

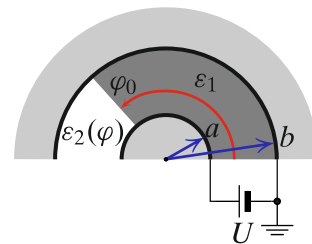


3η ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Διηλεκτρικά υλικά, Πόλωση, Κατοπτρισμός σε διηλεκτρικά υλικά

Άσκηση 1

Η διάταξη του διπλανού σχήματος αποτελείται από δύο τέλεια αγωγί-
μους ημικυλινδρικούς οπλισμούς, με ακτίνες a και b , αντίστοιχα, με-
ταξύ των οποίων εφαρμόζεται τάση U . Ανάμεσά τους υπάρχει ένα
διηλεκτρικό υλικό σταθερής επιτρεπτότητας ε_1 , το οποίο εκτείνεται κα-
τά, την αξιομυθιακή διεύθυνση, μέχρι τη γωνία φ_0 . Το υπολοιπόμενο
τμήμα πληρούνται με διηλεκτρικό υλικό ανομοιογενούς επιτρεπτότητας
 $\varepsilon_2(\varphi) = \varepsilon_0 \cos^2 \varphi + \varepsilon_1$, $\varphi_0 \leq \varphi \leq \pi$. Το μήκος της διάταξης κατά τον
άξονα z είναι L . Υπό τη συνθήκη ότι το μήκος $b - a \ll L$, $\varphi_0 a$, $(\pi - \varphi_0)a$
ώστε να αμελείται το φαινόμενο των άκρων, και δεδομένου ότι δεν υπάρχουν ελεύθερα χωρικά φορτία στα δύο
διηλεκτρικά, να υπολογιστούν οι ακόλουθες ποσότητες.



(α') Τα πεδία $\mathbf{E}_{1,2}$, $\mathbf{D}_{1,2}$ και τα ηλεκτροστατικά δυναμικά $\Phi_{1,2}$ συναρτήσει της θέσης, όπου ο δείκτης
«1» αντιστοιχεί στην περιοχή με επιτρεπτότητα ε_1 και ο δείκτης «2» στην περιοχή με επιτρεπτότητα $\varepsilon_2(\varphi)$.

(β') Οι πολώσεις $\mathbf{P}_{1,2}$ και όλες οι πυκνότητες φορτίων πόλωσης (χωρικές και επιφανειακές) που ενδεχομένως
αναπτύσσονται στη διάταξη.

(γ') Να ελεγχθεί εάν αναπτύσσεται επιφανειακή πυκνότητα ελεύθερου φορτίου στη διεπιφάνεια $\varphi = \varphi_0$, καθώς
και εάν ικανοποιείται η συνέχεια των εφαπτομενικών συνιστωσών του ηλεκτρικού πεδίου στην ίδια διεπιφάνεια.

(δ') Να υπολογιστεί η χωρητικότητα της διάταξης.

Άσκηση 2

Ηλεκτρικό δίπολο $\mathbf{p} = q\mathbf{d}$, $\mathbf{d} = d\hat{z}$, είναι τοποθετημένο στον αέρα σε
απόσταση $h > d/2$ από το επίπεδο $z = 0$. Ο χώρος $z < 0$ καλύπτεται
από διηλεκτρικό επιτρεπτότητας ε_1 .

(α') Να υπολογιστεί το ηλεκτροστατικό δυναμικό παντού στο χώρο,
λαμβάνοντας υπόψη ότι αυτό μηδενίζεται στο άπειρο.

(β') Να υπολογιστεί το ηλεκτροστατικό δυναμικό στην περιοχή $z > 0$,
υπό τη συνθήκη $r \gg h \pm d/2$. Εκφράστε το αποτέλεσμα σε σφαιρικές
συντεταγμένες (r, θ) με αρχή το σημείο O (βλ. σχήμα).

(γ') Με βάση το αποτέλεσμα (β'), υπολογίστε το ηλεκτροστατικό δυνα-
μικό στην περιοχή $z > 0$ όταν $r \gg h \pm d/2$, για το ιδανικό ηλεκτρικό δίπολο στο όριο $d \rightarrow 0$, $q \rightarrow \infty$, με qd
πεπερασμένο.

(δ') Δείξτε ότι, όταν $h = 0$ και $\varepsilon_1 = \varepsilon_0$, το αποτέλεσμα (γ') ανάγεται στο γνωστό αποτέλεσμα για το ηλεκτροστατικό
δυναμικό ενός ιδανικού ηλεκτρικού διπόλου τοποθετημένου σε απεριόριστο χώρο ε_0 , με $r \gg d$.

