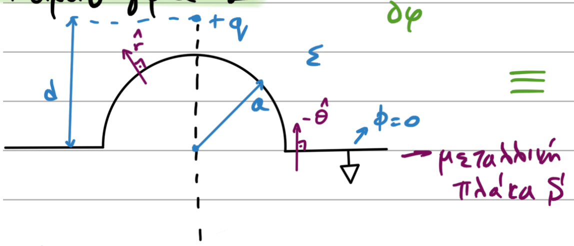
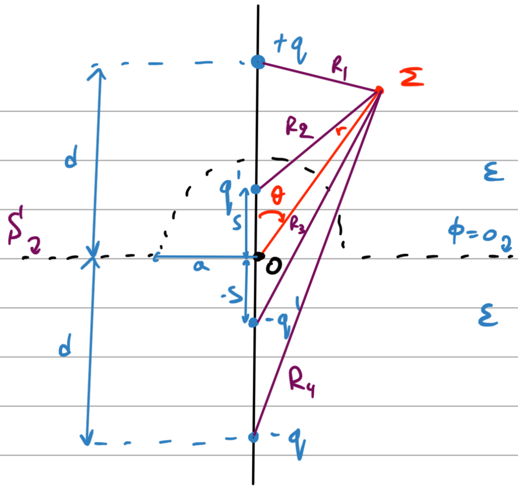
Παράδειγμα 1

$\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0$



$\equiv$



→ $q' = -q\frac{a}{d}$, στο $z = \frac{a^2}{d}$ $(=s)$

→ $-q$, στο $z = -d$

→ $-q' = q\frac{a}{d}$, στο $z = -\frac{a^2}{d}$ $(=-s)$

→ $\Phi_\Sigma = \frac{q}{4\pi\varepsilon}\cdot\left(\frac{1}{R_1} - \frac{a/d}{R_2} + \frac{a/d}{R_3} - \frac{1}{R_4}\right)$, με:

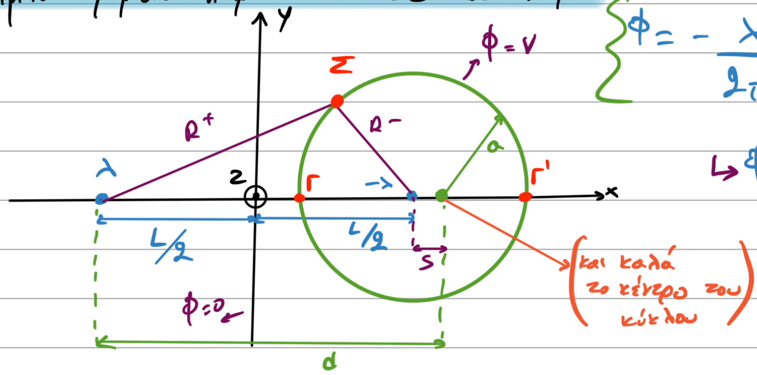
• $R_1 = \sqrt{r^2+d^2-2rd\cos\theta}$ • $R_2 = \sqrt{r^2+s^2+2rs\cos\theta}$ (R_3, R_4 ομοίως με Νόμο συνημιτόνων)

→ $\sigma_{S'} = -\varepsilon \frac{\partial \phi}{\partial n}\Big|_{\vec{r}\in S'}$

↳ $\sigma_{\sigma\varphi} = -\varepsilon\frac{\partial\phi}{\partial r}\Big|_{r=a} = \sigma_{\sigma\varphi}(\theta)$, $0 \le \theta \le \pi/2$, ↳ $\sigma_{\varepsilon\pi} = \frac{\varepsilon}{r}\frac{\partial\phi}{\partial\theta}\Big|_{\theta=\pi/2} = \sigma_{\varepsilon\pi}(r)$, $r \geq a$

→ $Q_{total} = \int_{\theta=0}^{\pi}\int_{r=0}^{a}\sigma_{\sigma\varphi}\, dS_{\sigma\varphi} + \int_{r=a}^{\infty}\int_{\theta=0}^{\pi}\sigma_{\varepsilon\pi}\, dS_{\varepsilon\pi} = q' - q' - q = -q$

Γραμμικό φορτίο παράλληλο σε κύλινδρο



$\left\{\phi = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon}\ln r + \hat{c}\right.$, με: $\left.\hat{c} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon}\ln r_{\alpha\nu}\right\}$

πρέπει → ∞ και >0!

