



# Frequency Modulation Διαμόρφωση Συχνότητας

**Αθ. Δ. Παναγόπουλος,  
Καθηγητής ΕΜΠ**





# Βασικές Έννοιες

Η Διαμόρφωση FM και η Διαμόρφωση PM αποτελούν τα δύο είδη διαμόρφωσης γωνίας.

Τα αντίστοιχα διαμορφωμένα δίδονται από τις σχέσεις:

1. Διαμόρφωση PM

$$c_{PM}(t) = A \cos(\omega_c t + \psi + k_{PM} \cdot f(t))$$

2. Διαμόρφωση FM

$$c_{FM}(t) = A \cos\left(\omega_c t + \psi + k_{FM} \cdot \int_{-\infty}^t f(x) \cdot dx\right)$$

Το σήμα  $f(t)$  προέρχεται από το σήμα αναλογικής πληροφορίας  $a(t)$ .

Η **Διαμόρφωση FM** βρίσκει ακόμα ευρεία εφαρμογή στην **Ευρυεκπομπή Ραδιοφωνικών Σημάτων (αναλογικό ραδιόφωνο)**.

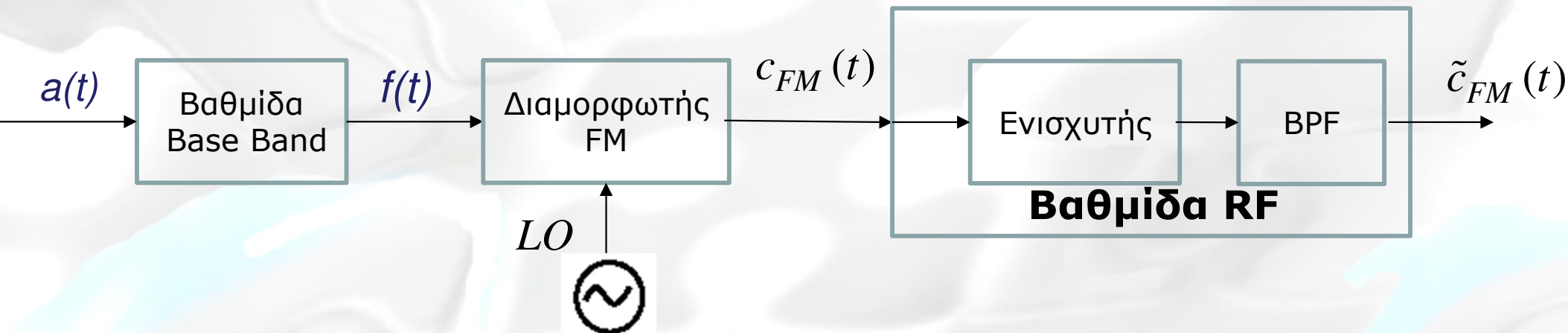




# Θεμελιώδεις Σχέσεις στην FM Διαμόρφωση

Η Διαμόρφωση FM χρησιμοποιείται για την ασύρματη μετάδοση αναλογικής ακουστικής πληροφορίας Broadcasting.

Το διάγραμμα που συστήματος:



$a(t)$ : Η ακουστική πληροφορία

$f(t)=k a(t)$ : Το ανάλογο του  $a(t)$  ηλεκτρικής μορφής σήμα πληροφορίας.

$c_{FM}(t)$ : Το διαμορφωμένο σήμα FM.

$\tilde{c}_{FM}(t)$ : Το σήμα εκπομπής μετά την ενίσχυση και το φιλτράρισμα του  $c_{FM}(t)$





# Θεμελιώδεις Έννοιες

## Το διαμορφωμένο σήμα FM

$$c_{FM}(t) = A \cos \left( \omega_c t + \psi + k_{FM} \cdot \int_{-\infty}^t f(x) \cdot dx \right)$$

$\omega_c$ : η κυκλική φέρουσα συχνότητα

$k_{FM}$ : η ρυθμιζόμενη παράμετρος που περιγράφει ποσοτικά πως ενσωματώνεται το σήμα πληροφορίας  $f(t)$

1. Στιγμιαία Γωνία:  $\theta(t) = \omega_c t + \psi + k_{FM} \cdot \int_{-\infty}^t f(x) \cdot dx$

2. Στιγμιαία Συχνότητα:  $\omega_i(t) = \frac{d(\theta(t))}{dt} = \omega_c + k_{FM} \cdot f(t)$   
γωνιακή





# Θεμελιώδεις Έννοιες

3. Στιγμιαία Απόκλιση Συχνότητας (από τη φέρουσα συχνότητα):

$$\Delta\omega_i(t) = \omega_i(t) - \omega_c = k_{FM} \cdot f(t)$$

Μέσω του διαμορφωτή, ρυθμίζεται ώστε η μέγιστη απόκλιση να εκατέρωθεν της φέρουσας να είναι συμμετρική.

4. Μέγιστη Απόκλιση Γωνιακής Συχνότητας :

$$\Delta\omega_{\max} = \max_t (\Delta\omega_i(t)) = k_{FM} \cdot \max_t (f(t))$$

5. Δείκτης Διαμόρφωσης :

$$\beta = \frac{\Delta\omega_{\max}}{\Omega_m} = \frac{k_{FM} \cdot \max_t (f(t))}{\Omega_m}$$

$\Omega_m$  : Το γωνιακό εύρος ζώνης του διαμορφωμένου σήματος.

$B_m$  εύρος ζώνης





# Εύρος Ζώνης RF

$$\left. \begin{aligned} \Omega_{RF} &= 2 \cdot (1 + \beta) \Omega_m \\ B_{RF} &= 2 \cdot (1 + \beta) B_m \end{aligned} \right\} \text{Κανόνας Carson}$$

Ρυθμίζεται με ρύθμιση παραμέτρου:  $\beta$

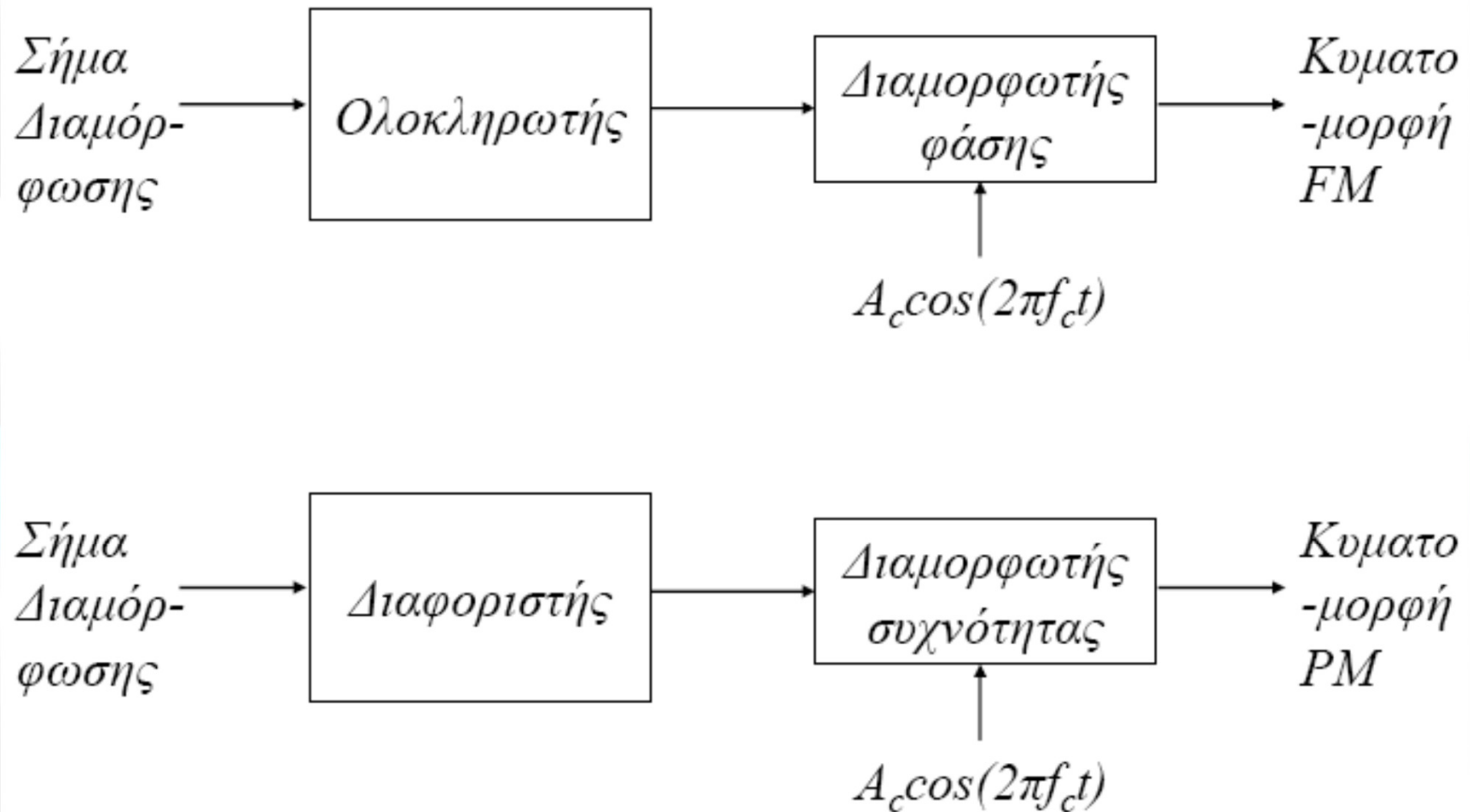
$$\Delta\omega_{\max} = k_{FM} \cdot \max_t (f(t))$$







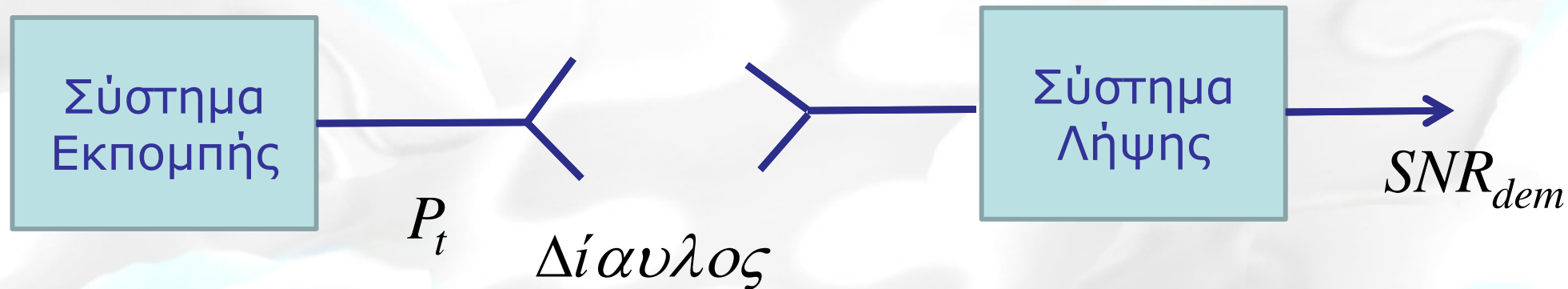
# FM/PM





# Σύγκριση FM/AM DSB

Για να γίνει η σύγκριση έστω το παρακάτω τηλεπικοινωνιακό σύστημα :



$$SNR_{dem} = \frac{\text{ισχύς του αποδιαμορφωμένου σήματος στην έξοδο του συστήματος λήψης}}{\text{ισχύς του θορύβου που συνοδεύει το αποδιαμορφωμένο σήμα}}$$

Το  $SNR_{dem}$  περιγράφει ποσοτικά την ποιότητα της συγκεκριμένης υπηρεσίας.

Για να κάνουμε τη σύγκριση, θεωρούνται δύο μεταδόσεις AM-DSB και FM π.χ. ακουστικής πληροφορία εύρους ζώνης  $\Omega_m$  : Με την ίδια ισχύ εκπομπής και τις ίδιες συνθήκες μετάδοσης.

$$SNR_{dem}^{FM}, SNR_{dem}^{AM}$$







# Σύγκριση FM/AM DSB

Αποδεικνύεται πως ισχύει:

$$\text{Figure\_of\_merit\_1} = \frac{SNR_{dem}^{FM}}{SNR_{dem}^{AM}} = 3\beta^2$$

Η FM ραδιοφωνία πραγματοποιείται με  $\beta=5 \Rightarrow 3\beta^2 > 1 \left( \beta > 1/\sqrt{3} \right)$

**Οι μεταδόσεις FM ραδιοφωνίας ΥΠΕΡΤΕΡΟΥΝ έναντι των μεταδόσεων AM ως προς την ποιότητα του αποδιαμορφωμένου σήματος που επιτυγχάνουν.**

$$\text{Figure\_of\_merit\_2} = \frac{\Omega_{RF}^{FM}}{\Omega_{RF}^{AM}} = 1 + \beta$$

Τα μεγέθη: *Figure\_of\_merit\_1*, *Figure\_of\_merit\_2*

**περιγράφουν το ποιοτικό όφελος από τη χρήση της FM αντί της AMDSB και το σχετικό κόστος σε εύρος ζώνης RF.**





# Σύγκριση FM/AM DSB

Στην υπηρεσία *radio broadcasting* (ραδιοφωνική ευρυεκπομπή) ο δείκτης διαμόρφωσης ρυθμίζεται στην τιμή του 5.

Το σημαντικό πλεονέκτημα FM έναντι AM DSB είναι 75.

Μπορούμε να το εκμεταλλευτούμε είτε

- Για ραδιοφωνική ευρυεκπομπή υπό μικρότερη ισχύ.
- Για διεύρυνση της περιοχής κάλυψης

Οι διάφορες μη γραμμικές διαδικασίες (σε εκπομπή και λήψη) παραμορφώνουν τα διαμορφωμένα σταθερού πλάτους σε πολύ μικρότερο βαθμό σε σχέση με τα διαμορφωμένα σήματα μεταβλητού πλάτους.

Η FM είναι **Σταθερής** περιβάλλουσας υπερτερεί της AM που είναι **Μεταβλητής** περιβάλλουσας.





# Διαμόρφωση FM στενής ζώνης (NBFM)

Το διαμορφωμένο σήμα FM γίνεται:

$$c_{FM}(t) = A \cos \left( \omega_c t + \psi + k_{FM} \cdot \int_{-\infty}^t f(x) \cdot dx \right)$$

$$c_{FM}(t) = A \cos(\omega_c t + \psi) \cos \left( k_{FM} \cdot \int_{-\infty}^t f(x) \cdot dx \right) - A \sin(\omega_c t + \psi) \sin \left( k_{FM} \cdot \int_{-\infty}^t f(x) \cdot dx \right)$$

Όταν  $\beta \ll 1$   $\Delta\omega_{\max} \ll \Omega_m$  ( $\Delta f_{\max} \ll B_m$ )

$$\Delta\omega_{\max} \ll \Omega_m \left( \Delta f_{\max} \ll B_m \right) \text{ και } \Omega_m \ll \omega_c \left( B_m \ll B_c \right)$$

$$\Rightarrow \Delta\omega_i(t) \ll \omega_c \quad (\Delta f_i(t) \ll f_c)$$



# Διαμόρφωση FM στενής ζώνης (NBFM)



$$c_{FM}(t) = A \cos(\omega_c t + \psi) \cos \left( k_{FM} \cdot \int_{-\infty}^t f(x) \cdot dx \right) - A \sin(\omega_c t + \psi) \sin \left( k_{FM} \cdot \int_{-\infty}^t f(x) \cdot dx \right)$$

$$\cos \left( k_{FM} \cdot \int_{-\infty}^t f(x) \cdot dx \right) = 1, \quad \sin \left( k_{FM} \cdot \int_{-\infty}^t f(x) \cdot dx \right) \approx k_{FM} \cdot \int_{-\infty}^t f(x) \cdot dx$$

$$c_{NBFM}(t) \approx A \cos(\omega_c t + \psi) - A \sin(\omega_c t + \psi) \cdot k_{FM} \cdot \int_{-\infty}^t f(x) \cdot dx$$

$$C_{NBFM}(\omega) = \frac{1}{2} A [\delta(\omega - \omega_c) + \delta(\omega + \omega_c)] + \frac{1}{2} A k_{FM} \left[ \frac{F(\omega - \omega_c)}{\omega - \omega_c} - \frac{F(\omega + \omega_c)}{\omega + \omega_c} \right]$$

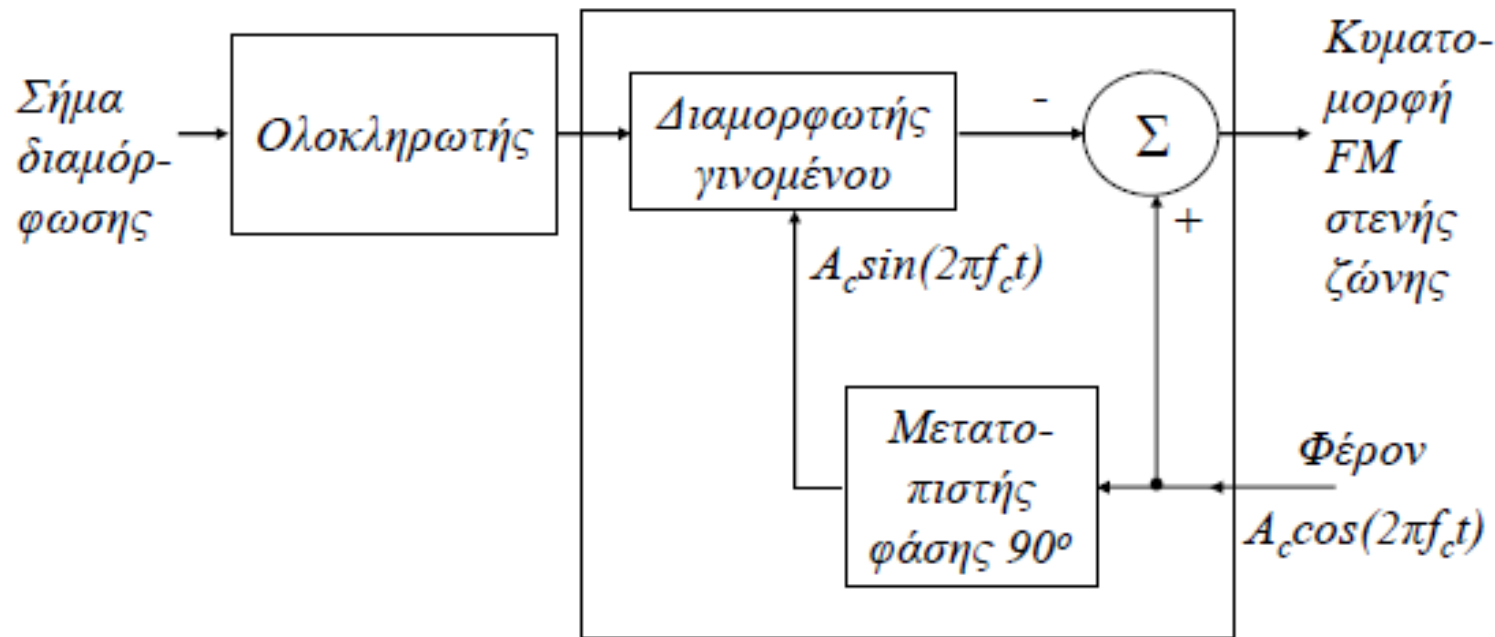
Είναι σήμα της μορφής AM DSBFM γίνεται:





# Διαμόρφωση FM στενής ζώνης (NBFM)

$$s(t) \approx A_c \cos(2\pi f_c t) - \beta A_c \sin(2\pi f_c t) \sin(2\pi f_m t)$$



Διαμορφωτής φάσης στενού εύρους ζώνης

$$c_{FM}(t) = A \cos(\omega_c t + \psi) \cos \left( k_{FM} \cdot \int_{-\infty}^t f(x) \cdot dx \right) - A \sin(\omega_c t + \psi) \sin \left( k_{FM} \cdot \int_{-\infty}^t f(x) \cdot dx \right)$$







# Διαμόρφωση FM από ημίτονο

$$s(t) \approx A_c \cos(2\pi f_c t) - \beta A_c \sin(2\pi f_c t) \sin(2\pi f_m t)$$

$$s(t) \approx A_c \cos(2\pi f_c t) - \frac{1}{2} \beta A_c [\cos(2\pi(f_c + f_m)t) - \cos(2\pi(f_c - f_m)t)]$$

Συγκρίνοντας την παραπάνω σχέση με την αντίστοιχη που ορίζει μια κυματομορφή AM:

$$s_{AM}(t) \approx A_c \cos(2\pi f_c t) + \frac{1}{2} \mu A_c [\cos(2\pi(f_c + f_m)t) + \cos(2\pi(f_c - f_m)t)]$$

βλέπουμε ότι στην περίπτωση ημιτονικού σήματος διαμόρφωσης, η βασική διαφορά μεταξύ μιας κυματομορφής AM και μιας κυματομορφής FM στενής ζώνης είναι το πρόσημο της κάτω πλευρικής συχνότητας.

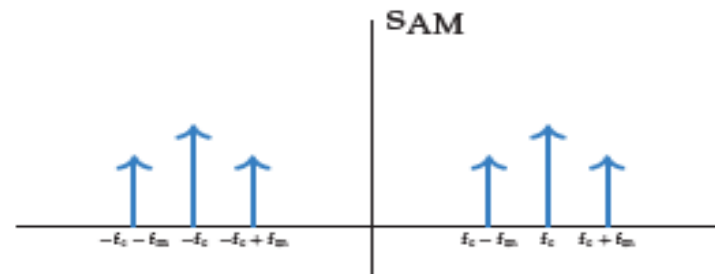
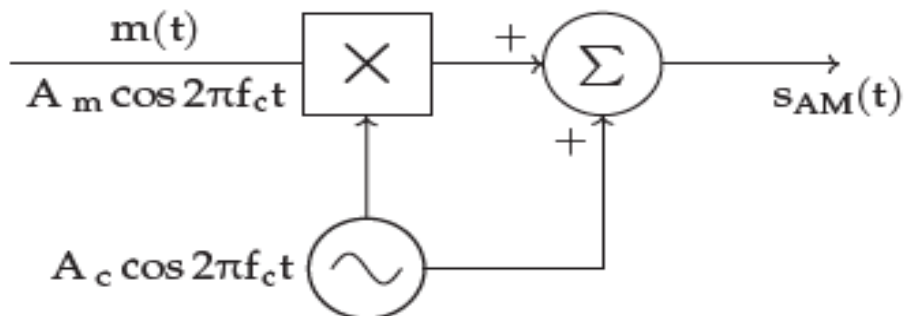




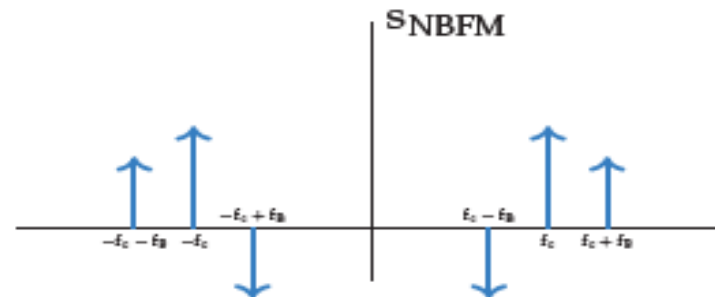
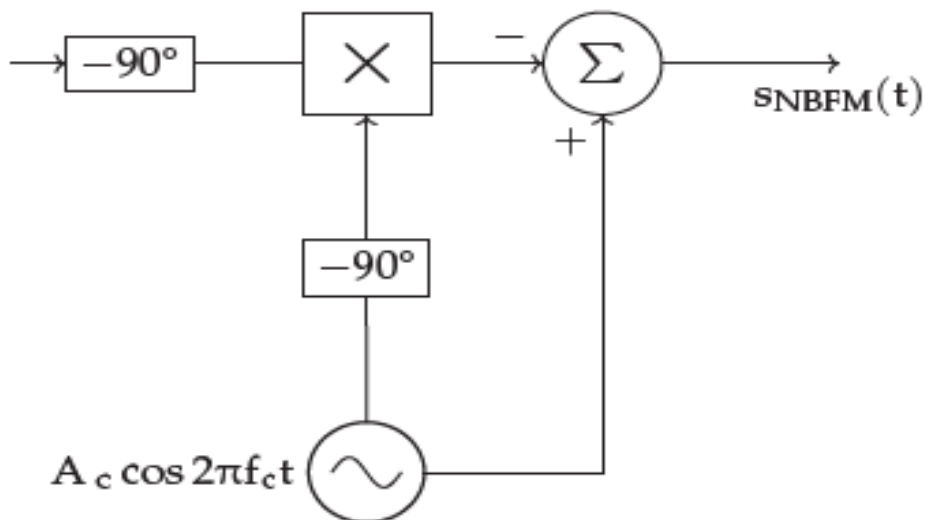


# NBFM/ AM

AM



NBFM





# Διαμόρφωση FM από ημίτονο

$$f(t) = a \cos(\omega_m t)$$

$$\omega_i(t) = \omega_c + k_{FM} \cdot a \cos(\omega_m t) = \omega_c + \Delta\omega \cdot \cos(\omega_m t)$$

$$\Delta\omega = k_{FM} a$$

$$\theta(t) = \omega_c t + (\Delta\omega / \omega_m) \sin(\omega_m t) = \omega_c t + \beta \sin(\omega_m t)$$

$$c(t) = A \cos(\omega_c t + \beta \sin(\omega_m t))$$

$$\begin{aligned} c(t) &= A \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\beta) \cos((\omega_c + n\omega_m)t) = A \{ J_0(\beta) \cos(\omega_c t) \\ &+ J_1(\beta) [\cos((\omega_c + \omega_m)t) - \cos((\omega_c - \omega_m)t)] \\ &+ J_2(\beta) [\cos((\omega_c + 2\omega_m)t) + \cos((\omega_c - 2\omega_m)t)] + \dots \} \end{aligned}$$

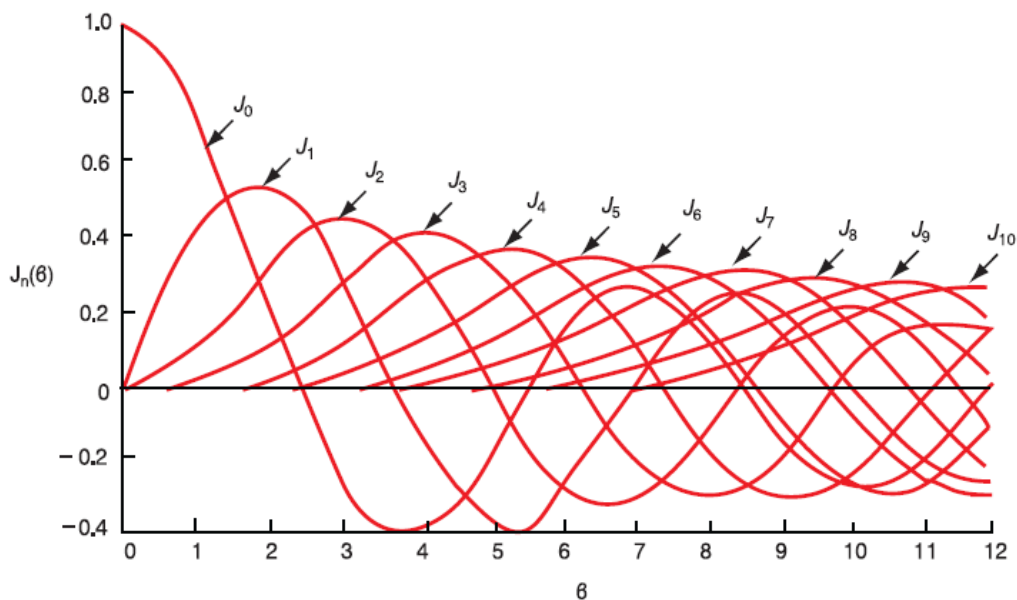
Το διακριτό φάσμα της  $s(t)$ :

$$S(f) = \frac{A_c}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) [\delta(f - f_c - nf_m) + \delta(f + f_c + nf_m)]$$





# Διαμόρφωση FM από Ημίτονο



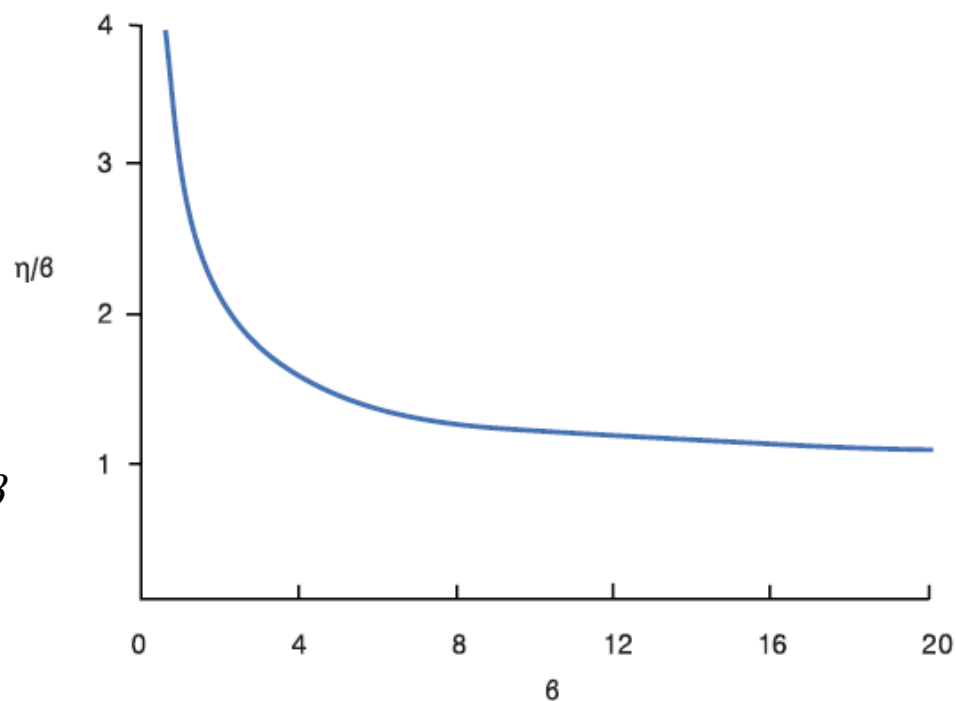
$$J_n(\beta) \in \mathbb{R}$$

$$J_{-n}(\beta) = (-1)^n J_n(\beta)$$

$|J_n(\beta)| \rightarrow 0$  για μεγάλες τιμές του  $n$  υπό σταθερό  $\beta$

$|J_n(\beta)| \rightarrow 0$  για μεγάλες τιμές του  $\beta$  υπό σταθερό  $n$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n^2(\beta) = 1$$





# Διαμόρφωση FM από Ημίτονο

Η παραπάνω σχέση υποδεικνύει πως το διαμορφωμένο από ημιτονοειδές σήμα πληροφορίας σήμα FM διαθέτει γραμμικής μορφής φάσμα, άπειρου εύρος με φασματικές συνιστώσες στις συχνότητες  $\omega_c + n \omega_m$ ,  $n$  ακέραιος με αντίστοιχη ισχύ:

$$P_n = \frac{A^2}{2} |J_n(\beta)|^2 = \frac{A^2}{2} J_n^2(\beta)$$

$$P = \frac{A^2}{2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n^2(\beta) = \frac{A^2}{2}$$

Οι φασματικές συνιστώσες καθίστανται αμελητέες όταν το  $n$  υπερβαίνει μια τιμή που εξαρτάται από το  $\beta$ .

$$\frac{A^2}{2} J_n^2(\beta) < 0.01 \frac{A^2}{2} \Rightarrow J_n^2(\beta) < 0.01$$

$$n > n_0 = [\beta] + 1$$

$$W_{\text{RF}} = 2 n \omega_m \quad \text{Συμμετρικό ως προς τη φέρουσα}$$





# Κανόνας Carson – Ρύθμιση $\beta$

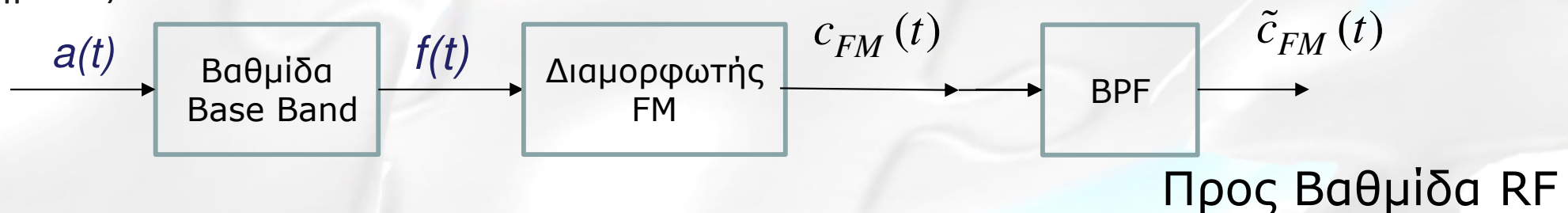
Στις πρακτικές εφαρμογές της διαμόρφωσης FM, το σήμα πληροφορίας είναι τυχαία διαδικασία ακουστικής μορφής.

Το φάσμα της FM είναι θεωρητικά άπειρο και δεν είναι δυνατόν να προσδιορισθεί θεωρητικά. Συνεπώς για να υλοποιηθεί στην πράξη μια μετάδοση FM, η άπειρου εύρους ζώνης έξοδος του διαμορφωτή πρέπει να περιορισθεί φασματικά.

$$\left. \begin{aligned} \Omega_{RF} &= 2 \cdot (1 + \beta) \cdot \Omega_m \\ B_{RF} &= 2 \cdot (1 + \beta) \cdot B_m \end{aligned} \right\} \text{κανόνας του Carson}$$

$B_m$  : εύρος ζώνης ακουστικής πληροφορίας

$B_{RF}$  : εύρος ζώνης ραδιοσυχνοτήτων που απαιτείται για τη μετάδοση του διαμορφωμένου σήματος FM.



**Το εύρος ζώνης του BPF ρυθμίζεται σύμφωνα με τον κανόνα του Carson.**



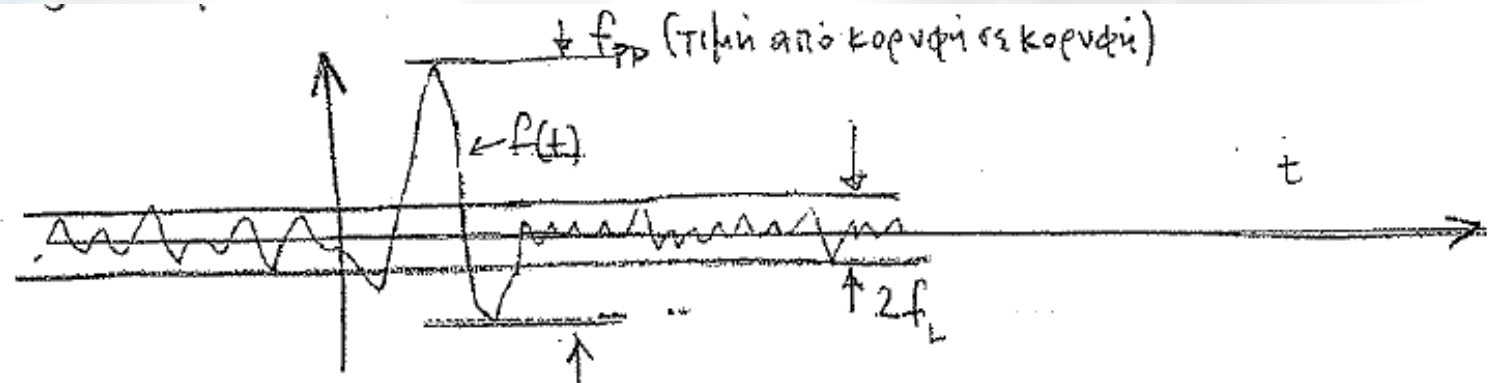


# Κανόνας Carson – Ρύθμιση $\beta$

Η παράμετρος  $\beta$  καθορίζει το εύρος ζώνης μετάδοσης συνεπώς είναι ιδιαίτερα σημαντική.

$$\beta = \frac{k_{FM} \cdot \max_t (f(t))}{B_m}$$

Από τον ορισμό του  $\beta$  βλέπουμε πως εξαρτάται από το εύρος τιμών που μπορεί να λάβει το  $\beta$ .



$$B_{RF} = 2(1 + \beta_L) B_m$$

$$\beta_L = k f_L / B_m$$





# Παραγωγή Κυματομορφών FM



Δύο βασικές μέθοδοι για την παραγωγή κυματομορφών FM:

- **Έμμεση FM (indirect FM)** - όπου το σήμα διαμόρφωσης χρησιμοποιείται αρχικά για την παραγωγή κυματομορφής FM στενής ζώνης και στη συνέχεια χρησιμοποιείται *πολλαπλασιασμός συχνότητας (frequency multiplication)* για την αύξηση της απόκλισης συχνότητας στο επιθυμητό επίπεδο.

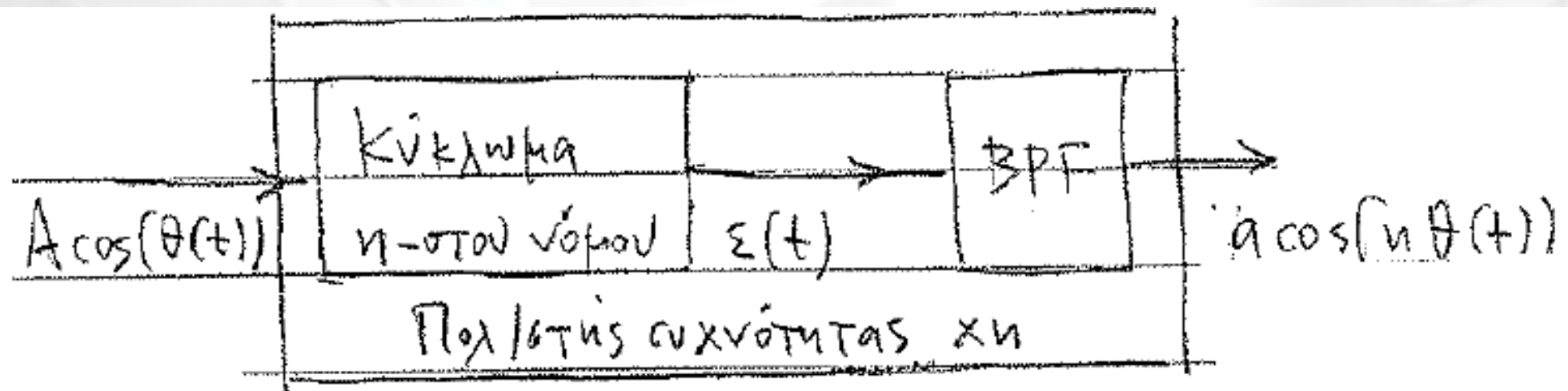
- **Άμεση FM** όπου η συχνότητα του φέροντος μεταβάλλεται απ' ευθείας σύμφωνα με το σήμα βασικής ζώνης στην είσοδο.





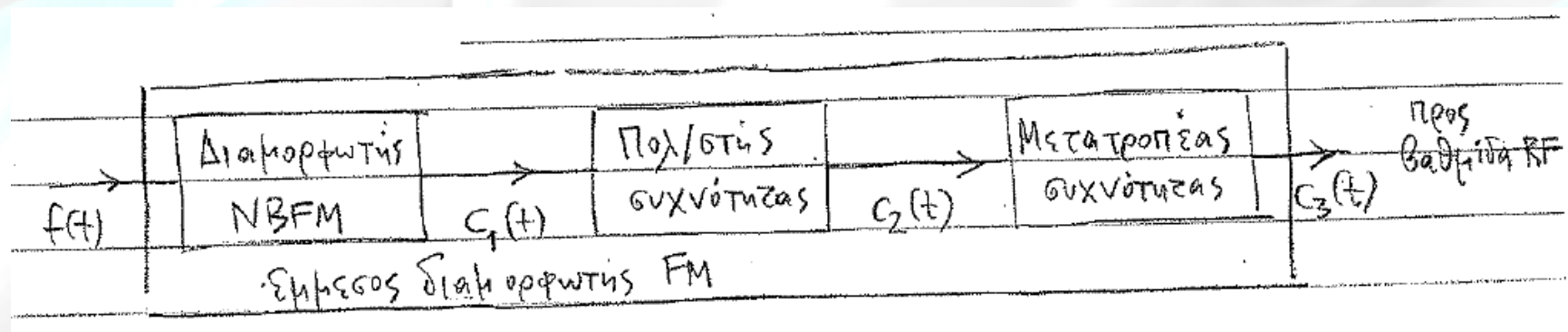
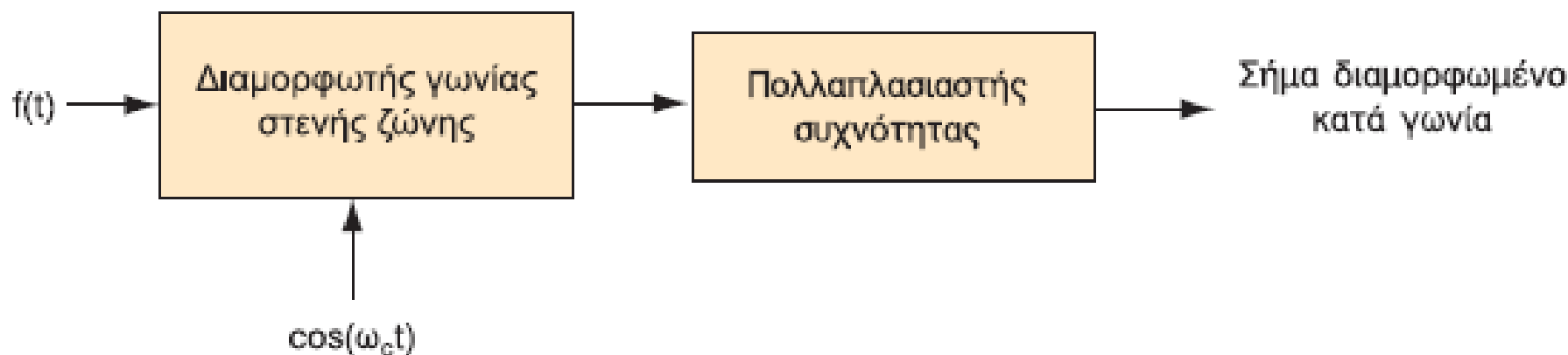
# Έμμεση Διαμόρφωση FM

Το βασικό κύκλωμα που χρησιμοποιείται για την έμμεση υλοποίηση της είναι ο πολλαπλασιαστής συχνότητας.



