

Άσκηση 1

Σ-Λ με αρνητική βαθμολογηση πανω σε:

- master theorem
 - πολυπλοκοτητες
 - και διαφορα που αναφερει στιγμιαια στο μαθημα
- (12 μοναδες).
-

Άσκηση 2

Ερώτημα 2.α-

Έδινε ενα γραφο και επρεπε να τρεξεις [Dijkstra](#)

Ερώτημα 2.β

Να βρεθει η ελαχιστη αποσταση καθε κομβου u απο μια αρχικη κορυφη s σε γραφημα, με το μικροτερο αριθμο ακμων στο s - u μονοπατι.

Λύση: [Εδώ](#)

(7+7=14 μοναδες).

Άσκηση 3

Εστω πινακας a με φυσικους αριθμους. Γραψε συναρτηση που a επιστρεφει εναν πινακα b , οπου $b(i) = \#(a(j) > a(i), j > i)$. (9 μοναδες).

Άσκηση 4

Έστω πίνακας θετικών ακεραίων A μήκους n και αριθμός S .

Ερώτημα 4.α

Να βρείτε αν μπορεί να υπάρχει $\sum_{i=1}^n A[i] = S$, δίνοντας τυχαία πρόσημα στα στοιχεία όταν κάνεις το άθροισμα.

Λύση: Δυναμικός προγραμματισμός. Έστω το άθροισμα όλων των στοιχείων $sum = \sum_{i=1}^n A[i]$ με όλα τα πρόσημα θετικά. Θα χρειαστούμε ένα πίνακα A ο οποίος έχει όλα τα στοιχεία στο εύρος $[-sum, sum]$. Και ψευδοκώδικας για τη δημιουργία του συγκεκριμένου πίνακα C :

```

1 tmp = 0;
2 // sum = της υπόθεσης
3 for (i=0; i<=sum; ++i){
4     C[i+sum] = tmp;
5     C[-i] = -tmp;
6     tmp++;
7 }

```

Σχέσεις:

$$C[0, j] = True, j = \pm A[0]$$

και επίσης:

$$C[i, j] = \begin{cases} True, & \text{if } C[i-1, j \pm A[i]] = True \\ False, & \text{otherwise} \end{cases}$$

Πολυπλοκότητα: Ψευδοπολυωνυμικό καθώς το S δεν είναι φραγμένο.

Ερώτημα 4.β

Να βρείτε αν μπορούν να γίνουν μεταθεσεις στον πίνακα **A** και στο τέλος να καταληξουμε στον αριθμο S. Δηλαδή, κανωντας για καποιο i, $A[i] = A[i] - A[i + 1]$, μεχρι να μεινει ενα στοιχειο στον πίνακα, και αυτο το στοιχειο ειναι το S. (7+7=14 μοναδες).

Άσκηση 5

Εστω μη-κατευθυνομενο γραφημα και το MST του. Μια ακμη e λεγεται "απαραιτητη" για το MST αν βγαζωντας την απ το γραφημα αυξανεται το βαρος του MST. Έστω W_{mst} το βάρος του.

Ερώτημα 5.α

Να δειξετε οτι:

Μια ακμη e ειναι απαραιτητη \Leftrightarrow σε καθε κυκλο C που την περιλαμβανει, δεν αποτελει την ακμη μεγιστου βαρους του C

Λύση:

- Θεωρούμε μια ακμή e απαραιτήτη μέγιστου βάρους w(e) σε ένα κύκλο C.
- Έστω μια άλλη ακμή e' στον κύκλο βάρους w(e'). Ισχύει $w(e') \leq w(e)$.
- Αν αφαιρέσουμε την e από το MST θα πρεπει να προσθέσουμε την e' στη θέση της.
- Όμως το βάρος του MST μειώνεται. **Άτοπο γιατί e απαραιτήτη.**

Ερώτημα 5.β

Με βαση το Ερώτημα 5.α να βρείτε αλγοριθμο γραμμικου χρονου που, δοθεντος ενος γραφηματος G και μιας ακμης e, επιστρεφει αν η e ειναι "απαραιτητη".

Λύση: Παραλλαγή DFS ώστε να βρίσκουμε κύκλους και για κάθε κύκλο ελέγχουμε τη συνθήκη του ερωτήματος 5.α

(8+8=16 μοναδες)

Άσκηση 6

Ερώτημα 6.α

Υπαρχει 4-διαμεριση ενος συνολου αριθμων $A = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$? και αλλες 2 αναγωγες που δε τις θυμαμαι (5+5+5=15 μοναδες).

Διορθώσεις από forum:

Θέμα 2 νομίζω ήταν 8+8.

Θέμα 6, οι άλλες δύο ήταν: Spanning Tree ύψους $\geq k$ και Hamiltonian Cycle κατά προσέγγιση.