



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ & ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

Τομέας Επικοινωνιών, Ηλεκτρονικής & Συστημάτων Πληροφορικής

Εργαστήριο Διαχείρισης και Βέλτιστου Σχεδιασμού Δικτύων Τηλεματικής - NETMODE

Ηρώων Πολυτεχνείου 9, Ζωγράφου, 157 80, Τηλ: 772.1448, Fax: 772.1452

e-mail: queueing@netmode.ntua.gr, URL: <http://www.netmode.ntua.gr>

8/4/2024

Συστήματα Αναμονής (Queuing Systems)

3η Ομάδα Ασκήσεων

Προσομοίωση 1 (M/M/1/10)

Με τη μέθοδο της προσομοίωσης, θα μελετήσετε ένα σύστημα M/M/1/10, δηλαδή σύστημα με έναν εξυπηρετητή και μέγιστη χωρητικότητα 10 πελάτες. Οι αφίξεις στην ουρά ακολουθούν την κατανομή Poisson με ομοιόμορφο μέσο ρυθμό λ πελάτες/min, ενώ οι εξυπηρετήσεις είναι εκθετικές με ομοιόμορφο μέσο ρυθμό εξυπηρέτησης $\mu = 5$ πελάτες/min. Χρησιμοποιώντας τη γλώσσα προγραμματισμού της προτίμησής σας και χωρίς να χρησιμοποιήσετε έτοιμες βιβλιοθήκες προσομοίωσης να γράψετε μία προσομοίωση που θα υπολογίζει:

- Τις πιθανότητες των καταστάσεων του συστήματος.
- Την πιθανότητα απόρριψης πελάτη από το σύστημα.
- Το μέσο αριθμό πελατών στο σύστημα.
- Το μέσο χρόνο καθυστέρησης ενός πελάτη στο σύστημα.

Κριτήριο σύγκλισης της προσομοίωσής σας θα αποτελεί η διαφορά ανάμεσα σε δύο τιμές του μέσου αριθμού πελατών στο σύστημα. Η σύγκριση θα πραγματοποιείται ανά 1000 μεταβάσεις. Η προσομοίωση θα τερματίζεται όταν η διαφορά αυτή είναι μικρότερη από 0.001% ή όταν ο αριθμός των συνολικών μεταβάσεων ξεπεράσει το 1.000.000.

(1) Να εκτελέσετε την προσομοίωσή σας για τιμές του $\lambda = \{1, 5, 10\}$ και να παραστήσετε γραφικά (α) τις εργοδικές πιθανότητες που υπολογίζει τελικά η προσομοίωσή σας και (β) την εξέλιξη του μέσου αριθμού πελατών στο σύστημα για τις τιμές που υπολογίσατε.

(2) Να σχολιάσετε πώς αλλάζει (σε γενικές γραμμές) η ταχύτητα σύγκλισης της προσομοίωσης, δηλαδή ο απαιτούμενος αριθμός μεταβάσεων μέχρι να ικανοποιηθεί το κριτήριο σύγκλισης, καθώς μεγαλώνει η τιμή του λ . Πόσες αρχικές μεταβάσεις θα μπορούσατε με ασφάλεια να αγνοήσετε ώστε να επιταχυνθεί η σύγκλιση της

προσομοίωσης; Για να μπορέσετε να συγκρίνετε σωστά τις επιμέρους προσομοιώσεις, θα πρέπει να φροντίσετε ώστε να παράγονται οι ίδιες ακολουθίες τυχαίων αριθμών σε κάθε προσομοίωση. Αυτό μπορείτε να το πετύχετε με την εντολή `rand("seed", 1)` στην αρχή του προγράμματος.

(3) Να τροποποιήσετε τον κώδικα της προηγούμενης προσομοίωσης ώστε το σύστημά σας να χρησιμοποιεί εκθετικές εξυπηρετήσεις με μεταβλητό μέσο ρυθμό εξυπηρέτησης $\mu_i = \mu * (i+1)$, όπου $\mu = 1$ πελάτης/sec, και $i = \{1, 2, \dots, 10\}$ η κατάσταση του συστήματος σας. Οι υπόλοιπες παράμετροι του συστήματος παραμένουν οι ίδιες.

Προσομοίωση 2 (M/M/1/10)

Να επεκτείνετε τον κώδικα της προηγούμενης προσομοίωσης, ώστε το M/M/1/10 σύστημά σας να ακολουθεί τους παρακάτω κανόνες:

- Ο ελάχιστος ρυθμός εξυπηρέτησης πελατών είναι 3 πελάτες/min.
- Ο μέγιστος ρυθμός εξυπηρέτησης πελατών είναι 8 πελάτες/min.
- Ο αρχικός ρυθμός εξυπηρέτησης του συστήματος είναι ίσος με 8 πελάτες/min, ενώ ο ρυθμός αφίξεων ακολουθεί την κατανομή Poisson με ρυθμό 5 πελάτες/min. Μετά από μία εξυπηρέτηση, ο ρυθμός εξυπηρέτησης μειώνεται και γίνεται ίσος με το 98% του προηγούμενου χρόνου εξυπηρέτησης.

- Όταν ο ρυθμός εξυπηρέτησης γίνει ίσος με 3 πελάτες/min, δηλαδή τον ελάχιστο ρυθμό εξυπηρέτησης, οι επόμενες 10 εξυπηρετήσεις πραγματοποιούνται με αυτόν τον ρυθμό. Στη συνέχεια, ο εξυπηρετητής αντικαθίσταται από έναν ισοδύναμο, ο οποίος ξεκινάει να εξυπηρετεί με ρυθμό 8 πελάτες/min και ακολουθεί τους προηγούμενους κανόνες.

Το παραπάνω σύστημα προσομοιώνει έναν υπάλληλο, του οποίου η απόδοση μειώνεται, καθώς εξυπηρετεί πελάτες και στη συνέχεια αντικαθίσταται από κάποιον άλλον υπάλληλο.

Χρησιμοποιώντας τη γλώσσα προγραμματισμού της προτίμησής σας και χωρίς να χρησιμοποιήσετε έτοιμες βιβλιοθήκες προσομοίωσης να γράψετε μία προσομοίωση που θα υπολογίζει:

- Τις πιθανότητες των καταστάσεων του συστήματος.
- Την πιθανότητα απόρριψης πελάτη από το σύστημα.
- Το μέσο αριθμό πελατών στο σύστημα.
- Το μέσο χρόνο καθυστέρησης ενός πελάτη στο σύστημα.

Κριτήριο σύγκλισης της προσομοίωσής σας θα αποτελεί η διαφορά ανάμεσα σε δύο τιμές του μέσου αριθμού πελατών στο σύστημα. Η σύγκριση θα πραγματοποιείται ανά 1000 μεταβάσεις. Η προσομοίωση θα τερματίζεται όταν η διαφορά αυτή είναι μικρότερη από 0.0001% ή όταν ο αριθμός των συνολικών μεταβάσεων ξεπεράσει τις 10.000.000.

Αρχείο demo3: Περιλαμβάνει την προσομοίωση μιας ουράς M/M/1. Κριτήριο σύγκλισης αποτελεί η διαφορά ανάμεσα σε δύο μετρήσεις του μέσου αριθμού πελατών στο σύστημα ($<0.001\%$). Το κριτήριο σύγκλισης ελέγχεται ανά 1000 μεταβάσεις.