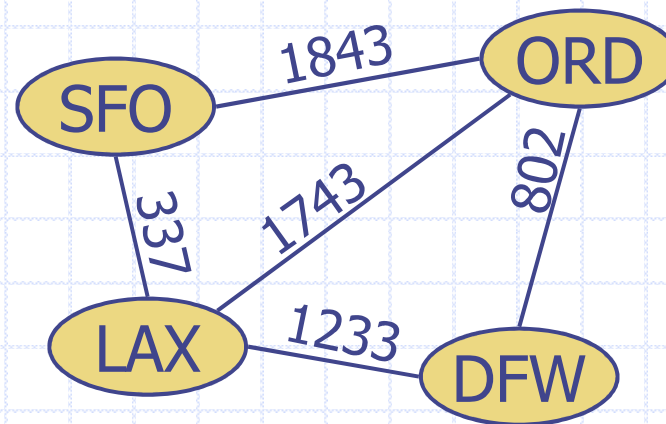
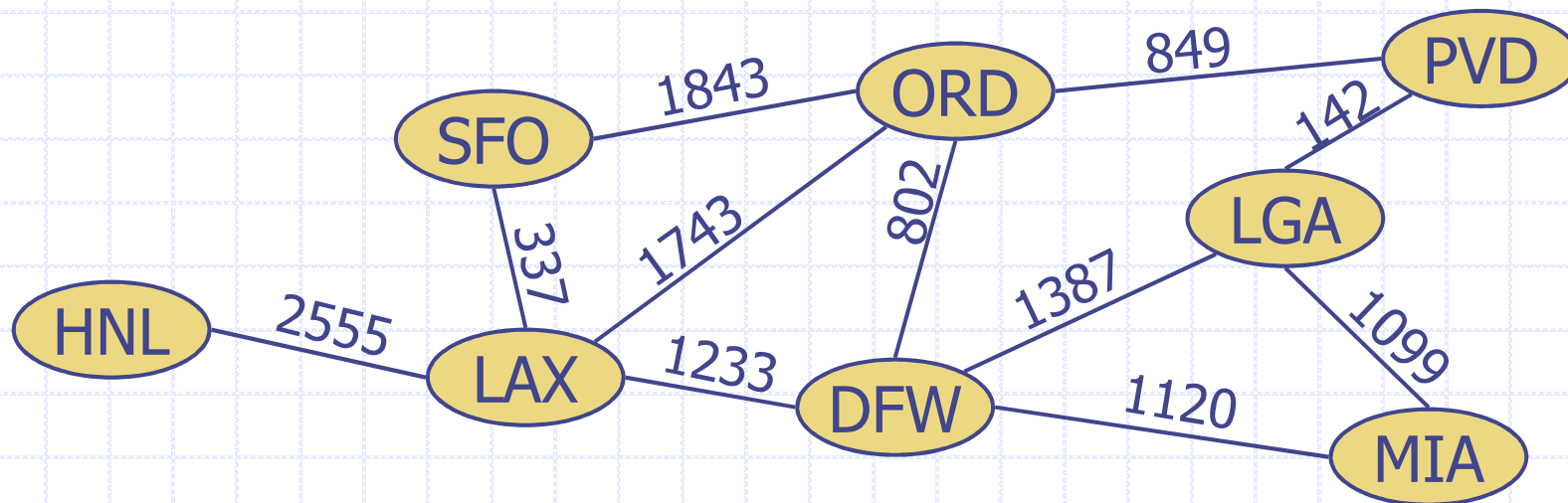


# Γράφοι



# Γράφοι

- Ένας γράφος είναι ένα ζεύγος  $(V, E)$ , όπου
  - $V$  είναι ένα σύνολο από κόμβους, που ονομάζονται **κορυφές**
  - $E$  είναι μια συλλογή από ζεύγη κορυφών, που ονομάζονται **ακμές**
  - Οι κορυφές και οι ακμές είναι θέσεις και αποθηκεύουν στοιχεία
- Παράδειγμα:
  - Μια κορυφή παριστάνει ένα αεροδρόμιο και αποθηκεύει τον κωδικό του που αποτελείται από τρία γράμματα
  - Μια ακμή παριστάνει μια διαδρομή μεταξύ δυο αεροδρομίων και αποθηκεύει το μήκος της διαδρομής σε μίλια



