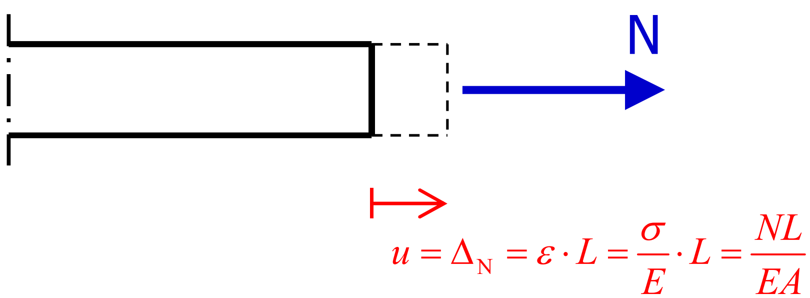
Lastvirkning og deformasjon

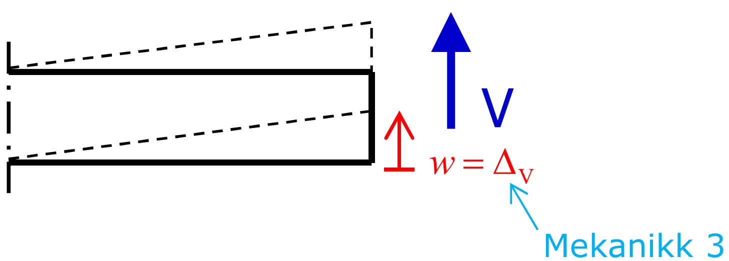
N



Aksialkraft N gir forlengelse eller forkortelse (aksial-deformasjon) av komponenten

Aksialdeformasjonen Δ_N er som regel liten

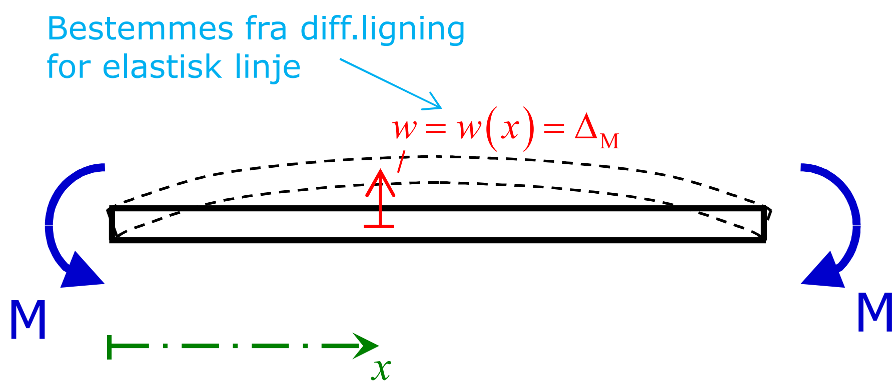
V



Skjærkraft V gir vinkelendring (skjærdeformasjon) i komponenten

Skjærdeformasjonen Δ_V er som regel liten

M



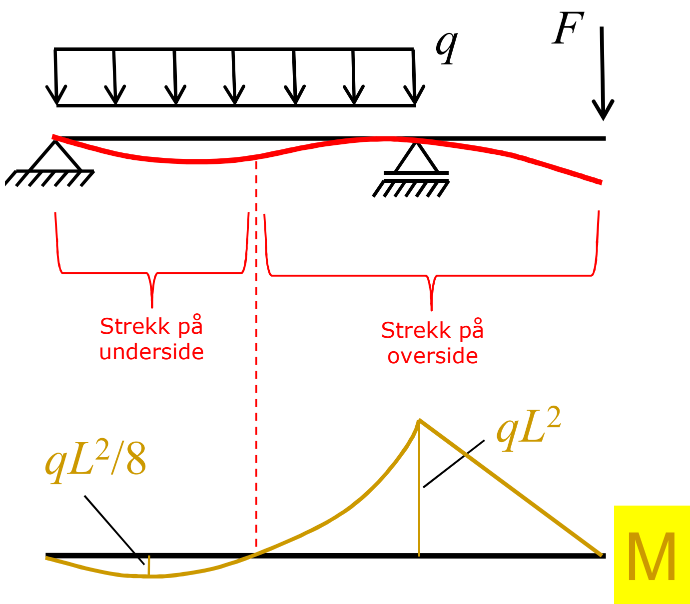
Moment M gir krumning (bøyedeformasjon) i komponenten

Bøyedeformasjonen Δ_M er som regel det <u>dominerende bidraget</u> til samlet utbøyning

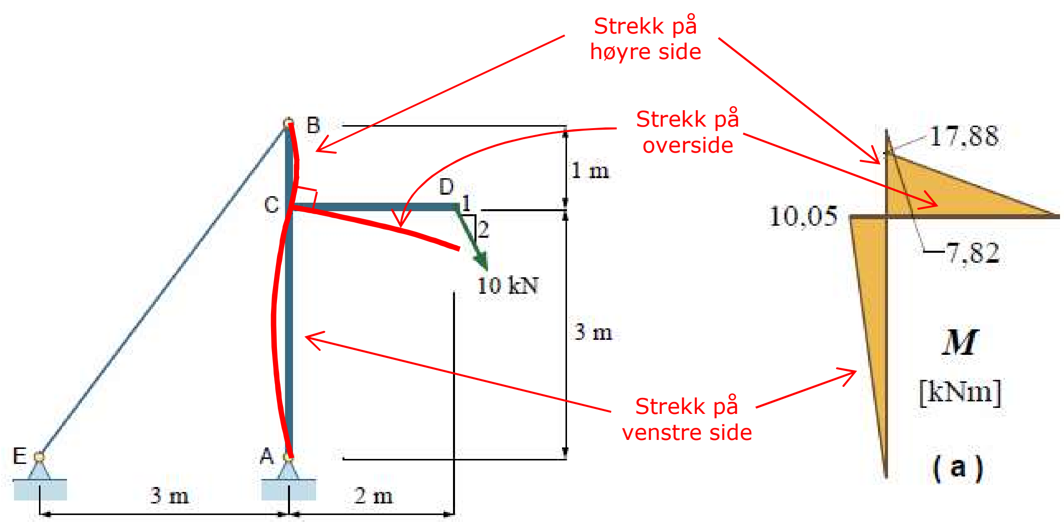
Positiv utbøyningsfunksjon $w = w(x)$ er i positiv z-retning (oppover)

M-diagram og deformasjoner

Fra lysark kap. 6: M-diagrammet gir oss informasjon om krumning og deformasjon



(Eksempel fra forelesning om lastvirkningsdiagram)

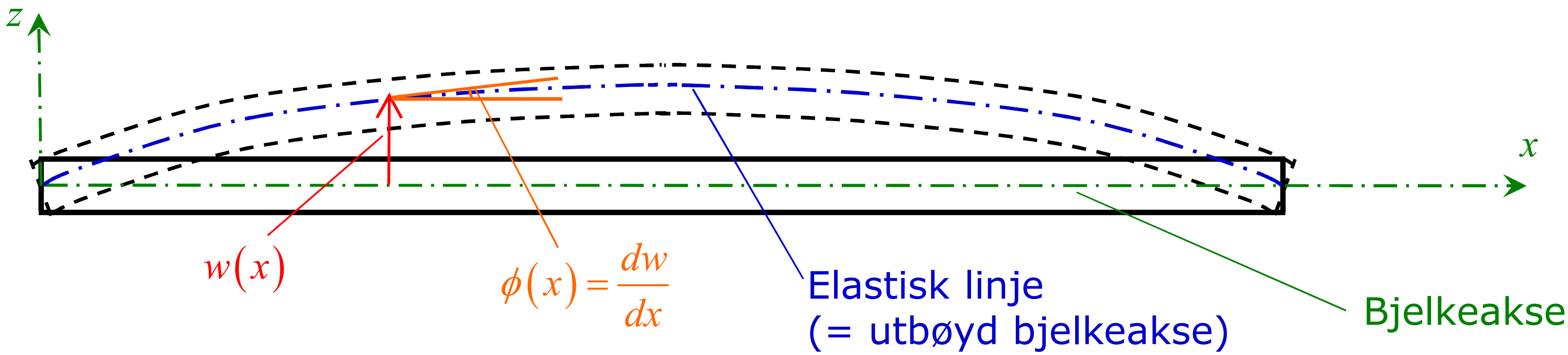


(Eksempel 2-2 fra læreboka *Konstruksjonsmekanikk Del II*)

Moment M gir strekk på den ene siden og trykk på den andre siden av komponentene. Dette resulterer i en <u>krumning</u> av konstruksjonsdelene.

