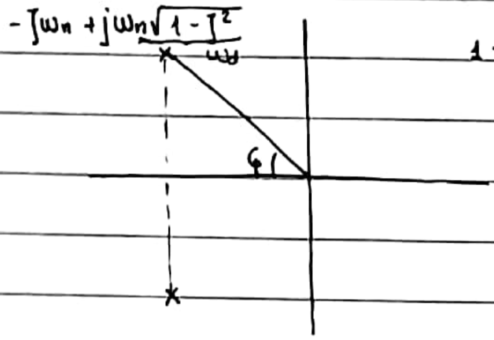
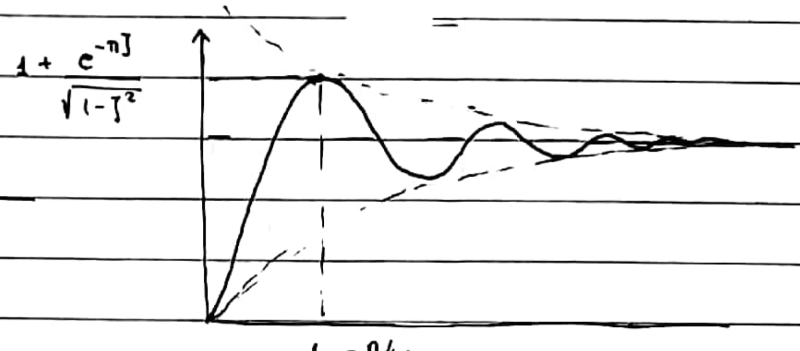
Πέμπτη, 27/10/2022

Σύστημα $2^{ης}$ τάξης: $G(s) = \dfrac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$, $\zeta \in (0,1)$

$$y(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}}\sin(\omega_d t + \varphi)$$





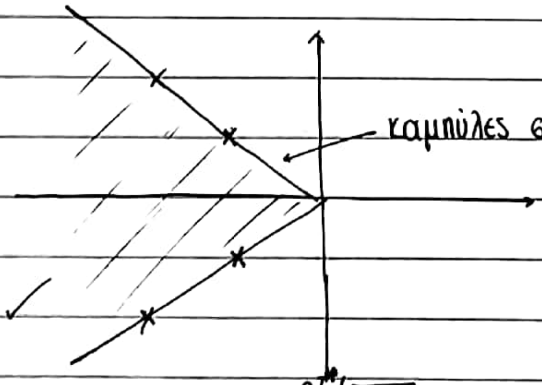
Ποσοστό υπερύψωσης: $M_p = e^{-\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}}$

$\tan\varphi = \dfrac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \Rightarrow \varphi = \tan^{-1}\left(\dfrac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}\right)$

Χρόνος αποκατάστασης: $t_s = \dfrac{a}{\zeta\omega_n}$

Για 2% της τελικής τιμής $a=4$

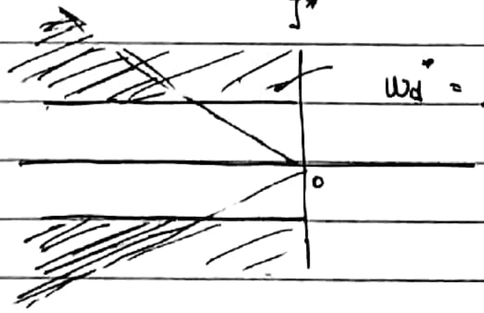
5% ——"—— $a=3$



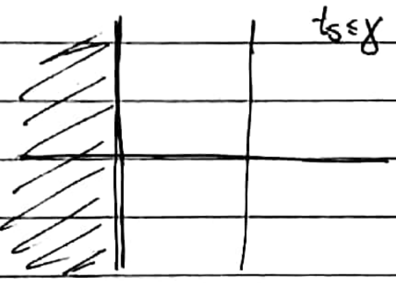
για ≤ ζ

$M_p \le 0.05 \Rightarrow e^{-\pi\zeta^*/\sqrt{1-\zeta^{*2}}} = 0.05$

$\varphi^* = \tan^{-1}\dfrac{\sqrt{1-\zeta^{*2}}}{\zeta^*}$ κ' θέλω όλα τα $\varphi \le \varphi^*$



