

# L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 的數學符號與方程式

汪群超

September 6, 2023

本文將常見的數學符號與方程式以 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 編排展示，希望降低使用 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 編輯數學式的門檻，快速得到 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 為人稱頌的優美數學式。不但為初學者提供編輯的概念與方法，也作為未來的文件編輯的參照樣本。本文內容參考吳聰敏老師專書「c<sub>w</sub>T<sub>E</sub>X 排版系統」、<sup>1</sup>學生的作品及作者平日編輯講義時所發現具代表性的數學方程式。

## 1 數式環境

數學式可能以兩種型式出現，一是隨文數式（In-text Formula），是夾在文章段落中的數學式；譬如，當  $\alpha = 2$  時， $\alpha^3 = 8$ 。另一種是數學式自成一行或一個段落，我們稱之為展示數式（Display Formula），譬如

$$\int_{-2}^1 f(x) dx$$

輸入數學式時，有兩個地方需要特別注意：

- 隨文數式前後請留一空格，才不會顯得擁擠。
- 展示數式上下不須多留一空行，L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 會自行調整間距。

## 2 符號

數字與普通運算符號可直接由鍵盤上鍵入。譬如，下列符號可以直接由鍵盤鍵入：

+ − = < > / : ! | [ ] ( )

---

<sup>1</sup>前往 c<sub>w</sub>T<sub>E</sub>X 官方網站 <http://homepage.ntu.edu.tw/~ntut019/cwtex/cwtex.html> 下載《c<sub>w</sub>T<sub>E</sub>X 使用手冊（PDF）》。

要注意的是，左右大括號  $\{ \}$  在  $\text{\LaTeX}$  中有特殊用途。欲排版左大括號，需加上反斜線，指令為  $\backslash\{$ ，右大括號之指令為  $\backslash\}$ 。排版展示數式有以下四種方法可以達到目的：

```
\begin{equation} ... \end{equation}
\begin{displaymath} ... \end{displaymath}
\[ ... \]
$$ ... $$
```

除第一種方式外，其餘將不對數學式子進行編號。數式內若要排版文字時，必須置於  $\text{\texttt{\textbackslash mbox\{...}}}$  指令內，否則將被視為數學符號（變為斜體），譬如，

$$f(x) = x^2 - 3x + 1, \text{ where } -2 \leq x \leq 2$$

### 3 常見的數學式

本節列舉一些常見的數學式作為練習與未來使用的參考，每個函數都有其特別之處，請仔細觀察研究。讀者可以依此為基礎  $\int_0^{100} f(x)dx$ ，在往後的寫作過程中，逐漸累積更多有特殊型態的或符號的數學式，只要這裡出現過的，參照原始檔一定寫得出來。

#### 3.1 函數

挑幾個機率分配函數做示範：

**Binomial:**

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{1-x}, \quad x = 0, 1, 2, \dots, n$$

**Poisson:**

$$f(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

**Gamma:**

$$f(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha) \beta^\alpha} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}}, \quad x \geq 0$$

**Normal:**

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty < x < \infty$$

積分式與方程式編號：

$$\int_0^{\infty} x^{\alpha-1} e^{-\lambda x} dx = \frac{\Gamma(\alpha)}{\lambda^{\alpha}} \quad (1)$$

方程式 (1) 是廣義  $\Gamma$  積分。<sup>2</sup>

開根號（開立方根）：

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{4-x^3}{1+x^2}}$$

微分與極限（注意大括號的使用）：

$$f'(x) = \frac{df(x)}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \right)$$

數學中的括號隨著其涵蓋內容的多寡（層次）與長相（分數），其大小必須調整恰當，如上式的兩種大小不同的括號「 $(\cdot)$ 」。外圍較大地括號使用 `\left(` 與 `\right)` 令編譯器依需求自動調整為適當大小。另外，也可以手動控制括號、的大小，如

$$\left( \left( ( \ ) \right) \right), \left[ \left[ [ \ ] \right] \right], \left\{ \left\{ \{ \} \right\} \right\}$$

上下限的使用：

$$\int_a^b f(x) dx \approx \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f(x_k) \Delta x_k$$

最佳化問題（向量使用粗體來表示）：

$$\max_{\mathbf{u}, \mathbf{u}^T \mathbf{u} = 1} \mathbf{u}^T \Sigma_X \mathbf{u}$$

