

Группа М3211

К работе допущен _____

Студент Ладошкина Наталья
Владимировна

Работа выполнена _____

Преподаватель Тимофеева Эльвира
Олеговна

Отчет принят _____

Рабочий протокол и отчет по моделированию №1

Задание 3. «Лунолет»

1. Цель работы.

1. Помочь Иванову посадить корабль на луну
2. Смоделировать полет и посадку космического корабля на Луну

2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

- 1) Расчет высоты на какой высоте нужно включить двигатель, чтобы посадить корабль.
- 2) Расчёт скорости реактивного торможения.
- 3) Исследование уравнения Мещерского.
- 4) Расчет скорости перед началом торможения.
- 5) Исследование зависимости скорости от времени.
- 6) Исследование зависимости координаты от времени.
- 7) Исследование зависимости вертикального ускорения от времени

3. Объект исследования.

Приземление космического корабля.

4. Метод экспериментального исследования.

Моделирования зависимостей по отношению ко времени.

5. Используемые константы.

1. Масса аппарата M .
2. Масса топлива m .
3. Ускорение свободного падения g_l на Луне.
4. Предельная перегрузка при маневрах a_{max} .
5. Скорость истечения продуктов сгорания из реактивного двигателя V_p .

6. Исходные данные.

1. Ускорение силы тяжести на Луне 1.62 м/с^2 ($g_{\text{л}} = 1.62$).
2. Масса корабля 2000 кг, плюс пилот в скафандре 150 кг ($M = 2150$).
3. Скорость истечения продуктов сгорания 3660 м/с ($V_p = 3660$).
4. В баках 150 кг топлива и окислителя ($m = 150$).
5. Расход топлива двигателем составляет 15 кг/с.

7. Упрощение модели.

- Рассматривается движение только по вертикали.
- Поверхность Луны считается плоской

8. Входные данные.

Данные согласно 7 варианту:

Высота $H_0 = 950 \text{ м}$.

Вертикальная скорость $V_{0y} = 61 \text{ м/с}$.

9. Ход работы.

1) Расчет скорости реактивного торможения

Уравнение Мещерского для ракеты в поле тяжести:

$M \frac{d\vec{v}}{dt} = M\vec{g} + \vec{v}_r \frac{dm}{dt}$, где \vec{v}_r - скорость выбрасывания реактивных газов относительно ракеты

В проекции на вертикальную ось, направленную от поверхности:

$$M \frac{d\vec{v}}{dt} = -M\vec{g} - \vec{v}_r \frac{dm}{dt}$$

Ось направлена от луны в небо.

Так как ракета тормозит, ускорение направлено вверх => со знаком '+'.
Сила тяжести тянет к луне, направлена вниз => со знаком '-'.
Газы выбрасываются к луне => со знаком '-'.

Перепишем это так:

$$M \frac{d}{dt}(v + gt) = -v_r \frac{dm}{dt}$$

Отсюда:

$$d(v + gt) = -v_r \frac{dm}{m}$$

Проинтегрируем с учетом начальных условий, получаем:

$$v = v_r \ln \frac{M_0}{M} - gt, \text{ где } M_0 \text{ стартовая масса ракеты, } M - \text{ текущая масса ракеты.}$$

Зная расход топлива μ получим:

$$v = v_r \ln \frac{M_0}{(M_0 - \mu t)} - gt$$

(Формула в коде можно увидеть [тут](#))

2) Расчёт высоты начала торможения:

Скорость перед началом торможения посчитаем так ('preland' = 'pre landing'):

$$H_0 - H_{land} = v_0 t_{preland} + \frac{gt_{preland}^2}{2} \Rightarrow$$

$$t_{preland} = \frac{\sqrt{v_0^2 + 2g(H_0 - H_{land})} - v_0}{g} \Rightarrow$$

Используем формулу скорости при равноускоренном движении [$v = v_0 + at$]

$$v_{preland} = v_0 + gt_{preland}$$

$H_{land} = \int_0^{t_{land}} (v_r \ln \frac{M_0}{M_0 - \mu t} - gt - v_{preland}) dt$ – высота и t_{land} – время, преодоленное ракетой во время торможения.

