

# Μεγιστοποίηση κέρδους

Αντώνης Παπαβασιλείου, ΕΜΠ

Βασισμένο στον Varian [1]

# Περιεχόμενα

- Κέρδος
- Οργάνωση επιχειρήσεων
- Σταθεροί και μεταβλητοί συντελεστές
- Βραχυπρόθεσμη μεγιστοποίηση κέρδους
- Συγκριτική στατική
- Μακροπρόθεσμη μεγιστοποίηση κέρδους
- Αντίστροφες καμπύλες ζήτησης συντελεστών παραγωγής
- Μεγιστοποίηση κέρδους και αποδόσεις κλίμακας
- Αποκαλυφθείσα κερδοφορία
- Ελαχιστοποίηση κόστους
- Παράρτημα

# Μεγιστοποίηση κέρδους

- Υποθέτουμε πως ο τρόπος με τον οποίο αποφασίζουν οι επιχειρήσεις για το συνδυασμό εισροών και εκροών είναι με στόχο τη μεγιστοποίηση του κέρδους
- Έχουμε ορίσει ως **ανταγωνιστικές αγορές** αυτές στις οποίες οι πράκτορες θεωρούν τις τιμές των αγαθών ως ανεξάρτητες από τις αποφάσεις τους
- Θα υποθέσουμε σε αυτό το κεφάλαιο πως οι επιχειρήσεις λειτουργούν σε ανταγωνιστικές αγορές για τις εισροές και τις εκροές τους

# Κέρδος

# Κέρδος

- Το κέρδος ορίζεται ως η διαφορά εσόδων και κόστους
- Ας υποθέσουμε ότι η επιχείρηση παράγει  $n$  εκροές  $(y_1, \dots, y_n)$  και χρησιμοποιεί  $m$  εισροές  $(x_1, \dots, x_m)$
- Ας υποθέσουμε πως οι τιμές των εκροών είναι  $(p_1, \dots, p_n)$ , και πως οι τιμές των εισροών είναι  $(w_1, \dots, w_m)$

- Το κέρδος της επιχείρησης μπορεί να εκφραστεί ως

$$\pi = \sum_{i=1}^n p_i y_i - \sum_{i=1}^m w_i x_i$$

- Πρέπει να συμπεριλαμβάνουμε όλες τις εισροές, στο **κόστος ευκαιρίας**
  - Ιδιοκτήτης μονοπρόσωπης επιχείρησης: ο χρόνος του ιδιοκτήτη είναι συντελεστής παραγωγής, ο μισθός της εργασίας είναι το κόστος ευκαιρίας / τιμή του συντελεστή παραγωγής
  - Αγρότης: η γη είναι συντελεστής παραγωγής, η τιμή στην οποία μπορεί να νοικιαστεί είναι το κόστος ευκαιρίας / τιμή του συντελεστή παραγωγής
  - Το οικονομικό κόστος διαφέρει από το ιστορικό / λογιστικό κόστος: σκεφτείτε για παράδειγμα το κόστος φυσικού αερίου το Νοέμβριο του 2022

## Ερώτηση 20.4

- Ένας κηπουρός καυχιέται: “Για μόνο 1 € καρπών έχω καλλιεργήσει πάνω από 20 € προϊόντων!”
- Εκτός από το γεγονός ότι το προϊόν είναι μπάμιες, τι άλλες παρατηρήσεις θα μπορούσε να κάνει ένας κυνικός οικονομολόγος για αυτήν την κατάσταση;

# Απάντηση στην ερώτηση 20.4

- Ο κηπουρός αγνόησε το κόστος ευκαιρίας
- Ο υπολογισμός του πραγματικού κόστους πρέπει να συμπεριλάβει το κόστος του χρόνου / εργασίας που αφιέρωσε, και που δεν του καταβλήθηκε σε μορφή μισθού

# Οργάνωση επιχειρήσεων



# Μορφές επιχειρήσεων

- Μια **ατομική επιχείρηση** είναι μια επιχείρηση που ανήκει σε ένα μοναδικό φυσικό πρόσωπο
- Μια **ιδιωτική εταιρεία** ανήκει σε δύο ή περισσότερα φυσικά πρόσωπα
  - Είθισται τα πρόσωπα αυτά να συμμετέχουν ενεργά στη διοίκηση της εταιρείας
  - Και κατά κανόνα επιδιώκουν τη μεγιστοποίηση κέρδους
  - Η ζωή της ιδιωτικής εταιρείας δεν ξεπερνά τη ζωή των ιδιοκτητών
- Μια **ανώνυμη εταιρεία** επίσης ανήκει σε πολλαπλούς ιδιοκτήτες, αλλά έχει ξεχωριστή νομική υπόσταση από τους ιδιοκτήτες
  - Η ζωή της ανώνυμης εταιρείας μπορεί να ξεπερνά τη ζωή των ιδιοκτητών, για αυτό και οι μεγάλοι οργανισμοί έχουν αυτήν την υπόσταση
  - Οι ιδιοκτήτες της εταιρείας δε διοικούν την εταιρεία, αλλά ορίζουν στόχους για τους διοικητές της εταιρείας (κατά κανόνα μεγιστοποίηση κέρδους), και παρακολουθούν αν η διοίκηση της εταιρείας τους επιδιώκει

