

## Trabajo Práctico Final Mecánica de Medios Continuos

### 1. Introducción

El problema a estudiar en este trabajo se trata del funcionamiento de un disipador de calor para un procesador de computadora, Fig.( 1).



Figura 1: Cooler

Para llevar a cabo este estudio, se divide el trabajo en tres partes, aumentando el nivel de detalle en cada una, ya sea por las condiciones de borde consideradas o la geometría estudiada.

- A: Se hace un enfoque en la teoría detrás del problema, junto con la resolución analítica y numérica del modelo matemático simplificado a una única dimensión.
- B: Luego, se considera ya un dominio más próximo a la geometría verdadera, el cual se debe analizar mediante dos métodos computacionales diferentes.
- C: Por último, se analiza únicamente la geometría compleja mediante el software computacional SolidWorks. La intención es dar finalmente una respuesta a la problemática planteada, aprovechando los conocimientos adquiridos en las partes previas.

Puntualmente, los objetivos de este trabajo son:

- Estudiar el fenómeno de conducción de calor.
- Aplicar los conocimientos adquiridos a lo largo de la materia a un caso de la realidad.
- Adquirir agilidad con los programas computacionales al aplicar métodos de diferencias finitas y simulaciones en programas CAD.
- Comparar los diferentes métodos de resolución utilizados a lo largo del trabajo
- Armar un informe con las actividades realizadas, de manera clara y ordenada (introducción, metodología, conclusiones), reportando y analizando los resultados obtenidos.

## 2. Parte A: Solución analítica y método de diferencias finitas

Se estudia la transferencia de calor a lo largo de un dominio unidimensional, este fenómeno se rige por la Ec. (1). El principal objetivo de esta sección es el comparar los resultados obtenidos mediante la solución analítica de la ecuación luego de simplificaciones, y su aproximación en MDF.

### 2.1. Geometría y modelo matemático

Como se menciona previamente, la Ec. (1) describe el comportamiento del fenómeno en estudio. Esta se trata del transporte de energía, que junto con la ecuación de calor de Fourier, Ec. (2), describe la conducción de calor sobre un sólido.

$$\frac{d}{dt}(\rho c_V T) + \vec{\nabla} \cdot (\rho c_V T \vec{v}) = -\vec{\nabla} \cdot \vec{q} + \rho r_h \quad (1)$$

Donde

$$\vec{q} = -\kappa \vec{\nabla} T \quad (2)$$

A continuación, se presentan las hipótesis necesarias para simplificar la ecuación de transporte que modeliza la problemática:

1. El problema es de carácter estacionario.
2. La densidad, la conductividad térmica y el calor específico son constantes
3. La transferencia de calor depende únicamente de las coordenadas en X.
4. Existe un sumidero de calor  $r_h$  en el dominio

Además, las condiciones de contorno para este problema unidimensional son las siguientes:

- Condición de borde Dirichlet en  $X=0$ , tal que:

$$T(0) = 50^\circ C \quad (3)$$

- Condición de borde Mixta en  $X=100\text{mm}$ , tal que:

$$\vec{q} = h(T - T_\infty) \quad (4)$$

La longitud del dominio unidimensional, junto con los parámetros sobre material y para el fenómeno de convección, son los siguientes:

- **Longitud en y** = 100 mm
- **Coeficiente pelicular:**  $h = 5 \text{ W/m}^2\text{K}$
- **Coeficiente conductividad:**  $\kappa = 390 \text{ W/m}^2\text{K}$
- **Temperatura ambiente:**  $T_0 = 22^\circ C$
- **Término fuente:**  $r_h = -0,5 \text{ W/Kg}$

## 2.2. Actividades a realizar

- Simplificar la Ec. (1) mediante las hipótesis provistas, y determinar si existe otra hipótesis posible para simplificar más aún si es necesario
- Resolver analíticamente la ecuación simplificada utilizando las condiciones de contorno dadas
- Discretizar la ecuación simplificada mediante el método de diferencias finitas (MDF) y resolver mediante Matlab
- Comparar los resultados de ambos métodos, mediante cálculo de errores e interpretación física

## 3. Parte B: Método de diferencias finitas y SolidWorks 2D

En esta sección se estudia el comportamiento de una aleta aislada del disipador, Fig.(3), donde se supone una falla del ventilador debido a un desperfecto eléctrico. Este impedirá un flujo forzado del aire entre las aletas del disipador, lo cual puede poner en peligro al procesador de la computadora.

