

Ζήτηση

Αντώνης Παπαβασιλείου, ΕΜΠ

Βασισμένο στον Varian [1]

Περιεχόμενα

- Κανονικά και κατώτερα αγαθά
- Καμπύλες εισοδήματος-κατανάλωσης και καμπύλες Engel
- Ορισμένα παραδείγματα
 - Τέλεια υποκατάστατα
 - Τέλεια συμπληρώματα
 - Προτιμήσεις Cobb-Douglas
 - Ομοθετικές προτιμήσεις
 - Οικονομικές γραμμικές προτιμήσεις
- Κοινά αγαθά και αγαθά Giffen
- Η καμπύλη τιμής-κατανάλωσης και η καμπύλη ζήτησης
- Ορισμένα παραδείγματα
 - Τέλεια υποκατάστατα
 - Τέλεια συμπληρώματα
 - Ένα διακριτό αγαθό
- Υποκατάστατα και συμπληρώματα
- Η αντίστροφη συνάρτηση ζήτησης
- Παράρτημα

Καμπύλες ζήτησης και συγκριτική στατική

- Οι **καμπύλες ζήτησης** περιγράφουν τις βέλτιστες ποσότητες αγαθών ως συνάρτηση των τιμών και του εισοδήματος των καταναλωτών:

$$x_1 = x_1(p_1, p_2, m)$$

$$x_2 = x_2(p_1, p_2, m)$$

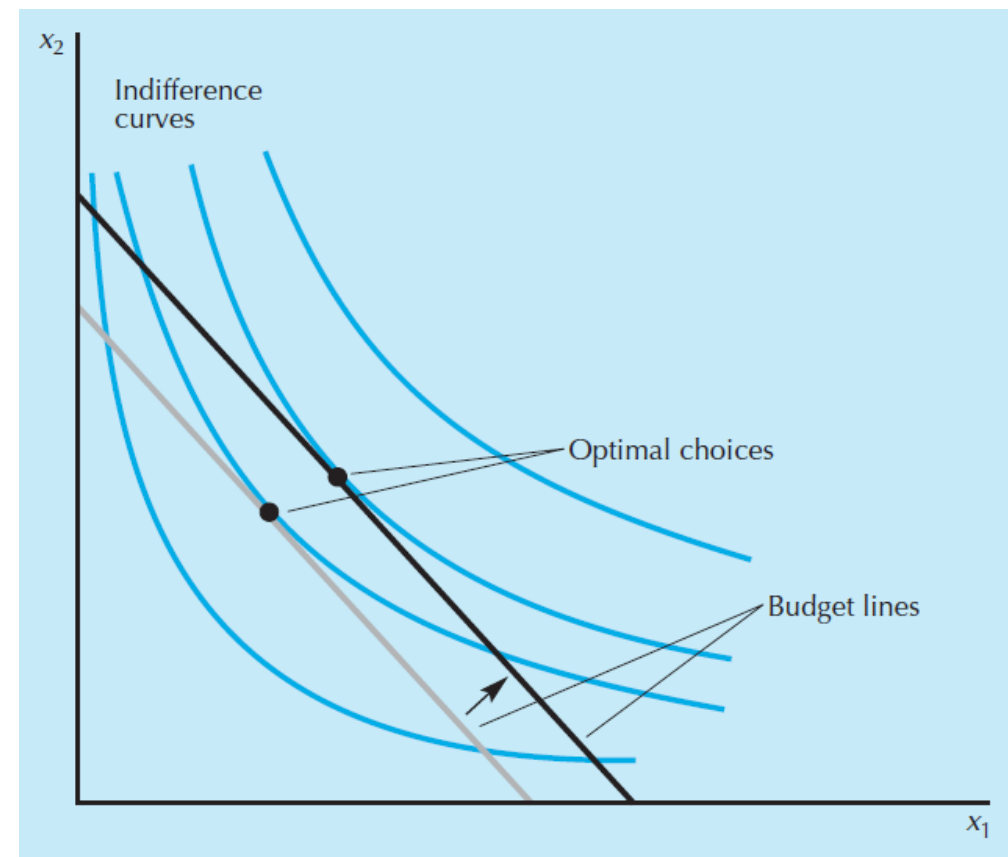
- Στην παρούσα ενότητα θα εξετάσουμε πώς αλλάζει η ποσότητα όταν αλλάζουν οι τιμές και το εισόδημα
- Θα εστιάσουμε στη **συγκριτική στατική**
 - Συγκριτική: μας ενδιαφέρει η σύγκριση πριν και μετά από μία αλλαγή
 - Στατική: δε μας ενδιαφέρει πώς μεταβαίνουμε από μια ισορροπία σε μια άλλη, παρά μόνο η ισορροπία η ίδια

Κανονικά και κατώτερα αγαθά

Κανονικά αγαθά

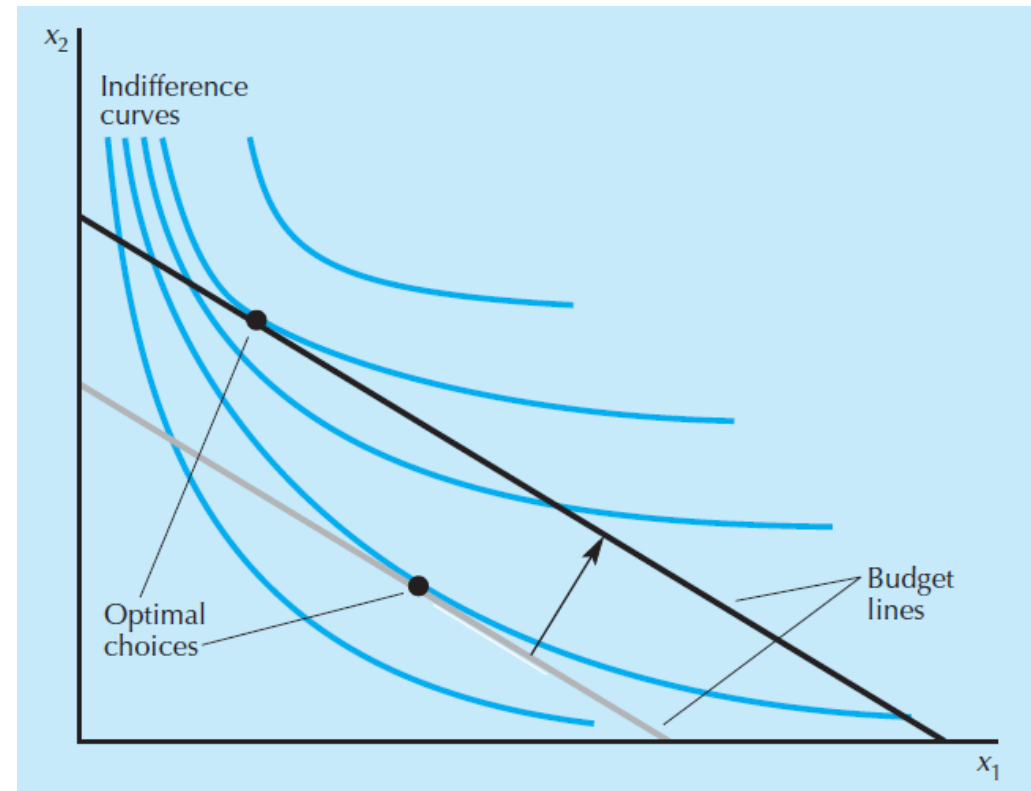
- Γνωρίζουμε πως η αύξηση του εισοδήματος αντιστοιχεί σε μια παράλληλη μετάθεση της γραμμής εισοδήματος προς τα πάνω δεξιά
- Διαισθητικά περιμένουμε πως αυτό αυξάνει τη ζήτηση
- Αγαθά για τα οποία η αύξηση εισοδήματος πράγματι αυξάνει την κατανάλωση ονομάζονται **κανονικά αγαθά**:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta m} > 0$$