# Σταθεροί και μεταβλητοί συντελεστές

# Σταθεροί και μεταβλητοί συντελεστές

- **Σταθεροί συντελεστές** είναι συντελεστές παραγωγής οι οποίοι είναι διαθέσιμοι σε δεδομένη ποσότητα για την επιχείρηση
- Αν ένας συντελεστής παραγωγής μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε μεταβλητό επίπεδο ονομάζεται **μεταβλητός συντελεστής**
- Η μακροπρόθεσμη χρονική κλίμακα χαρακτηρίζεται από το γεγονός ότι όλοι οι συντελεστές παραγωγής σε αυτήν τη χρονική κλίμακα είναι μεταβλητοί
- Άρα το ελάχιστο κέρδος που μπορεί να πετύχει η επιχείρηση στη μακροπρόθεσμη κλίμακα είναι 0: δεν παράγει και δεν πουλά τίποτα (κλείνει)
- Σε βραχυπρόθεσμη κλίμακα υπάρχει περίπτωση η επιχείρηση να έχει *αρνητικά* κέρδη
  - Οι σταθεροί συντελεστές παραγωγής πρέπει να πληρωθούν ακόμη και αν η επιχείρηση παράγει μηδενική εκροή
- **Σχεδόν σταθεροί συντελεστές παραγωγής:** συντελεστές παραγωγής που είναι μηδέν αν η επιχείρηση δεν παράγει τίποτα, αλλά πρέπει να πληρωθούν ακόμη και αν η επιχείρηση ελάχιστη μη μηδενική εκροή (π.χ. το κόστος εκκίνησης μιας μονάδας παραγωγής ηλεκτρισμού)

# Βραχυπρόθεσμη μεγιστοποίηση κέρδους

# Βραχυπρόθεσμη μεγιστοποίηση κέρδους

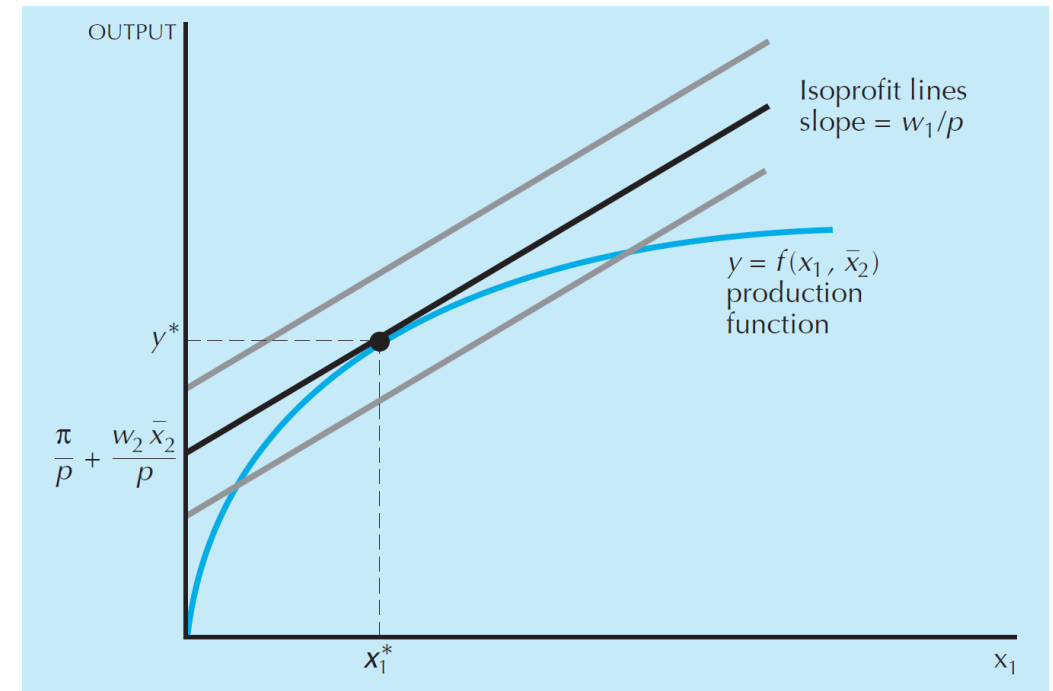
- Ας θεωρήσουμε το βραχυπρόθεσμο πρόβλημα μεγιστοποίησης κέρδους της επιχείρησης, όπου ο συντελεστής 2 είναι σταθερός και ίσος με  $\bar{x}_2$
- Συμβολίζουμε με  $f(x_1, x_2)$  τη συνάρτηση παραγωγής της επιχείρησης, με  $p$  την τιμή της εκροής, και με  $w_1$  και  $w_2$  τις τιμές των δύο εισροών
- Το πρόβλημα μεγιστοποίησης κέρδους της επιχείρησης είναι
$$\max_{x_1} pf(x_1, \bar{x}_2) - w_1x_1 - w_2\bar{x}_2$$
- Η συνθήκη για τη βέλτιστη επιλογή  $x_1^*$  του συντελεστή 1 είναι η εξής:
$$pMP_1(x_1^*, \bar{x}_2) = w_1$$
- Η αξία του οριακού προϊόντος ενός συντελεστή παραγωγής πρέπει να ισούται με την τιμή του
- Διαισθητικά είναι ξεκάθαρο: στο σημείο μεγιστοποίησης κέρδους, η αξία της επιπλέον εκροής που δημιουργείται από την επιπλέον χρήση του συντελεστή παραγωγής πρέπει να ισούται με το κόστος αγοράς του επιπλέον συντελεστή παραγωγής

