



Chương 5: Điều chế góc sóng mang liên tục

5.1 Điều chế tần số (FM) và điều chế pha (PM)

5.2 Bảng thông truyền FM/PM

5.3 Sơ đồ điều chế FM/PM

5.4 Giải điều chế FM/PM

Th.S. Nguyễn Thanh Tuấn

1



5.1 Điều chế FM & PM

- Thông số
- Biểu thức
- Dạng sóng
- Công suất
- Phổ
- Bảng thông

$$f_{\Delta} \ll f_c \quad 0 < \phi_{\Delta} \leq 180^{\circ}$$

Th.S. Nguyễn Thanh Tuấn

2



Điều chế góc

$$x_c(t) = A_c \cos(\omega_c t + \phi(t)) = A_c \cos \Theta_c(t) = A_c \operatorname{Re}[e^{j\Theta_c(t)}]$$

- Góc tức thời: $\Theta_c(t)$

- Tần số tức thời: $f(t) = \frac{\dot{\Theta}_c(t)}{2\pi} = f_c + \frac{\dot{\phi}(t)}{2\pi}$

- Pha tức thời: $\phi(t)$ $\dot{\phi}(t) = \frac{d\phi(t)}{dt}$

Th.S. Nguyễn Thanh Tuấn

3



Biểu thức FM/PM

	Instantaneous phase	Instantaneous frequency
PM	$\phi_{\Delta} x(t)$	$f_c + \frac{\phi_{\Delta} \dot{x}(t)}{2\pi}$
FM	$2\pi f_{\Delta} \int_{t_0}^t x(\lambda) d\lambda$	$f_c + f_{\Delta} x(t)$

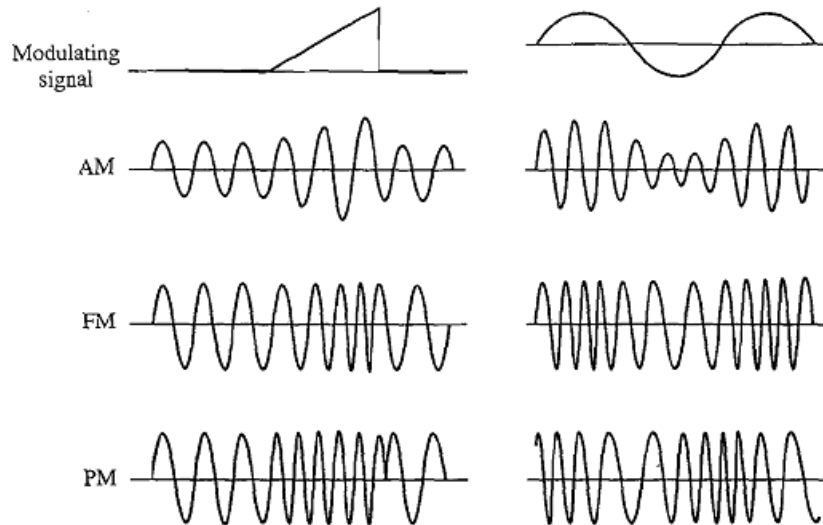
$$x_c(t) = A_c \cos(\omega_c t + \phi_{\Delta} x(t)) \quad x_c(t) = A_c \cos\left(\omega_c t + 2\pi f_{\Delta} \int_{t_0}^t x(\lambda) d\lambda\right)$$

$$S_T = A_c^2 / 2$$

Th.S. Nguyễn Thanh Tuấn

4

Dạng sóng FM/PM



Th.S. Nguyễn Thanh Tuấn

5

Ví dụ

1) Cho tín hiệu thông tin $x(t) = A_m \cos(\omega_m t)$, viết biểu thức tín hiệu điều chế FM với hệ số f_Δ và sóng mang $A_c \cos(\omega_c t)$

$$\rightarrow x_{FM}(t) =$$

2) Cho tín hiệu thông tin $x(t) = A_m \sin(\omega_m t)$, viết biểu thức tín hiệu điều chế PM với hệ số ϕ_Δ và sóng mang $A_c \cos(\omega_c t)$

$$\rightarrow x_{PM}(t) =$$

Th.S. Nguyễn Thanh Tuấn

6

Phổ FM/PM đơn tần

$$x(t) = \begin{cases} A_m \sin \omega_m t & \text{PM} \\ A_m \cos \omega_m t & \text{FM} \end{cases}$$