Κατώτερα αγαθά

- Τα κατώτερα αγαθά είναι αγαθά που δεν είναι κανονικά, δηλαδή αγαθά των οποίων η κατανάλωση μειώνεται όταν το εισόδημα αυξάνεται
- Δεν είναι και τόσο σπάνια όσο θα νομίζαμε: χυλός, σαλάμι, παράγκες, ή οποιοδήποτε άλλο αγαθό χαμηλής ποιότητας
- Το αν ένα αγαθό είναι κατώτερο ή όχι εξαρτάται από το επίπεδο εισοδήματος που εξετάζουμε: για πολύ χαμηλό εισόδημα αυξάνεται ενδεχομένως η κατανάλωση χυλού, αλλά από ένα εισόδημα και πάνω ελαττώνεται



Ερώτηση 6.1

- Αν ένα καταναλωτής καταναλώνει ακριβώς δύο αγαθά, και δαπανά πάντα όλα του τα χρήματα, υπάρχει περίπτωση να είναι και τα δύο κατώτερα αγαθά;

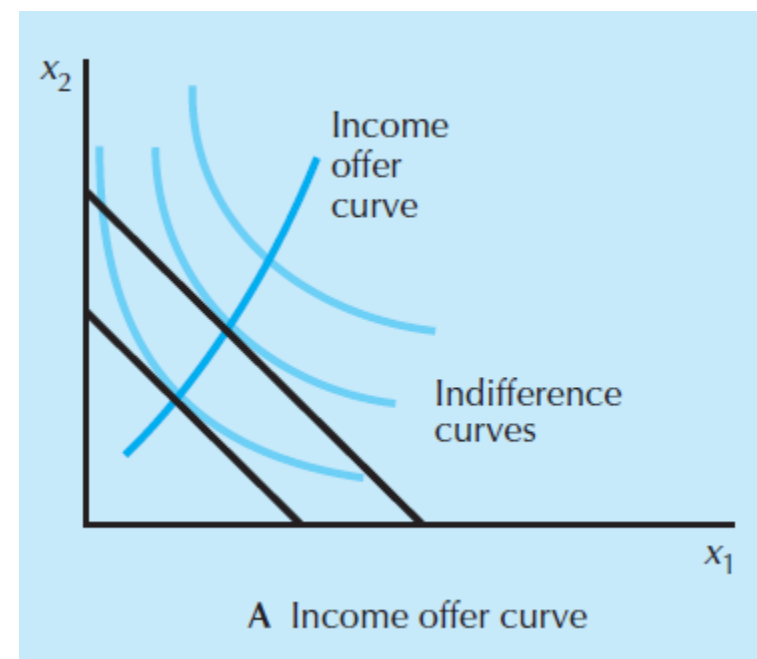
Απάντηση στην ερώτηση 6.1

- Όχι: αν το εισόδημα αυξάνεται, και δαπανάται πλήρως, πρέπει να αυξάνεται η κατανάλωση τουλάχιστον ενός από τα δύο αγαθά

Καμπύλες εισοδήματος- κατανάλωσης και καμπύλες Engel

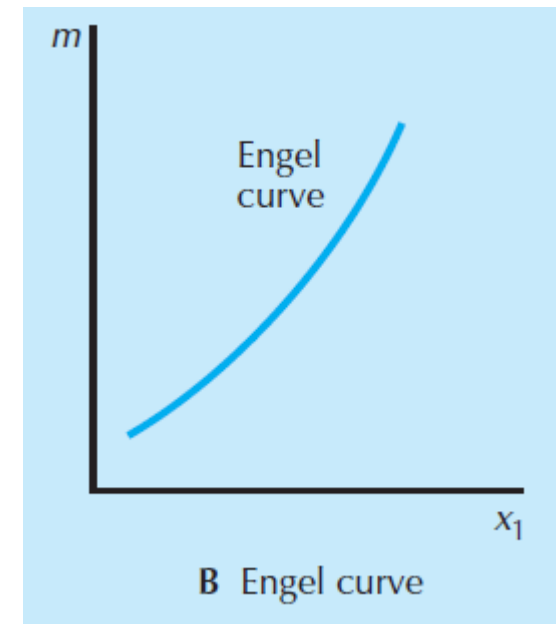
Καμπύλες εισοδήματος-κατανάλωσης

- Η **καμπύλη εισοδήματος-κατανάλωσης** είναι ο γεωμετρικός τρόπος της κατανάλωσης κάθε αγαθού όταν αλλάζουμε το εισόδημα ενός καταναλωτή
- Η καμπύλη εισοδήματος-κατανάλωσης ονομάζεται επίσης **γραμμή επέκτασης εισοδήματος**
- Αν είναι και τα δύο αγαθά κανονικά, τότε η γραμμή επέκτασης εισοδήματος έχει θετική κλίση



Καμπύλες Engel

- Η **καμπύλη Engel** περιγράφει τη ζήτηση ενός αγαθού, $x_1(p_1, p_2, m)$, καθώς αλλάζει το εισόδημα m
- Η καμπύλη Engel απεικονίζει τη ζήτηση στον οριζόντιο άξονα, και το εισόδημα στον κάθετο άξονα, με τις τιμές των αγαθών να παραμένουν σταθερές



Ορισμένα παραδείγματα

Τέλεια υποκατάστατα

Τέλεια συμπληρώματα

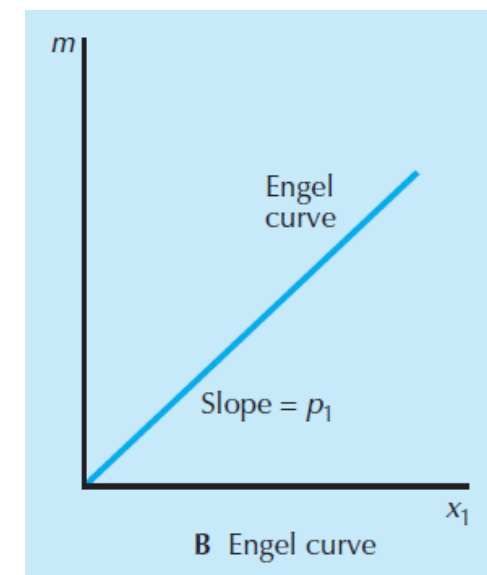
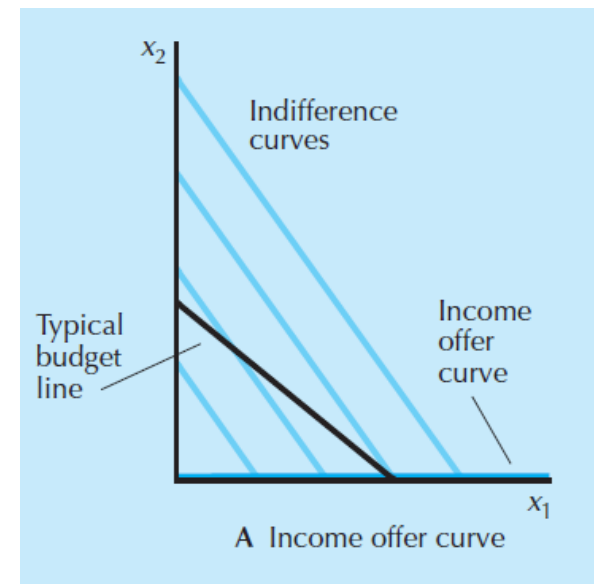
Προτιμήσεις Cobb-Douglas