Se modeliza este estudio con un dominio en dos dimensiones , Fig.(2)) que cuenta con dos condiciones de borde de tipo Dirichlet y dos de tipo Neumann. Además, se incorporan dos condiciones "fuente" de tipo Mixtas en el desarrollo de la Ec. (5), que modela el comportamiento de la temperatura dentro del dominio.

### 3.1. Modelo matemático y condiciones de borde

El fenómeno físico se puede describir por medio de la Ec. (5), la misma tiene en cuenta las diferentes condiciones de borde mencionadas anteriormente.

$$0 = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{2h}{e} T + \frac{2h T_s}{e} \quad (5)$$

Las dimensiones de la placa estudiada, junto con los datos sobre material y para el fenómeno de convección, son los siguientes:

- **Longitud en x** = 30 mm
- **Longitud en y** = 47 mm
- **Coefficiente pelicular:**  $h = 5 \text{ W/m}^2\text{K}$
- **Coefficiente conductividad:**  $\kappa = 390 \text{ W/m}^2\text{K}$
- **Espesor:**  $e = 1.5 \text{ mm}$
- **Temperatura ambiente:**  $T_0 = 22^\circ \text{ C}$

Las condiciones de borde dependen de cada lado de la placa, por lo tanto se indica el tipo de condición en la siguiente imagen, y luego los valores de cada condición.

Donde:

- **Borde izquierdo:** condición Dirichlet, tal que:

$$T(0, y) = 100^\circ \text{ C} \quad (6)$$

- **Borde superior:** condición Neumann nula, tal que el flujo de calor es nulo:

$$\vec{q} = 0 \quad \text{para } (x, 47) \quad (7)$$

- **Borde derecho:** condición Neumann nula, flujo de calor nulo:

$$\vec{q} = 0 \quad \text{para } (30, y) \quad (8)$$

- **Borde inferior:** Condición Dirichlet, tal que:

$$T(x, 0) = 100^\circ \text{C} \quad (9)$$

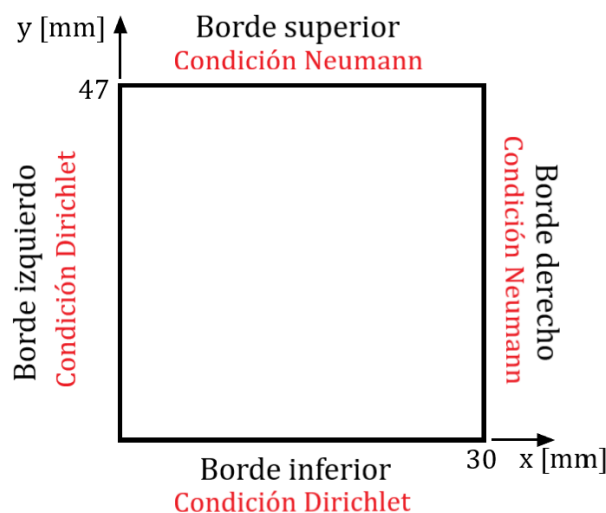


Figura 2: Condiciones de borde.

### 3.2. Actividades a realizar

- Discretizar la Ec. (5) mediante MDF en dos dimensiones y resolver el campo de temperaturas en la placa.
- Realizar una simulación térmica de la placa en SolidWorks respetando las mismas dimensiones y condiciones de borde
- Comparar los resultados obtenidos por SolidWorks y Matlab/Octave

## 4. Parte C: Simulación en SolidWorks (poner secciones para seguir acorde a las partes previas)

### 4.1. Geometría y condiciones de borde

Ahora se debe modelizar y simular el problema real en SolidWorks, para eso se deben utilizar como referencia las dimensiones presentes en el plano brindado por la cátedra [1] (se le recomienda al alumno que presente, junto al informe, planos de los ensamblajes de autoría propia). Una vez realizado el ensamblaje, se deben realizar estudios térmicos sobre la pieza del disipador.

