



# Εισαγωγή στις Τηλεπικοινωνίες

## Ψηφιακές Διαμορφώσεις Βασικής Ζώνης

NRZ, RZ, Manchester,  
Πιθανότητα Λάθους  
M-Pulse Amplitude Modulation

**Δρ. Αθανάσιος Δ. Παναγόπουλος**  
**Καθηγητής ΕΜΠ**



# Εισαγωγή

Μετάδοση Δεδομένων Βασικής Ζώνης : (**Baseband Data Transmission**) τα bits καθορίζονται και αναπαρίστανται με 2 επίπεδα τάσης για άμεση μετάδοση χωρίς να μιλάμε καθόλου για συχνότητες.

**Baseband modulation: Φασματική Πυκνότητα Ισχύος γύρω από το 0 Hz**

Τέτοια δεδομένα βασικής ζώνης εφαρμόζονται σε ενσύρματα τηλεπικοινωνιακά συστήματα (καλωδιακά – μεταλλικά και οπτικές ίνες)

Οι τεχνικές μετάδοσης σηματοδοσίας βασικής ζώνης ονομάζονται και κωδικοποίηση γραμμής (Line Coding) και έχουν υλοποιηθεί με βάση τα παρακάτω κριτήρια.



# Εισαγωγή

## Κριτήρια Επιλογής Τεχνικών Μετάδοσης Βασικής Ζώνης:

- *Παρεμβολή Σήματος και Ατρωσία στο Θόρυβο (Signal interference & noise immunity)* εξαρτάται από τα σύνολα των σημάτων. Συγκεκριμένα σήματα έχουν καλύτερη επίδοση παρουσία θορύβου όπως αυτό φαίνεται στην πιθανότητα εσφαλμένου ψηφίου.
- *Φάσμα Σήματος:* Τυπικά, όπως αναμένεται, ο καθένας θα ήθελε το μεταδιδόμενο σήμα να καταλαμβάνει όσο μικρότερο φάσμα γίνεται. Για τη σηματοδοσία Βασικής Ζώνης, αυτό σημαίνει ότι δεν υπάρχει υψίσυχνο φασματικό περιεχόμενο. Μερικές φορές είναι σημαντικό να μην έχουμε DC συνιστώσα. Το να έχεις μια σηματοδοσία που δεν έχει DC σημαίνει ότι στη λειτουργία AC μπορεί να χρησιμοποιηθεί μετασχηματιστής για τη μετάδοση και να έχουμε ηλεκτρική απομόνωση που τείνει να μειώσει την παρεμβολή. Επιπλέον, σε συγκεκριμένα σχήματα σηματοδοσία να βελτιστοποιηθούν με τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του καναλιού μετάδοσης.



# Εισαγωγή

## Κριτήρια Επιλογής Τεχνικών Μετάδοσης Βασικής Ζώνης:

- *Δυνατότητα Συγχρονισμού (Signal Synchronization Capability):* Στην υλοποίηση του δέκτη είναι απαραίτητο να οριστούν η αρχή και το τέλος της μετάδοσης του bit. Αυτό στην ουσία χρειάζεται ένα ξεχωριστό ρολόι για να συγχρονίσει πομπό και δέκτη. Ο Self-synchronization είναι δυνατός για μεταδιδόμενα σήματα βασικής ζώνης. Τεχνικές self-synchronization έχουν αναπτυχθεί.
- *Δυνατότητα ανίχνευσης λάθους:* Μερικά σχήματα σηματοδοσίας έχουν έμφυτη τη δυνατότητα ανίχνευσης λαθών. Αυτό πραγματοποιείται με την εισαγωγή περιορισμών στις επιτρεπτές μεταβάσεις τις οποίες πρέπει να εκμεταλεύονται οι δέκτες.
- *Κόστος και Πολυπλοκότητα στον Πομπό και Δέκτη:* πρέπει να λαμβάνεται υπ' όψη παρόλο που το κόστος μειώνεται.

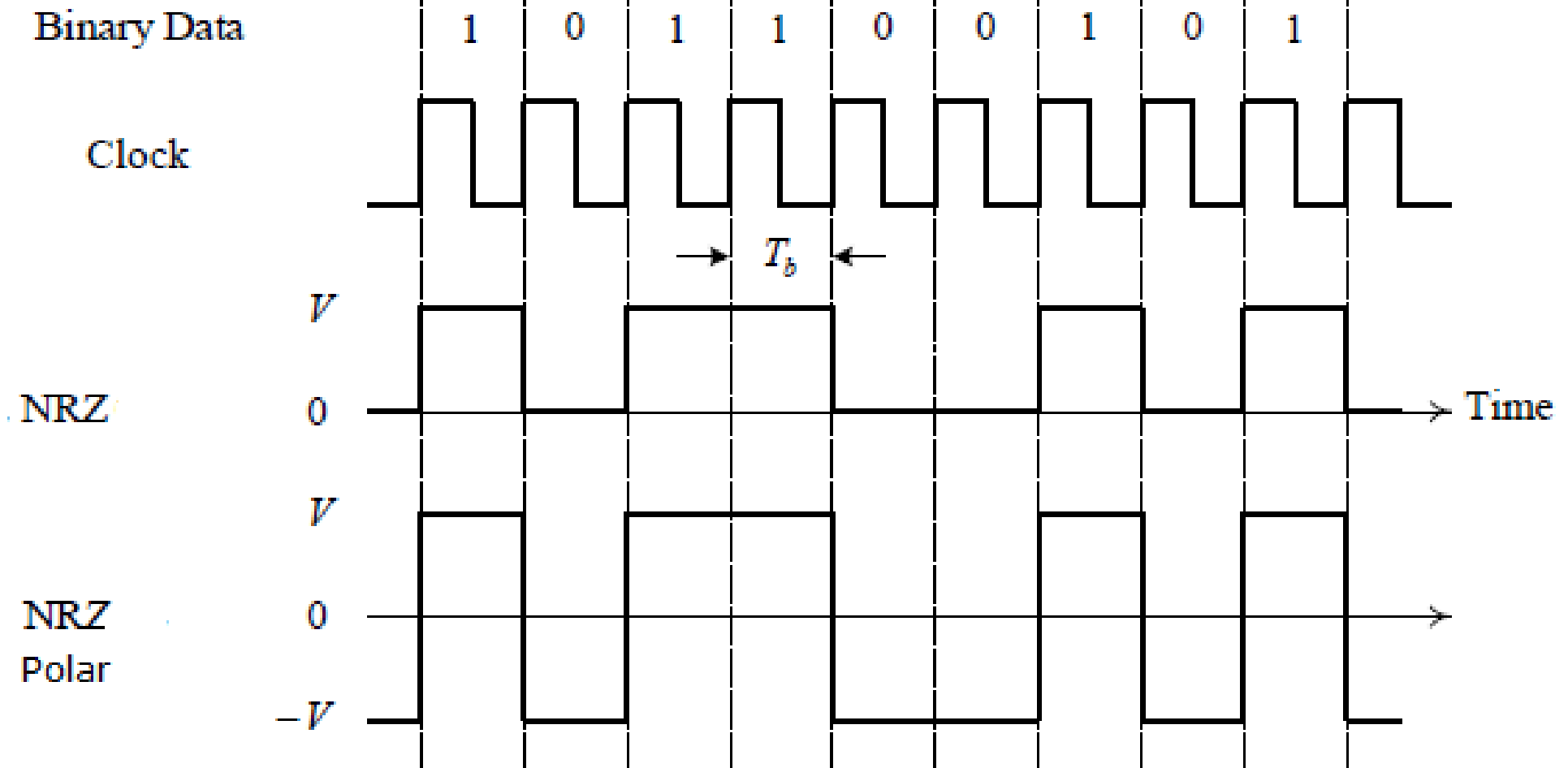


# Υποθέσεις για τον Υπολογισμό της Πιθανότητας Λάθους

- Για να καθορίσουμε πιθανότητα λάθους εσφαλμένου ψηφίου κάνουμε την υπόθεση ότι τα μεταδιδόμενα σήματα αντιμετωπίζουν πρόβλημα θορύβου (χειροτερεύουν), θεωρώντας μηδενικής μέσης τιμής AWGN με φασματική πυκνότητα  $N_0/2$  (watts/hertz)
- Τα 2 bits, “0” and “1,” είναι ισοπίθανα.
- Για τον υπολογισμό της πιθανότητας λάθους, καθορίζουμε τις κυματομορφές για τη μετάδοση των bits και τα παρουσιάζουμε στο χώρο των αντίστοιχων σημάτων.
- Σε όλες τις περιπτώσεις το σύνολο των ορθοκανονικών βάσεων μπορεί να βρεθεί δια επισκοπήσεως.
- Θεωρούμε σήματα τάσης που κυμαίνονται από  $-V$  έως  $V$  volts.