M-diagrammet er utgangspunktet for <u>deformasjonsberegninger</u>

Elastisk linje

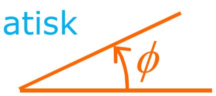


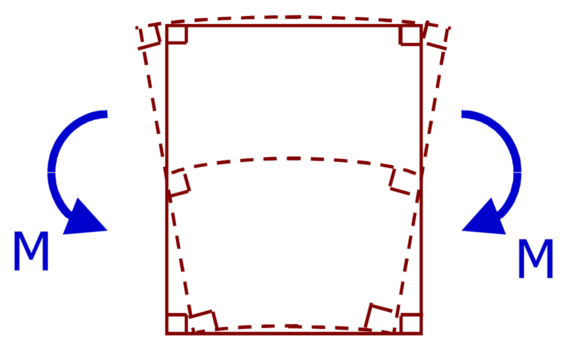
$w(x)$ er utbøyningen (tverrforskyvning) av den elastiske linjen

$\phi(x)$ er helningen (vinkel) til den elastiske linjen

Positiv w i positiv z-retning (oppover)

Positiv ϕ mot urviser (i hht. matematisk definisjon)



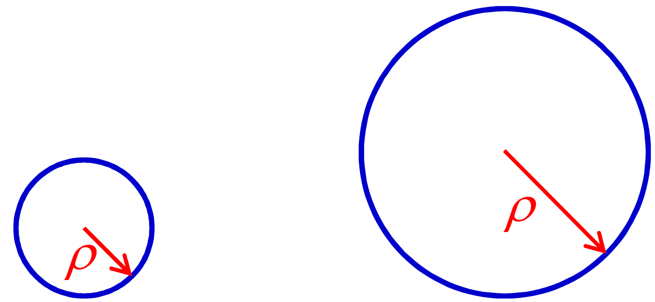


Moment M gir krumning (bøyedeformasjon)

Summasjon av alle krumningsbidragene langs hele komponenten gir total utbøyning

Krumning

Krumning κ er et uttrykk for hvor «krapp» en kurve er.
(Små sirkler er «krappere» enn store.)



Stor krumning κ
Liten radius ρ

Liten krumning κ
Stor radius ρ

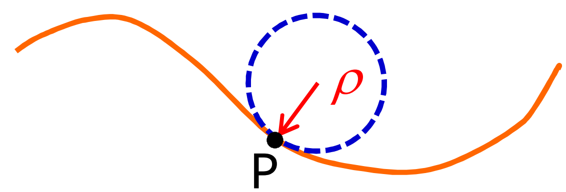
Krumning κ er definert som den inverse av (krumnings)radien ρ:

$$\boxed{\kappa = \frac{1}{\rho}}$$

Enhet for κ er 1/m (eller 1/mm)

Krumning κ for en generell kurve / funksjon:

GEOMETRISK: Krumningen κ i et punkt P bestemmes fra radien ρ til den oskulerende sirkelen i punktet

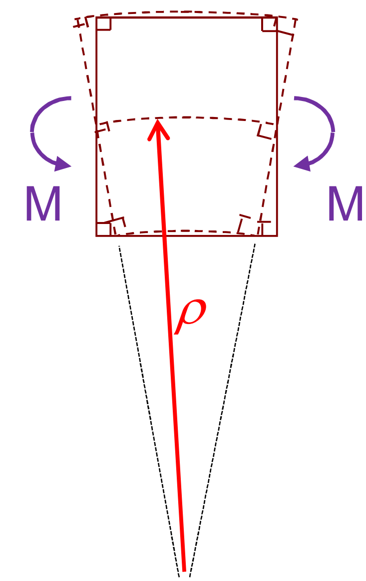


MATEMATISK: Krumningen $\kappa = \kappa(x)$ til en funksjon $w(x)$ beregnes fra:

$$\kappa = \frac{\left|\dfrac{d^2w}{dx^2}\right|}{\left[1+\left(\dfrac{dw}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}$$

Absoluttverdi fordi κ (og ρ) alltid er positiv

Moment-krumningsrelasjonen

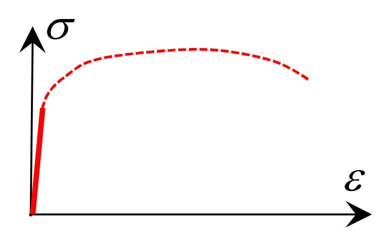


Hypoteser (antagelser) i utledningen av bøyespenningsformelen:

Ⓐ **Naviers (Bernoullis) hypotese**
Plane tverrsnitt forblir plane og ⊥ bjelkeaksen $\Rightarrow$

Ⓑ **Enaksiell spenningstilstand**
Neglisjerer spenninger i y*- og* z*-retning*

Ⓒ **Lineært elastisk materiale**
Hookes lov er gyldig $\Rightarrow$ $\sigma = E\varepsilon$ $\Rightarrow$



Ⓐ + Ⓑ + Ⓒ

og

Likevekt mellom σ og M

$\left(M = \int_A \sigma z dA \right)$

$\Rightarrow$

Moment-krumningsrelasjonen:

$$M = \frac{EI_y}{\rho} \Leftrightarrow \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI_y}$$

Krumning $= \kappa = \dfrac{1}{\rho}$

Diff.ligningen for elastisk linje

Moment-krumningsrelasjonen: $$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI_y}$$

Rottmann (s 173) gir matematisk uttrykk for krumning av en funksjon $w(x)$:

$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{\left|\dfrac{d^2w}{dx^2}\right|}{\left[1+\left(\dfrac{dw}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}$$

Ny hypotese (antagelse):

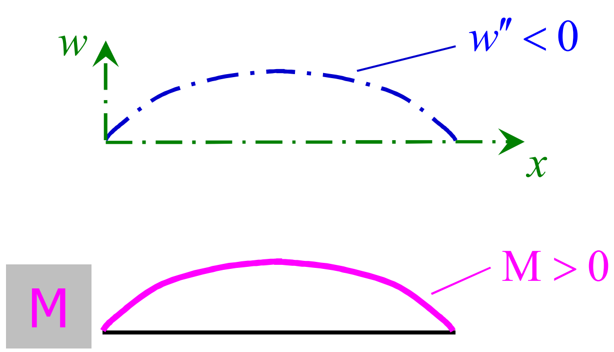
Ⓓ **Små helninger** $\Rightarrow \dfrac{dw}{dx} \ll 1$

$$\Longrightarrow \quad 1+\left(\frac{dw}{dx}\right)^2 \approx 1$$

Konsekvens: Nevneren i Rottmann-uttrykket faller bort ☺

Eliminerer krumningen $\dfrac{1}{\rho}$: $$\left|\frac{d^2w}{dx^2}\right| = \frac{M}{EI_y}$$

Fortegn til argumentet w'' i absoluttverditegnet:



$$\left|\frac{d^2w}{dx^2}\right| = -\frac{d^2w}{dx^2}$$

Minus fordi M > 0 når w'' <0

$\Longrightarrow$

Differensialligningen for elastisk linje:

$$\frac{d^2w}{dx^2} = -\frac{M(x)}{EI_y}$$

Randbetingelser

Diff.ligningen for elastisk linje: $$\frac{d^2w}{dx^2} = -\frac{M(x)}{EI_y} = -\frac{M}{EI}$$

Dobbeltderivert $\Rightarrow$
2. ordens diff.ligning

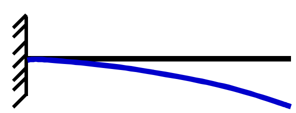
Vanlig skrivemåte. Underforstått:
- M er momentdiagram-funksjonen
- I refererer til relevant bøyningsakse

Den <u>generelle løsningen</u> av en 2. ordens diff.ligning vil være en funksjon $w(x)$ hvor det inngår to integrasjonskonstanter C_1 og C_2.

I den <u>spesielle løsningen</u> for en gitt bjelke må de to konstantene C_1 og C_2 bestemmes fra problemets randbetingelser.

