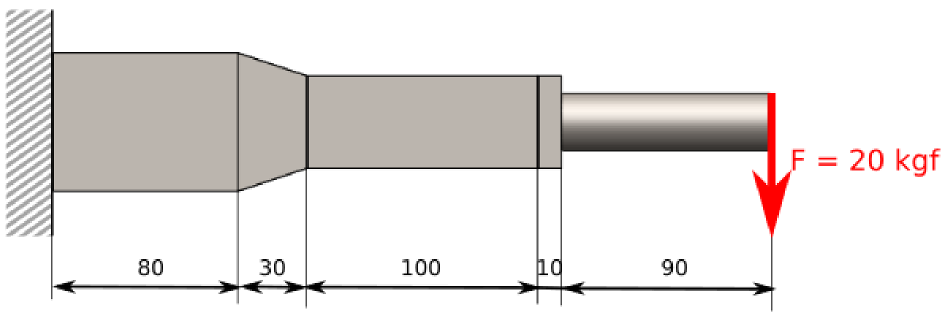
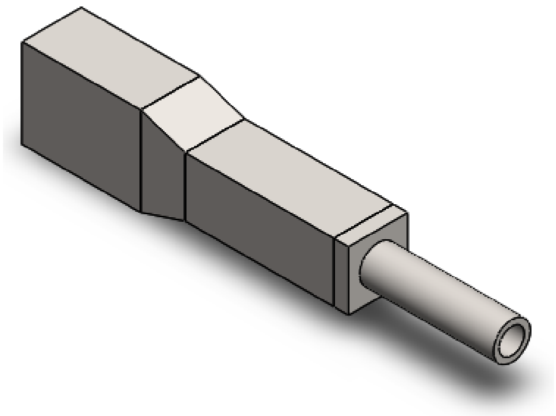
TRABAJO PRÁCTICO Nº3
VIGA SOMETIDA A FLEXIÓN

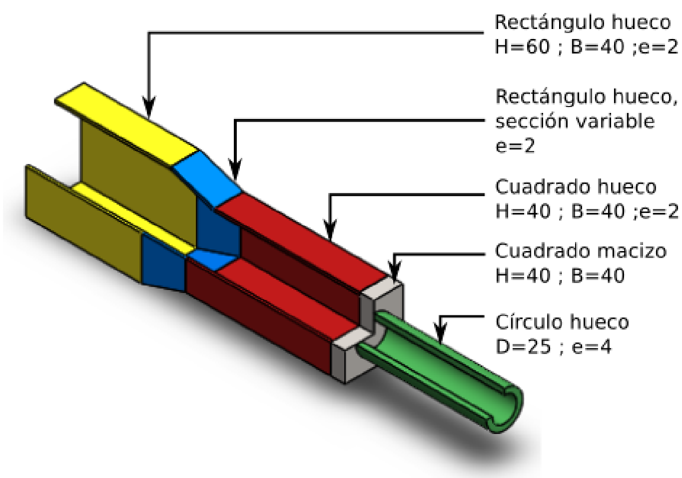
Caso de estudio

La siguiente pieza es una estructura soldada que debe soportar el peso de otra pieza de unos 20 kg y se encuentra anclada en su extremo opuesto:



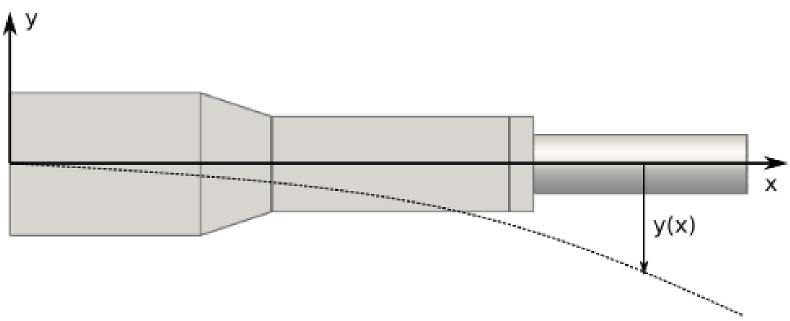
Material: **acero**
E = 2e11 N/m²
v = 0,29
Re = 2,5e8 N/m²





