

Trabajo Práctico n°5

Flujo transitorio en un canal

Mecánica de los Medios Continuos

Fecha de Entrega: 05DIC17

Caso de Estudio

Se tiene un canal horizontal donde debe circular agua a 8 m/s. La sección transversal es un rectángulo de 100×50 mm, mientras que la longitud total es de 3 m. Para poder elegir la bomba necesaria, se desea conocer la caída de presión en el canal. Para ello, se debe encontrar una relación entre la velocidad máxima (o velocidad media o caudal) v_{max} y la caída de presión Δp . Asimismo, se quiere saber cuanto tiempo tardará el flujo en estabilizarse partiendo con un fluido totalmente quieto.

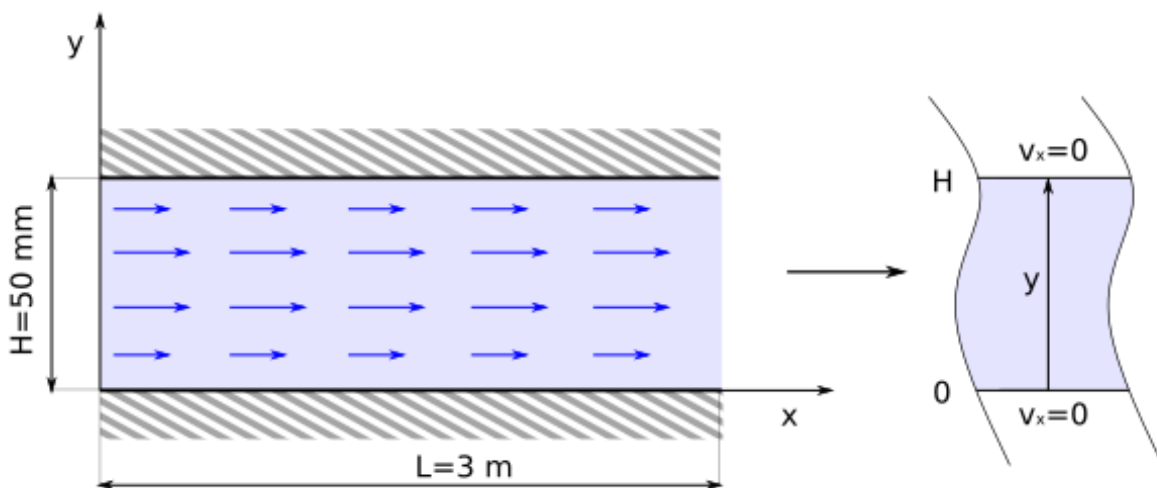


Figura 1: Flujo en un ducto

Densidad $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$

Viscosidad dinámica $\mu = 1,002 \times 10^{-3} \text{ Pa s}$

Modelo

1. Recordando que las ecuaciones de Navier-Stokes pueden expresarse como:

$$\begin{aligned}\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) \\ \frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right) - g_y \\ \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right)\end{aligned}$$

realice, paso a paso, las consideraciones de simplificación que considere apropiadas hasta llegar a la ecuación:

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} - \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} = \frac{\Delta p}{\rho L}$$

siendo Δp la diferencia de presión entre la salida y la entrada. Justifique cada simplificación que realice.

2. Si observa el diagrama, notará que existe una simetría. Corte la geometría a la mitad y tome la parte de 0 a $H/2$ en la dirección del eje y . ¿Qué condición se aplicaría en $H/2$? Una vez aplicada la simetría, dibuje nuevamente la sección del ducto con todas las condiciones de borde y ecuaciones diferenciales que deban aplicarse.
3. Verifique que, en estado estacionario:

$$v_x = \frac{\Delta p}{2\mu L} y(H - y)$$

es solución del problema. Integre esta solución entre 0 y $H/2$, y divida el resultado por $H/2$. Esta es la velocidad media del flujo. Donde está ubicada y que expresión puede dar para la velocidad máxima? Con estos resultados, como se relaciona la velocidad máxima con la velocidad media?

4. Utilice la expresión obtenida para la velocidad media y calcule la **caída de presión** con los parámetros definidos al comienzo del trabajo.

Diferencias Finitas

Todos los cálculos deben ser realizados en MATLAB dentro del algoritmo. Usar solamente las unidades kg.m.s

1. Utilice Diferencias Finitas y Euler sobre las ecuaciones diferenciales. En el informe debe mostrar como parte de la ecuación diferencial hasta llegar a la expresión que usará en MATLAB, para cada ecuación. Si hay derivadas primeras utilizará la siguiente diferencia finita de mejor calidad:

$$\frac{df}{dx}(x) \simeq \frac{3f(x) - 4f(x-h) - f(x-2h)}{2h}$$

Por otro lado Euler va a servir para aproximar la derivada temporal. El método tiene el siguiente aspecto:

$$\frac{\partial v_x}{\partial t}(t_i) = f^i \rightarrow \frac{v_x^i - v_x^{i-1}}{\Delta t} = f^i$$

