

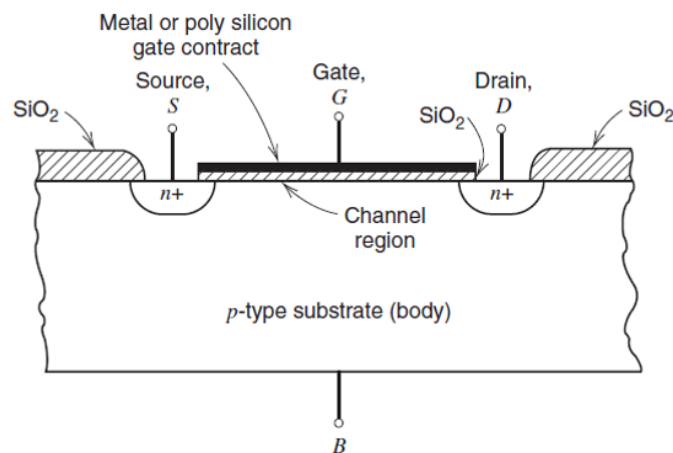
# ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ MOSFET

## I. Ξανθάκης

Ευχαριστώ τους Δρ. Σαργέντη Χρήστο, Δρ. Νικόλαο Βουδούκη, Υ.Δ. Δημήτριο Μπαζεβανάκη και Υ.Δ. Νικόλαο Τέμενο για τις παρατηρήσεις και τη βοήθειά τους στην προετοιμασία της παρούσας περίληψης.

## Περιγραφή Διάταξης

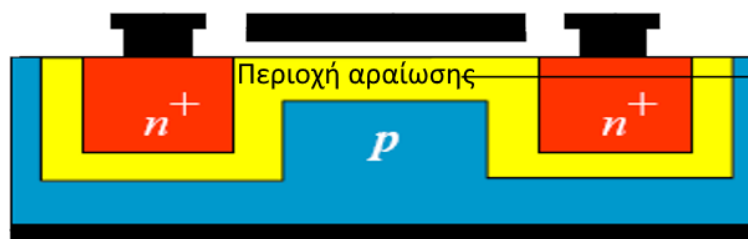
Σ' ένα υπόστρωμα P πυριτίου δημιουργούνται στις άκρες του δύο υπερνοθευμένες περιοχές  $N^{++}$  όπου τοποθετούνται οι ακροδέκτες S (Source - Πηγή) και D (Drain - Υποδοχέας). Στον ενδιάμεσο χώρο επιστρώνεται το οξείδιο  $SiO_2$  και από πάνω του μέταλλο και ο ακροδέκτης G (Gate - Πύλη).



Σχήμα 1: Διάταξη MOSFET

Ο σκοπός της διάταξης είναι να εφαρμοσθεί μία τάση  $V_{SD}$  μεταξύ πηγής και υποδοχέα και να ρέει ρεύμα  $I_{SD}$  το οποίο θα ελέγχεται από την πύλη και άρα να δημιουργηθεί τρανζίστορ. Όταν εφαρμόζεται μία τάση  $V_{SD}$  δεν ρέει όμως ρεύμα  $I_{SD}$  αν η τάση  $V_{GS}$  δεν γίνει μεγαλύτερη από μία κρίσιμη τιμή  $V_{th}$ . Πώς εξηγείται αυτό;

Αν μετακινήσετε την ματιά σας από την πηγή στον υποδοχέα θα διαπιστώσετε ότι υπάρχει μία διάταξη NPN που χρειάζεται μία τάση αντίστοιχη της  $V_{BE}$  του διπολικού για να υπάρξει ρεύμα. Αυτή είναι η  $V_{GS}$ , ή απλούστερα  $V_G$ . Η τάση  $V_G$  όμως επιφέρει πιο σύνθετα φαινόμενα από την αντίστοιχη άμεση μείωση του φράγματος μιάς διόδου PN λόγω του ότι δεν έχει άμεση επαφή η πύλη με το πυρίτιο επειδή υπάρχει ενδιάμεσα το οξείδιο. Το φράγμα στη διέλευση από πηγή σε υποδοχέα που οφείλεται στις περιοχές αραίωσης των αντίστοιχων διόδων φαίνεται καλύτερα στο Σχήμα 2.

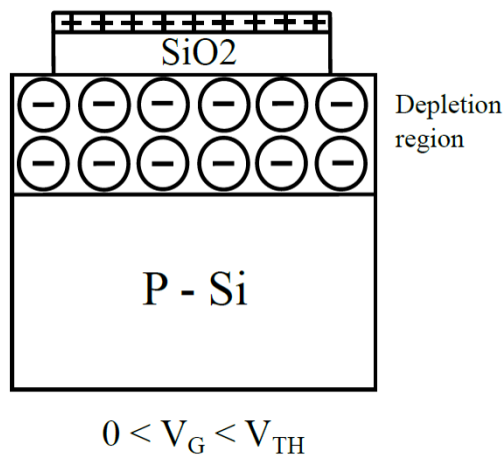


Σχήμα 2

Αυτό που κάνει η  $V_G$  είναι ότι μετατρέπει την περιοχή κάτω από την πύλη από τύπου P σε τύπου N. Πώς το κάνει; Με  $V_G > 0$  αλλά  $V_{th} < 0$  συντελούνται οι εξής διαδικασίες:

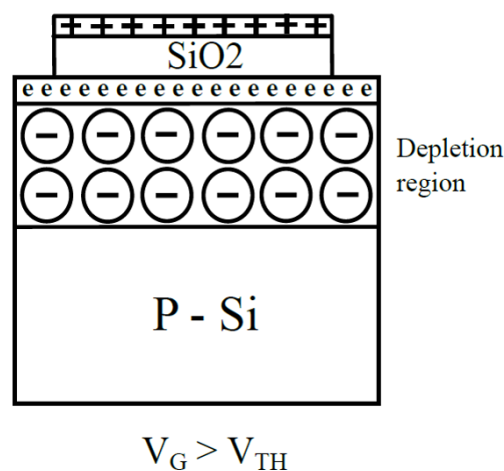
1. Απωθούνται οι οπές από την ενδοεπιφάνεια Si/SiO<sub>2</sub>.
2. Έλκονται λίγα ηλεκτρόνια από την ενδοεπιφάνεια Si/SiO<sub>2</sub>.
3. Οι αποδέκτες που δεν έχουν τις οπές γύρω τους εμφανίζουν το αρνητικό τους φορτίο.

Σαν αποτέλεσμα των (1), (2), (3) δημιουργείται μία περιοχή αραιώσης κάτω από την πύλη. Δείτε το Σχήμα 3.



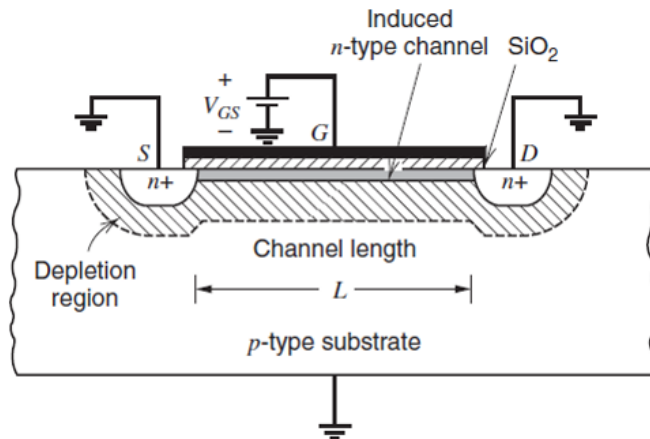
Σχήμα 3: Φορτία στην ενδοεπαφή πυριτίου-οξειδίου με την εφαρμογή τάσης στην πύλη

Αν  $V_G >$  κρίσιμη τιμή  $= V_{th}$ , τα ηλεκτρόνια που μαζέψε η πύλη είναι περισσότερα από τις αρχικές οπές και δημιουργείται ένα κανάλι ημιαγωγού τύπου N. Την κατάσταση αυτή ονομάζουμε αντιστροφή (του χαρακτήρα του ημιαγωγού). Τότε δημιουργείται και το ρεύμα  $I_{SD}$ . Οι διαδικασίες αυτές απεικονίζονται στο ακόλουθο Σχήμα:

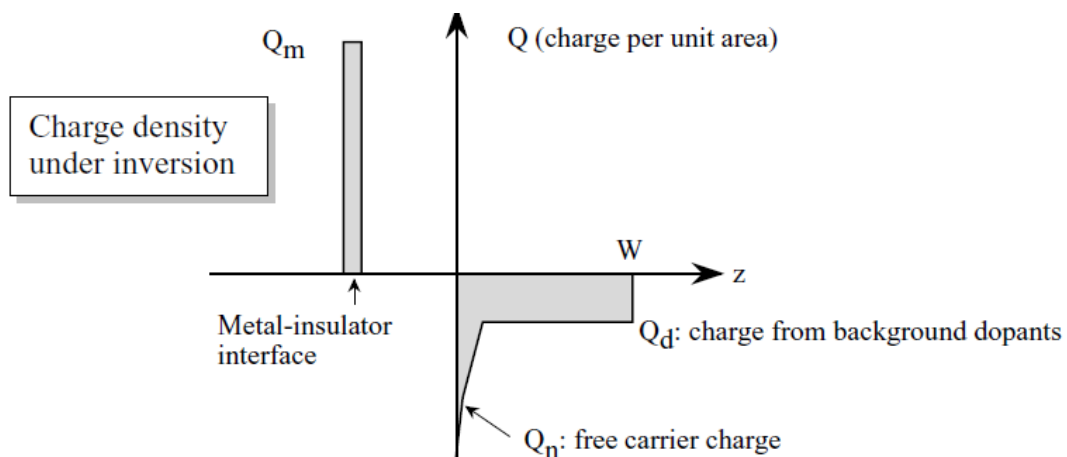


Σχήμα 4: Φορτία στην ενδοεπαφή πυριτίου-οξειδίου με την εφαρμογή τάσης στην πύλη

Το κανάλι φαίνεται καλύτερα στο Σχήμα 5 με χρώμα γκρι και τα φορτία στο Σχήμα 6. Η γραμμοσκιασμένη περιοχή είναι η περιοχή αραίωσης των διόδων PN και NP.



