

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΚΑΙ ΠΟΛΥΠΛΟΚΟΤΗΤΑ

Φεβρουάριος 2002

Μέρος Β' (1 ώρα 30') Οι αριθμοί στις παρενθέσεις είναι μονάδες και συγχρόνως περίπου ο αριθμός των λεπτών που πρέπει να διαθέσετε.

4. (12)

Έστω η λογική πρόταση $S = (a' \vee b \vee c) \wedge (a' \vee b' \vee c') \wedge (a \vee b' \vee c)$.

α) Βρείτε ένα γράφημα G και έναν αριθμό κ ώστε η S να είναι ικανοποιήσιμη αν και μόνο αν το G έχει κάλυψη κορυφών με λιγότερες από κ κορυφές (χρησιμοποιήστε την αναγωγή του SAT στο Vertex Cover).

β) Βρείτε μια απονομή αλήθειας που να ικανοποιεί την S .

γ) Βρείτε μια κάλυψη κορυφών του G με κ κορυφές.

6. (25)

Ορίζουμε αναδρομικά τη κλάση γραφημάτων C_k :

- Η C_0 περιέχει μόνο το τετριμμένο γράφημα με μια κορυφή.

- Το γράφημα $(V_1 \cup V_2, E_1 \cup E_2 \cup E_3)$ ανήκει στην C_{k+1} αν

i) $(V_1, E_1) \in C_k$

ii) $(V_2, E_2) \in C_k$

iii) $E_3 \subseteq \{\{v, u\} \mid v \in V_1, u \in V_2\}$

iv) $|E_3| = |V_1|$

α) Σχεδιάστε ένα γράφημα της κλάσης C_3

β) Ανάμεσα στους αλγορίθμους του Prim (χωρίς χρήση σωρού) και του Kruskal ποιος έχει τη μικρότερη πολυπλοκότητα για γραφήματα της κλάσης $\bigcup_k C_k$