

Actividad N05

En el siguiente informe se presenta la resolución del ejercicio entregable para el curso de "Turbulencia en Flujos" dentro del Doctorado de Ingeniería.

1. A partir de los datos registrados en un canal del laboratorio de hidráulica:

1. *Qué tiempo se midió y cuantas mediciones se tomaron? Realice un esquema de las mediciones realizadas?*
2. *Defina la configuración utilizada por el instrumento para las condiciones de flujo caracterizada*
 - frecuencia de muestreo
 - Rango de velocidad

Para la presente actividad se realizan mediciones de la velocidad sobre un canal. La tabla T.(1) presenta la cantidad de mediciones y el tiempo que se desarrollaron las mismas. Se utilizó el instrumento con una frecuencia de 50[Hz] y un rango de velocidad de 30 [$\frac{cm}{s}$], según T.(2).

Mediciones	t [s]	Mediciones	t [s]
1	476.50	9	476.24
2	475.74	10	476.52
3	476.00	11	476.08
4	475.86	12	475.84
5	476.52	13	476.24
6	476.56	14	476.32
7	476.44	15	475.76
8	475.72	16	476.34

Cuadro 1: Mediciones realizadas

Frec. muestreo	50[hz]
Rango de Vel.	30 [$\frac{cm}{s}$]

Cuadro 2: Configuración del instrumento

Sensores	Altura [cm]	Sensores	Altura [cm]
SENSC-1	34.3	SENSC-9	18.3
SENSC-2	32.3	SENSC-10	16.3
SENSC-3	30.3	SENSC-11	14.3
SENSC-4	28.3	SENSC-12	8.3
SENSC-5	26.3	SENSC-13	6.3
SENSC-6	23.8	SENSC-14	4.3
SENSC-7	22.3	SENSC-15	2.3
SENSC-8	20.3	SENSC-16	1.3

Cuadro 3: Esquemas de mediciones

La T.(3) presenta el esquema de mediciones realizados sobre el canal, donde se detallan las diferentes alturas de las muestras realizadas.

Para hacer frente a las cuestiones técnicas se utilizan los desarrollos teóricos de las guías anteriores y se implementa un script en python para el análisis de los datos obtenidos del instrumento de medición.

2. En cada punto de medición calcule los siguientes parámetros de la turbulencia:

1. *Velocidades medias.*
2. *Esfuerzos de Reynolds.*
3. *Energía cinética turbulenta (TKE).*
4. *Calcule las escalas del fenómeno en todos los casos posibles.*

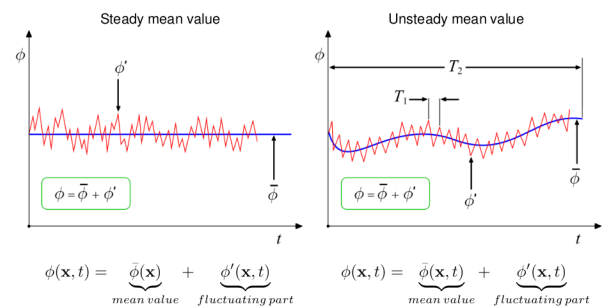


Figura 1: steady vs unsteady mean value, figura obtenida de sinopsis OpenFOAM

Para las mediciones anteriores se procede a calcular los parámetros característicos del flujo. Como se detalló en la Guía N03, la velocidad se compone por una contribución debido a su valor medio más las perturbaciones o valores fluctuantes de la misma. Con esta última componente se calcula el tensor de Reynolds, y distintos parámetros sobre la turbulencia.

2.1. Velocidad Media

La velocidad media es el promedio temporal de las mediciones, Ec.(1), su implementación se detalla en Lst(??).

$$\overline{U(\vec{x})} = \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^T u(\vec{x}, t) dt \quad (1)$$

```
1 data = np.loadtxt('sensc1-1.Vu', delimiter=';', 
2 skiprows=9)
3 t = data[:,0]
4 u = data[:,3] #vx
5 v = data[:,4] #vy
6 w = data[:,5] #vz
7
8 # Statistics
9 u_mean = np.mean(u)
10 v_mean = np.mean(v)
11 w_mean = np.mean(w)
```

Listing 1: Cálculo de los valores medios de la velocidad a partir de las mediciones.

