

Εισαγωγή στις Τηλεπικοινωνίες 5^ο εξάμηνο ΣΗΜΜΥ

Εργαστηριακή Άσκηση (2021-22)

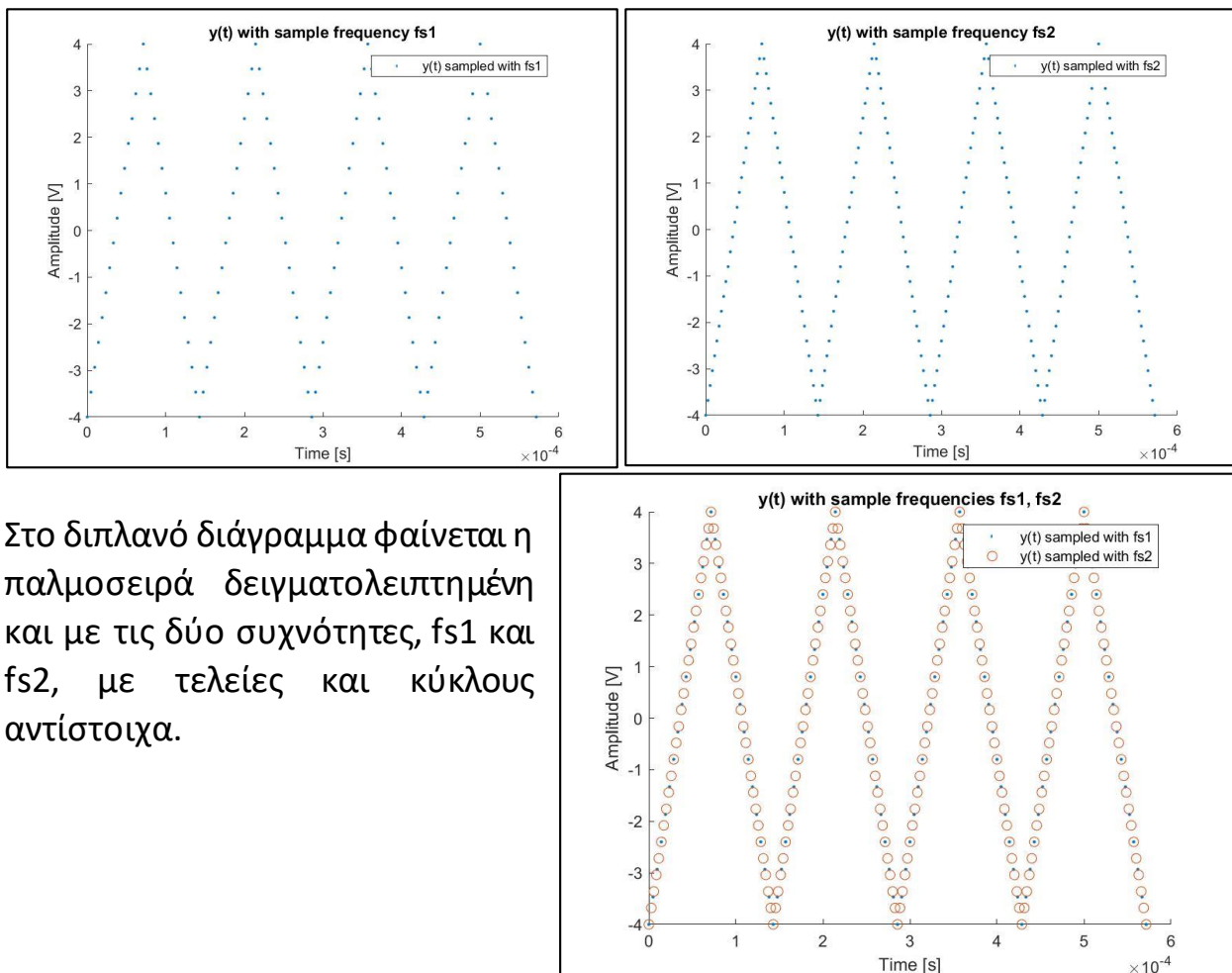
Φοιτητής: Ανδρέας Καλαβάς

AM: 03119709

1^ο Ερώτημα:

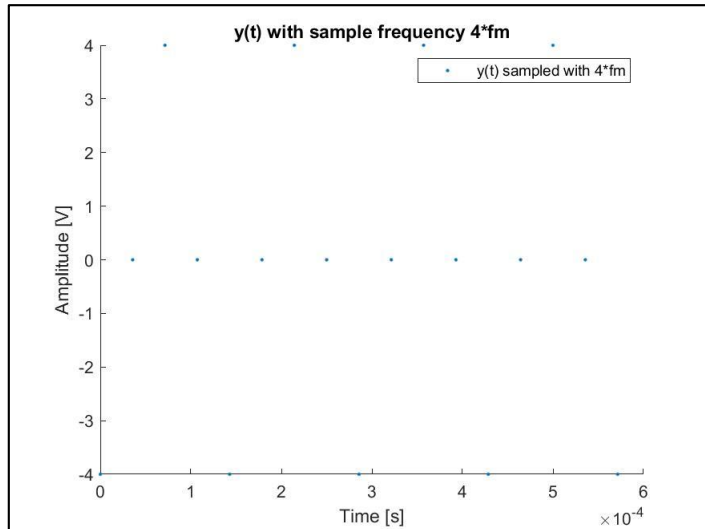
Έχουμε την τριγωνική παλμοσειρά $y(t)$ με πλάτος $A=4V$ και συχνότητα f_m που προκύπτει από τον αριθμό μητρώου. Το άθροισμα των τριών τελευταίων ψηφίων του αριθμού μητρώου μου είναι 16, και άρα η συχνότητα της τριγωνικής παλμοσειράς είναι $f_m=7kHz$.

α) Τα σήματα που προκύπτουν από δειγματοληψία με συχνότητες $fs1=30f_m$ και $fs2=50f_m$ φαίνονται παρακάτω:

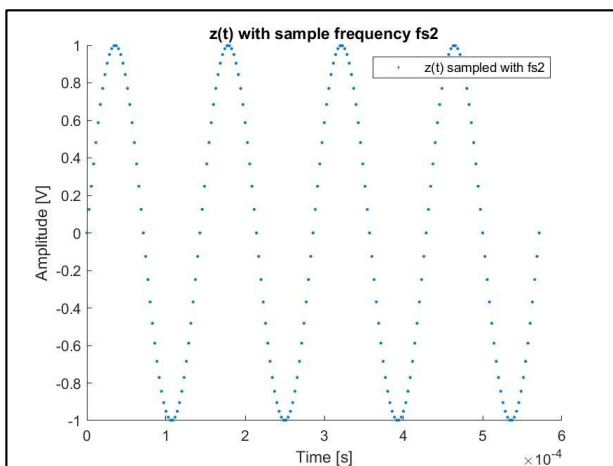
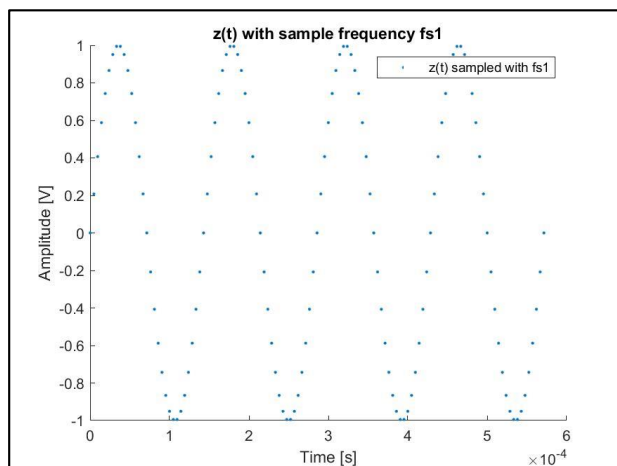


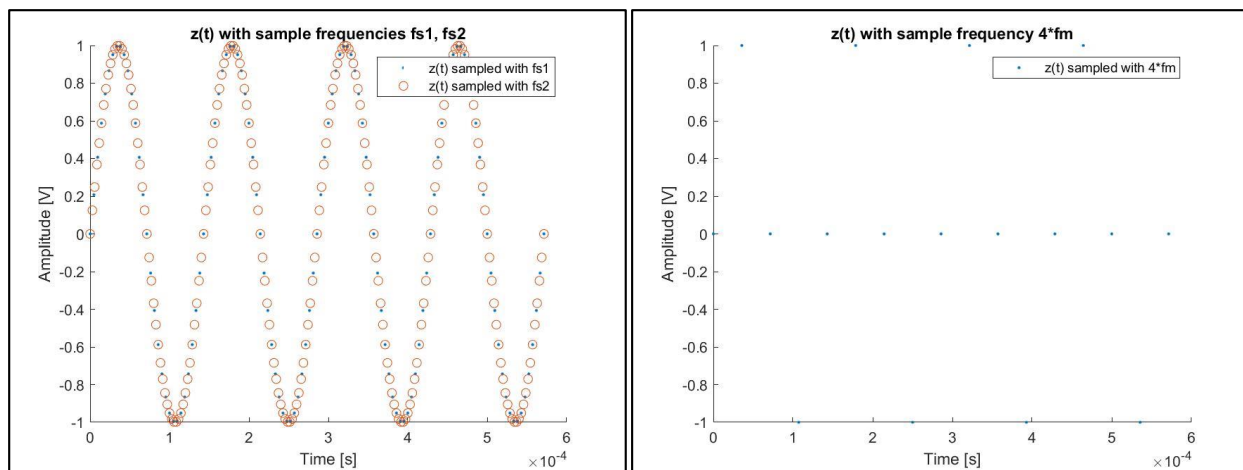
Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η παλμοσειρά δειγματολειτουργημένη και με τις δύο συχνότητες, $fs1$ και $fs2$, με τελείες και κύκλους αντίστοιχα.

