ΚΤΤ ιδανικής χορδής – Σειρές Fourier

Ος ΚΤΤ ιδανικής χορδής μήκους L, (ρ, T, ω) ορίζονται οι:

$$y = f(x) \cos(\omega t)$$

Η $f(x)$ είναι της μορφής:

$$f(x) = A \sin(kx + \theta)$$

$$\left\{ k = \frac{\omega}{c} \right\}$$

ενώ $\exists$ συνοριακές συνθήκες:

α) ακλόνητα σημεία $x = x_0$: $y(x_0, t) = 0$

β) κινούμενα σημεία $x = x_0$ με:

- συνδεδεμένη σημειακή μάζα: m_0

- συνδ. ελατήριο: $F = -sy(x_0)$

- συνδ. έμβολο: $F = -b\dot{y}(x_0)$

οπότε από 2° ν. Ν.:

$$m_0 \ddot{y}(x_0) = -sy(x_0) - b\dot{y}(x_0) + T\left[\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_{x_0^+} - \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_{x_0^-} \right]$$

Γνκ, οποιαδήποτε κίνηση της χορδής μπορεί να γραφεί ως επαλληλία ΚΤΤ:

$$y(x_n, t) = A_n \sin(k_n x + \theta_n) \cos(\omega_n t)$$

Προκύπτει:

- $\theta_n = 0 \qquad \forall n$

- $\omega_n = c k_n = n \cdot c \dfrac{\pi}{L} \qquad \forall n$

- $A_n = \dfrac{8A}{n^2 \pi^2} \sin n \dfrac{\pi}{2} \qquad n = 1, 3, 5 \ldots$