

Κανονικοποίηση  $\psi(x)$ :  $\int_R \psi^*(x) \psi(x) dx = 1$

Αναμενόμενες τιμές:

$$\langle x \rangle = \int_R \psi^*(x) x \psi(x) dx$$

$$\langle x^2 \rangle = \int_R \psi^*(x) x^2 \psi(x) dx$$

$$(\Delta x) = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$$

$$\langle p \rangle = -i\hbar \int_R \psi^*(x) \frac{\partial \psi(x)}{\partial x} dx$$

$$\langle p^2 \rangle = \hbar^2 \int_R \frac{\partial \psi^*(x)}{\partial x} \frac{\partial \psi(x)}{\partial x} dx$$

$$(\Delta p) = \sqrt{\langle p^2 \rangle - \langle p \rangle^2}$$

$$-i\hbar \int_R \psi^* \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} dx$$

Schrödinger:  $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V(x) \cdot \psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}$

↳ Χρον ανεξάρτητη:  $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V(x) \cdot \psi = E \cdot \psi$

↳ Ελεύθερο σωματίδιο:  $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (V(x)=0)$

Heisenberg:  $(\Delta x)(\Delta p) \geq \frac{\hbar}{2}$

Η  $\psi(x)$  μπορεί να γραφεί:

Από κανονικοποίηση, πρέπει:

Η  $\psi(x,t)$  γράφεται:

$$\psi(x) = \sum c_n \psi_n$$

$$\sum |c_n|^2 = 1$$

$$\psi_n = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

$$E_n = n^2 \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2}$$

$$\psi(x,t) = \sum c_n e^{-iE_n t/\hbar} \psi_n$$

Π.θ. να βρίσκεται στο  $(a,b)$ :  $\text{Prob}[a < x < b] = \int_a^b \psi^*(x) \psi(x) dx$

Π.θ. να έχει ενέργεια  $E_n$ :  $\text{Prob} = |c_n|^2 = \left( \int_R \psi_n^*(x) \psi(x) dx \right)^2$



$$\psi_1(x) = \underbrace{A e^{ik_1 x}}_{\psi_{\text{inc}}(x)} + \underbrace{B e^{-ik_1 x}}_{\psi_{\text{ref}}(x)}$$

$$k_1 = \frac{\sqrt{2m|E - V_0|}}{\hbar}$$

$$\psi_2(x) = \underbrace{C e^{k_2 x}}_{\psi_{\text{exp}}(x)}$$

↓  $i\beta \omega$  αν  $E > V$

Προσπίπτον ρεύμα (I):  $J_{\pi\rho} = -\frac{i\hbar}{2m} \left( \psi_{\pi\rho(1)}^* \frac{\partial \psi_{\pi\rho(1)}}{\partial x} - \psi_{\pi\rho(1)} \frac{\partial \psi_{\pi\rho(1)}^*}{\partial x} \right)$

Διερχόμενο ρεύμα (II):  $J_{\delta} = -\frac{i\hbar}{2m} \left( \psi_{\delta(2)}^* \frac{\partial \psi_{\delta(2)}}{\partial x} - \psi_{\delta(2)} \frac{\partial \psi_{\delta(2)}^*}{\partial x} \right)$

Π.Θ. ανάκλασης:  $R = \frac{|B|^2}{|A|^2}$

$$T = 1 - R = \frac{J_{\delta}}{J_{\pi\rho}}$$

Π.Θ. διέλευσης:  $T = \frac{|C|^2}{|A|^2}$

Διπλασιασμός πλάτους, νέα ιδιοσυνάρτηση:  $\psi_k(x) = \sqrt{\frac{2}{2L}} \sin\left(\frac{k\pi x}{2L} + \frac{k\pi}{2}\right)$

$$\sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3 x$$

$$\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$\tan 3x = (3\tan x - \tan^3 x) / (1 - 3\tan^2 x)$$

$$\sin 2x = 2\cos x \sin x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$= 1 - 2\sin^2 x$$

$$= 2\cos^2 x - 1$$

$$\tan 2x = 2\tan x / (1 - \tan^2 x)$$