Ομοθετικές προτιμήσεις

Οιωνεί γραμμικές προτιμήσεις

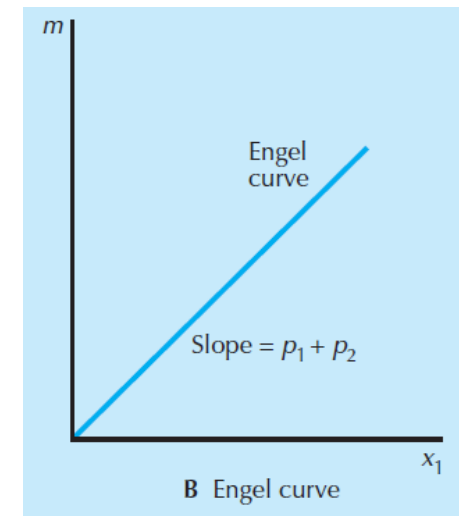
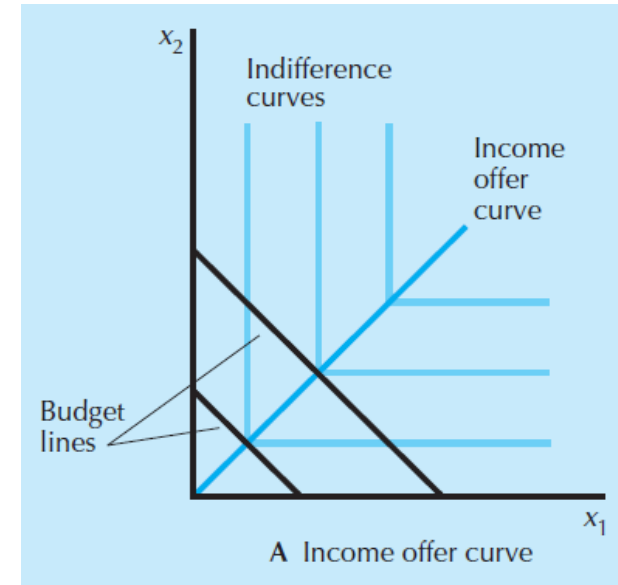
Τέλεια υποκατάστατα

- Αν $p_1 < p_2$, τότε ο καταναλωτής καταναλώνει μόνο το αγαθό 1, με αποτέλεσμα να έχουμε $x_1 = m/p_1$
- Άρα, $m = p_1 x_1$, και η καμπύλη Engel είναι μια γραμμή με κλίση p_1



Τέλεια συμπληρώματα

- Εφόσον στα τέλεια συμπληρώματα τα αγαθά καταναλώνονται σε ίσες ποσότητες, η καμπύλη εισοδήματος-κατανάλωσης είναι η διαγώνια γραμμή
- Έχουμε δει πως για τα τέλεια συμπληρώματα ισχύει ότι $x_1 = m/(p_1 + p_2)$, άρα η καμπύλη Engel είναι μια ευθεία γραμμή με κλίση $p_1 + p_2$

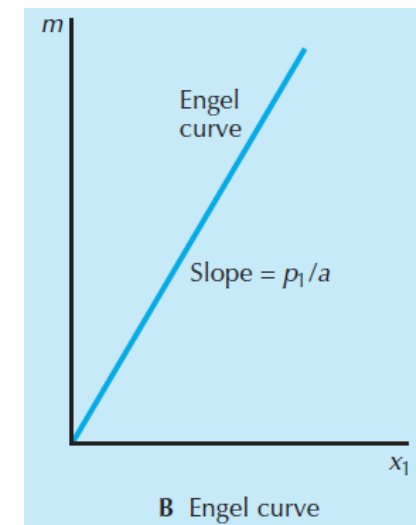
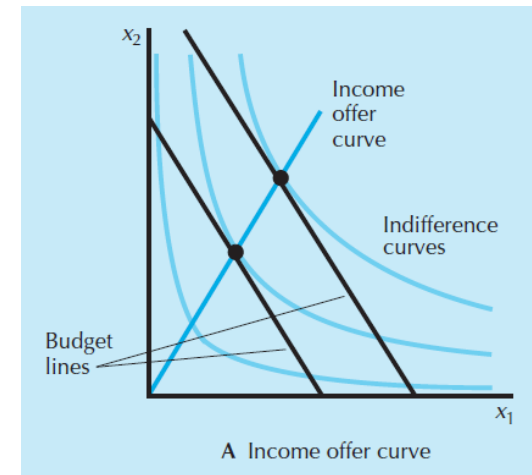


Προτιμήσεις Cobb-Douglas

- Ας εξετάσουμε τη συνάρτηση χρησιμότητας
 $u(x_1, x_2) = x_1^a x_2^{1-a}$
- Έχουμε δείξει ότι

$$x_1 = \frac{am}{p_1}$$
$$x_2 = \frac{(1-a)m}{p_2}$$

- Άρα η καμπύλη εισοδήματος-κατανάλωσης για το αγαθό 1 είναι μια γραμμή με κλίση p_1/a
- Και η καμπύλη Engel είναι ευθεία γραμμή, δεδομένου ότι η κάθε καμπύλη ζήτησης είναι γραμμική συνάρτηση του εισοδήματος m



Αγαθά πολυτελείας και απαραίτητα αγαθά

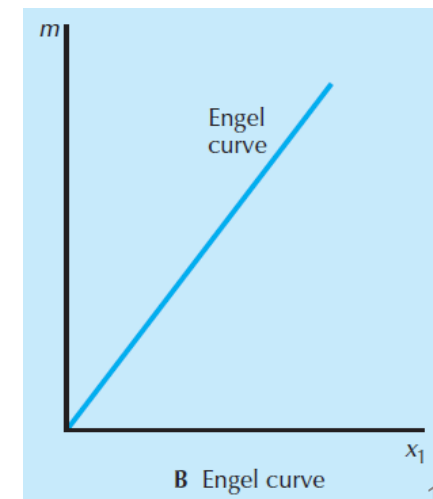
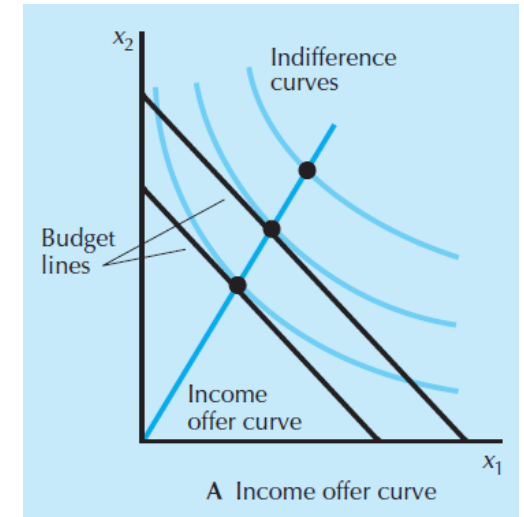
- Μέχρι στιγμής οι καμπύλες Engel τις οποίες έχουμε δει είναι γραμμικές
- Αυτό δεν ισχύει πάντα
 - Αγαθά των οποίων η ποσοστιαία ζήτηση αυξάνεται ταχύτερα από την ποσοστιαία ζήτηση του εισοδήματος ονομάζονται **αγαθά πολυτελείας**
 - Αγαθά των οποίων η ποσοστιαία ζήτηση αυξάνεται πιο αργά από την ποσοστιαία ζήτηση του εισοδήματος ονομάζονται **απαραίτητα αγαθά**

Ομοθετικές προτιμήσεις

- Το σύνορο μεταξύ αγαθών πολυτελείας και απαραίτητων αγαθών είναι οι ομοθετικές προτιμήσεις
- Οι ομοθετικές προτιμήσεις είναι προτιμήσεις οι οποίες εξαρτώνται μόνο από το λόγο της ποσότητας των αγαθών
- Πιο συγκεκριμένα, έχουμε **ομοθετικές προτιμήσεις** αν ο καταναλωτής προτιμά το (tx_1, tx_2) από το (ty_1, ty_2) για οποιοδήποτε θετικό t
- Οι προτιμήσεις που περιγράφηκαν προηγουμένως, τέλεια υποκατάστατα, τέλεια συμπληρώματα, και προτιμήσεις Cobb-Douglas, είναι όλες ομοθετικές

Καμπύλες εισοδήματος-κατανάλωσης και καμπύλες Engel για ομοθετικές προτιμήσεις

- Αν οι προτιμήσεις είναι ομοθετικές, τότε η καμπύλη εισοδήματος-κατανάλωσης είναι γραμμική
- Αυτό το βλέπουμε αν παρατηρήσουμε το εξής: αν η καμπύλη αδιαφορίας είναι εφαπτομένη στον περιορισμό εισοδήματος στο συνδυασμό (x_1^*, x_2^*) , τότε η καμπύλη αδιαφορίας είναι εφαπτομένη στο (tx_1^*, tx_2^*) στον περιορισμό εισοδήματος που έχει t φορές περισσότερο εισόδημα στις ίδιες τιμές
- Άρα και οι καμπύλες Engel είναι γραμμικές: αν διπλασιάσουμε το εισόδημα, διπλασιάζουμε τη ζήτηση για το κάθε αγαθό



