Διαχρονική επιλογή

Αντώνης Παπαβασιλείου, ΕΜΠ

Βασισμένο στον Varian [1]

Διαχρονικές επιλογές

- Οι **διαχρονικές επιλογές** είναι οι επιλογές κατανάλωσης στη διάρκεια του χρόνου

Περιεχόμενα

- Εισοδηματικός περιορισμός
- Προτιμήσεις κατανάλωσης
- Συγκριτική στατική
- Η εξίσωση Slutsky και διαχρονική επιλογή
- Πληθωρισμός
- Παρούσα αξία: μια πιο κοντινή ματιά
- Ανάλυση παρούσας αξίας για πολλαπλές περιόδους
- Χρήση της παρούσας αξίας
- Ομόλογα
- Φόροι
- Επιλογή επιτοκίου

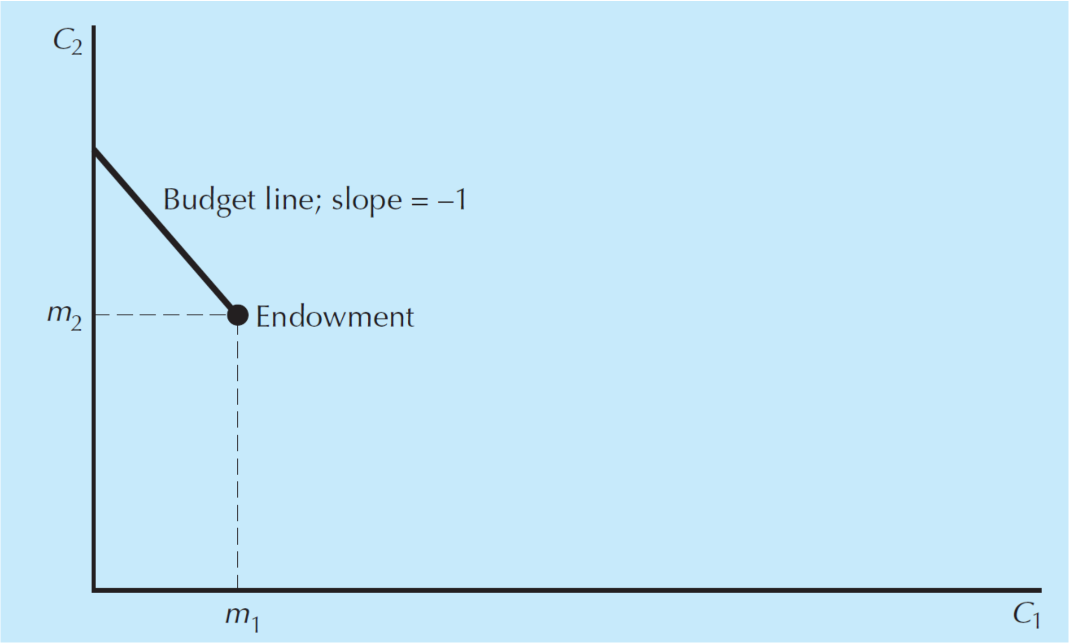
Εισοδηματικός περιορισμός

Μοντέλο διαχρονικής επιλογής

- Έστω ένας καταναλωτής που αποφασίζει πόσο από ένα αγαθό να καταναλώσει σε δύο περιόδους
- Συμβολίζουμε την κατανάλωση σε κάθε περίοδο ως (c_1, c_2)
- Έστω ότι οι τιμές κατανάλωσης σε κάθε περίοδο είναι ίσες με 1
- Έστω ότι η ποσότητα χρημάτων του καταναλωτή σε κάθε περίοδο είναι (m_1, m_2)

Περίπτωση χωρίς δανεισμό και επιτόκιο 0

- Ας υποθέσουμε πως ο μόνος τρόπος μεταφοράς χρημάτων μεταξύ περιόδων είναι με αποταμίευση χωρίς επιτόκιο
- Και έστω ότι δεν υπάρχει δυνατότητα δανεισμού
- Άρα το μέγιστο που μπορεί να ξοδέψει ο καταναλωτής στην περίοδο 1 είναι m_1



Δανεισμός με επιτόκιο

- Έστω ότι ο καταναλωτής μπορεί να δανείσει ή να δανειστεί με επιτόκιο r
- Αν αποταμιεύσει στην πρώτη περίοδο ξοδεύοντας $c_1 < m_1$, τότε στην περίοδο 2 μπορεί να ξοδέψει

$$c_2 = m_2 + (m_1 - c_1) + r(m_1 - c_1)$$
$$= m_2 + (1 + r)(m_1 - c_1) \quad (10.1)$$

