Προσομοίωση και Μοντελοποίηση Δυναμικών Συστημάτων

Εργασία 2

Εκτίμηση Άγνωστων Παραμέτρων - Μέθοδοι Πραγματικού Χρόνου
Μέθοδος Κλίσης, Μέθοδος Lyapunov

9 Απριλίου 2025

Θέμα 1 (5 μονάδες)

Θεωρήστε το σύστημα μάζας-ελατηρίου-αποσβεστήρα με εξωτερική δύναμη, η εξίσωση του οποίου δίνεται από την σχέση:

$$m\ddot{x}(t) + b\dot{x}(t) + kx(t) = u(t), \tag{1}$$

όπου $x(t)$ [m] η μετατόπιση, $m > 0$ η μάζα, $b > 0$ ένας σταθερός συντελεστής απόσβεσης, $k > 0$ η σταθερά του ελατηρίου, και $u(t)$ η εξωτερική δύναμη. Θεωρήστε για τα πειράματά σας ότι $m = 1.315$, $b = 0.225$ και $k = 0.725$. Θεωρήστε επίσης πως οι καταστάσεις $x(t)$, $\dot{x}(t)$ και η είσοδος $u(t)$ είναι μετρήσιμα.

α) Να σχεδιάσετε εκτιμητή πραγματικού χρόνου των άγνωστων παραμέτρων m, b και k με τη μέθοδο κλίσης θεωρώντας i) $u(t) = 2.5$ και ii) $u(t) = 2.5\sin(t)$, $\forall t \geq 0$. Να εκτελέστε διάστημα προσομοίωσης 20 [sec] με κατάλληλο βήμα ολοκλήρωσης για ακριβή αποτελέσματα, και να δημιουργήστε τις γραφικές παραστάσεις των $x(t)$, $\hat{x}(t)$ και της διαφοράς $e_x(t) = x(t) - \hat{x}(t)$, καθώς και των εκτιμήσεων $\hat{m}(t)$, $\hat{b}(t)$ και $\hat{k}(t)$ των m, b και k, αντίστοιχα. Να σχολιάστε τα αποτελέσματα.

β) Για το ίδιο πρόβλημα να σχεδιάσετε εκτιμητή πραγματικού χρόνου των άγνωστων παραμέτρων i) παράλληλης δομής και ii) μεικτής δομής με τη μέθοδο Lyapunov θεωρώντας $u(t) = 2.5\sin(t)$, $\forall t \geq 0$. Να δημιουργήστε τις γραφικές παραστάσεις των $x(t)$, $\hat{x}(t)$ και της διαφοράς $e_x(t) = x(t) - \hat{x}(t)$, καθώς και των εκτιμήσεων $\hat{m}(t)$, $\hat{b}(t)$ και $\hat{k}(t)$ των m, b και k, αντίστοιχα. Να σχολιάστε τα αποτελέσματα.

γ) Να επαναλάβετε τη διαδικασία του ερωτήματος (β) θεωρώντας ότι η έξοδος $x(t)$ μετριέται με θόρυβο $\eta(t) = \eta_0 \sin(2\pi f_0 t)$, $\forall t \geq 0$, με $\eta_0 = 0.25$ και $f_0 = 20$. Να συγκριθούν τα αποτελέσματα με και χωρίς θόρυβο. Να μελετηθεί η επίδραση της μεταβολής του πλάτους η_0 του θορύβου στην ακρίβεια των εκτιμώμενων παραμέτρων. Να δημιουργηθούν γραφήματα που να δείχνουν το σφάλμα εκτίμησης των παραμέτρων σε συνάρτηση με το πλάτος του θορύβου.

Θέμα 2 (5 μονάδες)

Θεωρήστε το μη-γραμμικό σύστημα της γωνίας κύλισης (roll angle) ενός αεροσκάφους με ροπή εισόδου, η εξίσωση του οποίου δίνεται από την σχέση:

$$\ddot{r}(t) = -a_1\dot{r}(t) - a_2 \sin(r(t)) + a_3\dot{r}^2(t)\sin(2r(t)) + bu(t) + d(t), \tag{2}$$