# Τύποι Ακμών

- Κατευθυνόμενη ακμή
  - διατεταγμένο ζεύγος κορυφών  $(u,v)$
  - η πρώτη κορυφή  $u$  είναι η αρχή
  - η δεύτερη κορυφή  $v$  είναι το τέλος
  - π.χ., μια πτήση
- Μη κατευθυνόμενη ακμή
  - μη διατεταγμένο ζεύγος κορυφών  $(u,v)$
  - π.χ., μια διαδρομή πτήσης
- Κατευθυνόμενος γράφος
  - όλες οι ακμές είναι κατευθυνόμενες
  - π.χ, δίκτυο διαδρομών
- Μη κατευθυνόμενος γράφος
  - όλες οι ακμές είναι μη κατευθυνόμενες
  - π.χ., ένα δίκτυο διαδρομών

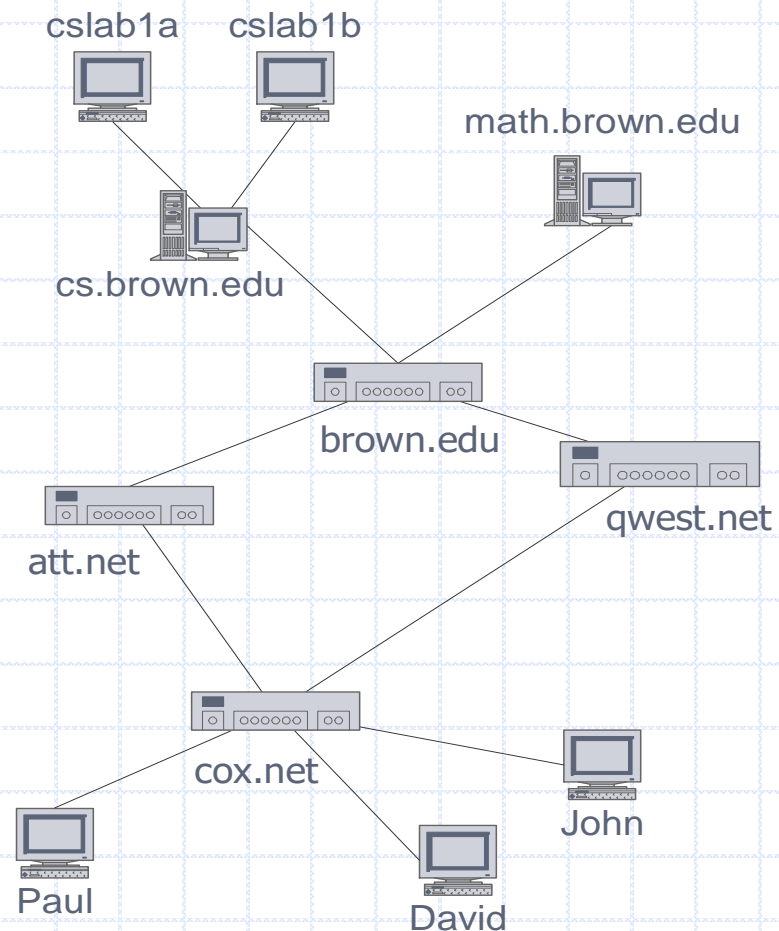


# Βαθμός Κορυφής

- Σε μη κατευθυνόμενο γράφο ο βαθμός μιας κορυφής  $v$  (που συμβολίζεται με  $\deg(v)$ ) είναι το πλήθος των ακμών που προσπίπτουν σε αυτήν
- Σε ένα κατευθυνόμενο γράφο κάθε κορυφή  $v$  έχει:
  - Έσω-βαθμός: το πλήθος των ακμών που προσπίπτουν στην κορυφή  $\text{indeg}(v)$
  - Έξω-βαθμός: το πλήθος των ακμών που ξεκινούν από την κορυφή  $\text{outdeg}(v)$