# Μεγιστοποίηση κέρδους: γραφική αναπαράσταση

- Η καμπυλωτή γραμμή είναι η συνάρτηση παραγωγής με το συντελεστή 2 σταθερό
- Αν θεωρήσουμε σταθερό  $y$ , έχουμε
$$\pi = py - w_1x_1 - w_2\bar{x}_2$$
- Λύνοντας ως προς  $y$ , έχουμε **γραμμές ίσου κέρδους**, δηλαδή συνδυασμούς εισροών και εκροών που οδηγούν σε σταθερό κέρδος  $\pi$ :

$$y = \frac{\pi}{p} + \frac{w_2}{p}\bar{x}_2 + \frac{w_1}{p}x_1 \quad (20.1)$$

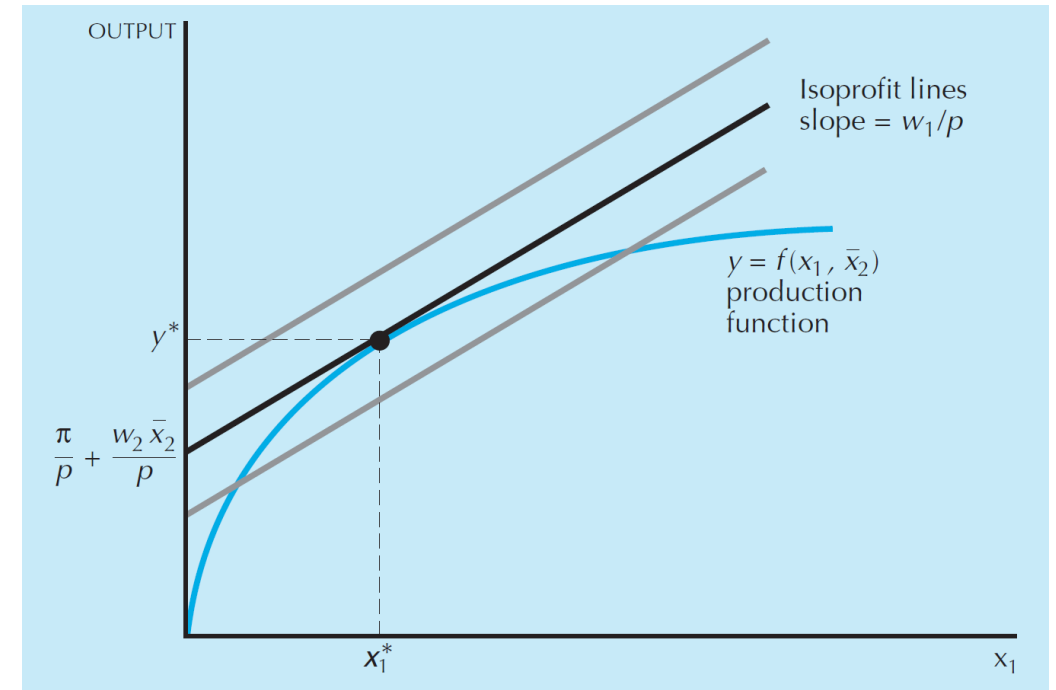
- Η τομή αυτών των γραμμών με τον κάθετο άξονα είναι  $\frac{\pi}{p} + \frac{w_2}{p}\bar{x}_2$



# Μεγιστοποίηση κέρδους: γραφική αναπαράσταση

- Άρα, όσο αυξάνουμε το  $\pi$ , έχουμε γραμμές ίσου κέρδους που κινούνται προς τα πάνω
- Η γραμμή ίσου κέρδους με το μεγαλύτερο κέρδος είναι εφαπτόμενη στη συνάρτηση παραγωγής
- Η κλίση της συνάρτησης παραγωγής είναι το οριακό προϊόν του συντελεστή 1, και η κλίση της γραμμής ίσου κέρδους είναι  $\frac{w_1}{p}$
- Άρα πρέπει να ισχύει ότι (όπως είδαμε προηγουμένως)

$$MP_1 = \frac{w_1}{p}$$



## Ερώτηση 20.6

- Αν  $pMP_1 > w_1$ , τότε πρέπει η επιχείρηση να αυξήσει ή να μειώσει την ποσότητα του συντελεστή παραγωγής 1 προκειμένου να αυξήσει τα κέρδη της;