---

<sup>2</sup>這裡利用方程式標籤（`label`）來引用方程式，編號將自動更新。請注意這裡的標籤定義為 `eg:gamma`，是慣用的方式，其中 `eq` 代表 equation，而 `gamma` 代表這個方程式的意義。這個做法符合現代程式語言設計的慣例，因為在  $\text{\LaTeX}$  文體裡面，需要賦予標籤的地方很多，譬如表格與圖都是，因此用字首 `eq` 來區隔，將來引用時，也因同類的標籤排列在一起，方便選取。

其他符號：

$$\mathbf{e} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_q = (I - P)\mathbf{x} \in V^\perp, \text{ where } V \oplus V^\perp = \mathbf{R}^p$$

上述的方程式有許多地方需要做「下標」(subscript)與上標(supscript)，不管是在積分的上下界或是  $\Sigma$  的上下範圍，或只是變數的下標與次方、等，做法都是用 `_` 做下標，用 `^` 製作上標。當上下標只有一個符號或字母時，可以不加括號，否則必須以括號涵蓋。

## 3.2 矩陣與行列式

矩陣或有規則排列的數學式或組合很常見，以下列舉幾種模式，請特別注意其使用的標籤及一些需要注意的小地方。譬如，<sup>3</sup>

- a) 矩陣的左右括號需個別加上。
- b) 直行各項之間是以 `&` 區隔。
- c) 除最後一列外，每列之末則加上換列指令 `\\`。
- d) 使用 `array` 指令時，須加上選項以控制每一直行內各數字或符號要居中排列、靠左或靠右。

範例與注意事項：

1. 左右方框括號的使用及各直行的對齊方式：

$$A = \left[ \begin{array}{ccc} a + b & mnop & xy \\ a + b & pn & yz \\ b + c & mp & xyz \end{array} \right]$$

2. 左右圓框括號的使用及各式點狀：

$$A = \left( \begin{array}{cccc} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{array} \right)$$

---

<sup>3</sup>這裏的項目符號不是預設的 1, 2, ...，改用 a, b... 的編號方式。

3. 排列整齊的符號：

$$\begin{array}{rcl} a + b + c & m + n & xy \\ a + b & p + n & yz \\ b + c & m - n & xz \end{array}$$

4. 等號對齊的函數組合（不編號）

$$\begin{array}{rcl} b_1 & = & d_1 + c_1 \\ a_2 & = & c_2 + e_2 \end{array}$$

5. 等號對齊的函數組合（編號在最後一行），如式 (2)

$$\begin{array}{rcl} b_1 & = & d_1 + c_1 \\ a_2 & = & c_2 + e_2 \end{array} \quad (2)$$

6. 使用套件 `amsmath` 的指令 `align`（控制編號在第一行），如式 (3)

$$\begin{array}{rcl} b_1 & = & d_1 + c_1 \\ a_2 & = & c_2 + e_2 \end{array} \quad (3)$$

7. 兩組數學式分別對齊且同時編號，如式 (4) 與式 (5)

$$\alpha_1 = \beta_1 + \gamma_1 + \delta_1, \quad a_1 = b_1 + c_1 \quad (4)$$

$$\alpha_2 = \beta_2 + \gamma_2 + \delta_2, \quad a_2 = b_2 + c_2 \quad (5)$$

8. 編號在中間（`split` 指令環境），如式 (6)

$$\begin{array}{rcl} \alpha_1 & = & \beta_1 + \gamma_1 \\ \alpha_2 & = & \beta_2 + \gamma_2 \end{array} \quad (6)$$

9. 只是居中對齊的數學式組（環境指令 `gather`）

$$\begin{array}{rcl} \alpha_1 + \beta_1 \\ \alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 \end{array}$$

10. 長數學式的表達（注意第二行加號的位置），如式 (7)

$$\begin{array}{rcl} y & = & x_1 + x_2 + x_3 \\ & & + x_4 + x_5 \end{array} \quad (7)$$

### 3.3 其他

列出一些表較少見的數學表達式，用 **WORD** 很不容易做到。

$$X_n \xrightarrow{d} X$$

$$\overbrace{X_1 + \dots + X_{15} + \dots + X_{30}}$$

$$G = \begin{cases} CLASSA & \text{if } \hat{\beta}^T \mathbf{x} \leq 0 \\ CLASSB & \text{if } \hat{\beta}^T \mathbf{x} > 0 \end{cases}$$

以 **equation** 或 **align** 排版時，數學式會自動編上號碼。文稿其他地方若要引述某數學式，可先在數學式以 **\label** 指令加上標籤，再使用 **\ref** 指令引述。如此一來若排版文稿須反覆修改，使用 **\label** 與 **\ref** 指令可以「自動對焦」不會出錯。