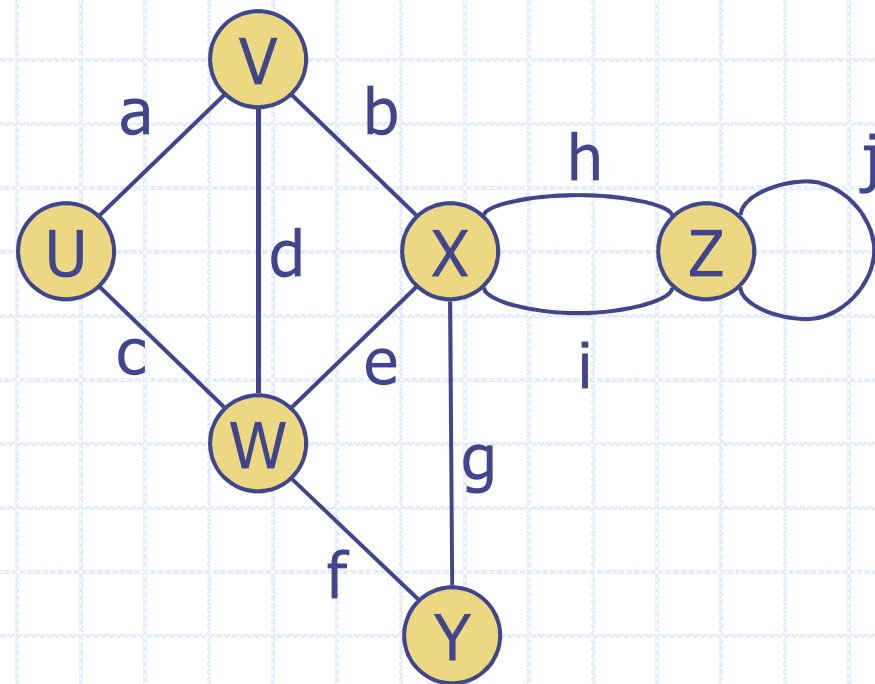
# Εφαρμογές

- ❑ Ηλεκτρονικά κυκλώματα
  - Ηλεκτρονική Πλακέτα
  - Ολοκληρωμένο κύκλωμα
- ❑ Δίκτυα μεταφορών
  - Δίκτυο αυτοκινητόδρομων
  - Δίκτυο πτήσεων
- ❑ Δίκτυα Υπολογιστών
  - Τοπικά δίκτυα
  - Διαδίκτυο
  - Web
- ❑ Βάσεις δεδομένων
  - Διαγράμματα οντοτήτων συσχετίσεων



# Ορολογία

- Άκρα μιας ακμής
  - τα U και V είναι τα άκρα μιας ακμής
- Ακμές προσκείμενες σε μια κορυφή
  - a, d, και b είναι προσκείμενες στη V
- Γειτονικές κορυφές
  - οι U και V είναι γειτονικές
- Βαθμός μιας κορυφής
  - ο βαθμός της X είναι 5
- Παράλληλες ακμές
  - οι ακμές h και i είναι παράλληλες
- Αυτό-ακμή (βρόχος)
  - η j είναι βρόχος





# Ορολογία (συν.)

## □ Μονοπάτι

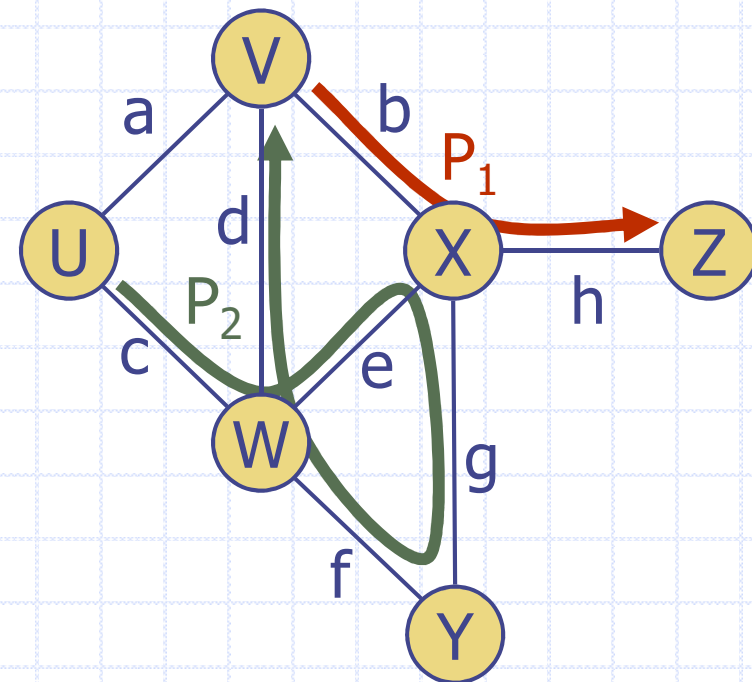
- ακολουθία από εναλλασσόμενες κορυφές και ακμές
- αρχίζει με κορυφή
- τελειώνει με μια κορυφή
- κάθε ακμή ξεκινάει και τελειώνει με τα άκρα της

