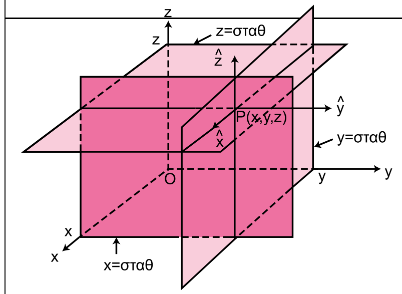
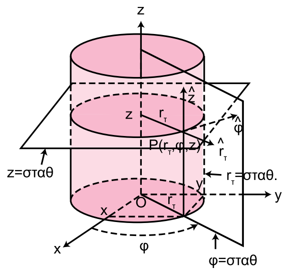
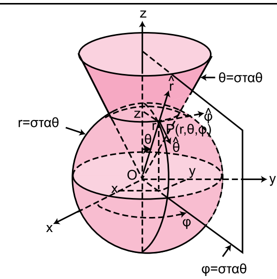
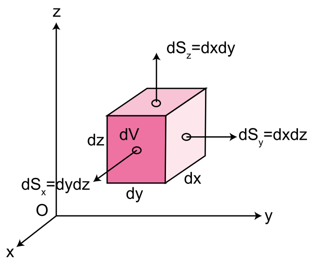
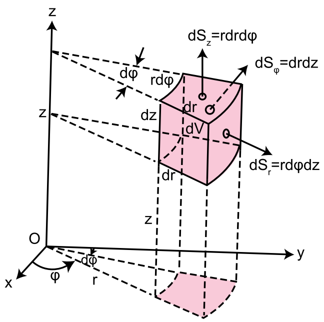
Πίνακας 1: Καρτεσιανό, κυλινδρικό και σφαιρικό σύστημα συντεταγμένων

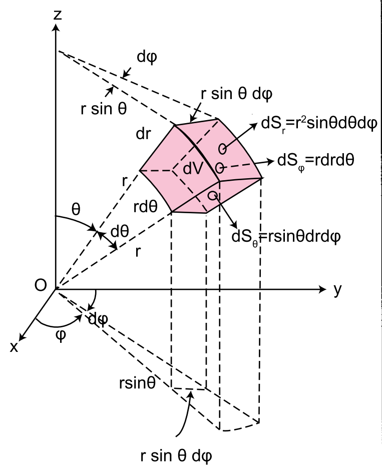
	Καρτεσιανές συντεταγμένες	Κυλινδρικές συντεταγμένες	Σφαιρικές συντεταγμένες	Καμπυλόγραμμες συντεταγμένες
				
Συντεταγμένες	$x,\ (-\infty < x < \infty)$ $y,\ (-\infty < y < \infty)$ $z,\ (-\infty < z < \infty)$	$r_T,\ (0 \le r_T < \infty)$ (*) $\varphi,\ (0 \le \varphi < 2\pi)$ $z,\ (-\infty < z < \infty)$	$r,\ (0 \le r < \infty)$ $\theta,\ (0 \le \theta \le \pi)$ $\varphi,\ (0 \le \varphi < 2\pi)$	$u_1,\ u_2,\ u_3$
Σχήμα επιφάνειας	$x = \sigma\tau\alpha\theta$: επίπεδο $y = \sigma\tau\alpha\theta$: επίπεδο $z = \sigma\tau\alpha\theta$: επίπεδο	$r_T = \sigma\tau\alpha\theta$: κύλινδρος $\varphi = \sigma\tau\alpha\theta$: ημιεπίπεδο $z = \sigma\tau\alpha\theta$: επίπεδο	$r = \sigma\tau\alpha\theta$: σφαίρα $\theta = \sigma\tau\alpha\theta$: κώνος $\varphi = \sigma\tau\alpha\theta$: ημιεπίπεδο	
Μοναδιαία διανύσματα	$\hat{x},\ \hat{y},\ \hat{z}$	$\hat{r}_T,\ \hat{\varphi},\ \hat{z}$	$\hat{r},\ \hat{\theta},\ \hat{\varphi}$	$\hat{u}_1,\ \hat{u}_2,\ \hat{u}_3$
Σχέσεις μεταξύ των συντεταγμένων	x y z	$r_T \cos\varphi$ $r_T \sin\varphi$ z	$r \sin\theta \cos\varphi$ $r \sin\theta \sin\varphi$ $r \cos\theta$	
	$\sqrt{x^2 + y^2}$ $\tan^{-1}(y/x)$ z	r_T φ z	$r \sin\theta$ φ $r \cos\theta$	
	$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ $\tan^{-1}\left(\sqrt{x^2 + y^2}/z\right)$ $\tan^{-1}(y/x)$	$\sqrt{r_T^{\,2} + z^2}$ $\tan^{-1}(r_T/z)$ φ	r θ φ	