Las demás velocidades correspondientes a las restates mediciones se presentan en el anexo, Sec.(5.1).

medición	\bar{u}	\bar{v}	\bar{w}	TKE
senscl-1	11.49301	0.35675	-0.42318	0.12994
senscl-2	11.51558	0.38224	-0.41813	0.10449
senscl-3	11.54110	0.34130	-0.42770	0.09633
senscl-4	11.52217	0.26276	-0.41993	0.10111
senscl-5	11.47690	0.26175	-0.44114	0.13064
senscl-6	11.26163	0.22219	-0.39819	0.09662
senscl-7	11.24322	0.20577	-0.40906	0.22914
senscl-8	11.03503	0.35935	-0.35272	0.27982
senscl-9	10.83236	0.11946	-0.33995	0.16141
senscl-10	10.60863	0.11308	-0.31084	0.17598
senscl-11	10.33622	0.14996	-0.31055	0.24557
senscl-12	9.29049	0.10007	-0.25862	0.36580
senscl-13	8.79230	0.03027	-0.21635	0.35171
senscl-14	8.11066	0.06412	-0.16844	0.43261
senscl-15	7.60352	0.07021	-0.16106	0.46572
aenscl-16	7.13215	0.07541	-0.15517	0.44126

Cuadro 4: Cálculo de velocidades media y TKE

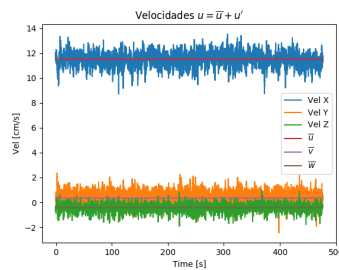


Figura 2: Medición N01 - Componentes de la Velocidad.

2.2. Tensor de Reynolds

La Fig.(2) presenta las tres componentes de la velocidad con sus correspondientes valores medios para la 1^{er} medición. Por lo tanto sobre las mediciones obtenidas, la fluctuación de la velocidad se calcula sustrayendo el valor medio de la misma, según la Ec.(2).

$$\underbrace{u(\vec{x}, t)}_{\text{valor instantáneo}} = \underbrace{\overline{u(\vec{x})}}_{\text{valor medio}} + \underbrace{u'(\vec{x}, t)}_{\text{fluctuación}} \quad (2)$$

$$u'(\vec{x}, t) = u(\vec{x}, t) - \overline{u(\vec{x})}$$

En el script Lst(2) se detalla el calculo de las fluctuaciones de la velocidad. Para ello se obtienen las mediciones que se almacenan en la variable *data*, se obtiene cada componente y se calcula el promedio. Por último, las fluctuaciones se almacenan en la variable *u_fl* y se calculan como la diferencia entre las mediciones y el promedio de estas, según Lst(1).

Luego con dichas fluctuaciones se procede a calcular el producto entre estas y por último el promedio del resultado anterior de modo de confeccionar tensor de Reynolds, según la Ec.(3). Notar que el tensor de Reynolds es un tensor simétrico, por lo que se define con 6 componentes.

$$R_{ij} = -\rho \begin{bmatrix} \overline{u'u'} & \overline{u'v'} & \overline{u'w'} \\ \overline{v'u'} & \overline{v'v'} & \overline{v'w'} \\ \overline{w'u'} & \overline{w'v'} & \overline{w'w'} \end{bmatrix} \quad (3)$$

```

1 for i in range(np.shape(t)[0]):
2     u_fl[i] = u[i] - u_mean
3     v_fl[i] = v[i] - v_mean
4     w_fl[i] = w[i] - w_mean
5 # Fluctuations velocity products
6 uu = u_fl*v_fl
7 uv = u_fl*w_fl
8 uw = u_fl*w_fl
9 vv = v_fl*v_fl
10 vw = v_fl*w_fl
11 ww = w_fl*w_fl
12
13 uu_mean = np.mean(uu)
14 uv_mean = np.mean(uv)
15 uw_mean = np.mean(uw)
16 vv_mean = np.mean(vv)
17 vw_mean = np.mean(vw)
18 ww_mean = np.mean(ww)
19
20 reynolds = np.array([[uu_mean, uv_mean, uw_mean],
21                     [uv_mean, vv_mean, vw_mean],
22                     [uw_mean, vw_mean, ww_mean]])

```

Listing 2: Cálculo de las fluctuaciones de la velocidad a partir de las mediciones

A su vez, al tensor de Reynolds anterior se verifica si presenta isotropía o anisotropía, Fig.(3).

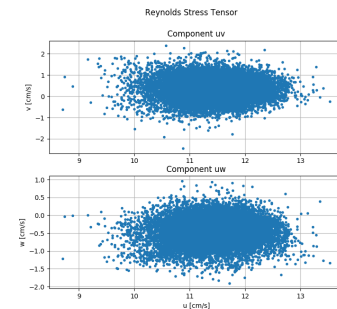


Figura 3: Evaluación de la isotroía del tensor de Reynolds, medición 1.