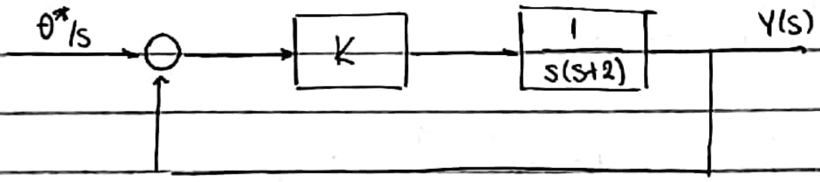
$\omega_d^* = \dfrac{\pi}{\beta}$ $t_p \le \beta = \dfrac{\pi}{\omega_d^*}$



$t_s \le \gamma$

C_o κ' $M_p \le 0.05$ κ' $t_s \le \beta$

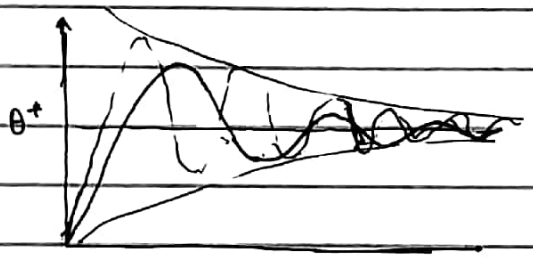
$$G(s) = \frac{1}{s(s+2)}$$

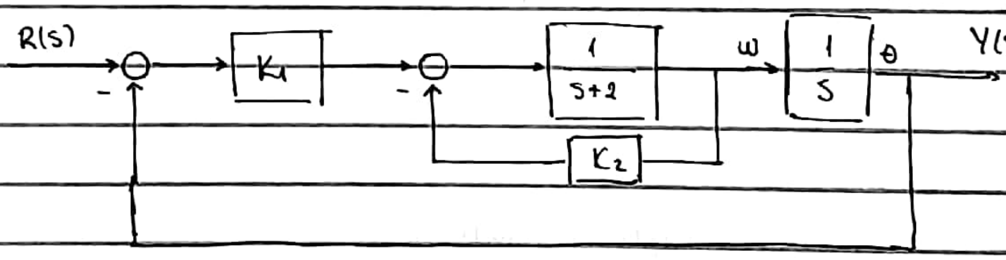


$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{KG(s)}{1+KG(s)} = \frac{\frac{K}{s(s+2)}}{1+\frac{K}{s(s+2)}} = \frac{K}{s^2+2s+K}$$

$$2\zeta\omega_n = 2 \Rightarrow \zeta = 1/\sqrt{K}$$

$$\omega_n^2 = K \Rightarrow \omega_n = \sqrt{K}$$





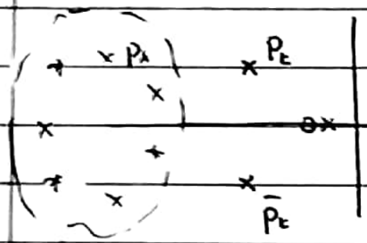
Εσωτερικός βρόχος: $\dfrac{\frac{1}{s+2}}{1+K_2\cdot\frac{1}{s+2}}$

Συνολική Σ.Μ.: $\dfrac{Y(s)}{R(s)} = \dfrac{\frac{K_1}{s(s+2+K_2)}}{1+\frac{K_1}{s(s+2+K_2)}} = \dfrac{K_2}{s^2+(2+K_2)s+K_1}$

Scanned with CamScanner

Επικρατούντες πόλοι

1) Αν όλοι οι υπόλοιποι : $|Re(p_k)| \le \frac{1}{5} |Re(p_1)|$



2) Μηδενικό πολύ κοντά στον πόλο

$$G(s) = k \frac{\prod_{i=1}^{m} (s-z_i)}{\prod_{j=1}^{n} (s-p_j)}$$

Έστω p_1, $p_2 = \bar{p}_1$ οι επικρατούντες πόλοι

$$Y(s) = \frac{K}{s} \frac{\prod_{i=1}^{m} (s+z_1)}{\prod_{j=1}^{n} (s-p_j)}$$

$$Y(s) = \underbrace{\frac{K}{s} \frac{\prod(+z_i)}{\prod(+p_j)}}_{\frac{A_0}{s}} + \sum_{i=1}^{n} \frac{A_i}{s-p_i}$$

$$y(t) \cong A_0 + A_1 e^{-p_1 t} + \bar{A}_1 e^{-\bar{p}_1 t} \simeq A_0 + 2|A_1| e^{-\zeta \omega_n t} \cos(\omega_d t + \arg(A_1))$$