β) Αν δειγματοληπτήσουμε το σήμα με συχνότητα $f_s=4f_m$ όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα, καταλαβαίνουμε ότι δεν αυτή η συχνότητα δειγματοληψίας δεν αρκεί για την ακριβή ανακατασκευή του σήματος. Για να βρούμε την ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας, αναπτύσσουμε την παλμοσειρά ανα Fourier, και θέτουμε ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας τη διπλάσια από την μέγιστη που θέλουμε να κρατήσουμε (Nyquist). Γνωρίζουμε ότι η ανάπτυξη Fourier μιας τετραγωνικής παλμοσειράς είναι το sinc, και άρα μιας τριγωνικής παλμοσειράς που προκύπτει από συνέλιξη δύο τετραγωνικών παλμοσειρών θα είναι το $(\text{sinc})^2$. Έτσι, δεν είναι δυνατό να δειγματοληπτήσουμε την τριγωνική παλμοσειρά χωρίς να χάσουμε κάποιες αρμονικές.

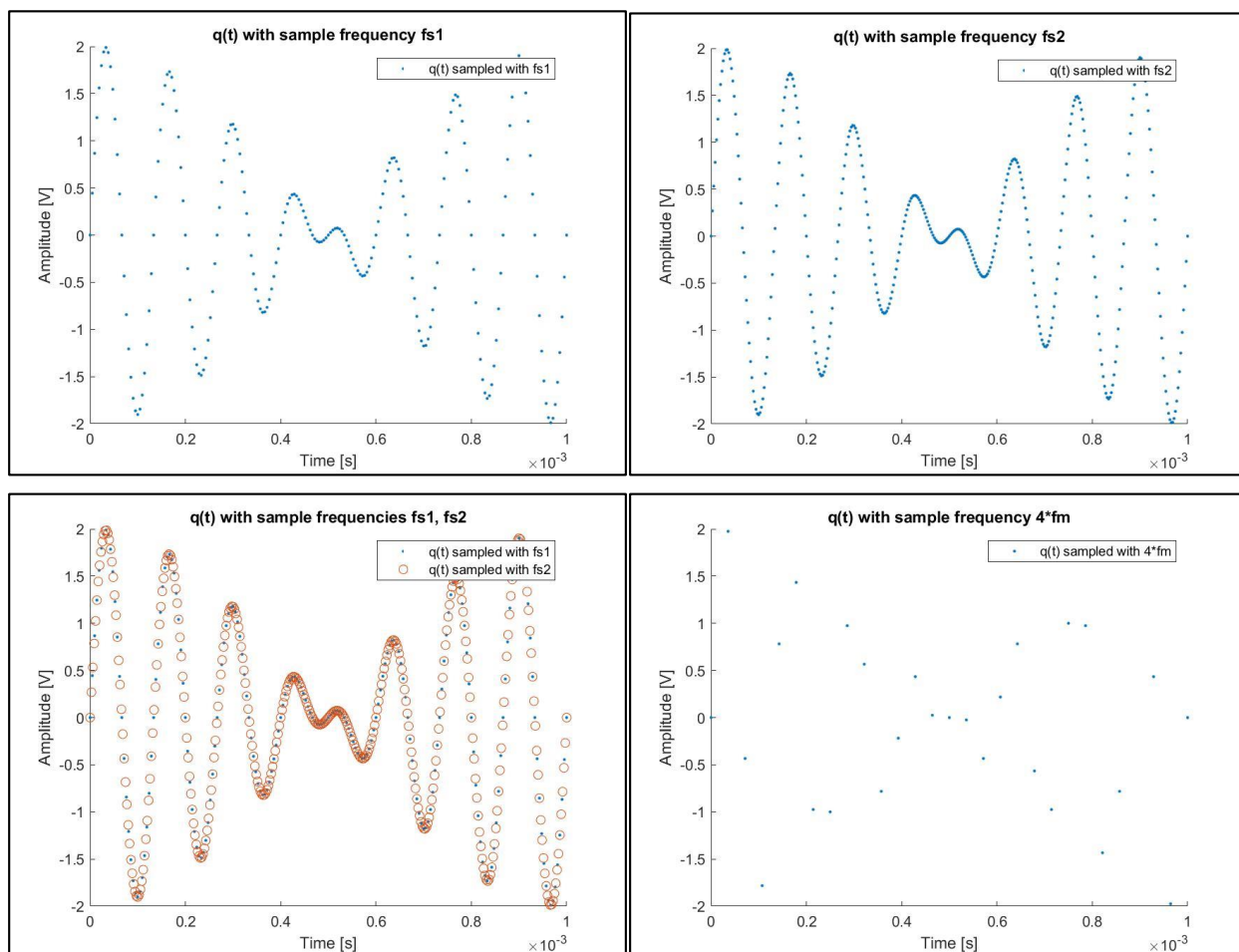


γ) Το ημίτονο $z(t)=A\sin(2\pi f_m t)$, με $A=1V$ και f_m παλι στα 7kHz φαίνεται παρακάτω δειγματοληπτημένο με συχνότητες $f_{s1}=30f_m$ και $f_{s2}=50f_m$. Επίσης φαίνονται τα διαγράμματα όπου το ημίτονο είναι δειγματοληπτημένο και με τις δύο συχνότητες όπως και με συχνότητα $4f_m$. Σε αυτή την περίπτωση η συχνότητα δειγματοληψίας $4f_m$ είναι αρκετή για την ακριβή ανακατασκευή του σήματος, αφού η μέγιστη συχνότητα του σήματος είναι η f_m (δεν έχει αρμονικές) και η $4f_m$ είναι μεγαλύτερη από την συχνότητα Nyquist $2f_m$.





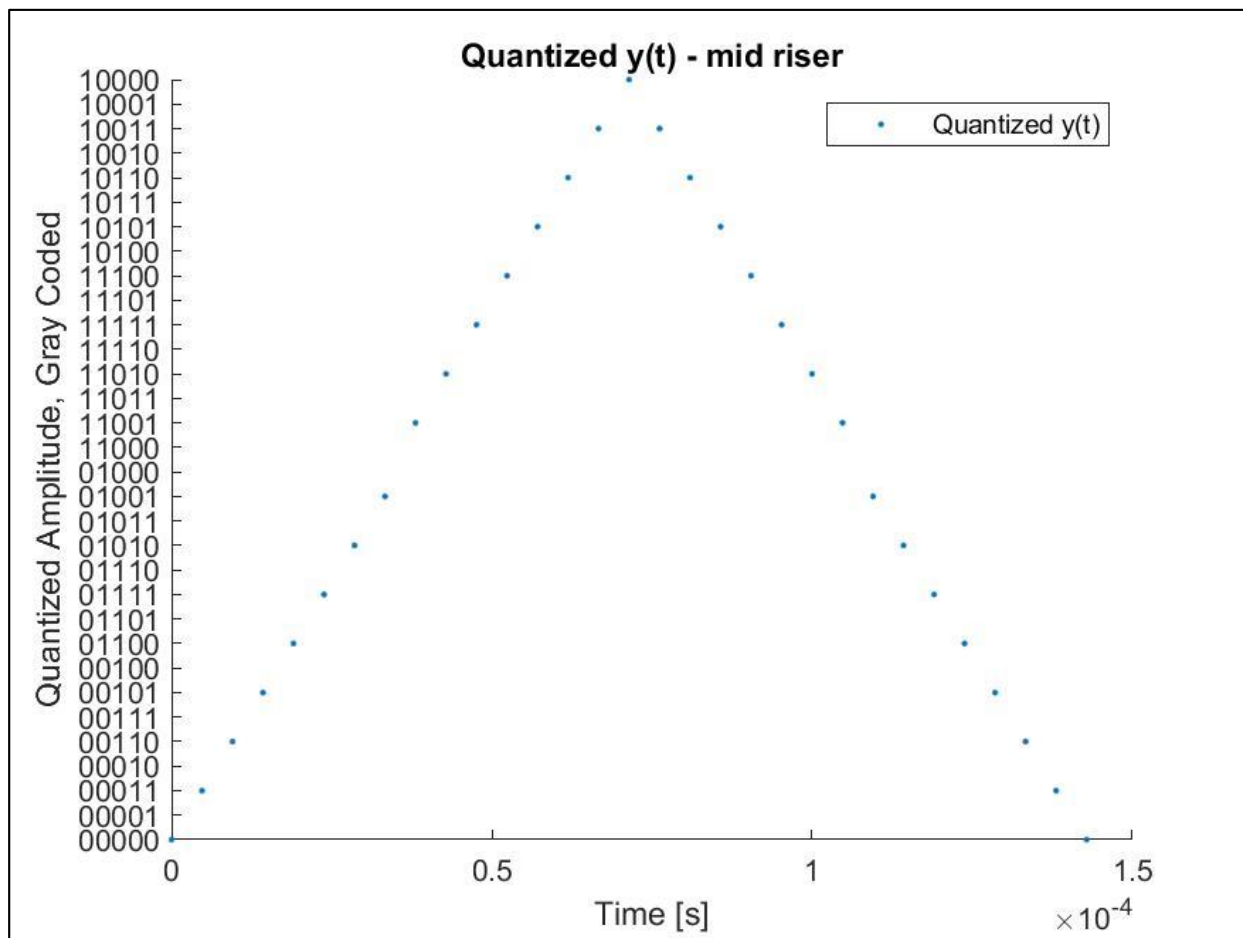
Τα ίδια ισχύουν και για το σήμα $q(t)=z(t)+\sin(2\pi(fm+1\text{kHz})t)$, για το οποίο φαίνονται τα ανάλογα διαγράμματα πιο κάτω. Σημειώνεται ότι η περίοδος αυτού του σήματος δεν είναι η $T_m=1/f_m$ αλλά η $7T_m$ ως το ΕΚΠ των περιόδων $T_m=1/7\text{kHz}$ και $1/8\text{kHz}$. Πάλι η συχνότητα $4f_m$ είναι αρκετή για την ακριβή ανακατασκευή του σήματος, αφού η μέγιστη συχνότητα του σήματος είναι η $f_m+1\text{kHz}$.