Como el tensor de Reynolds, Ec.(3) es un tensor simétrico, el mismo se define por 6 componentes, T.(5).

medicion	reynolds[0,0]	reynolds[0,1]	reynolds[0,2]	reynolds[1,1]	reynolds[1,2]	reynolds[2,2]
senscl-1	-0.00641	-0.00641	0.01061	0.17402	0.00566	0.09228
senscl-2	-0.02692	-0.02692	0.00779	0.14984	-0.00264	0.08607
senscl-3	-0.01174	-0.01174	0.00144	0.12646	-0.00995	0.07796
senscl-4	-0.00752	-0.00752	-0.02510	0.13538	-0.00694	0.07437
senscl-5	0.00466	0.00466	-0.03272	0.17199	-0.01066	0.08464
senscl-6	-0.00590	-0.00590	-0.04131	0.12071	-0.00389	0.07844
senscl-7	0.01015	0.01015	-0.04219	0.36092	-0.00900	0.08723
senscl-8	0.00412	0.00412	-0.05185	0.44984	-0.00946	0.10570
senscl-9	-0.00697	-0.00697	-0.05985	0.21467	-0.00437	0.11514
senscl-1	-0.00165	-0.00165	-0.06534	0.21744	-0.00793	0.13617
senscl-1	-0.00245	-0.00245	-0.08580	0.34280	-0.00133	0.15079
senscl-1	0.01513	0.01513	-0.16768	0.49214	-0.00972	0.22433
senscl-1	0.04642	0.04642	-0.16043	0.42216	-0.00616	0.23485
senscl-1	-0.01392	-0.01392	-0.19498	0.61562	-0.00399	0.26353
senscl-1	0.00603	0.00603	-0.19621	0.67962	0.02244	0.24580

Cuadro 5: Tensor de Reynolds

2.3. TKE - Energía Cinética Turbulenta

Luego a partir del tensor de Reynolds, se procede a calcular la energía cinética turbulenta, Ec.(4) y su correspondiente implementación, Lst(3).

$$\kappa_{res} = \frac{1}{2} \left(\overline{u'u'} + \overline{v'v'} + \overline{w'w'} \right) \quad (4)$$

$$\kappa_{res} = \left[\frac{m^2}{s^2} \right]$$

```
1 # TKE - Turbulent Kinetic Energy
2 tke = 0.5*np.trace(reynolds)
```

Listing 3: TKE - Energía Cinética Turbulenta

La TKE, se presenta en la T.(4) para optimizar espacios.

2.4. Escala del fenómeno

Las escalas del fenómeno se calculan mediante la relación entre las escalas de Kolmogorov y las grandes escalas.

$$\frac{\eta}{L} = Re^{-3/4} \quad \frac{u_\eta}{u_0} = Re^{-1/4} \quad \frac{T_\eta}{T_0} = Re^{-1/2} \quad (5)$$

Como se dispone de los valores del flujo medio, correspondiente a las grandes escalas, las escalas de Kolmogorov se obtienen, según la Ec.(6).

$$\eta = L Re^{-3/4} \quad u_\eta = u_0 Re^{-1/4} \quad T_\eta = T_0 Re^{-1/2} \quad (6)$$

```
1 # Relation between Large & Kolmogorov scale
2 Re = (u_mean*10)*(10*10)/nu # Reynolds number
3
4 # Kolmogorov
5 eta = (10*10)*(Re**(-3/4))
6 u_eta = (u_mean*10)*(Re**(-1/4))
7 tau_eta = eta/u_eta
8
9 # Kolmogorov's Reynolds - Verification
10 Re_k = eta*u_eta/nu
```

Listing 4: Cálculo de las escalas de Kolmogorov

Por último se calculan las escalas de Taylor, donde las mismas se pueden obtener mediante dos fórmulas distintas.

$$\frac{\lambda}{L} = Re^{-1/2} \quad \frac{\lambda}{\eta} = Re^{1/4} \quad (7)$$

$$\lambda = L Re^{-1/2} \quad \lambda = \eta Re^{1/4} \quad (8)$$

Mediante las Ec.(8) no solo se calculan las escalas, sino que además a modo de verificación se comparan los mismos resultados, T.(7). Además, también se verifica que el número de Reynolds de Kolmogorov sea unitario.

medición	η	u_η	τ_η
senscl-1	0.12296	8.16460	0.01506

Cuadro 6: Escala de Kolmogorov

medición	Re_k	λ_1	λ_2
senscl-1	1.00	1.73099	1.73099

Cuadro 7: Verificación Reynolds Kolmogorov y escala de Taylor

3. Ley de Pared

1. Ajuste la ley de pared logarítmica a los datos de velocidad media y estime u^* .
2. Ajuste una ley lineal a los valores de $u'w'$ y estime u^* a partir de la aproximación $u^* \ll u'w'$ en el lecho. Compare el valor de u^* con los resultados de Sec.(2a).

