

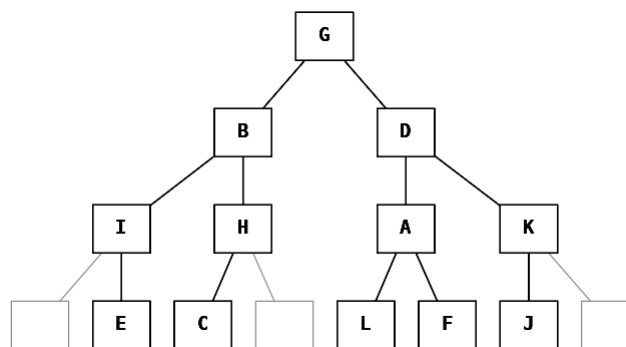
## Première partie (10 points)

Dans tout le sujet, on suppose qu'on a à notre disposition deux classes `Pile` et `File` dont les instances sont munies des traditionnelles méthodes `est_vide`, `empiler/enfiler` et `depiler/defiler`.

## Exercice 1 (5 points)

On rappelle qu'une façon de représenter un arbre binaire en mémoire est d'utiliser une liste en respectant quelques règles :

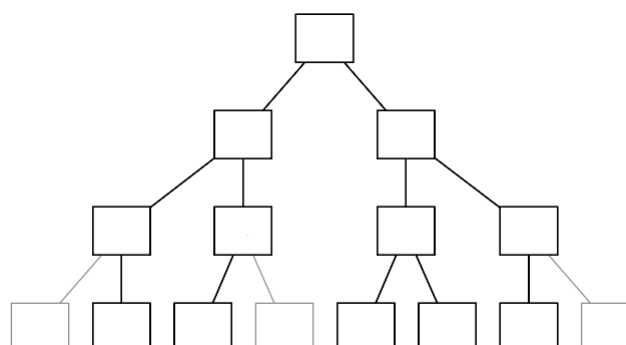
- si  $h$  désigne la hauteur de l'arbre binaire (en considérant qu'un arbre réduit à sa racine est de hauteur 1), alors la longueur du tableau est  $2^{*h}$ ,
- l'indice 0 du tableau n'est pas utilisé, on y stocke la valeur `None`,
- la racine de l'arbre est placée à l'indice 1,
- l'enfant gauche (s'il existe) du nœud stocké à l'indice  $k$  est stocké à l'indice  $2*k$ ,
- l'enfant droit (s'il existe) du nœud stocké à l'indice  $k$  est stocké à l'indice  $2*k + 1$ ,
- lorsqu'un nœud n'a pas d'enfant gauche et/ou d'enfant droit, on stocke `None` à l'indice correspondant.



1. Représenter par une liste l'arbre binaire ci-dessus. Les indices des éléments de la liste sont indiqués.

Liste																
Indices	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

- 2.
- Rappeler le principe d'un parcours d'arbre en largeur.
  - Donner l'ordre dans lequel les nœuds de l'arbre ci-dessus sont parcourus lors d'un parcours en largeur.
- 3.
- Rappeler le principe d'un parcours d'arbre en profondeur infixe.
  - Donner l'ordre dans lequel les nœuds de l'arbre ci-dessus sont parcourus lors d'un parcours en profondeur infixe.
- 4.
- Justifier que l'arbre précédent n'est pas un arbre binaire de recherche.
  - Placer dans l'arbre ci-dessous les mêmes étiquettes que dans l'arbre précédent, en faisant en sorte que l'arbre devienne un arbre binaire de recherche.



## Exercice 2 (5 points)

On donne la définition de deux classes Noeud et ArbreBinaire.

```
1 class Noeud:
2     def __init__(self, etiquette, gauche=None, droit=None):
3         """
4         Crée une instance de la classe Noeud.
5         - Entrées : etiquette (type quelconque)
6                     gauche, droit (instances de la classe Noeud, ou None si pas d'enfant)
7         """
8         self.etiquette = etiquette
9         self.gauche = gauche
10        self.droit = droit
11
12    def est_feuille(self):
13        return self.gauche is None and self.droit is None
14
15 class ArbreBinaire:
16     def __init__(self, racine):
17         """
18         Crée une instance de la classe ArbreBinaire.
19         - Entrée : racine (instance de la classe Noeud, ou None pour un arbre vide)
20         """
21        self.racine = racine
22
23    def est_vide(self):
24        return self.racine is None
25
26    def sa_gauche(self):
27        return ArbreBinaire(self.racine.gauche)
28
29    def sa_droit(self):
30        return ArbreBinaire(self.racine.droit)
31
32    def est_feuille(self):
33        return self.racine.est_feuille()
```

1. Écrire les spécifications manquantes. Pour les méthodes de la classe ArbreBinaire, préciser celle(s) qui provoque(nt) une erreur en cas d'appel sur un arbre binaire vide.

2. Dessiner l'arbre suivant :

```
arbre = ArbreBinaire(Noeud(10, Noeud(3, Noeud(0), Noeud(7, Noeud(5, None, Noeud(6))), None)), None))
```

3. Justifier qu'il s'agit d'un arbre binaire de recherche.

4. Sur le dessin de la question précédente, insérer successivement dans l'arbre binaire de recherche les valeurs 1, 9 et 8, dans cet ordre.

5. **BONUS :** Redessiner l'arbre binaire de recherche de la question précédente, après avoir retiré les valeurs 9 et 6, dans cet ordre.

## Seconde partie (10 points)

Copier sur le bureau le fichier `devoir5.zip` depuis le dossier `Devoir` du réseau.

Lorsque vous aurez terminé, vous renommerez votre fichier `nom_prenom.ipynb` et vous le déposerez dans le dossier `Rendu` du réseau. Attention, une fois déposé dans Rendu, votre travail n'est plus modifiable.