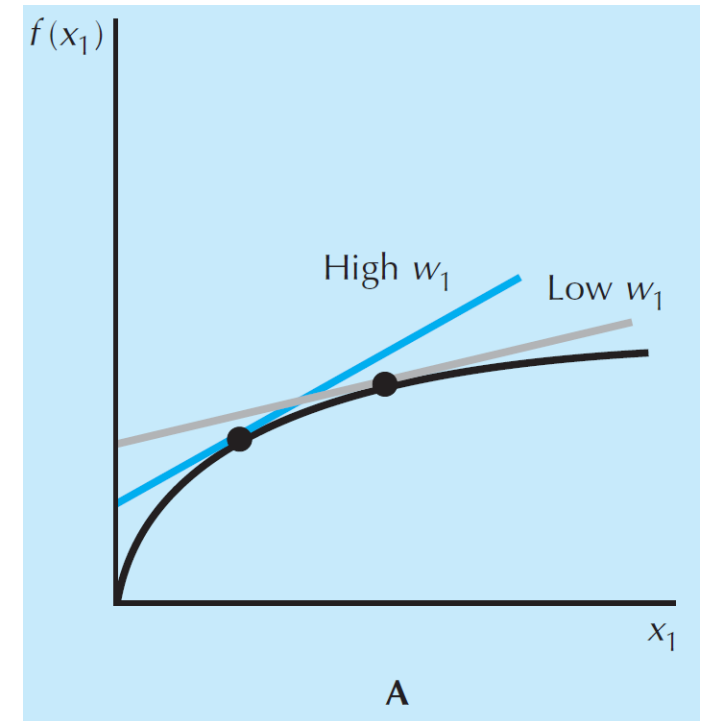
# Απάντηση στην ερώτηση 20.6

- Να αυξήσει

# Συγκριτική στατική

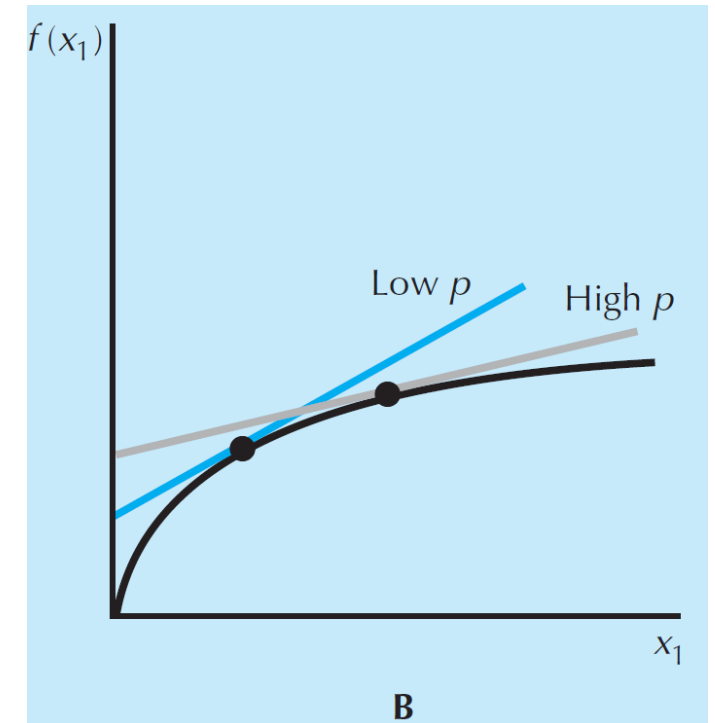
# Συγκριτική στατική: αλλαγή της τιμής του συντελεστή παραγωγής 1

- Η **συγκριτική στατική** της επιχείρησης αναλύει, μεταξύ άλλων, πώς η επιλογή εισροών και εκροών της επιχείρησης αλλάζει όταν μεταβάλλονται οι τιμές των εισροών και εκροών
- Από την εξίσωση (20.1), παρατηρούμε πως όταν αυξάνουμε την τιμή της εισροής 1,  $w_1$ , τότε η γραμμή ίσου κέρδους αποκτά μεγαλύτερη κλίση
- Άρα η εφαπτομένη γραμμή ίσου κέρδους ακουμπά τη συνάρτηση παραγωγής πιο αριστερά
- Άρα η ζήτηση του συντελεστή παραγωγής 1 μειώνεται
- Εναλλακτική ερμηνεία: οι καμπύλες ζήτησης των συντελεστών παραγωγής έχουν αρνητική κλίση



# Συγκριτική στατική: αλλαγή της τιμής της εκροής

- Αν η τιμή της εκροής μειωθεί, οι καμπύλες ίσου κέρδους γίνεται πιο απότομες
- Άρα η εφαπτομένη γραμμή ίσου κέρδους ακουμπά τη συνάρτηση παραγωγής πιο αριστερά
- Αν η χρήση του συντελεστή 1 μειώνεται και η χρήση του συντελεστή 2 δεν αλλάζει, η εκροή μειώνεται
- Άρα η προσφορά της εκροής μειώνεται
- Εναλλακτική ερμηνεία: η καμπύλη προσφοράς της εκροής έχει ανοδική κλίση



# Συγκριτική στατική: αλλαγή της τιμής του συντελεστή παραγωγής 2

- Αν η τιμή του συντελεστή παραγωγής 2 αλλάξει, δεν αλλάζει η κλίση των γραμμών ίσου κέρδους
- Άρα το σημείο επαφής της εφαπτομένης γραμμής ίσου κέρδους με τη συνάρτηση παραγωγής δεν αλλάζει
- Άρα η χρήση του συντελεστή 1 δεν αλλάζει
- Αλλά αλλάζει το κέρδος της επιχείρησης

# Ερώτηση 20.1

- Σε βραχυπρόθεσμη κλίμακα, αν αυξηθεί η τιμή του σταθερού συντελεστή παραγωγής, τι θα συμβεί στα κέρδη;

# Απάντηση στην ερώτηση 20.1

- Τα κέρδη θα μειωθούν

## Ερώτηση 20.7

- Έστω πως η επιχείρηση μεγιστοποιεί το κέρδος βραχυπρόθεσμα με μεταβλητό συντελεστή παραγωγής  $x_1$  και σταθερό συντελεστή παραγωγής  $x_2$
- Αν η τιμή του  $x_2$  μειωθεί, τι συμβαίνει στη χρήση του  $x_1$ ;
- Τι συμβαίνει στο επίπεδο κερδών της επιχείρησης;



# Answer to Question 20.7

- Η χρήση του  $x_1$  δεν αλλάζει
- Τα κέρδη αυξάνονται

# Μακροπρόθεσμη μεγιστοποίηση κέρδους

# Μακροπρόθεσμη μεγιστοποίηση κέρδους

- Μακροπρόθεσμα η επιχείρηση λύνει το ακόλουθο πρόβλημα μεγιστοποίησης κέρδους, όπου όλοι οι συντελεστές παραγωγής μπορούν να μεταβάλλονται:

$$\max_{x_1, x_2} pf(x_1, x_2) - w_1x_1 - w_2x_2$$

- Οι αναγκαίες συνθήκες για μια βέλτιστη λύση είναι:

$$pMP_1(x_1^*, x_2^*) = w_1$$

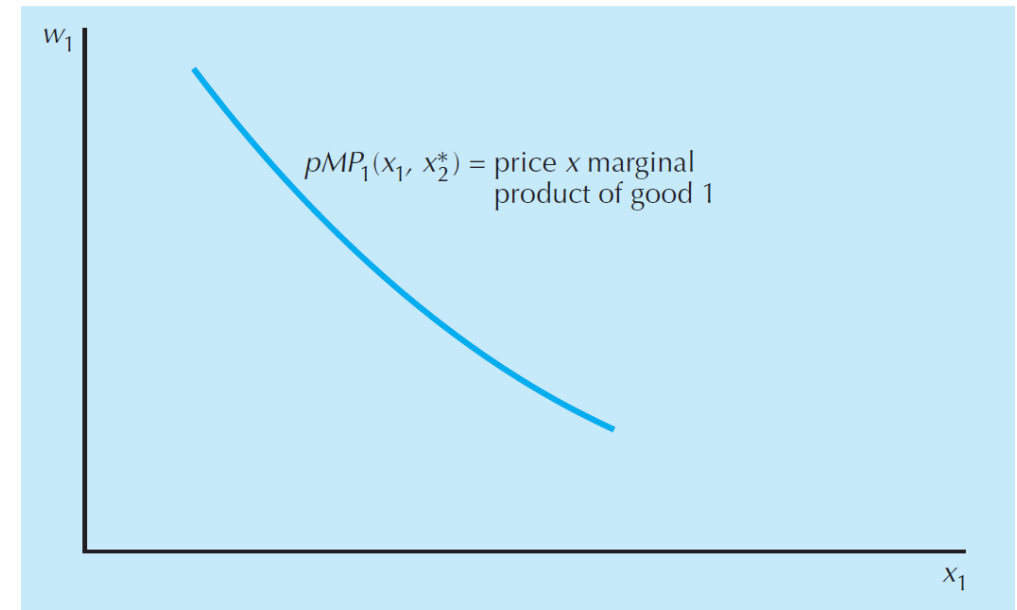
$$pMP_2(x_1^*, x_2^*) = w_2$$

- Η διαισθητική ερμηνεία είναι η ίδια με του βραχυπρόθεσμου μοντέλου: το οριακό έσοδο από κάθε συντελεστή παραγωγής πρέπει να ισούται με το οριακό κόστος κάθε συντελεστή παραγωγής
- Έχουμε ένα σύστημα δύο εξισώσεων σε δύο αγνώστους: αν λύσουμε για τα  $x_1, x_2$  ως συνάρτηση των τιμών, και οι συναρτήσεις αυτές είναι οι **καμπύλες ζήτησης των συντελεστών παραγωγής**

# Αντίστροφες καμπύλες ζήτησης συντελεστών παραγωγής

# Αντίστροφες καμπύλες ζήτησης συντελεστών παραγωγής

- Οι **καμπύλες ζήτησης συντελεστών παραγωγής** υπολογίζονται όπως στην προηγούμενη διαφάνεια: για δεδομένα  $(p, w_1, w_2)$  βρίσκουμε ζήτηση συντελεστών παραγωγής  $(x_1^*, x_2^*)$  τέτοιες ώστε η αξία του κάθε συντελεστή παραγωγής να ισούται με την τιμή αγοράς του συντελεστή παραγωγής
- Η **αντίστροφη καμπύλη ζήτησης** κάθε **συντελεστή παραγωγής** μετρά την ίδια σχέση, αλλά διαφορετικά: ποιες τιμές πρέπει να επικρατήσουν για να υπάρξει μια δεδομένη ζήτηση
- Αυτό είναι απλά το γράφημα της εξίσωσης
$$pMP_1(x_1, x_2^*) = w_1$$
- Η καμπύλη αυτή θα έχει αρνητική κλίση λόγω του νόμου φθίνοντος οριακού προϊόντος



# Μεγιστοποίηση κέρδους και αποδόσεις κλίμακας

# Μηδενικό κέρδος σε μια ανταγωνιστική οικονομία με σταθερές αποδόσεις κλίμακας

- Έστω ότι μια επιχείρηση επιλέγει μακροπρόθεσμη εκροή που μεγιστοποιεί το κέρδος  $y^* = f(x_1^*, x_2^*)$ , την οποία εκροή παράγει με εισροές  $(x_1^*, x_2^*)$
- Τότε τα κέρδη της επιχείρησης είναι
$$\pi^* = py^* - w_1x_1^* - w_2x_2^*$$
- Ας υποθέσουμε ότι η επιχείρηση έχει σταθερές αποδόσεις κλίμακας
- Και ας υποθέσουμε ότι έχει θετικά κέρδη
- Τι θα συμβεί με τα κέρδη αν διπλασιάσει τη χρήση εισροών;
  - Θα διπλασιαστούν τα κέρδη
  - Αλλά αυτό είναι αντίφαση με τον ισχυρισμό ότι οι εισροές  $(x_1^*, x_2^*)$  μεγιστοποιούν τα κέρδη της επιχείρησης
- Ο μόνος τρόπος να μη φτάσουμε σε αντίφαση είναι αν τα κέρδη  $\pi^*$  ισούνται με μηδέν