# NRZ – Κωδικοποίηση



# Πιθανότητα Λάθους

$$\text{Threshold} = \frac{s_{12} + s_{22}}{2} + \frac{N_0}{2(s_{22} - s_{12})} \ln \left( \frac{P_1}{P_2} \right)$$

$$P[\text{error}] = Q \left( \frac{\text{απόσταση μεταξύ των σημάτων}}{2 \times \text{noise RMS value}} \right)$$

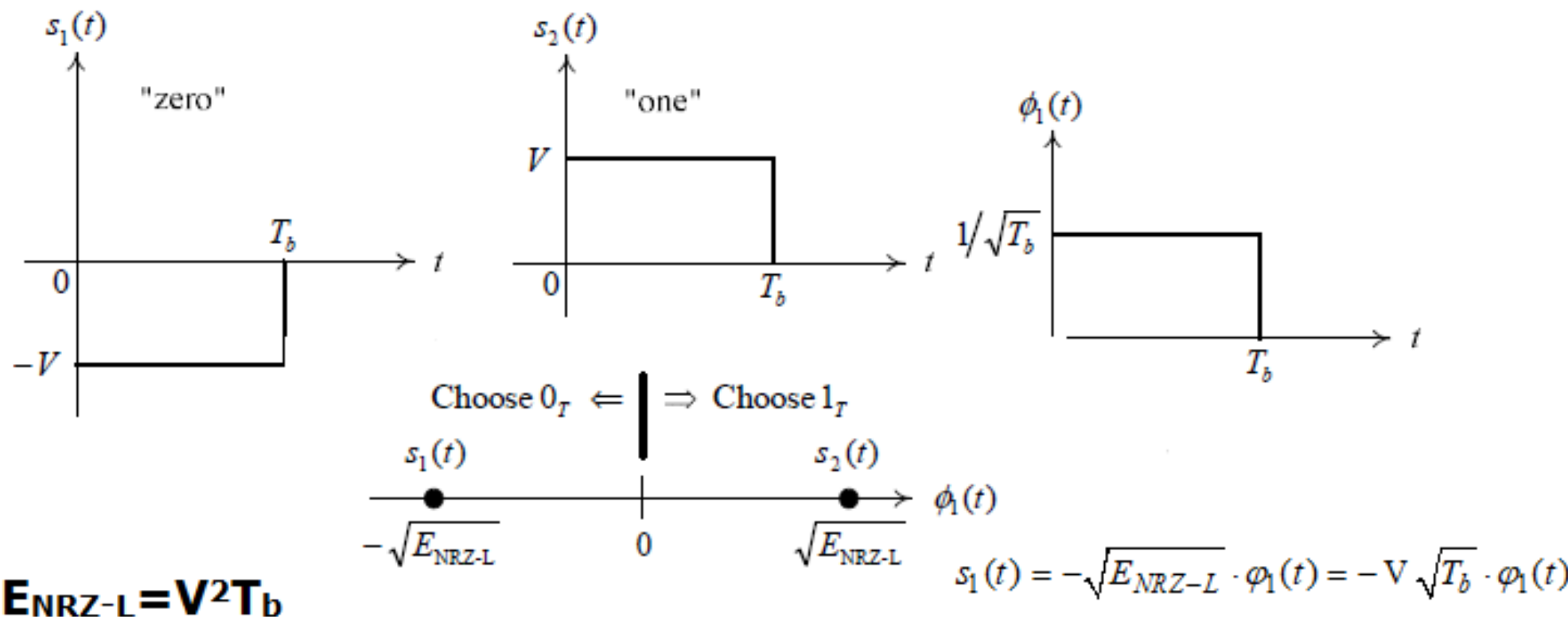
$$\mathbf{P_1 = P_2} \quad \text{Threshold} = \frac{s_{12} + s_{22}}{2}$$