$$\phi(t) = \beta \sin \omega_m t, \quad \text{with} \quad \beta = \begin{cases} \phi_\Delta A_m & \text{PM} \\ \frac{A_m}{f_m} f_\Delta & \text{FM} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x_c(t) &= A_c \cos(\omega_c t + \phi(t)) = x_{ci}(t) \cos \omega_c t - x_{cq}(t) \sin \omega_c t \\ &= A_c \left\{ \underbrace{\cos(\beta \sin \omega_m t)}_{\downarrow} \cos \omega_c t - \underbrace{\sin(\beta \sin \omega_m t)}_{\downarrow} \sin \omega_c t \right\} \\ &\quad \text{Periodic functions} \end{aligned}$$

Th.S. Nguyễn Thanh Tuấn

7

Biểu thức (dạng có thể vẽ phổ) của tín hiệu sau điều chế góc

$$\cos(\beta \sin \omega_m t) = J_0(\beta) + \sum_{n \text{ even}} 2 J_n(\beta) \cos n \omega_m t$$

$$\sin(\beta \sin \omega_m t) = \sum_{n \text{ odd}} 2 J_n(\beta) \sin n \omega_m t$$

$$x_c(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_c J_n(\beta) \cos(\omega_c + n \omega_m) t$$

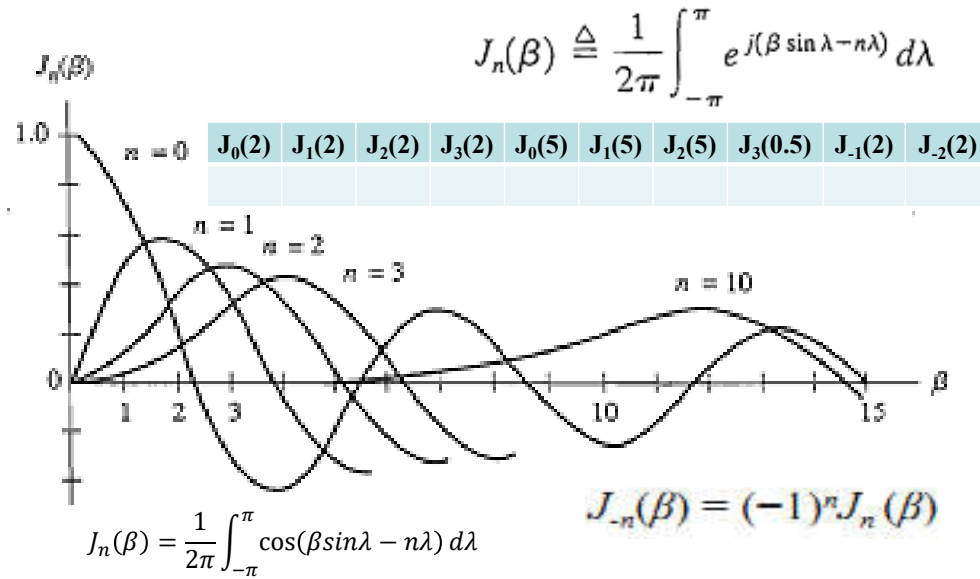
- Kết quả trên không đổi cho **phổ biên độ** trong trường hợp thay đổi pha của sóng mang và tín hiệu thông tin (với điều kiện **phổ không trùng lặp**).

Th.S. Nguyễn Thanh Tuấn

8



Đồ thị hàm Bessel loại 1



Th.S. Nguyễn Thanh Tuấn

9



Bảng hàm Bessel loại 1 (sai số 1%)

n	$J_n(0.1)$	$J_n(0.2)$	$J_n(0.5)$	$J_n(1.0)$	$J_n(2.0)$	$J_n(5.0)$	$J_n(10)$	n
0	1.00	0.99	0.94	0.77	0.22	-0.18	-0.25	0
1	0.05	0.10	0.24	0.44	0.58	-0.33	0.04	1
2			0.03	0.11	0.35	0.05	0.25	2
3				0.02	0.13	0.36	0.06	3
4					0.03	0.39	-0.22	4
5						0.26	-0.23	5
6						0.13	-0.01	6
7						0.05	0.22	7
8						0.02	0.32	8
9							0.29	9
10							0.21	10
11							0.12	11
12							0.06	12
13							0.03	13
14							0.01	14

$$J_n(\beta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \cos(\beta \sin \lambda - n\lambda) d\lambda$$