# Φαινομενικό παράδοξο;

- Ίσως μας φαίνεται παράδοξο ότι οι επιχειρήσεις έχουν μηδενικό κέρδος μακροπρόθεσμα, δεδομένου ότι ο σκοπός ύπαρξής τους είναι να μεγιστοποιήσουν το κέρδος
- Μια διαίσθηση για να γίνει κατανοητό το αποτέλεσμα είναι πως όσο η βιομηχανία είναι επικερδής θα συνεχίσουν να μπαίνουν ανταγωνιστές και να σπρώχνουν κάτω τις τιμές
- Λειτουργικά, μπορούμε να σκεφτούμε τρεις δυνατές εκβάσεις, κάθε μία από τις οποίες παραβιάζει τις ταυτόχρονες υποθέσεις της προηγούμενης διαφάνειας:
  - Η εταιρεία θα συνεχίζει να μεγαλώνει στο βαθμό που γίνεται μη αποδοτική / εισέρχεται σε αρνητικές αποδόσεις κλίμακας (βλέπε IBM)
  - Η εταιρεία θα συνεχίζει να μεγαλώνει στο βαθμό που θα πάψει να συμπεριφέρεται ανταγωνιστικά γιατί αποκτά σημαντικό μερίδιο αγοράς και είναι σε θέση να επηρεάσει την τιμή (βλέπε Gazprom)
  - Κάθε εταιρεία μπορεί να ακολουθήσει το ίδιο μοντέλο παραγωγής και να συμπιέσει την τιμή της εκροής στο επίπεδο που τα κέρδη παύουν να είναι θετικά (βλέπε fish spas / μαγαζιά frozen yoghurt / μπαρ σε ανερχόμενες γειτονιές / padel ...)



## Ερώτηση 20.2

- Αν μια επιχείρηση έχει παντού αυξανόμενες αποδόσεις κλίμακας, τι θα συνέβαινε στα κέρδη της αν οι τιμές παρέμεναν σταθερές και αν διπλασίαζε την κλίμακα λειτουργίας της;

## Απάντηση στην ερώτηση 20.2

- Το κέρδος θα αυξανόταν, δεδομένου ότι το έσοδο από την εκροή θα αυξανόταν κατά περισσότερο από δύο φορές από το κόστος των εισροών

## Ερώτηση 20.3

- Αν μια επιχείρηση είχε φθίνουσες αποδόσεις κλίμακας σε όλα τα επίπεδα παραγωγής και διαιρούσε τον εαυτό της σε δύο μικρότερες επιχειρήσεις ίσου μεγέθους, τι θα συνέβαινε στα κέρδη της;

## Απάντηση στην ερώτηση 20.3

- Αν η επιχείρηση πράγματι είχε φθίνουσες αποδόσεις κλίμακας, διαίρεση της κλίμακας όλων των εισροών κατά 2 θα οδηγούσε σε περισσότερο από μισή εκροή
- Άρα η υποδιαιρεμένη επιχείρηση θα πετύχαινε υψηλότερο κέρδος από τη μεγαλύτερη επιχείρηση
- Για το λόγο αυτό, το να έχει μια επιχείρηση παντού φθίνουσες αποδόσεις κλίμακας δεν είναι ρεαλιστικό

## Ερώτηση 20.8

- Μια ανταγωνιστική επιχείρηση η οποία μεγιστοποιεί κέρδη και η οποία έχει θετικά κέρδη σε μακροπρόθεσμη ισορροπία (μπορεί/δεν μπορεί) να έχει τεχνολογία με σταθερές αποδόσεις κλίμακας

# Απάντηση στην ερώτηση 20.8

- Δεν μπορεί

# Αποκαλυφθείσα κερδοφορία

# Ασθενές αξίωμα μεγιστοποίησης κέρδους

- Όταν μια επιχείρηση επιλέγει συγκεκριμένες εισροές για δεδομένες τιμές, αποκαλύπτει ότι οι εισροές που επιλέγει είναι όχι μόνο εφικτές αλλά οι καλύτερες δυνατές για τις δεδομένες τιμές
- Συγκεκριμένα, αν η συνάρτηση παραγωγής μιας επιχείρησης δεν αλλάζει σε δύο χρονικές στιγμές  $t$  και  $s$ , και αν στη χρονική στιγμή  $t$  που οι τιμές είναι  $(p^t, w_1^t, w_2^t)$  επιλέγει  $(y^t, x_1^t, w_2^t)$ , ενώ στη χρονική στιγμή  $s$  που οι τιμές είναι  $(p^s, w_1^s, w_2^s)$  επιλέγει  $(y^s, x_1^s, w_2^s)$ , τότε ισχύουν οι παρακάτω ανισότητες:

$$p^t y^t - w_1^t x_1^t - w_2^t x_2^t \geq p^t y^s - w_1^t x_1^s - w_2^t x_2^s \quad (20.2)$$

$$p^s y^s - w_1^s x_1^s - w_2^s x_2^s \geq p^s y^t - w_1^s x_1^t - w_2^s x_2^t \quad (20.3)$$

- Η ικανοποίηση αυτών των ανισοτήτων ονομάζεται **ασθενές αξίωμα μεγιστοποίησης κέρδους (weak axiom of profit maximization, WAPM)**



# Τι μπορούμε να συμπεράνουμε από το WARM;

- Αναδιαρρυθμίζοντας την (20.3), έχουμε
$$-p^s y^t + w_1^s x_1^t + w_2^s x_2^t \geq -p^s y^s + w_1^s x_1^s + w_2^s x_2^s \quad (20.4)$$
- Προσθέτοντας την (20.4) στην (20.2):
$$(p^t - p^s)y^t - (w_1^t - w_1^s)x_1^t - (w_2^t - w_2^s)x_2^t \geq (p^t - p^s)y^s - (w_1^t - w_1^s)x_1^s - (w_2^t - w_2^s)x_2^s \quad (20.5)$$
- Αναδιαρρυθμίζοντας περαιτέρω:
$$(p^t - p^s)(y^t - y^s) - (w_1^t - w_1^s)(x_1^t - x_1^s) - (w_2^t - w_2^s)(x_2^t - x_2^s) \geq 0 \quad (20.6)$$
- Ορίζοντας τις αλλαγές στην εκροή ως  $\Delta y = y^t - y^s$  κ.ο.κ.:
$$\Delta p \Delta y - \Delta w_1 \Delta x_1 - \Delta w_2 \Delta x_2 \geq 0 \quad (20.7)$$
- Το αποτέλεσμα αυτό εμπεριέχει όλα τα αποτελέσματα συγκριτικής στατικής μιας επιχείρησης που μεγιστοποιεί κέρδος