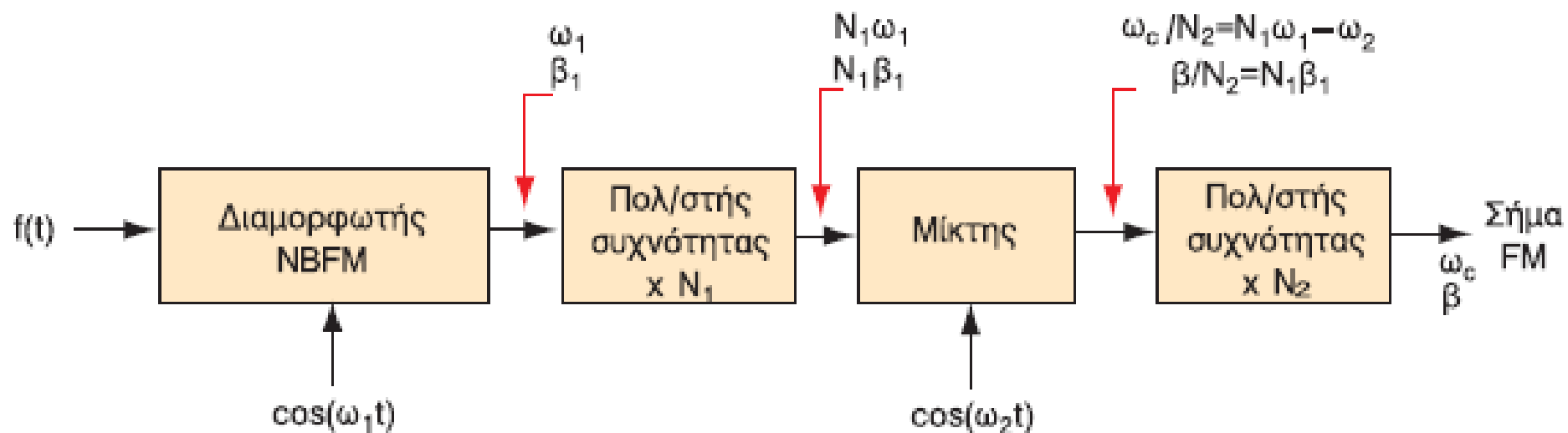


# Έμμεση Διαμόρφωση FM





# Έμμεση Διαμόρφωση FM





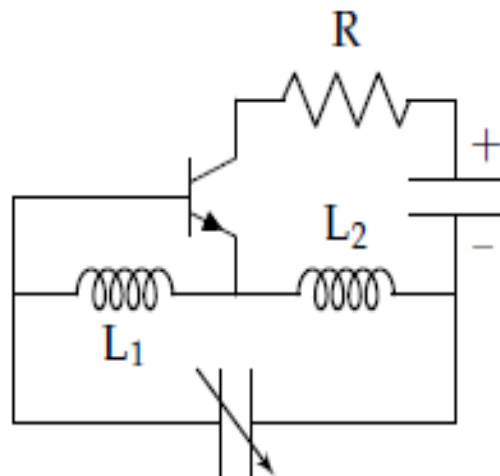
# Άμεση Διαμόρφωση FM

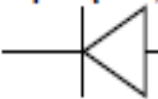
## Διαμορφωτής

Για να υλοποιήσουμε τον διαμορφωτή ενός σήματος βασικής ζώνης, χρειαζόμαστε απλώς έναν ταλαντωτή που να παράγει ένα ημίτονο του οποίου μεταβάλλεται η συχνότητα.

Τέτοιος ταλαντωτής μπορεί να είναι **Voltage Controlled Oscillator (VCO)**, δηλαδή ταλαντωτής του οποίου η συχνότητα μεταβάλλεται από τάση.

Ένα τέτοιο κύκλωμα είναι:



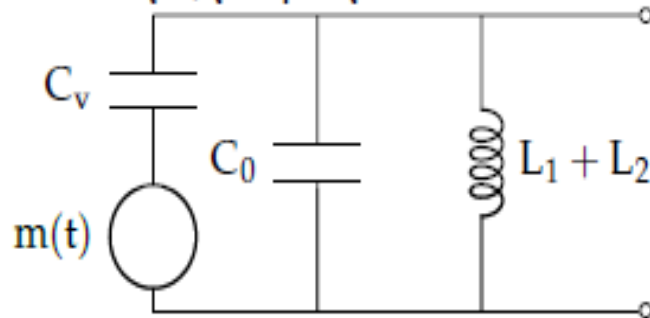
όπου ο μεταβλητός πυκνωτής (varicap/varactor) μπορεί να υλοποιηθεί από μια ανάστροφα πολωμένη δίοδο —  — της οποίας η χωρητικότητα μεταβάλλεται ανάλογα με την εφαρμοζόμενη τάση.





# Άμεση Διαμόρφωση FM

Ισοδύναμα, μπορούμε να απλουστεύσουμε το κύκλωμα ως εξής:



Αυτό το κύκλωμα έχει μια μεταβλητή συχνότητα η οποία, με γνώσεις από ανάλυση κυκλωμάτων, είναι:

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi\sqrt{(L_1 + L_2)C(t)}}$$

όπου η στιγμιαία χωρητικότητα είναι  $C(t) = C_0 + \Delta C \cos 2\pi f_m t$  αν θεωρήσουμε ότι έχουμε ημιτονοειδές (με συχνότητα  $f_m$ ) σήμα εισόδου  $m(t)$ .

Τότε η στιγμιαία συχνότητα γίνεται:

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi\sqrt{(L_1 + L_2)C_0}\sqrt{1 + \frac{\Delta C}{C_0} \cos 2\pi f_m t}}$$







# Άμεση Διαμόρφωση FM

Ορίζουμε  $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{(L_1+L_2)C_0}}$ , και χρησιμοποιούμε την προσέγγιση  $\sqrt{1+\varepsilon} \simeq 1 + \frac{\varepsilon}{2}$ .

Τότε:

$$f_i(t) \simeq \frac{f_0}{1 + \frac{\Delta C}{2C_0} \cos 2\pi f_m t}$$

Επιπλέον προσεγγίζουμε  $\frac{1}{-1+\varepsilon} \simeq 1 - \varepsilon$ .

$$f_i(t) \simeq f_0 \left[ 1 - \frac{\Delta C}{2C_0} \cos 2\pi f_m t \right]$$

$$f_i(t) \simeq f_0 - \underbrace{\frac{f_0 \Delta C}{2C_0}}_{\Delta f} \cos 2\pi f_m t$$

$$\begin{aligned} \text{όπου θέσαμε τον σταθερό όρο } \frac{f_0 \Delta C}{2C_0} &= \Delta f \\ &= f_0 + \Delta f \cos 2\pi f_m t \end{aligned}$$

Δηλαδή φτάσαμε στο επιθυμητό σήμα FM, για το οποίο ισχύει  $f_i(t) = f_c + k_f m(t)$ .

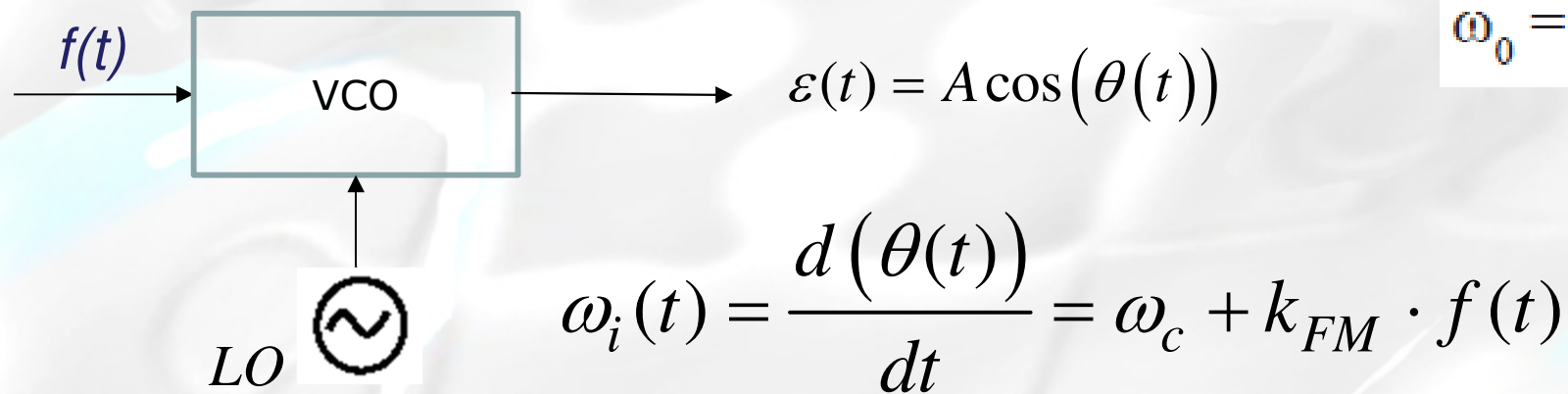




# Άμεση Διαμόρφωση FM

Η άμεση διαμόρφωση FM βασίζεται στη μεταβολή της χωρητικότητας ενός συντονισμένου κυκλώματος συναρτήσει του σήματος πληροφορίας.

Το κύκλωμα που χρησιμοποιείται στην *άμεση διαμόρφωση FM* είναι ο *ταλαντωτής ελεγχόμενος από τάση VCO (voltage controlled oscillator)* και περιλαμβάνει συντονισμένο LC κύκλωμα. Ένα συντονισμένο κύκλωμα LC έχει συχνότητα συντονισμού.



Ο ταλαντωτής VCO είναι ένα συντονιζόμενο κύκλωμα L-C, η χωρητικότητά του οποίου είναι μεταβλητή.

$$C = C_o + \Delta C(t)$$

όπου  $C_o$  ρυθμιζόμενη τιμή ηρεμίας.





# Άμεση Διαμόρφωση FM

Η στιγμιαία συχνότητα συντονισμού αυτού του κυκλώματος είναι

$$\begin{aligned}\omega_{\sigma}(t) &= (LC)^{-1/2} = \left(L(C_o + \Delta C(t))\right)^{-1/2} = \\ &= (LC_o)^{-1/2} \cdot \left(1 + \frac{\Delta C(t)}{C_o}\right)^{-1/2}\end{aligned}$$

Υποθέτοντας  $\Delta C(t) \ll C_o$  και  $(1+x)^{-1/2} \approx 1 - 0.5x$ ,  $x \ll 1$

Η συχνότητα συντονισμού προσεγγίζεται από τη σχέση:

$$\omega_{\sigma}(t) = \omega_o \left(1 - 0.5 \frac{\Delta C(t)}{C_o}\right), \text{ όπου } \omega_o = (LC_o)^{-1/2} \text{ η τιμή ηρεμίας της.}$$





# Άμεση Διαμόρφωση FM

Όμως, με χρήση διόδων Varactor η μεταβολή της χωρητικότητας  $\Delta C$  μπορεί να καταστεί ανάλογη προς το σήμα πληροφορίας, δηλαδή

$$\Delta\omega = k_{FM} \cdot f(t)$$

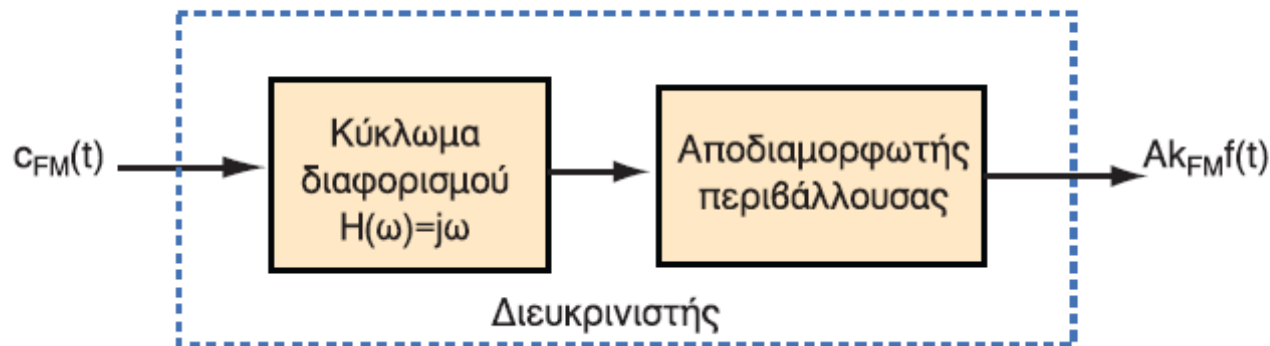
$$k_{FM} = 0.5 \cdot k \cdot \omega_0 / C$$

Επομένως, με κατάλληλη ρύθμιση των παραμέτρων ενός ταλαντωτή VCO, υλοποιείται κύκλωμα μέσω του οποίου η στιγμιαία συχνότητα του ημιτονοειδούς σήματος εξόδου καθίσταται ανάλογη της τάσης εισόδου η οποία είναι ανάλογη του σήματος πληροφορίας.





# Αποδιαμόρφωση FM



$$e_o(t) = \frac{dc_{FM}}{dt} = -A \left[ \omega_c + k_{FM} f(t) \right] \sin \left( \omega_c t + \int_{-\infty}^t f(x) dx \right)$$

$$k_{FM} f(t) \ll \omega_c$$

$$a(t) = A\omega_c [1 + (k_{FM} / \omega_c) f(t)]$$

Με βάση των προηγηθείσα ανάλυση, η ύπαρξη του διευκρινιστή μετατρέπει την αποδιαμόρφωση FM σε αποδιαμόρφωση σήματος μορφής AMDSB με ισχυρό ενσωματωμένο φέρον, η φέρουσα συχνότητα του οποίου εμφανίζει πολύ μικρή διακύμανση.





# Αποδιαμόρφωση FM

Ο διευκρινιστής συχνότητας αποτελείται από ένα κύκλωμα κλίσης (*slope circuit*) ακολουθούμενο από φωρατή περιβάλλουσας. Το ιδανικό κύκλωμα κλίσης χαρακτηρίζεται από συνάρτηση μεταφοράς που είναι καθαρά φανταστική και μεταβάλλεται γραμμικά με τη συχνότητα μέσα σε μια προδιαγραφμένη περιοχή.

Το μειονέκτημα της μεθόδου αυτής είναι ότι ο περιορισμός πλάτους, όντας μη γραμμική διαδικασία, αποτελεί αιτία παραμόρφωσης και εισαγωγής πρόσθετου θορύβου φάσης, πέραν του θορύβου φάσης που υπερτέθηκε στο διαμορφωμένο σήμα FM λόγω του ζωνοπερατού θορύβου του τηλεπικοινωνιακού διαύλου.

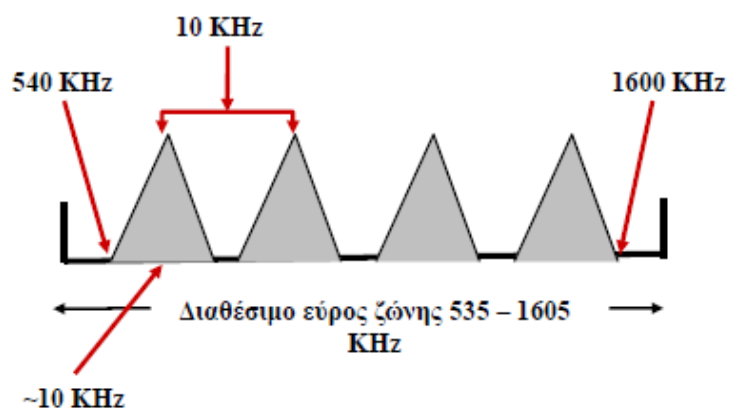




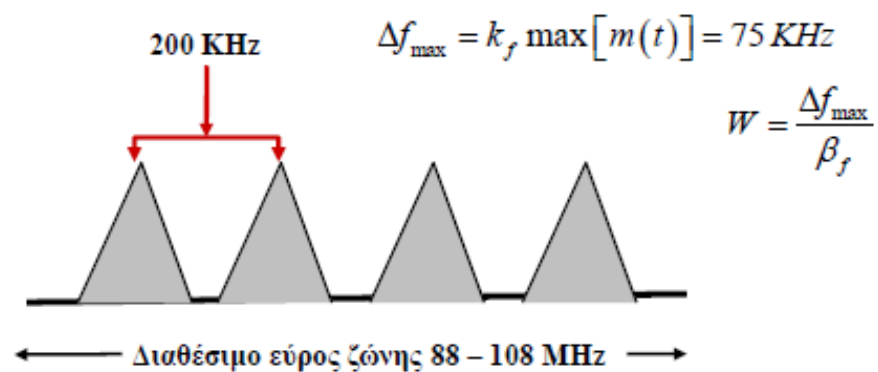


# Radio AM-FM

## Ραδιοφωνική Εκπομπή AM

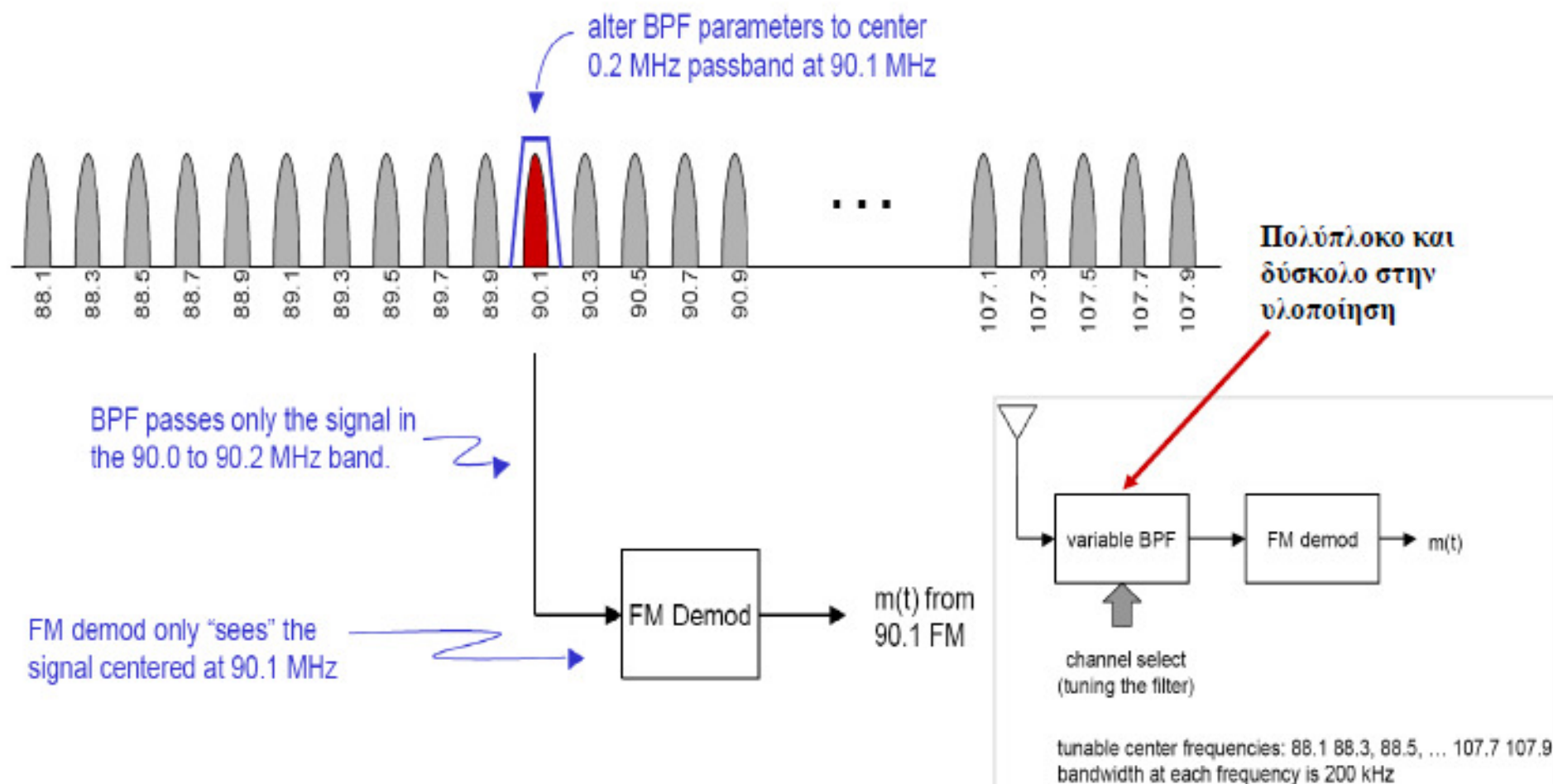


## Ραδιοφωνική Εκπομπή FM





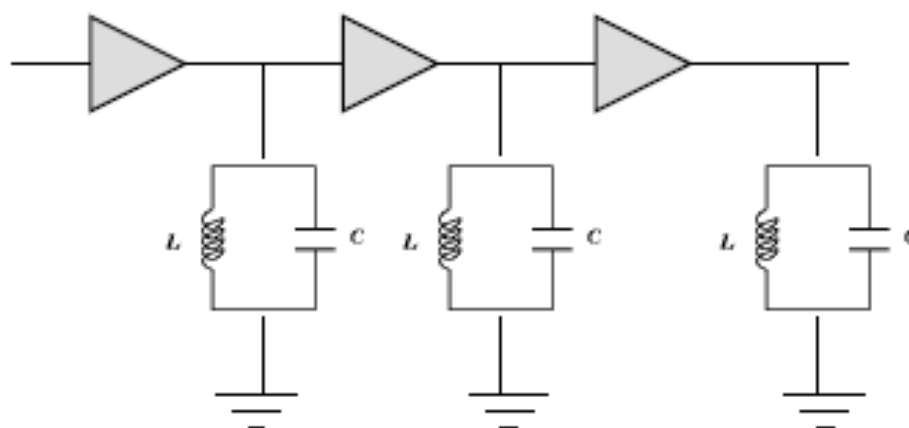
# Ομόδυνος Δέκτης





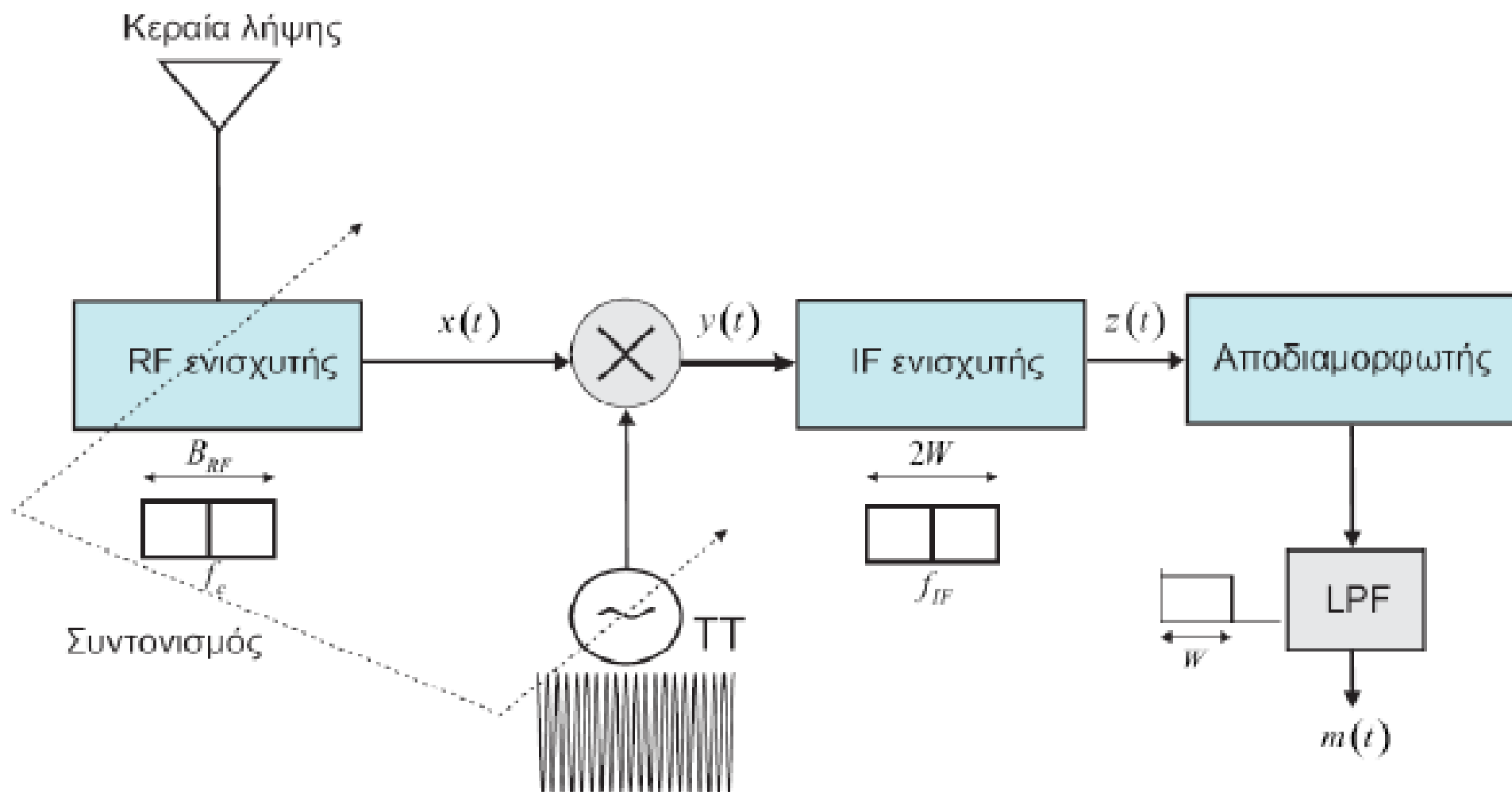
# Ομόδυνος Δέκτης

- ✓ Αναγκαία η λειτουργία συντονισμένων κυκλωμάτων για την φασματική απομόνωση του σήματος εκπομπής
- ✓ Ανάγκη υλοποίησης φασματικού παραθύρου όσο το δυνατόν μικρότερου εύρους ζώνης. Δημιουργία επάλληλων εν σειρά συντονισμένων κυκλωμάτων για την υλοποίηση ενός BPF μεταβλητής συχνότητας.
- ✓ Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς είναι το γινόμενο των επιμέρους συναρτήσεων μεταφοράς
- ✓ Απαιτεί την ταυτόχρονη μετακίνηση της κεντρικής συχνότητας των επί μέρους φίλτρων, δηλαδή συγχρονισμένη μηχανική κίνηση





# Υπερετερόδυνος Δέκτης



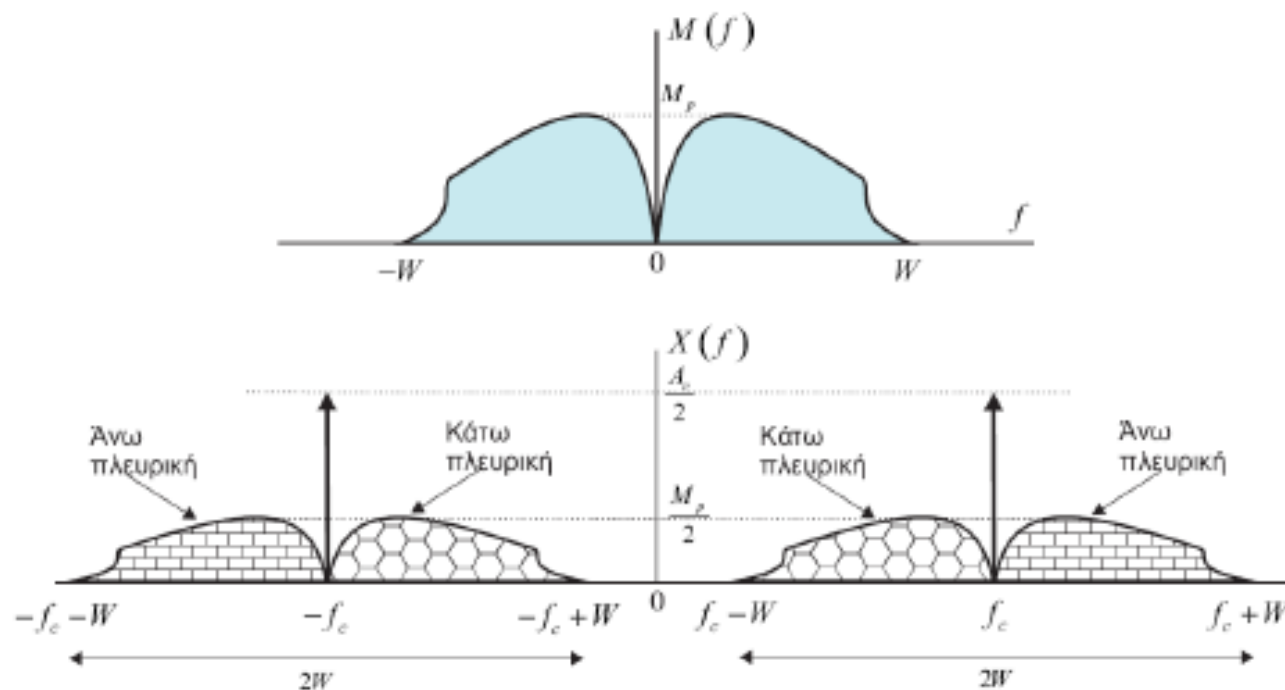


# Υπερετερόδυνος Δέκτης

Το AM διαμορφωμένο σήμα



$$x(t) = [A_c + m(t)] \cos 2\pi f_c t$$





# Υπερετερόδυνος Δέκτης

Η έξοδος του Μίκτη



$$y(t) = [A_c + m(t)] \cos 2\pi f_c t \cos 2\pi f_l t$$

$$= \frac{1}{2} [A_c + m(t)] [\cos 2\pi (f_c - f_l) t + \cos 2\pi (f_c + f_l) t].$$

Low-Side Injection (LSI)

$$f_l = f_c - f_{IF}$$

High-Side Injection (HSI)

$$f_l = f_c + f_{IF}$$

Η έξοδος του Μίκτη  
Με HSI

$$y(t) = \frac{1}{2} [A_c + m(t)] [\cos 2\pi f_{IF} t + \cos 2\pi (2f_c + f_{IF}) t]$$







# Υπερετερόδυνος Δέκτης

$$x(t) = [A_{c1} + m_1(t)] \cos 2\pi f_c t \\ + [A_{c2} + m_2(t)] \cos 2\pi(f_c + 2f_{IF})t.$$

Κάποιο άλλο σήμα  
που περιέχει την  
συχνότητα είδωλο

$$f_{im} = f_c + 2f_{IF}$$

Η έξοδος του Μίκτη  $f_l = f_c + f_{IF}$

$$y(t) = \frac{1}{2}[A_{c1} + m_1(t)][\cos 2\pi(f_c - f_l)t + \cos 2\pi(f_c + f_l)t] \\ + \frac{1}{2}[A_{c2} + m_2(t)][\cos 2\pi(f_c + 2f_{IF} + f_l)t + \cos 2\pi(2f_{IF} + f_c - f_l)t]$$

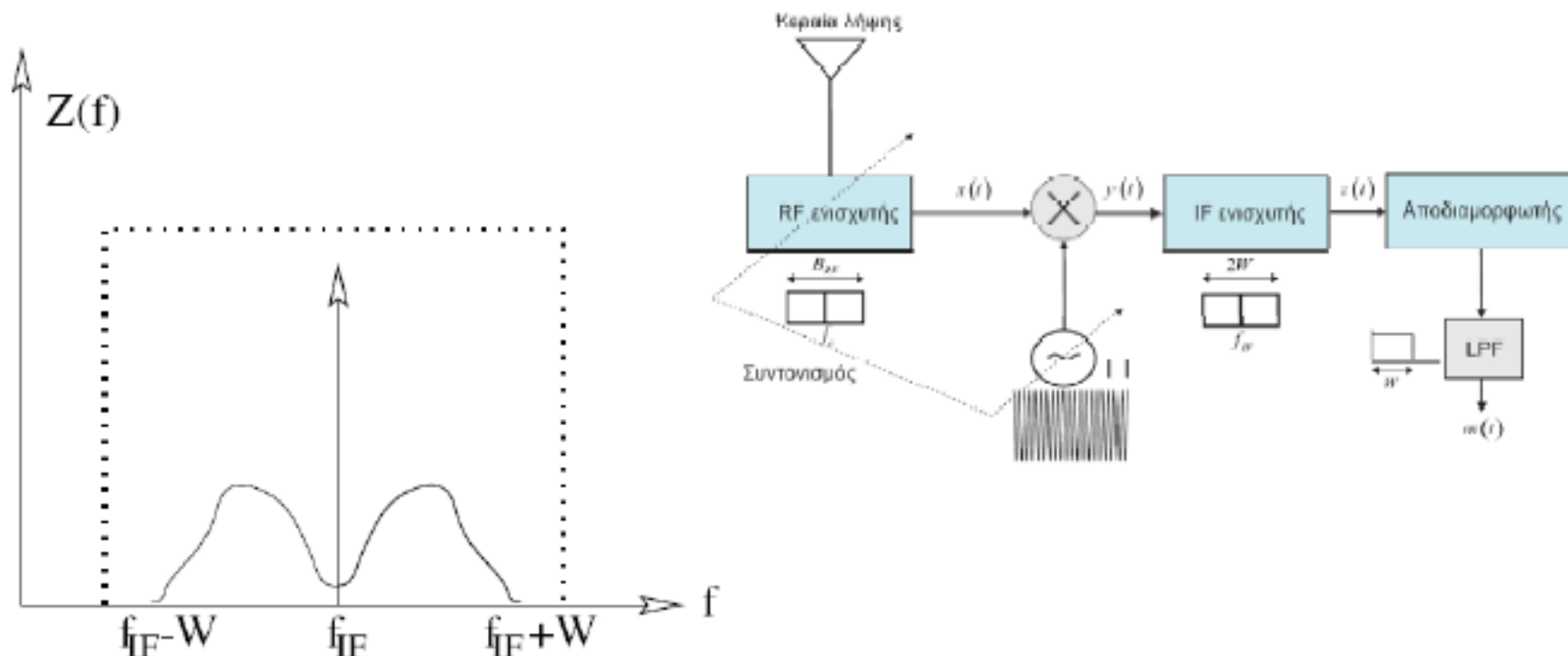
Από το IF θα περάσει  
και το σήμα της  
συχνότητας είδωλο

$$y(t) = \left\{ \frac{1}{2}[A_{c1} + m_1(t)] + \frac{1}{2}[A_{c2} + m_2(t)] \right\} \cos 2\pi f_{IF} t \\ + \frac{1}{2}[A_{c1} + m_1(t)] \cos 2\pi(2f_c + f_{IF})t \\ + \frac{1}{2}[A_{c2} + m_2(t)] \cos 2\pi(2f_c + 3f_{IF} + f_l)t.$$





# Υπερετερόδυνος Δέκτης



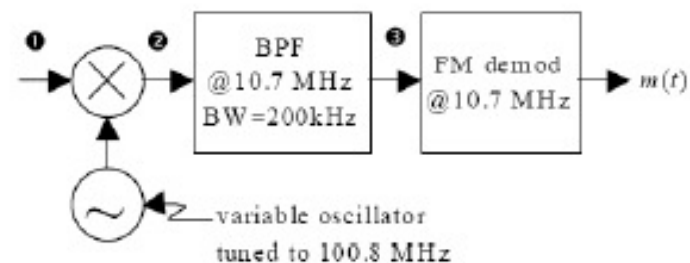
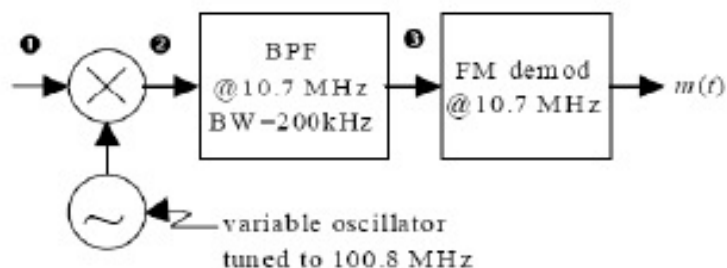
Η έξοδος του IF  $\Rightarrow z(t) = \frac{1}{2}[A_c + m(t)] \cos 2\pi f_{IF}t$

Η έξοδος του Αποδιαμορφωτή  $\Rightarrow \frac{1}{2}[A_c + m(t)]$

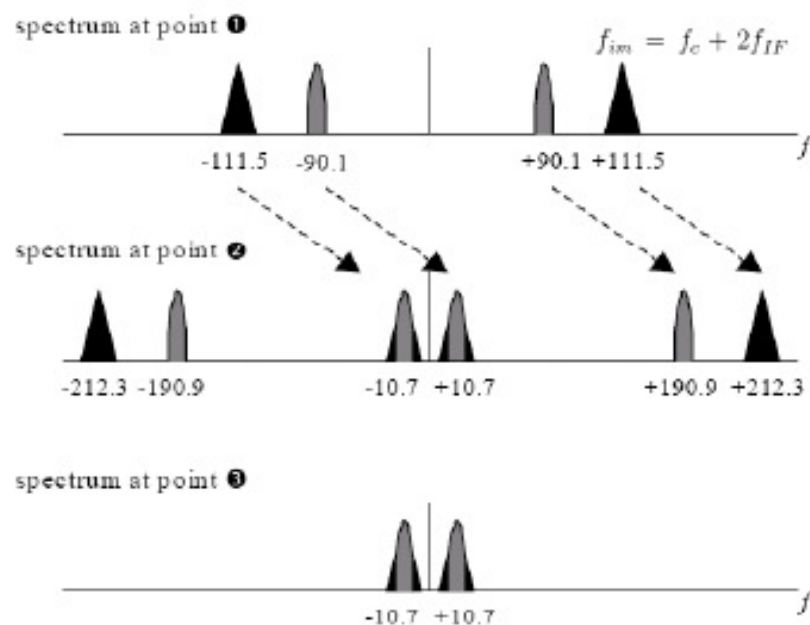
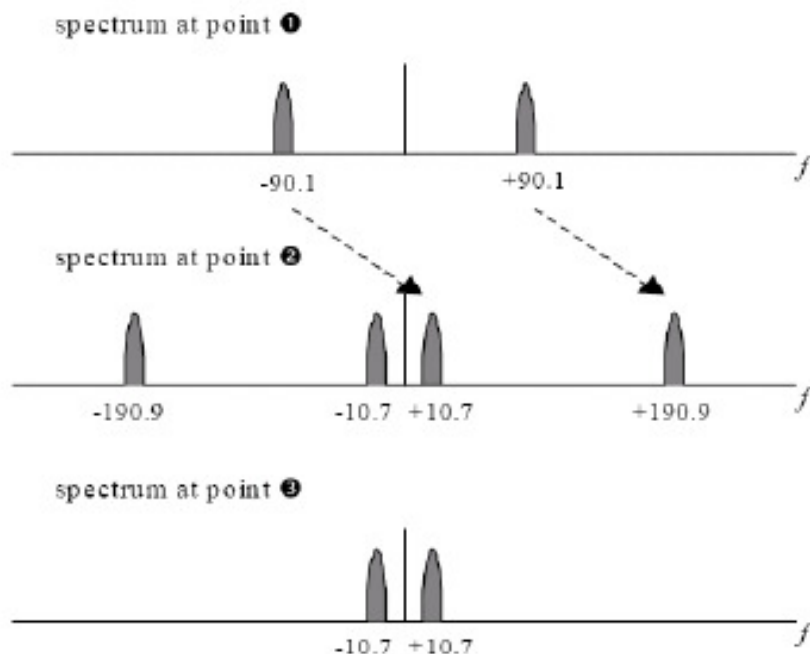




# Υπερετερόδυνος Δέκτης



## Συχνότητα ΡΦ σταθμού 90.1 MHz





# Υπερετερόδυνος Δέκτης

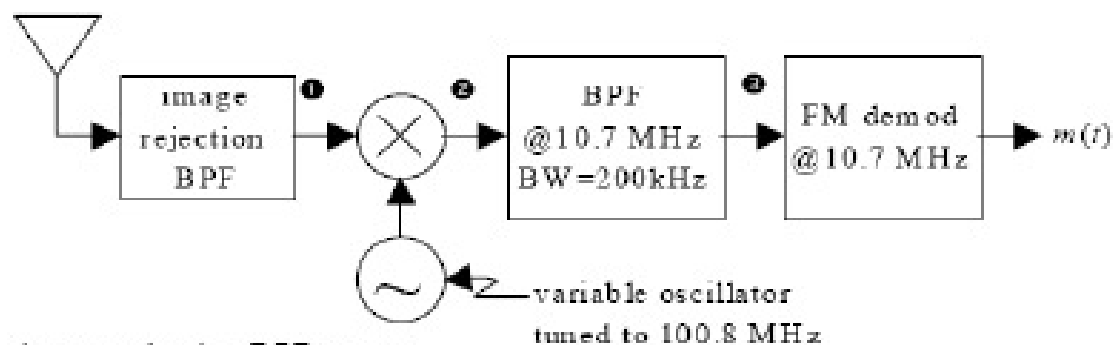
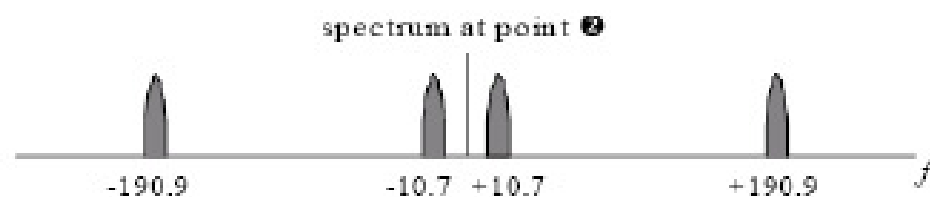
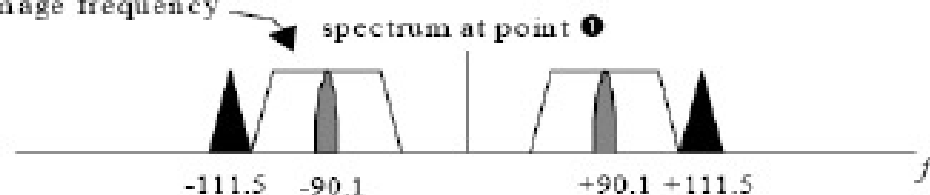


image rejection BPF passes the desired signal and rejects the signal centered at the image frequency

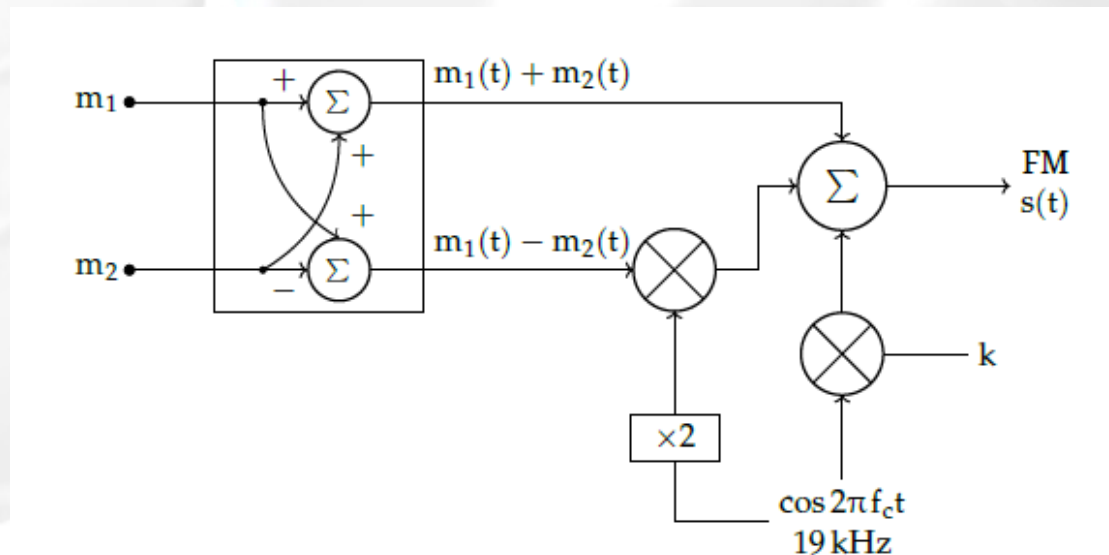




# Στερεοφωνικό FM

Στο στερεοφωνικό FM θέλουμε να μεταδίδουμε 2 σήματα ήχου (αριστερό και δεξιό) αντί για μόνο 1. Επειδή όμως στην εποχή που υλοποιήθηκε το στερεοφωνικό FM είχαν ήδη διαδοθεί οι μονοφωνικοί δέκτες, έπρεπε να χρησιμοποιηθεί ένα είδος πολυπλεξίας που να μην επηρέαζε τις ακροάσεις τους.

Η στερεοφωνική διαμόρφωση λειτουργεί στέλνοντας το άθροισμα και τη διαφορά των δύο σημάτων (αριστερού και δεξιού). Στη συνέχεια, κρατάμε το άθροισμα, μετακινούμε τη διαφορά λίγο πιο πάνω στη συχνότητα, και προσθέτουμε έναν πιλοτικό τόνο ανάμεσα στα δύο κανάλια





# FM Διαμορφώσεις

## FM Stereo και RDS

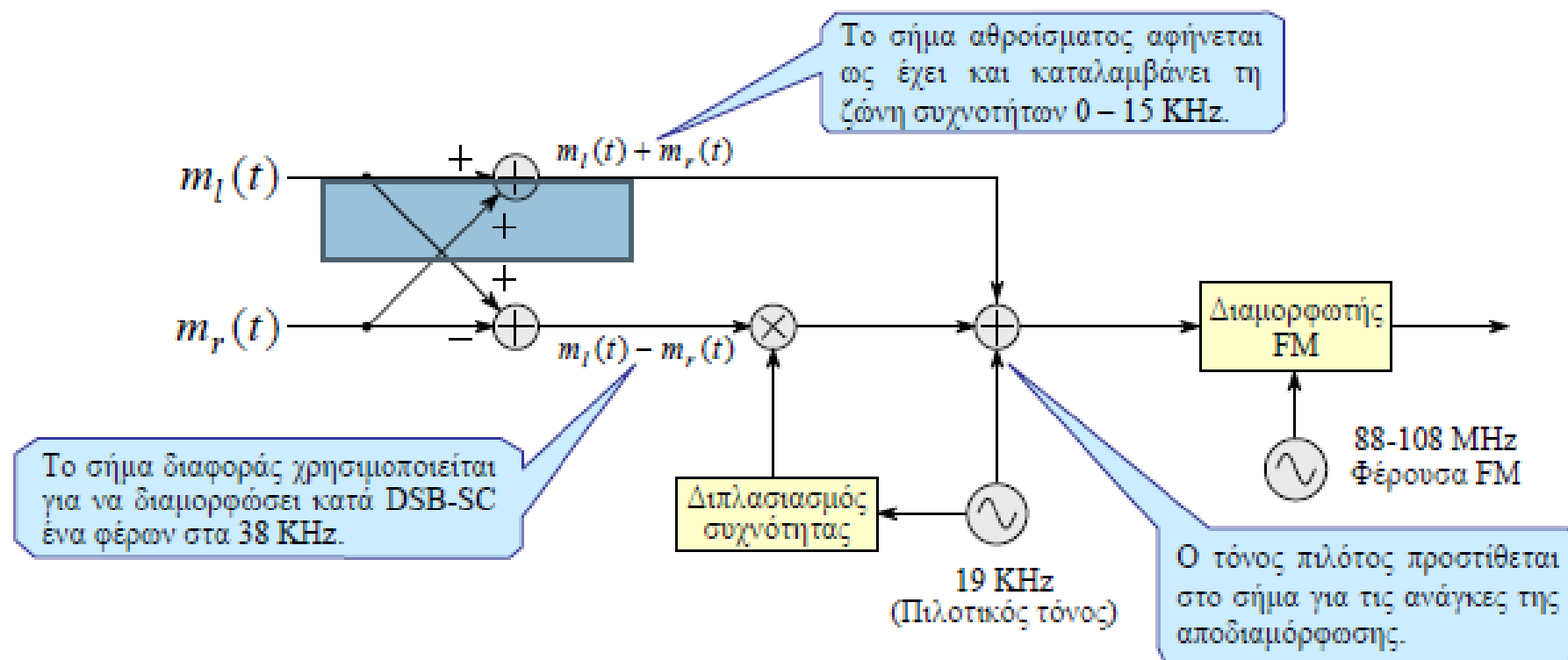
- Πολλοί ραδιοφωνικοί σταθμοί FM εκπέμπουν στερεοφωνικό σήμα.
- Δηλαδή, τα σήματα που στέλνονται σε κάθε ηχείο είναι διαφορετικά (αλλά αρκετά συσχετισμένα, στη γενική περίπτωση).
- Μία λύση είναι να εκπέμψουμε δύο διαφορετικά σήματα πληροφορίας L και R.
- Ωστόσο, στην πράξη, εκπέμπονται τα σήματα L+R και L-R για τους εξής λόγους
  - Δέκτες που δεν υποστηρίζουν στερεοφωνική λήψη αρκεί να αποδιαμορφώσουν το σήμα L+R.
  - Στη γενική περίπτωση τα σήματα L και R είναι αρκετά συσχετισμένα. Επομένως, το σήμα L-R έχει, γενικά, μικρή ενέργεια και χαμηλές συχνότητες. Επομένως, επιτυγχάνεται εξοικονόμηση ενέργειας εκπομπής και φάσματος (επειδή, κατά μέσο όρο, το εύρος ζώνης του σήματος L-R είναι μικρότερο από το εύρος ζώνης των σημάτων L και R).







# FM Stereo



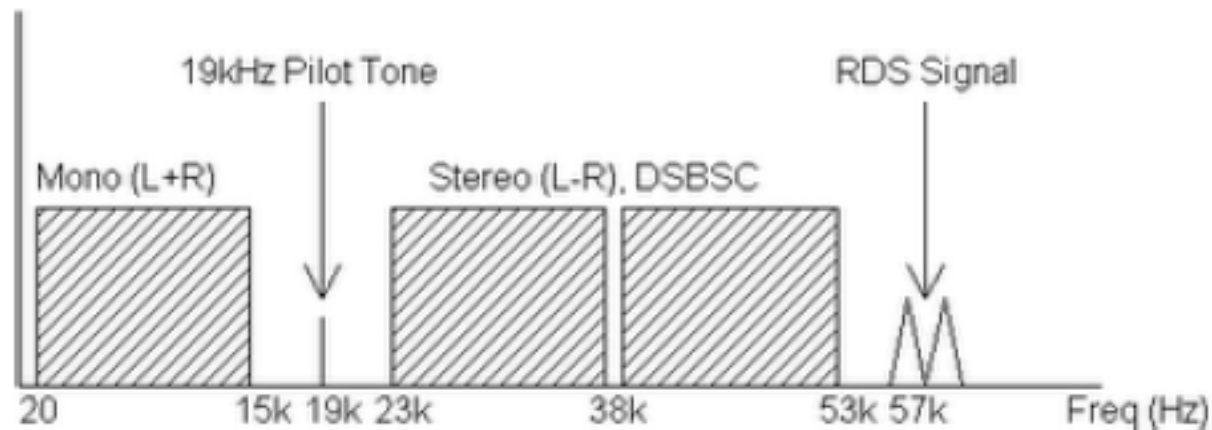
Στερεοφωνικός πομπός FM.





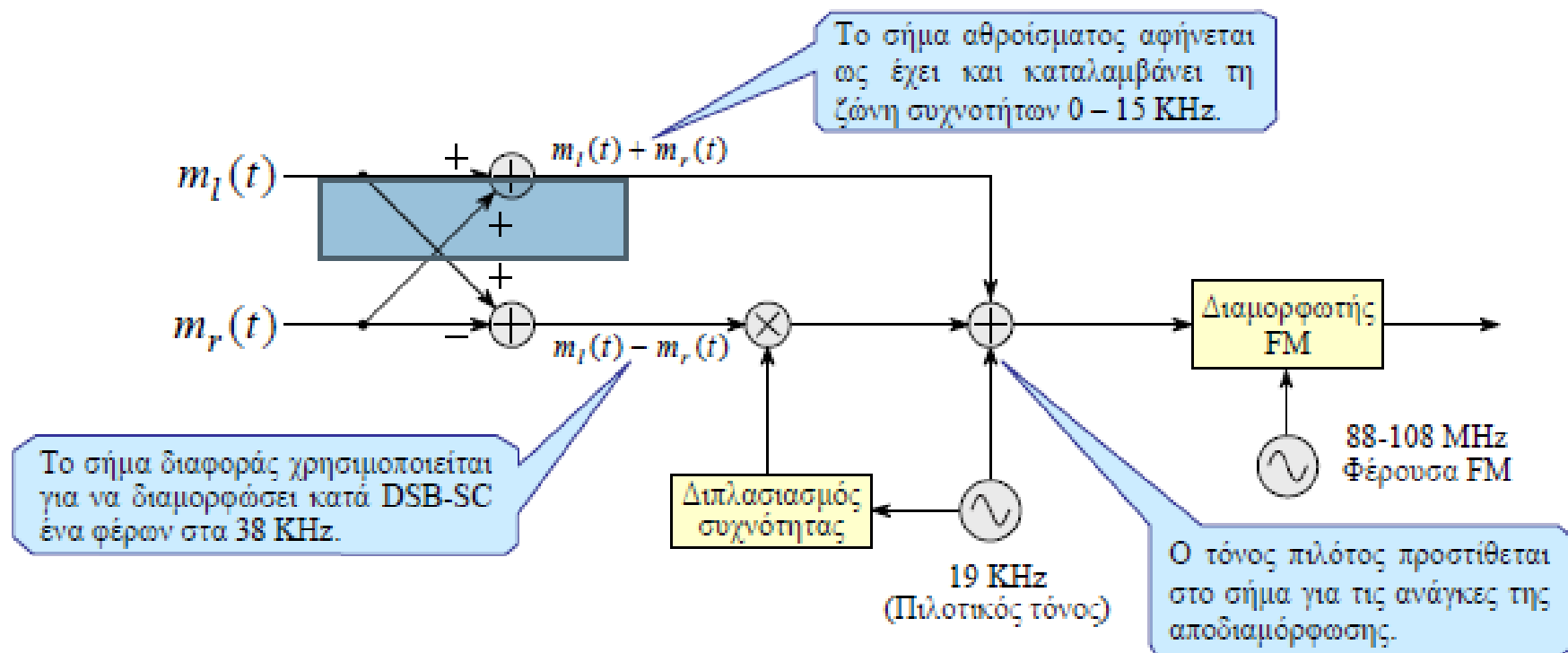
# FM & PM Διαμορφώσεις

## FM Stereo και RDS (2)

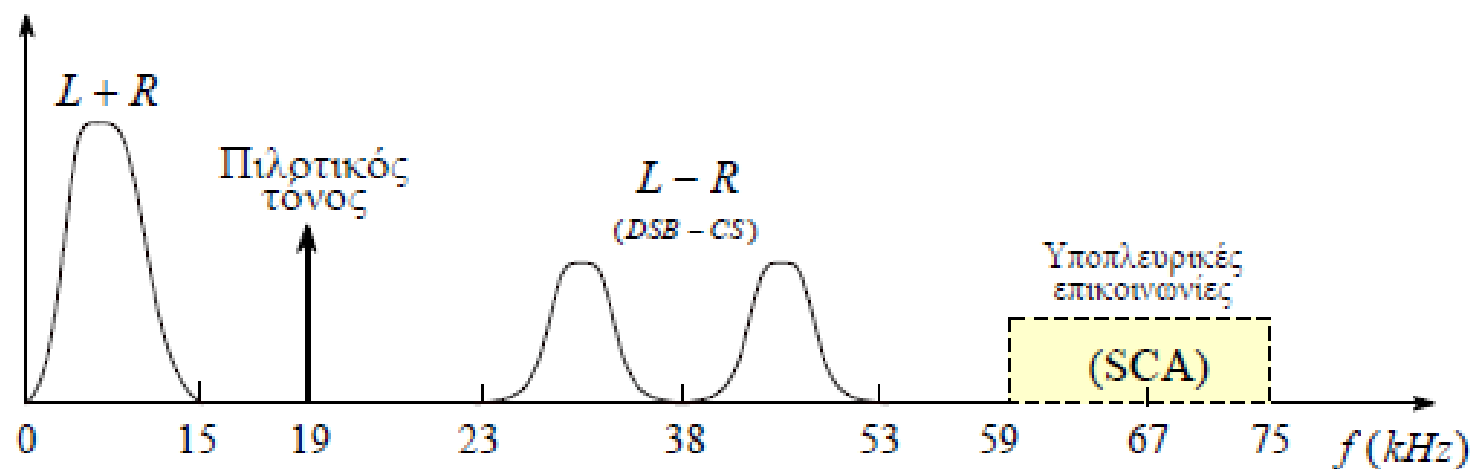


- Όπως φαίνεται στο σχήμα, το σήμα βασικής ζώνης που αποστέλλεται στο διαμορφωτή αποτελείται από τα εξής σήματα πληροφορίας:
  - Το σήμα L+R (στην περιοχή 0 – 15 kHz).
  - Το σήμα L-R διαμορφωμένο κατά AM-DSB SC γύρω από τα 38 kHz.
  - Μια ημιτονική φέρουσα στα 19 kHz.
  - Ένα ψηφιακό σήμα RDS διαμορφωμένο κατά AM-DSB SC γύρω από τα 57 kHz (περισσότερα για ψηφιακά σήματα όταν μιλήσουμε για ψηφιακή μετάδοση).



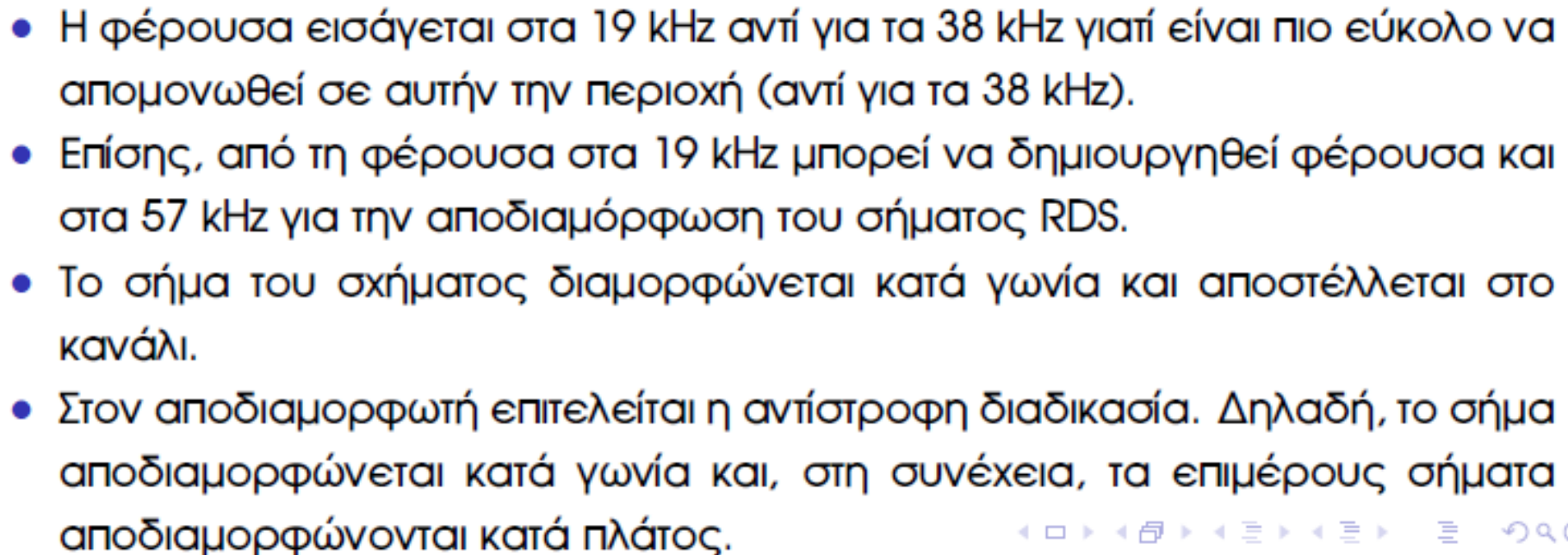


Στερεοφωνικός πομπός FM.



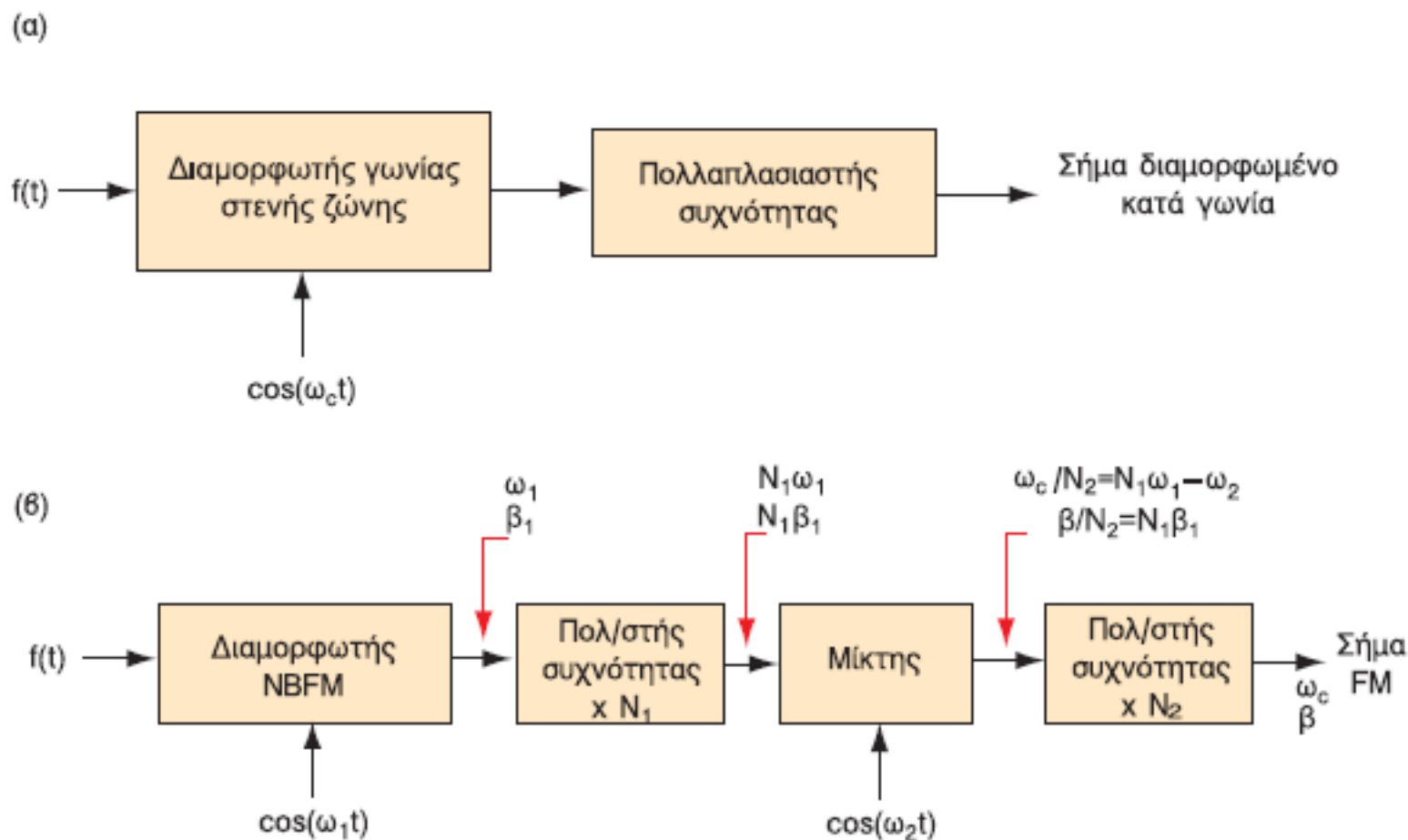
Φάσμα βασικής ζώνης πολυπλεγμένου στερεοφωνικού σήματος FM

### FM Stereo kai RDS (3)





# Διαμόρφωση FM



Έμμεσος διαμορφωτής γωνίας

(α) Γενική μέθοδος

(β) Υλοποίηση έμμεσου διαμορφωτή FM





# ΑΣΚΗΣΗ FM

Ένας έμμεσος διαμορφωτής FM διαχειρίζεται σήματα στην περιοχή των ακουστικών συχνοτήτων ως εξής. Αρχικά, δημιουργεί σήμα FM με  $\beta=0.2$  και φέρουσα συχνότητα 300kHz. Το τελικό σήμα FM που μεταδίδεται πρέπει να έχει φέρουσα συχνότητα 90MHz και μέγιστη απόκλιση συχνότητας 60kHz.

Χρησιμοποιώντας ένα πολλαπλασιαστή συχνότητας και ένα μετατροπέα συχνότητας, να σχεδιασθούν δύο έμμεσοι διαμορφωτές FM που παράγουν το επιθυμητό τελικό σήμα.

## Λύση

Το αρχικό σήμα FM στενής ζώνης είναι της μορφής

$$c_1(t) = A_1 \cos\left(\omega_1 t + k \int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau\right)$$

όπου  $f(t)$  το ακουστικό σήμα πληροφορίας. Η αρχική μέγιστη απόκλιση συχνότητας είναι

$$\Delta f = k \cdot \max\{f(t)\}$$







# ΑΣΚΗΣΗ FM

και ο αρχικός δείκτης διαμόρφωσης είναι

$$\beta = \frac{\Delta f}{B_m} = 0.2$$

όπου  $B_m$  το εύρος ζώνης του σήματος  $f(t)$ . Θεωρώντας ότι η μέγιστη ακουστική συχνότητα που μεταδίδεται είναι 15kHz, η μέγιστη απόκλιση συχνότητας του αρχικού, στενής ζώνης, σήματος FM προκύπτει

$$\Delta f = 0.2 \cdot 15\text{kHz} = 3\text{kHz}$$

α) Έστω ότι στον υπό σχεδίαση έμμεσο διαμορφωτή FM προηγείται ο πολλαπλασιαστής συχνότητας και ακολουθεί ο μετατροπέας συχνότητας. Τότε, το λειτουργικό διάγραμμα του έμμεσου διαμορφωτή είναι αυτό του σχήματος που ακολουθεί.



Δεδομένου ότι ο μετατροπέας συχνότητας δεν μεταβάλλει τις παραμέτρους  $\Delta f$  και  $\beta$ , ο πολλαπλασιαστής συχνότητας πρέπει να αυξήσει τη μέγιστη απόκλιση συχνότητας ώστε να αυξηθεί αντίστοιχα και ο δείκτης διαμόρφωσης και, μάλιστα, να λάβει την τελική τιμή του. Άρα ο πολλαπλασιαστής συχνότητας πρέπει να πολλαπλασιάζει επί

$$n = \frac{60\text{kHz}}{3\text{kHz}} = 20$$





# ΑΣΚΗΣΗ FM

Συνεπώς, το σήμα στην έξοδο του πολλαπλασιαστή συχνότητας είναι της μορφής

$$c_2(t) = A_2 \cos \left( 20\omega_1 t + 20k \int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau \right)$$

όπου

$$20\omega_1 = 20 \cdot 2\pi \cdot 300 \text{krad} / \text{s} = 12\pi \text{Mrad} / \text{s}$$

Επομένως, η φέρουσα συχνότητα του σήματος στην έξοδο του πολλαπλασιαστή συχνότητας είναι  $f_1 = 6\text{MHz}$ .

Για να παραχθεί τελικό σήμα FM με φέρουσα συχνότητα  $90\text{MHz}$ , η συχνότητα του τοπικού ταλαντωτή του μετατροπέα συχνότητας πρέπει να είναι  $f_{L0} = (90 \pm 6)\text{MHz}$ ,

δηλαδή  $96$  ή  $84\text{MHz}$ . Το τελικό σήμα  $c(t)$ , που προκύπτει στην έξοδο του μετατροπέα συχνότητας, είναι της μορφής ( $t$  σε δευτερόλεπτα)

$$c(t) = A \cos \left( 2\pi \cdot 90 \cdot 10^6 t + 20k \int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau \right)$$

Υπενθυμίζεται ότι ο μετατροπέας συχνότητας αποτελείται από διαμορφωτή γινομένου που πολλαπλασιάζει τα σήματα  $c_2(t)$  και  $\cos(\omega_{L0}t)$ , ακολουθούμενο από ζωνοπερατό φίλτρο περί τη συχνότητα των  $90\text{MHz}$  με εύρος ζώνης διέλευσης ίσο προς το εύρος ζώνης του σήματος  $c_2(t)$ . Το εύρος αυτό είναι όσο και το εύρος ζώνης του σήματος  $c(t)$ , δηλαδή

$$B = 2(1 + 20 \cdot 0.2) \cdot 15\text{kHz} = 150\text{kHz}$$





# ΑΣΚΗΣΗ FM

β) Αν υποτεθεί ότι ο μετατροπέας συχνότητας προηγείται του πολλαπλασιαστή συχνότητας και επειδή ο μετατροπέας συχνότητας δεν μεταβάλλει τη μέγιστη απόκλιση συχνότητας, η επιθυμητή μεταβολή της θα προέλθει μόνο από τον πολλαπλασιαστή συχνότητας. Άρα, όταν ο πολλαπλασιαστής συχνότητας  $\times 20$  τοποθετηθεί στο τέλος της αλυσίδας του διαμορφωτή FM, το σήμα εισόδου του πρέπει να είναι της μορφής

$$c_2(t) = A_2 \cos \left( 2\pi \cdot (90 / 20) \cdot 10^6 t + k \int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau \right)$$

Επομένως, ο τοπικός ταλαντωτής του μετατροπέα συχνότητας, του οποίου η έξοδος είναι σήμα με φέρουσα συχνότητα  $90/20\text{MHz}=4.5\text{MHz}$ , πρέπει να ταλαντώνεται σε μια από τις δύο συχνότητες

$$f_{LO} = (4.5 \pm 0.3)\text{MHz}$$





# ΑΣΚΗΣΗ FM

Τα ακουστικά σήματα στη ραδιοφωνία FM έχουν εύρος ζώνης 15kHz, ενώ ο δείκτης διαμόρφωσης ρυθμίζεται στην τιμή 5. Πώς υλοποιείται σε ένα ραδιοφωνικό δέκτη FM η μετάθεση του σήματος του ραδιοφωνικού σταθμού που εκπέμπει στους 104.8MHz στην περιοχή της ενδιάμεσης συχνότητας των 10.7MHz; Ποιά η σκοπιμότητα αυτής της μετάθεσης συχνότητας;

## Λύση

Τα ραδιοφωνικά σήματα FM έχουν εύρος ζώνης

$$B_{RF} = 2 \cdot (1 + \beta) \cdot B_m = 2 \cdot (1 + 5) \cdot 15\text{kHz} = 180\text{kHz}$$

Το ραδιοφωνικό σήμα FM με φέρουσα συχνότητα 104.8MHz καταλαμβάνει τη ζώνη συχνοτήτων  $(104.8 - 0.09)\text{MHz}$  έως  $(104.8 + 0.09)\text{MHz}$  και γράφεται υπό τη μορφή

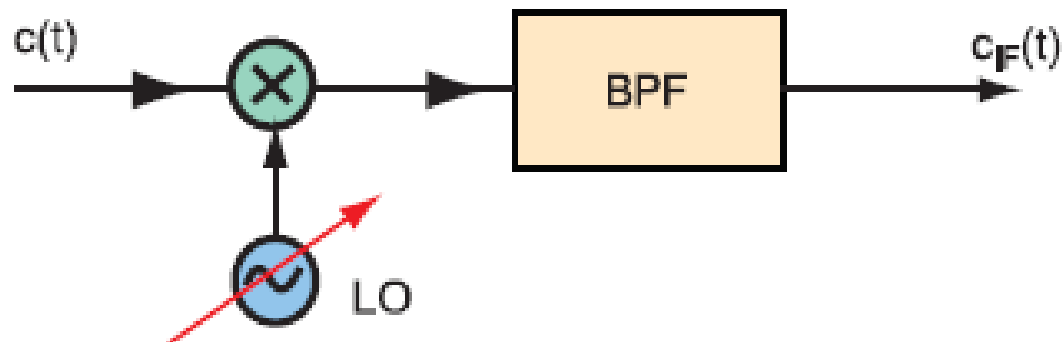
$$c(t) = A \cos \left( 2\pi \cdot 104.8 \cdot 10^6 t + k \int_{-\infty}^t f(x) dx \right)$$

Αν  $c(t)$  το σήμα FM που επιλέγεται κατά περίπτωση με κατάλληλη ρύθμιση του μεταβλητού ζωνοπερατού φίλτρου RF του δέκτη η φασματική μετάθεση των ραδιοφωνικών σημάτων από την περιοχή ραδιοσυχνοτήτων στην ενδιάμεση συχνότητα  $f_{IF} = 10.7\text{MHz}$  της ραδιοφωνίας FM πραγματοποιείται με χρήση του μεταβλητού μετατροπέα συχνότητας που φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί





# ΑΣΚΗΣΗ FM



Στο μεταβλητό αυτό κύκλωμα, η συχνότητα  $f_{LO}$  του τοπικού ταλαντωτή LO μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση

$$f_{RF} - f_{LO} = f_{IF} = 10.7\text{MHz}$$

όπου  $f_{RF}$  η φέρουσα συχνότητα του προς φασματική μετάθεση σήματος FM του ραδιοφωνικού σταθμού που επιλέγει ο ακροατής.





# ΑΣΚΗΣΗ FM

Στη συγκεκριμένη περίπτωση,  $f_{RF}=104.8\text{MHz}$ , οπότε η  $f_{LO}$  ρυθμίζεται στην τιμή  $94.1\text{MHz}$ . Επίσης, το ζωνοπερατό φίλτρο BPF του μεταβλητού μετατροπέα συχνότητας έχει σταθερή ζώνη διέλευσης τη ζώνη  $(10.7 - 0.09)\text{MHz}$  έως  $(10.7 + 0.09)\text{MHz}$ .

Η συγκεκριμένη μετάθεση συχνότητας έχει καθιερωθεί για τη ραδιοφωνία FM παγκοσμίως και γίνεται με στόχο τη μείωση του κόστους των ραδιοφωνικών δεκτών FM με ταυτόχρονη αύξηση της αξιοπιστίας τους. Οι δύο αυτοί στόχοι επιτυγχάνονται αφού:

- (i) το κύριο μέρος της ενίσχυσης των ραδιοφωνικών σημάτων FM πραγματοποιείται στη στενή ζώνη συχνοτήτων  $(10.7 - 0.09)$  έως  $(10.7 + 0.09)\text{MHz}$  αντί της κατά πολύ ευρύτερης  $88\text{MHz}$  έως  $108\text{MHz}$
- (ii) η αποδιαμόρφωση FM που απαιτείται για την τελική ανάκτηση του σήματος πληροφορίας πραγματοποιείται πάντα από την ενδιάμεση συχνότητα των  $10.7\text{MHz}$  και όχι από την εκάστοτε επιλεγόμενη φέρουσα συχνότητα που μεταβάλλεται στο εύρος συχνοτήτων της ραδιοφωνίας FM  $88\text{MHz}$  έως  $108\text{MHz}$ .





*Ευχαριστώ για την προσοχή σας !!!*

**“It is dangerous to put limit on wireless”**

**Guglielmo Marconi (1932)**