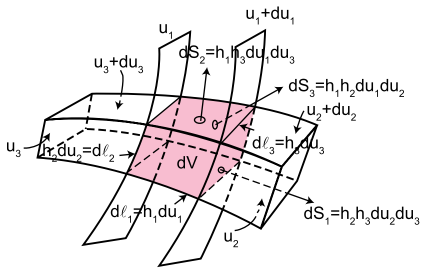
	Καρτεσιανές συντεταγμένες	Κυλινδρικές συντεταγμένες	Σφαιρικές συντεταγμένες	Καμπυλόγραμμες συνεταγμένες
Σχέσεις μεταξύ των μοναδιαίων διανυσμάτων	$\hat{x}$ $\hat{y}$ $\hat{z}$	$\hat{r}_T \cos\varphi - \hat{\varphi}\sin\varphi$ $\hat{r}_T \sin\varphi + \hat{\varphi}\cos\varphi$ $\hat{z}$	$\hat{r}\sin\theta\cos\varphi + \hat{\theta}\cos\theta\cos\varphi - \hat{\varphi}\sin\varphi$ $\hat{r}\sin\theta\sin\varphi + \hat{\theta}\cos\theta\sin\varphi + \hat{\varphi}\cos\varphi$ $\hat{r}\cos\theta - \hat{\theta}\sin\theta$	
	$\hat{x}\cos\varphi + \hat{y}\sin\varphi$ $-\hat{x}\sin\varphi + \hat{y}\cos\varphi$ $\hat{z}$	$\hat{r}_T$ $\hat{\varphi}$ $\hat{z}$	$\hat{r}\sin\theta + \hat{\theta}\cos\theta$ $\hat{\varphi}$ $\hat{r}\cos\theta - \hat{\theta}\sin\theta$	
	$\hat{x}\sin\theta\cos\varphi + \hat{y}\sin\theta\sin\varphi + \hat{z}\cos\theta$ $\hat{x}\cos\theta\cos\varphi + \hat{y}\cos\theta\sin\varphi - \hat{z}\sin\theta$ $-\hat{x}\sin\varphi + \hat{y}\cos\varphi$	$\hat{r}_T \sin\theta + \hat{z}\cos\theta$ $\hat{r}_T \cos\theta - \hat{z}\sin\theta$ $\hat{\varphi}$	$\hat{r}$ $\hat{\theta}$ $\hat{\varphi}$	
Παρατηρήσεις		Στα σημεία του άξονα z είναι $r_T = 0$. Δεν ορίζονται σ' αυτά η γωνία φ, το $\hat{r}_T$ και το $\hat{\varphi}$. $(*)$ Στον πίνακα αυτόν η κυλινδρική συντεταγμένη r παριστάνεται με r_T (T = Transverse) για να μην υπάρχει σύγχυση με τη σφαιρική συντεταγμένη r.	Στην αρχή των αξόνων (σημείο Ο) είναι $r = 0$. Δεν ορίζονται εκεί οι γωνίες θ και φ και τα μοναδιαία διανύσματα $\hat{r}, \hat{\theta}$ και $\hat{\varphi}$. Στα σημεία του θετικού (αρνητικού) ημιάξονα z είναι $\theta = 0 (\theta = \pi)$. Δεν ορίζονται εκεί η γωνία φ και τα $\hat{\theta}$ και $\hat{\varphi}$.	

Πίνακας 2: Στοιχειώδη μήκη, εμβαδά και όγκοι σε ορθογώνια συστήματα συντεταγμένων





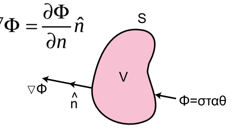
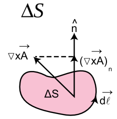