3.1. Ley logarítmica

Para esta actividad se dispone de las siguientes mediciones con sus correspondientes velocidades y alturas, T.(8). Se aprecia en la Fig.(4) el perfil de velocidad del canal, el mismo se encuentra en concordancia con los conceptos teóricos, ya que dentro de las regiones cercanas a la pared, el flujo es pequeño y a medida que se aleja de la misma, adquiere mayor velocidad.

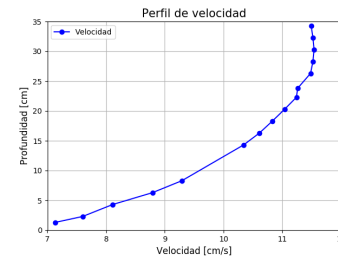


Figura 4: Perfil velocidad.

Como se presentó en las guías anteriores, el perfil de velocidad cercano a la pared responde a una ley logarítmica dada por la Ec.(10).

$$u(y) = \frac{u_*}{\kappa} \ln y^+ + C \quad (9)$$

$$U^+ = \frac{u(y)}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C$$

Ley logarítmica de la velocidad

Para ello, se seleccionan las mediciones cercanas a esta, estableciéndose los primeros cinco sensores desde el fondo y a los mismos se los ajuste mediante un polinomio de grado 1, es decir una aproximación lineal

```
linear_model = np.polyfit(np.log(depth), vel, 1)
# Ajuste log al perfil de velocidad
```

Mediciones	Prof. [cm]	Vel [cm/s]
SENSC-1	34.3	11.49
SENSC-2	32.3	11.52
SENSC-3	30.3	11.54
SENSC-4	28.3	11.52
SENSC-5	26.3	11.48
SENSC-6	23.8	11.26
SENSC-7	22.3	11.24
SENSC-8	20.3	11.04
SENSC-9	18.3	10.83
SENSC-10	16.3	10.61
SENSC-11	14.3	10.34
SENSC-12	8.3	9.29
SENSC-13	6.3	8.79
SENSC-14	4.3	8.11
SENSC-15	2.3	7.60
SENSC-16	1.3	7.13

Cuadro 8: Profundidades y velocidades

```
2 linear_model_fn = np.poly1d(linear_model)
# Coef del polinomio
```

Listing 5: Ajuste polinomio lineal

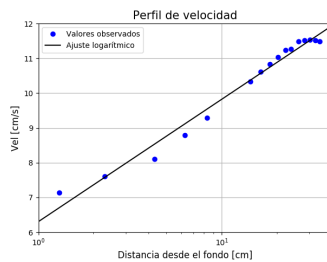


Figura 5: Ajuste logarítmico.

Para calcular la velocidad de fricción, que en rigor de verdad no es una velocidad sino un esfuerzo de corte, pero al tener magnitudes de velocidad se denomina de esa manera. Por otro lado, la Ec.(10) debe expandirse, ya que $y^+ = \frac{y u_*}{\nu}$, de modo que dicha ecuación es de carácter no lineal y para resolverla se deben utilizar métodos iterativos no lineales. El método elegido es el LST (Least-Square Technique, "Técnica de Mínimos Cuadrados"). Para ello, se inicializa en un valor random, denominado semilla y se busca la raíz sujeto a una tolerancia.. Una vez alcanzada dicha tolerancia, se busca el valor de la velocidad al cual está asociada y esa es la solución de la ecuación.

$$u_{(y)} = \frac{u_*}{\kappa} \ln \frac{y u_*}{\nu} + C$$

$$U^+ = \frac{u_{(y)}}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y u_*}{\nu} + C \quad (10)$$

Para el medio acuoso y una tolerancia de $1e^{-4}$ se obtuvo un velocidad de fricción de $0.07 \left[\frac{m}{s} \right]$.

4. Espectros de energía

Analice los espectros de energía de cada punto e intente identificar la frecuencia dominante y la frecuencia de corte de la señal.