Ερώτηση 6.2

- Δείξτε πως τα τέλεια υποκατάστατα αποτελούν παράδειγμα ομοθετικών προτιμήσεων

Απάντηση στην ερώτηση 6.2

- Η συνάρτηση χρησιμότητας για τέλεια υποκατάστατα είναι $u(x_1, x_2) = x_1 + x_2$
- Συνεπώς, αν $u(x_1, x_2) > u(y_1, y_2)$, τότε $x_1 + x_2 > y_1 + y_2$
- Συνεπάγεται πως $tx_1 + tx_2 > ty_1 + ty_2$, άρα $u(tx_1, tx_2) > u(ty_1, ty_2)$

Ερώτηση 6.3

- Δείξτε πως οι προτιμήσεις Cobb-Douglas είναι ομοθετικές προτιμήσεις

Απάντηση στην ερώτηση 6.3

- Η συνάρτηση χρησιμότητας Cobb-Douglas έχει την ιδιότητα πως

$$\begin{aligned} u(tx_1, tx_2) &= (tx_1)^a (tx_2)^{1-a} = t^a t^{1-a} x_1^a x_2^{1-a} = tx_1^a x_2^{1-a} \\ &= tu(x_1, x_2) \end{aligned}$$

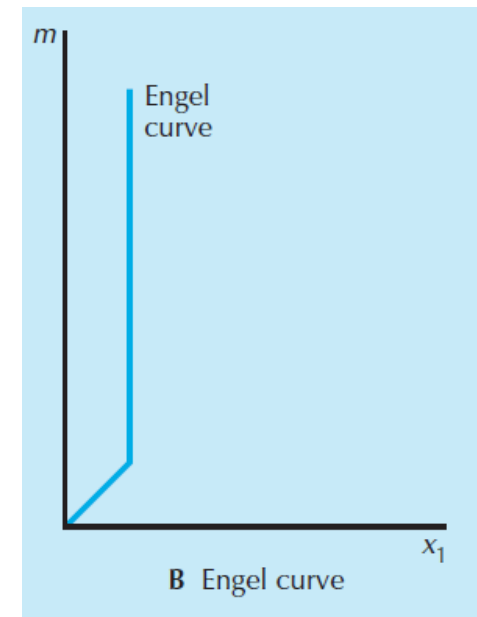
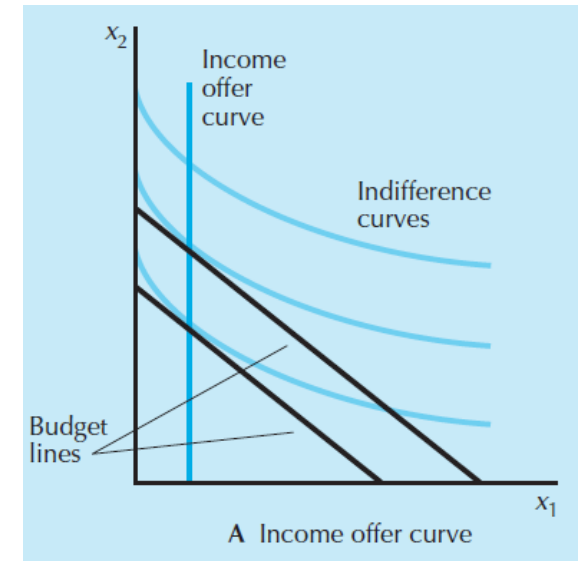
- Άρα, αν $u(x_1, x_2) > u(y_1, y_2)$, γνωρίζουμε πως $u(tx_1, tx_2) > u(ty_1, ty_2)$, συνεπώς οι προτιμήσεις Cobb-Douglas είναι πράγματι ομοθετικές

Οιωνεί γραμμικές προτιμήσεις

- Οι οιωνεί γραμμικές προτιμήσεις έχουν καμπύλες αδιαφορίας που είναι παράλληλες η μία προς την άλλη
- Ισοδύναμα, οι συναρτήσεις χρησιμότητας έχουν τη μορφή $u(x_1, x_2) = v(x_1) + x_2$
- Έστω ότι μια καμπύλη αδιαφορίας είναι εφαπτόμενη στη γραμμή εισοδήματος στο σημείο (x_1^*, x_2^*)
- Σε αυτήν την περίπτωση, αν μεταθέσουμε την καμπύλη εισοδήματος προς τα πάνω δεξιά τότε πρέπει να εφάπτεται σε μια καμπύλη αδιαφορίας σε ένα σημείο $(x_1^*, x_2^* + k)$ για κάποιο k

Οιωνεί γραμμικές προτιμήσεις

- Άρα η αύξηση του εισοδήματος δεν έχει καμία επίδραση στη ζήτηση για το αγαθό 1, όλο το επιπλέον εισόδημα διατίθεται στο αγαθό 2
- Η καμπύλη Engel για το αγαθό 1 είναι μια κάθετη γραμμή: όσο αυξάνουμε το εισόδημα, η ζήτηση για το αγαθό 1 παραμένει σταθερή



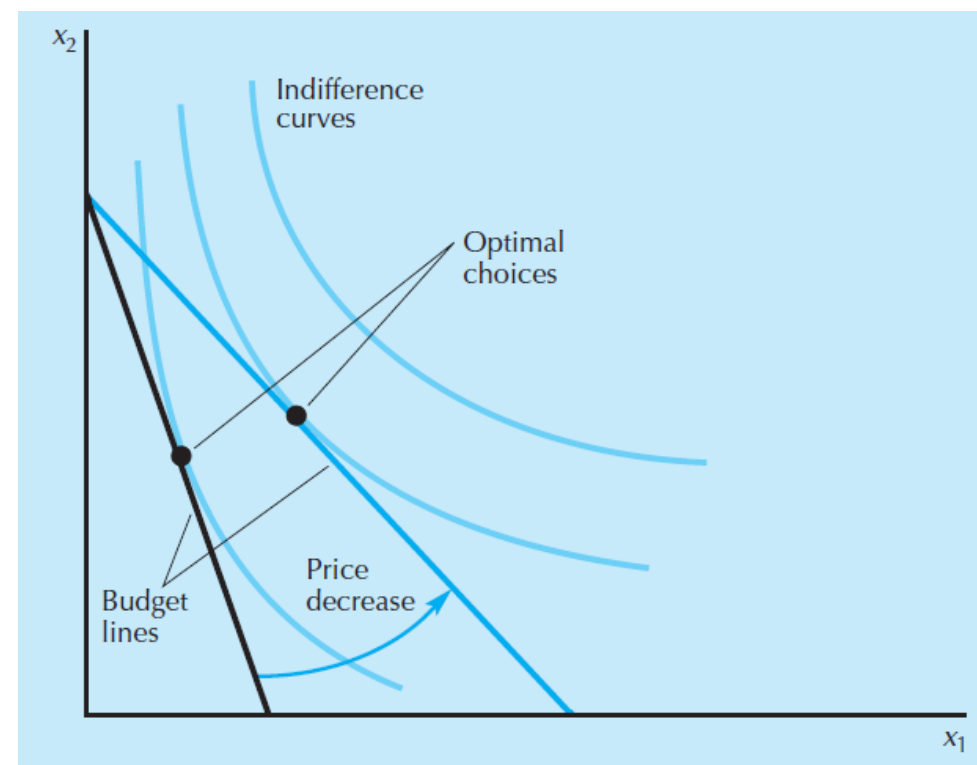
Σε τι αντιστοιχούν οι οιωνεΐ γραμμικές προτιμήσεις;

