LaTeX 定理計數器的使用

汪群超

September 2, 2023

數理方面的文章或書籍常會使用到定理、定義，或類似需要給予編號的一段文字。這些編號的管理有些是順序排列，有些則隨章節排列，有些一起編號，有些分開。這類的編號都由指令\newtheorem 處理。

1 語法

\newtheorem 的語法如下

```
\newtheorem{env_name}{caption}[within]
\newtheorem{env_name}[numbered_like]{caption}
```

其中

- env_name：新計數器名稱，通常以簡短文字代表將呈現的文字。譬如，thm 代表 Theorem 字樣。
- caption：表示將呈現的文字，一般如 Theorem, Definition, Lemma... 等或使用中文的「定理」「定義」等。
- within：代表一個已經存在的計數器，譬如，章 (chapter) 或節 (section)，表示目前的計數器將以該存在的計數器為計數範圍。以章為例，在第二章出現的第一個編號將是 2.1，以節為例，第三章第二節出現的第三個編號將是 3.2.3。
- number_like：一個已經被定義過的計數器名稱，譬如，thm。代表目前定義的計數器將共用相同的計數器。沒有這項參數定義的都是為獨立編號，不予其他計數器共用。

以下範例舉 Definition, Example, Theorem, Lemma 為例，其中 Definition, Example 獨立編號，而 Theorem 與 Lemma 共同編號。定義方式如下：（其中 Example 還特別加入「加強」的粗體設定）

```
\newtheorem{de}{Definition}[section]
\newtheorem{ex}{\emph{Example}}[section]
\newtheorem{th}{Theorem}[section]
\newtheorem{lemma}[th]{Lemma}
```

2 隨機變數的定義

Definition 2.1. [1] *The set, $\mathcal{S}$, of all possible outcomes of a particular experiment is called the* ***sample space*** *for the experiment.*

通常定義、定理會用特別的方式呈現出來，讓讀者容易一眼看到。本章將定義前後個加上一條橫線來突顯它的位置。另外一種常見的方式請參考本章最後的「定理」與「lemma」，用表格加上底色做出明顯的框架，裡面採用的表格與底色技術請參考講義「表格製作參考」。

Definition 2.2. [2] *The* ***cumulative distribution function*** *or CDF of a random variable X, denoted by $F_X(x)$, is defined by*

$$F_X(x) = P_X(X \leq x).\ \textit{for all } x, x \in \mathcal{S}.$$

以下的 Example 編號不隨小節計數，係按流水號順序。

Example 1 (指數分配隨機變數的呈現)**.** 假設 X 服從指數分配，其 *CDF* 為 $y = F_X(x) = 1 - e^{-x}, \forall x > 0$，記為 $X \sim F_X(x) = 1 - e^{-x}$。

Example 2 (幾何分配隨機變數的呈現)**.** 假設 X 服從幾何分配，其 *CDF* 為 $y = F_X(x) = 1 - (1-p)^k$，其中 $k = [x] \in \mathcal{N}$，記為 $X \sim F_X(x) = 1 - (1-p)^x$。此函數又稱為階梯函數（*step function*）。

[1]摘自 Casella and Berger 2002, Definition 1.1.1
[2]摘自 Casella and Berger 2002, Definition 1.5.1

3 離散型隨機變數

Definition 3.1. [3] *The **probability massfunction (pmf)** of a discrete random variable X is given by*

$$f_X(x) = P(X = x) \text{ for all } x.$$

Example 3 (Geometric probabilities)**.** *For the **geometric distributio**n of Example 1.1.2, we have the **pmf***

$$f_X(x) = P(X = x) = \begin{cases} p(1-p)^{x-1} & \text{for } x = 1, 2, \cdots \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Definition 3.2. [4] *The **probability density function** or PDF, $f_X(x)$, of a continuous random variable X is the function that satisfies*

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} f_X(t)dt \text{ for all } x.$$

Example 4 (Exponential probabilities)**.** *For the exponential distribution of the previous Example we have*

$$F_X(x) = 1 - e^{-x}$$

and, hence,

$$f_X(x) = \frac{d}{dx}F_X(x) = e^{-x}.$$

---

[3]摘自 Casella and Berger 2002, Definition 1.6.1
[4]摘自 Casella and Berger 2002, Definition 1.6.1

Definition 3.3. [5] *Let* $-\infty < \mu_X < \infty$, $-\infty < \mu_Y < \infty$, $0 < \sigma_X$, $0 < \sigma_Y$, *and* $-1 < \rho < 1$ *be five real numbers. The bivariate normal pdf with means* μ_X *and* μ_Y, *variances* σ_X^2 *and* σ_Y^2, *and correlation* ρ *is the bivariate pdf given by*

$$\begin{aligned} f(x,y) &= \left(2\pi\sigma_X\sigma_Y\sqrt{1-\rho^2}\right)^{-1} \\ &\times \exp\left(-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left(\left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_X}\right)^2\right.\right. \\ &\left.\left. -2\rho\left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_X}\right)\left(\frac{y-\mu_y}{\sigma_Y}\right)+\left(\frac{y-\mu_y}{\sigma_Y}\right)^2\right)\right) \end{aligned}$$

for $-\infty < x < \infty$ *and* $-\infty < y < \infty$.

Example 5 (Bivariate Normal)**.** 二維常態參數 $\mu_X = 10, \mu_Y = 20, \sigma_X = 1, \sigma_Y = 2, \rho = 0.6$ 其分配函數為

$$f(x,y) = \frac{1}{3.2\pi}\exp\left[-\frac{1}{1.28}\left((\frac{x-10}{1})^2 - 1.2(\frac{x-10}{1})(\frac{y-20}{2}) + (\frac{y-20}{2})^2\right)\right]$$

定理 3.1. [6] *Let* $X_1, \cdots, X_n$ *be a random sample from a* $N(\mu, \sigma^2)$ *distribution, and let* $\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i$ *and* $S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$. *Then*

a. $\bar{X}$ *and* S^2 *are independent random variables,*

b. $\bar{X}$ *has a* $N(\mu, \sigma^2/n)$ *distribution,*

c. $(n-1)S^2/\sigma^2$ *has a chi squared distribution with* $n-1$ *degrees of freedom.*

定理 3.1 展示兩件事，其一是加入標號的引用（\label）與此處的參照對應，其二是自訂的項目符號（*a. b. c.*）。接著是個 lemma ，其編號隨著定理續編。

Lemma 3.2. . *Let* $a_1, a_2, \cdots$ *be a sequence of numbers converging to* a, *that is,* $\lim_{n\to\infty} a_n = a$. *Then*

$$\lim_{n\to\infty}(1+\frac{a_n}{n})^n = e^n.$$

[5]摘自 Casella and Berger 2002, Definition 4.5.10

4 練習題

利用上課時間完成以下兩個練習，順便展示簡易型計數器（newcounter）的使用。

---

1 對本文所使用到的計數器，分別再多加一個（或以上）範例，方能確定可以掌握這個技術。

---

2 新增一個計數器，並在適當位置加入計數的範例。

---

3 為前一節的定理與 Lemma 的方框換顏色。
