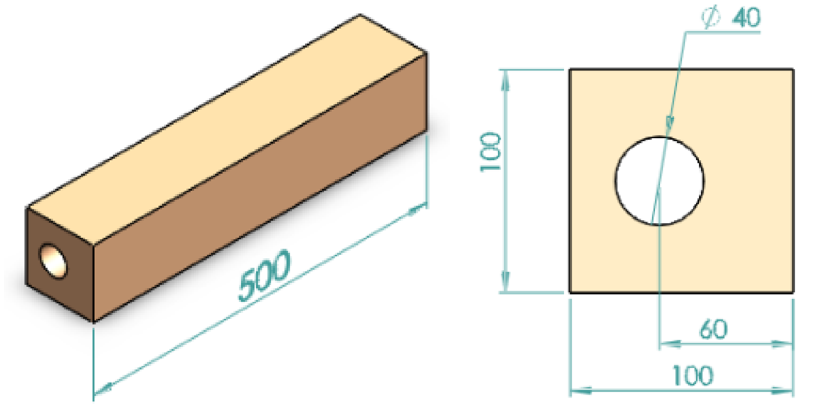
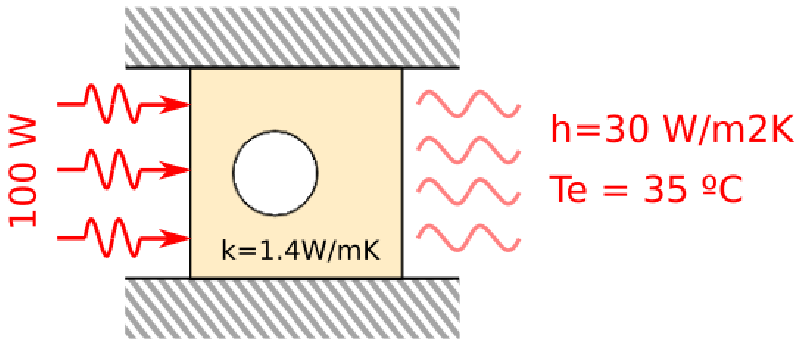
TRABAJO PRÁCTICO Nº4
GUÍA DE CABLE BAJO TEMPERATURA

Caso de estudio

La pieza mostrada a continuación forma parte de la pared de una máquina que trabaja a alta temperatura. Del lado izquierdo se transmite calor en forma de flujo térmico precalculado y del lado derecho por convección con el aire ambiente; las zonas superior e inferior están en contacto con el resto de la pared y se consideran bastante aisladas. Por el orificio debe circular una malla de cables y es requisito que la temperatura en el mismo no supere los 150 ºC, caso contrario se deteriorarían los aislantes.





Modelo

Al realizar el equilibrio térmico en un elemento diferencial y hacer varias consideraciones (isotropía, régimen estacionario, bidimensional, etc) se arriba a la ecuación de Laplace que será utilizada en los *puntos internos* de la pieza:

$$\frac{\delta^2 T}{\delta x^2}+\frac{\delta^2 T}{\delta y^2}=0$$

Por otro lado está ley de Fourier, aplicable en los *puntos externos*, siendo < i , j > el versor normal apuntando hacia afuera del material:

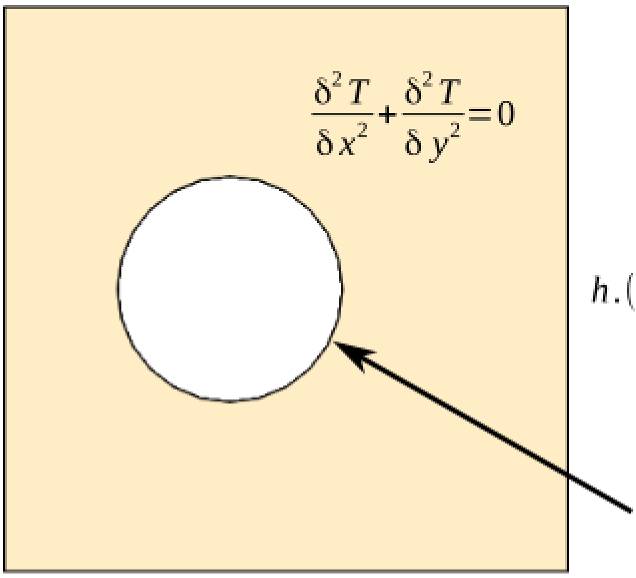
$$q=-k.\frac{\delta T}{\delta x}.\boldsymbol{i}-k.\frac{\delta T}{\delta y}.\boldsymbol{j}$$