- Οι οιωνεΐ γραμμικές προτιμήσεις ανακύπτουν όταν εξετάζουμε την επιλογή ανάμεσα σε ένα αγαθό που αποτελεί ένα μικρό μέρος του εισοδήματος και όλων των υπόλοιπων αγαθών
- Για παράδειγμα: μολύβια, αλάτι, οδοντόπαστα

Κοινά αγαθά και αγαθά Giffen

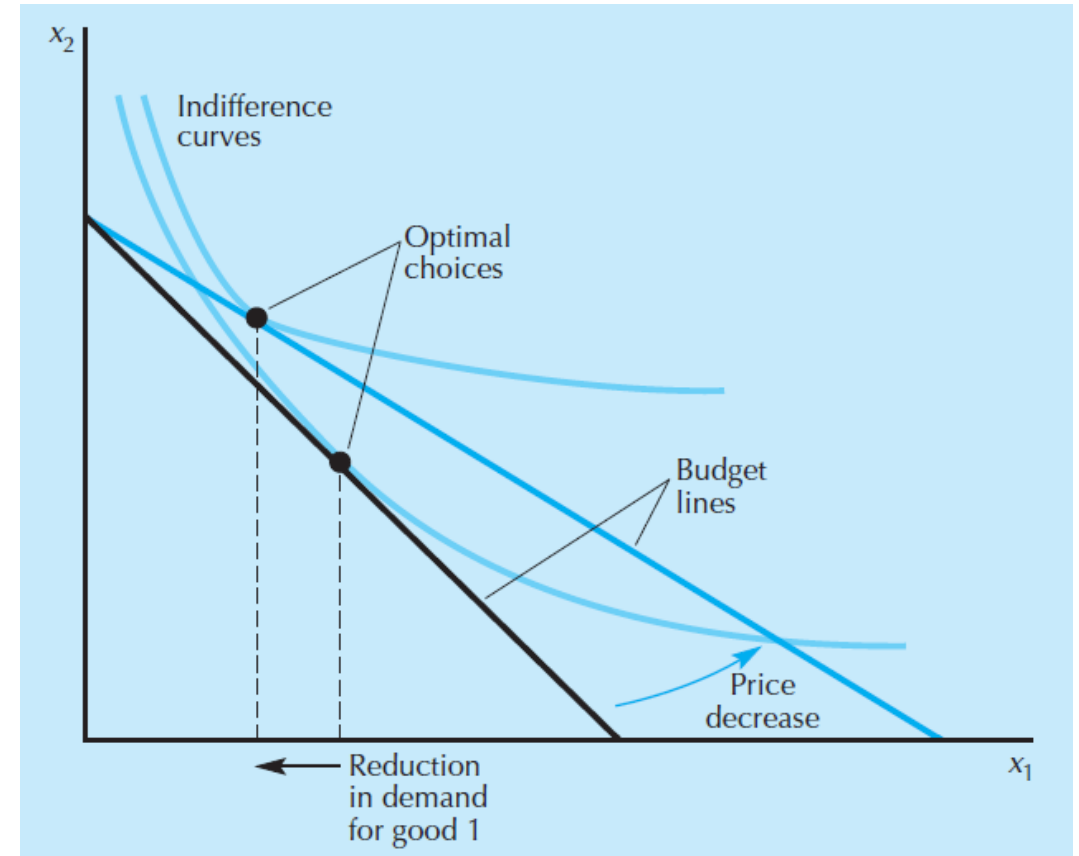
Κοινά αγαθά

- Ας υποθέσουμε τώρα πως το εισόδημα και η τιμή του αγαθού 2 διατηρούνται σταθερά
- Και έστω ότι ελαττώνουμε την τιμή του αγαθού 1
- Η διαίσθηση λέει ότι η ζήτηση για το αγαθό 1 αυξάνεται
- Αγαθά που υπακούν αυτήν τη συμπεριφορά ονομάζονται **κοινά αγαθά**



Αγαθά Giffen

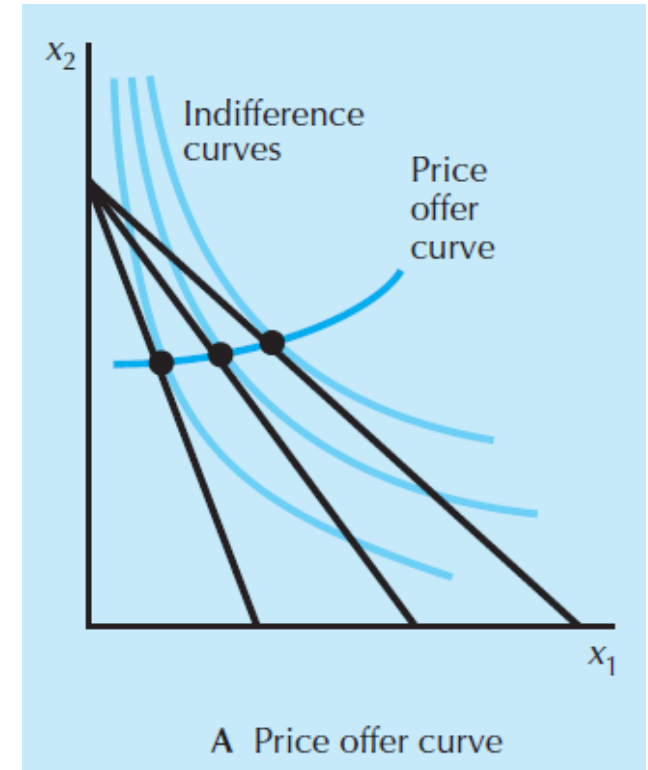
- Δεν είναι απαραίτητο πως η ποσότητα του αγαθού 1 αυξάνεται όταν η τιμή του μειώνεται
- Όταν αυτό δε συμβαίνει, το αντίστοιχο αγαθό ονομάζεται **αγαθό Giffen**



Η καμπύλη τιμής-κατανάλωσης
και η καμπύλη ζήτησης

Η καμπύλη τιμής-κατανάλωσης

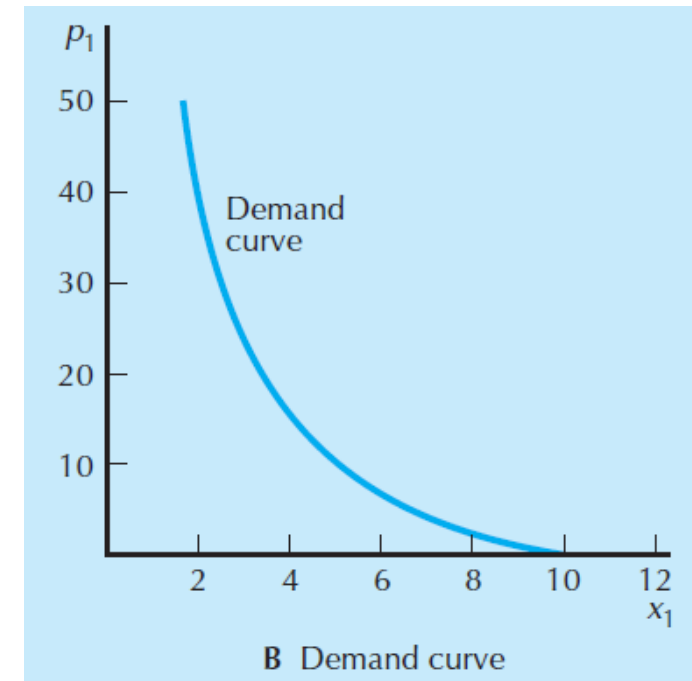
- Ας υποθέσουμε πως αλλάζουμε την τιμή του αγαθού 1 ενώ διατηρούμε την τιμή του αγαθού 2 και το εισόδημα σταθερά
- Ο γεωμετρικός τόπος των βέλτιστων επιλογών ονομάζεται **καμπύλη τιμής-κατανάλωσης**