$$P[\text{error}] = Q \left( \frac{s_{22} - s_{12}}{2\sqrt{N_0/2}} \right)$$





# NRZ – Κωδικοποίηση - Polar



$$P[\text{error}] = Q \left( \frac{s_{22} - s_{12}}{2\sqrt{N_0/2}} \right)$$

$$P[\text{error}]_{NRZ-L} = Q \left( \sqrt{2E_{NRZ-L}/N_0} \right).$$



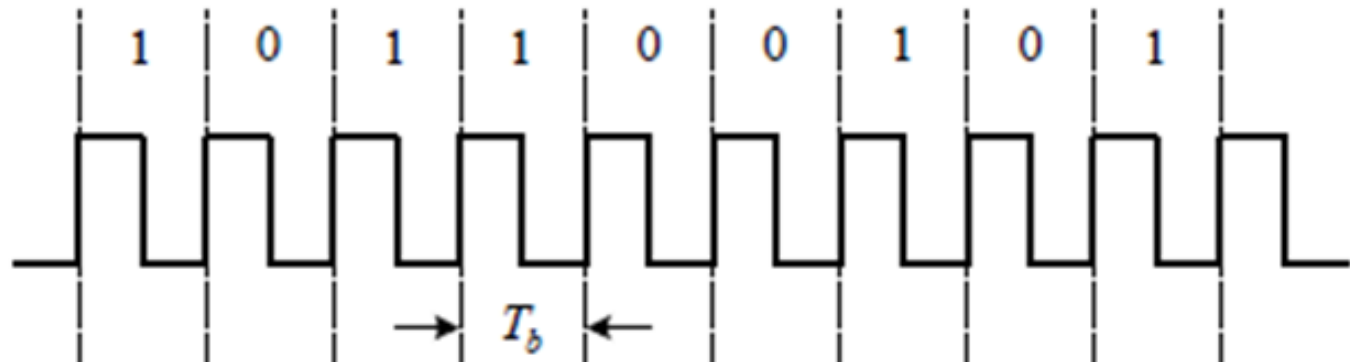


# RZ- Κωδικοποίηση -Polar

Binary Data

1 0 1 1 0 0 1 0 1

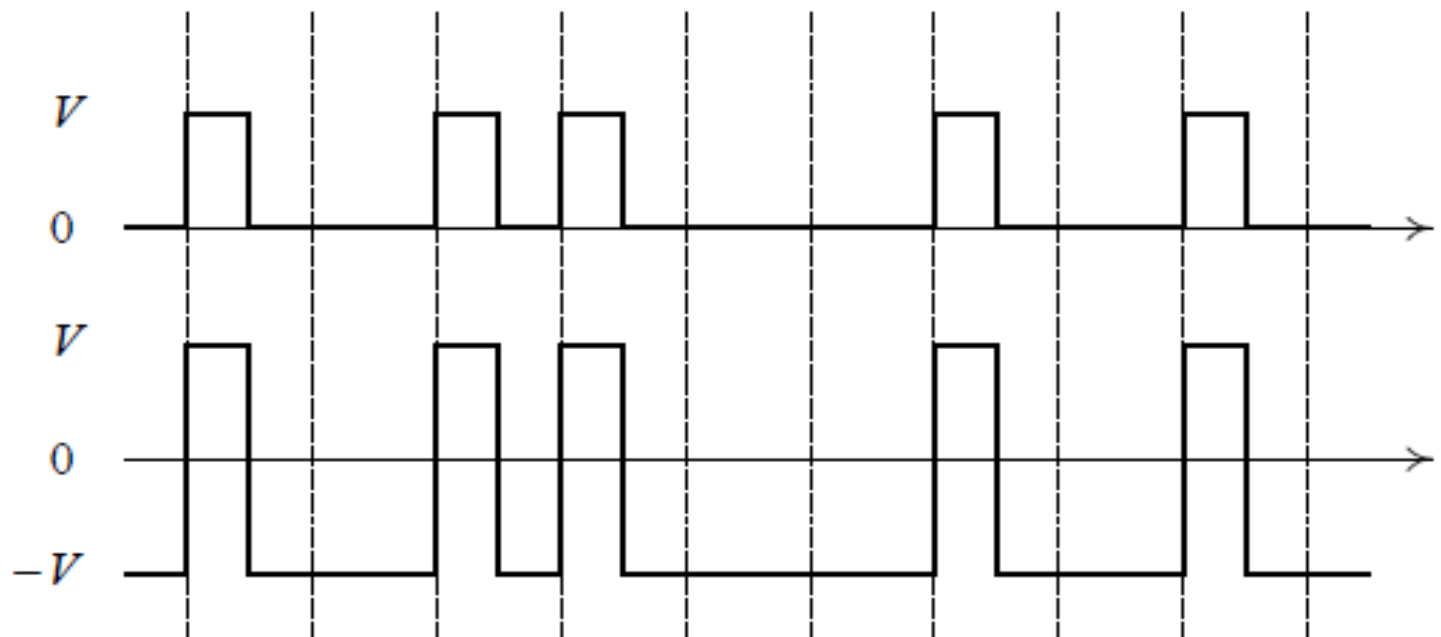
Clock



RZ Code

$V$

0

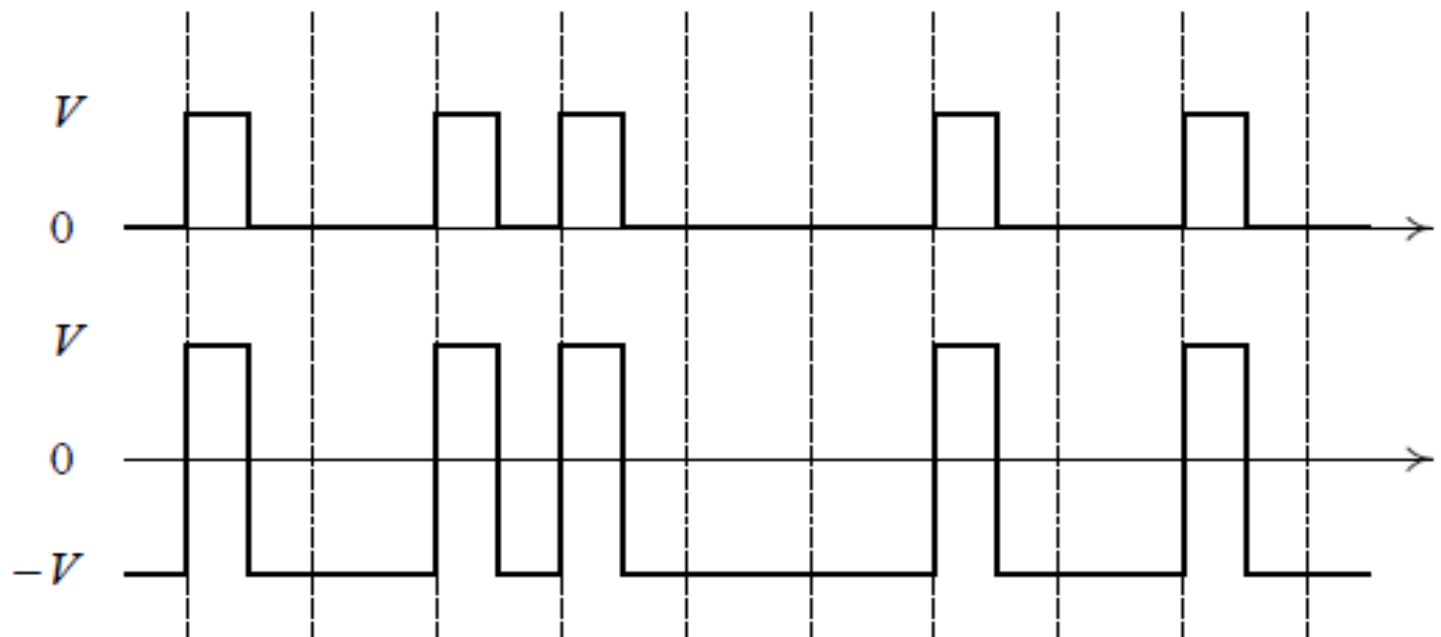


RZ - L

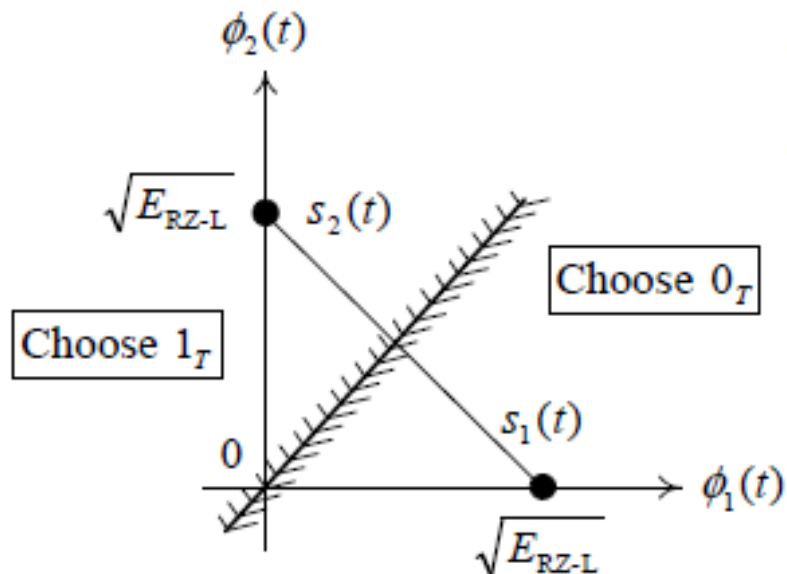
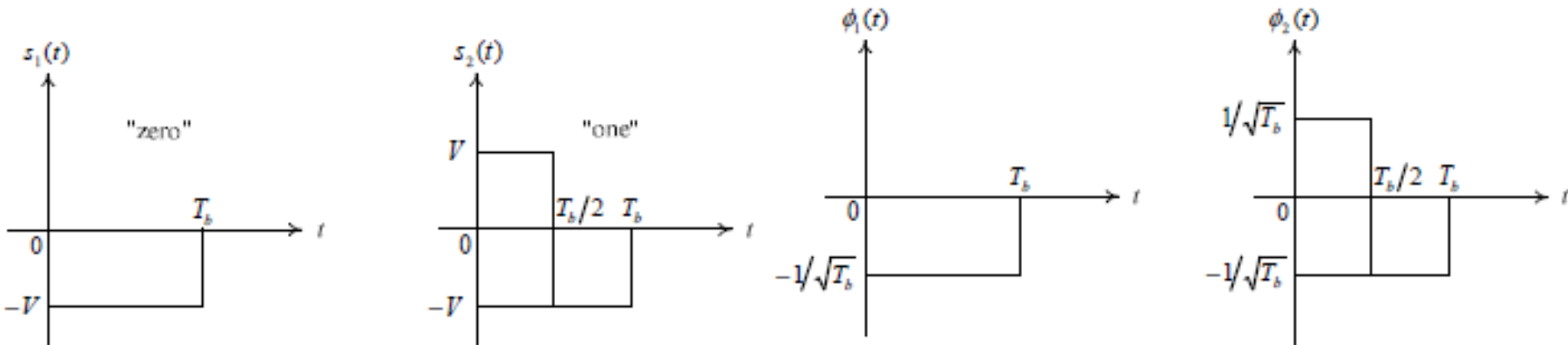
$V$

0

$-V$



# RZ- Κωδικοποίηση



$$s_1(t) = V\sqrt{T_b} \cdot \phi_1(t) + 0 \cdot \phi_2(t) = \sqrt{E_{RZ-L}} \cdot \phi_1(t)$$