↳ $\Phi_\Sigma = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon}\ln\frac{R^+}{R^-} + c$

→ Αν Σ είναι στο $x=0$: $R^+ = R^- \Rightarrow \phi = c = 0$. Άρα: $\Phi_\Sigma = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon}\ln\frac{R^+}{R^-}$.

→ Ο λόγος $\frac{R^+}{R^-}$ = σταθ. περιγράφει κυλινδρική επιφάνεια με φ = σταθ.

Προκύπτει: $\frac{R^+}{R^-} = e^{-\frac{2\pi\varepsilon V}{\lambda}} \geq 0$

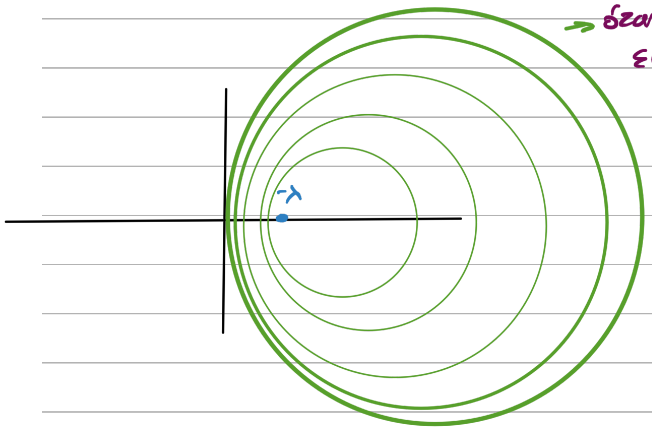
στο Γ: $\frac{R^+}{R^-} = \frac{d-a}{a-s}$

στο Γ': $\frac{R^+}{R^-} = \frac{d+a}{a+s}$

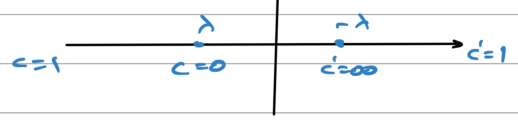
$\Rightarrow$ $s = \frac{a^2}{d}$, $d = L+s$,

$a = \frac{L}{c'-1} =$, $c' = \boxed{\frac{R^+}{R^-}}$

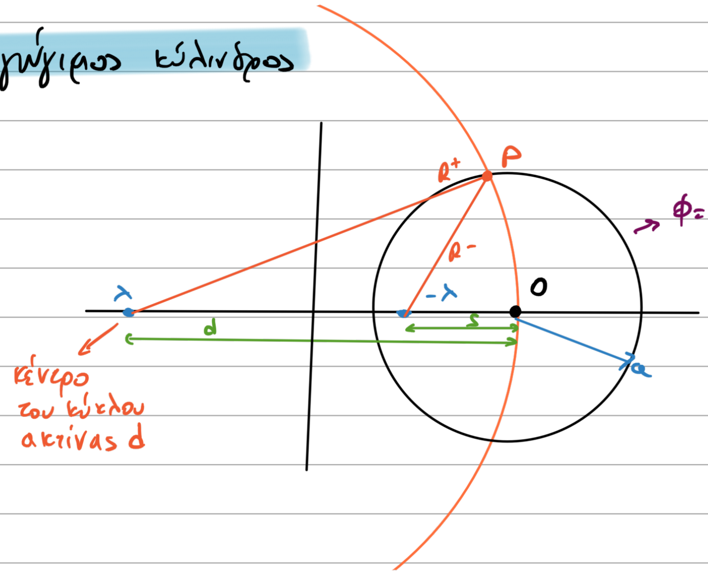
→ Ο κύκλος ακτίνας α: $\left[x-\left(\frac{L}{2}+s\right)\right]^2 + y^2 = a^2$, $a = \frac{c'L}{|c'^2-1|}$