Η καμπύλη ζήτησης

- Η **καμπύλη ζήτησης** απεικονίζει τη ζήτηση $x_1(p_1, p_2, m)$ στον οριζόντιο άξονα, την τιμή p_1 στον κάθετο άξονα, με την τιμή του αγαθού 2 και το εισόδημα να διατηρούνται σταθερά
- Κανονικά (στην περίπτωση που δεν έχουμε αγαθά Giffen), η ζήτηση ενός αγαθού αυξάνεται όταν η τιμή του μειώνεται
- Άρα κατά κανόνα η καμπύλη ζήτησης είναι φθίνουσα:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} < 0$$



Ερώτηση 6.4

- Η καμπύλη εισοδήματος κατανάλωσης είναι για την καμπύλη Engel ό,τι η καμπύλη τιμής-κατανάλωσης για ... ;

Απάντηση στην ερώτηση 6.4

- Για την καμπύλη ζήτησης

Ερώτηση 6.5

- Αν οι προτιμήσεις είναι κοίλες, θα προτιμήσει ποτέ ο καταναλωτής να καταναλώσει και τα δύο αγαθά μαζί;

Απάντηση στην ερώτηση 6.5

- Όχι: οι κοίλες προτιμήσεις οδηγούν σε βέλτιστες επιλογές στις οποίες το ένα από τα δύο αγαθά έχει μηδενική κατανάλωση

Ορισμένα παραδείγματα

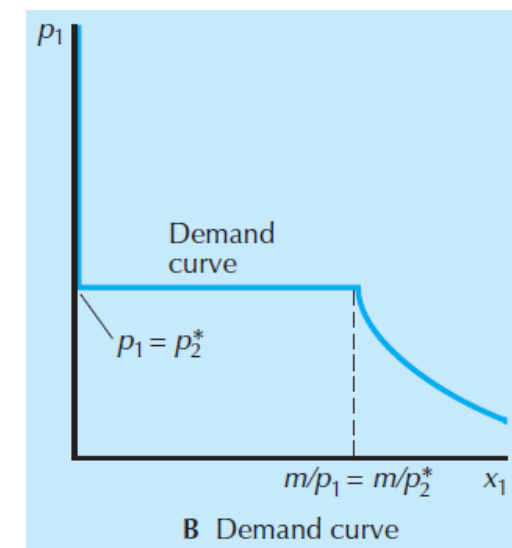
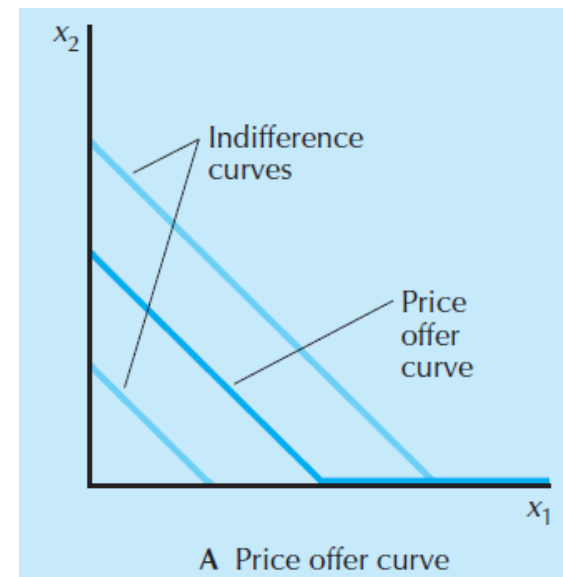
Τέλεια υποκατάστατα

Τέλεια συμπληρώματα

Ένα διακριτό αγαθό

Τέλεια υποκατάστατα

- Είδαμε στο κεφάλαιο 5 πως η ζήτηση για το αγαθό 1 είναι
 - μηδέν όταν $p_1 > p_2$,
 - οποιοδήποτε σημείο στη γραμμή εισοδηματικού περιορισμού όταν $p_1 = p_2$,
 - και m/p_1 όταν $p_1 < p_2$



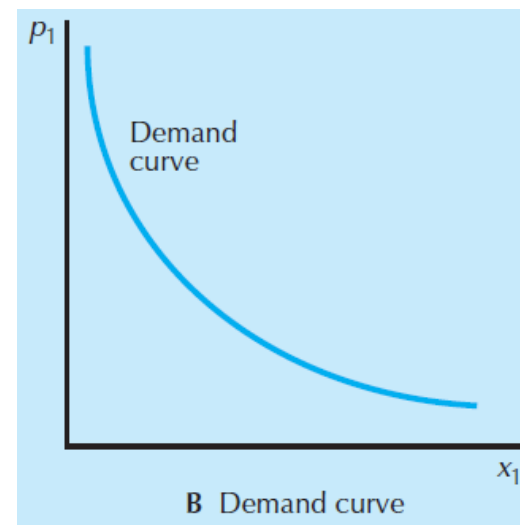
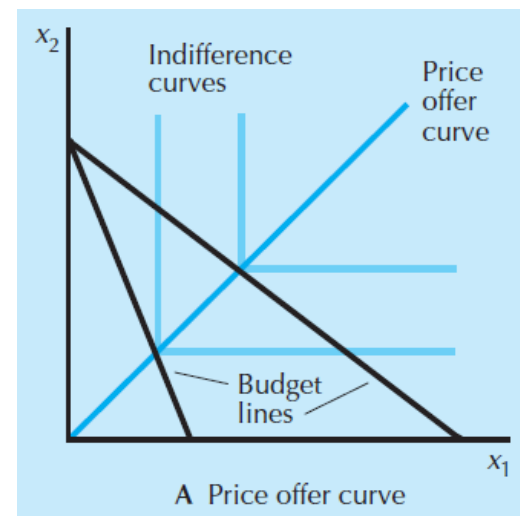
Τέλεια συμπληρώματα

- Ανεξαρτήτως τιμής του αγαθού 1, η βέλτιστη επιλογή είναι ίση ποσότητα του αγαθού 1 και 2
- Άρα η καμπύλη τιμής-κατανάλωσης είναι μια ευθεία γραμμή

- Στο κεφάλαιο 5 είδαμε πως

$$x_1 = \frac{m}{p_1 + p_2}$$

- Άρα η καμπύλη ζήτησης έχει μορφή υπερβολής

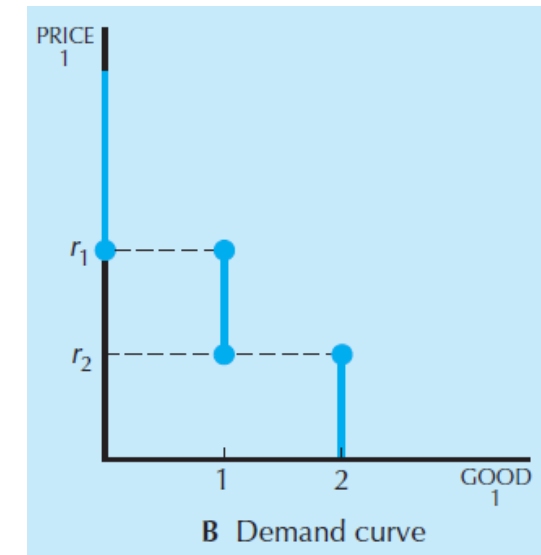
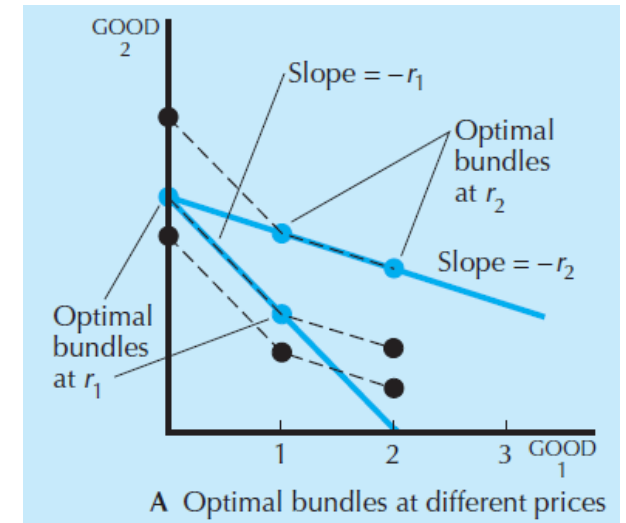