Modelo

Debido a que trabaja principalmente a flexión se puede usar la ecuación de deflexión y teniendo en cuenta las condiciones de contorno resulta:



$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M(x)}{E.I(x)}$$

$$\frac{d\,y}{dx} = \frac{1}{E}\int_0^x \frac{M(x)}{I(x)} \qquad \left(\frac{dy}{dx}(x=0)=0\right)$$

$$y(x=0)=0$$

- La primera ecuación corresponde a la deflección y se aplicara en los puntos internos de la viga.
- La segunda es la distorsión angular y se aplicará en el extremo sometido a la fuerza.
- La tercera es la condición de empotramiento en el extremo opuesto.

Observe que, debido a los cambios de sección, el momento de inercia no se mantiene constante a lo largo de x y por ende es una función de x.

Diferencias finitas

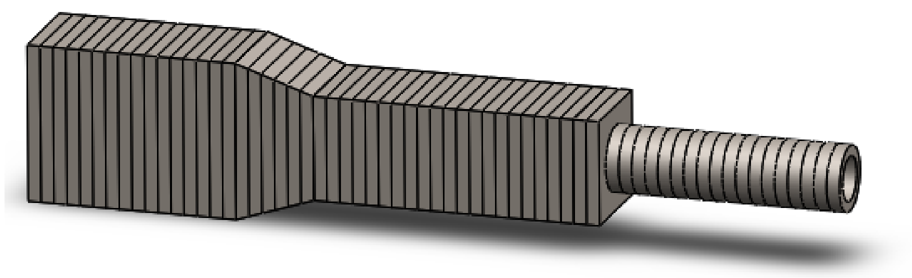
Para resolver el modelo diferencial se utilizarán diferencias finitas realizando toda la memoria de cálculo en MATLAB.

1. Cree un vector equidistanciado **x** con espaciado de 5 que inicie en 0 y termine en el valor de la longitud total de la pieza. El vector debe tener 63 elementos, que serán los valores de x de los nodos de la malla.
2. Calcule otro vector **M** que será el momentos generado producto de la fuerza F en cada uno de los nodos de **x**, tenga en cuenta que M = F . (L-x)
3. Cree un vector **I** que será el momento de inercia en cada nodo, para eso puede calcular previamente los momentos de inercia de todas las secciones.
4. Cree otro vector **H** que corresponda media longitud vertical de cada sección en cada nodo (por ejemplo el primer rectángulo es 60/2, el cuadrado hueco 40/2, el círculo 25/2, etc.).
5. Construya la matriz de diferencias finitas aplicando el método en las ecuaciones mostradas.
6. Construya el vector de términos independientes. El último elemento, que corresponde al nodo extremo derecho donde se aplica la carga, requiere resolver una integral de 0 a L que debe hacerse numéricamente, para eso use *trapz*. El resultado de la integral se calcula como *trapz(M./I)*dx* (dx es el paso de 5).
7. Resuelva el sistema, el resultado será el vector **y**.
8. Calcule la tensión máxima en cada sección, recuerde que **T**=M.H / I
9. Grafique la deformada de la viga, para eso use plotdefl como *plotdefl(x,y,H,250)* . Todos los vectores deben ser horizontales y 250 es el grado de deformación (se puede subir o bajar a gusto).
10. Grafique la distribución de tensiones, para eso use plotten como *plotten(x,y,H,T,250)* . Todos los vectores deben ser horizontales y 250 es el grado de deformación (se puede subir o bajar a gusto).