# Αλλαγή μόνο στην τιμή εκροής

- Έστω ότι αλλάζει μόνο η τιμή της εκροής, δηλαδή  $\Delta p > 0$ ,  $\Delta w_1 = 0$ ,  $\Delta w_2 = 0$
- Τότε η εξίσωση (20.7) λέει ότι
$$\Delta p \Delta y \geq 0$$
- Άρα, αν η τιμή της εκροής αυξηθεί ( $\Delta p > 0$ ) τότε η αλλαγή στην εκροή πρέπει να είναι μη αρνητική ( $\Delta y \geq 0$ )
- Άρα η καμπύλη προσφοράς μιας επιχείρησης έχει μη αρνητική κλίση

# Αλλαγή μόνο στην τιμή μιας εισροής

- Αν η τιμή της εκροής και του συντελεστή παραγωγής 2 παραμείνουν σταθερές, η (20.7) γίνεται

$$-\Delta w_1 \Delta x_1 \geq 0$$

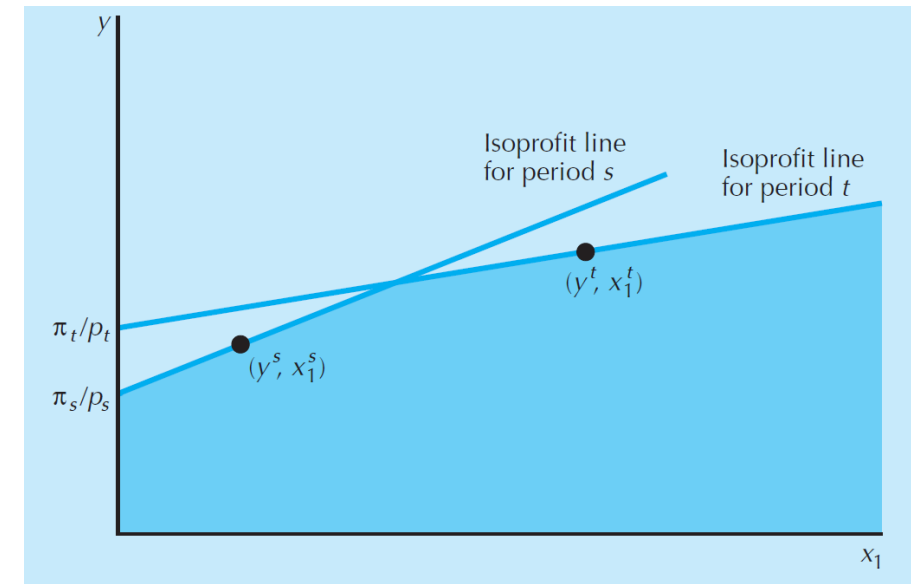
- Άρα

$$\Delta w_1 \Delta x_1 \leq 0$$

- Άρα αν η τιμή ενός συντελεστή παραγωγής αυξηθεί ( $\Delta w_1 > 0$ ) η ζήτηση για το συντελεστή παραγωγής δεν αυξάνεται ( $\Delta x_1 \leq 0$ )
- Άρα η καμπύλη ζήτησης του συντελεστή παραγωγής έχει μη θετική κλίση

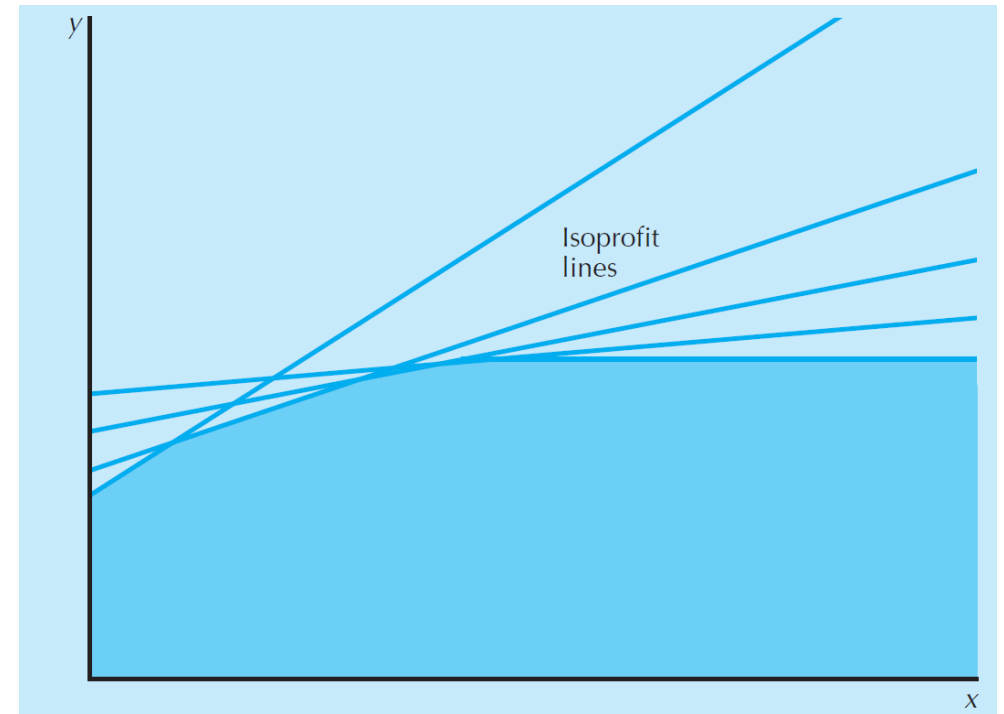
# Εκτιμώντας την τεχνολογία για δύο παρατηρήσεις επιχειρηματικών αποφάσεων