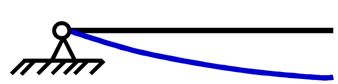
Aktuelle randbetingelser:

FAST INNSPENNING:



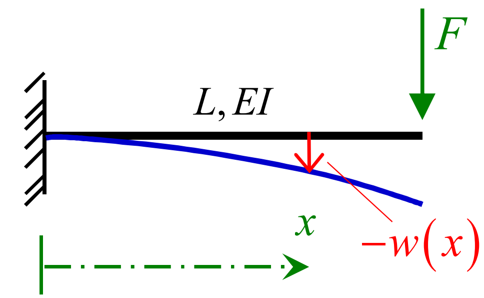
$$\begin{cases} w = 0 \\ \phi = 0 \;\Rightarrow\; w' = 0 \end{cases}$$

LEDDLAGER:



$$w = 0$$

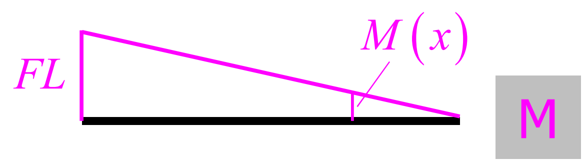
Utkragerbjelke med punktlast



Momentfunksjon: $M(x) = F(L-x)$

Strekk på over-side gir positiv M

$x=0$ i inn-spenning



Diff.ligning: $$\frac{d^2w}{dx^2} = -\frac{M(x)}{EI} = -\frac{F}{EI}(L-x)$$

Integrerer: $$\frac{dw}{dx} = \phi(x) = -\frac{F}{EI}\left(Lx - \frac{1}{2}x^2\right) + C_1$$

$$w(x) = -\frac{F}{EI}\left(\frac{1}{2}Lx^2 - \frac{1}{6}x^3\right) + C_1 x + C_2$$

Innspenning i $x=0$:
$w(0)=0 \quad , \quad \phi(0)=0$

Randbetingelser: $$w(0)=0 \quad \Rightarrow \quad C_2 = 0$$
$$\phi(0)=0 \quad \Rightarrow \quad C_1 = 0$$

Utbøyningsfunksjon: $$w(x) = \frac{FL^3}{6EI}\left(\left(\frac{x}{L}\right)^3 - 3\left(\frac{x}{L}\right)^2\right)$$

Helningsfunksjon: $$\phi(x) = \frac{FL^2}{2EI}\left(\left(\frac{x}{L}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{L}\right)\right)$$

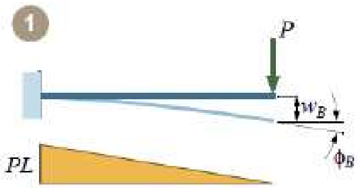
Forskyvning og helning på bjelketupp ($x=L$):

$$|w_{\max}| = \frac{FL^3}{3EI} \qquad |\phi_{\max}| = \frac{FL^2}{2EI}$$

Elementærbjelker (deformasjonsformler)

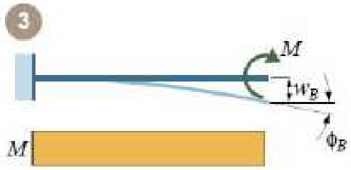
Formelark A3 og A4

1



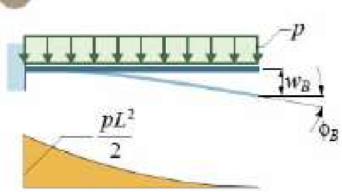
$$w_B = \frac{PL^3}{3EI} \qquad \phi_B = \frac{PL^2}{2EI}$$

3



$$w_B = \frac{ML^2}{2EI} \qquad \phi_B = \frac{ML}{EI}$$

5

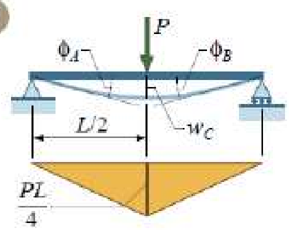


$$w_B = \frac{pL^4}{8EI} \qquad \phi_B = \frac{pL^3}{6EI}$$

10

$$u_B = \frac{PL}{EA}$$

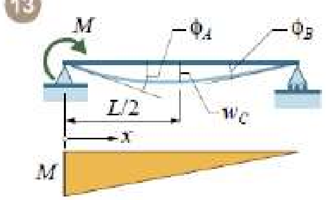
11



$$\phi_A = \phi_B = \frac{PL^2}{16EI}$$

$$w_C = \frac{PL^3}{48EI}$$

13

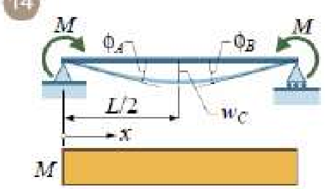


$$\phi_A = \frac{ML}{3EI} \qquad \phi_B = \frac{\phi_A}{2} = \frac{ML}{6EI}$$

$$w(x) = \frac{M(L-x)}{6L \cdot EI}(2Lx - x^2)$$

$$w_C = \frac{ML^2}{16EI}$$

14

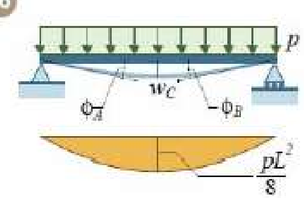


$$\phi_A = \phi_B = \frac{ML}{2EI}$$

$$w(x) = \frac{Mx}{2EI}(L-x)$$

$$w_C = \frac{ML^2}{8EI}$$

16

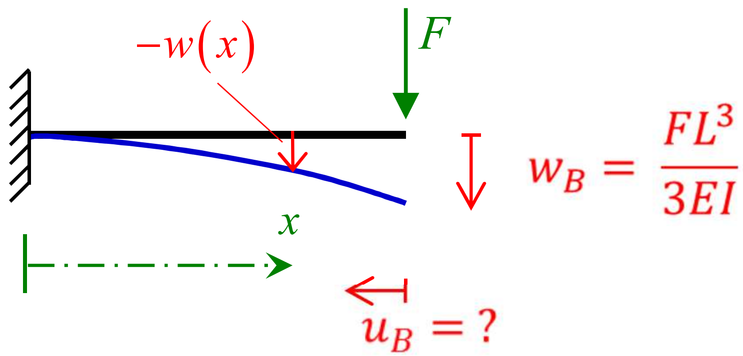


$$\phi_A = \phi_B = \frac{pL^3}{24EI}$$

$$w_C = \frac{5pL^4}{384EI}$$

(Utdrag fra Appendiks C i Bell: *Konstruksjonsmekanikk Del II – Fasthetslære*)

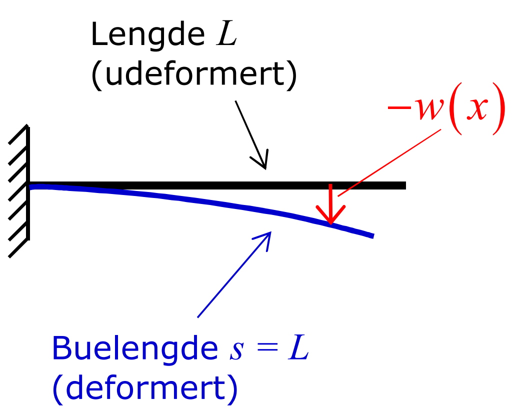
Utkragerbjelke med punktlast



Diff.ligningen for elastisk linje gir informasjon om:

- Tverrforskyvning $w(x)$
- Helning $\phi(x)$

Hva med horisontalforskyvningen u_B?

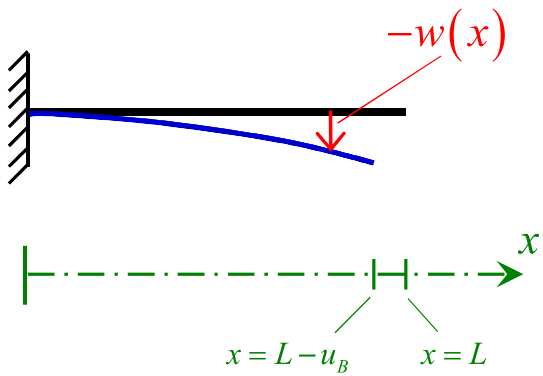


Analyserer problemet med **buelengdeformelen**:

$$s(x) = \int_0^L \sqrt{1 + \left(\frac{dw}{dx}\right)^2}\, dx$$

Hvor: $w(x) = \frac{FL^3}{6EI}\left(\left(\frac{x}{L}\right)^3 - 3\left(\frac{x}{L}\right)^2\right)$

Utkragerbjelke med punktlast



Rekkeutvikling (OK når $w'(x) << 1$):

$$\sqrt{1+t} = 1 + \frac{1}{2}t - \frac{1}{8}t^2 + \frac{3}{48}t^3 - \ldots\ldots \approx 1 + \frac{1}{2}t$$

Nyttig grep for å bli kvitt rotuttrykket i buelengdeformelen!