2^ο Ερώτημα:

Παίρνουμε το σήμα $y(t)$ του 1^{ου} ερωτήματος μετά από δειγματοληψία συχνότητας f_{s1} και το κβαντίζουμε με κβαντιστή mid riser. Αφού η f_m είναι περιττή, η κβάντιση γίνεται με $R=5$ bit, και άρα έχουμε συνολικά 32 στάθμες, οι οποίες επεκτείνονται στο διάστημα $[-4,4]$. Δηλαδή η διαφορά μεταξύ 2 στάθμων είναι $\Delta=(2*4/31)$.

α) Το κβαντισμένο σήμα φαίνεται παρακάτω, με κωδικοποίηση Gray στον κάθετο άξονα:

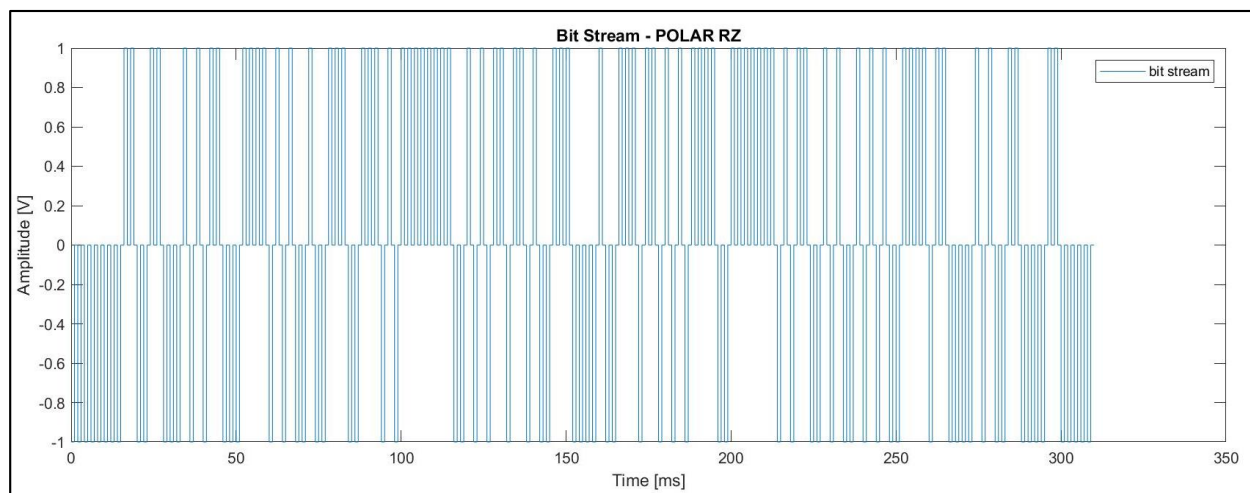


β) Η τυπική απόκλιση και το SNR υπολογίζονται γρήγορα με τις εντολές της matlab `std()` και `snr()` αντίστοιχα. Παρακάτω φαίνονται οι τιμές για τα πρώτα 10 και τα πρώτα 20 δείγματα αντίστοιχα, όπως και οι θεωρητικές τιμές, όπως προκύπτουν από τους τύπους $\sigma^2 = \frac{\Delta^2}{12}$ και $SNR = 6.02R + 4.77 - 20\log(\frac{m_{max}}{\sigma_m})$ όπου m_{max} η μέγιστη τιμή του σήματος, η οποία είναι 4, και σ_m η rms τιμή του, η οποία αφού έχουμε τριγωνική παλμοσειρά είναι $\frac{4}{\sqrt{3}}$.

	10 δείγματα	20 δείγματα	Θεωρία
σ^2	0.0816	0.0689	0.00555
SNR	28.6733	31.3972	30.1

Διαφορές μεταξύ πειραματικών και θεωρητικών τιμών οφείλονται στη χρήση ελάχιστων δειγμάτων.

γ) Στην αναπαράσταση POLAR RZ, κάθε παλμός επιστρέφει στο 0, και άρα για κάθε bit, ο παλμός (1V αν bit=1, -1V αν bit=0) θα γίνεται στο πρώτο μισό της διάρκειας, και στο δεύτερο μισό θα είναι 0, όπου το κάθε μισό θα έχει διάρκεια 1ms. Η ροή μετάδοσης φαίνεται παρακάτω:



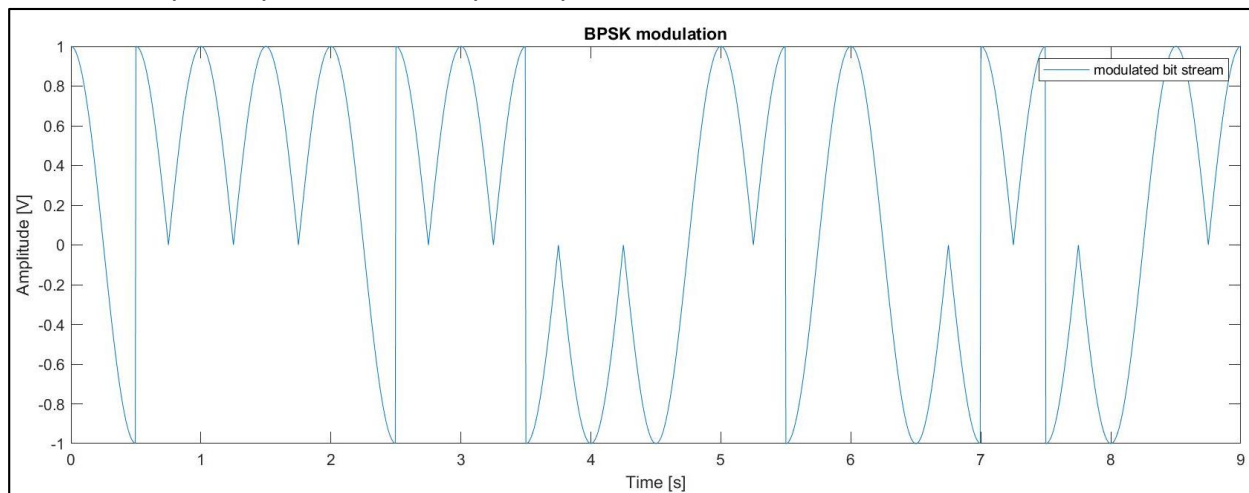
3^ο Ερώτημα:

Παράγουμε τυχαία ακολουθία 36 bit με ισοπίθανη εμφάνιση 0 και 1. Η διάρκεια ψηφίου είναι $T_b=0.25s$, και άρα $R_b=4$.

α) Θα διαμορφώσουμε την ακολουθία αυτή κατά BPSK, QPSK και 8-PSK, με κωδικοποίηση Gray. Η συχνότητα φέροντος είναι $f_c=1Hz$ (αφού το άθροισμα των ψηφίων του AM μου είναι άρτιος αριθμός – 30). Σημειώνεται ότι $f_c < R_b$ και άρα τα σύμβολα έχουν διάρκεια μικρότερη μιας περιόδου φέροντος. Τα σύμβολα και οι ανάλογες κυματομορφές φαίνονται παρακάτω:

BPSK: 1,1,0,1,1,0,0,1,1,1,0,1,1,0,0,1,1,1,0,1,1,1,1,0,1,0,1,0,0,0,1

Bit '1': $\cos(2\pi f_c t)$ Bit '0': $-\cos(2\pi f_c t)$



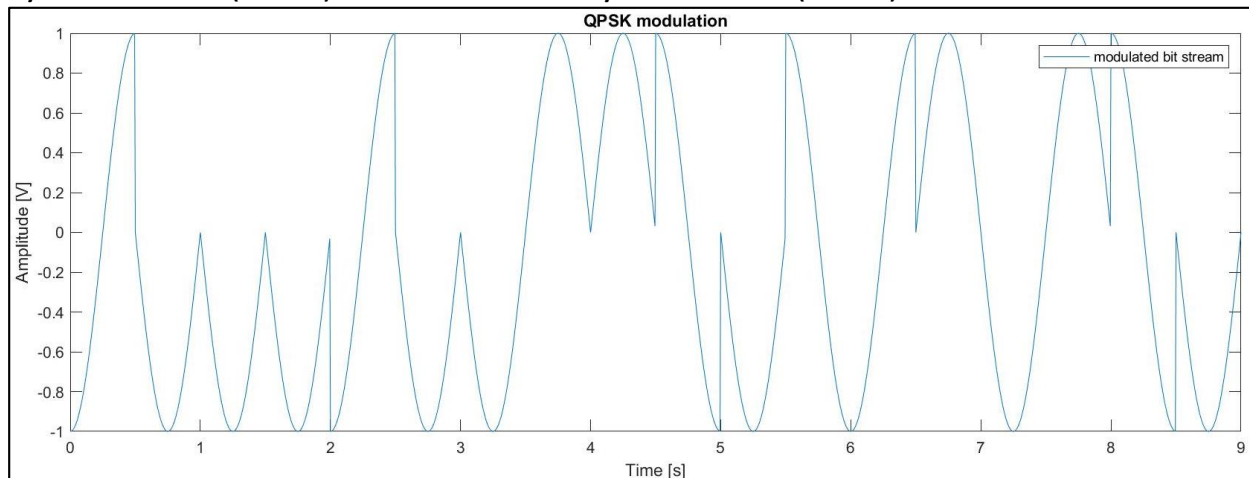
QPSK: 11,01,10,01,11,01,10,10,01,11,10,11,11,10,10,10,00,01