$H_{preland}, t_{preland}$ – высота и время до торможения соответственно.

Высота здесь - перемещение, => это интеграл скорости по времени по определению.

Составим итерационную схему и найдем высоту начала торможения.

Начальные значения:

$$t_{land} = 0 \Rightarrow H_{land} = 0$$

$$t_{preland} = 13,2445 \text{ c}$$

$$v_{preland} = v_0 + gt_{preland} \approx 82.46 \text{ м/с}$$

Условие на завершение вычислений:

скорость около поверхности < скорости мягкой посадки (3м/с)

Высота начала торможения: 131.93 м

Скорость вблизи поверхности: 2.99 м/с

(Численное представление расчета можно увидеть в [цикле](#))

3) Расчет вертикального ускорения

Также воспользуемся уравнением Мещерского:

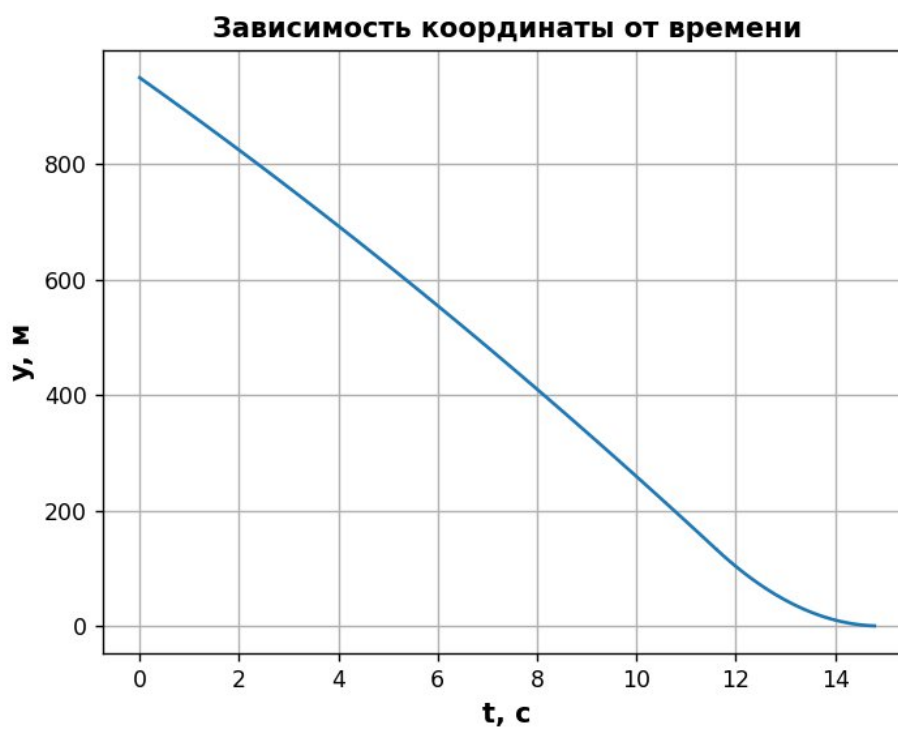
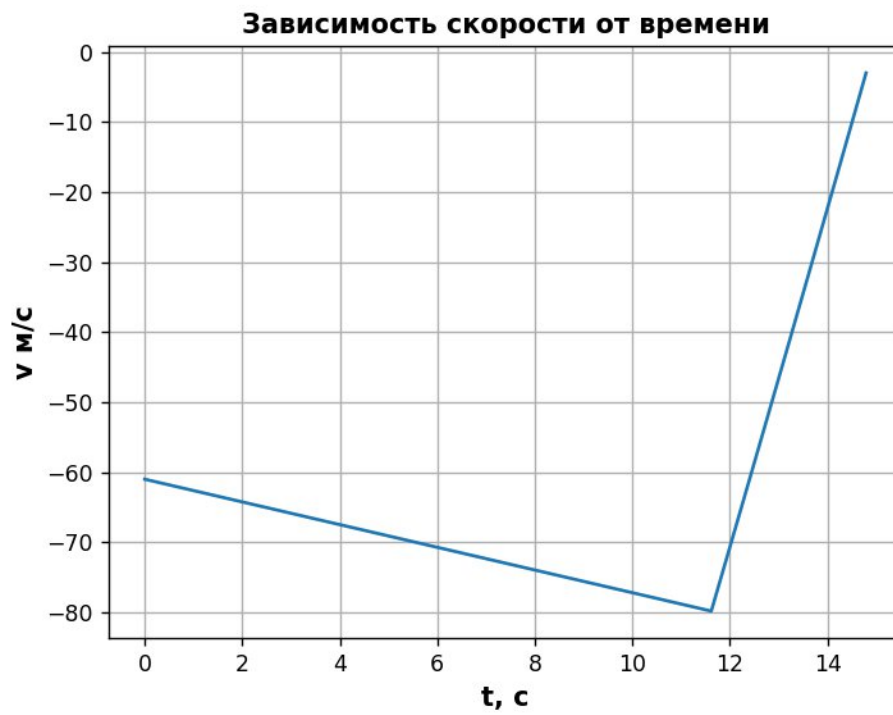
$$M\vec{a} = M\vec{g} + \vec{v}_r\mu \Rightarrow \vec{a}(t) = \frac{(M_0 - \mu t)\vec{g} + \vec{v}_r\mu}{M_0 - \mu t}$$