## □ Απλό μονοπάτι

- ένα μονοπάτι που όλες οι κορυφές και οι ακμές του είναι διαφορετικές

## □ Παραδείγματα

- $P_1 = (V, b, X, h, Z)$  είναι ένα απλό μονοπάτι
- $P_2 = (U, c, W, e, X, g, Y, f, W, d, V)$  είναι ένα μονοπάτι που δεν είναι απλό



# Ορολογία (συν.)

## Κύκλος

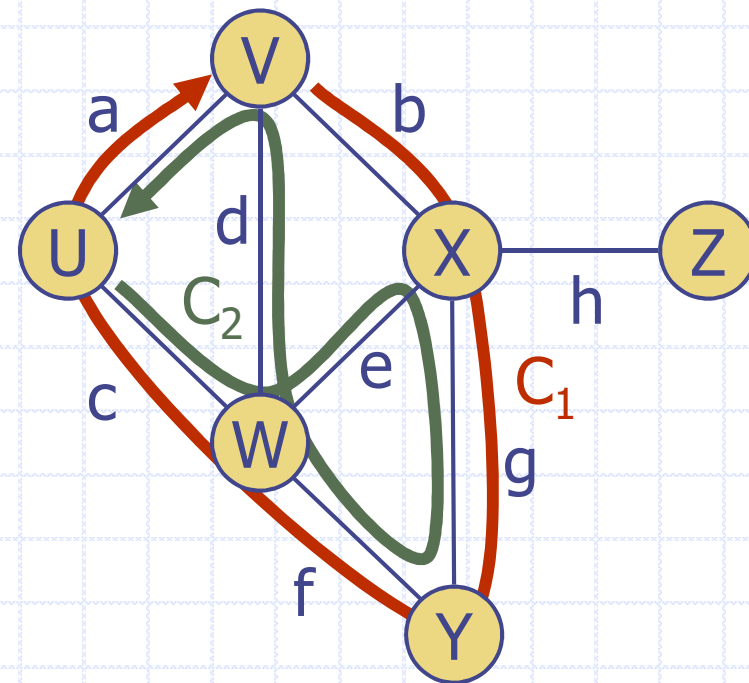
- κυκλική ακολουθία εναλλασσόμενων κορυφών και ακμών
- Τουλάχιστον μια ακμή αρχή και τέλος την ίδια κορυφή

## Απλός κύκλος

- κύκλος που όλες οι κορυφές και οι ακμές του είναι διαφορετικές

## Παραδείγματα

- $C_1 = (V, b, X, g, Y, f, W, c, U, a, \perp)$  είναι ένας απλός κύκλος
- $C_2 = (U, c, W, e, X, g, Y, f, W, d, V, a, \perp)$  είναι ένας κύκλος που δεν είναι απλός





# Ιδιότητες

## Ιδιότητα 1

$$\sum_v \deg(v) = 2m$$

Απόδειξη: κάθε πλευρά μετρίεται δύο φορές

## Ιδιότητα 2

Σε ένα μη κατευθυνόμενο γράφο χωρίς βρόχους και πολλαπλές πλευρές

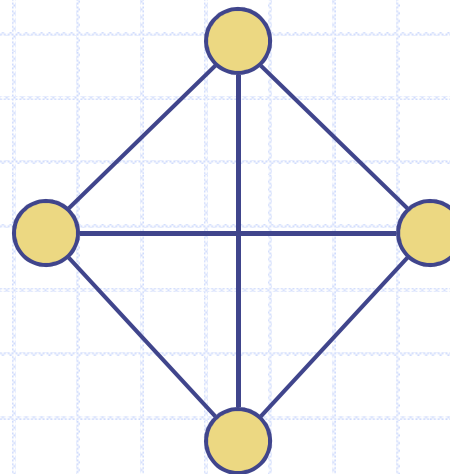
$$m \leq n(n-1)/2$$

Απόδειξη: κάθε κόμβος έχει βαθμό το πολύ  $(n-1)$

Ποιό είναι το όριο για κατευθυνόμενο γράφο;

## Συμβολισμός

|           |                        |
|-----------|------------------------|
| $n$       | πλήθος κορυφών         |
| $m$       | πλήθος ακμών           |
| $\deg(v)$ | βαθμός της κορυφής $v$ |