Para la presente actividad se analizaron 16 muestras de distintos sensores, T.(3). La T.(9) presenta los valores de las frecuencias dominantes y las frecuencias de *cut-off* entendiéndose a esta última como la frecuencia a partir de la cual la muestra presenta *ruido blanco*. Se asocia a la misma con la precisión del instrumento, ya que para dichas frecuencias el mismo no es capaz de capturar dichos valores.

Sencres	$f_{reqdom1}$ [Hz]	$f_{reqdom2}$ [Hz]	$f_{reqdom3}$ [Hz]	$cut-off$ [Hz]
SENSC-1	0.02182			0.8565
SENSC-2	0.03652			0.3488
SENSC-3	0.05566			0.4167
SENSC-4	0.00610			0.5892
SENSC-5	0.09316			0.2633
SENSC-6	0.04573			0.2919
SENSC-7	0.01220	0.01834		0.4367
SENSC-8	0.04323			0.3059
SENSC-9	0.01587	0.02442		0.2974
SENSC-10	0.08644			0.3554
SENSC-11	0.01244			0.3297
SENSC-12	0.01221			0.3206
SENSC-13	0.00091	0.01527	0.02443	0.3520
SENSC-14	0.00913			0.5266
SENSC-15	0.02122	0.04616		0.4449
SENSC-16	0.04011			0.4978

Cuadro 9: Frecuencias dominantes y de *cut-off*

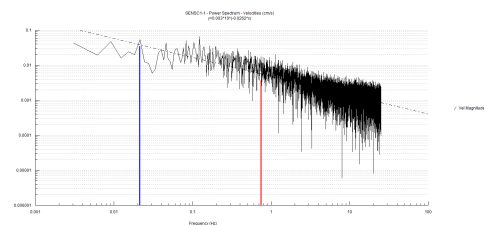


Figura 6: SENS1-1.

A modo esquemático se presenta el espectro de frecuencia en escala logarítmica, la Fig.(6). En la Sec.(5.3) se presentan todas las figuras referente a esta actividad. Desde la Fig.(6) hasta la Fig.(51) presentan los espectros de frecuencia en escala logarítmica correspondientes a la T.(9).

Referencias

Para el presente informe se utilizaron los datos medidos por el laboratorio de Hidrodinámica de la Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas, FICH-UNL.

