curve è riportato nella figura della pagina 8.

Si osserva come in generale l'attenuazione causata dalla pioggia cresce al crescere della frequenza di trasmissione utilizzata, divenendo significativa a partire da frequenze dell'ordine del  $GHz$ . A parità di frequenza, cresce al crescere del tasso di pioggia. Ad esempio, considerando un tasso di pioggia pari a  $50 \text{ mm/h}$ , valore elevato ma che può verificarsi con probabilità non trascurabile, si osserva che esso genera un'attenuazione specifica di  $0,1 \text{ dB/km}$  se si lavora a  $f=5 \text{ GHz}$  (banda C), di  $1,3 \text{ dB/km}$  se si lavora a  $10 \text{ GHz}$  (banda  $K_u$ ) e di ben  $10 \text{ dB/km}$  se si lavora a  $30 \text{ GHz}$  (banda  $K_a$ ). Si comprende bene quindi come specie i collegamenti radio in banda  $K_a$  siano pesantemente influenzati dal fenomeno della pioggia già quando essa interessa anche solo qualche  $km$  della tratta radio. E' questo uno dei meccanismi che penalizza maggiormente l'impiego di tali frequenze sia nei collegamenti radio terrestri che in quelli satellitari.

La famiglia di curve ricavata suggerisce una relazione tra attenuazione specifica e tasso di precipitazione, per ogni prefissata frequenza. L'espressione analitica di tale relazione può essere ricavata sia teoricamente, che anche sperimentalmente mediante campagne di misura sulle tratte radio e risulta del tipo  $A = k R^\alpha$ , dove i coefficienti  $k$  ed  $\alpha$  dipendono dalla frequenza e dal tipo di polarizzazione dell'onda e.m.. A tale proposito, l'ITU-R (Raccomandazione P-838) fornisce la Tabella riportata nella pagina 9, dove al solito l'attenuazione è espressa in  $dB/km$  e il tasso di pioggia in  $mm/h$ .

I modelli di attenuazione illustrati fanno riferimento ad una trattazione **deterministica** del fenomeno. Ha interesse anche un approccio di tipo **statistico**, facilitato anche dal fatto che esistono a livello mondiale una notevole serie di dati medi statistici sul tasso di precipitazione annuo nelle varie zone della Terra. Sulla base di questi dati e della relazione vista tra tasso di pioggia a attenuazione, sono stati proposti in letteratura modelli statistici di tale fenomeno di attenuazione, i cui dettagli non possono essere approfonditi in questo Corso. A titolo di informazione, per quanto riguarda i collegamenti Terra-Spazio si può fare

riferimento alla Raccomandazione ITU-R P-618.

Un altro modello, valido anche per collegamenti terrestri, è quello proposto da Crane, una descrizione del quale è riportata anche nel testo citato “*Digital satellite communications*”.

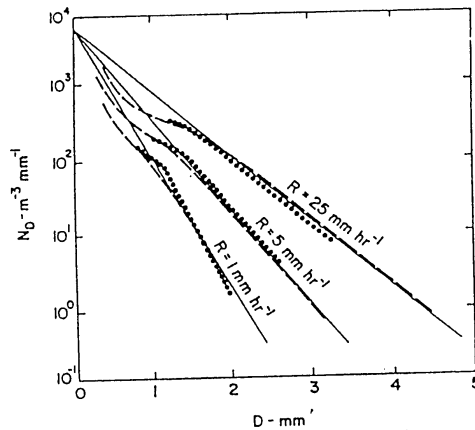


Fig. 4.4. Distribution function (solid straight lines) compared with results of Laws and Parsons (broken lines) and Ottawa observations (dotted lines). From Marshall and Palmer (1948).

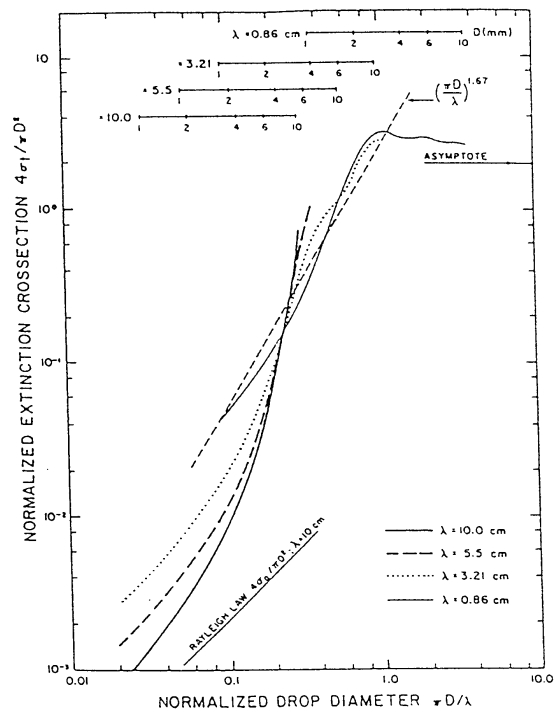


Fig. 8.11. The normalized extinction cross section versus normalized drop diameter for spherical water drops at a temperature of 0°C and at four wavelengths. (Data from Herman *et al.*, 1961.) The solid straight line is the asymptotic absorption cross section in the Rayleigh limit. The dashed straight line shows the power law for normalized cross section that fits the data at  $\lambda = 0.86$  cm (see Section 8.4.2).

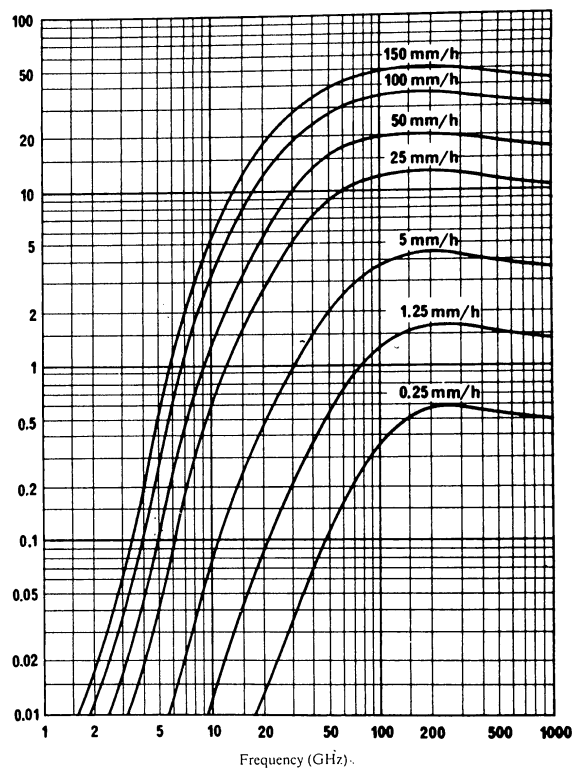




TABLE 1

Frequency (GHz)	$k_H$	$k_V$	$\alpha_H$	$\alpha_V$
1	0.0000387	0.0000352	0.912	0.880
2	0.000154	0.000138	0.963	0.923
4	0.000650	0.000591	1.121	1.075
6	0.00175	0.00155	1.308	1.265
7	0.00301	0.00265	1.332	1.312
8	0.00454	0.00395	1.327	1.310
10	0.0101	0.00887	1.276	1.264
12	0.0188	0.0168	1.217	1.200
15	0.0367	0.0335	1.154	1.128
20	0.0751	0.0691	1.099	1.065
25	0.124	0.113	1.061	1.030
30	0.187	0.167	1.021	1.000
35	0.263	0.233	0.979	0.963
40	0.350	0.310	0.939	0.929
45	0.442	0.393	0.903	0.897
50	0.536	0.479	0.873	0.868
60	0.707	0.642	0.826	0.824
70	0.851	0.784	0.793	0.793
80	0.975	0.906	0.769	0.769
90	1.06	0.999	0.753	0.754
100	1.12	1.06	0.743	0.744
120	1.18	1.13	0.731	0.732
150	1.31	1.27	0.710	0.711
200	1.45	1.42	0.689	0.690
300	1.36	1.35	0.688	0.689
400	1.32	1.31	0.683	0.684

## Effetti dell'attenuazione da pioggia sulla temperatura di rumore d'antenna

Tra i vari tipi di idrometeore, risulta che la pioggia è quella che, sia statisticamente che in termini di valori di attenuazione introdotta, genera le maggiori degradazioni delle prestazioni dei collegamenti radio.

Come l'attenuazione da assorbimento gassoso ha come conseguenza anche un incremento del rumore esterno (il rumore da assorbimento atmosferico a suo tempo discusso), così avviene per l'attenuazione da idrometeore: la degradazione introdotta dalla presenza di pioggia non riguarda solo l'introduzione di una notevole attenuazione supplementare, come visto nel paragrafo precedente, ma in determinati casi - come ora vedremo - anche un incremento del rumore esterno captato dall'antenna ricevente: in quest'ultimo caso ambedue i fenomeni concorrono alla degradazione del rapporto segnale/rumore del collegamento radio.

Occorre quindi valutare gli effetti della pioggia sulla temperatura di rumore di un'antenna ricevente. Si ha che, per lunghezze d'onda superiori al *cm* (frequenze inferiori a 30 GHz), il contributo prevalente nel meccanismo dell'attenuazione risulta essere quello dell'assorbimento, rispetto allo *scattering*, per cui è possibile considerare tale attenuazione praticamente di tipo dissipativo e quindi generatrice di rumore termico. Possiamo allora valutarne gli effetti mediante il parametro temperatura equivalente di rumore.

Sotto questa ipotesi si può quindi valutare il contributo di rumore causato dalla pioggia alla temperatura di rumore complessiva di un'antenna ricevente, ricorrendo al modello di sistema 2-porte passivo già analizzato nel caso del rumore interno. Se allora indichiamo con  $A_p$ ,  $T_p$  rispettivamente l'attenuazione dovuta alla pioggia che interessa il canale radio e la temperatura assoluta della massa piovosa, si può esprimere la temperatura di rumore di sistema, in presenza di pioggia, relativa ad un **collegamento Spazio-Terra** (per es. il *downlink* di un collegamento via satellite), nella forma:

$$T_{sys} = T_r + T_a' = T_r + (1 - \eta_a) T_{ant} + \eta_a \left[ T_a + \left( 1 - \frac{1}{A_p} \right) T_p \right] = T_{sys}' + \eta_a \left( 1 - \frac{1}{A_p} \right) T_p$$

dove  $T_{sys}'$  indica la temperatura di sistema **in assenza** di precipitazione discussa a suo tempo e il termine  $\left( 1 - \frac{1}{A_p} \right) T_p$  rappresenta l'**incremento**  $\Delta T_a$  della temperatura  $T_a$ ,

causato dalla presenza della precipitazione piovosa. In realtà l'incremento è un po' minore, in quanto esso avviene solo per il contributo di rumore proveniente dal cielo, mentre come abbiamo visto a suo tempo in  $T_a$  c'è anche un contributo di rumore del terreno, non influenzato dall'attenuazione piovosa.

Ai fini dell'impiego della formula riportata, l'ITU-R suggerisce per  $T_p$  valori compresi tra 260 e 280 K, un po' più bassi dell'effettiva temperatura dell'idrometeora pioggia, questo anche allo scopo di tener conto che in  $A_p$  c'è un piccolo contributo dovuto a *scattering*, che quindi non genera rumore.

A parte le considerazioni appena fatte, l'espressione scritta è praticamente esatta nella regione di frequenze al di sopra di qualche GHz (bande C, Ku, Ka), essendo a tali frequenze trascurabile il contributo di rumore galattico, rispetto a quello di assorbimento atmosferico, come visto a suo tempo, e tenuto conto che il fenomeno attenuazione da pioggia e il relativo rumore può considerarsi praticamente **additivo** rispetto a quello gassoso.

Come osservazione generale, si vede che in presenza di attenuazioni da pioggia non trascurabili, si possono avere significativi incrementi della temperatura  $T_a$  rispetto al caso

di assenza di precipitazioni. A titolo di esempio, per  $A_p = 10 \text{ dB}$  e  $T_p = 280 \text{ K}$  si ha un incremento  $\Delta T_a \simeq 250 \text{ K}$ , a fronte di una  $T_a$  valutata dell'ordine di  $40 \text{ K}$  in assenza di precipitazione.

Quanto finora detto è valido per antenne riceventi a terra di collegamenti spaziali. Invece, nel caso di un'antenna ricevente **a bordo del satellite** o anche di un'antenna ricevente di un **collegamento terrestre**, l'espressione da considerare è del tipo:

$$T_{sys} = T_r + T_a' = T_r + (1 - \eta_a) T_{ant} + \eta_a \left[ \frac{T_a}{A_p} + \left( 1 - \frac{1}{A_p} \right) T_p \right] \simeq T_{sys}'$$

dove come già detto  $T_{sys}'$  indica la temperatura di sistema in assenza di precipitazione.

Questo perché in questo caso il rumore esterno in assenza di precipitazione (contributo

$T_a$ ) è sostanzialmente quello generato dal terreno, il quale viene **attenuato** dalla precipitazione piovosa, inoltre possiamo supporre dello stesso ordine di grandezza sia  $T_p$  che  $T_a$ .

Riassumendo, possiamo quindi affermare che, a parità di attenuazione introdotta, la pioggia incide più pesantemente nei collegamenti Satellite-Terra rispetto agli altri in quanto in questo caso, oltre a decrementare come negli altri la potenza di segnale utile ricevuto, incrementa anche la potenza media di rumore con cui questo si confronta.

Da questo punto di vista, risulta anche giustificata per i collegamenti satellitari l'attribuzione della frequenza più bassa al *downlink*, in quanto a frequenze minori corrispondono attenuazioni supplementari da pioggia minori e quindi anche incrementi di rumore d'antenna minori.