

MÈTODES NUMÈRICS I

Grau de Matemàtiques. Curs 2020-21. Semestre de tardor

Pràctica 1: Estudi d'errors

1.- És ben conegut que la sèrie harmònica, $\sum \frac{1}{n}$, és divergent. En aquest apartat farem tots els programes usant variables **float**.

- a) Fes un programa que vagi calculant la suma de la sèrie harmònica, terme a terme. Si diem

$$s_n = \sum_{i=1}^n \frac{1}{i},$$

el programa hauria de parar quan $s_{n-1} = s_n$. Creieu que el programa parará? Per què? A quin valor de n para?

- b) Suma la sèrie harmònica en ordre invers, començant pel valor de n de l'apartat anterior? Dona el mateix resultat? Per què?

2.- Volem calcular els 50 primers termes de la successió definida per

$$\begin{aligned} x_0 &= 0.01, \\ x_{n+1} &= x_n + 3x_n(1 - x_n), \quad n \geq 0. \end{aligned}$$

- a) Fes dos programes que escriguin la taula, el primer usant variables de tipus **float** i el segon variables de tipus **double**. Compara el resultats.
- b) Nota que, per calcular els termes de la successió, fem $x_{n+1} = f(x_n)$, on $f(x) = x + 3x(1 - x)$. En aquest apartat has d'usar la fórmula de propagació de l'error per veure com es propaga l'error a mida que fem les iteracions. L'error de partida és l'error en que representem 0.01 a l'ordinador, és a dir $0.01 \times (1.19 \times 10^{-7})$ per a les variables **float** i $0.01 \times (2.22 \times 10^{-16})$ per a les variables **double**. Quina és l'estimació de l'error que pots donar per a x_{50} en els dos casos?
- c) Sigui $g(x) = 4x - 3x^2$ una altra representació per a la funció $f(x)$. Fes un altre programa que, treballant amb variables **double**, escrigui les taules per $x_{n+1} = f(x_n)$ i $x_{n+1} = g(x_n)$. Són iguals? Tenen la mateixa precisió?

3.- Volem tabular la funció

$$f(x) = \frac{x - \sin x}{x^3},$$

en el rang $-0.001 \leq x \leq 0.001$.

- a) Usa **GNUPLOT** per dibuixar aquesta funció a l'interval $[-0.001 : 0.001]$ (recorda que, un cop dins **GNUPLOT**, cal fer **set xrange [-0.001:0.001]** per restringir a aquest interval el **plot** posterior). Et sembla correcte el dibuix?
- b) Busca un algorisme alternatiu per avaluar aquesta funció, amb error per sota de 10^{-15} quan $|x| \leq 0.001$.
- c) Fes un programa que faci una taula de valors de la funció segons l'algorisme anterior, i dibuixa aquesta taula amb **GNUPLOT**. Quin error té el gràfic de l'apartat a)?