Elementos finitos

Ahora resolverá el mismo problema pero con SolidWorks.

a) Dibuje la pieza y aplique el materiales con las propiedades indicadas. Tenga cuidado de aplicar espesor en donde corresponda y dejar macizas las zonas que así lo sean.
b) Utilizando *línea de partición* seccione las caras exteriores de tal forma que queden líneas separadas 5 mm unas de otras. Para eso dibuje previamente un croquis con una matriz de rectas verticales distanciadas 5 mm. Cada marca será una sección, y debería verse así:



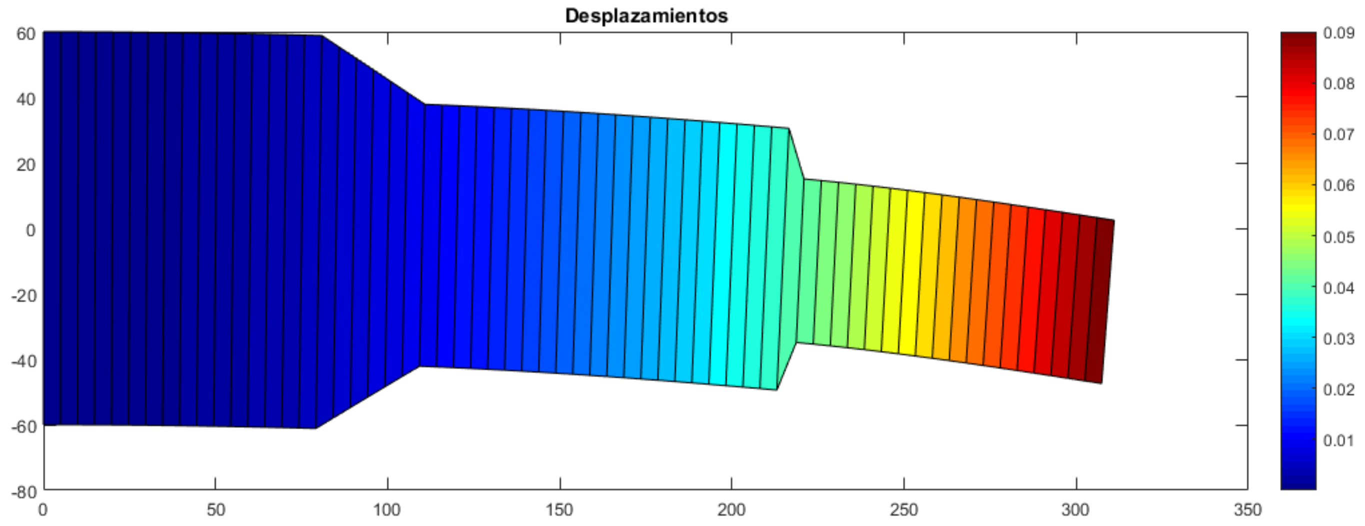
a) En Simulation aplique las condiciones de trabajo y recuerde que si hay condiciones de simetría bien podría cortar la pieza para reducir costo computacional. Aplique una malla de 10 mm.
b) Anote en un papel el desplazamiento de cada sección usando la línea o nodo superior de la sección.
c) Anote en un papel la tensión de cada sección usando la línea o nodo superior de la sección (la máxima tensión se suele dar en los puntos más altos y mas bajos de la sección).

