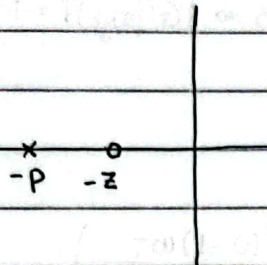


Σχεδίαση lead controller στο πεδίο της συχνότητας

lead: $C(s) = \frac{K_0(s+z)}{s+p} = \frac{K(\alpha s+1)}{Ts+1}$, $\alpha > 1$, $z < p$

→ προσδίδει φάση
κ' λίγο μέτρο



$$\sin \phi_m = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}$$

↳ μέγιστη συνεισφορά φάσης

στη συχνότητα $\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{\alpha}}$, $|G(j\omega_m)| = K\sqrt{\alpha}$

Επιθυμούμε συγκεκριμένο περιθώριο φάσης + μόνιμο σφάλμα

(Βάλλοντας K , το bode μέτρο μετατοπίζεται προς τα πάνω,
→ αλλάζει $\omega_{gc} \Rightarrow$ μειώνεται περιθώριο φάσης

$\phi_{\text{επιθ. περιθ.}} - \phi_{\text{περ.}} = \text{φάση που πρέπει να προσθέσει ο lead}$

+ safety margin ($5^\circ - 10^\circ$)

↳ υπολογίζω το $\alpha = \frac{1 + \sin \phi_m}{1 - \sin \phi_m}$

$\omega'_{gc} = \omega_m = \frac{1}{T\sqrt{\alpha}}$, όπου ω'_{gc} εκεί που το πλάτος (με το K) έχει $-10 \log \alpha$.

π.χ. $G(s) = \frac{1}{s(s+2)}$, α) σφάλμα σε ράμμα < 0.05 , β) περ. φάσης $\geq 45^\circ$.

$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = 1/2$, $e_{ss} = \frac{1}{K_v} = 2$

Με ελεγχτή: $K'_v = \lim_{s \rightarrow 0} sC(s)G(s) = \frac{K}{2}$, $e_{ss} \leq 1 \Rightarrow \frac{2}{20} \leq \frac{1}{\frac{K}{2}} \Rightarrow K \geq 40$

Τώρα περ. φάση: 18°

$\phi_m = 45^\circ - 18^\circ + 8^\circ = 35^\circ \Rightarrow \alpha = 3.69$

↑ safety margin

$10 \cdot \log \alpha = 5.67 \Rightarrow \omega'_{gc} = 8.65 \text{ rad/s}$, $T = \frac{1}{\omega'_{gc} \sqrt{\alpha}} \Rightarrow T = 0.06$

$C_{\text{lead}}(s) = 40 \cdot \frac{\alpha s + 1}{Ts + 1} \Rightarrow C_{\text{lead}}(s) = \frac{147.61(s + 4.5)}{s + 16.6}$

(μεγαλύτερο bandwidth \Rightarrow πιο γρήγορο το σύστημα)

$$\text{lag: } C_{\text{lag}} = \frac{1+\tau s}{1+\alpha\tau s} = \frac{1}{\alpha} \frac{s+z}{s+p}$$

$$\frac{\omega_c'}{10} = \frac{1}{\tau}$$

$$\varphi_{\text{αδων}} - 135^\circ \xrightarrow{+5^\circ \text{ περιθ.}} \phi_g = 135^\circ \Rightarrow \omega_{gc}' = 1.63 \Rightarrow |G(j\omega_{gc}')| = 19.6 \text{ dB}$$

$$19.6 - 20 \log \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 9.66$$

$$T_{\text{lag}} = \frac{10}{\omega_c'} = 6.21, \quad C_{\text{lag}}(s) = 40 \frac{6.21s+1}{60s+1}$$

$$\arg C(j\omega) = \tan^{-1}(\omega\tau) - \tan^{-1}(\alpha\omega\tau) = \tan^{-1}\left(\frac{(\alpha-1)\omega\tau}{1+\alpha(\omega\tau)^2}\right)$$

$$\arg C(j\omega') = -\tan^{-1}\left(\frac{10(\alpha-1)}{1+100\alpha}\right) = 5.7^\circ$$

\Rightarrow πιο αρθρό σύστημα

Lead-lag $\begin{cases} \text{lead} \rightarrow \text{περιθώριο} \\ \text{lag} \rightarrow \text{μόνιμο σφάλμα} \end{cases}$

1. επιθυμητό περιθ. φάδων (παλι με safety margin $+5^\circ \rightarrow \text{lag}$)

$$2. C_{\text{lag}}(s) = \alpha_{\text{lag}} \frac{T_{\text{lag}}s+1}{\alpha_{\text{lag}}T_{\text{lag}}s+1}$$

$$C_{\text{lag}}(s) = \alpha_{\text{lag}} \frac{T_{\text{lag}}s+1}{\alpha_{\text{lag}}T_{\text{lag}}s+1}, \quad C_{\text{lag}}(0) = \alpha_{\text{lag}}$$

$$C_{\text{lead}}(s) = \frac{\alpha_{\text{lead}}T_{\text{lead}}s+1}{T_{\text{lead}}s+1}$$

$$K_u = \lim_{s \rightarrow 0} s C_{\text{lead}}(s) C_{\text{lag}}(s) G(s) = \frac{\alpha_{\text{lag}}}{2} \Rightarrow \alpha_{\text{lag}} = 40$$