- Αν δανειστεί στην πρώτη περίοδο ξοδεύοντας $c_1 > m_1$, τότε στην περίοδο 2 μπορεί να ξοδέψει

$$c_2 = m_2 - r(c_1 - m_1) - (c_1 - m_1)$$
$$= m_2 + (1 + r)(m_1 - c_1)$$

- Που είναι ακριβώς η ίδια έκφραση με την (10.1)
- Αν:
  - $c_1 < m_1$: ο καταναλωτής δανείζει
  - $c_1 > m_1$: ο καταναλωτής δανείζεται
  - $c_1 = m_1$: ούτε δανείζει ούτε δανείζεται

Εισοδηματικός περιορισμός

- Μπορούμε να αναδιαρρυθμίσουμε τον εισοδηματικό περιορισμό με δύο ισοδύναμους τρόπους:

$$(1+r)c_1 + c_2 = (1+r)m_1 + m_2 \quad (10.2)$$

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} = m_1 + \frac{m_2}{1+r} \quad (10.3)$$

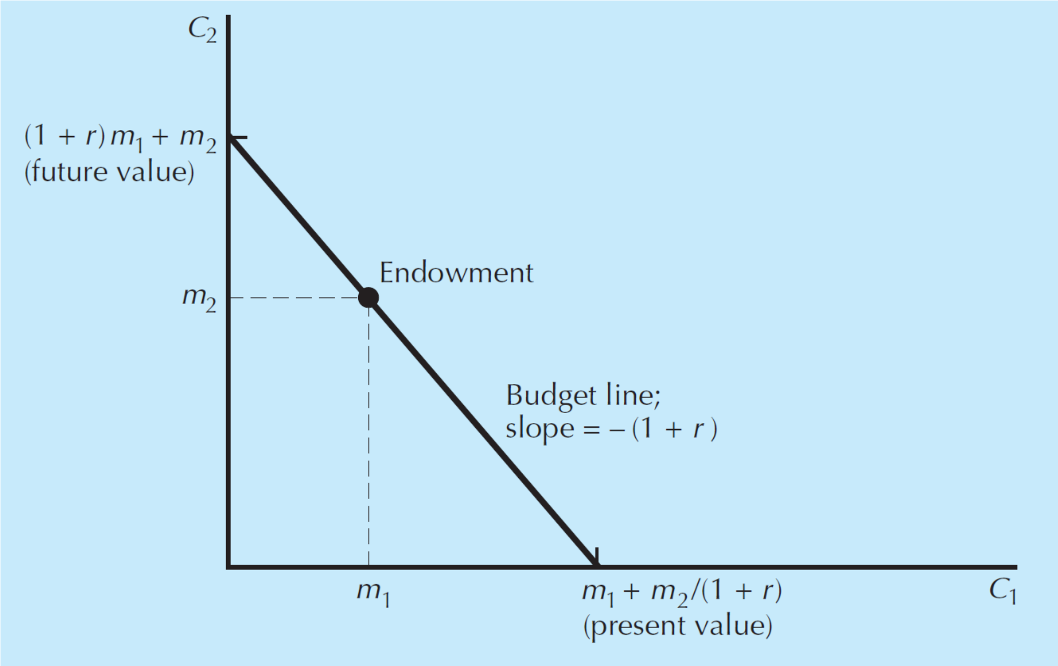
- Και οι δύο εξισώσεις έχουν τη μορφή

$$p_1x_1 + p_2x_2 = p_1m_1 + p_2m_2$$

- Η εξίσωση (10.2) εκφράζει τον εισοδηματικό περιορισμό σε **μελλοντική αξία**
  - Τιμή μελλοντικής κατανάλωσης 1 ($p_2 = 1$, και $p_1 = 1 + r$)
- Η εξίσωση (10.3) εκφράζει τον εισοδηματικό περιορισμό σε **παρούσα αξία**
  - Τιμή παρούσας κατανάλωσης 1 ($p_1 = 1$, και $p_2 = 1/(1 + r)$)

Παρούσα και μελλοντική αξία

- Η τομή του εισοδηματικού περιορισμού με τον οριζόντιο άξονα είναι το μέγιστο που μπορεί να καταναλώσει ο καταναλωτής αν δεν καταναλώσει τίποτα την περίοδο 2:
$$\bar{c}_1 = m_1 + \frac{m_2}{1+r}$$
- Η τομή του εισοδηματικού περιορισμού με τον κάθετο άξονα είναι το μέγιστο που μπορεί να καταναλώσει ο καταναλωτής αν δεν καταναλώσει τίποτα την περίοδο 1:
$$\bar{c}_1 = (1+r)m_1 + m_2$$
- Ο εισοδηματικός περιορισμός είναι μια γραμμή που περνά από το σημείο (m_1, m_2), το οποίο είναι μια εφικτή καταναλωτική επιλογή, και έχει κλίση $-(1+r)$



Ερώτηση 10.2

- Όταν αυξάνεται το επιτόκιο, ο εισοδηματικός περιορισμός γίνεται πιο απότομος ή πιο επίπεδος;

Απάντηση στην ερώτηση 10.2

- Η κλίση του περιορισμού είναι – $(1 + r)$
- Άρα όταν το r αυξάνεται η κλίση γίνεται πιο αρνητική (πιο απότομος)

Ερώτηση 10.5

- Ποια είναι η παρούσα αξία 100 € σε ένα χρόνο από τώρα αν το επιτόκιο είναι 10%;
- Ποια είναι η παρούσα αξία αν το επιτόκιο είναι 5%;

Απάντηση στην ερώτηση 10.5

- Για επιτόκιο 10%, η παρούσα αξία 100 € είναι 90.91 €
- Για επιτόκιο 5%, η παρούσα αξία είναι 95.24 €

Προτιμήσεις κατανάλωσης

Καμπύλες αδιαφορίας

- Πλήρη υποκατάστατα: ο καταναλωτής αδιαφορεί αν καταναλώσει σήμερα ή αύριο
- Πλήρη συμπληρώματα: ο καταναλωτής προτιμά να καταναλώνει αύριο όσο καταναλώνει σήμερα
- Κυρτές προτιμήσεις: ο καταναλωτής προτιμά να έχει μια «μέση» κατανάλωση σε κάθε περίοδο από το να έχει πολλά σήμερα και λίγα αύριο ή αντιστρόφως
  - Φυσική υπόθεση σε διαχρονικές προτιμήσεις

Ερώτηση 10.3

- Η υπόθεση πως τα αγαθά είναι τέλεια υποκατάστατα είναι έγκυρη στην ανάλυση διαχρονικών αγορών τροφής;

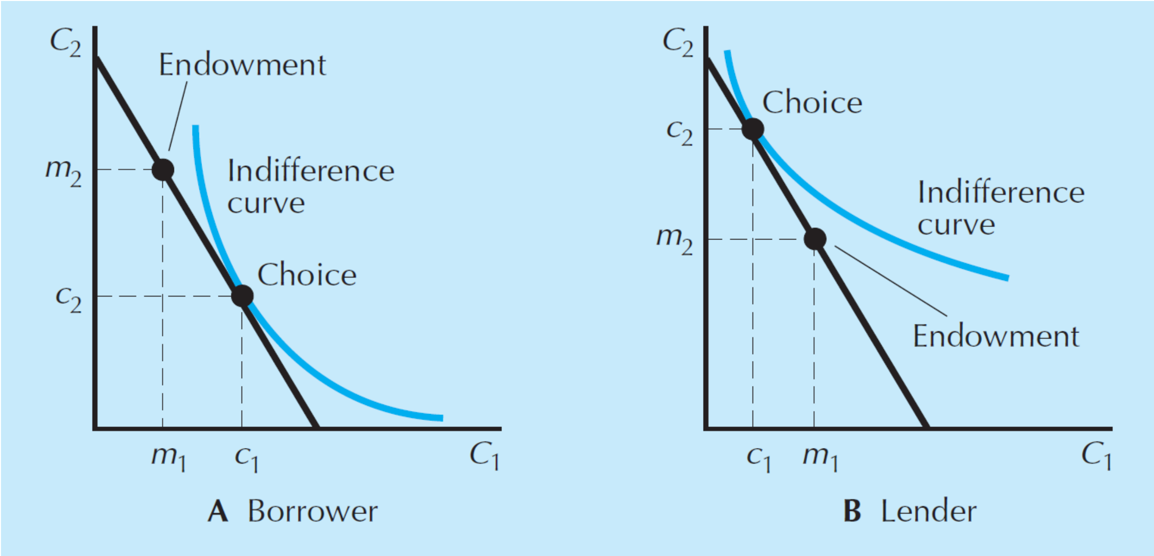
Απάντηση στην ερώτηση 10.3

- Αν τα αγαθά είναι τέλεια υποκατάστατα, τότε οι καταναλωτές θα αγοράσουν μόνο το φθηνότερο αγαθό
- Στην περίπτωση διαχρονικής αγοράς τροφής, αυτό σημαίνει πως οι καταναλωτές αγοράζουν τροφή μόνο σε μία περίοδο
- Αυτό δεν είναι πολύ ρεαλιστικό