La ley de enfriamiento (aquí planteada en dirección horizontal) que ayuda a determinar el flujo por convección:

$$q = h.(T - T_{ext}) \quad \rightarrow \quad h.(T - T_{ext}) = -k.\frac{\delta T}{\delta x}$$

Aplicando las ecuaciones en la pieza se llega al siguiente modelo:

$$0 = -k.\frac{\delta T}{\delta y}$$



$$\frac{\delta^2 T}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 T}{\delta y^2} = 0$$

$$q_1 = -k.\frac{\delta T}{\delta x}$$

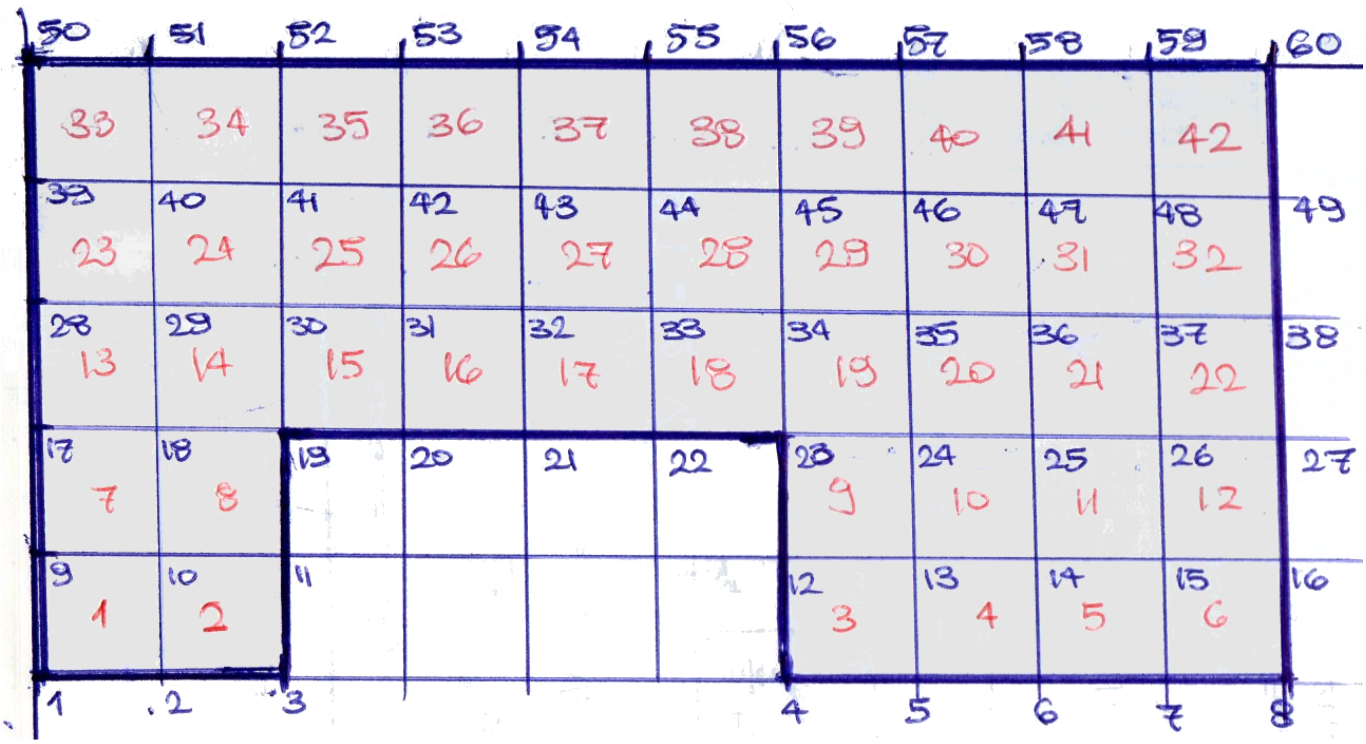
$$h.(T - T_{ext}) = -k.\frac{\delta T}{\delta x}$$

$$q = -k.\frac{\delta T}{\delta x}.\boldsymbol{i} - k.\frac{\delta T}{\delta y}.\boldsymbol{j}$$