Symbol '00': $\cos(2\pi f_c t)$

Sym. '01': $\sin(2\pi f_c t)$

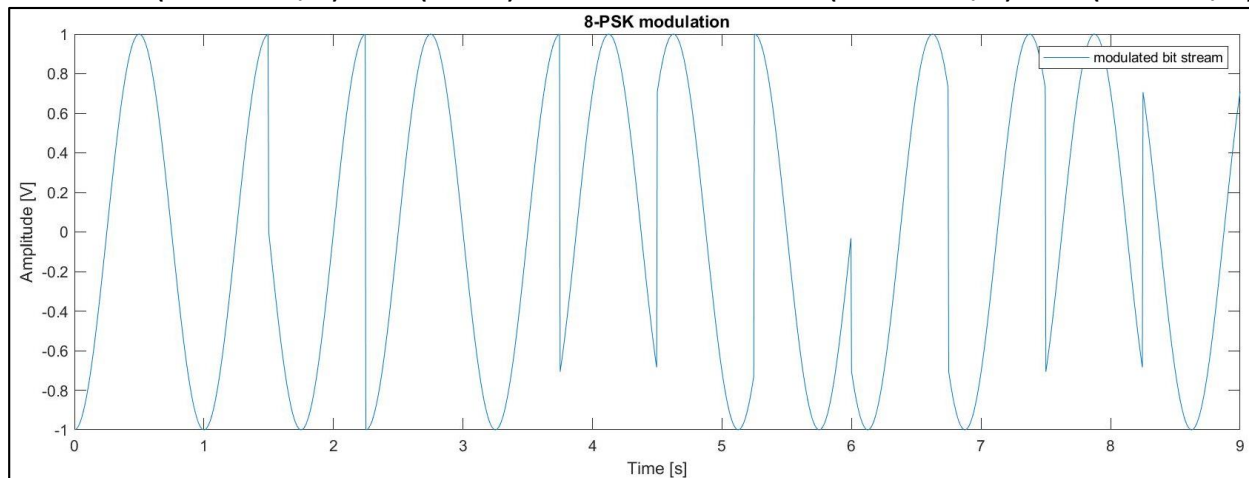
Sym. '11': $-\cos(2\pi f_c t)$

Sym. '10': $-\sin(2\pi f_c t)$

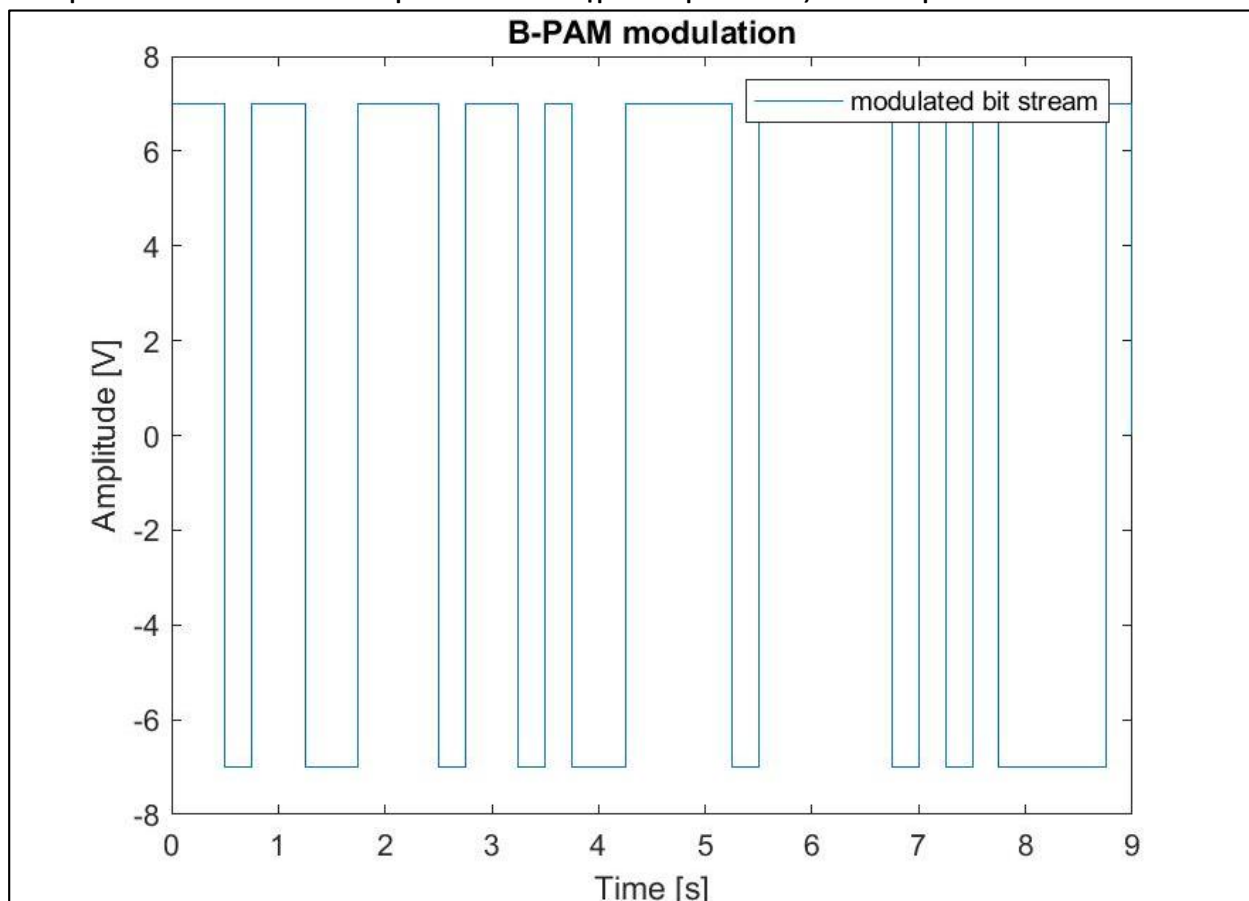


8-PSK: 110,110,011,101,101,001,111,011,111,010,100,001

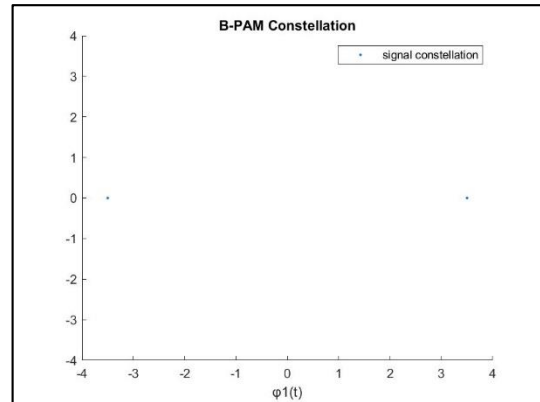
Symbols: '000': $\cos(2\pi fct)$	'001': $\cos(2\pi fct - \pi/4)$
'011': $\cos(2\pi fct - 2\pi/4) = \sin(2\pi fct)$	'010': $\cos(2\pi fct - 3\pi/4) = \sin(2\pi fct - \pi/4)$
'110': $\cos(2\pi fct - 4\pi/4) = -\cos(2\pi fct)$	'111': $\cos(2\pi fct - 5\pi/4) = -\cos(2\pi fct - \pi/4)$
'101': $\cos(2\pi fct - 6\pi/4) = -\sin(2\pi fct)$	'100': $\cos(2\pi fct - 7\pi/4) = -\sin(2\pi fct - \pi/4)$



