

$$E_F = \frac{E_c + E_d}{2} + \frac{1}{2} kT \ln \left(\frac{N_d}{2N_c} \right)$$

Έτσι, η ενέργεια Fermi, στην περιοχή των χαμηλών θερμοκρασιών, είναι στο μέσο της $\Delta E = E_c - E_d$.

5.3.2 Κινητικότητα ολίσθησης: Εξάρτηση από τη θερμοκρασία και από τις προσμίξεις

Η εξάρτηση της κινητικότητας ολίσθησης από τη θερμοκρασία, είναι διαφορετική ανάλογα με τη θερμοκρασιακή περιοχή στην οποία αναφερόμαστε. Στην περιοχή των υψηλών θερμοκρασιών, έχει παρατηρηθεί ότι η κινητικότητα ολίσθησης καθορίζεται από τις σκεδάσεις με τις πλεγματικές ταλαντώσεις. Καθώς το πλάτος των πλεγματικών ταλαντώσεων αυξάνεται με τη θερμοκρασία, η κινητικότητα ολίσθησης μειώνεται, και η εξάρτησή της είναι του τύπου $\mu \propto T^{-3/2}$. Σε χαμηλές θερμοκρασίες όμως, οι πλεγματικές ταλαντώσεις δεν είναι αρκετά ισχυρές ώστε να αποτελούν τον κύριο καθοριστικό παράγοντα της κινητικότητας των ηλεκτρονίων. Έχει παρατηρηθεί ότι, σε χαμηλές θερμοκρασίες, ο κύριος μηχανισμός που καθορίζει την κινητικότητα των ηλεκτρονίων είναι η σκέδασή τους από τις ιονισμένες προσμίξεις. Όπως θα φανεί στη συνέχεια, η εξάρτηση της κινητικότητας από τη θερμοκρασία σε αυτή τη θερμοκρασιακή περιοχή είναι $\mu \propto T^{3/2}$.

Όπως θυμόμαστε από το κεφάλαιο 2, η κινητικότητα ολίσθησης, μ , των ηλεκτρονίων εξαρτάται από τον μέσο ελεύθερο χρόνο μεταξύ των σκεδάσεων. Τα δύο μεγέθη συνδέονται με τον τύπο

$$\mu = \frac{e \tau}{m_e} \quad [5.21]$$

όπου

$$\tau = \frac{1}{S v_{th} N_s} \quad [5.22]$$

όπου S είναι η επιφάνεια της ενεργού διατομής του κέντρου σκέδασης, v_{th} είναι η μέση ταχύτητα των ηλεκτρονίων, που ονομάζεται και **θερμική ταχύτητα**, και N_s είναι ο αριθμός των κέντρων σκέδασης ανά μονάδα όγκου. Αν το πλάτος των ταλαντώσεων των ατόμων γύρω από τη θέση ισορροπίας τους είναι a , τότε $S = \pi a^2$. Καθώς αυξάνεται η θερμοκρασία, αυξάνεται επίσης και το πλάτος a . Όπως έχουμε δείξει στο κεφάλαιο 2, η εξάρτηση του πλάτους a από τη θερμοκρασία T είναι του τύπου $a^2 \propto T$. Τα

ηλεκτρόνια που βρίσκονται στη ΖΑ κινούνται ελεύθερα μέσα στο πλέγμα και έχουν επομένως μόνο ΚΕ. Γνωρίζουμε όμως ότι, στη ΖΑ, η μέση ΚΕ ανά ηλεκτρόνιο είναι $(3/2)kT$, ως να ίσχυε η κινητική μοριακή θεωρία στα ηλεκτρόνια της ΖΑ. Ισχύει επομένως ότι

$$\frac{1}{2} m_e v_{th}^2 = \frac{3}{2} kT$$

ισχύει δηλαδή ότι $v_{th} \propto T^{1/2}$. Επομένως, ο μέσος χρόνος, τ_L , μεταξύ διαδοχικών σκεδάσεων λόγω των ατομικών ταλαντώσεων είναι

$$\tau_L = \frac{1}{(\pi a^2) v_{th} N_s} \propto \frac{1}{(T)(T^{1/2})} \propto T^{-3/2}$$