$$0 = -k.\frac{\delta T}{\delta y}$$

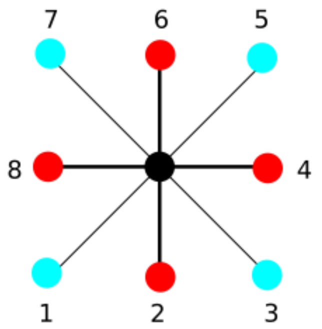
Diferencias finitas

El método de diferencias finitas tiene dificultad en asimilar bordes curvos, de manera que tomaremos el círculo como un cuadrado. Para ahorrar trabajo se tendrá en cuenta las simetrías que permiten estudiar solamente la mitad de la geometría:



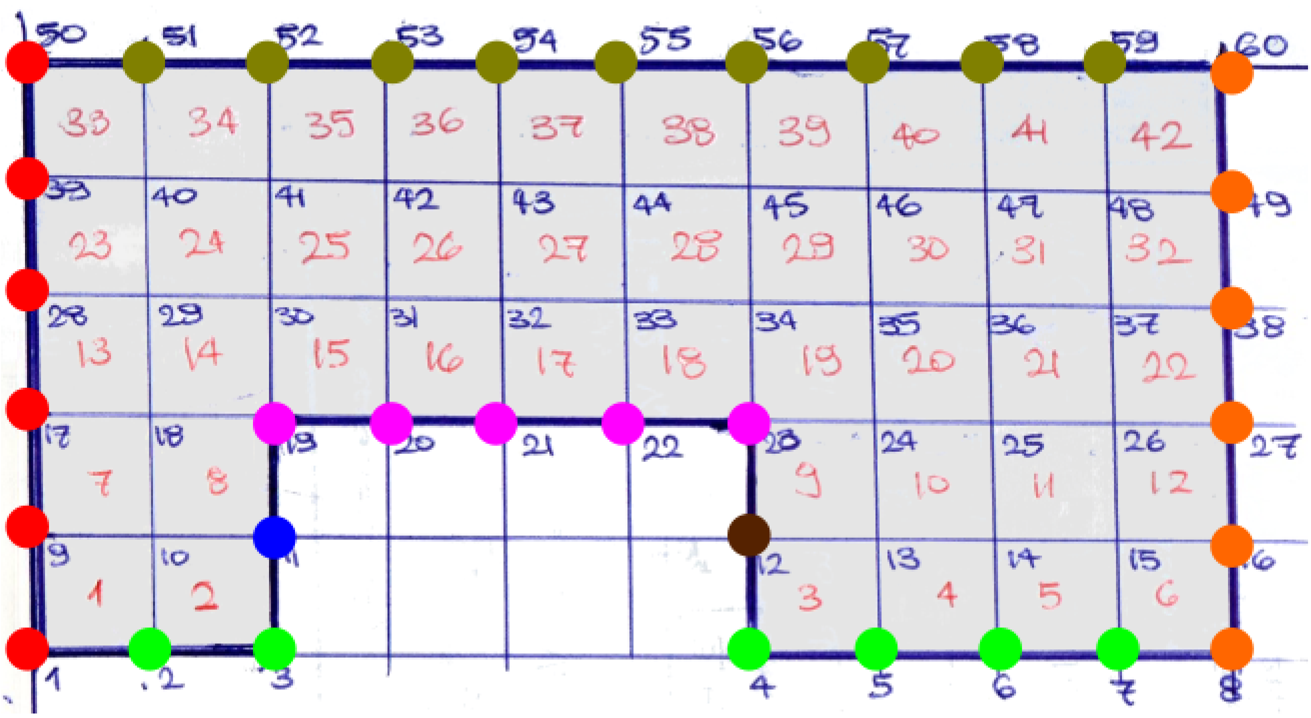
- Los números azules corresponden a la numeración nodal.
- Los números rojos corresponden a la numeración elemental.
- La cuadrícula es de paso de 10 mm, osea cada cuadrado sera de 10x10 mm.

a) Cree una matriz **NODOS** que corresponda a las coordenadas de los nodos, siendo el renglón el número de nodo, la primer columna x y la segunda y.
b) Cree una matriz **ELEMENTOS** donde cada renglón corresponda al número de elemento y las cuatro columnas a los números de los nodos en los vértices del elemento, en orden antihorario y partiendo del vértice inferior izquierdo.
c) Ejecute el script *plotnumr* como *plotnumr(NODOS,ELEMENTS,0.8,50,10)* . Esta función plotea la malla y muestra la numeración; podrá comprobar si ha realizado las matrices correctamente.
d) Ejecute el script indcard como [INDCARD]=indcard(NODOS,ELEMENTS). Esta función crea una matriz **INDCARD** que es el indice cardinal de los nodos, de esta manera se puede saber que nodos rodean a cualquier nodo. Puede verificar que el indice haya sido creado correctamente con *plotind(NODOS,ELEMENTS,indCARD,0.5,20,10)*. Esta función plotea cada índice para ver si está bien definido.