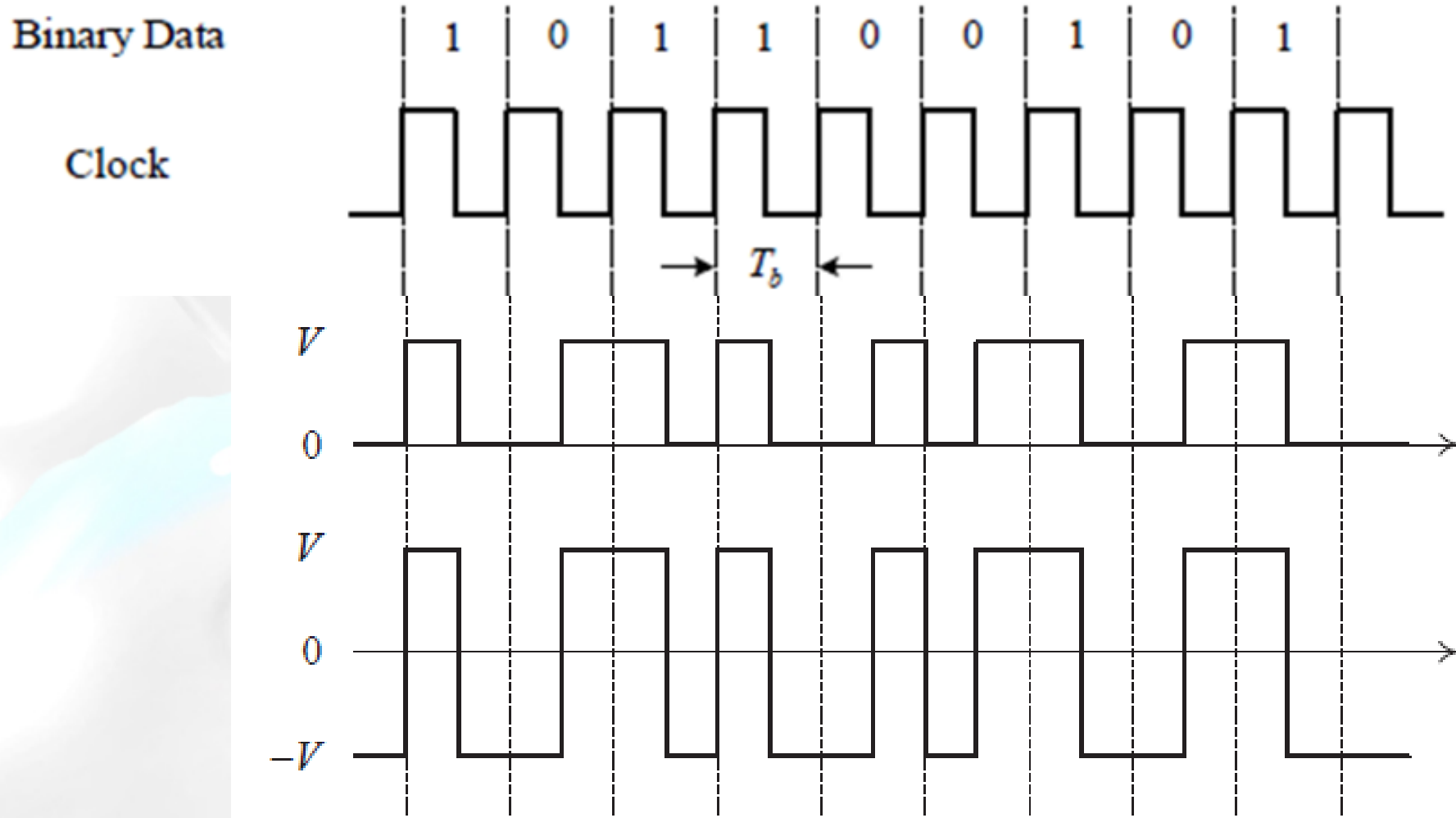
$$s_2(t) = 0 \cdot \phi_1(t) + V\sqrt{T_b} \cdot \phi_2(t) = \sqrt{E_{RZ-L}} \cdot \phi_2(t)$$

$$E_{RZ-L} = V^2 \cdot T_b$$

$$P[\text{error}]_{RZ-L} = Q\left(\sqrt{E_{RZ-L}/N_0}\right)$$

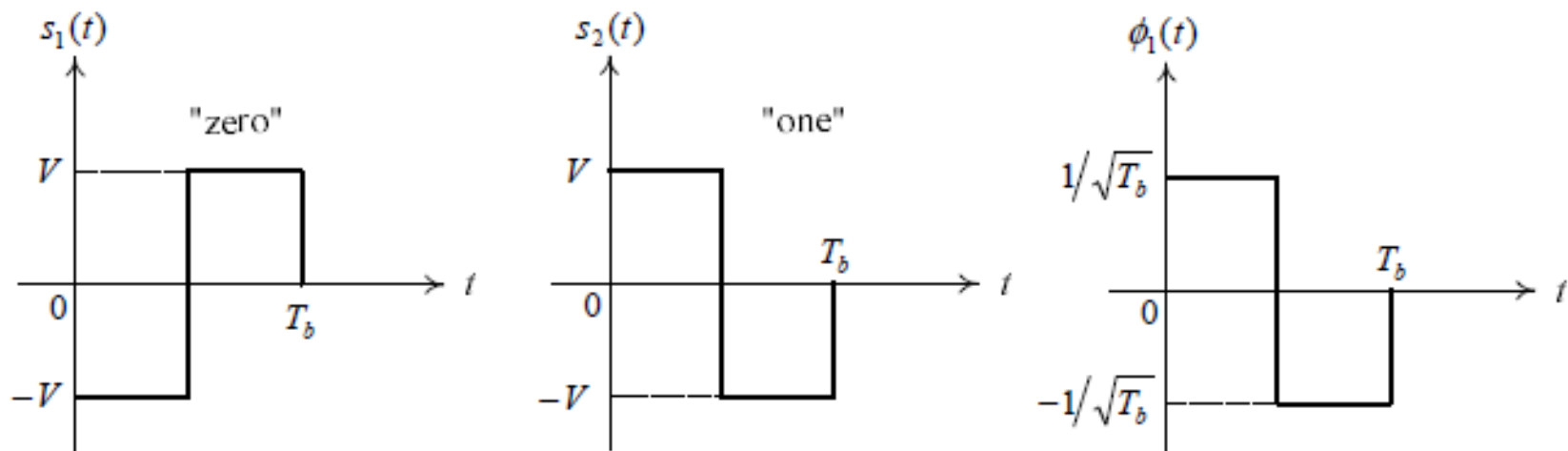


# Bi-Phase- Κωδικοποίηση Manchester



Το σύμβολο 1 παριστάνεται με ένα θετικό παλμό, ο οποίος ακολουθείται από έναν αρνητικό παλμό. Οι δύο παλμοί έχουν ίσο πλάτος και εύρος μισού συμβόλου. Το σύμβολο 0 παριστάνεται με αντεστραμμένη πολικότητα.