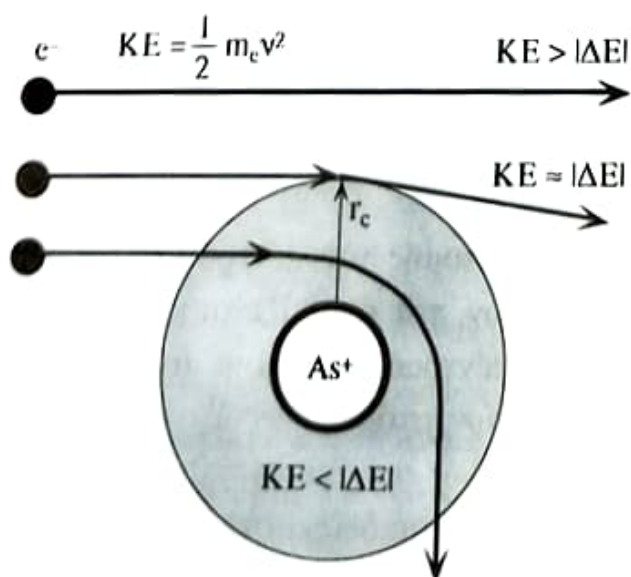
Από το μέγεθος αυτό οδηγούμαστε στην **κινητικότητα που καθορίζεται από τις σκεδάσεις λόγω των ατομικών ταλαντώσεων**. Το μέγεθος αυτό συμβολίζεται με μ_L και ισχύει

κινητικότητα
λόγω σκεδάσεων
από τις ατομικές
ταλαντώσεις

$$\mu_L \propto T^{-3/2}$$

[5.23]

Σε χαμηλές θερμοκρασίες, η σκέδαση των ηλεκτρονίων από τους ιονισμένους δότες είναι ισχυρότερη από τη σκέδαση των ηλεκτρονίων λόγω των θερμικών ταλαντώσεων του πλέγματος. Όπως φαίνεται στην εικόνα 5.17, όταν ένα ηλεκτρόνιο περνάει κοντά από έναν ιονισμένο δότη As^+ έλκεται και αποκλίνει από την πορεία του. Σε χαμηλές θερμοκρασίες, η κινητικότητα ολίσθησης των ηλεκτρονίων καθορίζεται από αυτό το είδος σκέδασης.



Εικόνα 5.17

Η σκέδαση των ηλεκτρονίων από μία ιονισμένη πρόσμιξη.

Για ένα ηλεκτρόνιο που βρίσκεται σε απόσταση r από έναν ιόν As^+ , το μέτρο της δυναμικής του ενέργειας λόγω της δύναμης Coulomb, δίνεται από τον τύπο

$$|PE| = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r}$$

Αν η ΚΕ του ηλεκτρονίου που προσεγγίζει το ιόν As^+ είναι μεγαλύτερη από τη ΔΕ του σε απόσταση r από το ιόν As^+ , τότε το ηλεκτρόνιο δεν θα εκτραπεί ουσιαστικά από την πορεία του και μπορούμε να πούμε ότι σε αυτή την περίπτωση δεν παρατηρείται σκέδαση του ηλεκτρονίου. Στην περίπτωση αυτή δηλαδή, λόγω της μεγάλης του ΚΕ, το ηλεκτρόνιο δεν νιώθει την έλξη Coulomb από τον δότη. Αν αντίθετα, η ΚΕ του ηλεκτρονίου είναι μικρότερη από την ΔΕ του σε απόσταση r από το ιόν As^+ , τότε η ΔΕ λόγω της αλληλεπίδρασης Coulomb είναι τόσο μεγάλη ώστε το ηλεκτρόνιο εκτρέπεται αισθητά από την πορεία του. Αυτό απεικονίζεται σχηματικά στην εικόνα 5.17. Η κρίσιμη ακτίνα r_c είναι αυτή για την οποία μόλις και παρατηρείται σκέδαση του ηλεκτρονίου, δηλαδή αυτή για την οποία ισχύει $KE \approx |\Delta E(r_c)|$. Αλλά η μέση ΚΕ ισούται με $KE = (3/2)kT$. Έτσι, στη θέση $r = r_c$ ισχύει

$$\frac{3}{2}kT = |PE(r_c)| = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r_c}$$

εκ της οποίας συνάγεται $r_c = e^2/(6\pi\epsilon_0\epsilon_r kT)$. Όταν αυξάνεται η θερμοκρασία, τότε η ακτίνα του κέντρου σκέδασης μειώνεται. Η επιφάνεια του κέντρου σκέδασης ισούται με $S = \pi r_c^2$ και δίνεται από τη σχέση

$$S = \frac{\pi e^4}{(6\pi\epsilon_0\epsilon_r kT)^2} \propto T^{-2}$$

Αν λάβουμε υπόψη μας και την εξάρτηση $v_{\text{θερμ}} \propto T^{1/2}$, τότε, σύμφωνα με την εξίσωση 5.22, η θερμοκρασιακή εξάρτηση του μέσου ελεύθερου χρόνου τ_I μεταξύ των σκεδάσεων που οφείλονται στις προσμίξεις θα είναι

$$\tau_I = \frac{1}{S v_{th} N_I} \propto \frac{1}{(T^{-2})(T^{1/2})N_I} \propto \frac{T^{3/2}}{N_I}$$