Cada renglón de **INDCARD** corresponde al nodo central, mientras que cada columna de ese mismo renglón da el número de nodo vecino, en el orden mostrado a la derecha (la primer columna es el nodo inferior izquierdo, la segunda el nodo inferior central, etc.)

e) Aplique diferencias finitas a las ecuaciones mostradas anteriormente. Hágalas en forma general, para un nodo cualquiera.
f) Observe la malla, cree un vector con los números de todos los nodos internos, sin importar el orden. Llámelo **nINT**.
g) Los nodos restantes corresponden a los exteriores pero estos a su ves deben agruparse según en que frontera están. Cree un vector por cada segmento de frontera y anote en dicho vector los números de los nodos de dicha frontera. Los nodos de las esquinas están en dos fronteras a la ves pero solamente anótelos en un vector (no en los dos) priorizando la frontera con condición de flujo distinto de cero. Las agrupaciones quedarían así:



h) Construya la matriz **K** y el vector **Q** del sistema de ecuaciones usando un *for* por cada vector de frontera y otro por el vector de nodos internos. En cada for coloque las ecuaciones que haya hecho para un nodo i y haga que el for varíe ese i usando el vector que contiene los números del nodo en esa frontera y para reconocer que nodos rodean al nodo i use el vector del índice cardinal. Recuerde que todas las unidades deben ser coherentes.
i) Resuelva el sistema, el resultado de temperaturas nodales debe ser el vector **T**. Páselo a ºC en caso de que esté en otra unidad.
j) Grafique los resultados con *plotdatar* de la siguiente manera *plotdatar(NODOS,ELEMENTS,T,'Temperatura')*, ¿es la temperatura muy alta para los cables?

Elementos finitos

a) Dibuje la pieza y aplique el material con las propiedades indicadas.
b) En Simulation aplique las condiciones de trabajo y cree una malla de 25 mm. Como ya se ha comentado está pieza tiene simetrías por lo que puede seccionarla para ahorrar costo computacional.
c) Observe los resultados de la simulación, ¿es alta la temperatura?

Comparación

a) Compare visualmente los resultados de ambos métodos y comente si son parecidos o no.
b) Anote los valores de temperatura máxima en ambos casos y calcule la diferencia porcentual.
c) Si la temperatura es muy alta pruebe con otros valores de k hasta que se cumpla la temperatura deseada, muestre los resultados de la simulación y que k ha elegido.