Τιμή επιφύλαξης

- Έστω ότι το αγαθό 1 είναι διακριτό αγαθό
- Αν η τιμή p_1 είναι πολύ υψηλή, ο καταναλωτής προτιμά να καταναλώσει 0 μονάδες
- Για αρκετα χαμηλή τιμή p_1 , ο καταναλωτής προτιμά να καταναλώσει μία μονάδα
- Σε κάποια τιμή r_1 είναι αδιάφορος μεταξύ 0 και 1 μονάδας
- Η τιμή r_1 ονομάζεται **τιμή επιφύλαξης**

Καμπύλη τιμής-κατανάλωσης και καμπύλη ζήτησης

- Η συμπεριφορά ζήτησης μπορεί να περιγραφεί από μια ακολουθία από τιμές επιφύλαξης στις οποίες ο καταναλωτής είναι διατεθειμένος να καταναλώσει άλλη μία μονάδα
- Στην τιμή r_1 ο καταναλωτής είναι διατεθειμένος να αγοράσει μία μονάδα
- Αν η τιμή πέσει στο r_2 , είναι διατεθειμένος να αγοράσει άλλη μία μονάδα, κ.ο.κ.



Σχέση τιμής επιφύλαξης με τη συνάρτηση χρησιμότητας

- Οι τιμές επιφύλαξης μπορούν να εκφραστούν σε σχέση με τη συνάρτηση χρησιμότητας:

$$u(0, m) = u(1, m - r_1) \quad (6.1)$$

$$u(1, m - r_2) = u(2, m - 2r_2) \quad (6.2)$$

- Στην περίπτωση που οι προτιμήσεις είναι οιωνεί γραμμικές, έχουμε $u(x_1, x_2) = v(x_1) + x_2$, και αν επιπλέον $v(0) = 0$, τότε η (6.1) γίνεται:

$$v(0) + m = m = v(1) + m - r_1$$

- Λύνοντας για r_1 :

$$r_1 = v(1) \quad (6.3)$$

Τιμή επιφύλαξης με οίονει γραμμική συνάρτηση χρησιμότητας

- Παρομοίως, μπορούμε να γράψουμε την (6.2) ως
$$v(1) + m - r_2 = v(2) + m - 2r_2$$

- Ακυρώνοντας όρους, η έκφραση γίνεται
$$r_2 = v(2) - v(1)$$

- Αντίστοιχα, έχουμε

$$r_3 = v(3) - v(2)$$

Κ.Ο.Κ.

- Οι τιμές επιφύλαξης αντιστοιχούν χονδρικά στην οριακή χρησιμότητα διαφόρων επιπέδων κατανάλωσης του αγαθού 1
- Στην περίπτωση κυρτών προτιμήσεων, η ακολουθία τιμών επιφύλαξης είναι φθίνουσα: $r_1 > r_2 > r_3 > \dots$

Συμπεριφορά ζήτησης βάσει των τιμών επιφύλαξης

- Λόγω της ειδικής δομής της οiwνεί γραμμικής χρησιμότητας, η ζήτηση για το αγαθό 1 δεν εξαρτάται από το επίπεδο κατανάλωσης του αγαθού 2
- Αυτό καθιστά εύκολη την περιγραφή της συμπεριφοράς ζήτησης
- Για παράδειγμα, αν η τιμή p είναι μεταξύ της r_6 και της r_7 , τότε ο καταναλωτής θέλει ακριβώς 6 μονάδες του αγαθού 1:
 - Εφόσον $r_6 > p$, ο καταναλωτής είναι διατεθειμένος να δώσει $p \in$ για να έχει 6 μονάδες του αγαθού 1
 - Και εφόσον $p > r_7$, ο καταναλωτής δεν είναι διατεθειμένος να δώσει $p \in$ για να έχει 7 μονάδες του αγαθού 1

Μαθηματική απόδειξη της συμπεριφοράς ζήτησης

- Θέλουμε να αποδείξουμε μαθηματικά πως αν ο καταναλωτής ζητήσει 6 μονάδες του αγαθού 1 τότε $r_6 \geq p \geq r_7$
- Έχουμε ότι για κάθε x_1 ισχύει ότι
$$v(6) + m - 6p \geq v(x_1) + m - px_1$$
- Συγκεκριμένα, πρέπει να ισχύει ότι
$$v(6) + m - 6p \geq v(5) + m - 5p$$
- Το οποίο σημαίνει ότι
$$r_6 = v(6) - v(5) \geq p$$
- Με την ίδια λογική
$$v(6) + m - 6p \geq v(7) + m - 7p$$
- Το οποίο σημαίνει ότι
$$p \geq v(7) - v(6) \geq r_7$$

Υποκατάστατα και συμπληρώματα

Υποκατάστατα και συμπληρώματα

- Έχουμε μιλήσει ήδη για τέλεια υποκατάστατα και συμπληρώματα, θα δώσουμε τώρα ακριβείς μαθηματικούς ορισμούς για τα (ατελή) υποκατάστατα και συμπληρώματα
- Υποκατάστατα
 - Τέλεια υποκατάστατα: κόκκινα και μπλε μολύβια, αν δε μας ενδιαφέρει το χρώμα
 - Ατελή υποκατάστατα: μολύβια και στυλό, παρόμοια χρήση αν και όχι ακριβώς η ίδια
- Συμπληρώματα
 - Τέλεια συμπληρώματα: αριστερό και δεξί παπούτσι, καταναλώνονται πάντα σε ζεύγη
 - Ατελή συμπληρώματα: παπούτσια και κάλτσες, καταναλώνονται συνήθως αλλά όχι πάντα μαζί

Μαθηματικός ορισμός

- Έστω η συνάρτηση ζήτησης $x_1(p_1, p_2, m)$
- Πώς αλλάζει η ζήτηση για το αγαθό 1 όταν μεταβάλλεται η τιμή του αγαθού 2;
- Αν η ζήτηση για το αγαθό 1 αυξάνεται όταν αυξάνεται η τιμή του αγαθού 2, τότε το αγαθό 2 είναι **υποκατάστατο** για το αγαθό 1:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_2} > 0$$

- Η ιδέα είναι ότι όταν το αγαθό 2 γίνεται πιο ακριβό ο καταναλωτής το αντικαθιστά με το αγαθό 1
- Αν η ζήτηση για το αγαθό 1 μειώνεται όταν αυξάνεται η τιμή του αγαθού 2, τότε το αγαθό 2 είναι **συμπλήρωμα** του αγαθού 1:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_2} < 0$$

- Η ιδέα είναι ότι το αγαθό 1 και το αγαθό 2 καταναλώνονται μαζί, άρα αν το ένα γίνεται πιο ακριβό τότε η κατανάλωση του άλλου μειώνεται
- Επιβεβαιώστε αυτήν τη συμπεριφορά στην περίπτωση των τέλει συμπληρωμάτων και των τέλει υποκατάστατων

Ερώτηση 6.6

- Τα μπιφτέκια και τα ψωμάκια είναι συμπληρώματα ή υποκατάστατα;