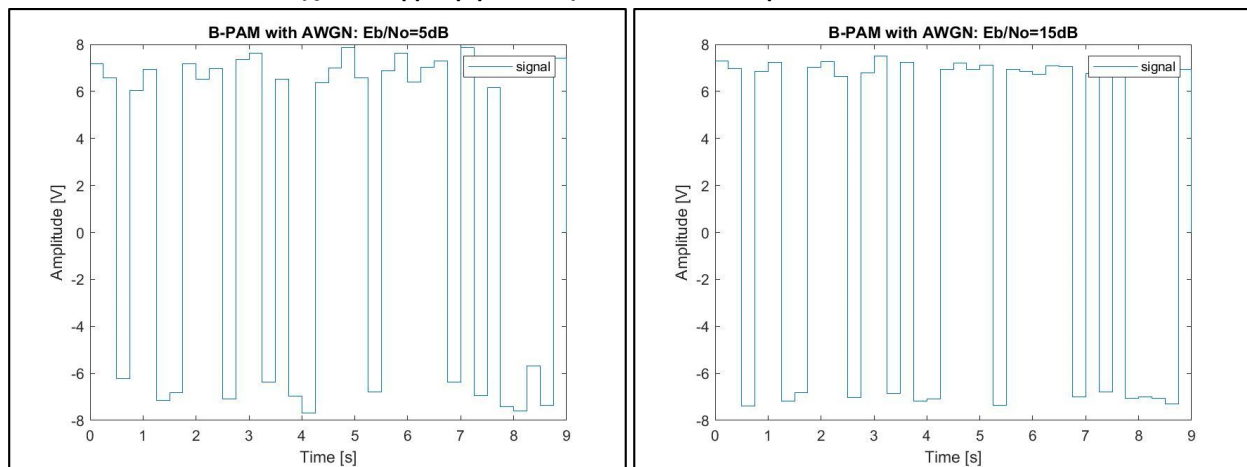
β) Διαμορφώνουμε την ακολουθία κατά B-PAM. Το πλάτος A προκύπτει από τον AM μου να είναι 7V. Το προκύπτον σήμα παρουσιάζεται παρακάτω:



γ) Η ενέργεια της συνάρτησης $s_1(t)$ είναι $E_s = \int_0^{T_s} 7^2 dt = 49T_b$ και άρα αφού $\varphi_1(t) = \frac{s_1(t)}{\sqrt{E_s}}$, $\sqrt{E_s} = 7 * 0.5 = 3.5$ τα σημεία του αστερισμού της BPAM θα είναι στα ± 3.5 , όπως φαίνεται δίπλα:

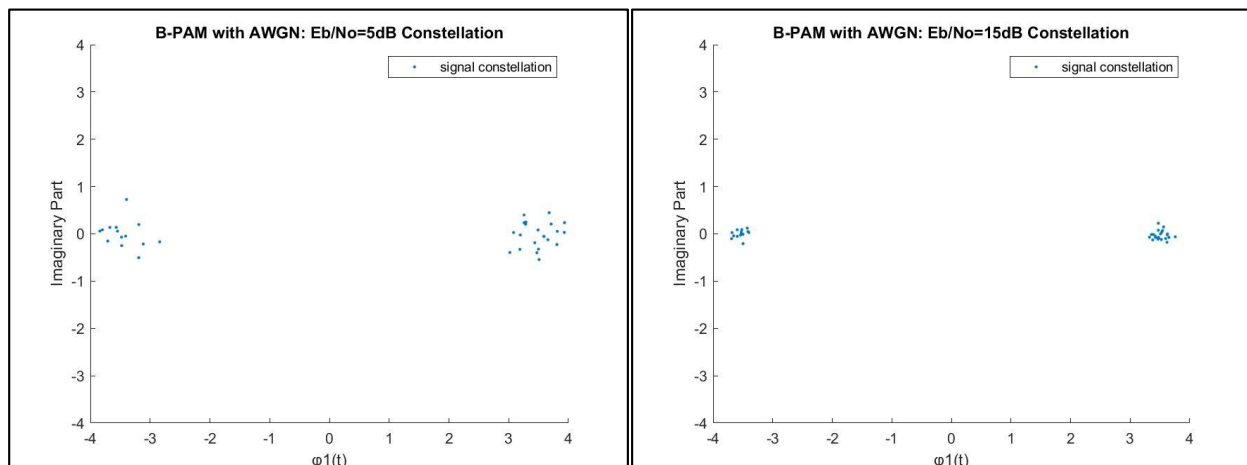


δ) Στη συνέχεια προσθέτουμε θόρυβο AWGN στο σήμα για τιμές E_b/N_0 5dB και 15dB. Τα αντιστοίχα διαγράμματα φαίνονται παρακάτω:

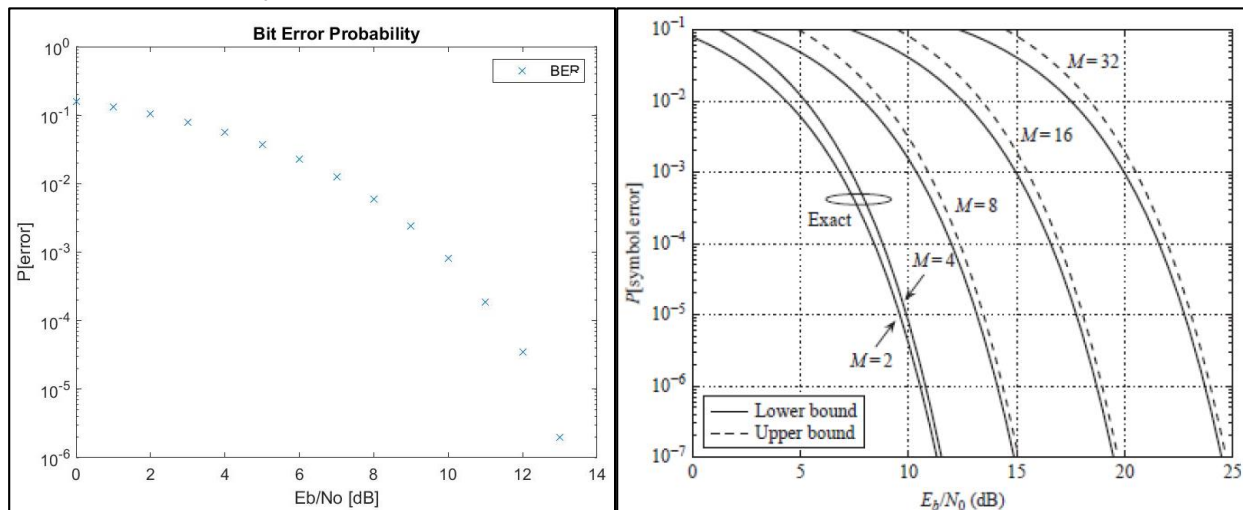


Παρατηρούμε ότι για $E_b/N_0=5\text{dB}$ το σφάλμα είναι πιο μεγάλο - οι διακυμάνσεις γύρω από τις τιμές ± 7 είναι μεγαλύτερες από ότι στα 15dB γεγονός που ήταν αναμενόμενο, αφού ο θόρυβος είναι περισσότερος.

ε) Οι αστερισμοί που προκύπτουν από τα πιο πάνω σήματα είναι:



στ) Παράγουμε τώρα το διάγραμμα της πιθανότητας εσφαλμένου ψηφίου (BER), για τιμές SNR 0-15dB με βήμα 1dB. Για κάθε τιμή παράγουμε 1 000 000 bit, και βρίσκουμε πειραματικά πόσα από αυτά μετά την προσθήκη θορύβου δεν αποδιαμορφώνονται σωστά. Παρακάτω φαίνονται το προκύπτον διάγραμμα όπως και το θεωρητικό:

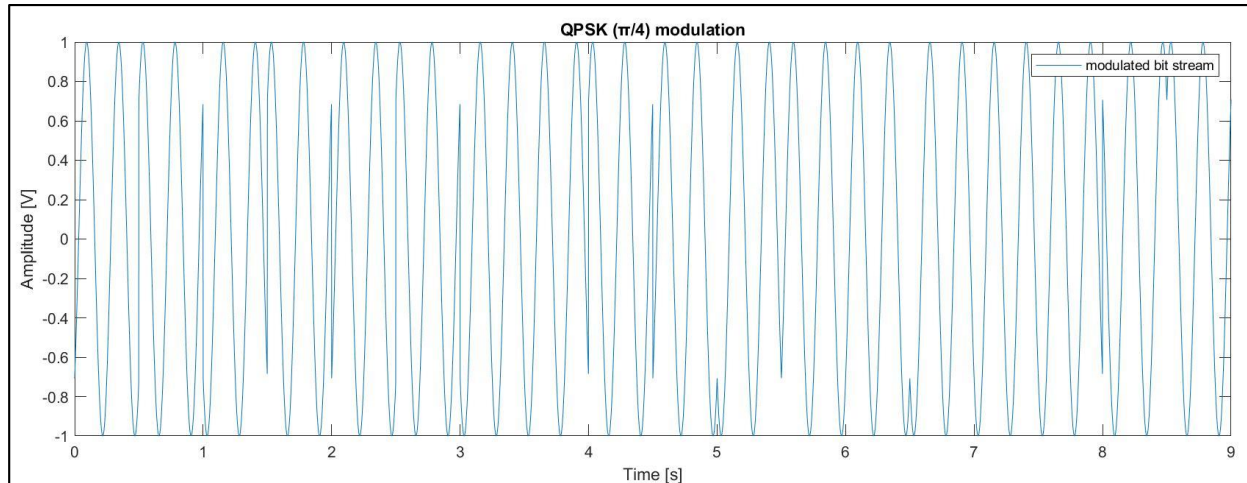


Παρατηρούμε ότι η μορφή είναι ίδια, αλλά οι τιμές του πειραματικού διαγράμματος είναι μεγαλύτερες από το θεωρητικό. Αυτό γίνεται επειδή ακόμα και τα 1 000 000 bit δεν είναι αρκετά για να υπολογίσουμε τις πιθανότητες, επειδή για τιμές $E_b/N_0 > 10\text{dB}$ είναι της τάξης του 10^{-6} και κάτω. Επιπλέον στο πειραματικό διάγραμμα δεν φαίνονται οι πιθανότητες για 14 και 15dB επειδή δεν βρεθήκαν bit που να αποδιαμορφωθούν λάνθασμένα και άρα η πειραματική πιθανότητα είναι 0.