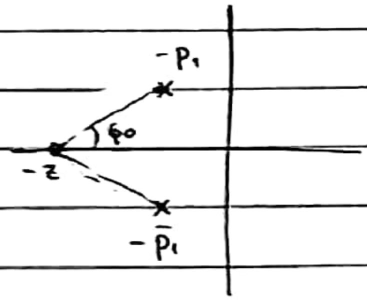
$$A_0 = \frac{K \prod(+z_i)}{\prod p_j}$$

$$A_1 = \frac{K}{-p_1} \frac{\prod(z_i - p_1)}{(\bar{p}_1 - p_1) \prod_{j=3}^{n} (p_j - p_1)}$$

$-p_1 = -\zeta\omega_n + j\omega_d$, $t_p = \frac{\pi - \varphi_0}{\omega_d}$, $\varphi_0 = \sum \arg(-p_1 + z_i) - \sum_{k=3} \arg(p_1 - p_k)$

Ποσοστό υπερύψωσης: $M_p = \prod_{i=1}^{m} \frac{|p_1 - z_i|}{|z_i|} \prod_{k=3}^{n} \frac{|p_k|}{|p_1 - p_k|} \, e^{-\frac{(\pi - \varphi_0)\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$

$$\frac{s+z}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$$



$$M_p=\frac{|p_1-z_1|}{|z_1|}\,e^{-\frac{\pi-\varphi_0}{\sqrt{1-\zeta^2}}\zeta}$$

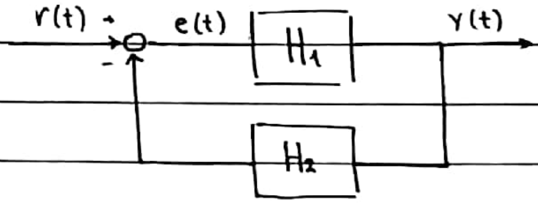
Μηδενικά: ↑ : πιο γρήγορα η υπερύψωση

Πόλοι: ↑ : πιο αργά η υπερύψωση, αλλά μικρότερο το μέγιστο

Σφάλματα στη μόνιμη κατάσταση

$$r(t) = \begin{cases} 0, & t<0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases}, \quad r(t) = \begin{cases} 0, & t<0 \\ t, & t \geq 0 \end{cases}, \quad r(t) = \begin{cases} 0, & t<0 \\ t^2/2, & t \geq 0 \end{cases}$$

(βηματική) (ράμπα)



$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + H_1(s)H_2(s)}$$

Τύπος του συστήματος: αρ. πόλων της H_1H_2 στο μηδέν

Για βηματική είσοδο: $E(s) = \dfrac{1}{s + sH_1(s)H_2(s)}$

$$\lim_{t\to\infty} e(t) \overset{\Theta TT}{=} \lim_{s\to 0} sE(s) = \frac{1}{1 + \lim_{s\to 0} H_1(s)H_2(s)}$$

επειδή έχουμε ευστάθεια

Συντελεστής σφάλματος θέσης

$$K_p = \lim_{s\to 0} H_1(s)H_2(s)$$

Είσοδος \ Τύπος συστ.	0	1	2	3
βηματική	$\frac{1}{1+K_p}$	0	0	0
ράμπα	∞	$\frac{1}{K_v}$	0	0
παραβολική	∞	∞	$1/K_\alpha$	0

Ράμπα: $E(s) = \dfrac{1}{s^2 + s^2 H_1(s)H_2(s)}$, Συντελεστής σφάλματος ταχύτητας:

$$K_v = \lim_{s\to 0} (sH_1(s)H_2(s))$$

Παραβολική: $E(s) = \dfrac{1}{s^3 + s^3 H_1(s)H_2(s)}$, Συντελεστής σφάλματος επιτάχυνσης:

$$K_\alpha = \lim_{s\to 0} s^2 H_1(s)H_2(s)$$

Για σύστημα τύπου 0 κ' είσοδο ράμπα