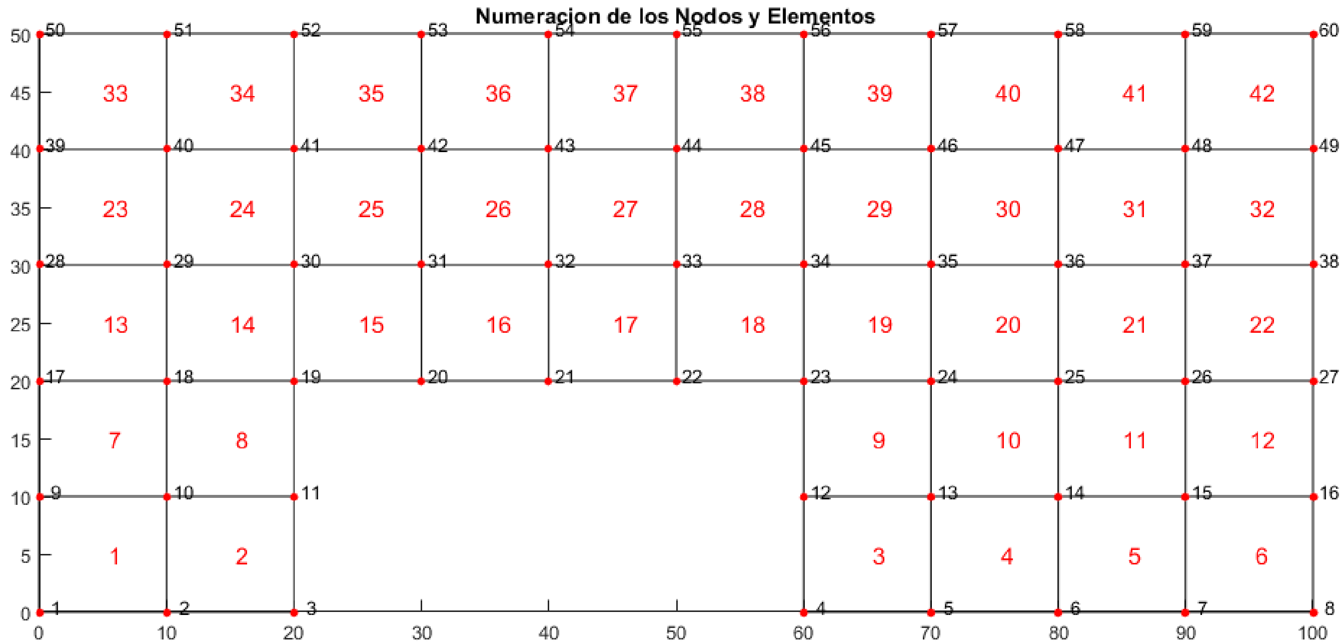
RESULTADOS

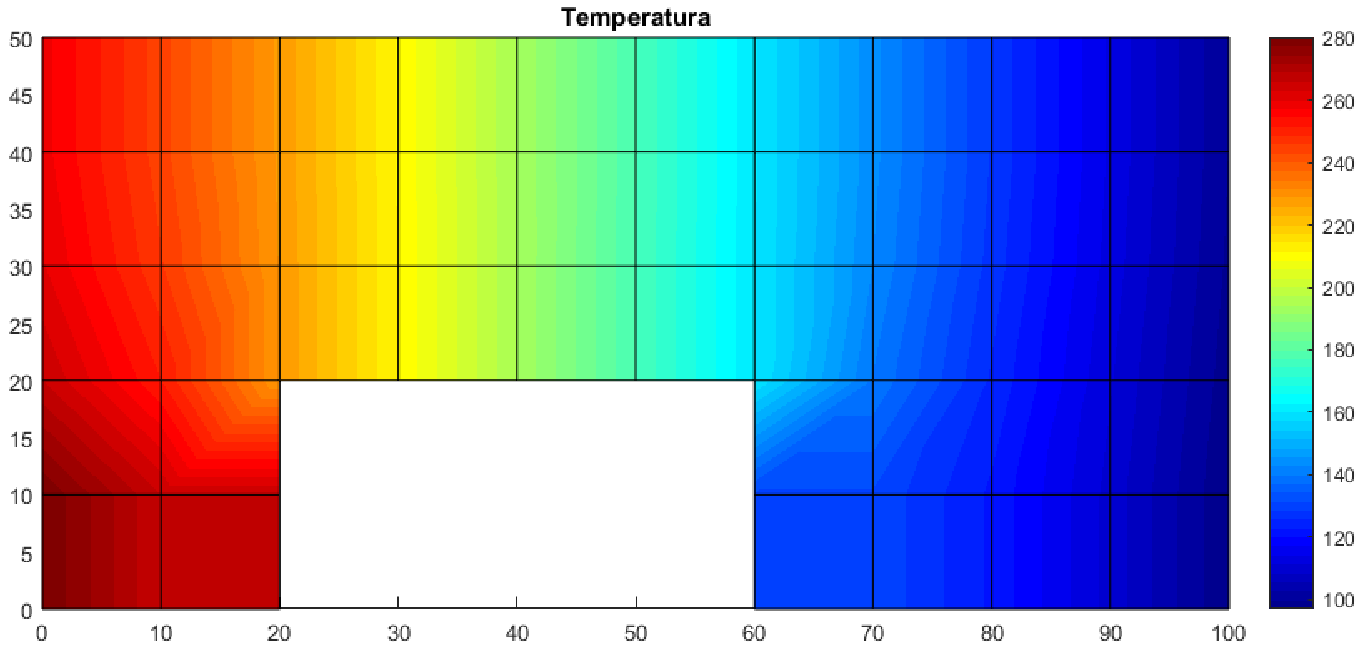
```
NODOS=[
    0   0
    10  0
    20  0
    60  0
    70  0
    80  0
    90  0
    100 0
    0   10
    10  10
    20  10
    60  10
    70  10
    80  10
    90  10
    100 10
    0   20
    10  20
    20  20
    30  20
    40  20
    50  20
    60  20
    70  20
    80  20
    90  20
    100 20
    0   30
    10  30
    20  30
    30  30
    40  30
    50  30
    60  30
    70  30
    80  30
    90  30
    100 30
    0   40
    10  40
    20  40
    30  40
    40  40
    50  40
    60  40
    70  40
    80  40
    90  40
    100 40
    0   50
    10  50
    20  50
    30  50
    40  50
    50  50
    60  50
    70  50
```

```
    80  50
    90  50
    100 50
    ];

ELEMENTS=[
    1 2 10 9
    2 3 11 10
    4 5 13 12
    5 6 14 13
    6 7 15 14
    7 8 16 15
    9 10 18 17
    10 11 19 18
    12 13 24 23
    13 14 25 24
    14 15 26 25
    15 16 27 26
    17 18 29 28
    18 19 30 29
    19 20 31 30
    20 21 32 31
    21 22 33 32
    22 23 34 33
    23 24 35 34
    24 25 36 35
    25 26 37 36
    26 27 38 37
    28 29 40 39
    29 30 41 40
    30 31 42 41
    31 32 43 42
    32 33 44 43
    33 34 45 44
    34 35 46 45
    35 36 47 46
    36 37 48 47
    37 38 49 48
    39 40 51 50
    40 41 52 51
    41 42 53 52
    42 43 54 53
    43 44 55 54
    44 45 56 55
    45 46 57 56