## Παράδειγμα

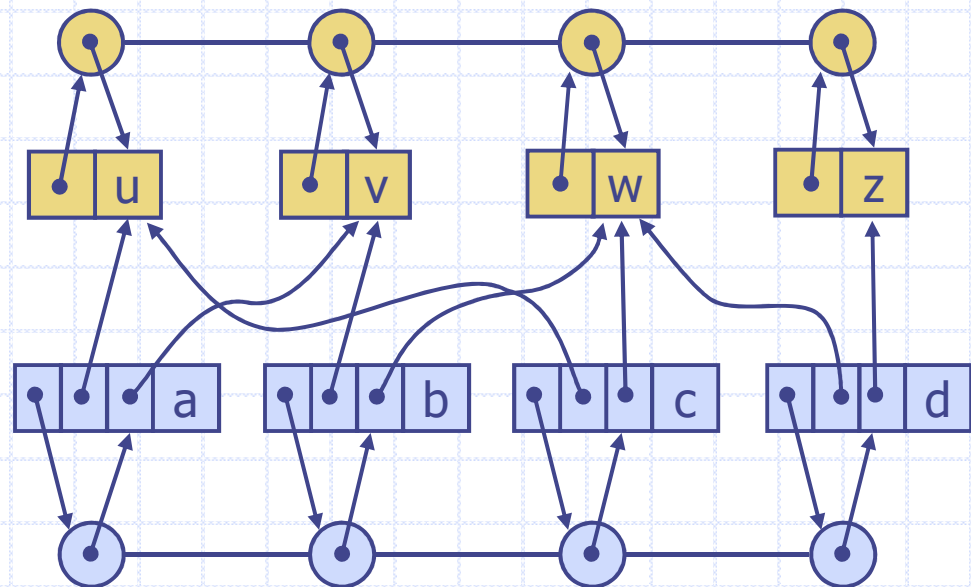
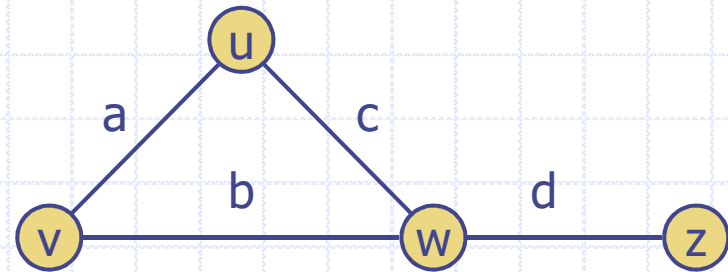
- $n = 4$
- $m = 6$
- $\deg(v) = 3$

# Βασικές Μέθοδοι του ΑΤΔ Γράφου

- Κορυφές και ακμές
  - είναι θέσεις
  - αποθηκεύουν στοιχεία
- Μέθοδοι προσπέλασης
  - **endVertices**(e): επιστρέφει ένα πίνακα με δυο κορυφές άκρα
  - **opposite**(v, e): η γειτονική κορυφή από την v στην ακμή e
  - **areAdjacent**(v, w): true αν και μόνον αν οι v και w είναι διαδοχικές
  - **replace**(v, x): αντικατάσταση του στοιχείου στην κορυφή v με το x
  - **replace**(e, x): αντικατάσταση του στοιχείου στην ακμή e με το x
- Μέθοδοι ενημέρωσης
  - **insertVertex**(o): εισάγει μια κορυφή που αποθηκεύει το στοιχείο o
  - **insertEdge**(v, w, o): εισάγει μια ακμή (v,w) που αποθηκεύει το στοιχείο o
  - **removeVertex**(v): διαγράφει την κορυφή v (και τις προσκείμενες ακμές της)
  - **removeEdge**(e): διαγράφει την ακμή e
- Μέθοδοι επαναλήψιμης συλλογής
  - **incidentEdges**(v): οι προσκείμενες ακμές στη v
  - **vertices**(): όλες οι κορυφές του γράφου
  - **edges**(): όλες οι ακμές του γράφου