	Καρτεσιανές συντεταγμένες	Κυλινδρικές συντεταγμένες	Σφαιρικές συντεταγμένες	Ορθογώνιες καμπυλόγραμμες συντεταγμένες
Διάνυσμα θέσης	$\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$	$\vec{r} = r_T\hat{r}_T + z\hat{z}$ (*)	$\vec{r} = r\hat{r}$	
Μετρικοί συντελεστές	$h_x = 1,\ h_y = 1,\ h_z = 1$	$h_r = 1,\ h_\varphi = r,\ h_z = 1$	$h_r = 1,\ h_\theta = r,\ h_\varphi = r\sin\theta$	$h_i = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial u_i}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial u_i}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial u_i}\right)^2}\ ,\ i = 1,2,3$
Στοιχειώδης μετατόπιση	$d\vec{\ell} = d\vec{r} = dx\hat{x} + dy\hat{y} + dz\hat{z}$	$d\vec{\ell} = d\vec{r} = dr\hat{r} + rd\varphi\hat{\varphi} + dz\hat{z}$	$d\vec{\ell} = d\vec{r} = dr\hat{r} + rd\theta\hat{\theta} + r\sin\theta d\varphi\hat{\varphi}$	$d\vec{\ell} = d\vec{r} = h_1du_1\hat{u}_1 + h_2du_2\hat{u}_2 + h_3du_3\hat{u}_3$
Στοιχειώδη μήκη	$d\ell_x = dx,\ d\ell_y = dy,\ d\ell_z = dz$	$d\ell_r = dr,\ d\ell_\varphi = rd\varphi,\ d\ell_z = dz$	$d\ell_r = dr,\ d\ell_\theta = rd\theta,\ d\ell_\varphi = r\sin\theta d\varphi$	$d\ell_1 = h_1du_1,\ d\ell_2 = h_2du_2,\ d\ell_3 = h_3du_3$
Στοιχειώδη εμβαδά	$dS_x = d\ell_y d\ell_z = dydz$ $dS_y = d\ell_x d\ell_z = dxdz$ $dS_z = d\ell_x d\ell_y = dxdy$	$dS_r = d\ell_\varphi d\ell_z = rd\varphi dz$ $dS_\varphi = d\ell_r d\ell_z = drdz$ $dS_z = d\ell_r d\ell_\varphi = rdrd\varphi$	$dS_r = d\ell_\theta d\ell_\varphi = r^2\sin\theta d\theta d\varphi$ $dS_\theta = d\ell_r d\ell_\varphi = r\sin\theta drd\varphi$ $dS_\varphi = d\ell_r d\ell_\theta = rdrd\theta$	$dS_1 = d\ell_2 d\ell_3 = h_2h_3du_2du_3$ $dS_2 = d\ell_1 d\ell_3 = h_1h_3du_1du_3$ $dS_3 = d\ell_1 d\ell_2 = h_1h_2du_1du_2$
Στοιχειώδεις όγκοι	$dV = d\ell_x d\ell_y d\ell_z = dxdydz$	$dV = d\ell_r d\ell_\varphi d\ell_z = rdrd\varphi dz$	$dV = d\ell_r d\ell_\theta d\ell_\varphi = r^2\sin\theta drd\theta d\varphi$	$dV = d\ell_1 d\ell_2 d\ell_3 = h_1h_2h_3du_1du_2du_3$

(*) Εδώ η κυλινδρική συντεταγμένη r παριστάνεται με r_T, για να μην υπάρξει σύγχυση με τη σφαιρική συντεταγμένη r.

Πίνακας 3: Εκφράσεις των διαφορικών τελεστών στα τρία βασικά συστήματα συντεταγμένων