Para este estudio se considera como material del cuerpo un **acero 1020**, con un tamaño de malla considerable para obtener resultados válidos. Por otro lado, las condiciones de borde a implementar son las siguientes:

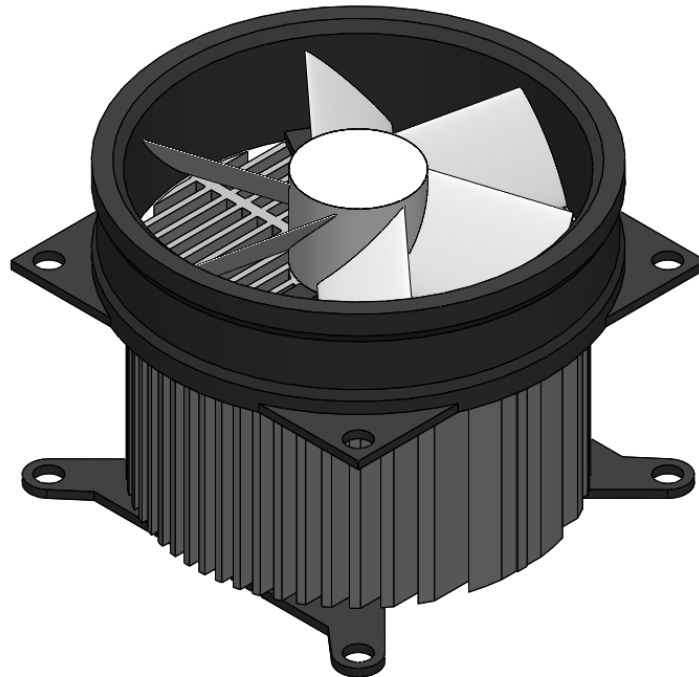


Figura 3: Modelo del cooler

- **Dirichlet:** En el centro del disipador, se debe seleccionar únicamente la sección circular e imponerle una temperatura fija de  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$  (se recomienda revisar la opción "Línea de partición").
- **Neumann:** En toda la cara superior y los finales de las aletas del disipador (zona verde marcada en la Figura (4)) se debe imponer un flujo de calor nulo.
- **Mixta:** En las caras de las aletas (zona azul marcada en la Figura (4)) se debe imponer convección de aire estanco, con un coeficiente de convección  $h = 5\text{ W/m}^2\cdot\text{K}$  y una temperatura de referencia de  $22\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

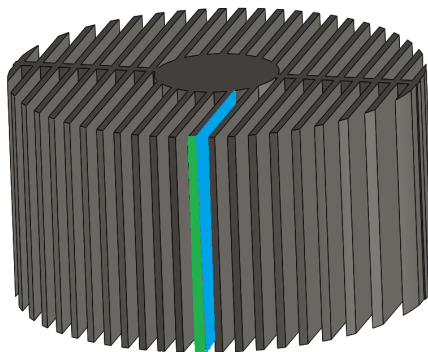


Figura 4: Disipador de calor

#### 4.2. Actividades a realizar

- Construir el modelo del cooler que se presenta en la Figura (3)
- Realizar la simulación de calor para el dispositivo completo y presentar resultados de interés. ¿Qué diferencias presentan con el análisis sobre una aleta independiente? ¿Cómo puede explicar estas diferencias?

#### Referencias

- [1] Cátedra. *Plano de ensamble*. URL: [https://drive.google.com/file/d/1\\_i66bL5YsCnyrB\\_Fnbq2ZJh1Kh01DZCw/view?usp=sharing](https://drive.google.com/file/d/1_i66bL5YsCnyrB_Fnbq2ZJh1Kh01DZCw/view?usp=sharing).