    46 47 58 57
    47 48 59 58
    48 49 60 59
    ];

figure(1)
plotnumr(NODOS,ELEMENTS,0.5,20,10)

[INDCARD]=indcard(NODOS,ELEMENTS);
%plotind(NODOS,ELEMENTS,indCARD,0.5,20,10)

NODOS=NODOS/1000; %m
q1=100/(500/1000*100/1000); %W/m2
h=30; %W/m2K
k=1.4; %W/mK
```

```
d=10/1000; %m
Text=35+273.15; %K

nINT=[ 10 13:15 18 24:26 29:37 40:48];

nEXT0sup=[ 51:59 ];
nEXT0inf=[ 2 3 19:23 4:7];
nEXT0der=[ 11 ];
nEXT0izq=[ 12 ];

nQflujo=[1 9 17 28 39 50];
nQconv=[8 16 27 38 49 60];

nNODOS=length(NODOS);
K=zeros(nNODOS);
Q=zeros(nNODOS,1);

for j=1:length(nINT)  %nodos internos
    i=nINT(j);
    K(i,i)=-4;
    K(i,INDCARD(i,8))=1;
    K(i,INDCARD(i,4))=1;
    K(i,INDCARD(i,2))=1;
    K(i,INDCARD(i,6))=1;
end

for j=1:length(nEXT0sup)
    i=nEXT0sup(j);
    K(i,i)=1;
    K(i,INDCARD(i,2))=-1;
end

for j=1:length(nEXT0inf)
    i=nEXT0inf(j);
    K(i,i)=-1;
    K(i,INDCARD(i,6))=1;
end

for j=1:length(nEXT0der)
    i=nEXT0der(j);
    K(i,i)=1;
    K(i,INDCARD(i,8))=-1;
end

for j=1:length(nEXT0izq)
    i=nEXT0izq(j);
    K(i,i)=-1;
    K(i,INDCARD(i,4))=1;
end

for j=1:length(nQflujo)
    i=nQflujo(j);
    K(i,i)=-1;
    K(i,INDCARD(i,4))=1;
    Q(i)=q1*d/-k;
end

for j=1:length(nQconv)
    i=nQconv(j);
    K(i,i)=(1+h*d/k);
```

```
    K(i,INDCARD(i,8))=-1;
    Q(i)=Text*h*d/k;
end

T=linsolve(K,Q);
T=T-273.15;

figure(2)
plotdatar(1000*NODOS,ELEMENTS,T,'Temperatura')
```

