

# Διοίκηση Παραγωγής Συστημάτων και Υπηρεσιών

1<sup>η</sup> Εργασία - Ιωάννης Τσαντήλας, 03120883

## Μεταβλητές Απόφασης, $t \in [0,12]$

- $P_t$  (production): η παραγωγή του μήνα  $t$ .
- $S_t$  (stock): το απόθεμα του μήνα  $t$ .
- $I_t$  (increase): η αύξηση της παραγωγής του μήνα  $t$  σε σχέση με την παραγωγή του μήνα  $t-1$ .
- $D_t$  (decrease): η μείωση της παραγωγής του μήνα  $t$  σε σχέση με την παραγωγή του μήνα  $t-1$ .
- $O_t$  (overtime): πλήθος τεμαχίων που παράχθηκαν στις υπερωρίες τον μήνα  $t$ .
- $U_t$  (underemployment): πλήθος τεμαχίων που παράχθηκαν σε υποαπασχόληση τον μήνα  $t$ .

## Παράμετροι - Δεδομένα

- $d_t$  (demand): ζήτηση τον μήνα  $t$ , η οποία σύμφωνα με τα δεδομένα του προβλήματος είναι:

$t$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$d_t$	0	2100	1900	1600	1500	1550	1400	1250	1700	2200	2300	2100	1950

- $C_P$  (Production Cost): κόστος παραγωγής ενός τεμαχίου,  $C_P = 50$  €.
- $C_S$  (Stock Cost): κόστος αποθήκευσης ενός τεμαχίου,  $C_S = 0,80$  €.
- $C_I$  (Increase Cost): κόστος αύξησης της παραγωγής,  $C_I = 1,30$  €/μονάδα αύξησης.
- $C_D$  (Decrease Cost): κόστος μείωσης της παραγωγής,  $C_D = 2$  €/μονάδα αύξησης.
- $C_O$  (Overtime Cost): κόστος υπερωριών,  $C_O = 2,50$  €/μονάδα.
- $C_U$  (Underemployment Cost): κόστος υποαπασχόλησης,  $C_U = 4$  €/μονάδα.
- $NP$  (Normal Production): η δυνατότητα της επιχείρησης για κανονική παραγωγή,  $NP = 1800$  τεμάχια.
- $P_0$ : η αρχική παραγωγή,  $P_0 = 1600$  τεμάχια.
- $S_0$ : το αρχικό απόθεμα,  $S_0 = 700$  τεμάχια.

Επομένως, οι περιορισμοί μας είναι:

1. Η παραγωγή του παρόντος μήνα μείον τη ζήτηση του, συν το απόθεμα του προηγούμενου ισούται με το απόθεμα του παρόντος:

$$P_t + S_{t-1} = S_t + d_t$$

2. Περιορισμός για την αύξηση/ μείωση της παραγωγής, έτσι ώστε μόνο μία από τις δύο μεταβλητές να παίρνει τιμή εάν ο ρυθμός παραγωγής αλλάξει από τον έναν μήνα στον επόμενο:

$$P_t - P_{t-1} = I_t - D_t$$

3. Περιορισμός για την υπερωρία/ υποαπασχόληση, έτσι ώστε μόνο μία από τις δύο μεταβλητές να παίρνει τιμή εάν ο ρυθμός παραγωγής αποκλίνει από το 1800:

$$P_t - 1800 = O_t - U_t$$

4. Όλες οι μεταβλητές θα πρέπει να είναι φυσικές:

$$P_t, S_t, I_t, D_t, O_t, U_t \in \mathbb{N}$$

## Αντικειμενική Συνάρτηση και Στόχος

Η αντικειμενική συνάρτηση είναι το άθροισμα όλων των κοστών στην διάρκεια των 12 μηνών. Στόχος μας είναι η ελαχιστοποίηση της:

$$\begin{aligned} \text{minimize}(TC) &= \text{minimize} \left( \sum_{t=1}^{12} (C_P \cdot P_t + C_S \cdot S_t + C_I \cdot I_t + C_D \cdot D_t + C_O \cdot O_t + C_U \cdot U_t) \right) = \\ &= \text{minimize} \left( \sum_{t=1}^{12} (50 \cdot P_t + 0.8 \cdot S_t + 1.3 \cdot I_t + 2 \cdot D_t + 2.5 \cdot O_t + 4 \cdot U_t) \right) \end{aligned}$$

### Λύση με χρήση online LP Solver

Για την επίλυση του προβλήματος χρησιμοποίησα online solver, που βρίσκεται σε αυτό το link <https://online-optimizer.appspot.com/>. Μπορείτε να τρέξετε τον κώδικα που έχω στο exercise\_1.txt ακολουθώντας τα βήματα:

- Πατήστε στην αριστερή στήλη την επιλογή «**Model**».
- Αντιγράψτε τον κώδικα του exercise\_1.txt στο IDE.
- Πατήστε κάτω αριστερά το πράσινο κουμπί «**Solve Model**»
- Στις υποκατηγορίες του «**Solution**» (αριστερή στήλη, κάτω από το «Model»):
  - Model Overview: η λύση της αντικειμενικής συνάρτησης
  - Variables: οι τιμές των μεταβλητών απόφασης στην βέλτιστη λύση.