Σχήμα 5



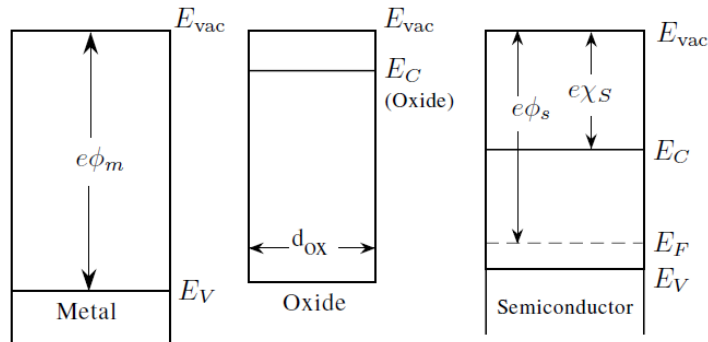
Σχήμα 6: Φορτία στην ενδοεπιφάνεια Si/SiO<sub>2</sub>

Στο Σχήμα 6, τα μεγέθη που απεικονίζονται είναι:

- $Q_m$ : το επιφανειακό φορτίο στο μέταλλο της πύλης λόγω της τάσης.
- $Q_n$ : το φορτίο των ηλεκτρονίων που «μάζεψε» η θετική πύλη και βρίσκονται στη ζώνη αγωγιμότητας του πυριτίου.
- $Q_d$ : το φορτίο των απογυμνωμένων αποδεκτών  $N_A$  που βρίσκεται στη περιοχή αραίωσης του ημιαγωγού.

## Εφαρμογή Εξωτερικής Τάσης στην Πύλη - Διαγράμματα Ενεργειακών Ζωνών

Μια προσέγγιση με τα ενεργειακά διαγράμματα των υλικών απεικονίζεται παρακάτω (Σχήμα 7):



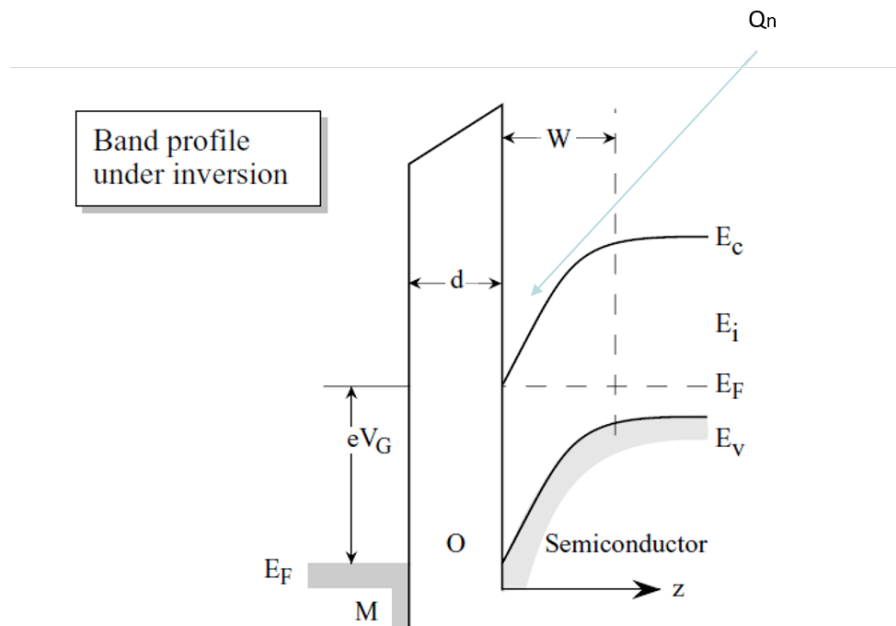
Σχήμα 7: Διαγράμματα μεμονωμενων υλικών

- $E_{vac}$ : στάθμη κενού.
- $\phi_m$ : έργο εξόδου μετάλλου.
- $E_C$ : πυθμένας ζώνης αγωγιμότητας.
- $\phi_s$ : έργο εξόδου ημιαγωγού.
- $E_F$ : στάθμη Fermi.
- $E_V$ : κορυφή ζώνης σθένους.
- $\chi_s = E_{vac} - E_C$ : ηλεκτρονική συγγένεια πυριτίου.
- $E_i$ : μέσο ενεργειακού διαχένου πυριτίου.

Όταν εφαρμόζονται εξωτερικές τάσεις οι οριζόντιες γραμμές που απεικονίζουν τις ενέργειες  $E_C$ ,  $E_V$ ,  $E_F$  αποκτούν μία κλίση με την απόσταση από κάποιο σημείο (όπως στη δίοδο PN). Η κλίση στους μονωτές είναι γραμμική και στους ημιαγωγούς παραβολική. Όταν λοιπόν εφαρμοσθεί η  $V_G$  το ενεργειακό διάγραμμα του MOSFET είναι όπως στο παρακάτω Σχήμα 8.

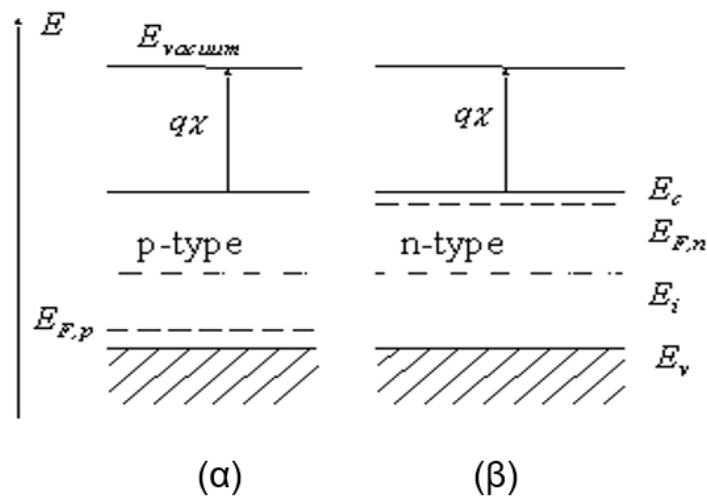
## Υπολογισμός Τάσης Κατωφλίου

Προσέξτε ότι στο διάγραμμα που ισχύει στην αντιστροφή η κάμψη του πυθμένα  $E_C$  της ζώνης αγωγιμότητας με την απόσταση είναι τέτοια ώστε ο πυθμένας  $E_C$  να έρθει πολύ κοντά στην στάθμη Fermi  $E_F$  στην διεπιφάνεια Si/SiO<sub>2</sub> τότε έχουμε αντιστροφή και την δημιουργία του  $Q_n$ . Το διάγραμμα αυτό μας επιτρέπει ένα πρόχειρο υπολογισμό της τάσης κατωφλίου ( $V_{th}$ ). Θυμηθείτε ότι σε έναν ημιαγωγό τύπου P η ενέργεια  $E_F$  είναι κοντά στην  $E_C$ , δείτε τις



Σχήμα 8: Ενεργειακό διάγραμμα του MOSFET: τα ηλεκτρόνια του  $Q_n$  καθονται στο  $E_C$  της ενδοεπιφάνειας

δύο περιπτώσεις στο Σχήμα 9. Όταν λοιπόν έχουμε αντιστροφή η  $E_C$  πρέπει να κατέβει κατά:  $2(E_{Fp} - E_i) = 2\Phi_j = 2KT \ln(N_A/n_i)$  (από μάθημα 2<sup>ου</sup> εξαμήνου).



Σχήμα 9: Διάγραμμα ενεργειακών ζωνών στους N και P ημιαγωγούς και αντίστοιχες στάθμες Fermi

Όταν υπάρχει τέτοια πτώση τάσης στον ημιαγωγό τότε έχουμε την αντιστροφή. Άρα το  $V_{th} = V_G$  (στην αντιστροφή) = πτώση στο  $\text{SiO}_2$  + πτώση στο  $\text{Si} = \Delta V_{ox} + 2\Phi_j$ . Αλλά  $\Delta V_{ox}$  = φορτίο στην περιοχή αραίωσης δια χωρητικότητα =  $Q_d/C_{ox}$ , όπου  $C_{ox} = \epsilon A/d_{ox}$  = χωρητικότητα πυκνωτή του οξειδίου,  $Q_d = eAN_A L_d$  και  $L_d$  = το μήκος της περιοχής αραίωσης όταν υπάρχει πτώση  $2\Phi_j$ .

Από μάθημα 2<sup>ο</sup> εξαμήνου παίρνουμε για το αντίστοιχο μήκος:

$$L_d = \frac{4\epsilon_S\Phi_j}{\epsilon N_A}, \quad \text{άρα έχουμε: } V_{th} = \sqrt{\frac{2eN_A\epsilon(2\Phi_j)}{C_{ox}}} + 2\Phi_j$$

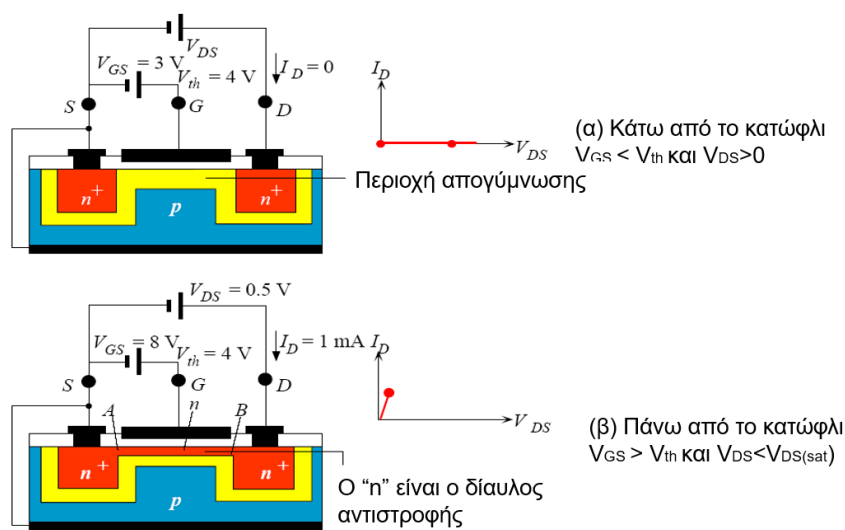
Αν υπάρχουν παρασιτικά φαινόμενα ή μια τάση  $V_{SB}$  πριν την γείωση όπως θα φανεί σε επόμενο διάγραμμα, η  $V_{th}$  αλλάζει - για αυτό τον λόγο η ανωτέρω τιμή αναφέρεται ως  $V_{th}^0$ , δηλαδή του ιδανικού MOSFET.

## Εφαρμογή Τάσης $V_D$

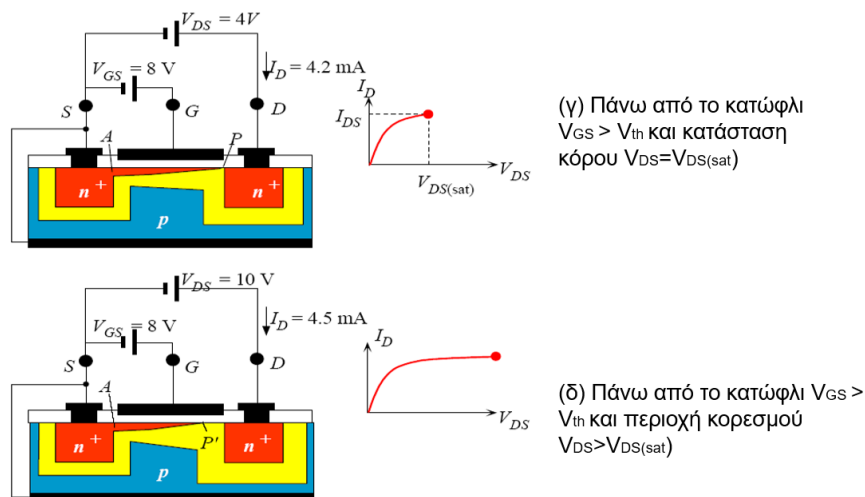
Καθώς η  $V_{SD}$  αυξάνει επίσης και το ρεύμα  $I_{DS}$  αυξάνει λόγω ωμικής συμπεριφοράς. Αν εφαρμόσουμε μια αυξανόμενη τάση  $V_{SD}$  γίνονται τα εξής:

1. Περαιτέρω αύξηση της τάσης  $V_{SD}$  αυξάνει την περιοχή αραίωσης κοντά στο drain με αποτέλεσμα να μικραίνει η διατομή του καναλιού στο άκρο και το ρεύμα  $I_{DS}$  να αυξάνει με μικρότερο ρυθμό.
2. Μια ακόμα μεγαλύτερη αύξηση της τάσης  $V_{SD}$  προκαλεί στραγγαλισμό του καναλιού και σταθεροποίηση του ρεύματος  $I_{DS}$ .
3. Ακόμα μεγαλύτερη αύξηση της  $V_{SD}$  έχει ως συνέπεια το σημείο στραγγαλισμού να μετακινείται το S.

Το κανάλι βέβαια δεν στραγγαλίζεται **ποτέ**, πάντοτε υπάρχει ένας πολύ μικρός δίαυλος με μεγάλο ηλεκτρικό πεδίο που κρατάει ένα μη μηδενικό ρεύμα. Τα παραπάνω φαίνονται στα Σχήματα 10 και 11 που ακολουθούν.



Σχήμα 10



Σχήμα 11

## Εξαγωγή Χαρακτηριστικών DC

Ισχύουν οι σχέσεις:

$$I_D = \frac{dQ}{dt} \quad \text{y-διεύθυνση, κατά } S \rightarrow D$$

και:

$$dQ = Q_n W dy$$

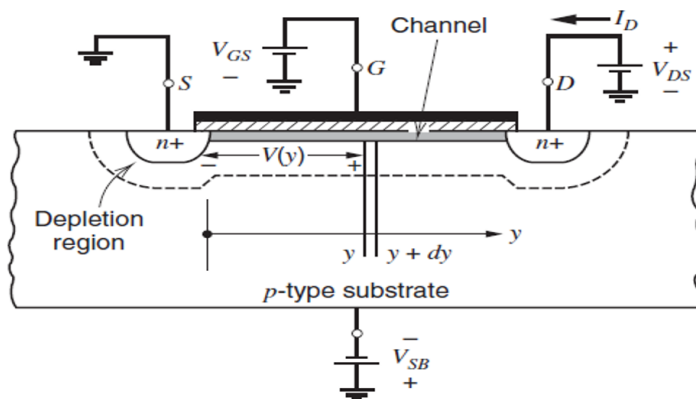
Προσοχή:

$$Q_n = \frac{C_b}{m^2} = Q_n(y)$$

αλλά:

$$Q_n = C_{ox} (V_{GS} - V(y) - V_{th})$$

όπου  $V(y)$  το μέρος του  $V_{SD}$  μέχρι το  $y$ .



Σχήμα 12: Διάγραμμα για εξαγωγή χαρακτηριστικών



Ακόμα, ισχύει:

$$dt = \frac{dy}{v_d(y)}$$

Αγνοώντας ότι το  $W$  δεν είναι σταθερό, λαμβάνουμε:

$$I_D = WQ_n(y)v_d(y) = WQ_n(y)\mu_n\epsilon(y) = WQ_n(y)\mu_n \frac{dV}{dy}$$

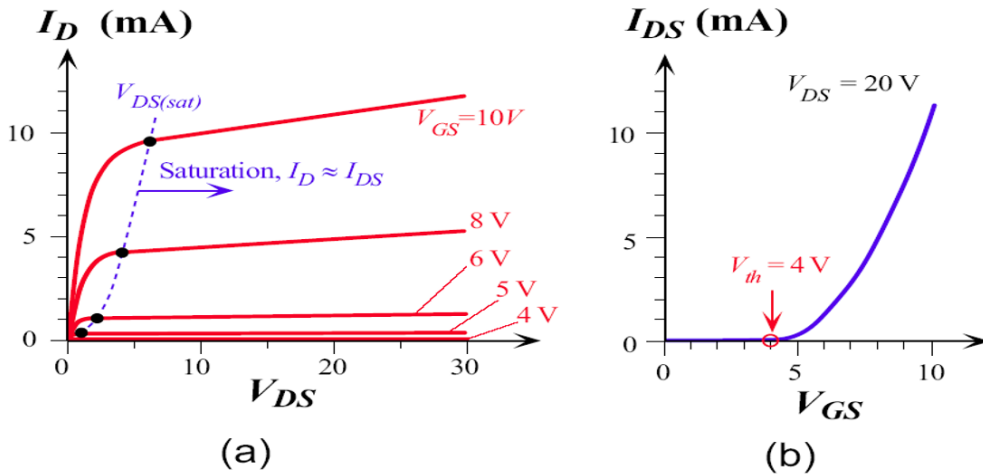
όπου  $\epsilon(y)$  το ηλεκτρικό πεδίο στη διεύθυνση  $y$ . Χωρίζοντας τις μεταβλητές έχουμε:

$$\int_0^L I_D dy = \int_0^{V_{DS}} WC_{ox}\mu_n(V_{GS} - V - V_{th})dV \Rightarrow I_D = \frac{k'}{2} \frac{W}{L} (2(V_{GS} - V_{th})V_{DS} - V_{DS}^2)$$

με  $k' = \mu_n C_{ox}$ .

Η προηγούμενη ανάλυση ισχύει με την προϋπόθεση ότι είμαστε στη γραμμική περιοχή. Γνωρίζουμε ότι αν  $V_{DS} > V_{DSsat} = V_{GS} - V_{th}$  επέρχεται κορεσμός ρεύματος. Αντικαθιστώντας  $V_{DS} = V_{DSsat}$  λαμβάνουμε:

$$I_D = \frac{k'}{2} \frac{W}{L} (V_{GS} - V_{th})^2$$



Σχήμα 13

Οι χαρακτηριστικές δεν είναι απόλυτα οριζόντιες για τάση  $V_{DS} > V_{DSsat}$ :

$$L_{eff} = L - x_d = f(V_{DS}) \Rightarrow I_D = \frac{k'}{2} \frac{W}{L_{eff}} (V_{GS} - V_{th})^2 \Rightarrow \frac{\partial I_D}{\partial V_{DS}} = \frac{I_D}{L_{eff}} \frac{dx_d}{dV_{DS}} \neq 0$$

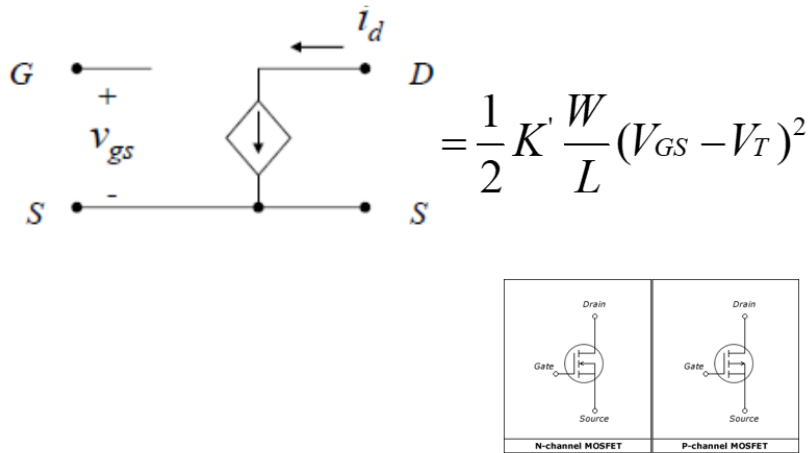
$L_{eff}$  ονομάζουμε το ενεργό μήκος του καναλιού και  $x_d$  το μήκος του καναλιού που έχει απογυμνωθεί από φορείς. Επειδή η μεταβολή είναι σχεδόν γραμμική ορίζουμε:

$$V_A = \frac{I_D}{\frac{dI_D}{dV_{DS}}} = L_{eff} \left( \frac{dx_d}{dV_{DS}} \right)^{-1}$$

και το ρεύμα  $I_D$  γίνεται:

$$I_D = \frac{k' W}{2 L} (V_{GS} - V_{th})^2 \left( 1 + \frac{V_{DS}}{V_A} \right)$$

Συνηθίζεται να γράφουμε  $\lambda = 1/V_A$ . Προσέξτε ότι στην μέχρι τώρα ανάλυση δεν υπάρχει ρεύμα πύλης  $I_G$ , αντίστοιχα  $I_B$ . Προφανώς, γιατί δεν περνάει κανένα ηλεκτρόνιο μέσα από το οξείδιο. Άρα το ισοδύναμο κύκλωμα DC στον κορεσμό είναι:



Σχήμα 14: Ισοδύναμο κύκλωμα DC για MOSFET στον κορεσμό

## Γενικά Περί Ισοδύναμων Κυκλωμάτων Ασθενούς Σήματος

Συνδέουν το χρονικά μεταβαλλόμενο μέρος του ρεύματος με το μεταβαλλόμενο μέρος του δυναμικού. Συνήθως γράφουμε για το MOSFET:

$$i_D(t) = I_D + i_d(t)$$

$$v_G(t) = V_G + v_g(t)$$

$$v_D(t) = V_D + v_d(t)$$

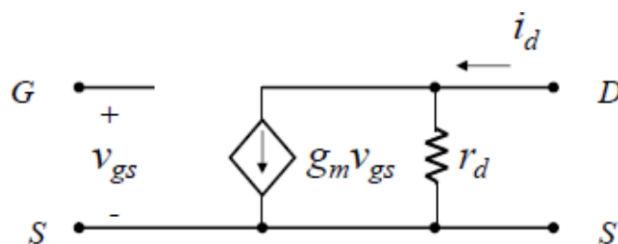
Έχουμε τις σχέσεις μεταξύ  $i_d(t)$ ,  $v_g(t)$ ,  $v_d(t)$ . Το  $v_g(t)$  θεωρείται είσοδος (input) και το  $i_d(t)$  έξοδος (output). Θεωρούμε πάντοτε ότι τα  $|v_g|$ ,  $|i_d|$  είναι μικρά έτσι ώστε να ισχύει το ανάπτυγμα κατά Taylor:

$$i_D(t) = I_D + \frac{\partial i_D}{\partial V_g} v_g + \frac{\partial i_D}{\partial V_d} v_d$$

Το ανάπτυγμα αυτό αναπαρίσται γραφικά από το ακόλουθο κύκλωμα του Σχήματος 15, όπου:

$$g_m \equiv \frac{\partial i_D}{\partial v_G} \quad \frac{1}{r_d} = g_d \equiv \frac{\partial i_D}{\partial v_D}$$

Το  $g_m$  αναπαρίσται ως γεννήτρια ρεύματος. Γιατί;



Σχήμα 15

Τα παραπάνω ισχύουν με την προϋπόθεση ότι είμαστε σε χαμηλές συχνότητες όπου οι παράγωγοι μπορούν να υπολογιστούν από τις στατικές χαρακτηριστικές. Σε υψηλές συχνότητες η παραπάνω προσέγγιση δεν ισχύει, τα ρεύματα AC διέρχονται μέσω των μονωτών και άρα πρέπει να πάρουμε υπόψη όλους τους πυκνωτές που υπάρχουν στο MOSFET και οι οποίοι δεν εμφανίζονται στις χαμηλές συχνότητες.

## Απόκριση Συχνότητας MOSFET - Ισοδύναμα Κυκλώματα

Μπορούμε τώρα να υπολογίσουμε πρώτα τις παραμέτρους χαμηλών συχνοτήτων χρησιμοποιώντας τις DC χαρακτηριστικές και να προσθέσουμε κατόπιν όλους τους πυκνωτές.

### (Α) Διαγωγιμότητα

$$g_m \equiv \frac{\partial i_D}{\partial v_G} = k' \frac{W}{L} (V_{GS} - V_{th}) (1 + \lambda V_{DS})$$

Προφανώς είμαστε στην περιοχή του κορεσμού. Εάν:

$$|\lambda V_{DS}| \ll 1 \Rightarrow g_m = k' \frac{W}{L} (V_{GS} - V_{th}) = \sqrt{2k' \frac{W}{L} I_D}$$

Υπενθύμιση συμβολισμών:

- $i_D$ : συνολικό χρονικά μεταβαλλόμενο ρεύμα.
- $I_D$ : σταθερό ρεύμα πόλωσης.
- $i_d$ : AC συνιστώσα (ή σήμα).
- $i_D(t) = I_D + i_d(t)$ .

Στην παραπάνω απόδειξη χρησιμοποιήσαμε το  $\frac{\partial I_D}{\partial V_G}$  αντί του  $\frac{\partial i_D}{\partial v_G}$ . Τώρα πάμε για κάτι καλύτερο. Έστω  $v_g$  η απόκλιση από το  $V_{GS}$ :

$$I_D = \frac{k'}{2} \frac{W}{L} (V_{GS} + v_g - V_{th})^2 = \frac{k'}{2} \frac{W}{L} \left( (V_{GS} - V_{th})^2 + v_g^2 + 2(V_{GS} - V_{th})v_g \right)$$

$$i_D = I_D + \frac{k'}{2} \frac{W}{L} \left( v_g^2 + 2(V_{GS} - V_{th})v_g \right) \Rightarrow i_d = k' \frac{W}{L} (V_{GS} - V_{th})v_g \left( 1 + \frac{v_g}{2(V_{GS} - V_{th})} \right)$$

Το παραπάνω αποτέλεσμα προέκυψε ύστερα από αντικατάσταση του σταθερού  $I_D$ . Αγνοώντας τον 2° όρο στις εξισώσεις, έπεται ότι το  $g_m = i_d/v_g$  είναι ίδιο όπως προηγουμένως.

## (B) Χωρητικότητα κάτω από το G

Στην γραμμική περιοχή ο υπολογισμός είναι εύκολος διότι η πύλη βλέπει το ημιάθροισμα πηγής και υποδοχέα:

$$C_{gs} = C_{gd} = \frac{C_{ox}WL}{2}$$

$C_{ox}$  είναι η χωρητικότητα του οξειδίου ανά μονάδα επιφανείας. Στην περιοχή κορεσμού ο υπολογισμός είναι δύσκολος, καθώς ο υποδοχέας έχει αποκλειστεί. Αν  $Q_T$  το συνολικό φορτίο, ισχύει:

$$Q_T = WC_{ox} \int^L (V_{GS} - V(y) - V_{th}) dy$$

Θυμηθείτε ότι:

$$I_D = WC_{ox} (V_{GS} - V(y) - V_{th}) \mu_n \frac{dV}{dy}$$

Αλλάζοντας το  $dy$  με  $dV$  στο ολοκλήρωμα, λαμβάνουμε:

$$Q_T = \frac{W^2 C_{ox} \mu_n}{I_D} \int_0^{V_{GS}-V_{th}} (V_{GS} - V - V_{th})^2 dV$$

Εκτελώντας το ολοκλήρωμα και αντικαθιστώντας το  $I_D$  στην περιοχή κορεσμού έχουμε:

$$Q_T = \frac{2}{3} WLC_{ox} (V_{GS} - V_{th}) \Rightarrow \frac{\partial Q_T}{\partial V_{GS}} \equiv C_{gs} = \frac{2}{3} WLC_{ox}$$

## (Γ) Αντίσταση Εισόδου

Η αντίσταση εισόδου είναι **σχεδόν άπειρη**.

## (Δ) Αντίσταση Εξόδου

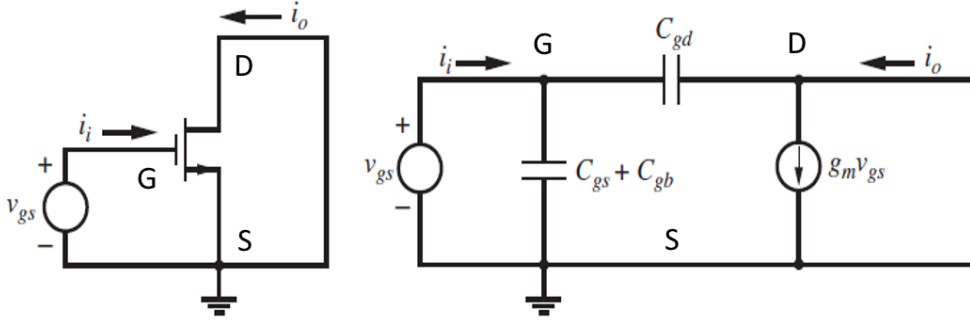
Η αντίσταση εξόδου προέρχεται από την μικρή κλίση των  $I_D = f(V_D)$  για την οποία ξέρουμε:

$$\frac{\Delta V_{DS}}{\Delta I_D} \equiv r_o = \frac{V_A}{I_D} = \frac{1}{\lambda I_D}$$

όπου  $V_A$  είναι η τάση Early.

### (E) Χωρητικότητα κάτω από το D

Τέλος, θα πρέπει να συμπεριλάβουμε την χωρητικότητα της περιοχής αραίωσης στο Drain,  $C_{gd}$ . Βάσει των (A)-(E), προκύπτει το ακόλουθο κυκλωματικό ισοδύναμο:



Σχήμα 16: Ισοδύναμο κύκλωμα ασθενούς σήματος MOSFET

### Συχνότητα Αποκοπής

Επειδή τα S και D είναι βραχυκυκλωμένα έχουμε:

$$i_d = i_i = j\omega(C_{gs} + C_{gb} + C_{gd})v_{gs}$$

Αγνοώντας το ρεύμα διαμέσου του  $C_{gd}$  έχουμε:

$$i_o = g_m v_{gs} \Rightarrow \frac{i_o}{i_i} = \frac{g_m}{j\omega(C_{gs} + C_{gb} + C_{gd})}$$

Από:

$$\left| \frac{i_o}{i_i} \right| = 1 \Rightarrow \omega \equiv \omega_T = \frac{g_m}{\sum_{\mu} C_{\mu}}$$

Θεωρώντας  $C_{gs} \gg C_{gb} + C_{gd}$  λαμβάνουμε:

$$f_T = \frac{1}{2\pi} \frac{3}{2} \frac{\mu_n}{L^2} (V_{GS} - V_{th}) \equiv \text{Νόμος Moore}$$

Δηλαδή, η συχνότητα αποκοπής ( $f_T$ ) της διάταξης είναι αντιστρόφως ανάλογη του τετραγώνου του μήκους του καναλιού. Μετά το 1990 (για λόγους που δεν θα εξηγήσουμε εδώ), η  $f_T$  είναι αντιστρόφως ανάλογη του μήκους του καναλιού, και όχι του τετραγώνου του.