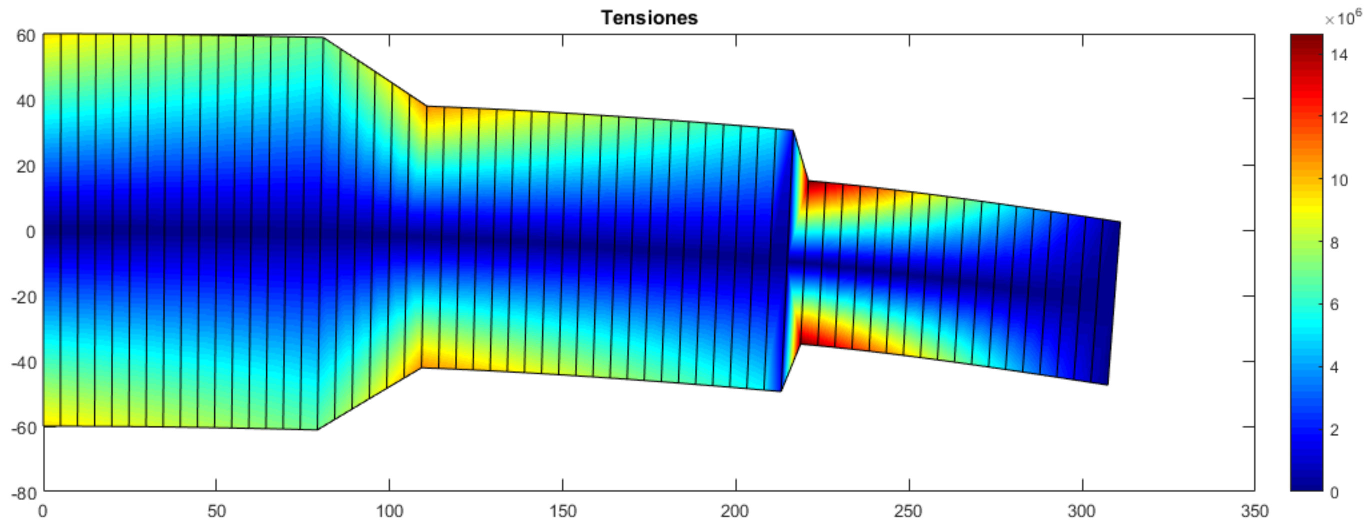
Comparación

a) En MATLAB grafique dos curvas, una que corresponda a los valores de desplazamiento calculados con diferencias finitas y la otra con elementos finitos. Las abscisas serán los valores de x (0, 5, 10, 15, …) .
b) Haga lo mismo pero con las tensiones.
c) Comente las diferencias y realice las conclusiones que considere necesario, ¿se rompería la pieza?.

RESULTADOS

```
dx=5/1000; %paso
L=310/1000; %longitud total
n=L/dx+1; %cantidad de nodos
x=linspace(0,L,n); %vector equidistanciado

E=2e11; %modulo de young
F=-20*9.81; %fuerza
M=F*(L-x); %momento

l1=80/1000;
l2=30/1000;
l3=100/1000;
l4=10/1000;
l5=90/1000;

n1=l1/dx+1;
n2=n1+l2/dx;
n3=n2+l3/dx;
n4=n3+l4/dx;
n5=n4+l5/dx;

m=(20-30)/(110-80);
h=30-(20-30)/(110-80)*80;
H=[30*ones(1,n1) 85*m+h 90*m+h 95*m+h 100*m+h 105*m+h 20*ones(1,n4-n2)
12.5*ones(1,n5-n4+1)];

H=H*2/1000;
B=40/1000;
e1=2/1000;
e2=4/1000;

I=zeros(1,n);
I(1:n1)=B*H(1).^3/12-(B-2*e1)*(H(1)-2*e1).^3/12;
I(n1+1:n2-1)=B*H(n1+1:n2-1).^3/12-(B-2*e1)*(H(n1+1:n2-1)-2*e1).^3/12;
I(n2:n3)=B*H(n2).^3/12-(B-2*e1)*(H(n2)-2*e1).^3/12;
I(n3+1)=B*H(n3+1).^3/12;
I(n4:n5)=pi*(H(n4)^4-(H(n4)-2*e2)^4)/64;

K=zeros(n);f=zeros(n,1);
K(1,1)=1;
K(n,n-1:n)=[-1 1];
for i=2:n-1
    K(i,i-1)=1;
    K(i,i)=-2;
    K(i,i+1)=1;
    f(i)=M(i)/E/I(i)*dx^2;
end

Q=trapz(M./I)*dx;
f(n)=Q/E*dx;
u=linsolve(K,f);
y=u*1000;
sigma=M.*H/2./I;

figure(1)
plotdefl(1000*x,y',1000*H,250)
figure(2)
plotten(1000*x,y',1000*H,sigma,250)
```