→ όταν $c' \to \infty$ ο κύκλος εφάπτεται τον y'y



Αγώγιμος κύλινδρος

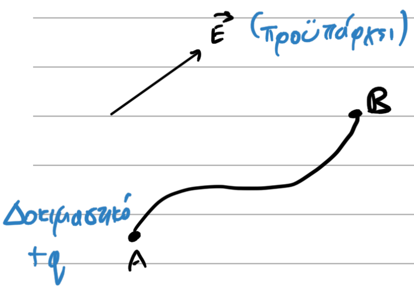


→ $\phi_\Sigma = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon}\ln\frac{R^+}{R^-} + \hat{c}$, με: $\frac{R^+}{R^-} = c' \overset{R^+=d}{\underset{R^-=a}{=\!=}} \frac{d}{a}$

→ $\phi = 0$ στην περιφέρεια:

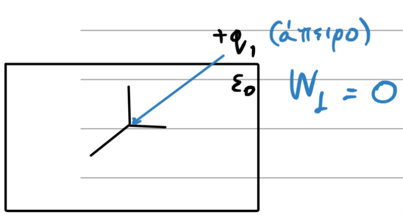
$$-\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon}\ln\frac{d}{a} + \hat{c} = 0 \Rightarrow \boxed{\hat{c} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon}\ln\frac{d}{a}}$$

1.9 Ενέργεια στο ΗΣ πεδίο

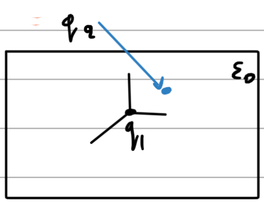


→ Θέλουμε το q να πάει A→B. Η δύναμη που απαιτείται:

$$\vec{F} = q\vec{E} , \quad W_{AB} = \int_A^B \vec{F} d\vec{l} = q\int_A^B \vec{E} d\vec{l} = q\phi$$



$W_1 = 0$



$W_2 = q_2 \phi_{12}$

το δυναμικό του q_1 στο q_2

Για το q_n:

$$W_n = q_1 \cdot 0 + q_2\phi_{12} + q_3(\phi_{13} + \phi_{23}) + \dots + q_n(\phi_{1,n} + \dots + \phi_{n-1,n})$$

Τελικά: $W_e = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} q_i \phi_i$, με $\phi_i = \sum_{\substack{j=1 \\ i\neq j}}^{n} \phi_{ji}$

→ Ορίζουμε τον πίνακα $\tilde{\Phi}$:

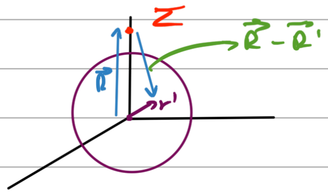
$$\tilde{\Phi} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} q_1 & q_2 & q_3 & \cdots & q_n \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & \phi_{12} & \phi_{13} & \cdots & \phi_{1n} \\ \phi_{21} & 0 & \phi_{23} & \cdots & \phi_{2n} \\ \phi_{31} & \phi_{32} & 0 & \cdots & \phi_{3n} \\ \vdots & \cdots & & \ddots & \vdots \\ \phi_{n1} & \phi_{n2} & \phi_{n3} & \cdots & 0 \end{bmatrix} \end{array}, \quad \tilde{\Phi} = (\phi_{ji})$$

→ $W_e = \frac{1}{2}\int_{ΣΟΤΦ} \phi \, dq'$, $dq' = \rho \, dV$

→ $W_e = \frac{1}{2}\varepsilon \int_V |\vec{E}|^2 dV$

Διευκρίνηση στην Άσκηση 1 (γ)

Θα πρέπει να πάρουμε σημείο παρατήρησης πάνω στον z'z:



$\phi = \int \frac{\rho}{R} dV'$, $R = |\vec{R} - \vec{R}'|$

Αλλαγή μεταβλητής:

$\cos\theta \, d\theta \to dR$