5. Anexo

5.1. Velocidades Medias e Isotropía del tensor de Reynolds

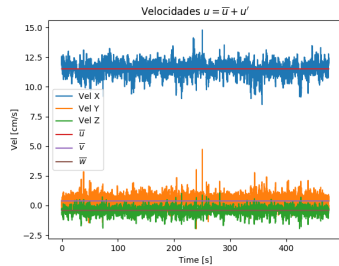


Figura 7: Velocidades medias 1

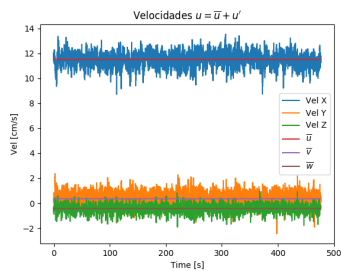


Figura 8: Velocidades medias 2

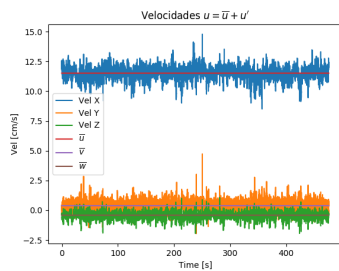


Figura 9: Velocidades medias 3

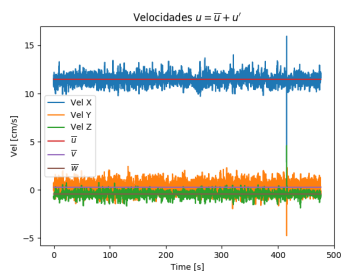


Figura 10: Velocidades medias 4

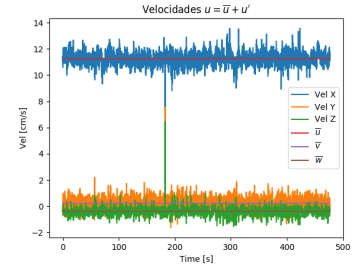


Figura 11: Velocidades medias 5

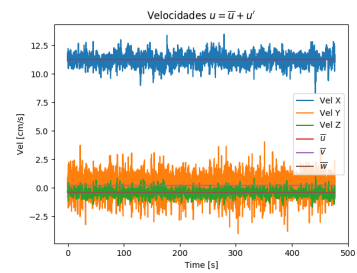


Figura 12: Velocidades medias 6

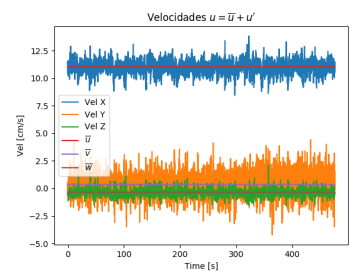


Figura 13: Velocidades medias 7

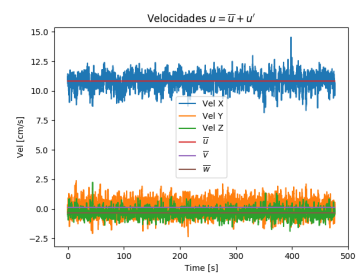


Figura 14: Velocidades medias 8

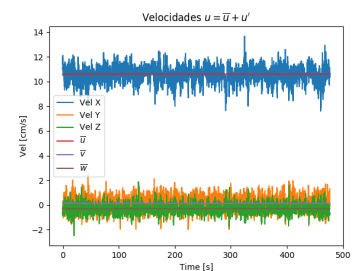


Figura 15: Velocidades medias 9

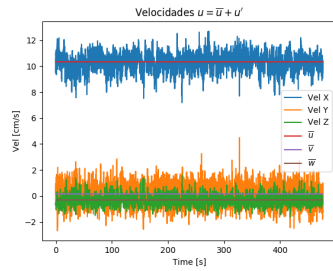


Figura 16: Velocidades medias 10

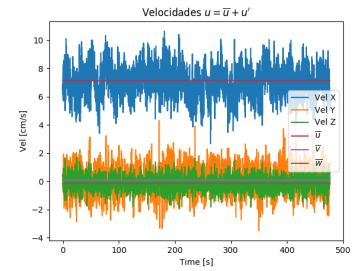


Figura 21: Velocidades medias 16

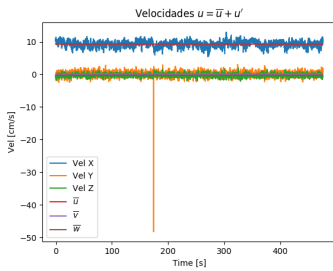


Figura 17: Velocidades medias 11

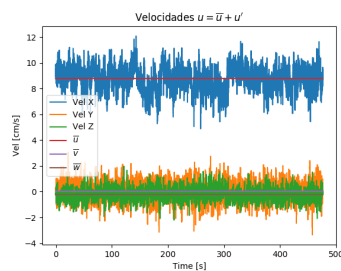


Figura 18: Velocidades medias 12

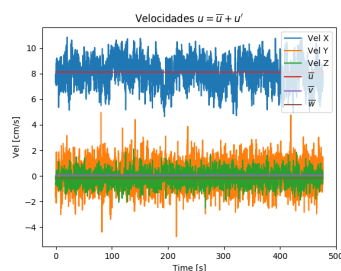


Figura 19: Velocidades medias 13

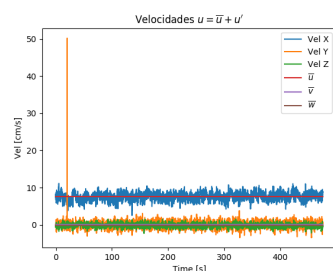


Figura 20: Velocidades medias 15