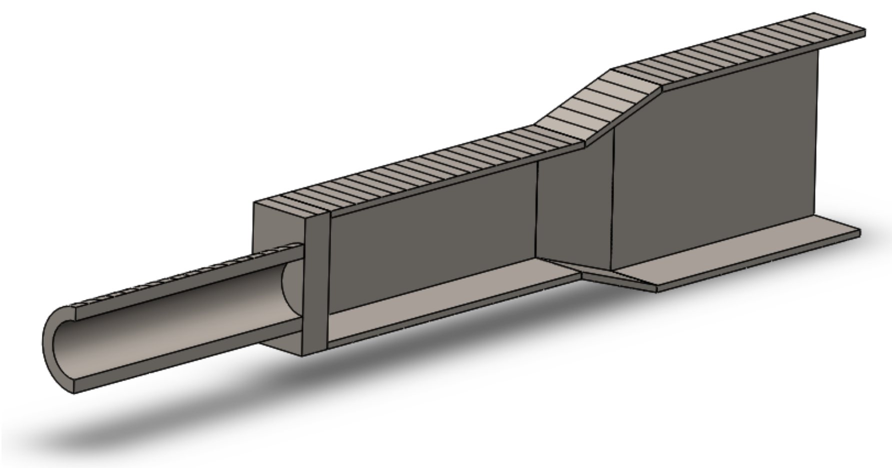


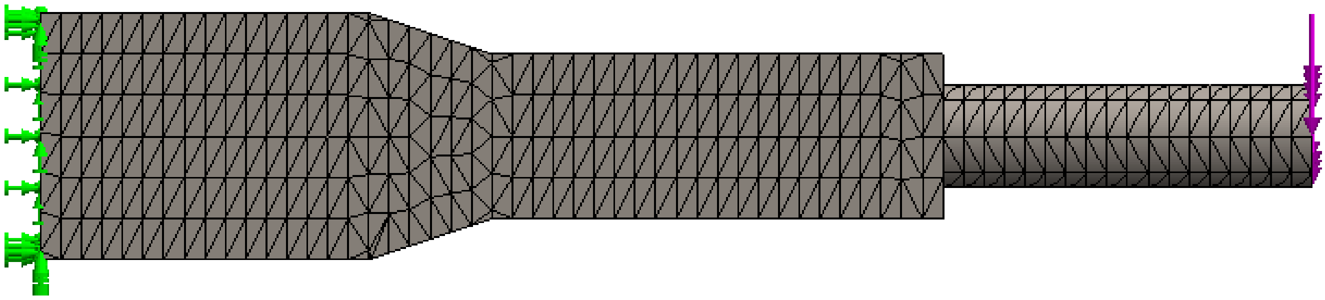


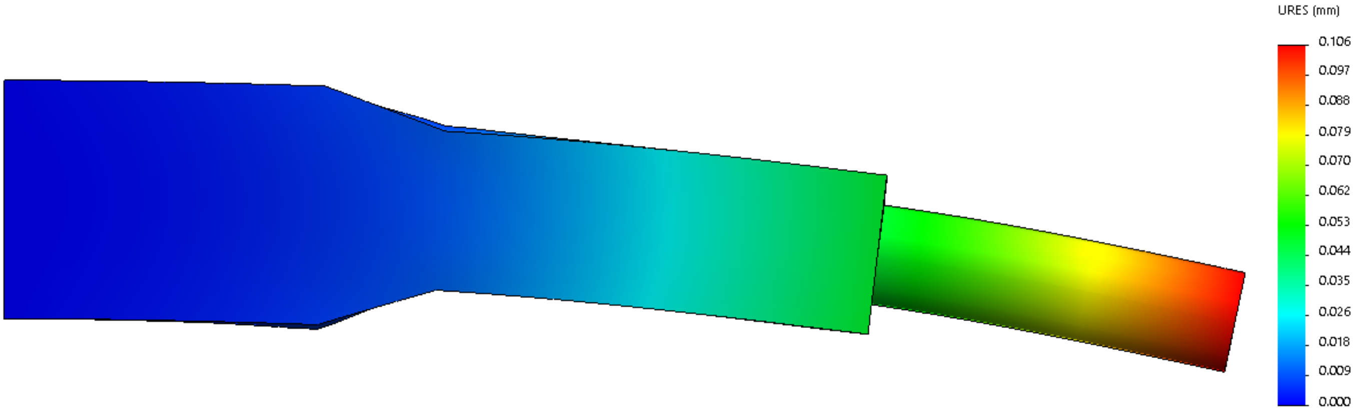
Max. Deflección
-0,0900464700174884 mm

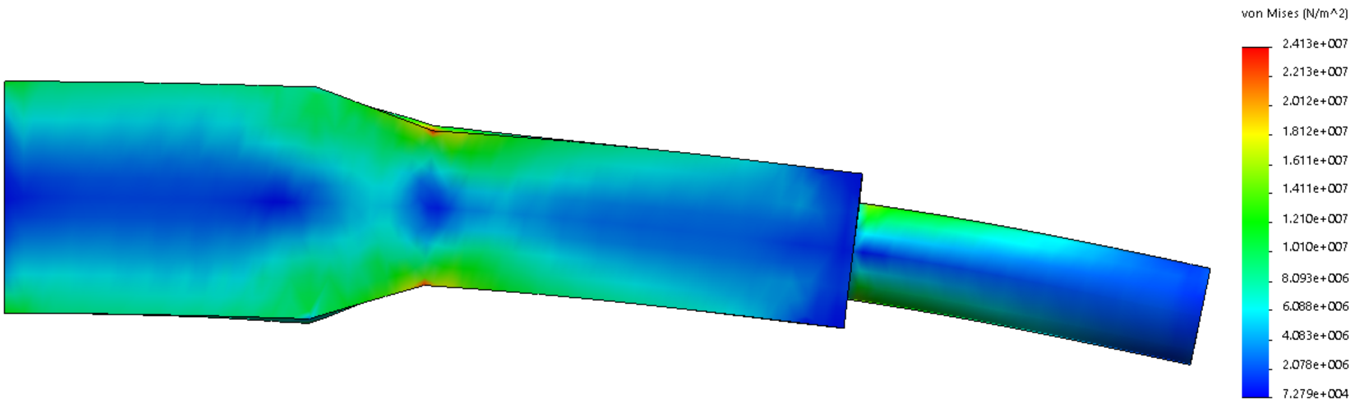
Max. Tensión
1.464185675271798e+07 N/m²

La pieza tiene todas las simetrías necesarias para aplicar un corte y ahorrar costo computacional. Las caras internas serán con rodillos deslizantes y hay que tener cuidado con aplicar la mitad de fuerza.