όπου $r(t)$ [rad] η γωνία roll, $a_i > 0$, $i = 1, 2, 3$, και $b > 0$ σταθερές, άγνωστες παράμετροι, $u(t)$ η είσοδος ελέγχου και $d(t)$ εξωτερικές διαταραχές. Ο στόχος ελέγχου είναι η ρύθμιση της γωνίας $r(t)$ από την αρχική τιμή $r(0) = 0$ στην επιθυμητή τιμή $\bar{r}_d = \frac{\pi}{10}$, και η επιστροφή πάλι σε μηδενική γωνία. Προτείνεται η δημιουργία μιας ομαλής τροχιάς αναφοράς $r_d(t)$ που να προδιαγράφει τον παραπάνω στόχο ($r_d(t) : 0 \to \bar{r}_d \to 0$), σε βάθος χρόνου 20 [sec]. Θεωρήστε για τα πειράματά σας ότι $a_1 = 1.315$, $a_2 = 0.725$, $a_3 = 0.225$ και $b = 1.175$.

α) Να υλοποιήσετε έναν ελεγκτή ανάδρασης $u(t) = u(r(t), \dot{r}(t))$ για την επίτευξη του στόχου ελέγχου όταν $d(t) = 0$, και προσομοιώστε την απόκριση του συστήματος κλειστού βρόχου[1]. Να δημιουργηθεί γράφημα της γωνίας $r(t)$ παράλληλα με την επιθυμητή γωνία $r_d(t)$.

β) Θεωρήστε πως οι καταστάσεις $r(t)$, $\dot{r}(t)$ καθώς και η είσοδος $u(t)$ είναι μετρήσιμα και πως οι μη-γραμμικές συναρτήσεις του (2) είναι γνωστές. Να σχεδιαστεί εκτιμητής πραγματικού χρόνου των άγνωστων παραμέτρων με τη μέθοδο Lyapunov με $d(t) = 0$. Δημιουργήστε τις γραφικές παραστάσεις των $r(t)$, $\hat{r}(t)$ και της διαφοράς $e_r(t) = r(t) - \hat{r}(t)$, καθώς και των εκτιμήσεων των άγνωστων παραμέτρων, αντίστοιχα. Να σχολιάσετε τα αποτελέσματα.

γ) Να επαναλάβετε την διαδικασία του ερωτήματος (β) θεωρώντας εξωτερικές διαταραχές $d(t) = 0.15\sin(0.5t)$, $\forall t \geq 0$. Να μελετηθεί η επίδραση της εισαγωγής των εξωτερικών διαταραχών στην ακρίβεια των εκτιμώμενων παραμέτρων.

[1]<u>Σημείωση:</u> Ένας προτεινόμενος ελεγκτής ανάδρασης είναι ο παρακάτω:

$$z_1(t) = \frac{r(t) - r_d(t)}{\phi(t)},\ \alpha(t) = -k_1 T(z_1(t)), \tag{3a}$$

$$z_2(t) = \frac{\dot{r}(t) - \alpha(t)}{\rho},\ u(t) = -k_2 T(z_2(t)), \tag{3b}$$

όπου $\phi(t) = (\phi_0 - \phi_\infty)e^{-\lambda t} + \phi_\infty$, με παραμέτρους $\phi_0 > \phi_\infty > 0$, $\lambda > 0$, $\phi_0 \gg |r(0) - r_d(0)|$, και $T(z) = \ln\left(\frac{1+z}{1-z}\right)$. Επίσης $\rho \gg |\dot{r}(0) - \alpha(0)|$ και $k_1 > 0$, $k_2 > 0$ κέρδη ελεύθερης επιλογής. Για επιβεβαίωση της ορθής υλοποίησης παρατηρήστε ότι $|r(t) - r_d(t)| < \phi(t)$ και $|\dot{r}(t) - \alpha(t)| < \rho$, $\forall t \geq 0$. Παρατηρήστε επίσης πως για $\phi_\infty \downarrow$ βελτιώνεται η ακρίβεια παρακολούθησης της επιθυμητής τροχιάς $r_d(t)$.

Σημειώσεις

- Να παραδώσετε: (i) αναφορά (pdf) στην οποία θα καταγράψετε όλα τα αποτελέσματα συνοδευόμενα από τις όποιες παρατηρήσεις/συμπεράσματα, (ii) όλους του κώδικες (m-files) που αναπτύξατε.
- Να ανεβάσετε στο elearning ένα συμπιεσμένο αρχείο με ονομασία: 'Lastname_Firstname_AEM_lab02'.
- Προθεσμία υποβολής: έως και Παρασκευή 02/05/25.