Buelengde: $$s = \int_0^{L-u_B} \sqrt{1 + \left(\frac{dw}{dx}\right)^2}\, dx$$

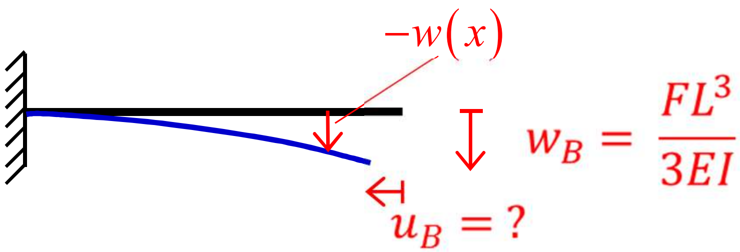
Buelengde (tilnærmet): $$s = \int_0^{L-u_B} \left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{dw}{dx}\right)^2\right) dx = [x]_0^{L-u_B} + \int_0^{L-u_B} \frac{1}{2}\left(\frac{dw}{dx}\right)^2 dx = L - u_B + \int_0^{L-u_B} \frac{1}{2}\left(\frac{dw}{dx}\right)^2 dx = L$$

Antar at $u_B << L$ slik at u_B kan neglisjeres i øvre grense

Pga. $s = L$

Resultat: $$u_B = \int_0^{L-u_B} \frac{1}{2}\left(\frac{dw}{dx}\right)^2 dx \approx \int_0^{L} \frac{1}{2}\left(\frac{dw}{dx}\right)^2 dx$$

Utkragerbjelke med punktlast



$$w(x) = \frac{FL^3}{6EI}\left(\left(\frac{x}{L}\right)^3 - 3\left(\frac{x}{L}\right)^2\right)$$

$$\frac{dw}{dx} = \frac{FL^2}{2EI}\left(\left(\frac{x}{L}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{L}\right)\right)$$

$$u_B = \frac{1}{2}\int_0^L \left(\frac{dw}{dx}\right)^2 dx = \frac{1}{2}\int_0^L \left(\frac{FL^2}{2EI}\left(\left(\frac{x}{L}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{L}\right)\right)\right)^2 dx \;=\; \frac{F^2L^4}{8(EI)^2}\int_0^L \left(\left(\frac{x}{L}\right)^4 - 4\left(\frac{x}{L}\right)^3 + 4\left(\frac{x}{L}\right)^2\right) dx$$

$$= \frac{F^2L^5}{8(EI)^2}\left[\frac{1}{5}\left(\frac{x}{L}\right)^5 - \left(\frac{x}{L}\right)^4 + \frac{4}{3}\left(\frac{x}{L}\right)^3\right]_0^L \;=\; \frac{F^2L^5}{8(EI)^2}\left[\frac{1}{5} - 1 + \frac{4}{3}\right] \;=\; \underline{\frac{F^2L^5}{15(EI)^2}}$$

Omskrivning:

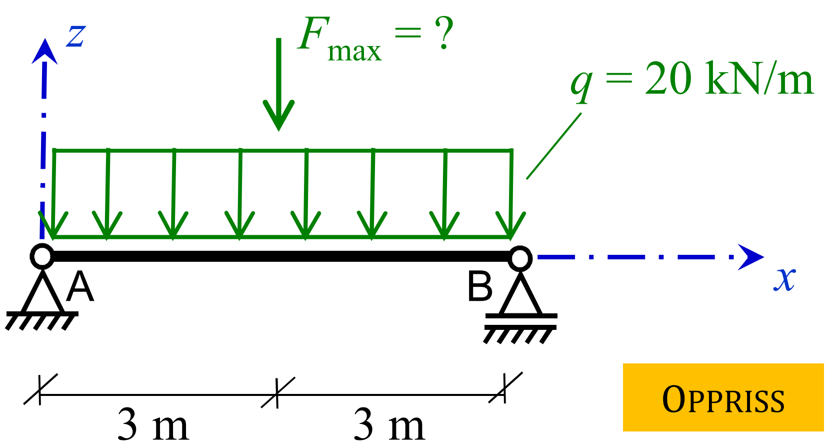
$$u_B = \frac{F^2L^5}{15(EI)^2} = \frac{9}{15}\cdot\frac{FL^3}{3EI}\cdot\frac{FL^3}{3EI}\cdot\frac{1}{L} = \frac{9}{15}\cdot w_B\cdot\frac{w_B}{L}$$

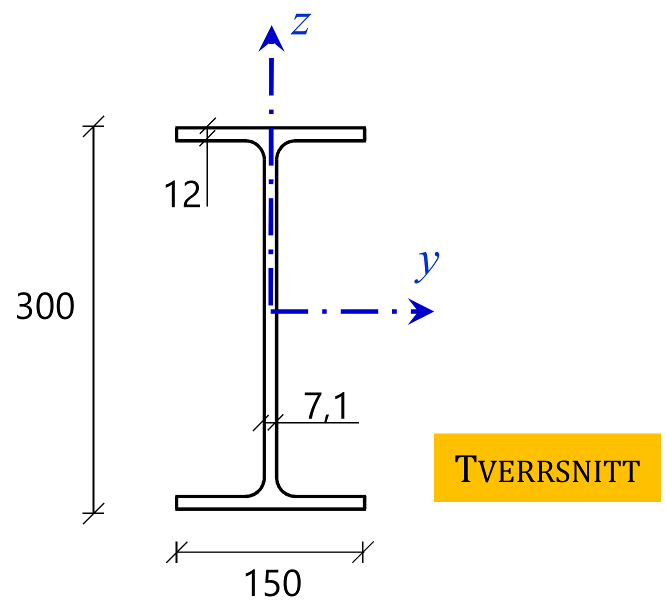
Typisk: $w_B \simeq L/300$

Horisontalforskyvningen u_B av punkt B er i størrelsesorden 1% av tverrforskyvningen w_B.

Kan trygt neglisjere u_B.

Eksempel: Fritt opplagt IPE-bjelke





En fritt opplagt stålbjelke er laget av tverrsnitt IPE 300, og har lengde L = 6 m. Bjelken er påkjent av en jevnt fordelt last q = 20 kN/m samt en punktlast F i midtsnitt. Tverrsnittet er orientert slik at bjelken bøyes om sin sterke akse.
IPE 300 har 2. arealmoment $I = I_y = 83{,}6 \cdot 10^6$ mm^4.

Data for stålmaterialet: Elastisitetsmodul E = 210 000 N/mm^2
Flytespenning f_y = 355 N/mm^2

- Bestem den maksimale punktlasten F som kan påføres uten at maksimal nedbøyning w_{max} overskrider $L/200$. Bruk informasjon fra formelark.
- Har bjelken tilstrekkelig kapasitet mot flytning?

Bjelkens differensialligning

Diff.ligningen for elastisk linje: $$\frac{d^2w}{dx^2} = -\frac{M(x)}{EI}$$

Sammenheng mellom moment og skjærkraft: $$V(x) = \frac{dM}{dx}$$

Sammenheng mellom skjærkraft og lastfunksjon: $$q(x) = -\frac{dV}{dx}$$

$$q(x) = -\frac{d^2M}{dx^2}$$

Bjelkens differensialligning:

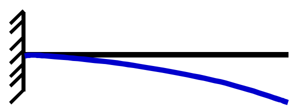
$$\frac{d^2}{dx^2}\left(EI\frac{d^2w}{dx^2}\right) = q(x)$$

Konstant bøyestivhet EI:

$$\frac{d^4w}{dx^4} = \frac{q(x)}{EI}$$

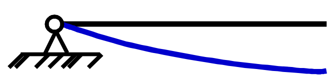
Entydig løsning av en 4. ordens diff.ligning krever 4 randbetingelser.
Kandidater:

FAST INNSPENNING:



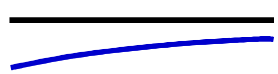
$$\begin{cases} w = 0 \\ \phi = 0 \;\Rightarrow\; w' = 0 \end{cases}$$