Th.S. Nguyễn Thanh Tuấn

10

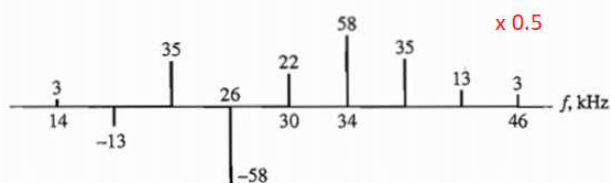


$$x_c(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_c J_n(\beta) \cos(\omega_c + n\omega_m)t \quad \text{Ví dụ 1}$$

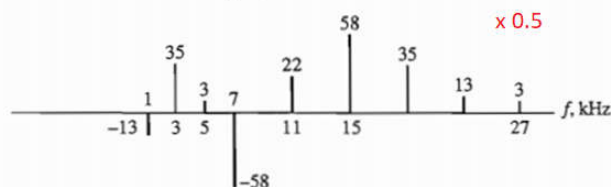
Consider tone-modulated FM with $A_c = 100$, $A_m f_\Delta = 8$ kHz, and $f_m = 4$ kHz. Draw the line spectrum for $f_c = 30$ kHz and for $f_c = 11$ kHz.

$$\beta = 8 \text{ kHz} / 4 \text{ kHz} = 2$$

$f_c = 30$ kHz



$f_c = 11$ kHz
Note "folded" terms at
 $|11 - 12| = 1$ kHz
 $|11 - 16| = 5$ kHz



Th.S. Nguyễn Thanh Tuấn

11

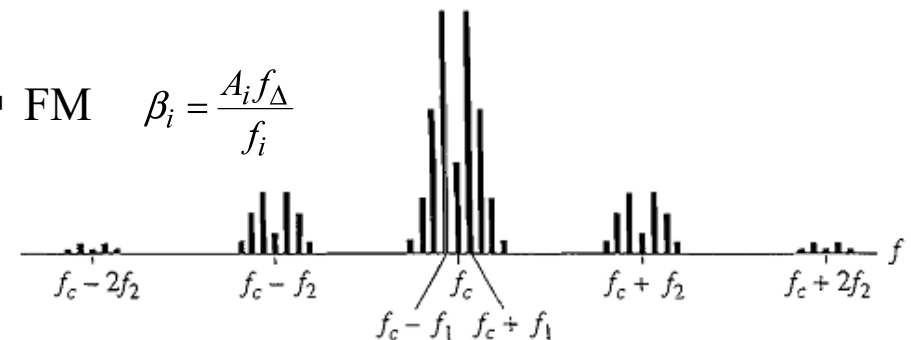


Phổ FM/PM đa tần

$$x(t) = A_1 \cos \omega_1 t + A_2 \cos \omega_2 t$$

$$\Rightarrow x_c(t) = A_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_n(\beta_1) J_m(\beta_2) \cos(\omega_c + n\omega_1 + m\omega_2)t$$

■ FM $\beta_i = \frac{A_i f_\Delta}{f_i}$



Th.S. Nguyễn Thanh Tuấn

12



5.2 Bảng thông FM/PM

- Khi A_m cố định và f_m cố định
 - Trường hợp β có trong bảng tra (sai số ε)

$$0.01 < \varepsilon < 0.1 \quad J_M(\beta) \geq \varepsilon \quad J_{M+1}(\beta) < \varepsilon$$
 - Trường hợp β không có trong bảng tra \rightarrow ước lượng $B = 2M(\beta)f_m$
 - Tiêu chuẩn Carson: $B = 2.(1 + \beta).f_m$**
- Khi A_m thay đổi $[0 \div 1]$ và f_m thay đổi $[0 \div W] \rightarrow$ tính **bảng thông tối đa** theo tiêu chuẩn Carson
 - FM ($f_m = W$ và $A_m = 1$): $B_{FM} = 2.(f_m + A_m.f_\Delta) \rightarrow B_{FMmax} = 2.(W + f_\Delta) = 2.(1 + D).W$ với tỉ số di tần tối đa $D = f_\Delta/W$
 - PM ($f_m = W$ và $A_m = 1$): $B_{PMmax} = 2.(1 + \phi_\Delta).W$