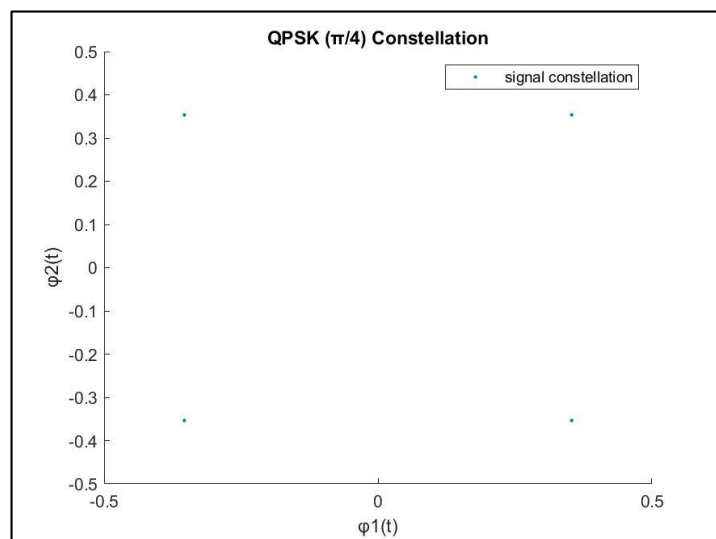
Σημείωση: Αφού η ακολουθία bit είναι τυχαία, όταν ξανατρέξει ο κώδικας το πιθανότερο είναι να αλλάξει, οπότε και τα αντίστοιχα διαγράμματα θα είναι διαφορετικά, όμως θα έχουν την ίδια μορφή με τα παραπάνω.

4^ο Ερώτημα:

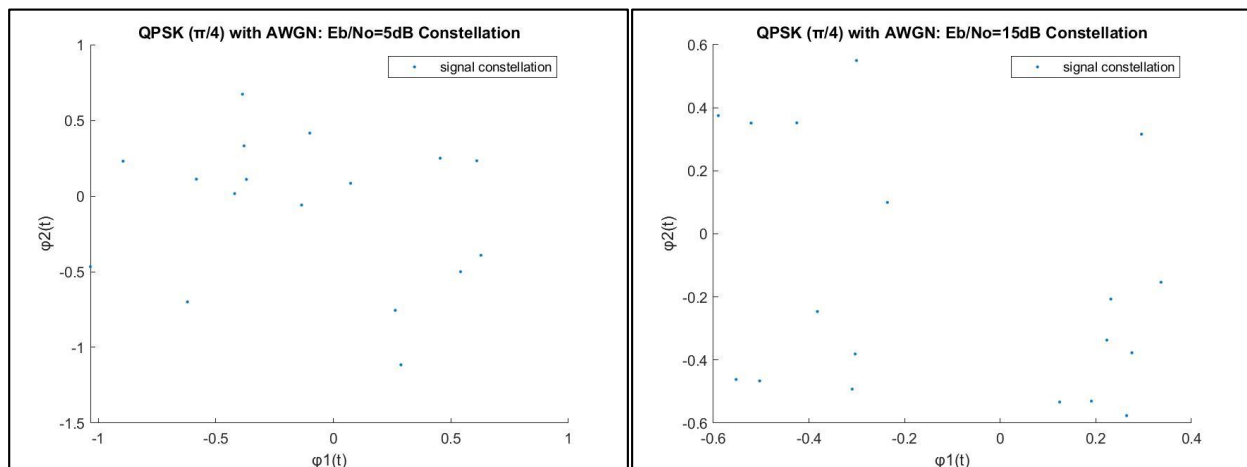
Διαμορφώνουμε την ακολουθία από το 3^ο ερώτημα κατά $(\pi/4)$ QPSK με πλάτος $A=1V$ και συχνότητα $R_b=4\text{bps}$. Η προκύπτουσα κυματομορφή φαίνεται παρακάτω:



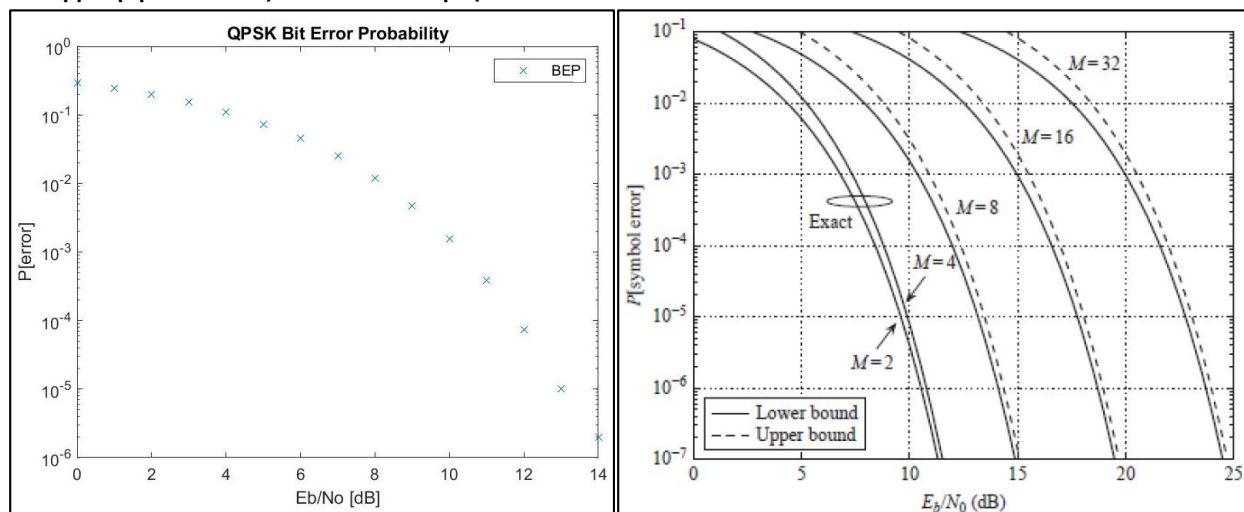
α) Ο αστερισμός του πιο πάνω σήματος προκύπτει όπως στο προηγούμενο ερώτημα και παρουσιάζεται δίπλα:



β) Στη συνέχεια προσθέτουμε θόρυβο τιμών $E_b/N_0=5$ και 15dB , και παρουσιάζουμε τους αστερισμούς που προκύπτουν:

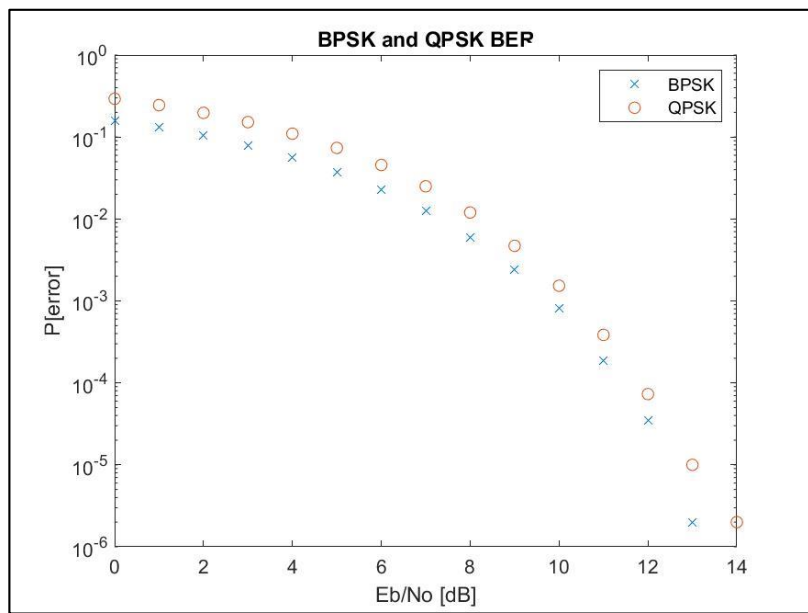


γ) Παράγουμε τώρα το διάγραμμα της πιθανότητας εσφαλμένου ψηφίου (BER) για διαμόρφωση QPSK, για τιμές SNR 0-15dB με βήμα 1dB. Για κάθε τιμή παράγουμε 1 000 000 bit, και βρίσκουμε πειραματικά πόσα από αυτά μετά την προσθήκη θορύβου δεν αποδιαμορφώνονται σωστά. Παρακάτω φαίνονται το προκύπτον διάγραμμα όπως και το θεωρητικό:

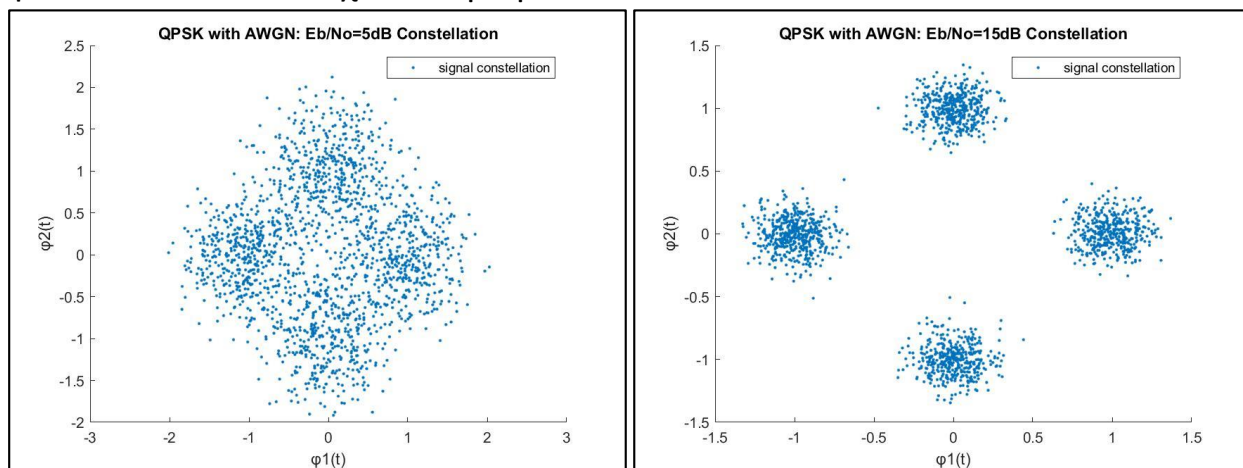


Όμοια με πριν η μορφή είναι ίδια, αλλά οι τιμές του πειραματικού διαγράμματος είναι μεγαλύτερες από το θεωρητικό, επειδή όπως και πριν τα 1 000 000 bit δεν είναι αρκετά. Επιπλέον στο πειραματικό διάγραμμα δεν φαίνεται η πιθανότητα για 15dB επειδή δεν βρεθήκαν bit που να αποδιαμορφωθούν λάνθασμένα και άρα η πειραματική πιθανότητα είναι 0.

Δίπλα παρουσιάζονται στο ίδιο διάγραμμα οι πιθανότητες εσφαλμένου ψηφίου για BPSK και QPSK μαζί. Παρατηρούμε ότι για BPSK οι πιθανότητες είναι μικρότερες, πράγμα που περιμέναμε, αφού όσο περισσότερα σύμβολα έχουμε τόσο πιο πιθανό είναι να αποδιαμορφωθούν λάθος κάποια bit.



δ) Διαβάζουμε το αρχείο rice_even.txt και μετατρέπουμε τους χαρακτήρες ASCII σε ακολουθία από bits. Στη συνέχεια τη διαμορφώνουμε κατά QPSK θεωρώντας απεικόνιση με κωδικοποίηση Gray και με πλάτος 1V. Έπειτα παράγουμε θόρυβο AWGN τιμών $E_b/N_0=5$ και 15dB και τον προσθέτουμε στο σήμα. Παρακάτω φαίνονται οι αντίστοιχοι αστερισμοί:



Παρατηρούμε ότι τα σήματα στον αστερισμό με θόρυβο τιμής 15dB είναι πιο συγκεντρωμένα γύρω από τα σήματα χωρίς θόρυβο.

Παρακάτω αναγράφονται οι θεωρητικές πιθανότητες (όπως φαίνονται απο το διάγραμμα στη σελίδα 11) και οι πειραματικές πιθανότητες εσφαλμένου ψηφίου:

E_b/N_0	Πείραμα	Θεωρία
5dB	0.0407	~ 0.011
15dB	0	~ 0

Παρατηρούμε ότι η πειραματική πιθανότητα για θόρυβο 5dB είναι μεγαλύτερη από τη θεωρητική, αυτό γίνεται πάλι διότι το δείγμα από bits είναι μικρό.

Παρατίθενται επίσης τα δεδομένα του αρχείου πριν και μετά τη διαμόρφωση:

Αρχικό κείμενο: «When a broad band of random noise is applied to some physical device, such as an electrical network, the statistical properties of the output are often of interest. For example, when the noise is due to shot effect, its mean and standard deviations are given by Campbell's theorem when the physical device is linear. Additional information of this sort is given by the (auto) correlation function which is a rough measure of the dependence of values of the output separated by a fixed time interval.»

Με θόρυβο 5dB: «When a broad band of random noise is applied to some physical device, such as an electrical network, the statistical properties of the output are of interest. For example, when the noise is due to shot effect, its mean and standard deviation are given by Campbell's theorem when the physical device is linear. Additional information of this sort is given by the (auto) correlation function which is a rough measure of the dependence of values of the output separated by a fixed time interval.»

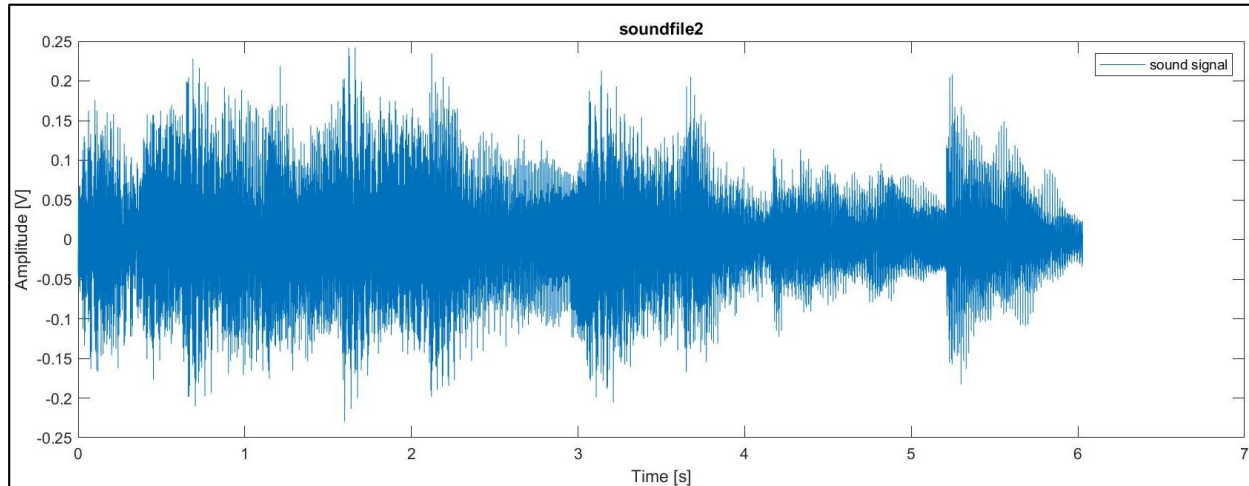
Με θόρυβο 15dB: «When a broad band of random noise is applied to some physical device, such as an electrical network, the statistical properties of the output are often of interest. For example, when the noise is due to shot effect, its mean and standard deviations are given by Campbell's theorem when the physical device is linear. Additional information of this sort is given by the (auto) correlation function which is a rough measure of the dependence of values of the output separated by a fixed time interval.»

Παρατηρούμε ότι όταν η τιμή E_b/N_0 του θορύβου είναι 5dB η αλλοίωση του κειμένου είναι σημαντική, ενώ όταν είναι 15dB το κείμενο δεν αλλάζει καθόλου.

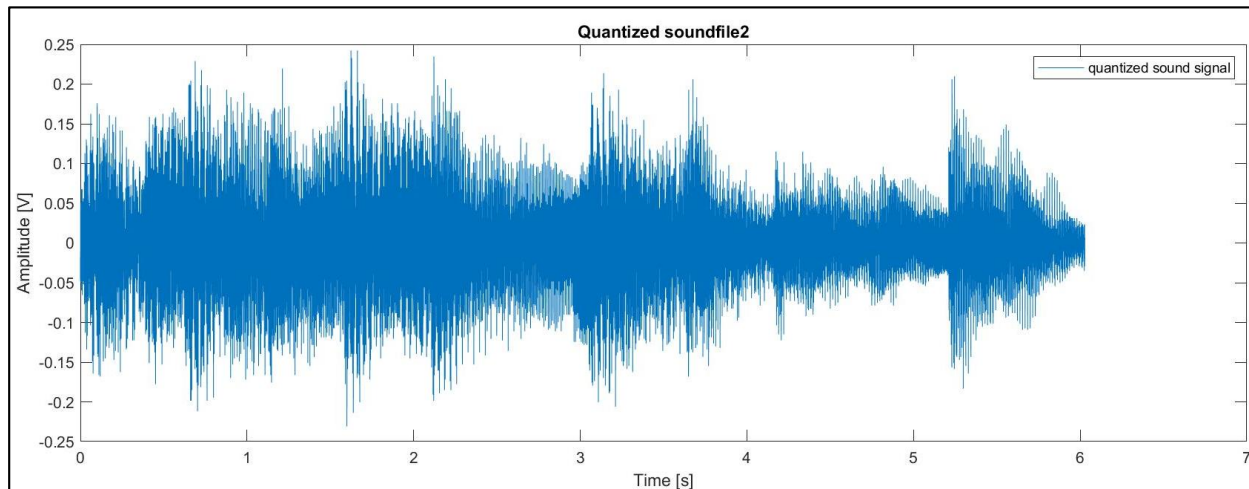
Σημείωση: Αφού πάλι χρησιμοποιείται η τυχαία ακολουθία bit του 3^{ου} ερωτήματος, όταν ξανατρέξει ο κώδικας το πιθανότερο τα αντίστοιχα διαγράμματα που παράγει ο κώδικας να είναι διαφορετικά, όμως θα έχουν την ίδια μορφή με τα παραπάνω. Επιπλέον, το ίδιο ισχύει και για τις πιθανότητες εσφαλμένου ψηφίου και το αποδιαμορφωμένο κείμενο – το πιθανότερο θα υπάρχουν διαφορές, ιδιαίτερα σε αυτό με τον θόρυβο 5dB.