LEDDLAGER:



$$\begin{cases} w = 0 \\ M = 0 \;\Rightarrow\; w'' = 0 \end{cases}$$

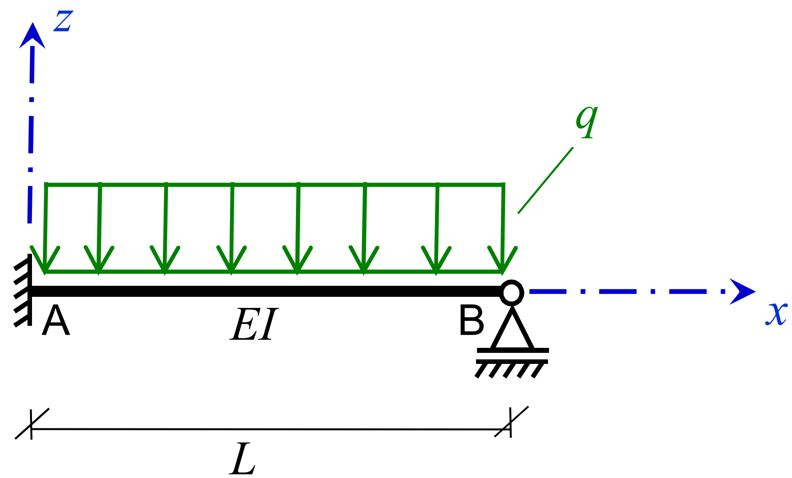
FRI (UBELASTET) ENDE:



$$\begin{cases} M = 0 \;\Rightarrow\; w'' = 0 \\ V = 0 \;\Rightarrow\; w''' = 0 \end{cases}$$

MERK:
I diff.ligningen for en elastisk linje ($w'' = -M(x)/EI$) benyttes kun randbetingelser for w og w', se lysark 7. Årsaken er at momentfunksjonen samt skjærkraften er kjent på forhånd: $M(x)$ er «input» på høyre side

Eksempel: Statisk ubestemt bjelke



Figuren viser en bjelke med lengde L som er fast innspent i punkt A, mens den har glidelager i punkt B. Bjelken er dermed én gang statisk ubestemt. Bjelken er påkjent av en jevnt fordelt last q, og bøyestivheten er EI.

- Løs bjelkens differensialligning, og bestem:
  - Nedbøyningsfunksjonen $w(x)$
  - Helningsfunksjonen $\phi(x)$
  - Momentfunksjonen $M(x)$
  - Skjærkraftfunksjonen $V(x)$

- Bestem lagerreaksjonene ved å bruke formelark (elementærbjelker) og superposisjonsprinsippet

Elementærbjelkemetoden

ELEMENTÆRBJELKER:

- De grunnleggende bjelketilfellene (utkragerbjelker og fritt opplagte bjelker) på formelarkene A3 og A4, evt. Appendiks C i Fasthetslære-boka
- Formelark relaterer tverrforskyvning w og vinkel ϕ til M-diagram og randbetingelser
- Formler er basert på løsning av diff.ligningen $\dfrac{d^2w}{dx^2} = -\dfrac{M(x)}{EI}$

Krumning $\kappa = -M/EI$
gir deformasjon!

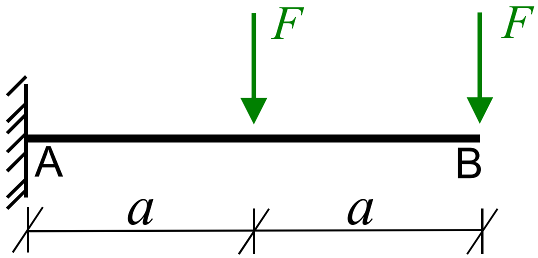
ELEMENTÆRBJELKEMETODEN:

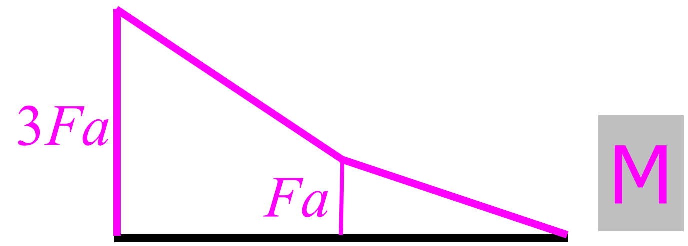
Elementærbjelkene (formelarkene) benyttes til å beregne deformasjoner i sammensatte konstruksjoner og/eller hvis det virker flere laster på systemet. Strategi:

1. Beregn og tegn M-diagram for systemet, gjerne separat M-diagram pga. hver last. (M gir krumning!)
2. Identifiser elementærbjelker. Vær OBS på at de kan være speilvendt. Viktig:
   - $\Rightarrow$ Randbetingelser
   - $\Rightarrow$ M-diagram (kan dekomponeres / splittes opp!)
3. Formelark gir forskyvninger og vinkler.
4. Summerer bidrag (superposisjon). Vær OBS på «overføring» av vinkler fra én komponent til nabokomponenten!

Elementærbjelkemetoden forutsetter at superposisjonsprinsippet er gyldig

Eksempel: Utkrager med to punktlaster





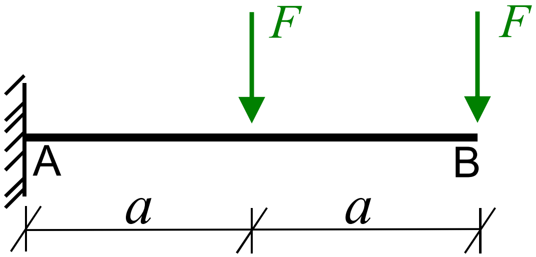
En utkragerbjelke AB er påkjent av to punktlaster F, se figuren. Bjelken har lengde $2a$ og bøyestivhet EI. Momentdiagrammet er gitt i høyre del av figuren.

Bestem nedbøyningen w_{B} av punkt B ved bruk av formelark og superposisjons-prinsippet. Problemet kan angripes på to forskjellige måter:

- Legg sammen bidragene til nedbøyning pga. hver av de to punktlastene F.
- Dekomponer momentdiagrammet i bidrag som er dekket av formelark A3.

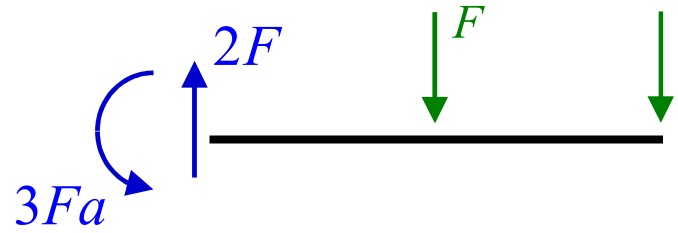
Problemet er analysert ved å løse differensialligningen på de neste tre lysarkene

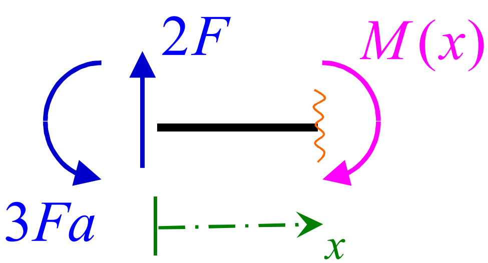
Utkragerbjelke med to punktlaster



$$\sum F_z = 0$$

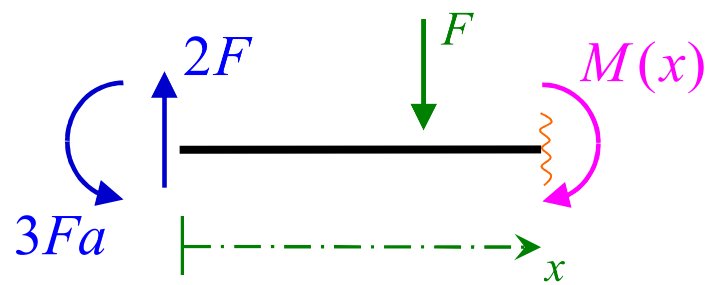
$$\sum M_A = 0$$





$0 \leq x < a$

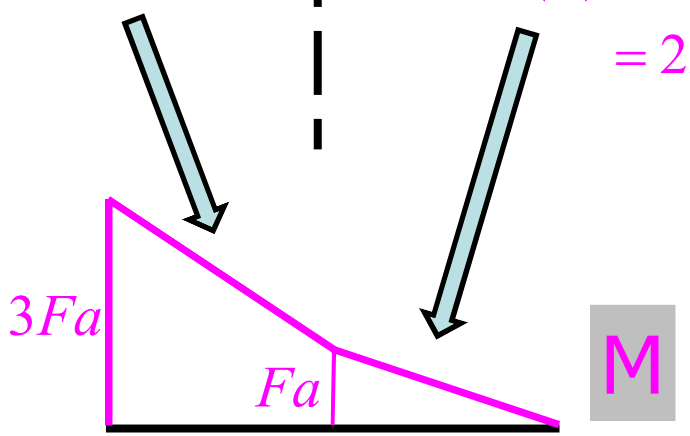
$$M(x) = 3Fa - 2Fx$$



$a \leq x < 2a$

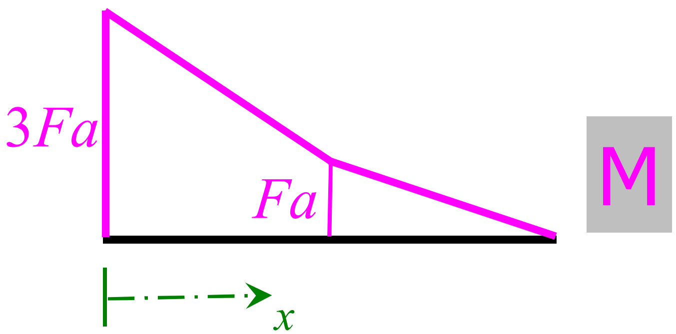
$$M(x) = 3Fa - 2Fx + F(x-a)$$

$$= 2Fa - Fx$$



Funksjonen $M(x)$ er <u>positiv</u> på oversiden, som er strekk-siden for dette problemet