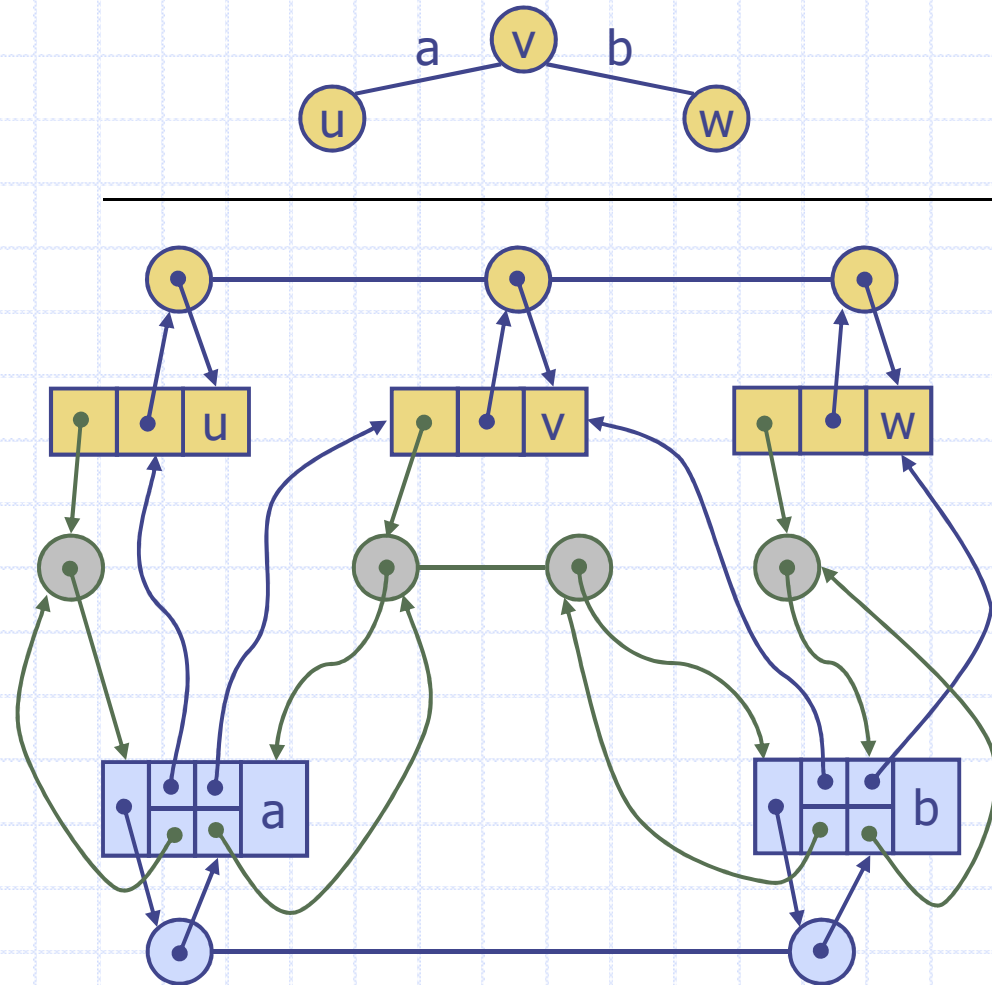
# Δομή Λίστας Ακμών

- Αντικείμενο Κορυφή
  - στοιχείο
  - αναφορά σε μια θέση στην ακολουθία κορυφών
- Αντικείμενο Ακμή
  - στοιχείο
  - αντικείμενο κορυφή αρχής
  - αντικείμενο κορυφή τέλους
  - αναφορά σε μια θέση στην ακολουθία των ακμών
- Ακολουθία Κορυφών
  - ακολουθία αντικειμένων κορυφών
- Ακολουθία Ακμών
  - ακολουθία αντικειμένων ακμών