Ονομασία - Τελεστής	Ορισμός	Καρτεσιανές συντεταγμένες	Κυλινδρικές συντεταγμένες	Σφαιρικές συντεταγμένες
Κλίση: $\nabla\Phi = grad\Phi$	$\nabla\Phi = \frac{\partial\Phi}{\partial n}\hat{n}$  ($\hat{n}$ = μοναδιαίο διάνυσμα κάθετο στις επιφάνειες με Φ σταθερό, με φορά προς τα αυξανόμενα Φ).	$\frac{\partial\Phi}{\partial x}\hat{x}+\frac{\partial\Phi}{\partial y}\hat{y}+\frac{\partial\Phi}{\partial z}\hat{z}$	$\frac{\partial\Phi}{\partial r}\hat{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi}\hat{\varphi}+\frac{\partial\Phi}{\partial z}\hat{z}$	$\frac{\partial\Phi}{\partial r}\hat{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial\theta}\hat{\theta}+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi}\hat{\varphi}$
Απόκλιση: $\nabla\cdot\vec{A} = div\vec{A}$	$\nabla\cdot\vec{A} = \lim_{\Delta V\to 0}\frac{\oint_{\Delta S}\vec{A}\cdot d\vec{S}}{\Delta V}$	$\frac{\partial A_x}{\partial x}+\frac{\partial A_y}{\partial y}+\frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_r)+\frac{1}{r}\frac{\partial A_\varphi}{\partial\varphi}+\frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2A_r)+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta A_\theta)+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\varphi}{\partial\varphi}$
Περιστροφή: $\nabla\times\vec{A} = rot\vec{A} = cur\ell\vec{A}$	$\left(\nabla\times\vec{A}\right)_n = \lim_{\Delta S\to 0}\frac{\oint_{\Delta\ell}\vec{A}\cdot d\vec{\ell}}{\Delta S}$ 	$\left(\frac{\partial A_z}{\partial y}-\frac{\partial A_y}{\partial z}\right)\hat{x}+\left(\frac{\partial A_x}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial x}\right)\hat{y}+$ $+\left(\frac{\partial A_y}{\partial x}-\frac{\partial A_x}{\partial y}\right)\hat{z}$	$\left(\frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial\varphi}-\frac{\partial A_\varphi}{\partial z}\right)\hat{r}+\left(\frac{\partial A_r}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial r}\right)\hat{\varphi}+$ $+\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_\varphi)-\frac{1}{r}\frac{\partial A_r}{\partial\varphi}\right]\hat{z}$	$\frac{1}{r\sin\theta}\left[\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta A_\varphi)-\frac{\partial A_\theta}{\partial\varphi}\right]\hat{r}+$ $+\left[\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\varphi}-\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_\varphi)\right]\hat{\theta}+\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_\theta)-\frac{1}{r}\frac{\partial A_r}{\partial\theta}\right]\hat{\varphi}$
Λαπλασιανή βαθμωτής συνάρτησης: $\nabla^2\Phi$	$\nabla^2\Phi \equiv \nabla\cdot(\nabla\Phi)$	$\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}$	$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial\varphi^2}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\Phi}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\Phi}{\partial\varphi^2}$
***Λαπλασιανή διανυσματικής συνάρτησης:** $\nabla^2\vec{A}$	$\nabla^2\vec{A} \equiv \nabla\left(\nabla\cdot\vec{A}\right)-\nabla\times\left(\nabla\times\vec{A}\right)$	$\nabla^2A_x\hat{x}+\nabla^2A_y\hat{y}+\nabla^2A_z\hat{z}$	$\left(\nabla^2A_r-\frac{2}{r^2}\frac{\partial A_\varphi}{\partial\varphi}-\frac{A_r}{r^2}\right)\hat{r}+$ $+\left(\nabla^2A_\varphi+\frac{2}{r^2}\frac{\partial A_r}{\partial\varphi}-\frac{A_\varphi}{r^2}\right)\hat{\varphi}+\left(\nabla^2A_z\right)\hat{z}$	$\left(\nabla^2A_r-\frac{2A_r}{r^2}-\frac{2\cot\theta}{r^2}A_\theta-\frac{2}{r^2}\frac{\partial A_\theta}{\partial\theta}-\frac{2}{r^2\sin\theta}\frac{\partial A_\varphi}{\partial\varphi}\right)\hat{r}+$ $+\left(\nabla^2A_\theta+\frac{2}{r^2}\frac{\partial A_r}{\partial\theta}-\frac{A_\theta}{r^2\sin^2\theta}-\frac{2\cos\theta}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial A_\varphi}{\partial\varphi}\right)\hat{\theta}+$ $+\left(\nabla^2A_\varphi+\frac{2}{r^2\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\varphi}-\frac{A_\varphi}{r^2\sin^2\theta}+\frac{2\cos\theta}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial A_\theta}{\partial\varphi}\right)\hat{\varphi}$

*Οι Λαπλασιανές $\nabla^2A_{x,y,z}$ (καρτεσιανές συνιστώσες), $\nabla^2A_{r,\varphi,z}$ (κυλινδρικές συνιστώσες) και $\nabla^2A_{r,\theta,\varphi}$ (σφαιρικές συνιστώσες) δίνονται από τις εκφράσεις της $\nabla^2\Phi$, με A_i στη θέση του Φ, όπου i η αντίστοιχη συνιστώσα, στο σύστημα συντεταγμένων στο οποίο εκφράζεται η A_i .