5.2. Isotropía/Anisotropía Tensor de Reynolds

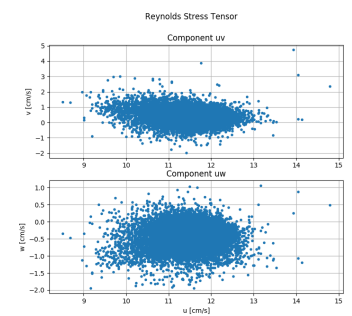


Figura 22: Isotropía/Anisotropía tensor reynolds 2

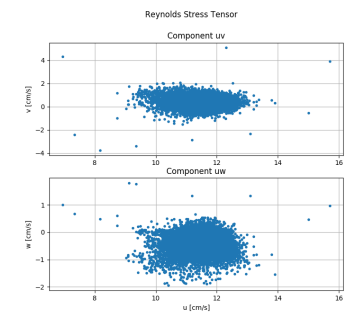


Figura 23: Isotropía/Anisotropía tensor reynolds 3

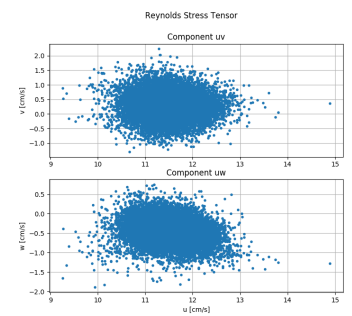


Figura 24: Isotropía/Anisotropía tensor reynolds 4

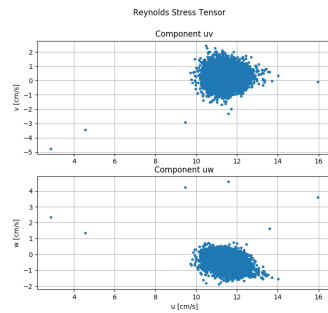


Figura 25: Isotropía/Anisotropía tensor reynolds 5

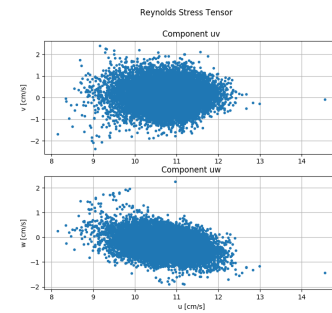


Figura 29: Isotropía/Anisotropía tensor reynolds 9

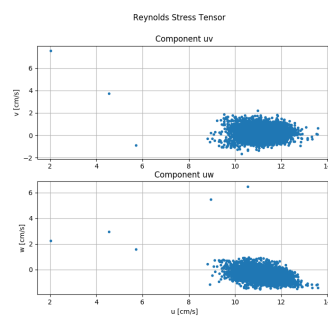


Figura 26: Isotropía/Anisotropía tensor reynolds 6

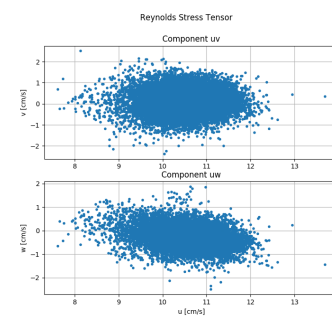


Figura 30: Isotropía/Anisotropía tensor reynolds 10

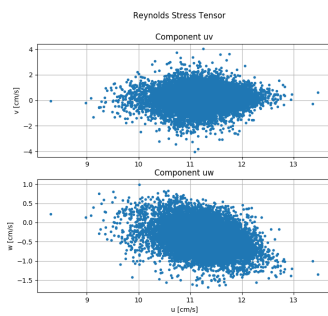


Figura 27: Isotropía/Anisotropía tensor reynolds 7

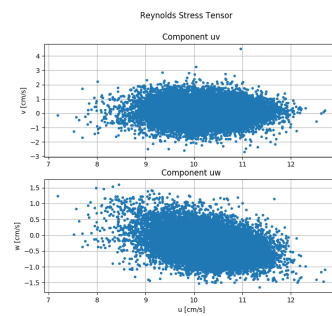


Figura 31: Isotropía/Anisotropía tensor reynolds 11

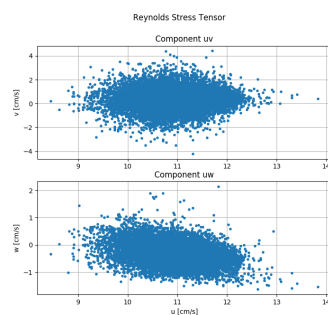


Figura 28: Isotropía/Anisotropía tensor reynolds 8

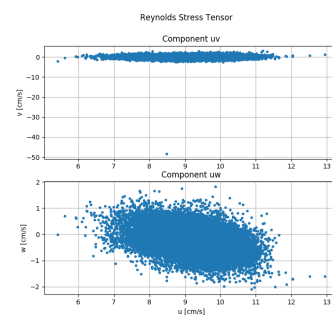


Figura 32: Isotropía/Anisotropía tensor reynolds 12

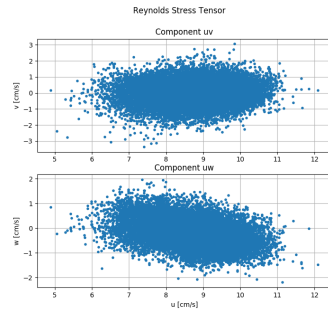


Figura 33: Isotropía/Anisotropía tensor reynolds 13

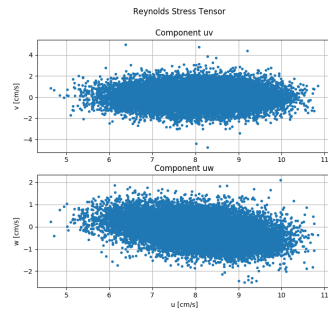