## 4 練習題

下列八張內建數學式的圖，涵蓋一些統計領域常見的數學式細節，試著利用本章所學，細心、耐心、一步步地完成（每完成一小部分便立即編譯，才能掌握每一個看不見的錯誤）。

$$W_{MA} = \frac{\left(\sum_{j=1}^n a_j U_{(j)}\right)^2}{(\mathbf{X}_0 - \bar{\mathbf{X}})' A^{-1} (\mathbf{X}_0 - \bar{\mathbf{X}})}$$

$$D_{n,\beta} = \int \left| \psi_n(t) - \exp\left(-\frac{\|t\|^2}{2}\right) \right|^2 \varphi_\beta(t) dt$$

$$SR = n \left( \frac{2}{n} \sum_{j=1}^n E \|y_j - Z\| - 2 \frac{\Gamma((p+1)/2)}{\Gamma(p/2)} - \frac{1}{n^2} \sum_{j,k=1}^n \|y_j - y_k\| \right)$$

$$\theta = \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta_{10} \\ \theta_{11} \\ \theta_{12} \\ \theta_{20} \\ \theta_{21} \\ \theta_{22} \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{21} \end{pmatrix} = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} a & b & c & g & h & i \\ b & d & e & h & j & k \\ c & e & f & i & k & l \\ \hline g & h & i & m & n & o \\ h & j & k & n & p & q \\ i & k & l & o & q & r \end{array} \right]$$

$$\begin{aligned} Q(\beta, \gamma) &= E \left[ \log \left\{ \prod_{i=1}^n [\pi(\mathbf{Z}_i^*, \mathbf{X}_i)]^{y_i} [1 - \pi(\mathbf{Z}_i^*, \mathbf{X}_i)]^{1-y_i} \right\} \right] \\ &= E \left[ \log \prod_{i=1}^n \left\{ \frac{\exp(y_i(\beta' \mathbf{Z}_i^* + \gamma' \mathbf{X}_i))}{1 + \exp(\beta' \mathbf{Z}_i^* + \gamma' \mathbf{X}_i)} \right\} \right] \\ &= \sum_{i=1}^n y_i E[\beta' \mathbf{Z}_i^* + \gamma' \mathbf{X}_i] - \sum_{i=1}^n E \left[ \log \left( 1 + \exp \left( \sum_{j=1}^j \beta_j T_{ij} \theta_{ij} + \gamma' \mathbf{X}_i \right) \right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{m,i} &= \sum_{j=i}^{m-1} \binom{m}{j} \binom{m-i-1}{j-1} p^i q^{m-j} \left( \frac{\eta_1}{\eta_1 + \eta_2} \right)^{j-1} \left( \frac{\eta_2}{\eta_1 + \eta_2} \right)^{m-j}, \quad 1 \leq i \leq m-1, \\ Q_{m,i} &= \sum_{j=i}^{m-1} \binom{m}{j} \binom{m-i-1}{j-1} p^i q^{m-j} \left( \frac{\eta_2}{\eta_1 + \eta_2} \right)^{j-1} \left( \frac{\eta_1}{\eta_1 + \eta_2} \right)^{m-j}, \quad 1 \leq i \leq m-1 \end{aligned}$$

$$\Lambda(t) = \exp \left( \int_0^t \xi(\mu) \cdot dW(t) - \frac{1}{2} \int_0^t \|\xi(\mu)\|^2 du + (\lambda - \tilde{\lambda})t \right) \prod_{i=1}^{N(t)} \frac{\tilde{\lambda} \tilde{f}(Y_i)}{\lambda f(Y_i)}.$$

$$\begin{aligned} Caplet_{n+1}^{U \& I}(0) &= B(0, T_{n+1}) E^{pT_{n+1}} [\delta(L(T_n, T_n) - K)^+ I_{\{M_{T_n}^L \geq U\}} + R I_{\{M_{T_n}^L \leq U\}}] \\ &= B(0, T_{n+1}) \left\{ \underbrace{\delta E^{pT_{n+1}} [L(T_n, T_n) I_{\{L(T_n, T_n) \geq K, M_{T_n}^L \geq U\}}]}_{(B.1)} \right. \\ &\quad \left. - \delta K \underbrace{P^{T_{n+1}}(L(T_n, T_n) \geq K, M_{T_n}^L \geq U)}_{(B.2)} + R \underbrace{P^{T_{n+1}}(M_{T_n}^L \leq U)}_{(B.3)} \right\} \end{aligned}$$