όπου, N_I είναι η συγκέντρωση των ιονισμένων προσμίξεων (εννοείται όλες οι ιονισμένες προσμίξεις συμπεριλαμβανομένων και των δοτών και των αποδεκτών). Επομένως, σύμφωνα με την εξίσωση 5.21, η κινητικότητα που καθορίζεται από τη σκέδαση λόγω των ιονισμένων προσμίξεων ισούται με

κινητικότητα που
καθορίζεται από
τη σκέδαση λόγω
των ιονισμένων
προσμίξεων

$$\mu_I \propto \frac{T^{3/2}}{N_I} \quad [5.24]$$

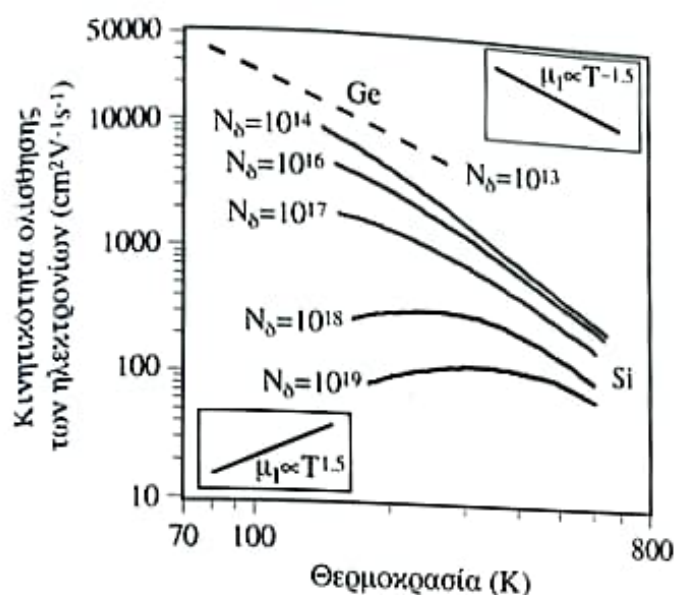
Ας σημειωθεί ότι η μ_I είναι αντιστρόφως ανάλογη της συγκέντρωσης, N_I , των ιονισμένων προσμίξεων, η οποία με τη σειρά της μπορεί να εξαρτάται από τη θερμοκρασία. Πράγματι, σε πολύ χαμηλές θερμοκρασίες, σε θερμοκρασίες δηλαδή κάτω από τη θερμοκρασία κορεσμού, T_S , η N_I εξαρτάται πολύ έντονα από τη θερμοκρασία επειδή δεν έχουν ιονιστεί πλήρως όλοι οι δότες.

Η συνολική εξάρτηση από τη θερμοκρασία υπολογίζεται μέσω του κανόνα του Mathiessen, από την εν παραλλήλω άθροιση των μ_I και μ_L :