Th.S. Nguyễn Thanh Tuấn

13



Bảng thông theo tần số tức thời

- Độ di tần (Δf): phạm vi thay đổi tần số tức thời quanh tần số sóng mang (thường đối xứng)
- Bảng thông theo tần số tức thời $= 2 \times \Delta f$

Th.S. Nguyễn Thanh Tuấn

14



Các thuật ngữ FM đơn tần

Carrier signal	$A_c \cos(\omega_c t)$
Carrier frequency	$\omega_c = 2\pi f_c$
Modulating wave $m(t)$	$A_m \cos(\omega_m t)$ A single tone frequency
Modulating frequency	$\omega_m = 2\pi f_m$ (radians/sec)
Deviation sensitivity	k_f (f_Δ)
Deviation	$\Delta f = k_f A_m$
Modulation Index	$\beta = \frac{\Delta f}{f_m}$
Instantaneous frequency	$f_i = f_c + k_f A_m \cos(\omega_m t) = f_c + \Delta f \cos(\omega_m t)$
Remember	$\varphi_{FM}(t) = A_c \left[\cos \left(\omega_c t + k_f \left(\int_{-\infty}^t m(\alpha) d\alpha \right) \right) \right]$, generally
Modulated wave	$\varphi_{FM}(t) = A_c \left[\cos \left(\omega_c t + \frac{k_f A_m}{f_m} \sin(\omega_m t) \right) \right]$
or	$\varphi_{FM}(t) = A_c [\cos(\omega_c t + \beta \sin(\omega_m t))]$

Th.S. Nguyễn Thanh Tuấn

15



Ví dụ 2

$$\varphi_{FM}(t) = 10 \left[\cos(2\pi(10^6)t + 8 \sin(2\pi(10^3)t)) \right]$$

Determine

- the carrier frequency f_c
- the modulation index β
- the peak frequency deviation Δf
- the bandwidth of $\varphi_{FM}(t)$

Th.S. Nguyễn Thanh Tuấn

16



Phổ FM/PM đơn tần

$$x(t) = \begin{cases} A_m \sin \omega_m t & \text{PM} \\ A_m \cos \omega_m t & \text{FM} \end{cases}$$

$$\phi(t) = \beta \sin \omega_m t, \quad \text{with} \quad \beta = \begin{cases} \phi_\Delta A_m & \text{PM} \\ \frac{A_m}{f_m} f_\Delta & \text{FM} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x_c(t) &= A_c \cos(\omega_c t + \phi(t)) = x_{ci}(t) \cos \omega_c t - x_{cq}(t) \sin \omega_c t \\ &= A_c \left\{ \underbrace{\cos(\beta \sin \omega_m t)}_{\text{Periodic functions}} \cos \omega_c t - \underbrace{\sin(\beta \sin \omega_m t)}_{\text{Periodic functions}} \sin \omega_c t \right\} \end{aligned}$$

Th.S. Nguyễn Thanh Tuấn

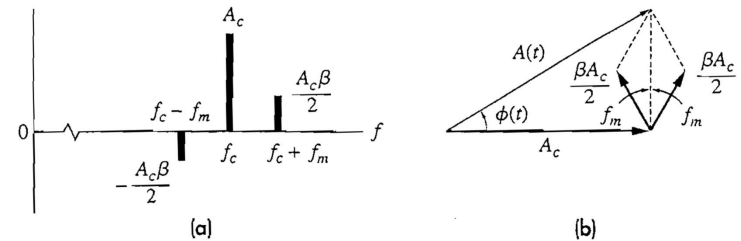
17



Bảng hợp FM/PM

- Narrow band: $\beta \ll 1$ and thus (from Taylor expansion):

$$\begin{aligned} x_{ci}(t) &\cong A_c & x_c(t) &\cong A_c \cos \omega_c t - A_c \beta \sin \omega_m t \sin \omega_c t \\ x_{cq}(t) &\cong A_c \phi(t) & &= A_c \cos \omega_c t - \frac{A_c \beta}{2} \cos(\omega_c - \omega_m)t + \frac{A_c \beta}{2} \cos(\omega_c + \omega_m)t \end{aligned}$$