Luego debe realizarse el proceso recursivo:

$$\begin{aligned} v_x^1 &= v_x^0 + f^0 \Delta t \\ \dots &= \dots \\ v_x^n &= v_x^{n-1} + f^{n-1} \Delta t \end{aligned}$$

2. Llame a este valor de caída de presión obtenida en el ejercicio analítico dP.
3. Cree un vector y que parta de 0 hasta H/2 con **ny**=20 elementos.
4. Cree un vector t que parta de 0 hasta 3000 (segundos) con **nt**=50 elementos.
5. Cree la matriz **Vx** de tamaño **ny** por **nt** con todos sus elementos cero.
6. Resuelva las ecuaciones aplicando Euler y Diferencias Finitas centradas. Por cada intervalo de tiempo deberá calcular la matriz **K** y el vector **N** de las diferencias finitas. No es necesario guardarlas pero si se deberá ir completando la matriz de velocidades **Vx**.

7. Realice la gráfica velocidad vs tiempo de la velocidad máxima en cada intervalo de tiempo. Viendo la gráfica determine el momento en que la velocidad se estabiliza, con un error de $\pm 0,6\%$ del valor de velocidad esperado. Agréguele títulos a la gráfica y a los ejes indicando que es cada cosa y en que unidad está. Llame a este tiempo `T_EST`.
8. Llame a la velocidad máxima estabilizada `VMAX_MDF`.
9. Compare la velocidad máxima obtenida por vías analíticas y compárela la `VMAX_MDF`. Llame al primero `VMAX_POI`.
10. Use el script `plotperfil` como `plotperfil(H,Vx,0)`. Esto ploteará una animación del desarrollo del perfil de velocidad.
11. Use el script `plotvel` como `plotvel(H,L,Vx,0)`. Esto ploteará una animación del desarrollo de las velocidades dentro del ducto.
12. Borre todas las variables que haya usado salvo las importantes, para ello ejecute `clearvars -except dP VMAX_MDF VMAX_POI T_EST Vx`

Fluidodinámica Computacional (CFD) en canal recto

1. Dibuje el ducto con la sección indicada pero de longitud $L=50$ mm ya que nos interesa estudiar el perfil y no toda la longitud. El espesor del ducto es de 2 mm. Debe cerrar los orificios extremos para crear un espacio vacío interno cerrado. La apariencia del material debe ser transparente. Dibuje la pieza centrada con los planos de referencia.
2. Cree un croquis que sea una línea contenida en la cara izquierda, centrado, que vaya del extremo inferior al superior.
3. Cree un estudio en Flow Simulation, fluido water, régimen laminar.
4. Defina la malla con un tamaño global N°4 y con refinamiento sobre la cara superior e inferior de celda N°1 celda parcial N°2.
5. Indique objetivos globales de velocidad X mínima, máxima y media.
6. Aplique condiciones de frontera, extremo izquierdo $v=6$ m/s desarrollada y derecho presión ambiente.
7. Simule.

8. Cree un plot de corte con contorno centrado para ver la velocidad X.
9. Cree una gráfica XY de la velocidad X con el croquis creado anteriormente. Compare esta curva con la determinada en diferencias finitas.

Fluidodinámica Computacional (CFD) en tramo de tubos

1. Abra el archivo `pipe.x_t`.
2. Cree un estudio en Flow Simulation. fluido water, régimen combinado. Malla global N°3.
3. Aplique condiciones de frontera. tapa superior $v=8$ m/s desarrollada, tapa inferior presión ambiente.
4. Simule.
5. Cree una trayectoria de flujo de velocidad de 150 líneas.
6. Cree un plot de superficie de contorno de velocidad, 50 niveles, en las dos tapas. Esto le permitirá ver como cambia el perfil de velocidad.
7. Cree un plot de corte de contorno de velocidad, 50 niveles, sobre los planos Alzado y Vista Lateral.

Informe

- Se deben mostrar todos los desarrollos de ecuaciones de Navier-Stokes y Diferencias Finitas.
- Los desarrollos de ecuaciones pueden ser escritos a mano y luego escaneados. El papel debe ser blanco liso.
- Deben responderse las preguntas si las hay.
- Si dice *dibujar*, *graficar*, *plotear* se deben poner dichos gráficos en el informe. Agregar títulos si no los tienen.
- Si dice *comparar* se deben mostrar los gráficos (en caso de haber), comentar similitudes, diferencias y explicarlas en caso de que sepa o sospeche cual pueden ser las causas.
- En caso de imágenes de computadora, es muy recomendable quitar los bordes de ventana y cualquier otro objeto que no sea la imagen. El fondo debe ser blanco o uniforme.

Se debe **entregar un archivo comprimido** con:

- Informe en pdf.
- Todos los scripts necesarios.
- Todas las piezas con sus simulaciones. Si los resultados de las simulaciones son pesados quitarlos (son las carpetas con números, 1, 2, 3, etc).