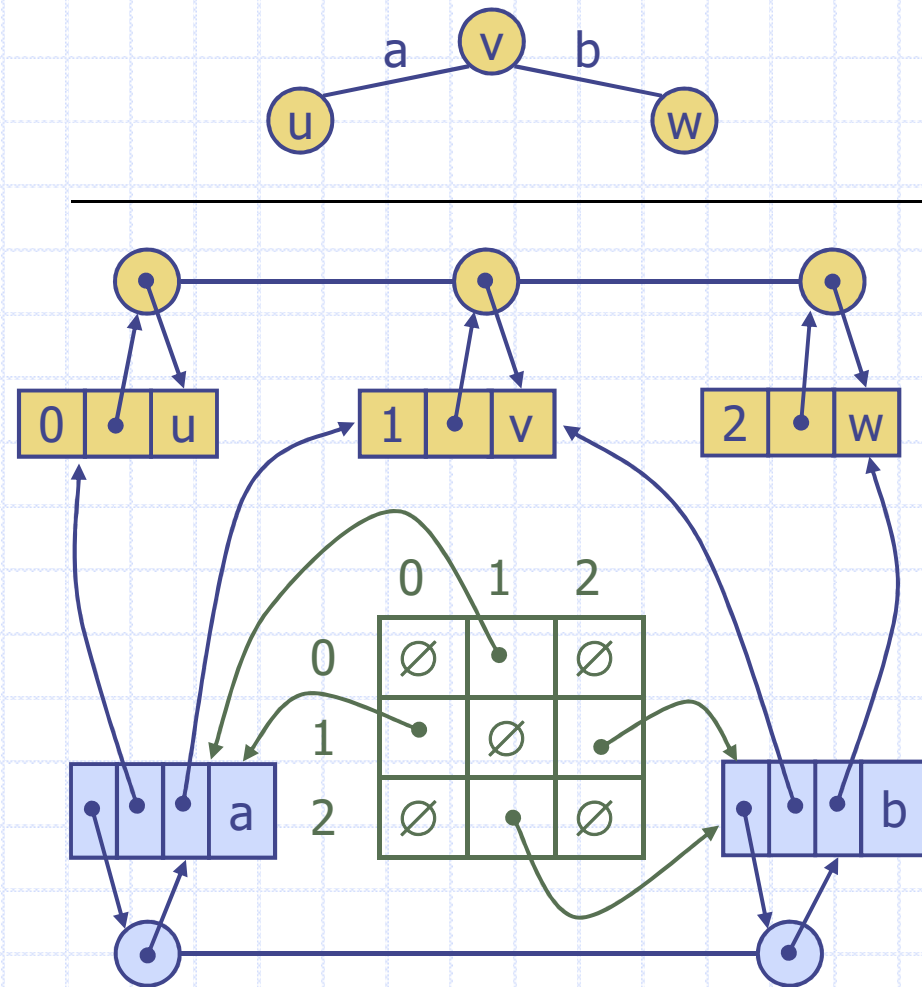
# Δομή Λίστας Γειτνίασης

- Δομή λίστας Ακμών
- Ακολουθία προσκείμενων για κάθε κορυφή
  - Ακολουθία αναφορών σε αντικείμενα ακμές για προσκείμενες ακμές
- Επαυξημένα αντικείμενα ακμές
  - αναφορές σε αντίστοιχες θέσεις σε ακολουθίες προσκείμενων κορυφών άκρων



# Δομή Πίνακα Γειτνίασης

- Δομή λίστας ακμών
- Επαυξημένα αντικείμενα κορυφές
  - Κλειδί ακέραιος (ευρετήριο) συνδυάζεται με την κορυφή
- Πίνακας γειτνίασης δύο διαστάσεων
  - Αναφορά σε αντικείμενο πλευρά για γειτονικές κορυφές
  - Null για μη γειτονικές κορυφές
- Η παραδοσιακή εκδοχή έχει 0 αν δεν υπάρχει ακμή και 1 αν έχει ακμή



# Απόδοση

|   |                    |                                      |                    |
|---|--------------------|--------------------------------------|--------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <math>n</math> κορυφές, <math>m</math> πλευρές</li> <li>▪ χωρίς παράλληλες ακμές</li> <li>▪ χωρίς βρόχους</li> </ul> | Λίστα Ακμών<br>$v$ | Λίστα Γειτνίασης                     | Πίνακας Γειτνίασης |
| Χώρος   | $n + m$            | $n + m$                              | $n^2$              |
| <b>incidentEdges</b> ( $v$ )  | $m$                | $\text{deg}(v)$                      | $n$                |
| <b>areAdjacent</b> ( $v, w$ )   | $m$                | $\min(\text{deg}(v), \text{deg}(w))$ | 1                  |
| <b>insertVertex</b> ( $o$ )   | 1                  | 1                                    | $n^2$              |
| <b>insertEdge</b> ( $v, w, o$ )   | 1                  | 1                                    | 1                  |
| <b>removeVertex</b> ( $v$ )   | $m$                | $\text{deg}(v)$                      | $n^2$              |
| <b>removeEdge</b> ( $e$ )   | 1                  | 1                                    | 1                  |