- Έστω ότι παρατηρούμε την απόφαση της επιχείρησης στην περίοδο  $t$ ,  $(y^t, x_1^t)$ , όταν οι τιμές είναι  $(p^t, w_1^t)$
- Και την απόφαση στην περίοδο  $s$ ,  $(y^s, x_1^s)$ , όταν οι τιμές είναι  $(p^s, w_1^s)$
- Τότε ξέρουμε ότι οι γραμμές ίσου κέρδους (τις οποίες μπορούμε να υπολογίσουμε) εφάπτονται στη συνάρτηση τεχνολογίας της επιχείρησης
- Άρα μια συνάρτηση τεχνολογίας που ικανοποιεί αυτήν την ιδιότητα είναι η σκούρα μπλε γραμμή του γραφήματος, δηλαδή όσα σημεία βρίσκονται κάτω και από τις δύο γραμμές ίσου κέρδους



# Εκτιμώντας την τεχνολογία για πολλαπλές παρατηρήσεις επιχειρηματικών αποφάσεων

- Αν έχουμε πολλαπλές παρατηρήσεις, τότε μπορούμε να ανακατασκευάσουμε με αυξανόμενη ακρίβεια τη συνάρτηση τεχνολογίας που οδηγεί στη δεδομένη συμπεριφορά της επιχείρησης
- Και αυτό είναι το μόνο που χρειαζόμαστε για να περιγράψουμε πλήρως τη συμπεριφορά της επιχείρησης



# Ελαχιστοποίηση κόστους

# Ελαχιστοποίηση κόστους

- Έστω ότι μια επιχείρηση επιλέγει να παράγει εκροή  $y$  προκειμένου να μεγιστοποιήσει το κέρδος της
- Τότε η επιχείρηση αναγκαστικά παράγει τη συγκεκριμένη ποσότητα εκροής  $y$  στο ελάχιστο κόστος
- Γιατί αν δεν ελαχιστοποιούσε το κόστος της, τότε δε θα μπορούσε να μεγιστοποιεί το κέρδος της
- Άρα η μεγιστοποίηση κόστους της επιχείρησης μπορεί να αποσυντεθεί σε δύο σκέλη:
  - Ελαχιστοποίηση του κόστους που απαιτείται για την παραγωγή  $y$  μονάδων εκροής (επόμενη ενότητα)
  - Προσδιορισμός του επιπέδου εκροής που μεγιστοποιεί το κέρδος της επιχείρησης

# Παράρτημα



# Μεγιστοποίηση κέρδους για τη συνάρτηση παραγωγής Cobb-Douglas

- Το πρόβλημα μεγιστοποίησης κέρδους της επιχείρησης είναι

$$\max_{x_1, x_2} p f(x_1, x_2) - w_1 x_1 - w_2 x_2$$

- Οι συνθήκες πρώτου βαθμού είναι

$$p \frac{\partial f(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_1} - w_1 = 0$$

$$p \frac{\partial f(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_2} - w_2 = 0$$

- Ας εξετάσουμε τη συνάρτηση παραγωγής Cobb-Douglas  $f(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b$

# Συνθήκες πρώτου βαθμού για τη συνάρτηση παραγωγής Cobb-Douglas

- Οι συνθήκες πρώτου βαθμού δίνουν

$$pax_1^{a-1}x_2^b - w_1 = 0$$

$$pbx_1^ax_2^{b-1} - w_2 = 0$$

- Πολλαπλασιάζοντας την πρώτη εξίσωση με  $x_1$  και τη δεύτερη με  $x_2$ :

$$pax_1^ax_2^b - w_1x_1 = 0$$

$$pbx_1^ax_2^b - w_2x_2 = 0$$

- Δεδομένου ότι  $y = x_1^ax_2^b$ :

$$pay - w_1x_1 = 0$$

$$pby - w_2x_2 = 0$$

# Καμπύλη προσφοράς Cobb-Douglas

- Λύνοντας τις προηγούμενες εξισώσεις ως προς  $x_1$  και  $x_2$ :

$$x_1^* = \frac{a p y}{w_1}$$
$$x_2^* = \frac{b p y}{w_2}$$

- Εισάγοντας τις βέλτιστες ζητήσεις των συντελεστών παραγωγής στη συνάρτηση παραγωγής Cobb-Douglas:

$$\left(\frac{p a y}{w_1}\right)^a \left(\frac{p b y}{w_2}\right)^b = y$$

- Απομονώνοντας το  $y$  στην αριστερή πλευρά:

$$\left(\frac{p a}{w_1}\right)^a \left(\frac{p b}{w_2}\right)^b y^{a+b} = y$$

- Λύνοντας ως προς  $y$ , φτάνουμε στη συνάρτηση προσφοράς Cobb-Douglas:

$$y = \left(\frac{p a}{w_1}\right)^{\frac{a}{1-a-b}} \left(\frac{p b}{w_2}\right)^{\frac{b}{1-a-b}}$$

- Και μαζί με τις καμπύλες ζήτησης των συντελεστών παραγωγής που βρήκαμε προηγουμένως χαρακτηρίζουν πλήρως τη βέλτιστη λύση μεγιστοποίησης κέρδους

# Βιβλιογραφία

[1] Hal Varian, Μικροοικονομική: μια σύγχρονη προσέγγιση, 3<sup>η</sup> έκδοση, εκδόσεις Κριτική, 2015