Figura 34: Isotropía/Anisotropía tensor reynolds 14

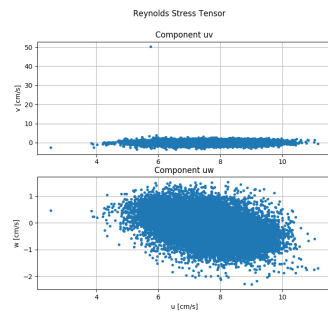


Figura 35: Isotropía/Anisotropía tensor reynolds 15

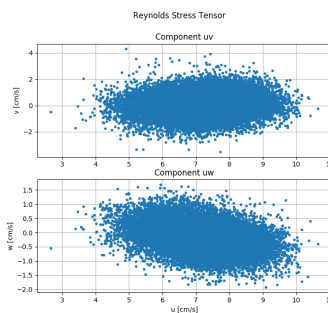


Figura 36: Isotropía/Anisotropía tensor reynolds 16

5.3. Frecuencia dominante

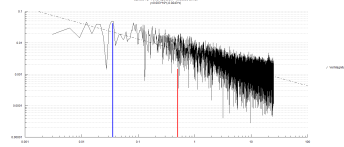


Figura 37: SENS1-2.

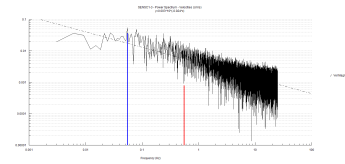


Figura 38: SENS1-3.

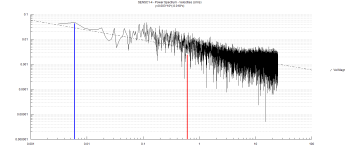


Figura 39: SENS1-4.

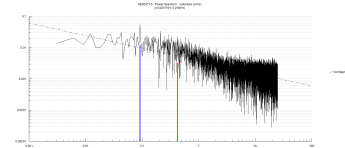


Figura 40: SENS1-5.

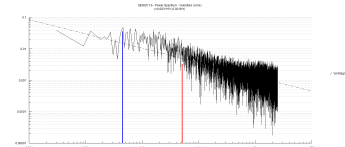


Figura 41: SENS1-6.

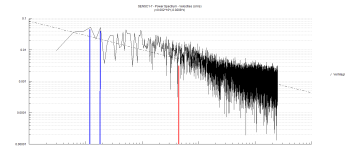


Figura 42: SENS1-7.

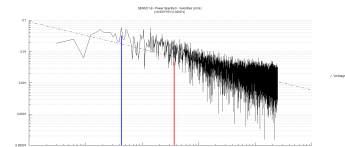


Figura 43: SENS1-8.

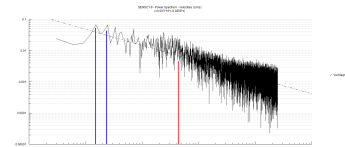


Figura 44: SENS1-9.

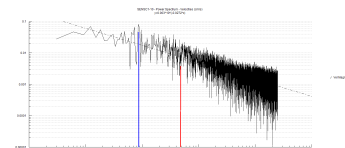


Figura 45: SENS1-10.

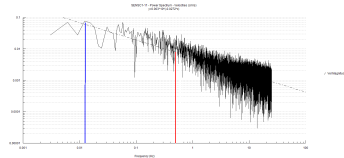


Figura 46: SENSEC1-11.

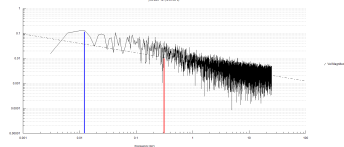


Figura 47: SENSEC1-12.

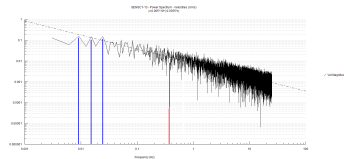


Figura 48: SENSEC1-13.

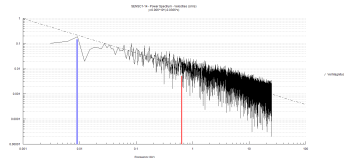


Figura 49: SENSEC1-14.

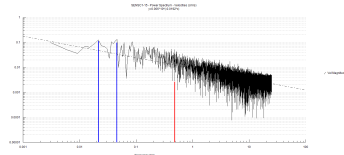


Figura 50: SENSEC1-15.

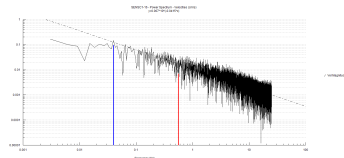


Figura 51: SENSEC1-16.