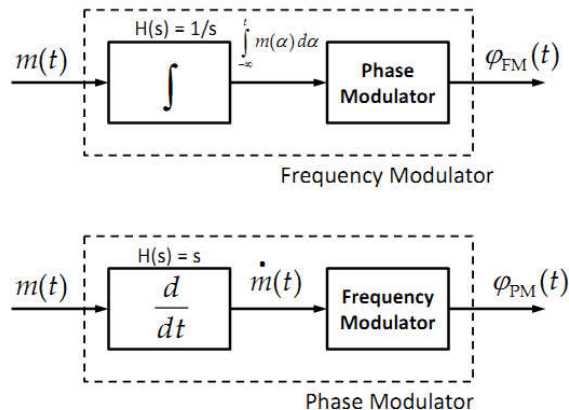
Th.S. Nguyễn Thanh Tuấn

18



5.3 Sơ đồ điều chế

- Điều chế trực tiếp/ gián tiếp



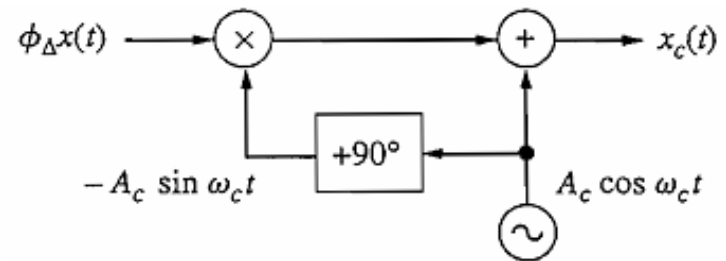
- Điều chế băng hẹp/ băng rộng

Th.S. Nguyễn Thanh Tuấn

19



Điều chế NBPM (độ nhạy pha nhỏ)

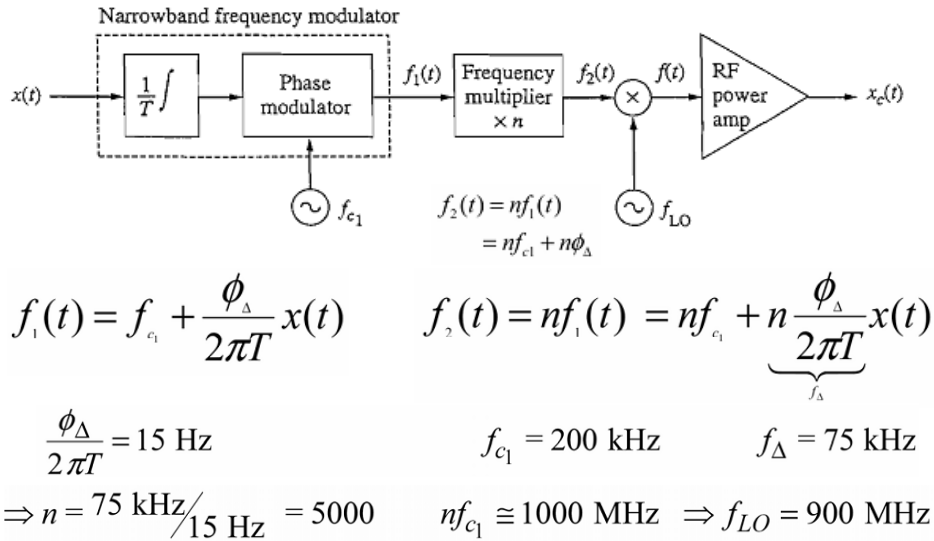


$$x_c(t) \approx A_c \cos \omega_c t - A_c \phi_\Delta x(t) \sin \omega_c t$$

Th.S. Nguyễn Thanh Tuấn

20

Điều chế WBFM (gián tiếp)



Th.S. Nguyễn Thanh Tuấn

21

5.4 Giải điều chế FM/PM

- **Tách sóng pha:** cho ra thành phần chênh lệch pha tức thời giữa tín hiệu ngõ vào và tín hiệu sóng mang.
- **Tách sóng tần số:** cho ra đạo hàm của thành phần chênh lệch pha tức thời giữa tín hiệu ngõ vào và tín hiệu sóng mang.
- Điều là các **tách sóng đồng bộ (cần đồng bộ sóng mang điều chế)**

Th.S. Nguyễn Thanh Tuấn

22

Các loại tách sóng

$$y(t) = \begin{cases} v_i(t) & \text{synchronous detector} \\ A_v(t) - \overline{A_v} & \text{envelope detector} \\ \phi_v(t) & \text{phase detector} \\ \frac{1}{2\pi} \dot{\phi}_v(t) & \text{frequency detector} \end{cases}$$