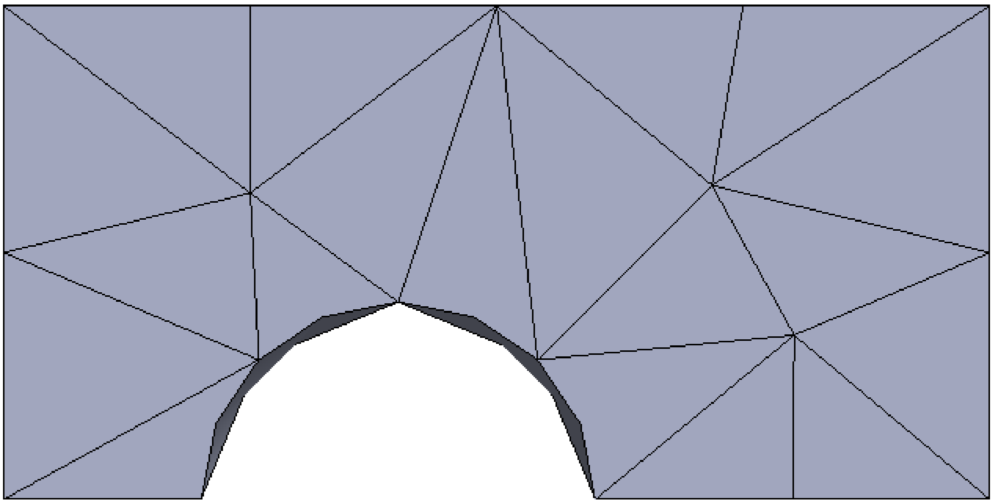


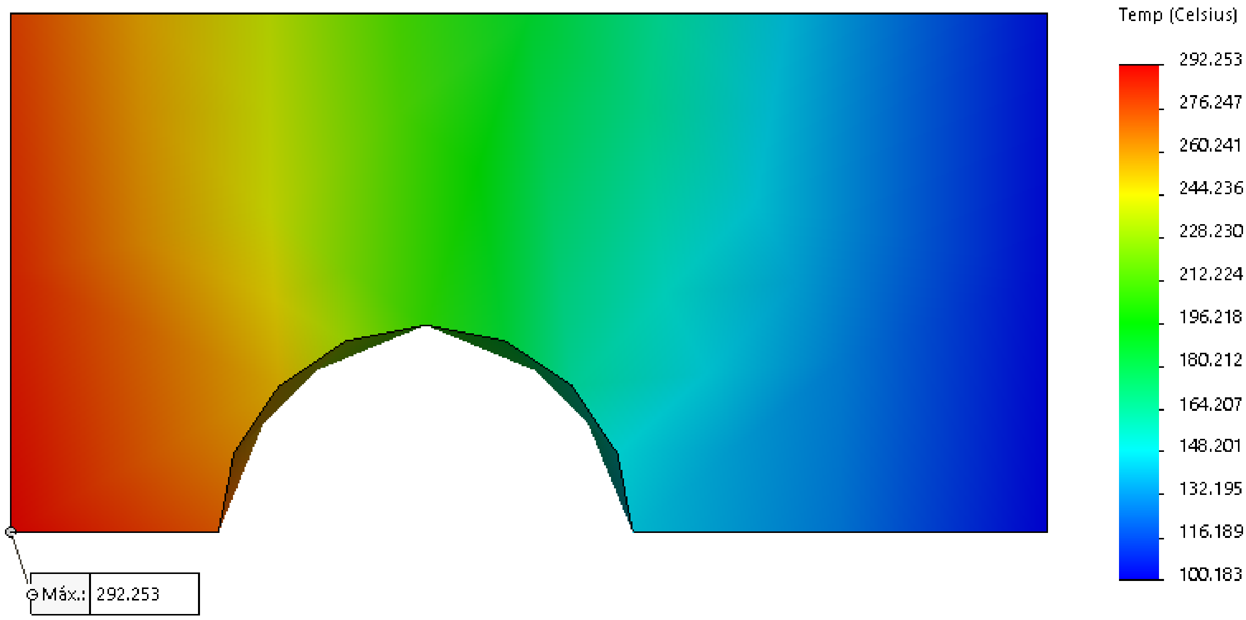


Max. Temperatura
280,1432 ºC

Max. Temperatura en agujero
265,8575 ºC

La temperatura en el agujero es muy alta como para que los cables resistan. El material de la pieza no es adecuado.