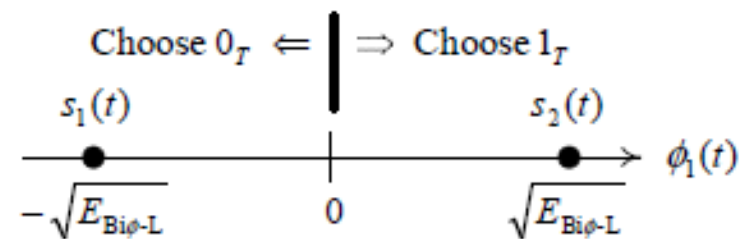
# Bi-Phase- Κωδικοποίηση Manchester



$$E_{Bi\phi-L} = V^2 \cdot T_b$$

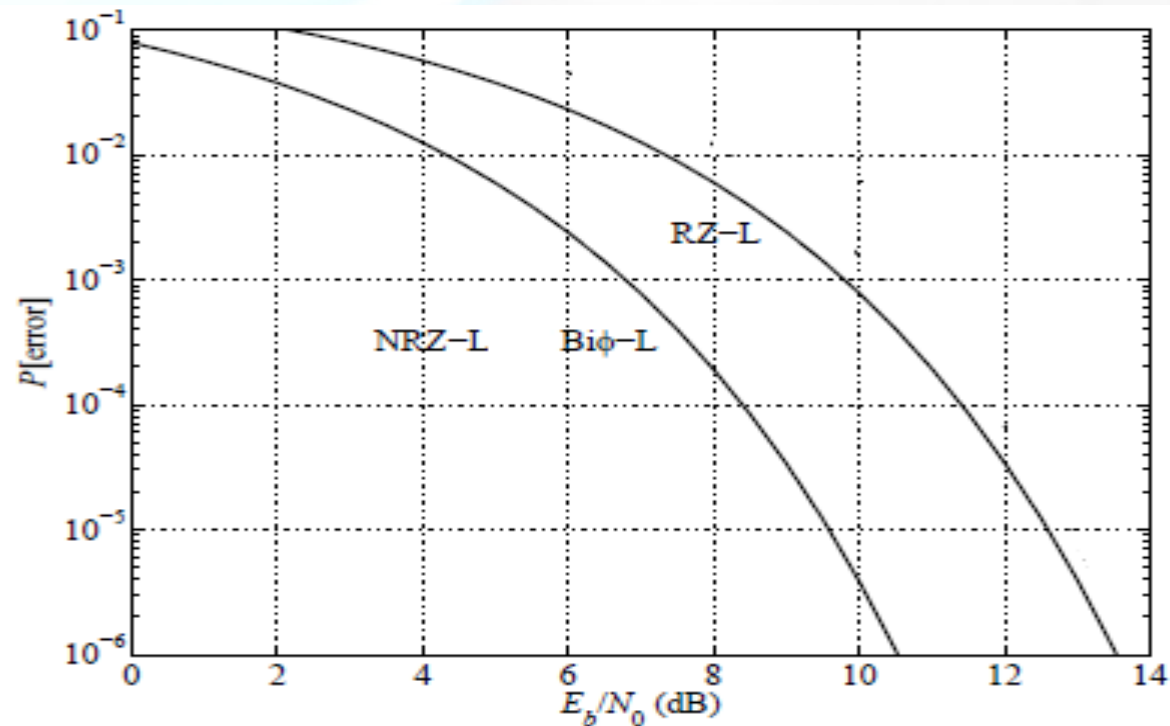
$$s_1(t) = V\sqrt{T_b} \cdot \phi_1(t) = -\sqrt{E_{Bi\phi-L}} \cdot \phi_1(t)$$

$$s_2(t) = -V\sqrt{T_b} \cdot \phi_2(t) = \sqrt{E_{Bi\phi-L}} \cdot \phi_1(t)$$



$$P[\text{error}]_{Bi\phi-L} = Q\left(\sqrt{2E_{Bi\phi-L}/N_0}\right).$$

# Συγκριτική Επίδοση



$$E_{\text{NRZ-L}} = E_{\text{RZ-L}} = E_{\text{Bi}\phi\text{-L}} = V^2 T_b \equiv E_b \text{ (joules/bit)}.$$

$$P[\text{error}]_{\text{NRZ-L}} = P[\text{error}]_{\text{Bi}\phi\text{-L}} = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right),$$

$$P[\text{error}]_{\text{RZ-L}} = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right),$$

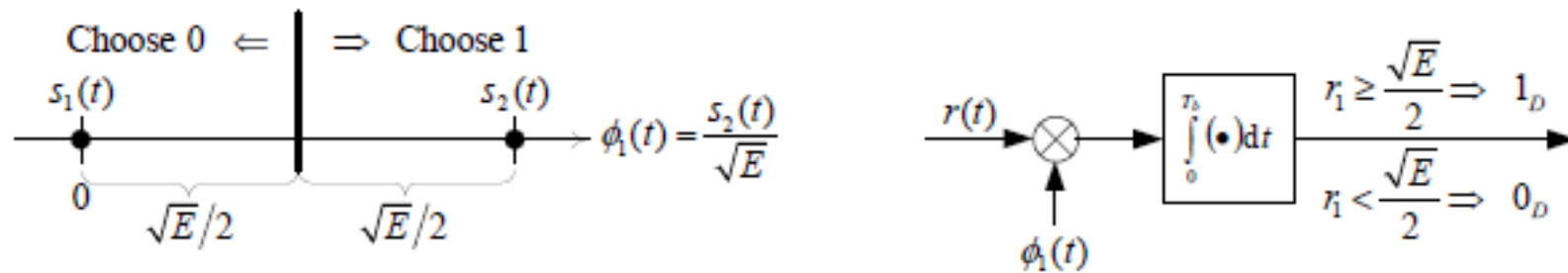
# Binary Μετάδοση

Received signal:

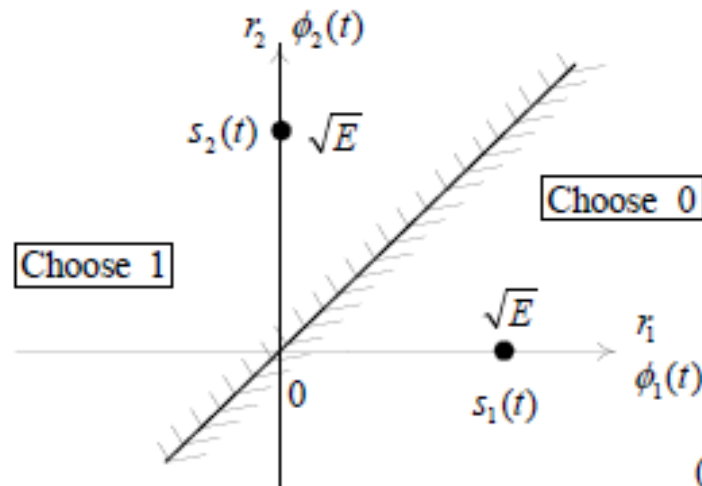
	On-Off	Orthogonal	Antipodal
$H_1 (0):$	$r(t) = w(t)$	$r(t) = s_1(t) + w(t)$	$r(t) = -s_2(t) + w(t)$
$H_2 (1):$	$r(t) = s_2(t) + w(t)$	$r(t) = s_2(t) + w(t)$ $\int_0^{T_s} s_1(t)s_2(t)dt = 0$	$r(t) = s_2(t) + w(t)$



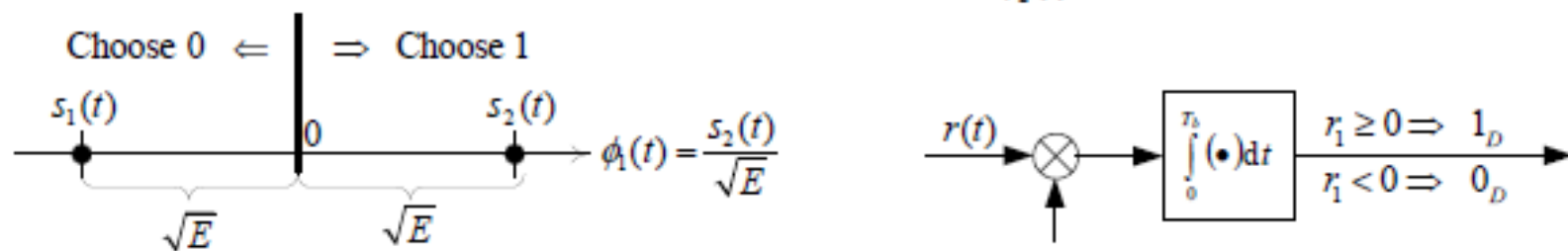
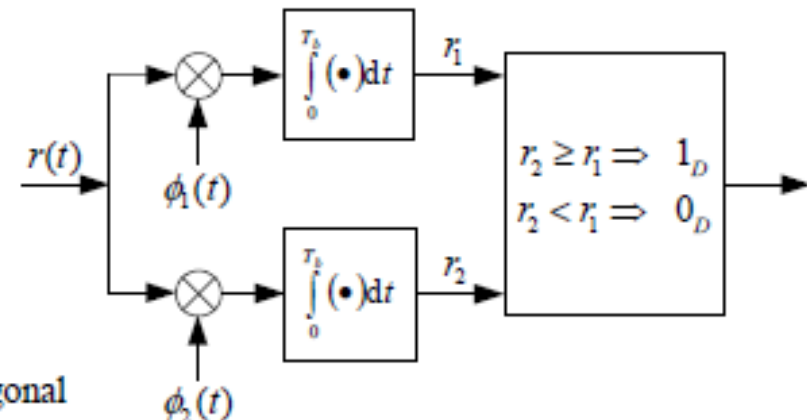
# ΣΥΝΟΠΤΙΚΑ