Παρέχω screenshot του κώδικα:

```

1  var production{1 .. 12} >= 0 integer;
2  var stock{1 .. 12} >= 0 integer;
3  var increase{1 .. 12} >= 0 integer;
4  var decrease{1 .. 12} >= 0 integer;
5  var overtime{1 .. 12} >= 0 integer;
6  var underemployment{1 .. 12} >= 0 integer;
7
8  minimize z: sum{j in 1..12} (50*production[j] + 0.8*stock[j] + 1.3*increase[j] + 2*decrease[j] + 2.5*overtime[j] + 4*underemployment[j]);
9
10 subject to constraint_1: production[1] + 700 = stock[1] + 2100;
11 subject to constraint_2: production[2] + stock[1] = stock[2] + 1900;
12 subject to constraint_3: production[3] + stock[2] = stock[3] + 1600;
13 subject to constraint_4: production[4] + stock[3] = stock[4] + 1500;
14
15 subject to constraint_5: production[5] + stock[4] = stock[5] + 1550;
16 subject to constraint_6: production[6] + stock[5] = stock[6] + 1400;
17 subject to constraint_7: production[7] + stock[6] = stock[7] + 1250;
18 subject to constraint_8: production[8] + stock[7] = stock[8] + 1700;
19
20 subject to constraint_9: production[9] + stock[8] = stock[9] + 2200;
21 subject to constraint_10: production[10] + stock[9] = stock[10] + 2300;
22 subject to constraint_11: production[11] + stock[10] = stock[11] + 2100;
23 subject to constraint_12: production[12] + stock[11] = stock[12] + 1950;
24
25 subject to constraint_Inc_Dec_1st: production[1] - 1600 = increase[1] - decrease[1];
26 subject to constraint_Inc_Dec{j in 2..12}: production[j] - production[j-1] = increase[j] + decrease[j];
27 subject to constraint_Ov_Und{j in 1..12}: production[j] - 1800 = overtime[j] - underemployment[j];
28
29
30

```

Η βέλτιστη λύση είναι 1.050.280 €. Τα αποτελέσματα, μαζεμένα στον κάτωθι πίνακα:

<i>Month</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Cost (€)
<i>Production</i>	1650	1650	1650	1650	1650	1800	1800	1800	1800	1800	1800	1800	1.042.500
<i>Stock</i>	250	0	50	200	300	700	1250	1350	950	450	150	0	4.520
<i>Increase</i>	50	0	0	0	0	150	0	0	0	0	0	0	260
<i>Decrease</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
<i>Overtime</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
<i>Underemployment</i>	150	150	150	150	150	0	0	0	0	0	0	0	3.000

Και ενδεικτικά screenshots από το «Solution»:

Model overview

Label	Value
Problem type	Integer Optimization
Objective	Minimize z
Optimal objective value	1050280
Solver status	Optimal

Variables

Variable	Type	Value	Value bounds
production[1]	Integer	1650	[0, Inf]
production[2]	Integer	1650	[0, Inf]
production[3]	Integer	1650	[0, Inf]
production[4]	Integer	1650	[0, Inf]
production[5]	Integer	1650	[0, Inf]
production[6]	Integer	1800	[0, Inf]
production[7]	Integer	1800	[0, Inf]
production[8]	Integer	1800	[0, Inf]

Variables

Variable	Type	Value	Value bounds
production[9]	Integer	1800	[0, Inf]
production[10]	Integer	1800	[0, Inf]
production[11]	Integer	1800	[0, Inf]
production[12]	Integer	1800	[0, Inf]
stock[1]	Integer	250	[0, Inf]
stock[2]	Integer	0	[0, Inf]
stock[3]	Integer	50	[0, Inf]
stock[4]	Integer	200	[0, Inf]

Variable	Value
production[9]	1800
production[10]	1800
production[11]	1800
production[12]	1800
stock[1]	250
stock[2]	0
stock[3]	50
stock[4]	200

Variable	Value
stock[5]	300
stock[6]	700
stock[7]	1250
stock[8]	1350
stock[9]	950
stock[10]	450
stock[11]	150
stock[12]	0
increase[11]	50

Variables

Variable	Value
increase[1]	50
increase[2]	0
increase[3]	0
increase[4]	0
increase[5]	0
increase[6]	150
increase[7]	0
increase[8]	0
increase[9]	0