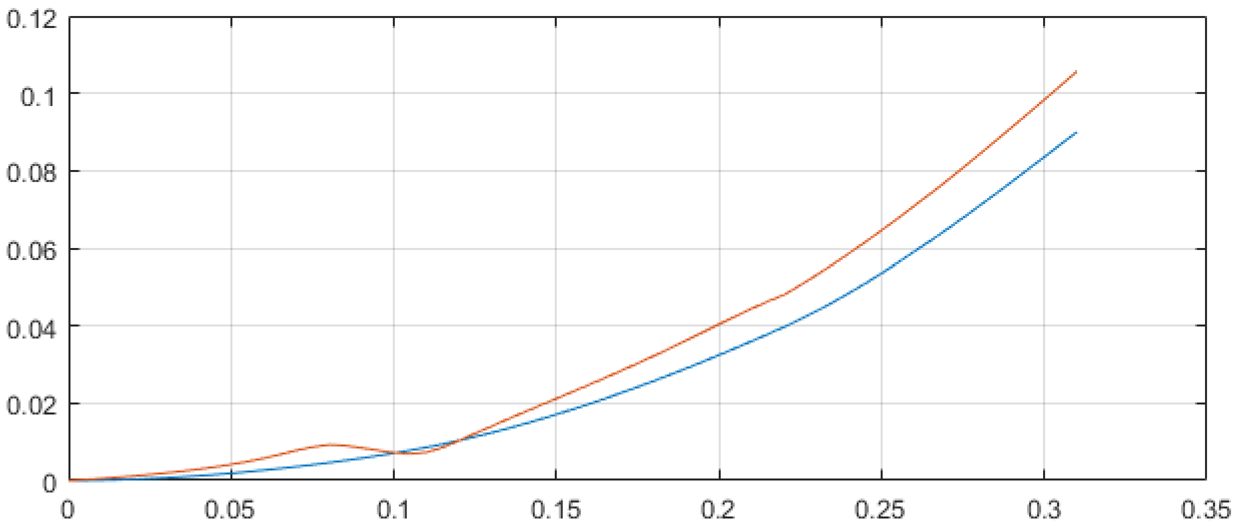


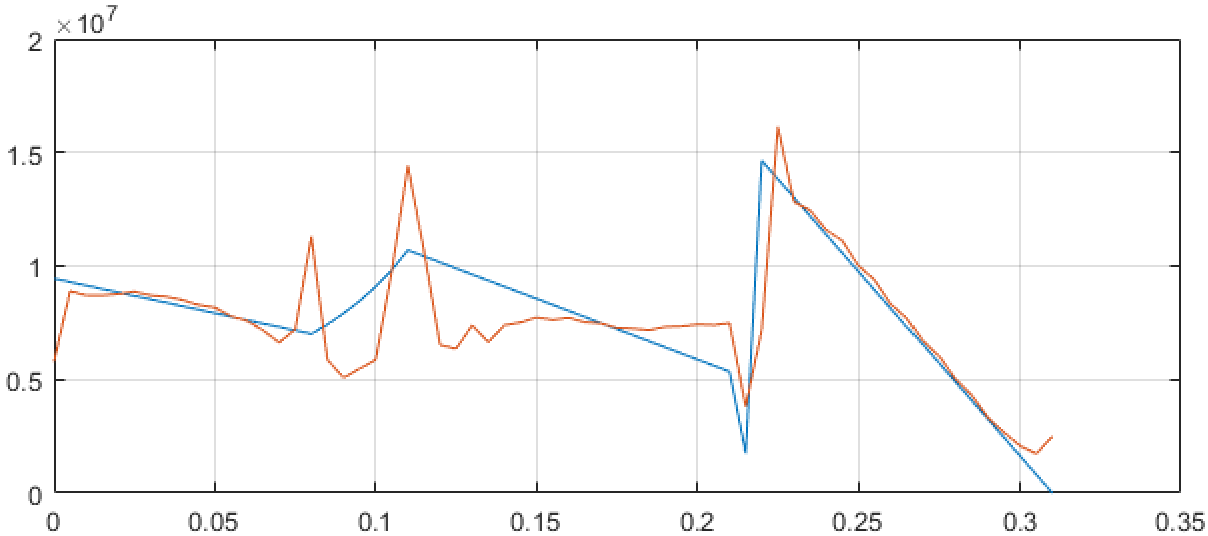






Comparar ambos métodos da lo siguiente:





La principal diferencial de resultados se da por el uso de dos modelos totalmente distintos como son la viga a flexión y la teoría de sólido elástico en tres dimensiones (ley de young 3D, green-cauchy, etc). Este ultimo modelo tiene en cuenta mucho más fenómenos y pone en evidencia concentración de tensiones y otras particularidades. No se puede ignorar tampoco los métodos numéricos y las mallas utilizadas: una malla 1D de diferencia finita de 63 nodos regular versus una malla tetraédrica 4936 nodos y 2329 elementos con elemento finito.

Las tensiones máximas son de 24 Mpa, que es 10 veces menos que el límite elástico de 250 Mpa. La pieza no se rompe.