Λογική

Thursday, 3 February 2022 8:40 PM

→ Προτασιακός Λογισμός

Σύμβολα:
- $\land$: and
- $\lor$: or
- $\neg$: not
- $\rightarrow$: implies $(\phi \rightarrow \psi) \Leftrightarrow (\neg\phi \lor \psi)$
- $\leftrightarrow$: equivalent $(\phi \leftrightarrow \psi) \Leftrightarrow (\phi \rightarrow \psi) \land (\psi \rightarrow \phi)$

Οι προτασιακοί τύποι ορίζονται:

- Οι ατομικοί τύποι είναι τύποι.
- Αν ϕ τύπος, $\neg\phi$ τύπος
- Αν ϕ, ψ τύποι, $\phi \land \psi$ και $\phi \lor \psi$ τύποι.

⇒ ό,τι δεν υπακούει σε αυτά δεν είναι τύπος

- ϕ, $\neg\phi$ είναι λεκτήματα
- Η ένωση στοιχείων της μορφής a_i ή $\neg a_i$ λέγεται φράση. (και είναι Horn εάν έχει το πολύ ένα θετικό λέκτημα)
- Ένας τύπος είναι έγκυρος/ταυτολογία εάν ισχύει για κάθε αληθοτιμή στις μεταβλητές.

→ Κατηγορηματικός Λογισμός

- Ποσοδείκτες: Υπαρξιακός: $\exists$
  Καθολικός: $\forall$
- Όσα έχει ο Προτασιακός
- Συναρτήσεις/μεταβλητές: f, g, c_1, c_2
- Κατηγορήματα: P, Q

Ορίζονται οι όροι:

→ Μεταβλητές και σταθερές είναι όροι

→ Αν $t_1, \dots, t_n$ όροι και f συνάρτηση n θέσεων: $f(t_1, \dots, t_n)$ είναι όρος.

→ Τίποτα άλλο δεν είναι όρος.

και οι τύποι:

→ Αν $t_1, \dots, t_n$ είναι όροι και P κατηγόρημα n θέσεων: $P(t_1, \dots, t_n)$ τύπος.

→ Αν φ, ψ τύποι και x μεταβλητή τότε τύποι είναι:
$\neg\varphi$, $\varphi \land \psi$, $\varphi \lor \psi$, $\forall x \varphi$, $\exists x \varphi$ → η εμβέλεια τους είναι ο υπότυπος φ.

→ Τίποτα άλλο δεν είναι τύπος.

- Ελεύθερη εμφάνιση μεταβλητής: εάν δεν συνδέεται με $\forall, \exists$
- Δεσμευμένη -//- -//- : -//- -//- -//-
- Κλειστοί τύποι (ή προτάσεις) είναι αυτοί χωρίς ελεύθερες μεταβλητές.

→ Μοντέλα, Πληρότητα και Μη Πληρότητα

- Η σημασιολογία τύπων του κατηγορηματικού λογισμού δίνεται με την βοήθεια αλγεβρικών δομών A που ονομάζουμε μοντέλα.
- Στον προτασιακό το πεδίο A είναι το {True, False}
- Στον κατηγορηματικό μπορεί να είναι οποιοδήποτε σύνολο
- Ερμηνεία: σταθερές/μεταβλητές → στοιχεία του A
  συναρτησιακά/κατηγορηματικά σύμβολα
  ↳ συναρτήσεις $A^n \to A$ ↓ υποσύνολα του A^n
- Κάθε όρος ερμηνεύεται ως στοιχείο του A.
- Κάθε κλειστός τύπος αληθεύει (ή όχι) στο μοντέλο A.
- Η πρόταση $P(t_1, \dots, t_n) = True$ ανν $(s_1, \dots, s_n) \in R$
  → τα στοιχεία του A με τα οποία ερμηνεύονται οι όροι
  ↓ υποσύνολο που ερμηνεύεται η P
- Οι φράσεις Horn