	$x(t)$ is input to an ideal	Detector output proportional to
i)	Coherent detector	$x_c(t)$
ii)	Envelope detector	$A(t)$
iii)	Phase detector	$\phi(t)$
iv)	Frequency detector	$\frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt}$

Th.S. Nguyễn Thanh Tuấn

23

Tóm tắt

- Đặc tính và phân loại điều chế góc?
- Thông số, biểu thức, dạng sóng, phổ, băng thông, công suất, SNR và sơ đồ điều chế/giải điều chế?
- Mối quan hệ giữa các loại điều chế?
- So sánh ưu nhược điểm của mỗi loại điều chế?
- Ứng dụng của mỗi loại điều chế?
- Hàm Bessel loại 1 dùng trong FM/PM?

Th.S. Nguyễn Thanh Tuấn

24



Bài tập 1

- Cho tín hiệu đơn tần cần điều chế $x(t) = 0.8\cos 4\pi t$ (t:ms) và sóng mang $10\sin 20\pi t$ (t:ms).
- a) Tín hiệu $x(t)$ được điều chế tần số (FM) với độ nhạy di tần $f_\Delta = 2.5\text{KHz}$. Vẽ phổ biên độ (tần số dương) của tín hiệu sau điều chế.
- b) Tín hiệu $x(t)$ được điều chế pha (PM) với độ nhạy di pha $\varphi_\Delta = 2.5\text{rad}$. Xác định băng thông của tín hiệu sau điều chế.
- c) Thiết kế 1 sơ đồ nguyên lý của bộ điều chế FM với độ nhạy di tần f_Δ từ các bộ điều chế PM (độ nhạy di pha φ_Δ), bộ tạo sóng mang, bộ tích phân/vi phân, bộ khuếch đại và bộ cộng.
- d) Thiết kế 1 sơ đồ nguyên lý của bộ giải điều chế FM từ các bộ giải điều chế PM, bộ tích phân/vi phân, bộ khuếch đại và bộ cộng.

Th.S. Nguyễn Thanh Tuấn

25



Bài tập 2

- Cho sóng mang có biểu thức $10\cos 10\pi t$ (t:ms).
- a) Cho tín hiệu sau điều chế tần số $x_{\text{FM}}(t) = 10\cos(10\pi t + 2\sin\pi t)$ (t:ms) với độ nhạy di tần $f_\Delta = 2\text{KHz}$. Xác định băng thông của tín hiệu sau điều chế và tính công suất của tín hiệu thông tin cần điều chế.
- b) Cho tín hiệu $x(t) = 0.5\sin 2\pi t$ (t:ms) được điều chế pha (PM) với độ nhạy di pha $\varphi_\Delta = 90^\circ$. Vẽ dạng sóng và ước lượng băng thông truyền theo tiêu chuẩn Carson của tín hiệu sau điều chế.

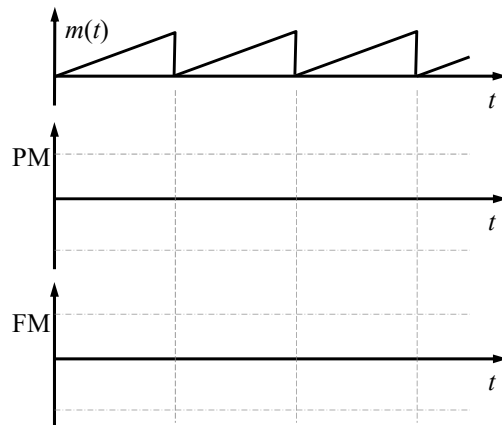
Th.S. Nguyễn Thanh Tuấn

26



Bài tập 3

- Vẽ dạng sóng điều chế FM và PM cho tín hiệu sau:



Th.S. Nguyễn Thanh Tuấn

27



Bài tập 4

Cho tín hiệu đơn tần 100 Hz điều chế FM với chỉ số điều chế $\beta = 1$ sau đó đi qua bộ lọc thông dải lý tưởng có băng thông 250 Hz xung quanh tần số sóng mang 500 Hz.

- a) Xác định các tần số ngõ vào và ngõ ra bộ lọc?
- b) Tính tỉ số công suất tín hiệu ngõ ra và ngõ vào bộ lọc?

Th.S. Nguyễn Thanh Tuấn

28