



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ
QUIZ I

Ονοματεπώνυμο (με κεφαλαία γράμματα): _____

1) Δίνεται το γραμμικό σύστημα

$$\begin{array}{rrcr} 2x_1 & +x_2 & -5x_3 & = & 3 \\ 4x_1 & -x_2 & & = & 10 \\ & 8x_2 & +2x_3 & = & 18 \end{array}$$

Να επιλυθεί το ανωτέρω σύστημα με την μέθοδο απαλοιφής του Gauss και μερική οδήγηση κατά στήλες.

Λύση

Τριγωνοποίηση:

$$\begin{array}{l} |4| > |2| \\ |4| > |0| \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & -5 & 3 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \\ 0 & 8 & 2 & 18 \end{array} \right] \Gamma_1 \leftrightarrow \Gamma_2$$

$$p_2 = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2} \left[\begin{array}{ccc|c} 4 & -1 & 0 & 10 \\ 2 & 1 & -5 & 3 \\ 0 & 8 & 2 & 18 \end{array} \right] \Gamma_2 \leftarrow \Gamma_2 + \left(-\frac{1}{2}\right) \Gamma_1$$

$$|8| > \left|\frac{3}{2}\right| \left[\begin{array}{ccc|c} 4 & -1 & 0 & 10 \\ 0 & \frac{3}{2} & -5 & -2 \\ 0 & 8 & 2 & 18 \end{array} \right] \Gamma_2 \leftrightarrow \Gamma_3$$

$$p_3 = -\frac{\frac{3}{2}}{8} = -\frac{3}{16} \left[\begin{array}{ccc|c} 4 & -1 & 0 & 10 \\ 0 & 8 & 2 & 18 \\ 0 & \frac{3}{2} & -5 & -2 \end{array} \right] \Gamma_3 \leftarrow \Gamma_3 + \left(-\frac{3}{16}\right) \Gamma_2$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 4 & -1 & 0 & 10 \\ 0 & 8 & 2 & 18 \\ 0 & 0 & -\frac{43}{8} & -\frac{43}{8} \end{array} \right]$$

Πίσω αντικατάσταση:

$$-\frac{43}{8} \cdot x_3 = -\frac{43}{8} \Rightarrow x_3 = 1$$

$$8x_2 + 2 \cdot 1 = 18 \Rightarrow x_2 = 2$$

$$4x_1 - 1 \cdot 2 = 10 \Rightarrow x_1 = 3$$

Λύση:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

QUIZ 1

Ονοματεπώνυμο (με κεφαλαία γράμματα): _____

2) Δίνεται το γραμμικό σύστημα

$$\begin{array}{rrcr} 6x_1 & -5x_2 & & = 1 \\ -3x_1 & +2x_2 & -8x_3 & = -1 \\ & -4x_2 & +2x_3 & = -4 \end{array}$$

Να επιλυθεί το ανωτέρω σύστημα με την μέθοδο απαλοιφής του Gauss και μερική οδήγηση κατά στήλες.

Λύση

$$\begin{array}{l} |6| > |-3| \\ |6| > |0| \end{array} \quad \left[\begin{array}{ccc|c} 6 & -5 & 0 & 1 \\ -3 & 2 & -8 & -1 \\ 0 & -4 & 2 & -4 \end{array} \right] \quad \Gamma_2 \leftarrow \Gamma_2 + \frac{1}{2}\Gamma_1$$

$$|-4| > \left| -\frac{1}{2} \right| \quad \left[\begin{array}{ccc|c} 6 & -5 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{2} & -8 & -\frac{1}{2} \\ 0 & -4 & 2 & -4 \end{array} \right] \quad \Gamma_2 \leftrightarrow \Gamma_3$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 6 & -5 & 0 & 1 \\ 0 & -4 & 2 & -4 \\ 0 & -\frac{1}{2} & -8 & -\frac{1}{2} \end{array} \right] \quad \Gamma_3 \leftarrow \Gamma_3 + \left(-\frac{1}{8} \right) \Gamma_2$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 6 & -5 & 0 & 1 \\ 0 & -4 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & -\frac{33}{4} & 0 \end{array} \right]$$

Πίσω αντικατάσταση:

$$-\frac{33}{4} \cdot x_3 = 0 \Rightarrow x_3 = 0$$

$$-4x_2 + 2 \cdot 0 = -4 \Rightarrow x_2 = 1$$

$$6x_1 - 5 \cdot 1 + 0 \cdot 0 = 1 \Rightarrow x_1 = 1$$

Λύση:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$