$$\frac{1}{\mu_e} = \frac{1}{\mu_I} + \frac{1}{\mu_L} \quad [5.25]$$

συνολική
κινητικότητα

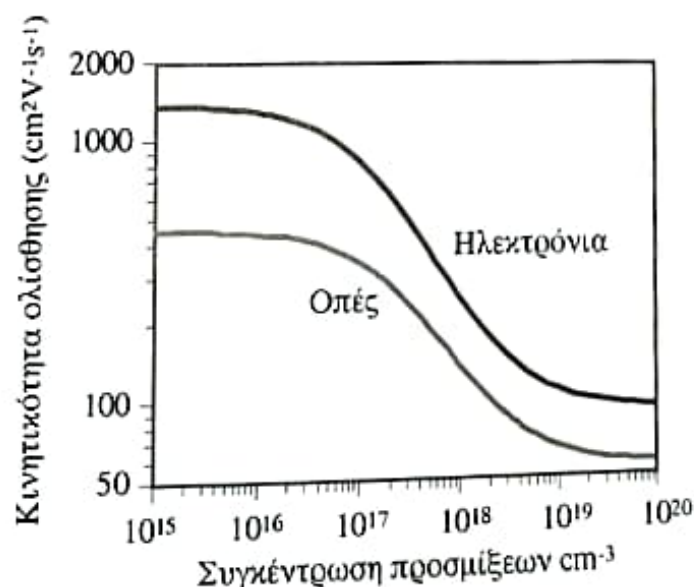
Βλέπουμε ότι η συνολική κινητικότητα ολίσθησης καθορίζεται από τη διαδικασία σκέδασης που αντιστοιχεί στην μικρότερη κινητικότητα. Στην εικόνα 5.18 απεικονίζεται η πειραματική εξάρτηση από τη θερμοκρασία της κινητικότητας ολίσθησης των ηλεκτρονίων. Στην εικόνα φαίνονται οι πειραματικές καμπύλες για το Si και το Ge για διάφορες συγκεντρώσεις δοτών. Οι καμπύλες έχουν σχεδιαστεί σε λογαριθμικούς άξονες. Η κλίση της καμπύλης αντιστοιχεί στον δείκτη n της σχέσης $\mu_e \propto T^n$. Στις δύο ένθετες εικόνες απεικονίζεται η θεωρητική θερμοκρασιακή εξάρτηση της μ_L και της μ_I , όπως αυτή δίνεται από τις σχέσεις 5.23 και 5.24. Για το Ge και για χαμηλά επίπεδα νόθευσης (π.χ. για $N_D = 10^{13} \text{ cm}^{-3}$), τα πειραματικά αποτελέσματα δείχνουν μία συμπεριφορά του τύπου $\mu_e \propto T^{-1.5}$, γεγονός που βρίσκεται σε καλή συμφωνία με τον αναμενόμενο καθορισμό της μ_e από την μ_L της εξίσωσης 5.23. Παρ' ολ' αυτά, οι αντίστοιχες καμπύλες για το Si σε χαμηλά επίπεδα νόθευσης (στην περιοχή δηλαδή όπου μπορεί να αγνοηθεί η επίδραση της μ_I) και υψηλές θερμοκρασίες αντιστοιχούν σε μία συμπεριφορά του τύπου με $T^{-2.5}$ και όχι του τύπου $\mu_e \propto T^{-1.5}$. Το γεγονός αυτό μπορεί να εξηγηθεί μόνο με μία πιο αναλυτική θεώρηση του φαινομένου. Καθώς αυξάνεται η συγκέντρωση των δοτών, η κινητικότητα ολίσθησης μειώνεται λόγω του ότι μειώνεται η μ_I . Για πολύ μεγάλες νοθεύσεις και χαμηλές θερμοκρασίες, η κινητικότητα ολίσθησης των ηλεκτρονίων στο Si έχει συμπεριφορά του τύπου $\mu_e \propto T^{3/2}$. Αντίστοιχοι συλλογισμοί ισχύουν και για τη θερμοκρασιακή εξάρτηση της κινητικότητας ολίσθησης των οπών.



Εικόνα 5.18

Πλήρως λογαριθμικό διάγραμμα της κινητικότητας ολίσθησης προς την θερμοκρασία για ένα δείγμα Ge τύπου n και ένα δείγμα Si τύπου n. Για το Si, το διάγραμμα έχει σχεδιαστεί για διάφορες συγκεντρώσεις δοτών. Η N_d είναι σε cm^{-3} . Η ένθετη εικόνα στο άνω δεξιό άκρο της εικόνας απεικονίζει την απλή θεωρία για την κινητικότητα που καθορίζεται από σκέδαση από το πλέγμα, ενώ η ένθετη εικόνα στο κάτω αριστερά σημείο αντιστοιχεί στην απλή θεωρία για την κινητικότητα που καθορίζεται από τη σκέδαση λόγω των προσμίξεων.

Στην εικόνα 5.19 απεικονίζεται η εξάρτηση της κινητικότητας των ηλεκτρονίων και των οπών από τη συγκέντρωση των προσμίξεων στο Si για θερμοκρασία δωματίου. Παρατηρούμε ότι, όπως αναμενόταν, η κινητικότητα ολίσθησης πέραν μίας συγκέντρωσης προσμίξεων καθορίζεται κυρίως από την μ_i της εξίσωσης 5.25.



Εικόνα 5.19

Η μεταβολή της κινητικότητας ολίσθησης με τη συγκέντρωση των προσμίξεων στο Si για τα ηλεκτρόνια και τις οπές στους 300 K.

5.3.3 Θερμοκρασιακή εξάρτηση της αγωγιμότητας

Η αγωγιμότητα ενός ημιαγωγού προσμίξεων ο οποίος έχει νοθευτεί με δότες εξαρτάται από τη συγκέντρωση των ηλεκτρονίων και την κινητικότητα ολίσθησης. Στις προηγούμενες παραγράφους υπολογίσαμε και τα δύο