Utkragerbjelke med to punktlaster



$$M(x) = \begin{cases} 3Fa - 2Fx\,; & 0 \le x < a \\ 2Fa - Fx\,; & a \le x < 2a \end{cases}$$

Løsning av diff.ligningen for **venstre** del av bjelken: $(0 \le x < a)$

Diff.ligning: $$\frac{d^2w}{dx^2} = -\frac{M(x)}{EI} = \frac{F}{EI}(2x - 3a) = \frac{Fa}{EI}\left(2\left(\frac{x}{a}\right) - 3\right)$$

Integrerer: $$\frac{dw}{dx} = \phi(x) = \frac{Fa^2}{EI}\left(\left(\frac{x}{a}\right)^2 - 3\left(\frac{x}{a}\right)\right) + C_1$$

$$w(x) = \frac{Fa^3}{EI}\left(\frac{1}{3}\left(\frac{x}{a}\right)^3 - \frac{3}{2}\left(\frac{x}{a}\right)^2\right) + C_1 x + C_2$$

Randbetingelser:

$$w(0) = 0 \quad \Rightarrow \quad C_2 = 0$$

$$\phi(0) = 0 \quad \Rightarrow \quad C_1 = 0$$

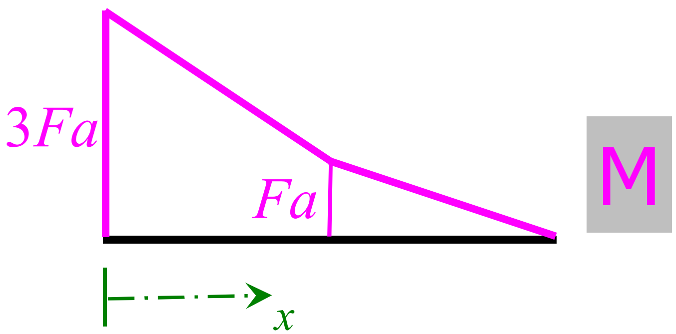
Utbøyning: $$w(x) = \frac{Fa^3}{6EI}\left(2\left(\frac{x}{a}\right)^3 - 9\left(\frac{x}{a}\right)^2\right) \quad \Rightarrow \quad w(a) = -\frac{7}{6}\frac{Fa^3}{EI}$$

Helning: $$\phi(x) = \frac{Fa^2}{EI}\left(\left(\frac{x}{a}\right)^2 - 3\left(\frac{x}{a}\right)\right) \quad \Rightarrow \quad \phi(a) = -2\frac{Fa^2}{EI}$$

Benyttes som randbetingelser for høyre del

HUSK: Positiv w oppover
Positiv ϕ mot urviser

Utkragerbjelke med to punktlaster



$$M(x) = \begin{cases} 3Fa - 2Fx\,; & 0 \le x < a \\ 2Fa - Fx\,; & a \le x < 2a \end{cases}$$

Løsning av diff.ligningen for **høyre** del av bjelken: $(a \le x < 2a)$

Diff.ligning: $$\frac{d^2w}{dx^2} = -\frac{M(x)}{EI} = \frac{F}{EI}(x-2a) = \frac{Fa}{EI}\left(\left(\frac{x}{a}\right)-2\right)$$

Integrerer: $$\frac{dw}{dx} = \phi(x) = \frac{Fa^2}{EI}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{x}{a}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{a}\right)\right) + C_1$$

$$w(x) = \frac{Fa^3}{EI}\left(\frac{1}{6}\left(\frac{x}{a}\right)^3 - \left(\frac{x}{a}\right)^2\right) + C_1 x + C_2$$

Randbetingelser (fra $x = a$ i venstre del):

$$\phi(a) = -2\frac{Fa^2}{EI} \Rightarrow C_1 = -\frac{1}{2}\frac{Fa^2}{EI}$$

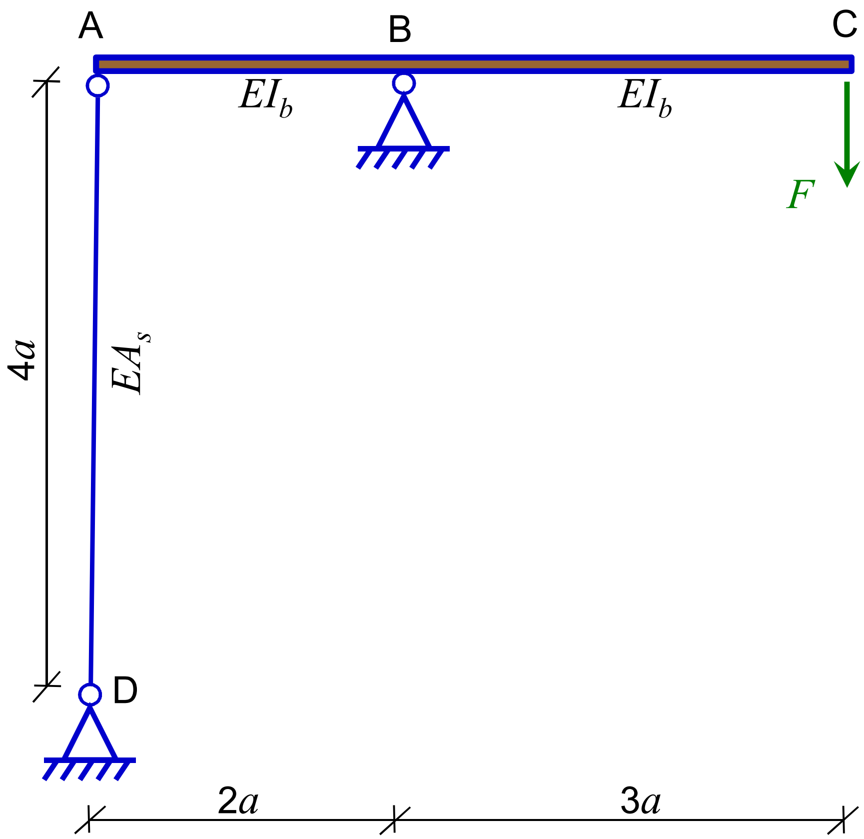
$$w(a) = -\frac{7}{6}\frac{Fa^3}{EI} \Rightarrow C_2 = \frac{1}{6}\frac{Fa^3}{EI}$$

Utbøyning: $$w(x) = \frac{Fa^3}{6EI}\left(\left(\frac{x}{a}\right)^3 - 6\left(\frac{x}{a}\right)^2 - 3\left(\frac{x}{a}\right) + 1\right) \Rightarrow w(2a) = -\frac{7}{2}\frac{Fa^3}{EI}$$

Helning: $$\phi(x) = \frac{Fa^2}{2EI}\left(\left(\frac{x}{a}\right)^2 - 4\left(\frac{x}{a}\right) - 1\right) \Rightarrow \phi(2a) = -\frac{5}{2}\frac{Fa^2}{EI}$$

Tverrforskyvning og helning på tuppen av bjelken med to punktlaster

Eksempel: Trebjelke med Al-strekkstag



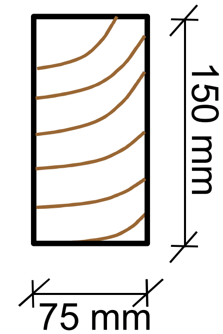
- Beregn nedbøyning i punkt C. Bruk formelark
- I en statisk modell av <u>bjelken</u> ABC kan staget erstattes av en fjær med stivhet k. Beregn k
- Beregn maksimal normalspenning

Bjelke:

Rektangulær 3″×6″ av tre

E_b = 10 000 N/mm²

f_b = 25 N/mm²

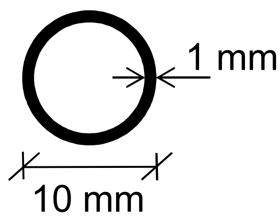


Stag:

Rør Ø10 (t = 1 mm) av aluminium

E_s = 70 000 N/mm²

f_y = 200 N/mm²

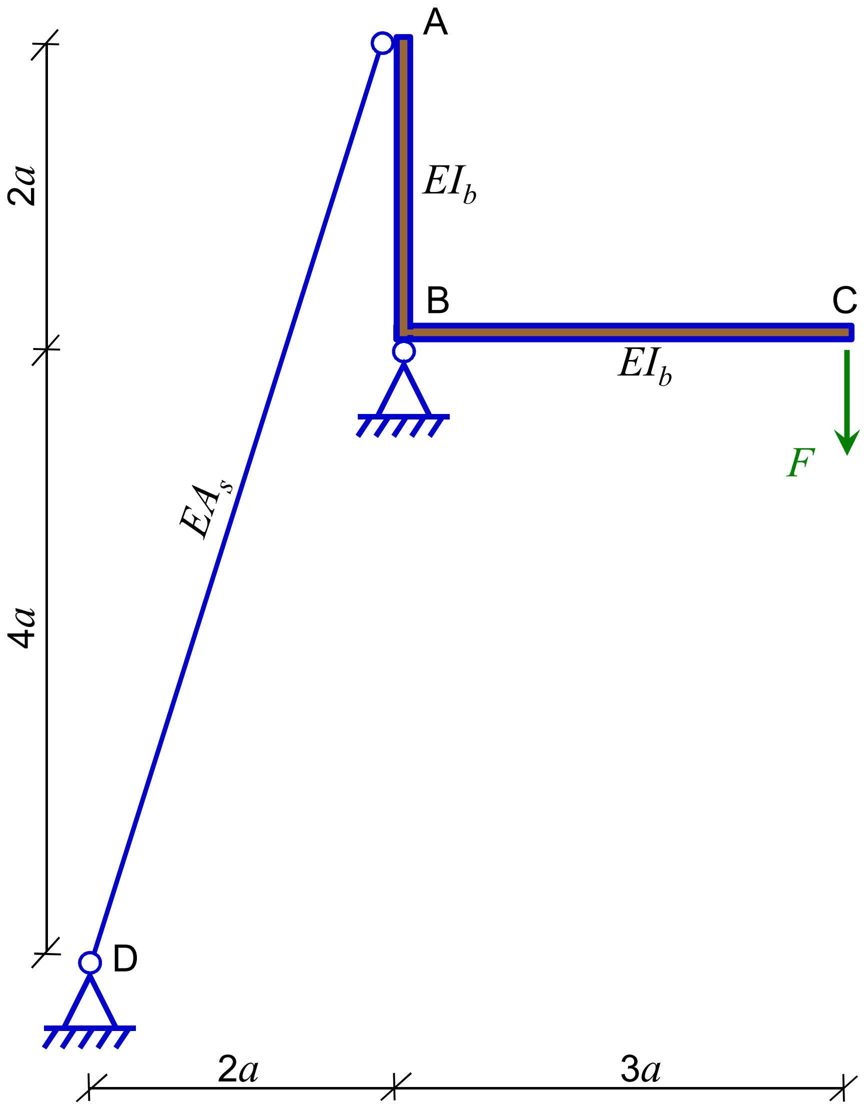


System:

F = 1200 N

a = 1 m

Eksempel: Trebjelke med Al-strekkstag

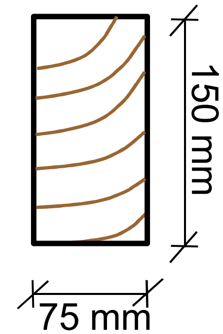


- Beregn nedbøyning i punkt C

Bjelke:

Rektangulær 3″×6″ av tre

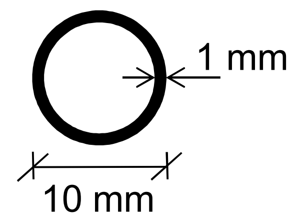
E_b = 10 000 N/mm²
f_b = 25 N/mm²



Stag:

Rør Ø10 (t = 1 mm)
av aluminium

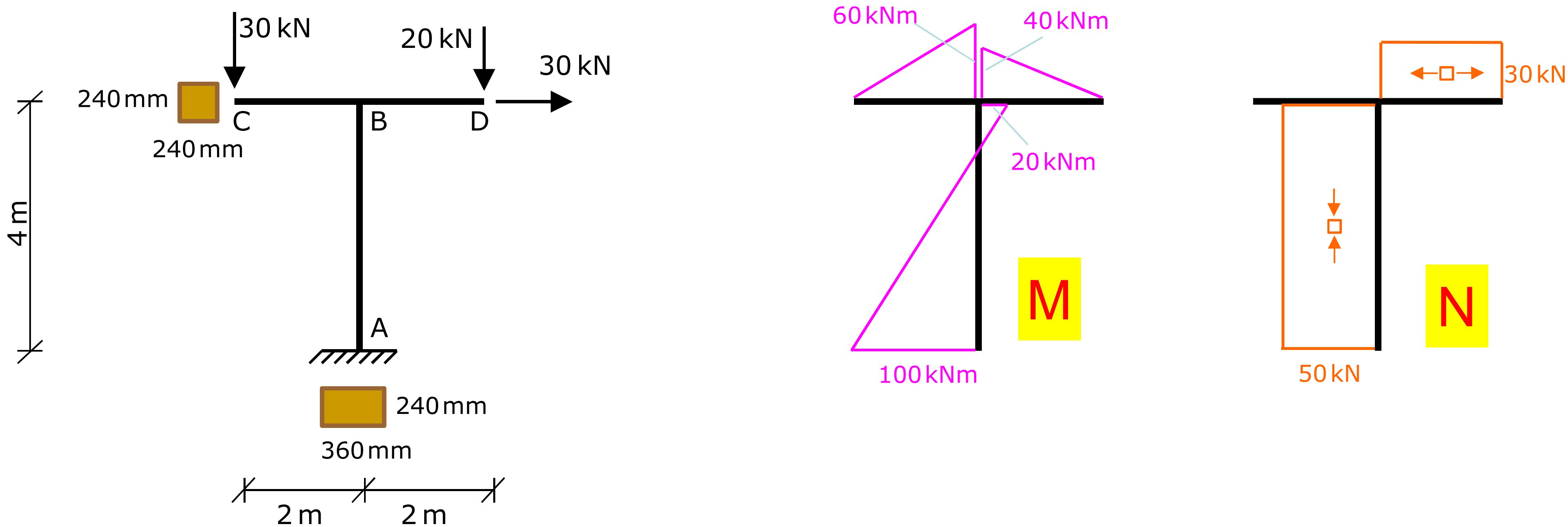
E_s = 70 000 N/mm²
f_y = 200 N/mm²



System:

F = 1200 N
a = 1 m

Eksempel: Kraftledningsmast

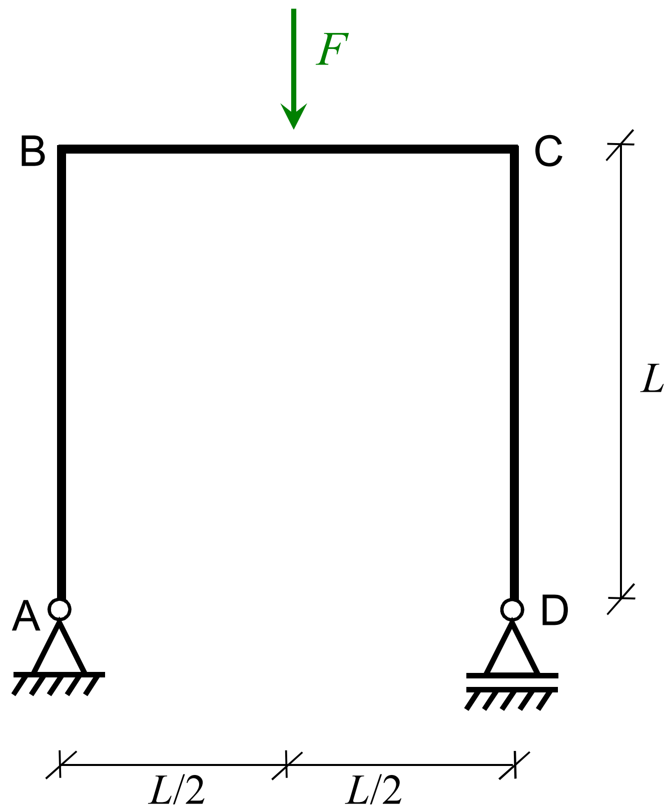


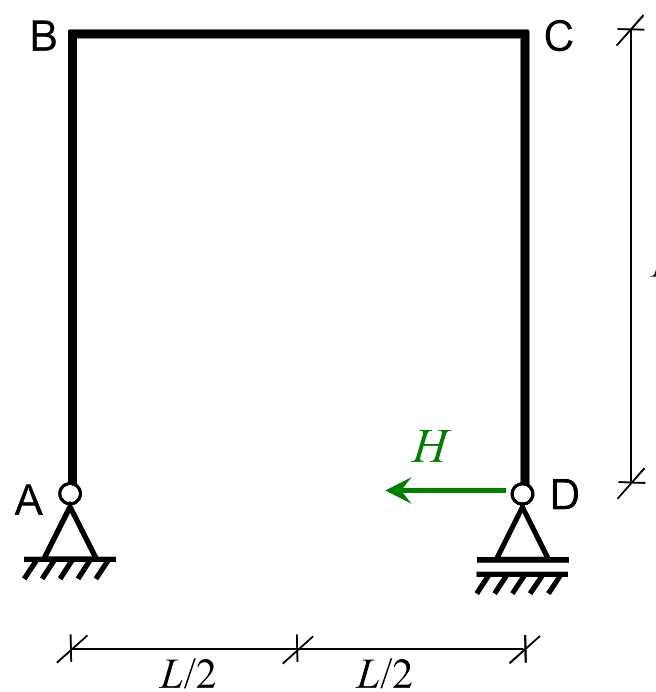
Figuren viser den T-formede kraftledningsmasten som er behandlet i flere tidligere eksempler. Lastvirkningsdiagram er gitt til høyre i figuren. Masten er laget av limtre. Dimensjoner og orientering av tverrsnittet framgår av figuren. Limtreet har elastisitetsmodul E = 10 000 N/mm^2.

Regn ut vertikalforskyvningen Δ_D av punkt D:

- Ta kun hensyn til bøyedeformasjoner i beregningen
- Inkluder både bøyedeformasjoner og aksialdeformasjoner

Eksempel: Portalramme





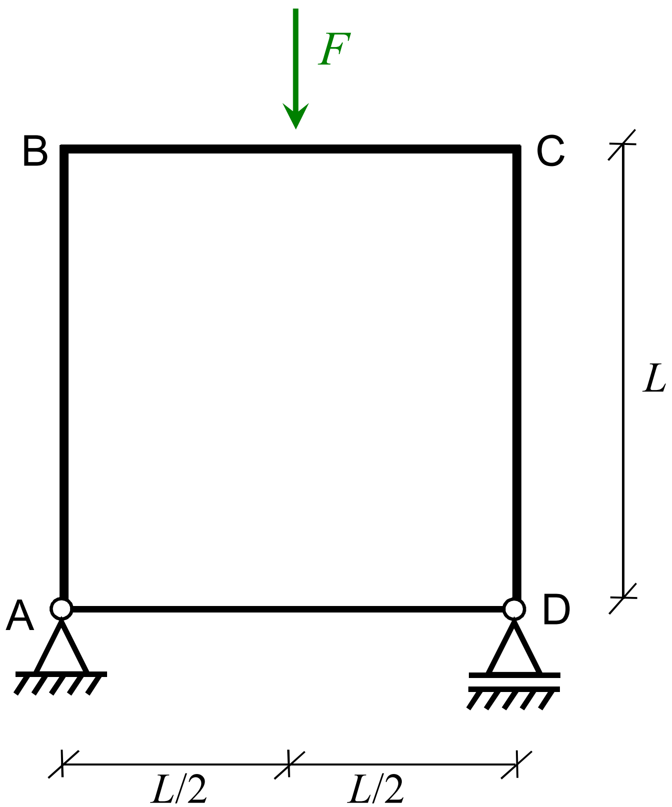
Den venstre figuren viser en portal-ramme ABCD med en punktlast F midt på rigelen BC. Alle ramme-deler har bøyestivhet EI.

Bestem horisontalforskyvningen Δ_D av punkt D.

I den høyre figuren er portalrammen belastet med en horisontal kraft H i punkt D. For øvrig er rammen uendret.

Bestem horisontalforskyvningen Δ_D av punkt D.

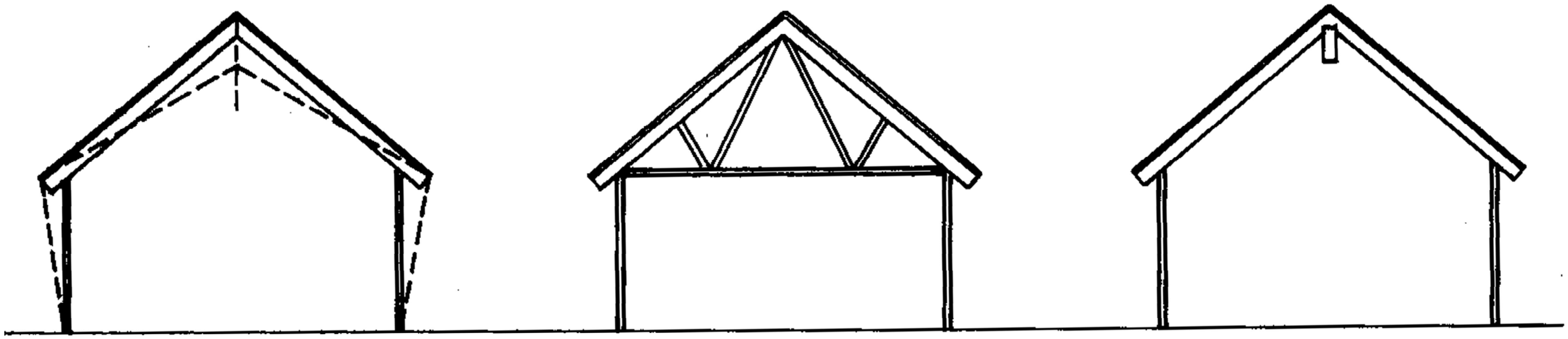
Eksempel: Portalramme med strekkbånd

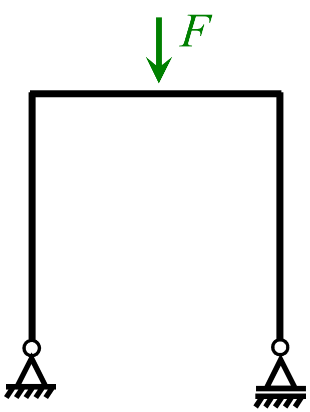


Portalrammen i figuren er påkjent av en punktlast F midt på rigelen. For å unngå at søylene «spriker», dvs. at punkt D forskyves mot høyre, er rammen forsterket med et strekkbånd AD. Anta at strekkbåndet har uendelig stor aksialstivhet EA.

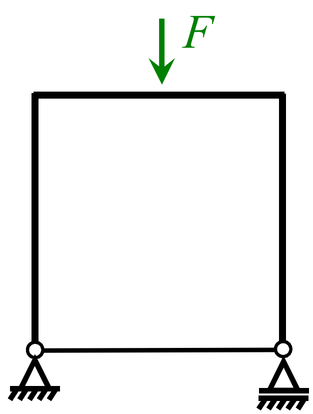
Bestem kraften N_{AD} i strekkbåndet.

Horisontale forskyvninger i rammer

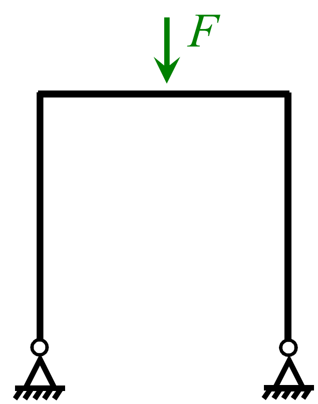




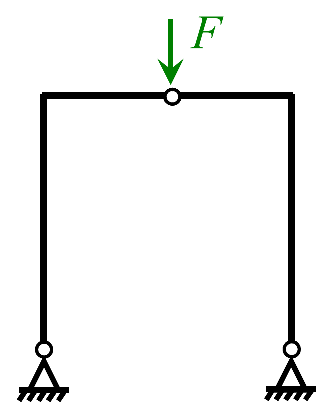
Høyre søyle
har glidelager



Strekkbånd
begrenser
forskyvning



Uforskyvelige lager,
men horisontale
krefter på
fundamenter



Uforskyvelige lager,
men horisontale
krefter på
fundamenter

Skråkabelbruer

Bhumibol-brua
Bangkok

Chirajara-brua (før kollaps 15. januar 2018)
Columbia