

Группа М3211

К работе допущен _____

Студент Ладошкина Наталья
Владимировна

Работа выполнена _____

Преподаватель Тимофеева Эльвира
Олеговна

Отчет принят _____

Рабочий протокол и отчет по моделированию №2

Задание «Моделирование клетки Фарадея»

1. Цель работы.

Целью является численное моделирование и визуализация электрического потенциала внутри и снаружи клетки Фарадея, состоящей из нескольких проводящих дисков, расположенных по окружности, и определение влияния параметров модели (количество дисков, радиус дисков, положение точечного заряда) на распределение потенциала.

2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

- Разработка программы для численного моделирования распределения потенциала электрического поля в окрестности клетки Фарадея.
- Реализация метода наименьших квадратов для решения системы уравнений, описывающей потенциал.
- Визуализация результатов моделирования с помощью графического интерфейса.
- Анализ влияния геометрических параметров клетки Фарадея на распределение потенциала.

3. Объект исследования.

Объектом исследования является электрическое поле внутри и вокруг клетки Фарадея, представляющей собой систему из n проводящих дисков с радиусом r , равномерно распределенных по окружности, и одного точечного заряда, расположенного на расстоянии z_s от центра системы.

4. Метод экспериментального исследования.

Численный метод, основанный на решении системы уравнений методом

наименьших квадратов.

Потенциал в каждой точке вычисляется как сумма потенциалов, создаваемых каждым из дисков и точечным зарядом. Для каждого диска используется разложение потенциала в ряд, содержащий логарифмические и алгебраические члены. Количество членов в разложении определяется эмпирической формулой, зависящей от радиуса диска. Дискретизация задачи осуществляется путем выборки точек на поверхности каждого диска. Полученная система уравнений решается методом наименьших квадратов с использованием библиотеки NumPy(функция [compute_field](#)).

Результаты визуализируются с помощью библиотеки Matplotlib(класс [FaradayCage](#) и функция [potential_modeling](#)).

5. Исходные данные.

- n - количество дисков в клетке Фарадея.
- r - радиус каждого диска.
- zs - комплексная координата точечного заряда.

6. Упрощение модели.

- Диски считаются идеально проводящими.
- Точечный заряд моделируется как точечный источник поля.
- Влияние краевых эффектов не учитывается.
- Расчет потенциала выполняется в двумерном приближении.

7. Входные данные.

Входные данные задаются пользователем через графический интерфейс: количество дисков (n), радиус дисков (r) и координата точечного заряда (zs).

8. Ход работы.

Программа реализует следующий алгоритм:

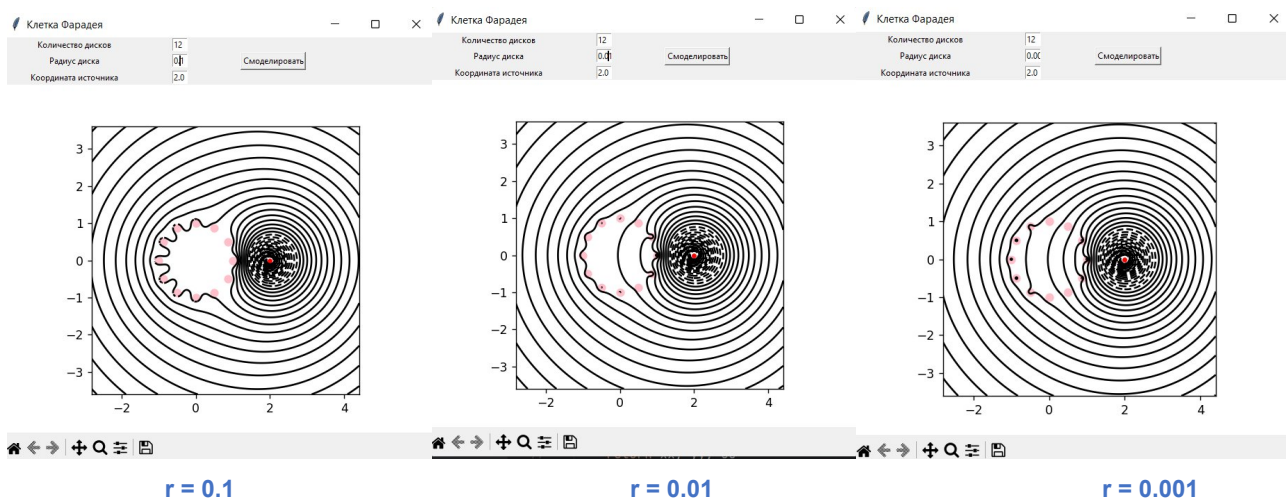
1. Ввод параметров моделирования пользователем.
2. Вычисление координат центров дисков.
3. Дискретизация поверхности каждого диска с помощью выборки точек.
4. Составление системы линейных уравнений для потенциала на основе разложения потенциала в ряд и принципа суперпозиции.

5. Решение системы уравнений методом наименьших квадратов.
6. Вычисление потенциала в заданной области пространства.
7. Визуализация результатов моделирования в виде графика линий уровня потенциала.

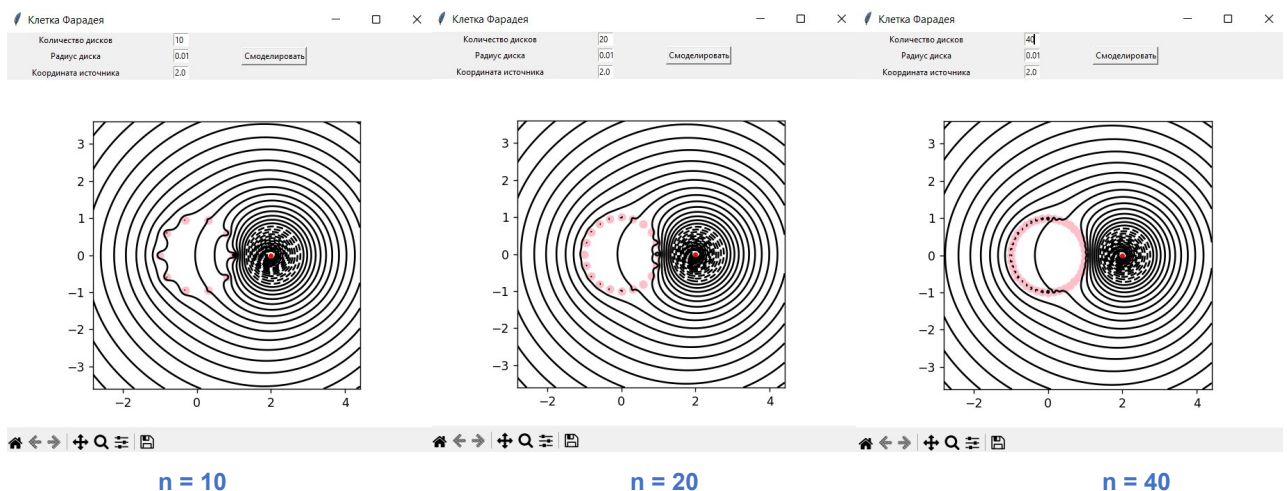
9. Результаты

Программа позволяет визуализировать распределение потенциала электрического поля вокруг клетки Фарадея. Изменение параметров моделирования (n , r , z_s) приводит к изменению распределения потенциала. В частности, увеличение количества дисков и уменьшение их радиуса приводят к более эффективному экранированию электрического поля внутри клетки Фарадея.

При фиксированном $n = 12$:



При фиксированном $r = 0.01$:



- Влияние n (количество проводников):

Экранирование улучшается только обратно линейно с ростом n , при этом напряженность поля внутри клетки масштабируется как $O(n^{-1})$. Например выше,

результаты при фиксированном $r = 0.01$ для $n = 10, 20, 40$. С каждым удвоением n поле в клетке ослабевает, но только примерно в 2 раза. Этот рисунок подчеркивает тот факт, что в этой модели, по крайней мере, эффект клетки Фарадея не очень сильный.

- Влияние r (радиус проводников):

При уменьшении r эффективность экранирования падает, в пределе $r = 0$ экранирования вообще не будет. При этом напряженность поля внутри клетки растет пропорционально $|\log r|$.

Предположим, что постоянное расстояние между соседними центрами проводов (измеренное относительно длины дуги вдоль границы клетки) равно $\varepsilon = |\Gamma|/n$, где $|\Gamma|$ — общая длина дуги, а радиус каждого провода $r \ll \varepsilon$.

Решающий параметр масштабирования, определяющий эффективность экранирования, равен:

$$a = \frac{2\pi}{\varepsilon \log(\varepsilon/2\pi r)}$$

Если $\varepsilon \gg 1/\log(\varepsilon/r)$, then $a \ll 1$ и провода слишком тонкие для эффективного экранирования.

Если $\varepsilon \ll 1/\log(\varepsilon/r)$, then $a \gg 1$ и экранирование сильное.

10. Вывод

Разработанная программа позволяет эффективно моделировать и визуализировать распределение потенциала электрического поля внутри и вокруг клетки Фарадея. Полученные результаты подтверждают эффективность использования клетки Фарадея для экранирования электромагнитных полей.

11. [Код на python](#)