5^ο Ερώτημα:

α) Διαβάζουμε το αρχείο `soundfile2_lab2.wav` και παρουσιάζουμε την κυματομορφή του σε διάγραμμα:

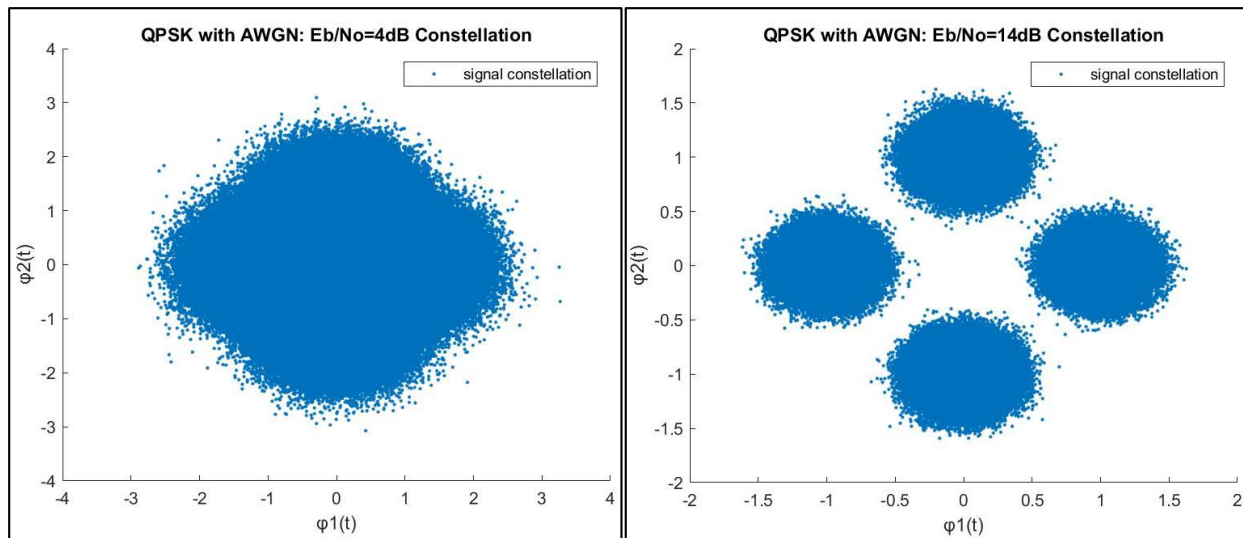


β) Το κβαντίζουμε με ομοιόμορφο κβαντιστή mid riser 8 bit. Το προκύπτον σήμα φαίνεται παρακάτω:



Δεν παρατηρούμε ιδιαίτερη διαφορά επειδή με 8 bit έχουμε ουσιαστικά 256 στάθμες, και αρα τα σφάλματα είναι πολύ μικρά.

γ,δ,ε) Στη συνέχεια διαμορφώνουμε το κβαντισμένο σήμα κατά QPSK με πλάτος συμβόλου 1V, του προσθέτουμε θόρυβο AWGN τιμών $E_b/N_o=4\text{dB}$ και $E_b/N_o=14\text{dB}$, τα αποδιαμορφώνουμε, και παρουσιάζουμε στην επόμενη σελίδα τα διαγράμματα αστερισμών των σημάτων που προκύπτουν:



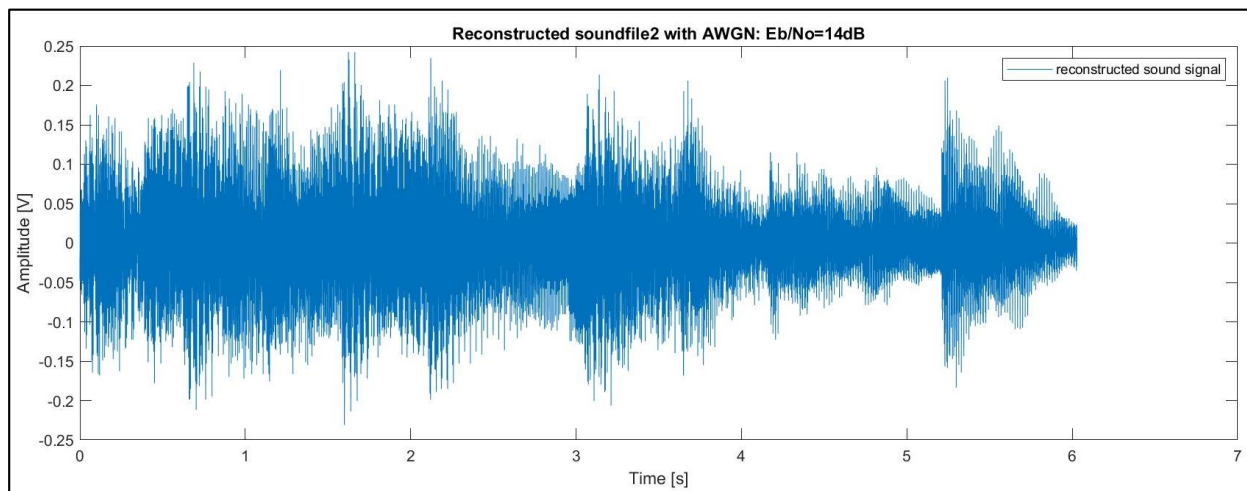
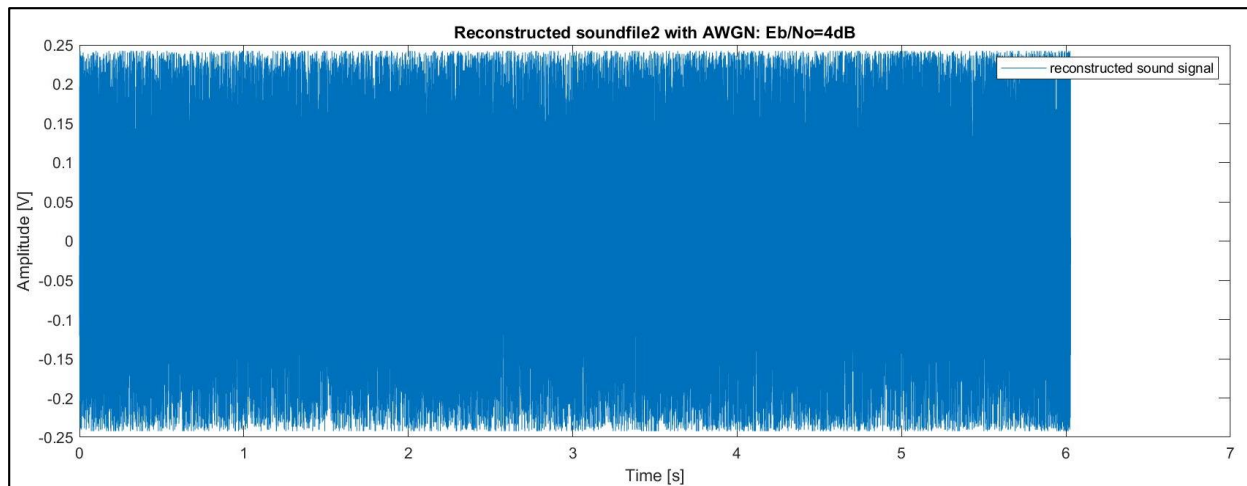
Παρατηρούμε, όπως και πριν, ότι τα σήματα στον αστερισμό με θόρυβο τιμής 14dB είναι πιο συγκεντρωμένα γύρω από τα σήματα χωρίς θόρυβο, ενώ ταυτόχρονα καταλαβαίνουμε από το πρώτο διάγραμμα ότι το ανακατασκευασμένο αρχείο με θόρυβο 4dB θα είναι αρκετά αλλοιωμένο, αφού πολλά από τα ψηφία θα έχουν αποδιαμορφωθεί λανθασμένα.

στ) Υπολογίζουμε τις πιθανότητες εσφαλμένου ψηφίου και τις συγκρίνουμε με τις θεωρητικές (όπως φαίνονται από το διάγραμμα στη σελίδα 11), και τις αναγράφουμε στον πιο κάτω πίνακα:

Eb/No	Πείραμα	Θεωρία
4dB	0.0565	~0.025
14dB	0	~0

Πάλι, παρατηρούμε ότι η πειραματική πιθανότητα για θόρυβο 4dB είναι μεγαλύτερη από τη θεωρητική, γεγονός που οφείλεται πάλι στο ότι το δείγμα από bits δεν είναι αρκετό.

Τέλος, ανακατασκευάζουμε τα σήματα ήχου και τα ακούμε. Παρατηρούμε ότι στο σε αυτό των 4dB ο θόρυβος είναι πολύ δυνατός, αλλά ακόμη μπορούμε να διακρίνουμε την μελωδία του αρχικού. Στο δεύτερο αρχείο ο θόρυβος είναι αμελητέος. Παρακάτω παρουσιάζουμε τις κυματομορφές των ανακατασκευασμένων σημάτων:



Παρατηρούμε ότι η κυματομορφή με τον θόρυβο 4dB δεν είναι αναγνωρίσιμη στο μάτι, αλλά όπως αναφέρθηκε πιο πριν, αν την ακούσουμε η αρχική μελωδία διακρίνεται.

Τέλος, ένας άλλος παράγοντας που επηρεάζει την ποιότητα του ήχου είναι η κβάντιση, έστω και αμελητέα, αφού με 8 bits, τα σφάλματα είναι πολύ μικρά και άρα ο θόρυβος που προσθέτουν ελάχιστος.