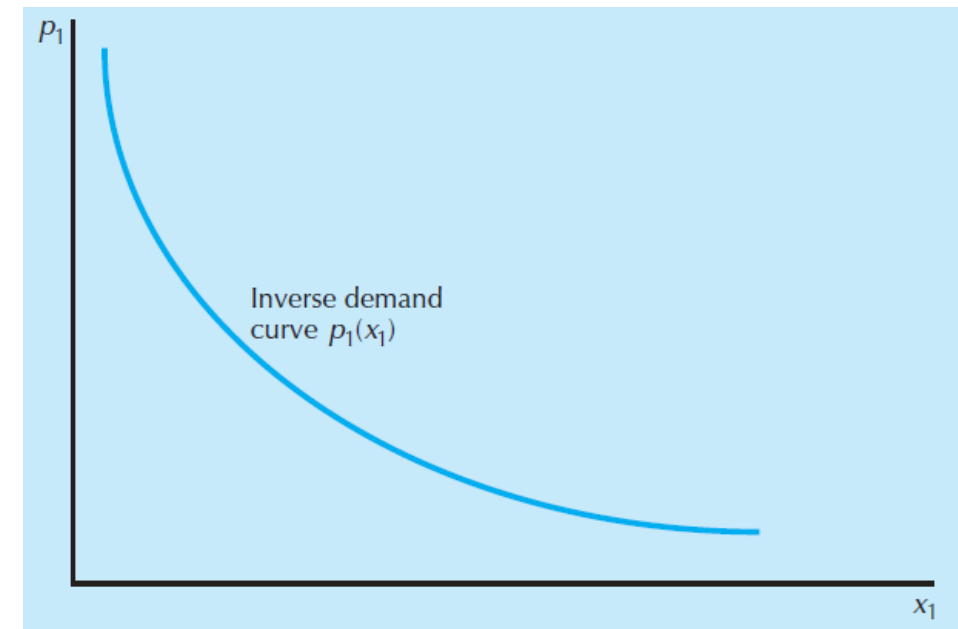
Απάντηση στην ερώτηση 6.6

- Κανονικά είναι συμπληρώματα, τουλάχιστον για μη χορτοφάγους

Η αντίστροφη συνάρτηση ζήτησης

Η αντίστροφη συνάρτηση ζήτησης

- Είδαμε πως η **καμπύλη ζήτησης** είναι η συμπεριφορά της ποσότητας του αγαθού 1, x_1 , καθώς μεταβάλλουμε την τιμή του αγαθού 1, p_1 , με τα p_2 και m να διατηρούνται σταθερά
- Έχουμε δει πως η καμπύλη ζήτησης είναι φθίνουσα στις περισσότερες περιπτώσεις, με εξαίρεση τα αγαθά Giffen
- Αν η καμπύλη ζήτησης είναι όντως φθίνουσα, μπορούμε να ορίσουμε ως **αντίστροφη συνάρτηση ζήτησης** την αντίστροφη της συνάρτησης ζήτησης, δηλαδή τιμή ως συνάρτηση ποσότητας



Η αντίστροφη συνάρτηση ζήτησης

- Διαισθητικά περιγράφει την τιμή που απαιτείται για να προκληθεί μια ορισμένη κατανάλωση
- Για παράδειγμα, έχουμε δει πως οι προτιμήσεις Cobb-Douglas οδηγούν σε
 - Συνάρτηση ζήτησης για το αγαθό 1 ίση με $x_1 = am/p_1$, άρα
 - Αντίστροφη συνάρτηση ζήτησης για το αγαθό 1 ίση με $p_1 = am/x_1$

Ερμηνεία της αντίστροφης συνάρτησης ζήτησης

- Αν και τα δύο αγαθά καταναλώνονται σε θετικές ποσότητες, τότε η απόλυτη τιμή του ΟΛΥ είναι ίση με το λόγο των τιμών των αγαθών:

$$|\text{ΟΛΥ}| = \frac{p_1}{p_2}$$

- Άρα

$$p_1 = p_2 |\text{ΟΛΥ}| \quad (6.4)$$

- Και έστω ότι η τιμή του αγαθού 2 είναι 1
- Σε αυτήν την περίπτωση η τιμή του αγαθού 1 (άρα η καμπύλη ζήτησης) μετρά πόσο είναι διατεθειμένος να μειώσει την κατανάλωση του αγαθού 2 ο καταναλωτής για να αυξήσει την κατανάλωση του αγαθού 1 (ή πόσο απαιτεί να αυξήσει την κατανάλωση του αγαθού 2 για να ελαττώσει την κατανάλωση του αγαθού 1)
- Αν το αγαθό 2 αντιστοιχεί σε χρήματα που ξοδεύονται για όλες τις άλλες καταναλώσεις, τότε η καμπύλη ζήτησης μετρά πόσο είναι διατεθειμένος να πληρώσει ο καταναλωτής για μια αύξηση της κατανάλωσης του αγαθού 1
- Για μικρές τιμές του x_1 , το ποσό αυτό είναι μεγάλο, ενώ για υψηλότερες τιμές μειώνεται

Ερώτηση 6.7

- Ποια είναι η μορφή της αντίστροφης συνάρτησης ζήτησης για το αγαθό 1 στην περίπτωση τέλειων συμπληρωμάτων;

Απάντηση στην ερώτηση 6.7

- Γνωρίζουμε πως $x_1 = m/(p_1 + p_2)$

- Λύνοντας ως προς p_1 , έχουμε

$$p_1 = \frac{m}{x_1} - p_2$$

Ερώτηση 6.8

- Σωστό ή λάθος: αν η συνάρτηση ζήτησης είναι $x_1 = -p_1$, τότε η αντίστροφη συνάρτηση ζήτησης είναι $x_1 = -1/p_1$

Απάντηση στην ερώτηση 6.8

- Λάθος

Παράρτημα

Καμπύλη ζήτησης για οριζοντί γραμμικές προτιμήσεις

- Έχουμε δει πως οι οριζοντί γραμμικές προτιμήσεις εκφράζονται από μια συνάρτηση χρησιμότητας με την ακόλουθη μορφή:

$$u(x_1, x_2) = v(x_1) + x_2$$

- Το πρόβλημα μεγιστοποίησης χρησιμότητας για τέτοιες προτιμήσεις είναι

$$\begin{aligned} \max_{x_1, x_2} & v(x_1) + x_2 \\ \text{s. t. } & p_1 x_1 + p_2 x_2 = m \end{aligned}$$

- Εκφράζοντας το x_2 ως συνάρτηση του x_1 και αντικαθιστώντας στην αντικειμενική συνάρτηση, έχουμε

$$\max_{x_1} v(x_1) + \frac{m}{p_2} - \frac{p_1 x_1}{p_2}$$

- Παραγωγίζοντας, έχουμε την εξής συνθήκη πρώτου βαθμού:

$$v'(x_1^*) = \frac{p_1}{p_2}$$

Καμπύλη ζήτησης για οiwονεί γραμμικές προτιμήσεις

- Η συνάρτηση ζήτησης είναι ανεξάρτητη του εισοδήματος (όπως εξηγήσαμε προηγουμένως)
- Η αντίστροφη συνάρτηση ζήτησης είναι:
$$p_1(x_1) = v'(x_1)p_2$$
- Και η καμπύλη ζήτησης για το αγαθό 2 μπορεί να εξαχθεί από τον περιορισμό εισοδήματος

Παράδειγμα

- Έστω η συνάρτηση χρησιμότητας

$$u(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2$$

- Η συνθήκη πρώτου βαθμού δίνει

$$\frac{1}{x_1} = \frac{p_1}{p_2}$$

- Άρα η συνάρτηση ζήτησης είναι

$$x_1 = \frac{p_2}{p_1}$$

- Και η αντίστροφη συνάρτηση ζήτησης είναι

$$p_1(x_1) = \frac{p_2}{x_1}$$

- Η ζήτηση για το αγαθό 2 υπολογίζεται αντικαθιστώντας $x_1 = p_2/p_1$ στον εισοδηματικό περιορισμό:

$$x_2 = \frac{m}{p_2} - 1$$

Πιο ακριβής επίλυση

- Ο υπολογισμός της συνάρτησης ζήτησης υποθέτει ότι $x_2 > 0$
- Αν η τιμή του αγαθού 2 είναι $p_2 > m$, τότε η βέλτιστη κατανάλωση για το αγαθό 2 είναι μηδέν
- Άρα ένας πιο ακριβής τρόπος να εκφράσουμε τη ζήτηση για το αγαθό 2 είναι

$$x_2 = \begin{cases} 0, & \text{όταν } m \leq p_2 \\ \frac{m}{p_2} - 1, & \text{όταν } m > p_2 \end{cases}$$

Βιβλιογραφία

- [1] Hal Varian, Μικροοικονομική: μια σύγχρονη προσέγγιση, 3^η έκδοση, εκδόσεις Κριτική, 2015