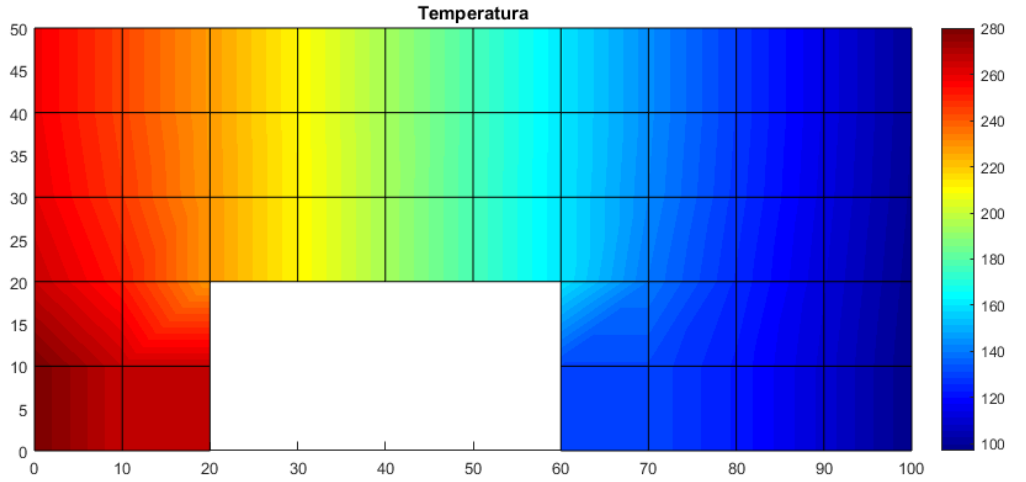


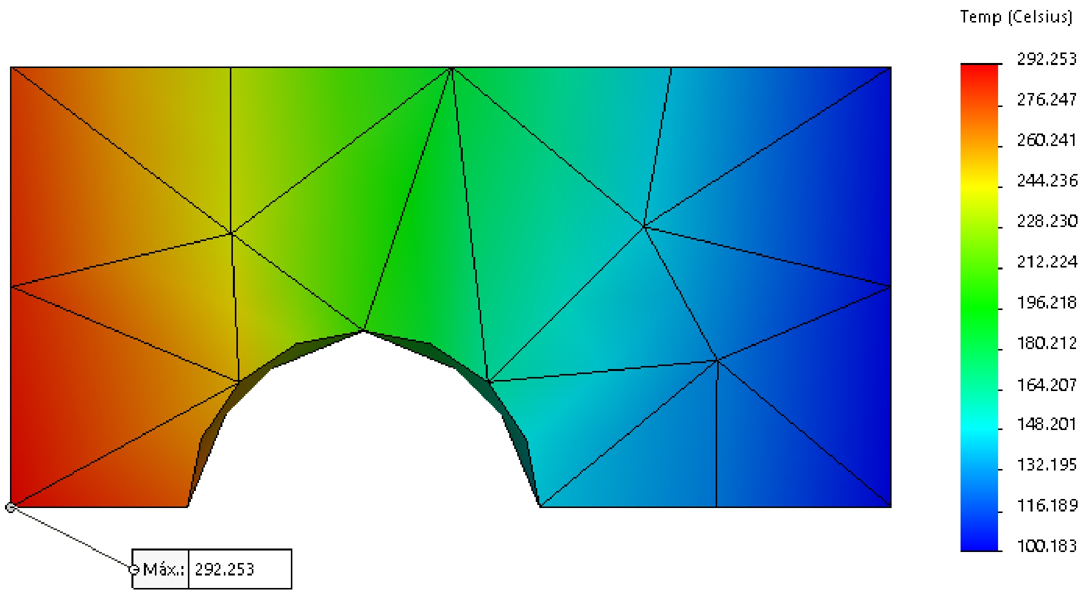
Max. Temperatura
292,253 ºC

Max. Temperatura en agujero
274,87 ºC

La temperatura es muy alta para el cable, otro material sería mas adecuado.

Comparación





La distribución de temperaturas son casi iguales en ambos casos a pesar de la diferencia de métodos y mallas. A rasgos generales son resultados muy parecidos, con una diferencia de 5% solamente. Recordar que las mallas son diferentes y elemento finito se adapta mucho mejor al círculo, 2088 nodos vs 60.

Un material de k=5 o más cumple la condición: