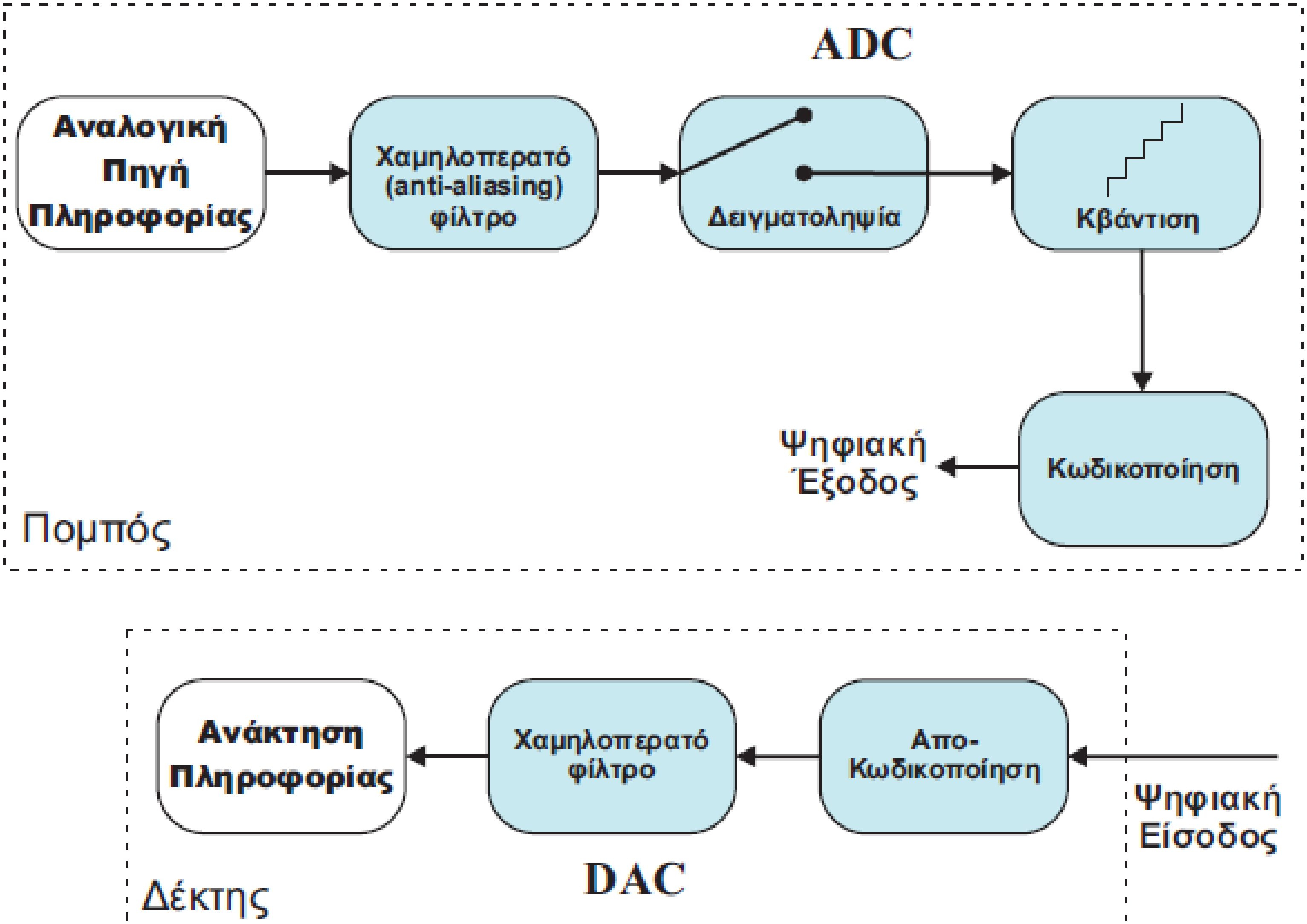
# Μετατροπή Αναλογικού Σήματος σε Ψηφιακό

**Βέλτιστος Κβαντιστής/ Μη ομοιόμορφος Κβαντιστής**
**DPCM**
**Delta Modulation**
**Adaptive Delta Modulation**

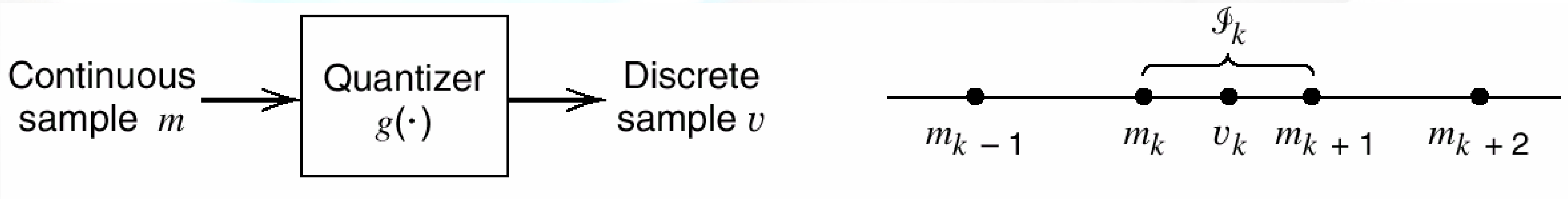

## Αθανάσιος Δ. Παναγόπουλος
## Καθηγητής ΕΜΠ

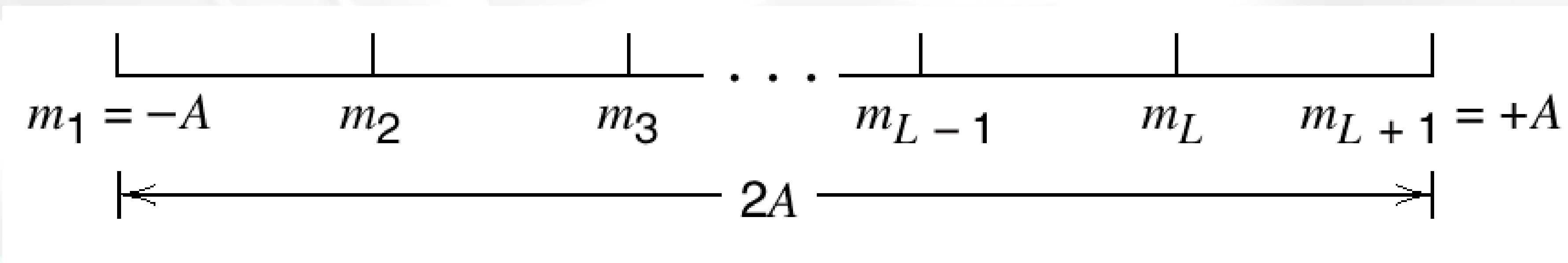
# PCM/Review




Pulse Code Modulation-PCM

# Ορισμός Παραμόρφωσης




Έστω $m(t)$ το μήνυμα προερχόμενο από μια στάσιμη στοχαστική διαδικασία $M(t)$
$-A \leq m \leq A$

$m_1 = -A$
$m_{L+1} = A \quad m_k \leq m_{k+1}$ for $k=1,2,\ldots, L$

Το $k$th τμήμα ορίζεται ως $\mathcal{J}_k$: $m_k < m \leq m_{k+1}$ για $k=1,2,\ldots, L$

$d(m, v_k)$: είναι το μέτρο παραμόρφωσης για χρήση $v_k$ για να παριστάνει τιμές μέσα στο $\mathcal{J}_k$.

# Συνθήκες για Βέλτιστο Κβαντιστή

Βρείτε δύο σύνολα $\{v_k\}_{k=1}^{L}$ και $\{\mathcal{J}_k\}_{k=1}^{L}$, που ελαχιστοποιούν τη μέση

παραμόρφωση $D = \sum_{k=1}^{L} \int_{m \in \mathcal{J}_k} d(m, v_k) f_M(m) dm$

όπου $f_M(m)$ είναι γνωστή συνάρτηση pdf

Η μέση τετραγωνική παραμόρφωση που χρησιμοποιείται είναι :

$$d(m, v_k) = (m - v_k)^2$$

Η βελτιστοποίηση είναι μια μη-γραμμική διαδικασία που ίσως να μην έχει κλειστή λύση.

Ο κβαντιστής αποτελείται από δύο στοιχεία :

έναν κωδικοποιητή που χαρακτηρίζεται από το σύνολο $\mathcal{J}_k$

και έναν αποκωδικοποιητή που χαρακτηρίζεται από το σύνολο $v_k$

# Βέλτιστος Κβαντιστής

Ο ομοιόμορφος κβαντιστής δεν είναι βέλτιστος λαμβάνοντας υπόψη ότι δεν γίνεται minimum
Ο **λόγος signal-to-quantization noise ratio $SNR_q$**

Εν γένει τα επίπεδα απόφασης έχουν τους παρακάτω περιορισμούς που πρέπει να ικανοποιούνται:

$$D_1 = -m_{\max},$$
$$D_{L+1} = m_{\max},$$
$$D_l \leq D_{l+1}, \quad \text{for } l = 1, 2, \ldots L.$$

***$D_i$ : Decision Levels***
***Threshold Levels***

***$T_i$ : Target Levels***
***Representation***
***Reconstruction Levels***

Η μέση ισχύ του θορύβου κβάντισης είναι:

$$N_{\mathrm{q}} = \sum_{l=1}^{L} \int_{D_l}^{D_{l+1}} (m - T_l)^2 f_{\mathrm{m}}(m) \mathrm{d}m.$$

Για να καταλήξουμε στο βέλτιστο κβαντιστή που μεγιστοποιεί το **$SNR_q$**, πρέπει να βρούμε τις παρακάτω 2L – 1 μεταβλητές $\{D_2, D_3, \ldots, D_L, T_1, T_2, \ldots, T_L\}$ για να ελαχιστοποιήσουμε το **$N_q$.**

# Βέλτιστος Κβαντιστής

$$N_{\mathrm{q}} = \sum_{l=1}^{L} \int_{D_l}^{D_{l+1}} (m - T_l)^2 f_{\mathrm{m}}(m) \mathrm{d}m.$$

$$\frac{\partial N_{\mathrm{q}}}{\partial D_j} = f_{\mathrm{m}}(D_j)\left[(D_j - T_{j-1})^2 - (D_j - T_j)^2\right] = 0, \ j = 2, 3, \ldots L.$$

$$D_l^{\mathrm{opt}} = \frac{T_{l-1} + T_l}{2}, \quad l = 2, 3, \ldots L.$$

⇒ Τα επίπεδα απόφασης είναι οι μέσες τιμές των τιμών στόχων.

$$\frac{\partial N_{\mathrm{q}}}{\partial T_j} = -2 \int_{D_j}^{D_{j+1}} (m - T_j) f_{\mathrm{m}}(m) \mathrm{d}m = 0, \ j = 1, 2, \ldots L.$$

$$T_l^{\mathrm{opt}} = \frac{\int_{D_l}^{D_{l+1}} m f_{\mathrm{m}}(m) \mathrm{d}m}{\int_{D_l}^{D_{l+1}} f_{\mathrm{m}}(m) \mathrm{d}m}, \quad l = 1, 2, \ldots, L.$$

Οι τιμές στόχοι μιας περιοχής κβάντισης πρέπει να επιλεχθούν ώστε να είναι το κέντρο βάρους της περιοχής.

# Lloyd-Max Conditions & Iterative Algorithm

$$D_l^{\mathrm{opt}} = \frac{T_{l-1} + T_l}{2}, \qquad l = 2, 3, \ldots L \qquad T_l^{\mathrm{opt}} = \frac{\int_{D_l}^{D_{l+1}} m f_{\mathrm{m}}(m) \mathrm{d}m}{\int_{D_l}^{D_{l+1}} f_{\mathrm{m}}(m) \mathrm{d}m}.$$

Ξεκινάει ο αλγόριθμος με την τυχαία επιλογή συνόλου των επιπέδων απόφασης (decision thresholds) π.χ. για παράδειγμα θεωρώντας έναν ομοιόμορφο κβαντιστή (χωρίζοντας σε ίσα μήκους τις περιοχές)

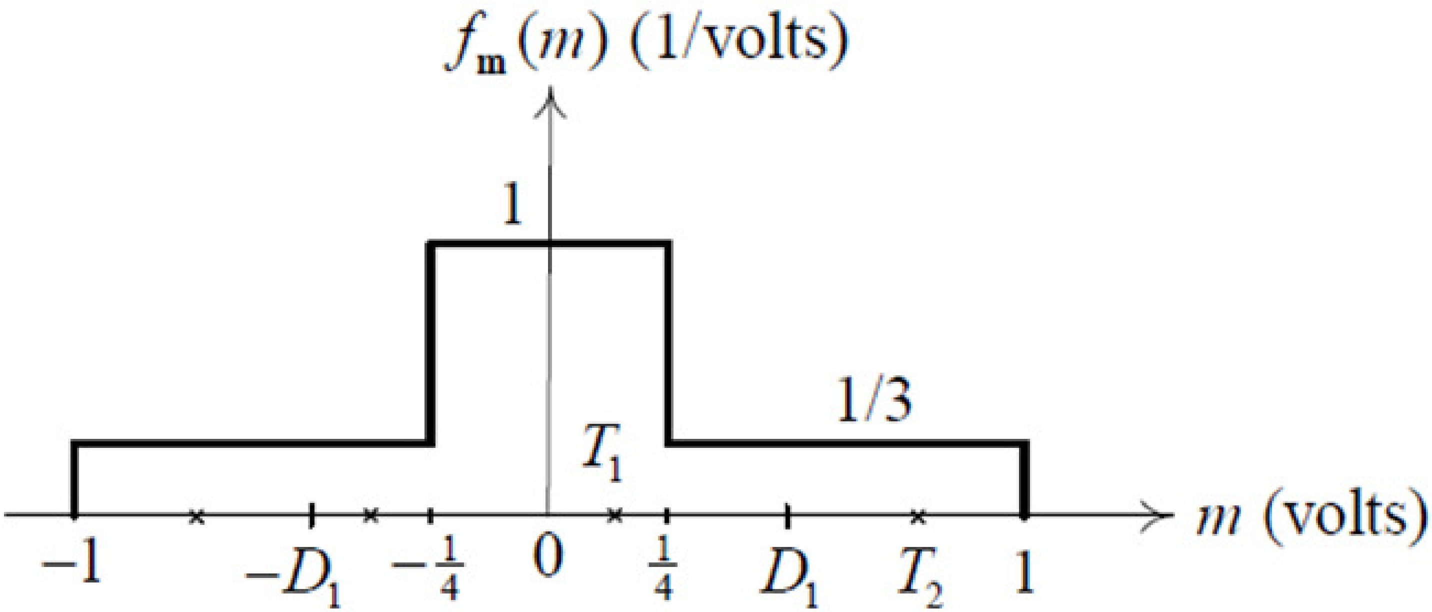
- ***Αρχικοποίησή του αλγορίθμου***
- ***Μετά βρίσκουμε τις τιμές στόχους από την εξίσωση γνωρίζοντας την pdf.***
- ***Ξαναβρίσκουμε τα επίπεδα απόφασης***
- ***Συνεχίζουμε μέχρι που οι τιμές των επίπεδων δεν αλλάζουν πολύ.***

**Μειονεκτήματα του Βέλτιστου Κβαντιστή**

**Ο βέλτιστος κβαντιστής πρέπει να ξέρει την pdf $f_m(m)$ και έχει σχεδιαστεί για ένα συγκεκριμένο $m_{max}$**

**Για αυτό το λόγο προτιμούμε μεθόδους κβάντισης που είναι εύρωστοι στα στατιστικά χαρακτηριστικά της πηγής δεδομένων και στις αλλαγές του πλάτους του σήματος εισόδου**

# Βέλτιστος Κβαντιστής - Παράδειγμα




$$T_1 = \frac{\int_0^{D_1} m f_{\mathbf{m}}(m)\mathrm{d}m}{\int_0^{D_1} f_{\mathbf{m}}(m)\mathrm{d}m} = \frac{\int_0^{1/4} m\mathrm{d}m + \frac{1}{3}\int_{1/4}^{D_1} m\mathrm{d}m}{\frac{1}{4} + \left(D_1 - \frac{1}{4}\right)\frac{1}{3}} = \frac{1+8D_1^2}{8+16D_1} \quad (1)$$

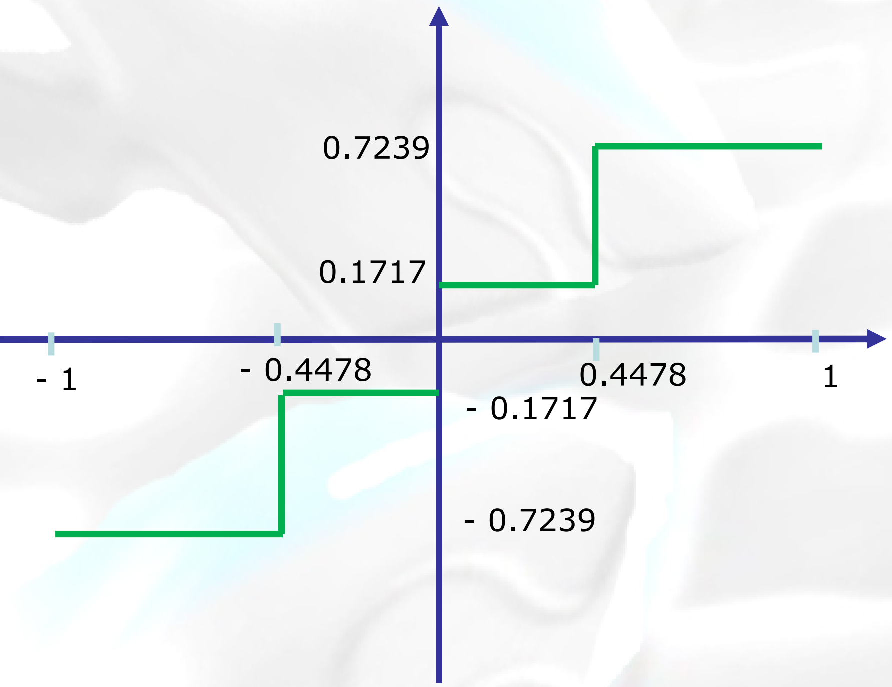
$$T_2 = \frac{\int_{D_1}^{1} m f_{\mathbf{m}}(m)\mathrm{d}m}{\int_{D_1}^{1} f_{\mathbf{m}}(m)\mathrm{d}m} = \frac{1-D_1^2}{2(1-D_1)} = \frac{1+D_1}{2}, \quad D_1 = \frac{T_1+T_2}{2} \quad (2)$$

$$\therefore 2D_1 = \frac{1+8D_1^2}{8+16D_1} + \frac{1+D_1}{2} \Rightarrow 4D_1^2 + D_1 - \frac{5}{4} = 0 \Rightarrow D_1 = 0.4478 \quad (3)$$

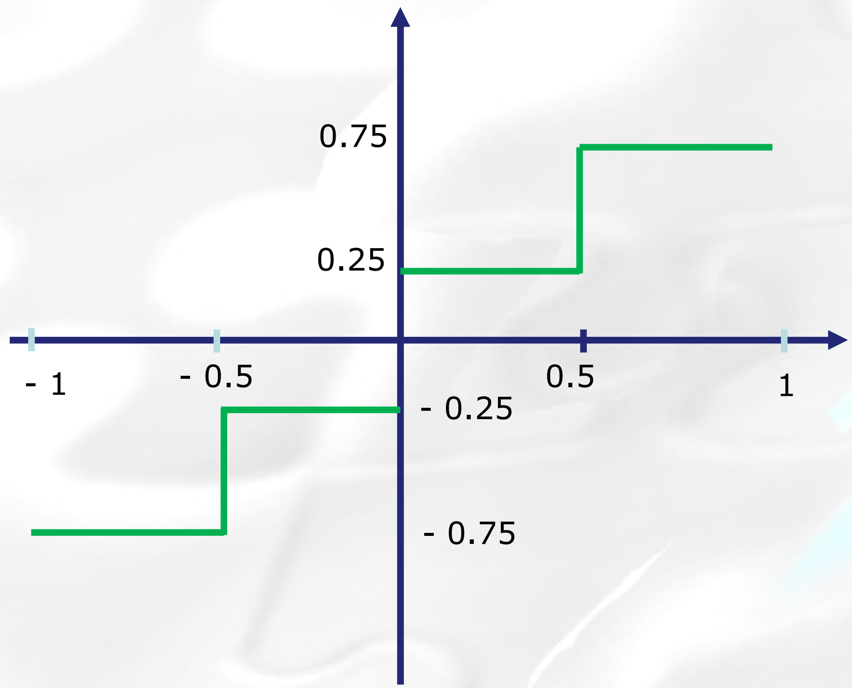
$$T_1 = 0.1717; \quad T_2 = 0.7239. \quad (4)$$

# Βέλτιστος Κβαντιστής/Ομοιόμορφος  Κβαντιστής

**ΒΕΛΤΙΣΤΟΣ ΚΒΑΝΤΙΣΤΗΣ**



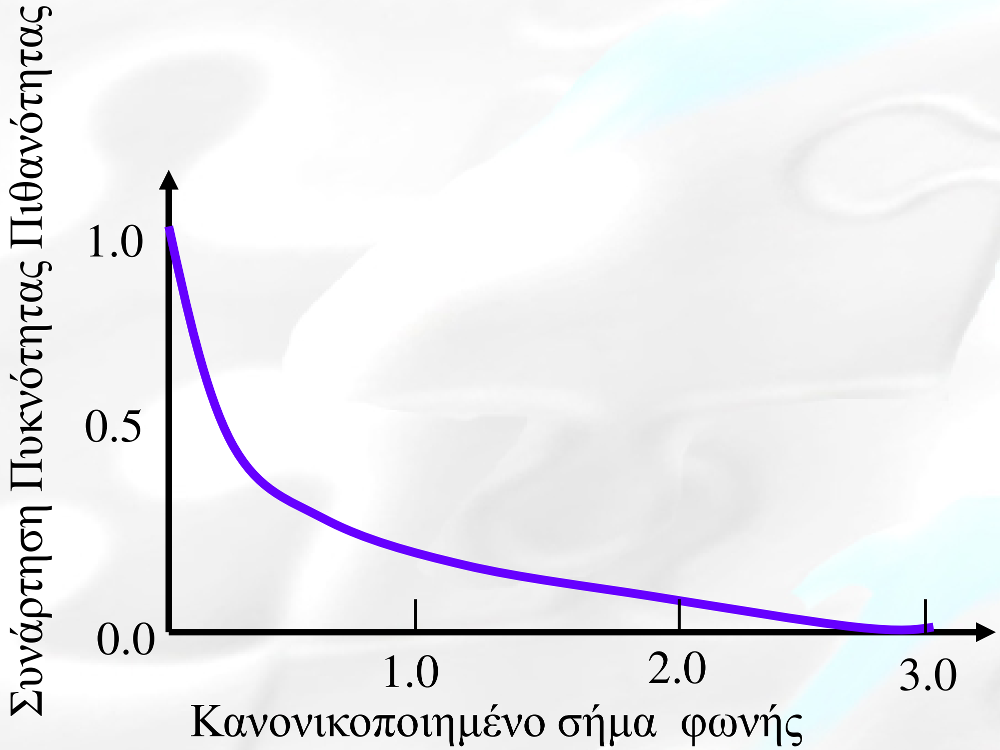

**ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΟΣ ΚΒΑΝΤΙΣΤΗΣ**



# Μη ομοιόμορφη Κβάντιση

Κίνητρο/ Motivation..

- Σήματα Φωνής έχουν το εξής χαρακτηριστικό: ασθενή σήματα (μικρού πλάτους τάσεις) συμβαίνουν πιο συχνά από τα ισχυρά σήματα.
- Το σύστημα ακοής του ανθρώπου επιδεικνύει λογαριθμική ευαισθησία χαρακτηριστική εισόδου εξόδου.
  - Πιο ευαίσθητο στα ασθενή σήματα (π.χ. το 0.1 ακούγεται διαφορετικά από το 0.2)
  - Λιγότερο ευαίσθητο σε σήματα ισχυρά με μεγάλα πλάτη (π.χ. 0.8 δεν ακούγεται πολύ διαφορετικά από το 0.9)



# Μη ομοιόμορφος Κβαντιστής/Εύρωστος

Η χρήση μη ομοιόμορφου κβαντιστή είναι ισοδύναμη με τη διέλευση ενός σήματος βασικής ζώνης μέσω ενός συμπιεστή (compressor) και στη συνέχεια με την εφαρμογή του συμπιεσμένου σήματος σε ένα ομοιόμορφο κβαντιστή.

Η αντίθετη διάταξη του συμπιεστή είναι ο αποσυμπιεστής (expander)

F: μη γραμμική συνάρτηση συμπίεσης

$F^{-1}$: μη γραμμική συνάρτηση αποσυμπίεσης

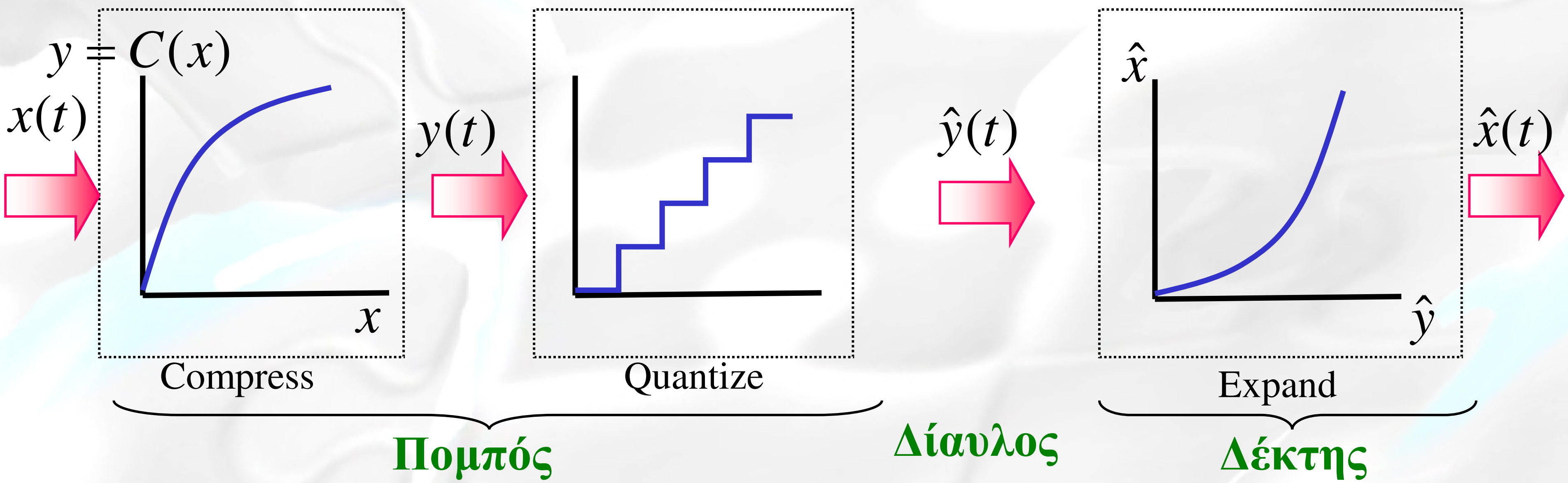
$$x \longrightarrow \boxed{F} \xrightarrow{\;y\;} \boxed{Q} \xrightarrow{\;\hat{y}\;} \boxed{F^{-1}} \longrightarrow \hat{x}$$

<u>Παράδειγμα :</u>

F: y=log(x) $\qquad$ $F^{-1}$: x=exp(y)

Η μεθοδολογία συμπίεσης και αποσυμπίεσης ενός σήματος βασικής ζώνης για την αντιμετώπιση καταστροφικών φαινομένων ονομάζεται **Compansion (Com –**pression Ex-**pansion**). **Compressing+Expanding = Companding**

# Πομπός/Δέκτης με Κβαντιστή



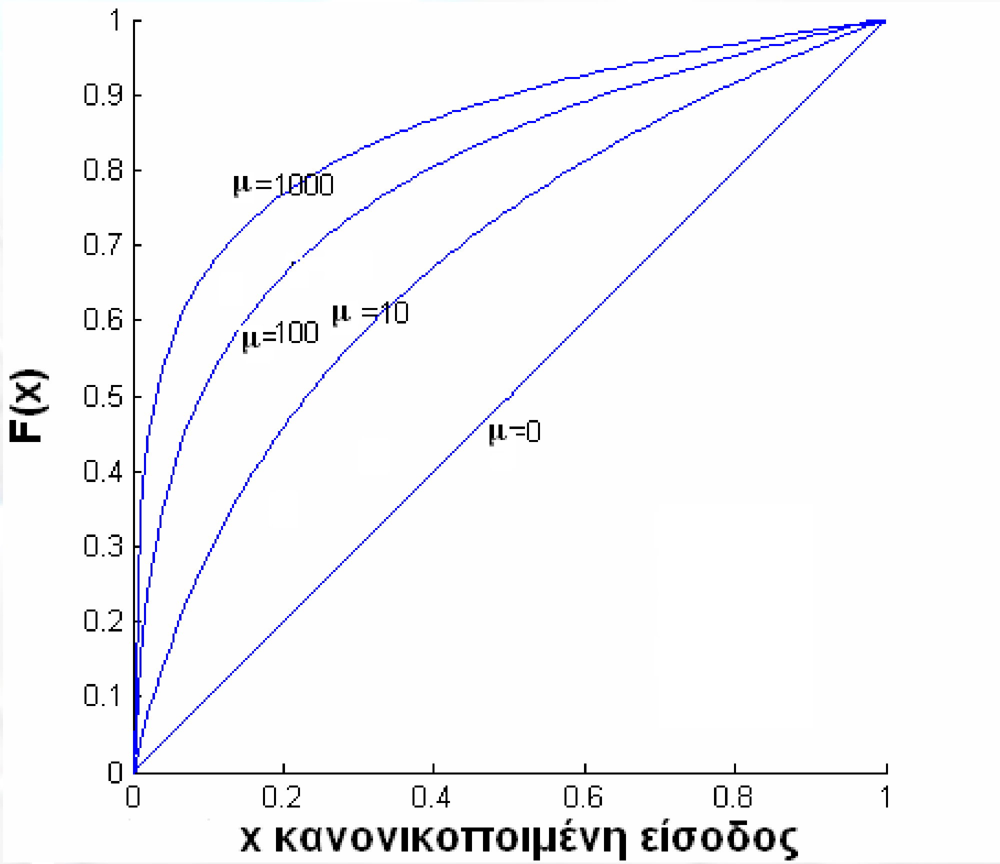
# Νόμος -μ / Νόμος -Α PCM

- Ο νόμος-μ αλγόριθμος (μ-law) είναι ένας αλγόριθμος συμπίεσης και αποσυμπίεσης που χρησιμοποιήθηκε για πρώτη φορά σε ψηφιακά τηλεπικοινωνιακά συστήματα στη Β. Αμερική και στην Ιαπωνία. Ο στόχος του είναι να περιορίσει τη δυναμική κλίμακα ενός σήματος μουσικής audio.

  Στο πεδίο των αναλογικών σημάτων μπορεί να αυξήσει το σηματοθορυβικό λόγο SNR κατά τη διάρκεια της μετάδοσης και στο πεδίο των ψηφιακών σημάτων μειώνει το σφάλμα κβάντισης δηλαδή αυξάνει το λόγο σήματος προς το θόρυβο κβάντισης.

- Ο νόμος-Α χρησιμοποιείται στον υπόλοιπο κόσμο. Προσφέρει λίγο μεγαλύτερη δυναμική κλίμακα από το νόμο-μ με το κόστος της χειρότερης παραμόρφωσης για μικρά σήματα.

# Νόμος - μ




μ=0

Ομοιόμορφη Κβάντιση

μ=255

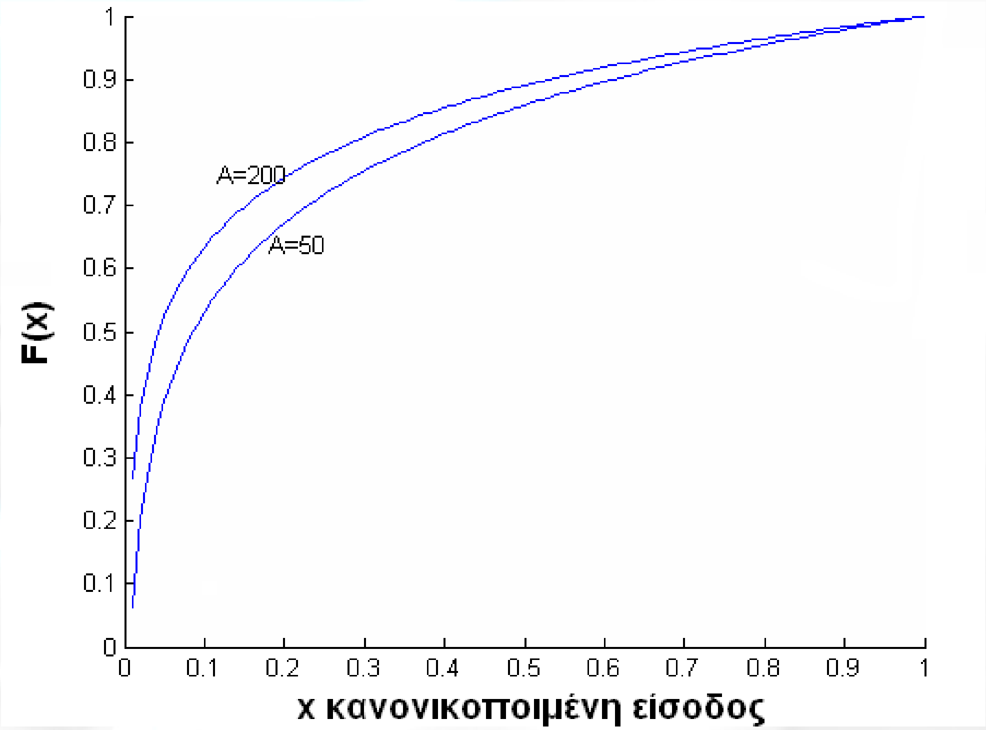
USA PCM

$$F(x) = \operatorname{sgn}(x)\frac{\ln(1+\mu|x|)}{\ln(1+\mu)} \qquad -1 \le x \le 1,$$

$$\left(\frac{dF(x)}{dx}\right) = \frac{\mu}{\log(1+\mu)\cdot(1+\mu|x|)}$$

$$F^{-1}(y) = \operatorname{sgn}(y)(1/\mu)[(1+\mu)^{|y|} - 1] \qquad -1 \le y \le 1$$

# Νόμος - Α




A=1

Ομοιόμορφη Κβάντιση

A=87.56

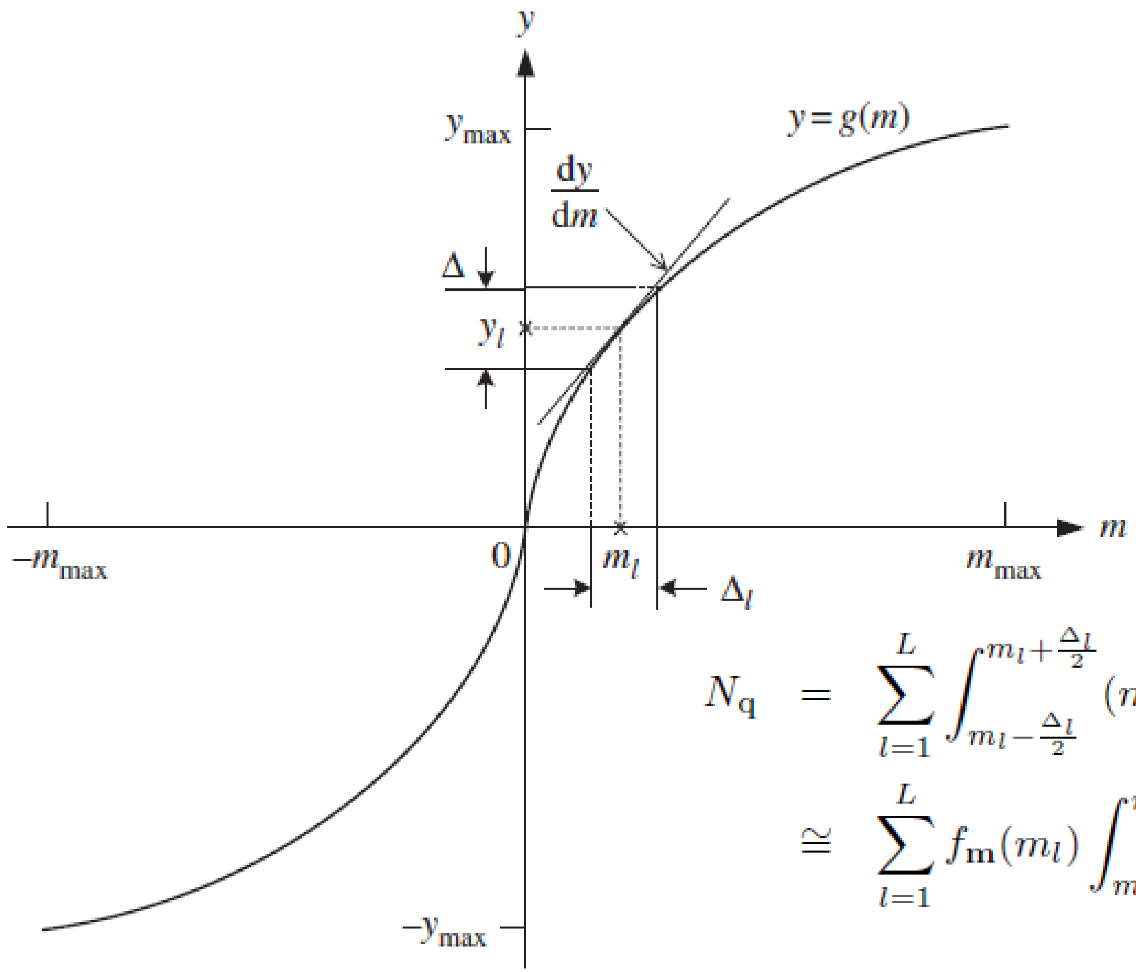
Ευρωπαϊκό PCM

$$F(x) = \mathrm{sgn}(x)\begin{cases} \frac{A|x|}{1+\ln(A)}, & 0 \le |x| < \frac{1}{A} \\ \frac{1+\ln(A|x|)}{1+\ln(A)}, & \frac{1}{A} \le |x| \le 1 \end{cases}$$

$$F^{-1}(y) = \mathrm{sgn}(y)\begin{cases} \frac{|y|(1+\ln(A))}{A}, & 0 \le |y| < \frac{1}{1+\ln(A)} \\ \frac{\exp(|y|(1+\ln(A))-1)}{A(1+\ln(A))}, & \frac{1}{1+\ln(A)} \le |y| < 1 \end{cases}$$

$$\left(\frac{dF(x)}{dx}\right) = \begin{cases} \frac{A}{1+\log A} \\ \frac{1}{(1+\log A)\cdot|x|} \end{cases}$$

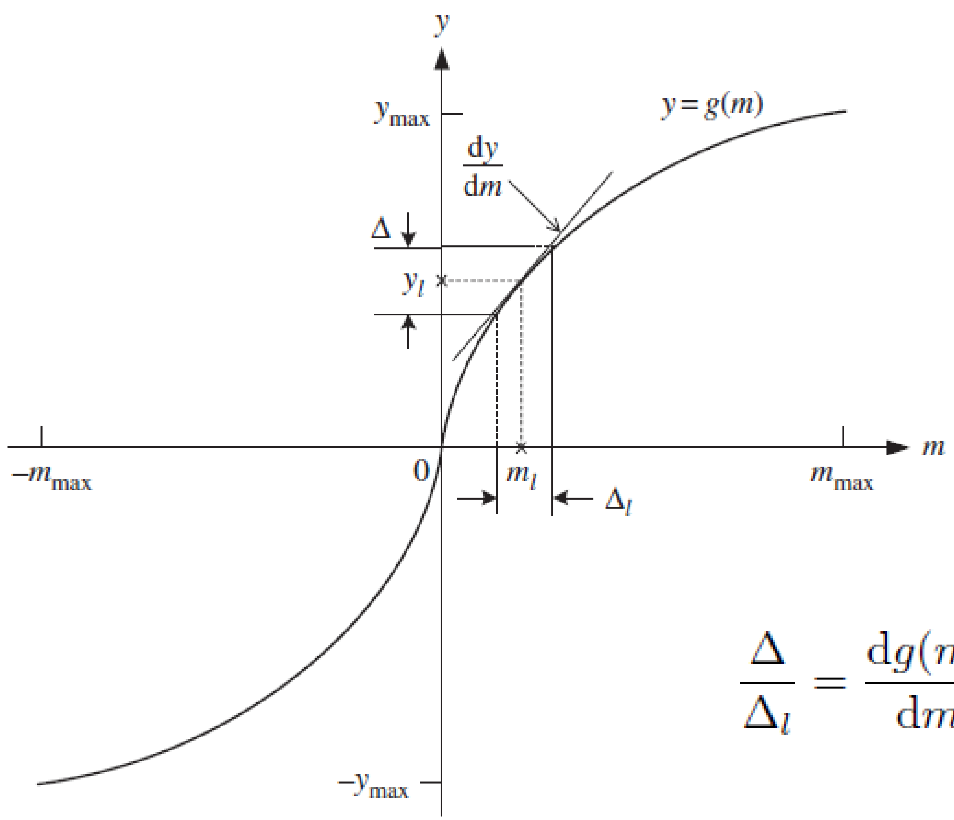
# SNRq - Μη Ομοιόμορφου Κβαντιστή




$$
\begin{aligned}
N_q &= \sum_{l=1}^{L} \int_{m_l - \frac{\Delta_l}{2}}^{m_l + \frac{\Delta_l}{2}} (m - m_l)^2 f_{\mathbf{m}}(m)\mathrm{d}m \\
&\cong \sum_{l=1}^{L} f_{\mathbf{m}}(m_l) \int_{m_l - \frac{\Delta_l}{2}}^{m_l + \frac{\Delta_l}{2}} (m - m_l)^2 \mathrm{d}m = \sum_{l=1}^{L} \frac{\Delta_l^3}{12} f_{\mathbf{m}}(m_l).
\end{aligned}
$$

Όταν $L \gg 1$ τότε $\Delta$ και $\Delta_l$ είναι μικρά $\Rightarrow$ και $f_m(m)$ σταθερή στο $f_m(m_l)$ πάνω στο $\Delta_l$ (λεία συνάρτηση pdf) και συνεπώς $m_l$ είναι το μέσο της lth περιοχής κβάνισης.

# SNRq - Μη Ομοιόμορφου Κβαντιστή




$$\Delta = \frac{2y_{max}}{L}$$

$$\frac{\Delta}{\Delta_l} = \left.\frac{\mathrm{d}g(m)}{\mathrm{d}m}\right|_{m=m_l} \Rightarrow N_q = \frac{\Delta^2}{12}\sum_{l=1}^{L}\frac{f_m(m_l)}{\left(\left.\frac{\mathrm{d}g(m)}{\mathrm{d}m}\right|_{m=m_l}\right)^2}\Delta_l.$$

Όταν L ≫ 1

$$N_q = \frac{\Delta^2}{12}\int_{-m_{max}}^{m_{max}}\frac{f_m(m)}{\left(\frac{\mathrm{d}g(m)}{\mathrm{d}m}\right)^2}\mathrm{d}m = \frac{y_{max}^2}{3L^2}\int_{-m_{max}}^{m_{max}}\frac{f_m(m)}{\left(\frac{\mathrm{d}g(m)}{\mathrm{d}m}\right)^2}\mathrm{d}m$$

# SNRq - Μη Ομοιόμορφου Κβαντιστή

$$\frac{\mathrm{d}g(m)}{\mathrm{d}m} = \frac{y_{\max}}{\ln(1+\mu)} \frac{\mu(1/m_{\max})}{1+\mu(|m|/m_{\max})}.$$

$$N_{\mathrm{q}} = \frac{y_{\max}^2}{3L^2} \frac{\ln^2(1+\mu)}{y_{\max}^2\left(\frac{\mu}{m_{\max}}\right)^2} \int_{-m_{\max}}^{m_{\max}} \left[1+\mu\left(\frac{|m|}{m_{\max}}\right)\right]^2 f_{\mathrm{m}}(m)\mathrm{d}m$$

$$= \frac{m_{\max}^2}{3L^2} \frac{\ln^2(1+\mu)}{\mu^2} \int_{-m_{\max}}^{m_{\max}} \left[1+2\mu\left(\frac{|m|}{m_{\max}}\right)+\mu^2\left(\frac{|m|}{m_{\max}}\right)^2\right] f_{\mathrm{m}}(m)\mathrm{d}m.$$

$\int_{-m_{\max}}^{m_{\max}} f_{\mathrm{m}}(m)\mathrm{d}m = 1$, $\int_{-m_{\max}}^{m_{\max}} m^2 f_{\mathrm{m}}(m)\mathrm{d}m = \sigma_{\mathrm{m}}^2$
$\int_{-m_{\max}}^{m_{\max}} |m| f_{\mathrm{m}}(m)\mathrm{d}m = E\{|\mathbf{m}|\}$, then

$$N_{\mathrm{q}} = \frac{m_{\max}^2}{3L^2} \frac{\ln^2(1+\mu)}{\mu^2} \left[1+2\mu\frac{E\{|\mathbf{m}|\}}{m_{\max}}+\mu^2\frac{\sigma_{\mathrm{m}}^2}{m_{\max}^2}\right].$$

# SNRq - Μη Ομοιόμορφου Κβαντιστή

$$\mathrm{SNR_q} = \frac{\sigma_{\mathbf{m}}^2}{N_{\mathrm{q}}} = \frac{3L^2\mu^2}{\ln^2(1+\mu)} \frac{(\sigma_{\mathbf{m}}^2/m_{\max}^2)}{1+2\mu(E\{|\mathbf{m}|\}/m_{\max}) + \mu^2(\sigma_{\mathbf{m}}^2/m_{\max}^2)}.$$

$$\sigma_n^2 = \frac{\sigma_{\mathbf{m}}^2}{m_{\max}^2}, \qquad \frac{E\{|\mathbf{m}|\}}{\sigma_{\mathbf{m}}}\frac{\sigma_{\mathbf{m}}}{m_{\max}} = \frac{E\{|\mathbf{m}|\}}{\sigma_{\mathbf{m}}}\sigma_n.$$

$$\mathrm{SNR_q}(\sigma_n^2) = \frac{3L^2\mu^2}{\ln^2(1+\mu)} \frac{\sigma_n^2}{1+2\mu\sigma_n\frac{E\{|\mathbf{m}|\}}{\sigma_{\mathbf{m}}} + \mu^2\sigma_n^2}.$$

Για $\mu \gg 1$ το $\mathrm{SNR_q}$ δεν εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά του μηνύματος:

$$\mathrm{SNR_q} = \frac{3L^2}{\ln^2(1+\mu)}.$$

$$\mu = 255 \qquad L = 256, \qquad \mathrm{SNR_q} = 38.1\mathrm{dB}.$$

# Κωδικοποίηση

- Μετά τις διαδικασίες δειγματοληψίας και κβάντισης ακολουθεί η διαδικασία κωδικοποίησης.
- Η αναπαράσταση καθενός από αυτά τα διακριτά σύνολα τιμών σα μια ιδιαίτερη διάταξη διακριτών γεγονότων ονομάζεται κώδικα.
- Ένα από τα διακριτά γεγονότα σε ένα κώδικα ονομάζεται στοιχείο του κώδικα ή σύμβολο.
- Σε ένα δυαδικό κώδικα (binary code), κάθε σύμβολο μπορεί να πάρει δύο τιμές 0, 1.
- Αν υποθέσουμε ότι σε ένα δυαδικό κώδικα κάθε κωδική λέξη αποτελείται από n bits δυαδικά ψηφία. Ένα δείγμα κβαντισμένο σε μία από τις 128 στάθμες μπορεί να παρασταθεί μια κωδική λέξη των 7bits.
- Υπάρχουν πολλοί τρόποι αντιστοίχησης ένα προς ένα μεταξύ των κβαντισμένων σταθμών και των κωδικών λέξεων.

- **Συνήθως εκφράζουμε τον αριθμό της κβαντισμένης στάθμης σαν ένα δυαδικό αριθμό**
- Συνεπώς το Pulse code modulation (PCM): είναι η κωδικοποίηση των κβαντισμένων σημάτων σε μια ψηφιακή λέξη.
- Ένα κβαντισμένο σήμα κωδικοποιείται ψηφιακά σε μια κωδική λέξη των $l$ bits που σχετίζονται με τα $L$ επίπεδα κβάντισης:

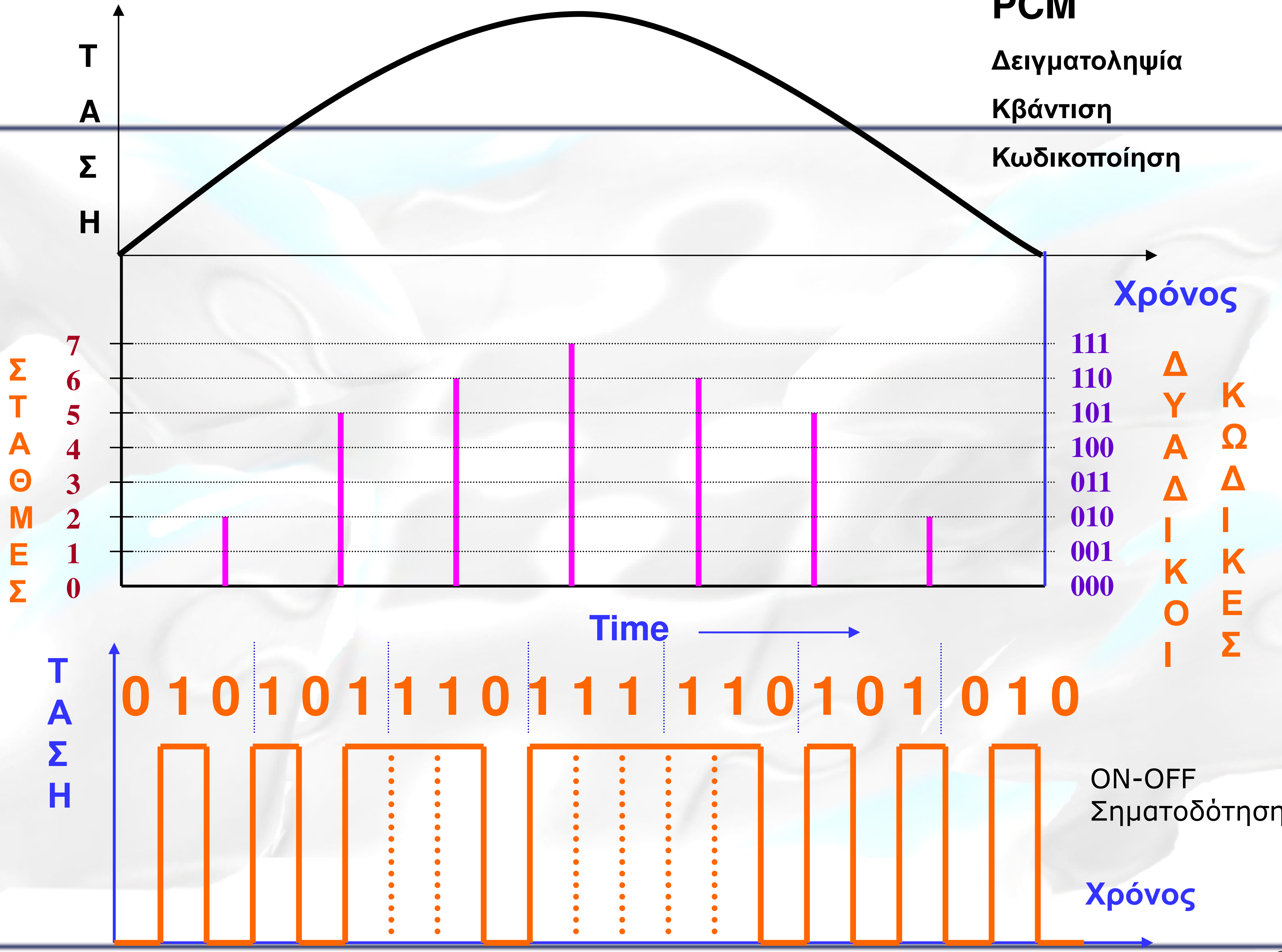
$$l = \log_2 L$$

# PCM

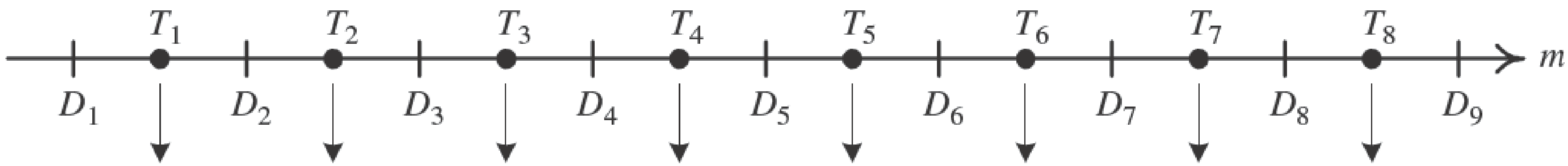
Δειγματοληψία

Κβάντιση

Κωδικοποίηση



# Κωδικοποίηση PCM




| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ordinal: | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| NBC: | 000 | 001 | 010 | 011 | 100 | 101 | 110 | 111 |
| Gray: | 000 | 001 | 011 | 010 | 110 | 111 | 101 | 100 |
| FBC: | 011 | 010 | 001 | 000 | 100 | 101 | 110 | 111 |

**NBC (Natural Binary Coding)**
**FBC (Foldover Binary Coding)**

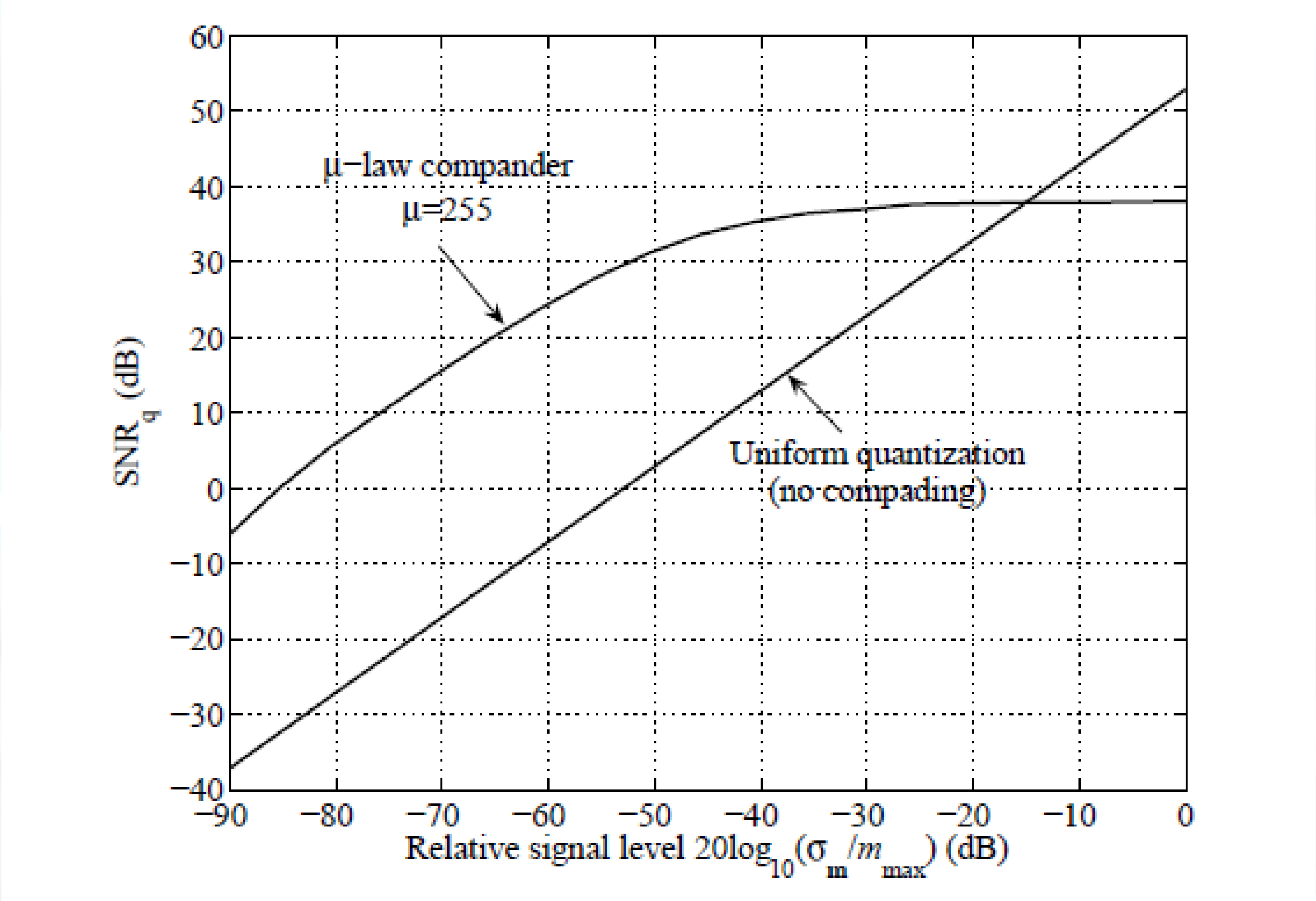
# Εύρος Ζώνης Μετάδοσης για Συστήματα (PCM)

**Το απαιτούμενο εύρος ζώνης για τη μετάδοση ενός ψηφιακού σήματος που έχει προέρθει από ένα αναλογικό με δειγματοληψία το οποίου το εύρος καθορίζεται από μια μέγιστη συχνότητα.**

**Ρυθμός Μετάδοσης = Εύρος Ζώνης=**
**ρυθμός δειγματοληψίας * αριθμός των bits / δείγμα**

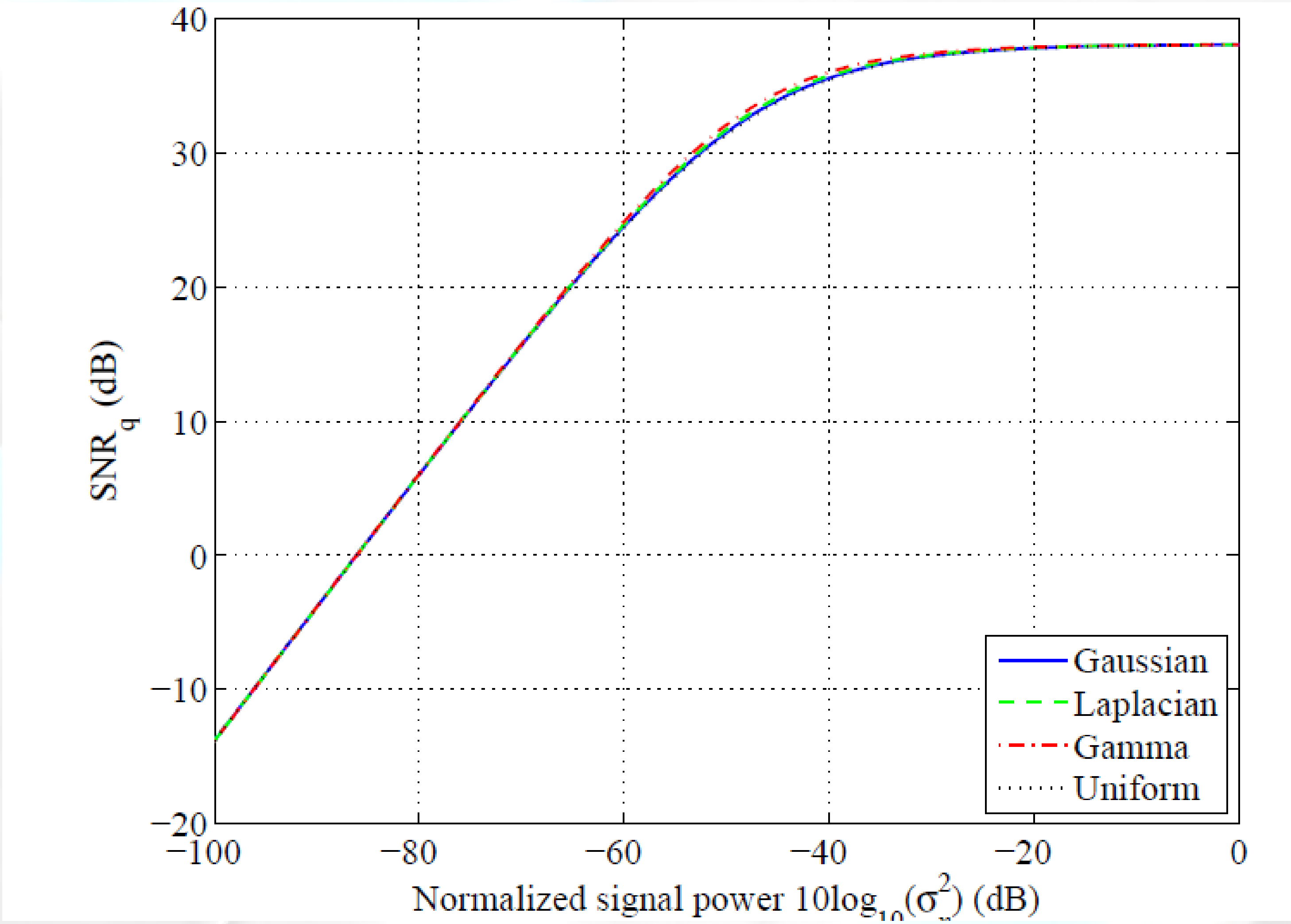
**Το ακουστικό σήμα έχει περίπου μέγιστη συχνότητα αποκοπής 3.4kHz.**
**Ο ρυθμός Nyquist είναι 6.8kHz.**
**a) Αν έχουμε ρυθμό δειγματοληψίας 8000 δείγματα/sec, $f_s$ =8kHz**
**b) Αν κβαντιστεί το σήμα σε μία από τις 128 στάθμες δηλαδή χρησιμοποιούμε 7bits/ανά δείγμα.**
**Απαιτούμενος Ρυθμός= Εύρος ζώνης >= 56kHz**

# 8- bit Κβαντιστής




Θυσιάζουμε επίδοση για τις μεγάλες τιμές των σημάτων εισόδου για να έχουμε επίδοση για μεγαλύτερο εύρος τιμών του σήματος εισόδου.

# 8- bit Κβαντιστής/Πρακτικός




Αναίσθητο (Insensitive) στις αλλαγές των σημάτων εισόδου (τιμές εισόδου και συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας αυτών). ΕΠΙΘΥΜΗΤΟ Αποτέλεσμα για μετάδοση φωνής…!!

# PCM Κυματομορφές

Κριτήρια για τη σύγκριση και επιλογή των PCM κυματομορφών:

- Φασματικό Περιεχόμενο των Κυματομορφών)
  Φασματικές Χαρακτηριστικές
  (πυκνότητα ισχύος και αποδοτικότητας εύρους ζώνης)
- Ικανότητα Συγχρονισμού των Bits
- Δυνατότητα Ανίχνευση Λάθους
- Ατρωσία στις παρεμβολές και στο θόρυβο.
- Υλοποίηση, Κόστος και Πολυπλοκότητα

# Μέτρηση της παραμόρφωσης ομιλίας

- Εκτός από το MSE έχουμε και εναλλακτικές μεθόδους μέτρησης της παραμόρφωσης της ομιλίας:
  - Οι κατά περιοχές SNR (segmental SNR)
  - Φασματική απόσταση - **Itakura–Saito divergence**
  - Log Spectral Distance
  - Perceptually weighted MSE

- Κανένα από τα πιο πάνω κριτήρια δεν αρκεί μόνο του για να περιγράψει με ακρίβεια την ακουστική ποιότητα μιας ομιλίας.
- Καταφεύγουμε σε Υποκειμενική Αξιολόγηση της ποιότητας της φωνής με το Mean Opinion Score Testing (MOS):
  - Ακροατές βαθμολογούν την ποιότητα μιας ομιλίας με βαθμούς που κυμαίνονται μεταξύ 1 (ακατανόητη) και 5 (τελειά ομιλία).
  - Η τηλεφωνικής ποιότητας φωνή συνήθως βαθμολογείται με 4.3

Quality of Experience ---- QoE

σε αντιδιαστολή με το Quality of Service ---- QoS

# Διαφορική Παλμοκωδική Διαμόρφωση
# Differential PCM (DPCM)

- **Όταν λαμβάνονται δείγματα από σήμα φωνής ή video με ρυθμό υψηλότερο από το ρυθμό Nyquist το σήμα που θα προκύψει εμφανίζει υψηλή συσχέτιση μεταξύ των δειγμάτων.**

- **Κατά μέσο όρο, το σήμα δε μεταβάλλεται απότομα από το ένα δείγμα στο επόμενο.**

- **Η διαφορά μεταξύ γειτονικών δειγμάτων έχει μεταβλητότητα μικρότερη από αυτή του σήματος.**

- **Όταν αυτά τα δείγματα κωδικοποιούνται με PCM το κωδικοποιημένο σήμα που θα προκύψει περιέχει πλεονάζουσα πληροφορία. (Redundant Information)**

# Διαφορική Παλμοκωδική Διαμόρφωση
# Differential PCM (DPCM)

➤ **Την πλεονάζουσα πληροφορία (Redundancy)**

**μπορεί την εκμεταλλευτούμε για**

- **Να αποκτήσουμε καλύτερο $SNR_q$ για ένα δεδομένο L**
- **Για να δεδομένο $SNR_q$ ο αριθμός των επιπέδων L μειώνεται.**

- **Χρήση της τιμής του προηγούμενου δείγματος για να προβλέψουμε την τιμή του νέου και μετά να μεταδώσουμε τη Διαφορά (difference).**

- **Κβάντισε και μετέδωσε το λάθος της πρόβλεψης**

# Διαφορική Παλμοκωδική Διαμόρφωση
# Differential PCM (DPCM)

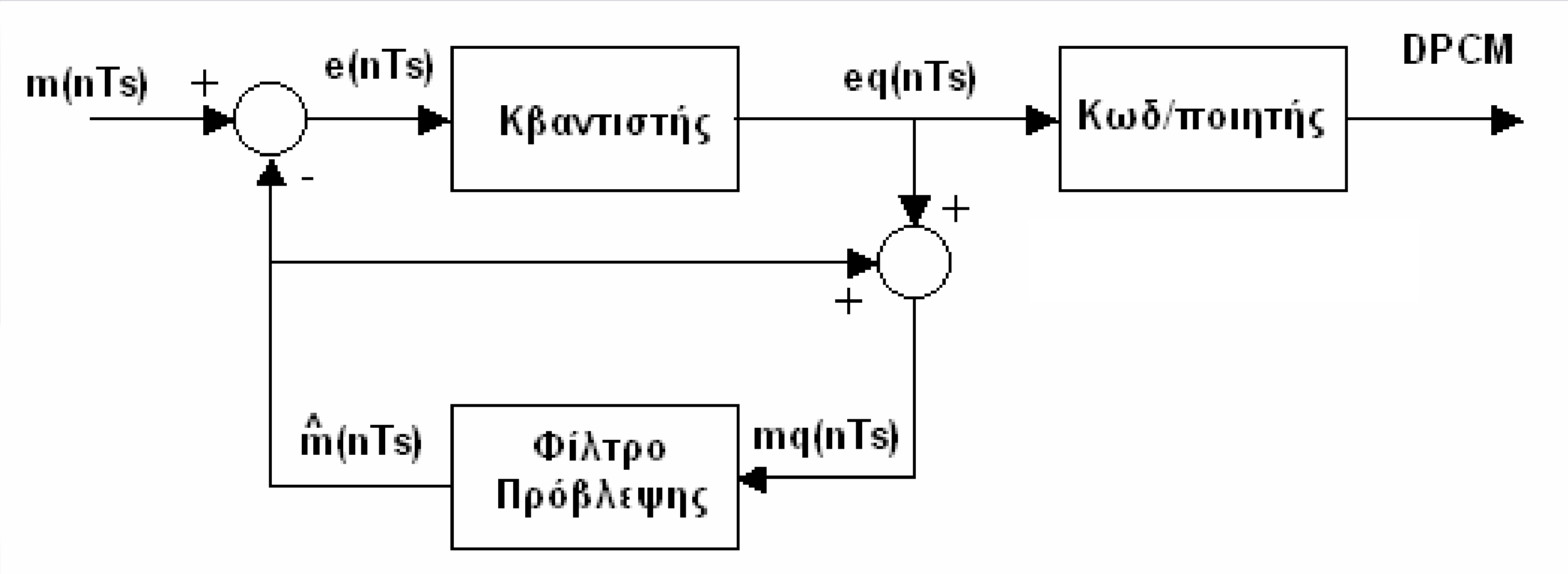
**Πρόβλεψη-Εκτίμηση Σήματος**

- Εάν γνωρίζουμε ένα επαρκές τμήμα του πλεονάζοντος σήματος μπορούμε να συμπεράνουμε για το υπόλοιπο ή να κάνουμε μια πιθανή εκτίμηση.
- Έστω ένα σήμα βασικής ζώνης **m(t)** και έστω ότι λαμβάνονται δείγματα με ρυθμό $1/T_s$.
- Στη διαφορική παλμοκωδική διαμόρφωση η είσοδος του κβαντιστή είναι ένα σήμα:

$$e(nT_s) = m(nT_s) - \hat{m}(nT_s)$$

Διαφορά του σήματος εισόδου και της πρόβλεψης του.

# Διαφορική Παλμοκωδική Διαμόρφωση Differential PCM (DPCM)




Πομπός DPCM

Η τιμή $\widehat{m}(nT_s)$ παράγεται από το φίλτρο πρόβλεψης.

Η είσοδος του φίλτρου πρόβλεψης είναι μια κβαντισμένη μορφή του σήματος $m(nT_s) \rightarrow m_q(nT_s)$

# Διαφορική Παλμοκωδική Διαμόρφωση
# Differential PCM (DPCM)

Η εξοδος της πρόβλεψης από τον κβαντιστή:

$$e_q(nT_s) = e(nT_s) + q_e(nT_s)$$

Είσοδο στο φίλτρο πρόβλεψης:

$$m_q(nT_s) = \widehat{m}(nT_s) + e_q(nT_s) \Rightarrow$$

$$m_q(nT_s) = \underbrace{\widehat{m}(nT_s) + e(nT_s)}_{m(nT_s)} + q_e(nT_s)$$

$Άρα:$

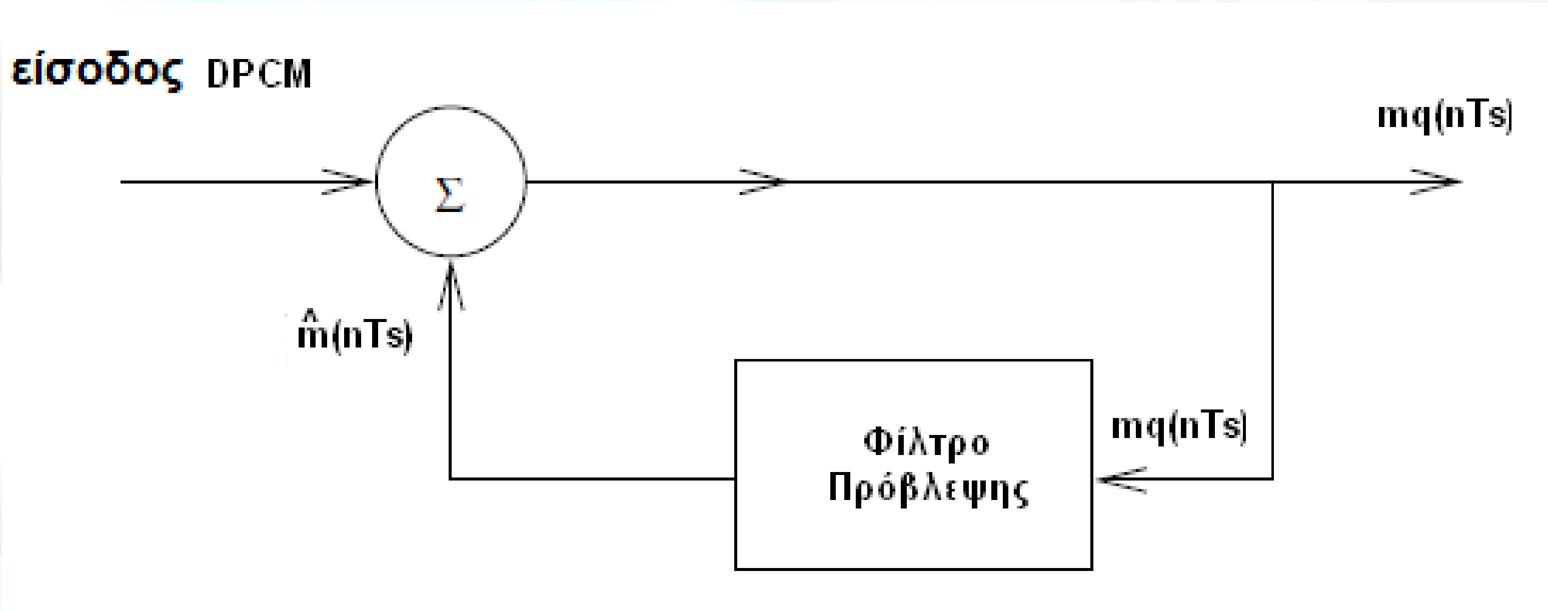
$$m_q(nT_s) = m(nT_s) + q_e(nT_s)$$

Κβαντισμένη μορφή του σήματος $m(nT_s)$

Αν η πρόβλεψη του σήματος είναι καλή η μεταβλητότητα του σφάλματος θα είναι μικρότερη από τη μεταβλητότητα του $m(nT_s)$.

Ο κβαντιστής μπορεί να προσαρμοστεί και να παράγει σφάλμα κβαντισμού μικρότερο από το κλασικό PCM.

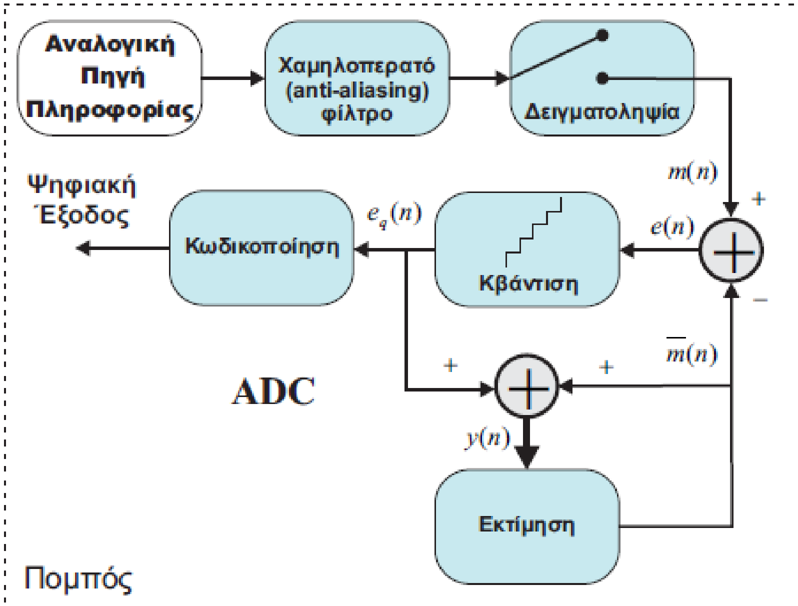
# Διαφορική Παλμοκωδική Διαμόρφωση Differential PCM (DPCM)




Σε ένα περιβάλλον ελεύθερο θορύβου τα φίλτρα πρόβλεψης στο πομπό και στο δέκτη είναι ίδια.

**Προσαρμοστικό** (**Adaptive**) **DPCM** (**ADPCM**) είναι ένα μεταβαλλόμενο DPCM που μεταβάλλει το μέγεθος του βήματος κβάντισης ώστε να επιτραπεί μεγαλύτερη μείωση του απαιτούμενου εύρους ζώνης για ένα δεδομένο SNR.

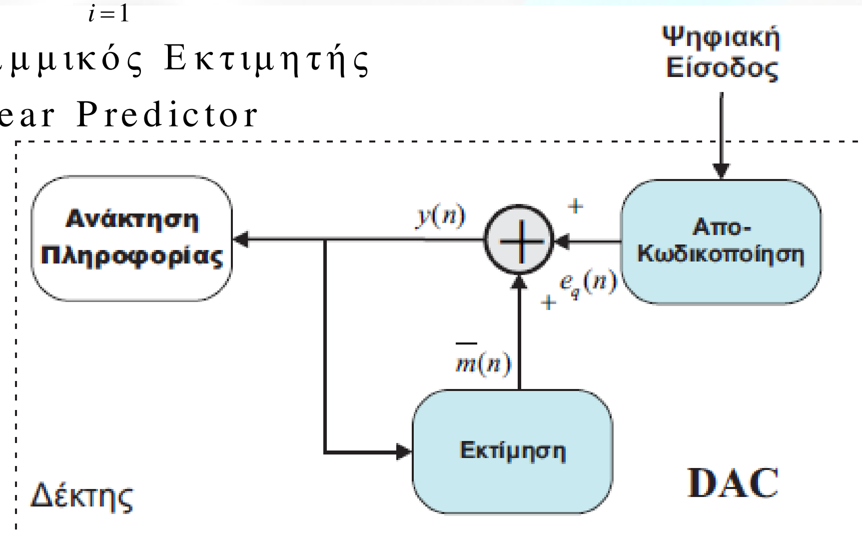
# DPCM – Σχηματικά




$$m(n) = \sum_{i=1}^{N} a_i \cdot m(n-1)$$

Γραμμικός Εκτιμητής

Linear Predictor




**Πλεονεκτήματα :**

- μικρότερος αριθμός bits/ εξοικονόμηση εύρους ζώνης
- δεν απαιτείται φίλτρο μετατροπής ψηφιακού σε αναλογικό
- η ανάκτηση του αναλογικού σήματος είναι πιο αξιόπιστη σε σχέση με το PCM

**Μειονεκτήματα:** μεγαλύτερη ευαισθησία στο θόρυβο από το κλασικό PCM, και επειδή η ανάκτηση του σήματος εξαρτάται από τα προηγούμενα - Error Propagation

DPCM- ---- JPEG – (joint photographic experts group)

ADPCM --------πρότυπα συμπίεσης ήχου

# Διαμόρφωση Δέλτα (Delta Modulation)

- Η εκμετάλλευση των συσχετίσεων των σημάτων στην DPCM υποδεικνύει την επιπλέον δυνατότητα του oversampling ώστε να έχουμε σκόπιμη αύξηση της συσχέτισης μεταξύ γειτονικών δειγμάτων και με αυτό τον τρόπο να είναι δυνατή μια απλή στρατηγική κβάντισης.

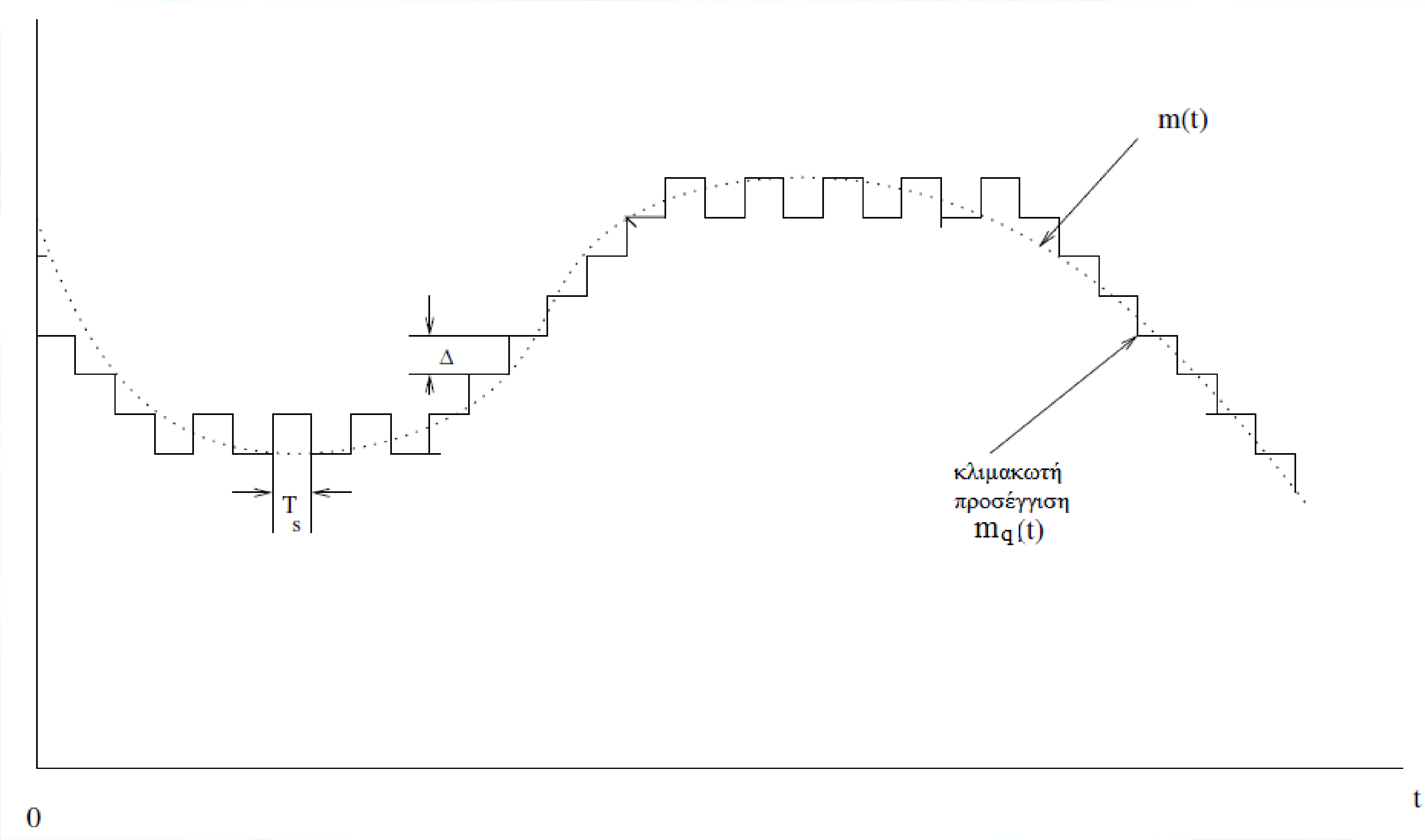
- Η διαμόρφωση δέλτα DM είναι η εκδοχή ενός ψηφίου (ή δύο επιπέδων) της DPCM. Η DM είναι μια κλιμακωτή προσέγγιση της υπερδειγματοληφθείσας μορφής ενός σήματος βασικής ζώνης. Στην πραγματικότητα προσεγγίζεται η παράγωγος της εισόδου.

- Η διαφορά μεταξύ της εισόδου και της προσέγγισης κβαντοποιείται μόνο σε δύο στάθμες +/- Δ που είναι οι θετικές και οι αρνητικές διαφορές αντίστοιχα.

- Αν υποθέσουμε τα δείγματα δε μεταβάλλονται πολύ απότομα, η κλιμακωτή προσέγγιση παραμένει σε περιοχή +/- Δ.

- Η ακρίβεια της μεθόδου εξαρτάται από: το βήμα κβάντισης και το ρυθμό δειγματοληψίας

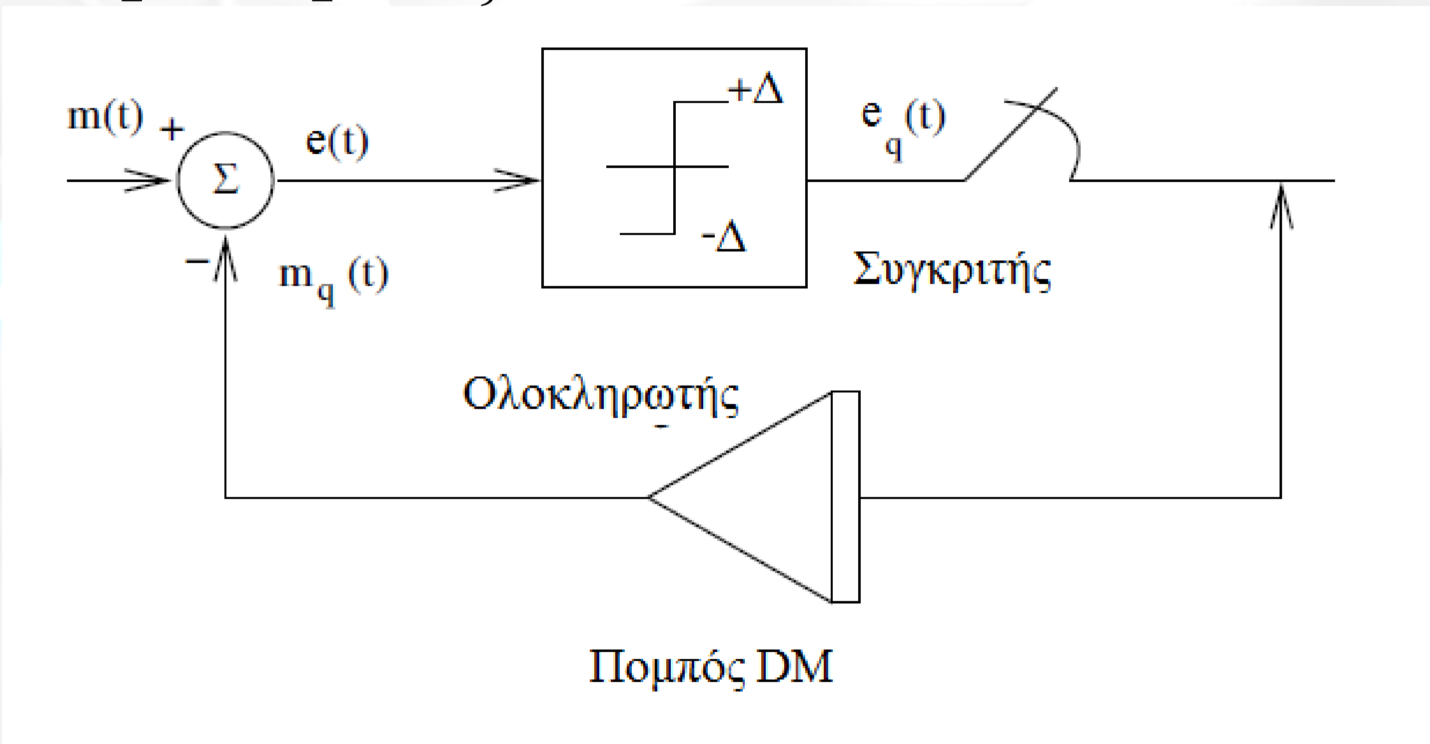
# Διαμόρφωση Δέλτα (Delta Modulation)



# Διαμόρφωση Δέλτα (Delta Modulation)

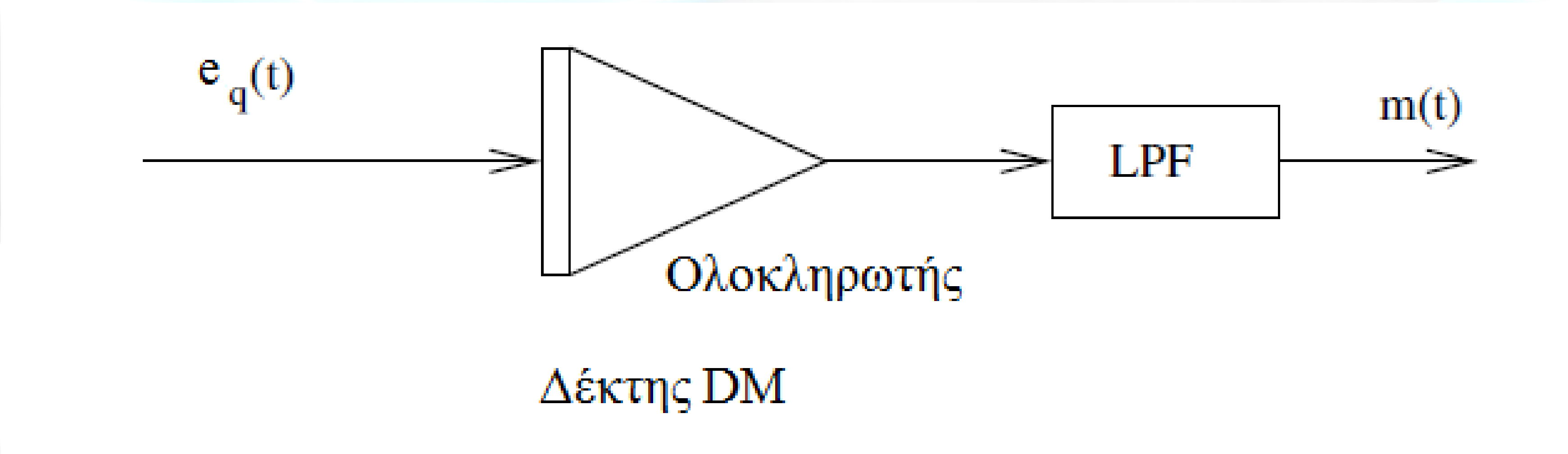
Διαμόρφωση Δέλτα

$$\left.\begin{aligned} e(nT_s) &= m(nT_s) - m_q(nT_s - T_s) \\ e_q(nT_s) &= \Delta \cdot \operatorname{sgn}\left[e(nT_s)\right] \end{aligned}\right\} \; m_q(nT_s) = m_q(nT_s - T_s) + e_q(nT_s)$$




Η έξοδος του ολοκληρωτή ακολουθεί τη μεταβολή του σήματος. Αν είναι θετική η διαφορά τότε θα έχουμε ένα θετικό βήμα πλάτους Δ, ενώ αν είναι αρνητική θα έχουμε ένα αρνητικό βήμα πλάτους Δ.

# Διαμόρφωση Δέλτα (Delta Modulation)




•Στη διαμόρφωση Δέλτα εκπέμπεται μια παλμοσειρά όχι του πλάτους του σήματος αλλά της διαφοράς του σήματος και της προσέγγισης.

# Διαμόρφωση Δέλτα (Delta Modulation)

Παραμόρφωση / Θόρυβος Κβαντισμού

- Παραμόρφωση λόγω υπερφόρτωση κλίσης.
- Κοκκώδης θόρυβος.

$$m_q(nT_s) = m(nT_s) + q_e(nT_s)$$

$$e(nT_s) = m(nT_s) - m_q(nT_s - T_s) \Rightarrow$$

$$e(nT_s) = \underbrace{m(nT_s) - m(nT_s - T_s)}_{\substack{\text{αντίστροφη διαφορά/} \\ \text{ψηφιακή προσέγγιση της παραγώγισης}}} - q_e(nT_s - T_s)$$

Για να μπορέσει να ακολουθήσει η κλιμακωτή συνάρτηση τη μεταβολή του σήματος τότε πρέπει:

$$\frac{\Delta}{T_s} \geq \max\left(\left|\frac{dm(t)}{dt}\right|\right)$$

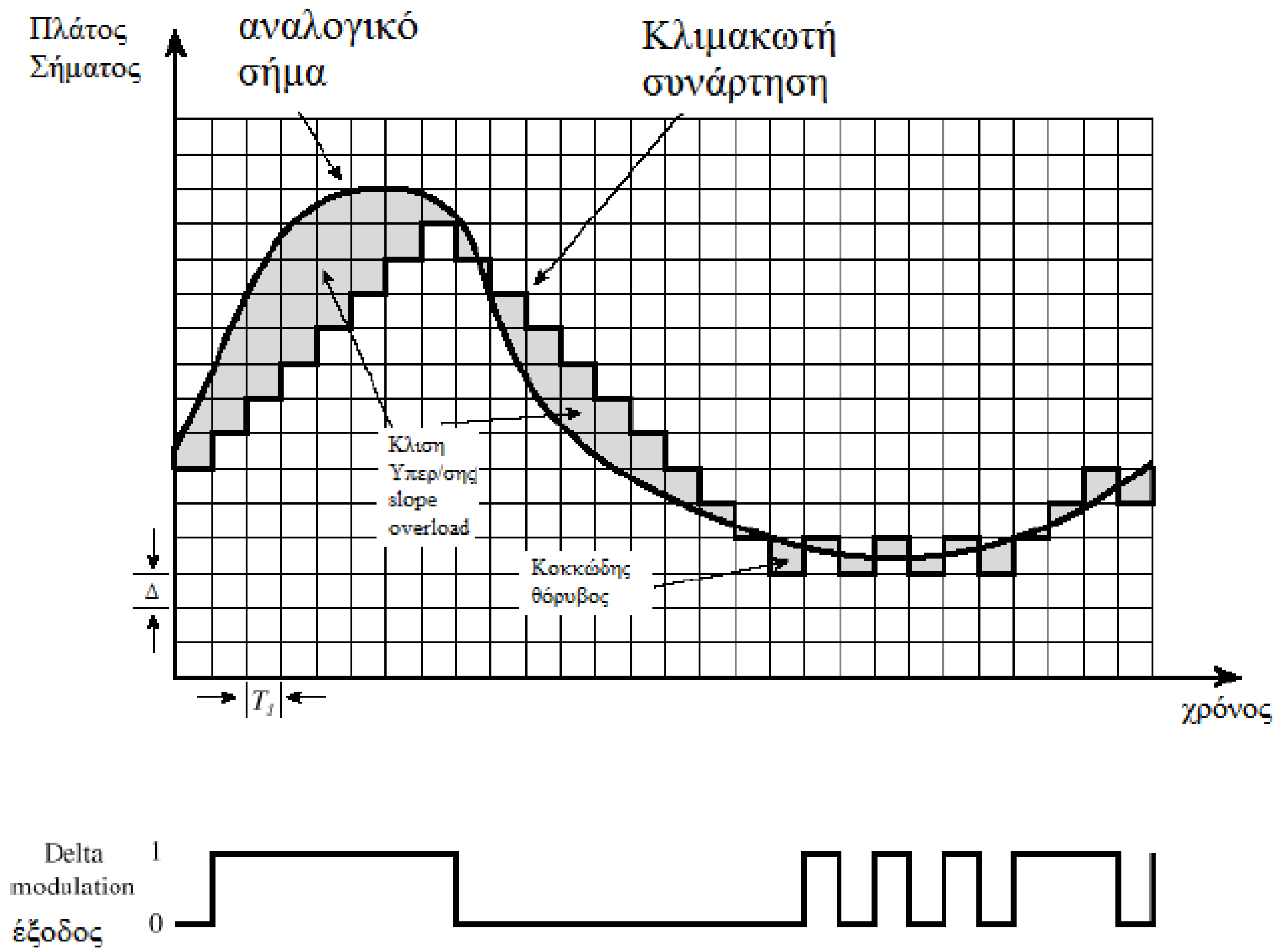
Κλίση Υπερφόρτωσης

Slope Overload

δηλαδή πρέπει να αυξάνει η ακολουθία των δειγμάτων $m_q(nT_s)$ ώστε να ακολουθεί το δείγμα $m(nT_s)$

- Η μέγιστη κλίση της κλιμακωτής συνάρτησης είναι Δ.
- Ένας Διαμορφωτής Δ με σταθερό βήμα λέγεται Γραμμικός Διαμορφωτής Δέλτα.

# Διαμόρφωση Δέλτα (Delta Modulation)



# Διαμόρφωση Δέλτα (Delta Modulation)

Αν $m(t) = A\cos(2\pi f_m t)$

$$\max\left(\frac{dm(t)}{dt}\right) = A \cdot 2\pi f_m$$

Σφάλμα υπερφόρτωσης: $A \cdot 2\pi f_m \geq \Delta \cdot f_s \Rightarrow A_m \geq \dfrac{\Delta \cdot f_s}{2\pi f_m}$

- **Κοκκώδης Θόρυβος (granular noise)**

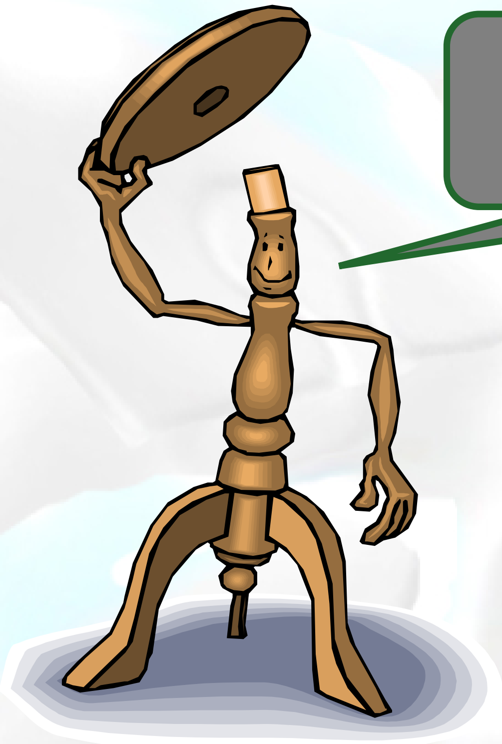
- Το βήμα Δ είναι πολύ μεγάλο σε σχέση με την κλίση.
  Έτσι η κλιμακωτή συνάρτηση στην ουσία παρακολουθεί ένα επίπεδο τμήμα της κυματομορφής εισόδου.

**Προσαρμοστική Διαμόρφωση Δέλτα**

**Μικρές μεταβολές του σήματος → Μικρό Δ**

**Μεγάλες μεταβολές του σήματος → Μεγάλο Δ**

# Q&A



Ευχαριστώ για την προσοχή σας !!!

**E-mail: thpanag@ece.ntua.gr**
**Παλ. Κτίρια Ηλ/γων Γρ. 3.2.9**
**Τηλ.: 2107723842**