(a) On-Off



(b) Orthogonal



(c) Antipodal



# M- Pulse Amplitude Modulation

## Μετάδοση με διαμόρφωση M-PAM

Έστω ότι χρησιμοποιούμε κυματομορφές της μορφής:

$$s_m(t) = A_m g_T(t)$$

όπου  $A_m$  είναι το πλάτος της  $m$ -οστής κυματομορφής και  $g_T(t)$  είναι ο τετραγωνικός παλμός:

$$g_T(t) \begin{cases} \sqrt{1/T_s}, & 0 \leq t \leq T_s \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

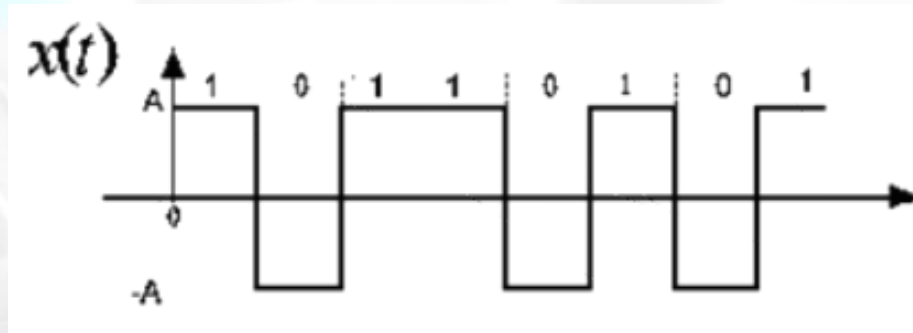
Η ενέργεια του παλμού είναι:

$$\int_0^\infty g^2(t) dt = \int_0^{T_s} \frac{1}{T_s} dt = 1$$



# Binary PAM

Σήμα βασικής ζώνης BPAM (2-PAM) ή, ισοδύναμα, το δυαδικό NRZ -Polar :

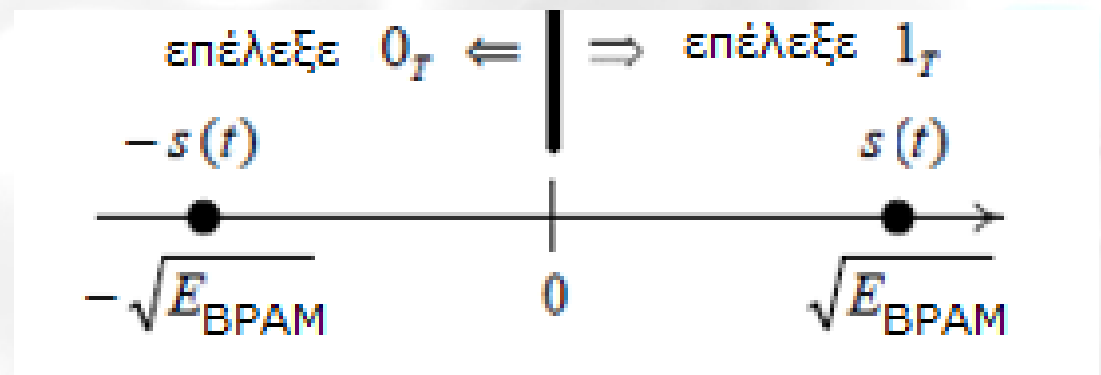


$$s_0(t) = -s(t)$$

+ AWGN noise

$$s_1(t) = s(t),$$

$$r(t) = \pm s(t) + n(t)$$



$$P[\text{error}]_{\text{BPAM}} = Q \left( \sqrt{2E_{\text{BPAM}}/N_0} \right)$$

# M- Pulse Amplitude Modulation

## Μετάδοση με διαμόρφωση M-PAM

Παράδειγμα έστω ότι το σήμα εκπομπής παίρνει μία από τέσσερις δυνατές τιμές:

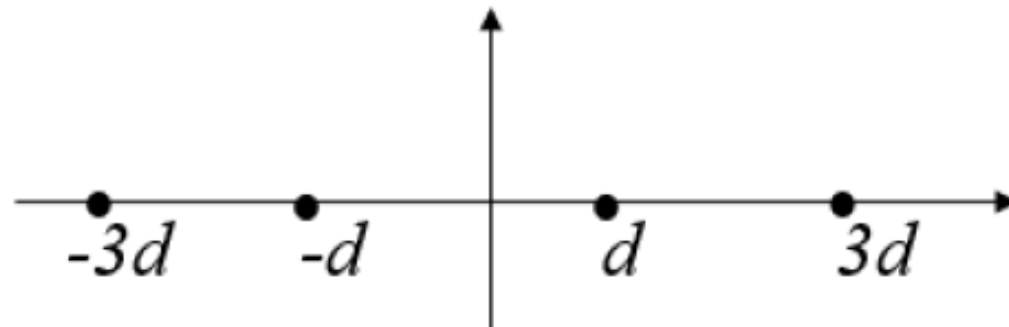
$$A_m = \{-3d, -d, d, 3d\}$$

ή ισοδύναμα

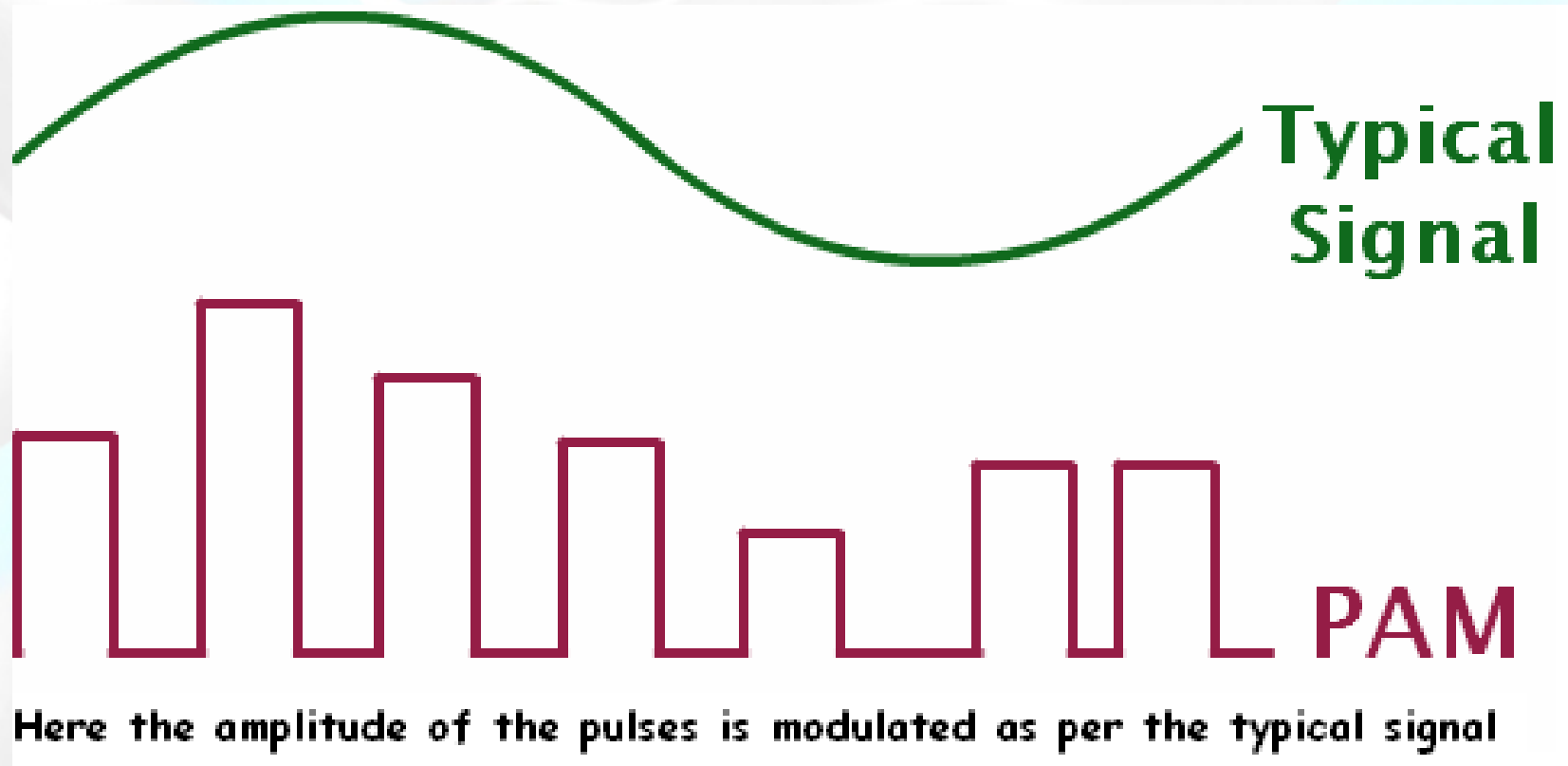
$$A_m = (2m - 3)d \quad m = 0, 1, 2, 3$$

με  $2d$  είναι η Ευκλείδεια απόσταση μεταξύ δύο γειτονικών πλατών.

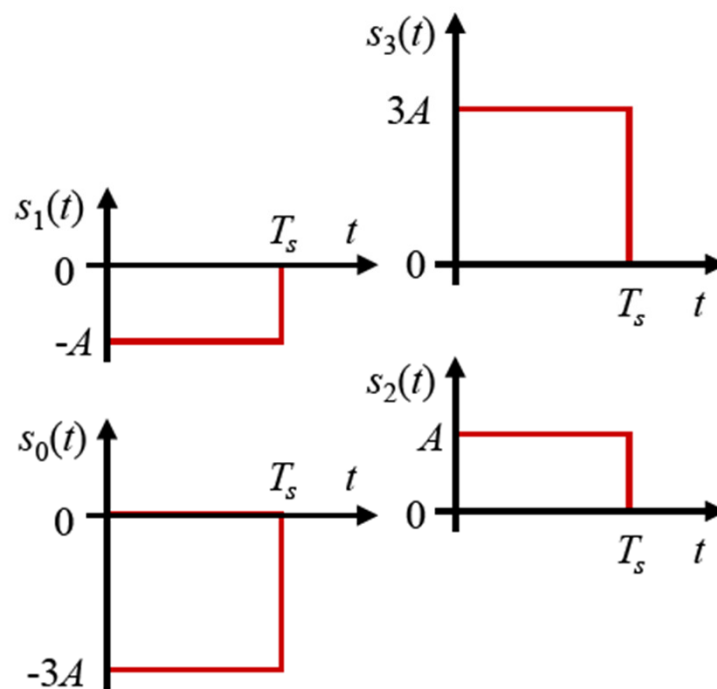
**4-PAM**



# M-PAM



# 4-PAM



4-PAM Symbols

# Μετάδοση M-PAM

Εκπέμπονται  $K$  bits ανά παλμό.  
Απαιτούνται  $M=2^K$  τιμές πλάτους

$K=2, M=4.$

Μεταδίδονται τα σύμβολα 00, 01, 10, 11

$00 \rightarrow s_0(t) (= -3d),$

$01 \rightarrow s_1(t) (= -d),$

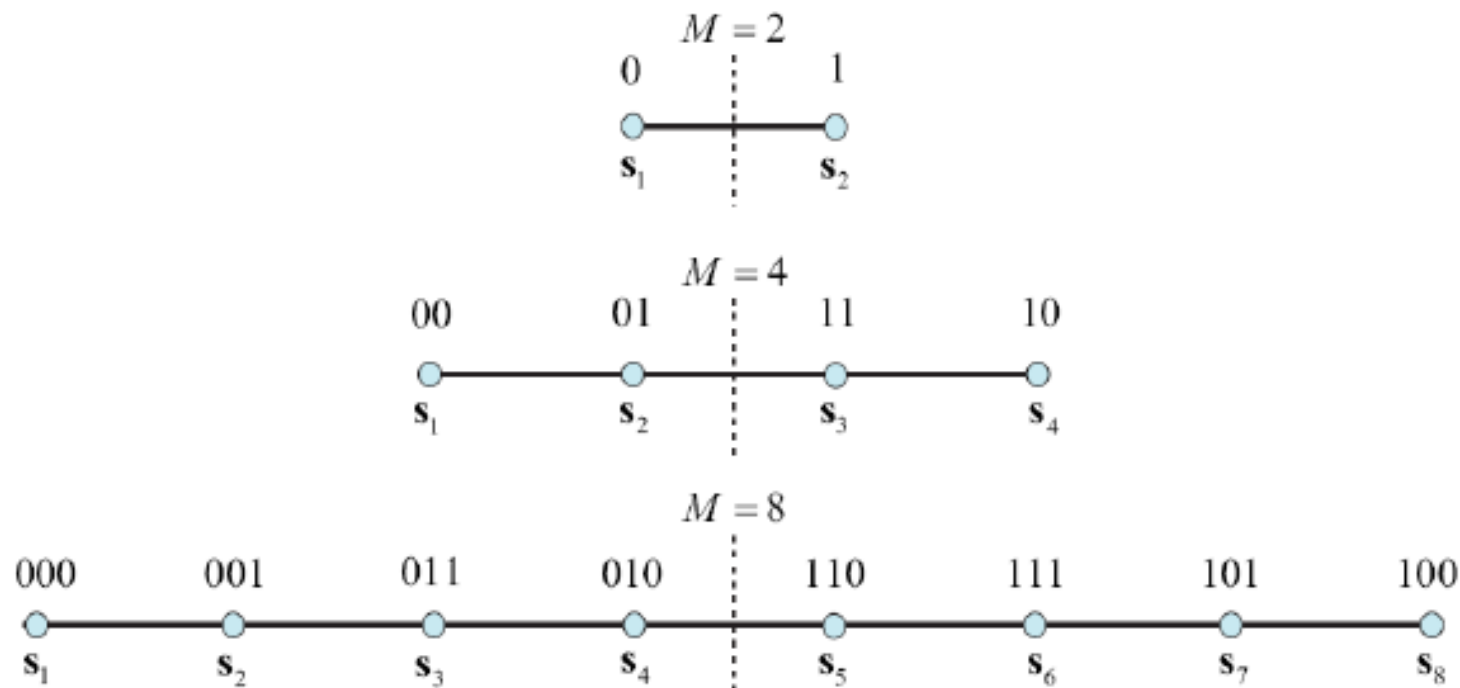
$10 \rightarrow s_2(t) (= d),$

$11 \rightarrow s_3(t) (= 3d).$

**Αν ο χρόνος bit είναι  $T_b = T_s/2$ , τότε έχουμε 2 bits/symbol**

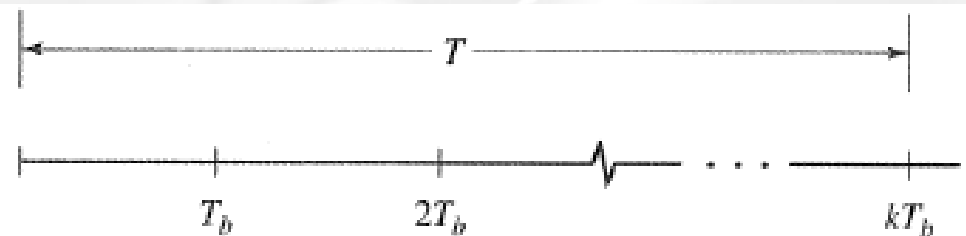


# Μετάδοση M-PAM



Αν ο ρυθμός μετάδοσης των bits,  $R_b$  είναι σταθερός, τότε

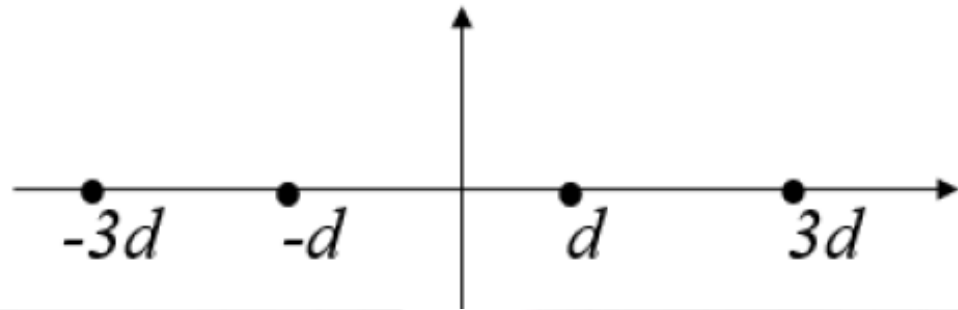
$$R_s = \frac{1}{T_s} = \frac{1}{KT_b}$$





# Μετάδοση M-PAM

## Παράδειγμα 4-PAM



Η ενέργεια εκπομπής δεν είναι η ίδια για όλα τα σύμβολα (με τη σηματοδοσία που έχουμε κάνει).