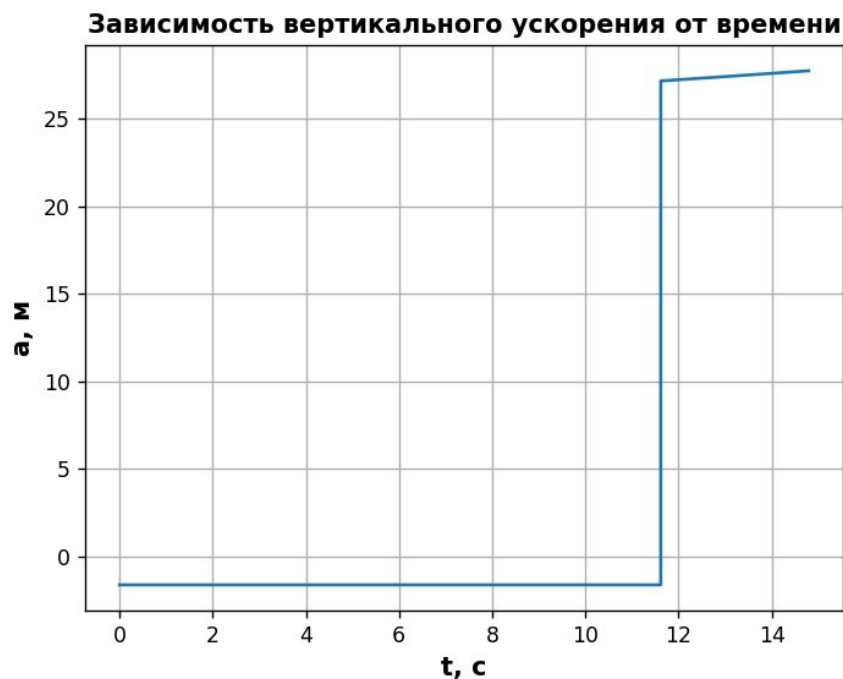
В проекции на вертикальную ось:

$$a(t) = - \frac{((M_0 - \mu t) \vec{g} - \vec{v}_r \mu)}{M_0 - \mu t}$$

(Расчёт в [коде](#))

10. Графики





11. Вывод

В ходе работы была поставлена цель посадить космический корабль на Луну через моделирование полета. Это получилось благодаря решению поставленных задач. Исследование уравнения Мещерского и анализ зависимостей скорости, координаты и вертикального ускорения от времени подтвердили важность точных расчетов.

12. [Код на python](#)