Η μέση ενέργεια εκπομπής δίνεται :

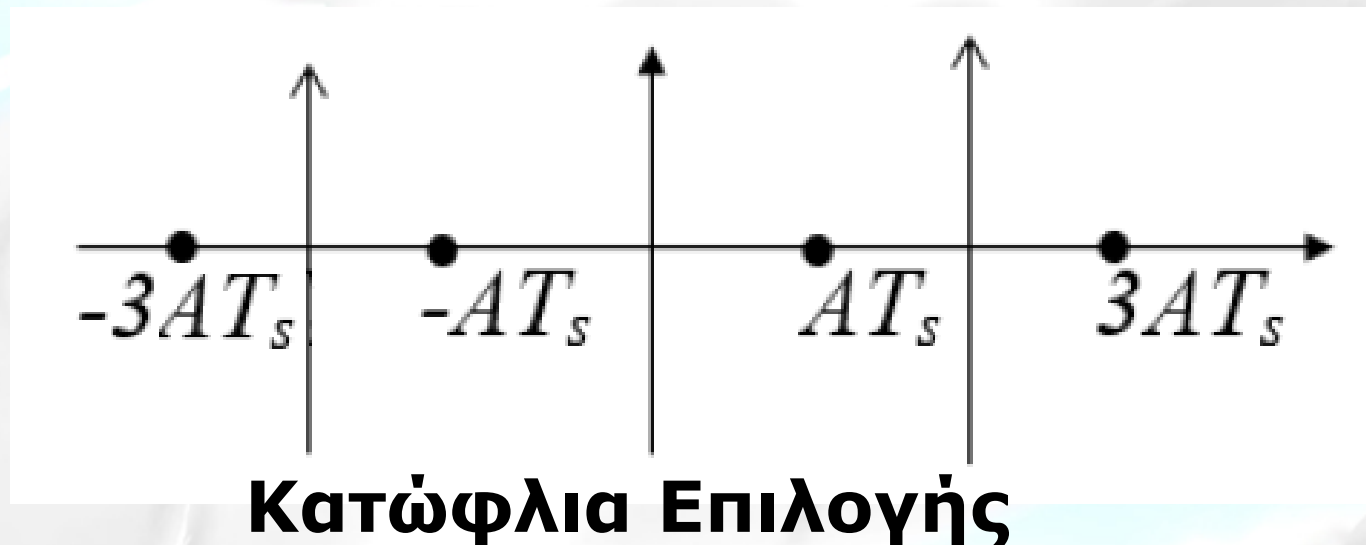
$$\langle E \rangle = \frac{1}{4} \sum_{m=0}^3 \int_0^{T_s} s_m^2(t) dt$$

$$\langle E \rangle = \frac{1}{4} \sum_{m=0}^3 \int_0^{T_s} s_m^2(t) dt = \frac{1}{4} (9d^2 + d^2 + d^2 + 9d^2) T_s = 5d^2 T_s$$

# M-PRAM - Βέλτιστος Δέκτης

Ο βέλτιστος ανιχνευτής συγκρίνει για κάθε χρονική στιγμή  $kT_s$ ,  $k=1,2,\dots$ , το δείγμα του δειγματολήπτη, έστω  $r$ , στην έξοδο του ενός (και μόνο) συσχετιστή, με καθένα από τα πιθανά πλάτη και επιλέγει αυτό το οποίο έχει τη μικρότερη Ευκλείδεια απόσταση από το δείγμα  $r$ .

Ο ανιχνευτής αυτός υλοποιείται ως ανιχνευτής κατωφλίου όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, με κατώφλια ανάμεσα στις δυνατές τιμές εξόδου (χωρίς θόρυβο) του συσχετιστή.



# Υπολογισμός Πιθανότητας Λάθους

Η PDF της εξόδου  $r$  του συσχετιστή τη στιγμή της δειγματοληψίας, είναι:

$$p(r|s_m \text{ εστάλη}) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(r-A_m)^2}{2\sigma^2}}, \quad \sigma^2 = N_0/2$$

$$A_m = \{-3d, -d, d, 3d\}$$

$$A_m = (2m-3)d \quad m = 0, 1, 2, 3$$

Επομένως, η πιθανότητα σφάλματος συμβόλου για 4-PAM δίνεται από τη σχέση :

$$\begin{aligned} P_{4-PAM} &= \frac{3}{4} P(|r - A_m| > d) = \frac{3}{2} \int_d^\infty \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx \\ &= \frac{3}{2} \int_{d/\sigma}^0 \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy = \frac{3}{2} Q\left(\sqrt{\frac{d^2}{\sigma^2}}\right) = \frac{3}{2} Q\left(\sqrt{\frac{2d^2}{N_0}}\right) \end{aligned}$$



# Υπολογισμός Πιθανότητας Λάθους

Το τετράγωνο της Ευκλείδειας απόστασης μεταξύ δύο γειτονικών πλατών είναι

$$\delta^2 = (2d)^2 = 4d^2.$$
$$P_{4-PAM} = \frac{3}{2} Q \left( \sqrt{\frac{\delta^2}{2N_0}} \right)$$

Αν ισχύει για τη μέση ενέργεια εκπομπής,  $\langle E \rangle = 5 \cdot d^2 \Rightarrow d^2 = \langle E \rangle / 5$ , τότε το αποτέλεσμα της πιθανότητας σφάλματος για διαμόρφωση 4-PAM είναι:

$$P_{4-PAM} = \frac{3}{2} Q \left( \sqrt{\frac{2 \langle E \rangle}{5N_0}} \right)$$



# Πιθανότητα Λάθους – M-PAM

Για διαμορφώσεις M-PAM με  $M$  πλάτη εκπομπής:

$$A_m = (2m - M + 1) d, m = 0, 1, \dots, M-1,$$

η πιθανότητα σφάλματος συμβόλου του MLD δίνεται από τη σχέση:

$$P_{M-PAM} = \frac{2(M-1)}{M} Q \left( \sqrt{\frac{6 \langle E \rangle}{(M^2 - 1) N_0}} \right)$$

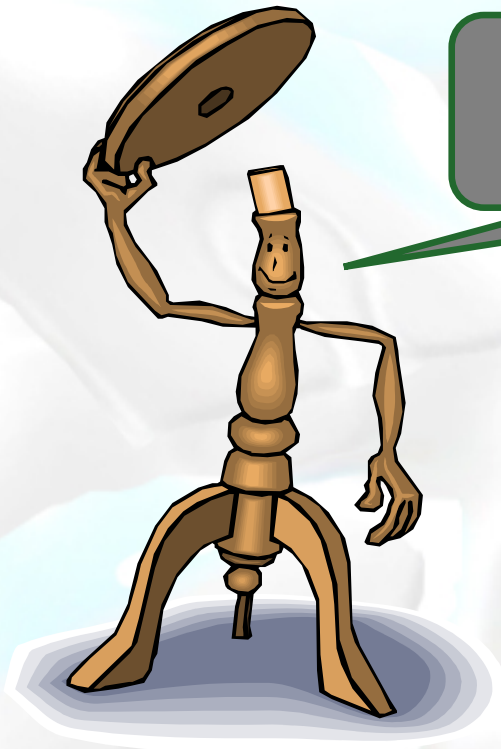
όπου  $\langle E \rangle$  είναι η μέση ενέργεια εκπομπής των  $M$  συμβόλων.

Αν ορίσουμε ως μέση ενέργεια ανά bit:  $\langle E_b \rangle = \langle E \rangle / \log_2(M)$ , τότε θα έχουμε:

$$P_{M-PAM-PAM} = \frac{2(M-1)}{M} Q \left( \sqrt{\frac{6 (\log_2 M) \langle E \rangle}{(M^2 - 1) N_0}} \right)$$



# Q&A



Ευχαριστώ για την  
προσοχή σας !!!



E-mail: [thpanag@ece.ntua.gr](mailto:thpanag@ece.ntua.gr)  
Παλ. Κτίρια Ηλ/γων Γρ. 3.2.9  
Τηλ.: 2107723842