Συγκριτική στατική

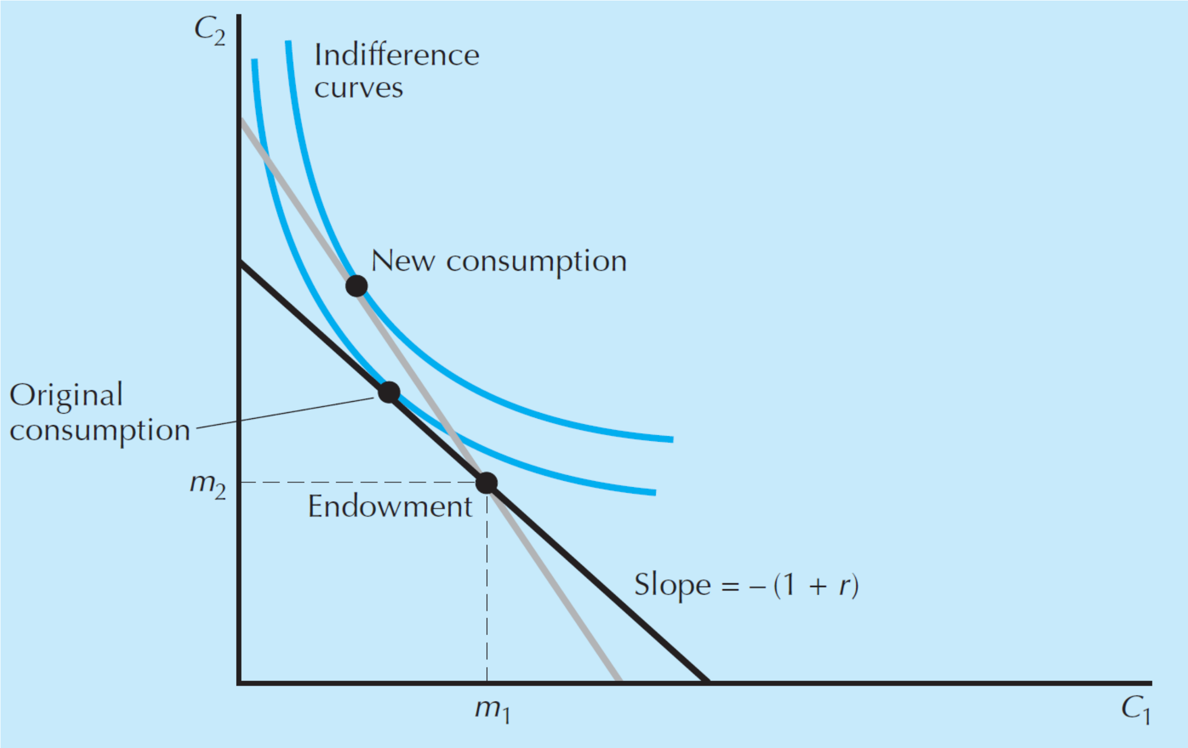
Δανειστής και δανειολήπτης

- Αν ο καταναλωτής διαλέξει $c_1 < m_1$, είναι **δανειστής** (αριστερό γράφημα)
- Αν ο καταναλωτής διαλέξει $c_1 > m_1$, είναι **δανειολήπτης** (δεξί γράφημα)



Αλλαγή επιτοκίου

- Από την εξίσωση (10.1), η αύξηση του επιτοκίου αυξάνει την κλίση του εισοδηματικού περιορισμού
- Και αφού το (m_1, m_2) παραμένει εφικτός καταναλωτικός συνδυασμός, η αύξηση του επιτοκίου οδηγεί σε στροφή γύρω από το (m_1, m_2)
- Αν ο καταναλωτής είναι αρχικά δανειστής, τότε παραμένει δανειστής
  - Αφού αρχικά είναι δανειστής, η αρχική του επιλογή είναι αριστερά του (m_1, m_2)
  - Αν η αύξηση επιτοκίου οδηγούσε σε νέα κατανάλωση δεξιά του (m_1, m_2), θα παραβιαζόταν η αποκαλυπτόμενη προτίμηση πριν την αλλαγή επιτοκίου (μια επιλογή προς τα δεξιά είναι εφικτή και για το νέο επιτόκιο)

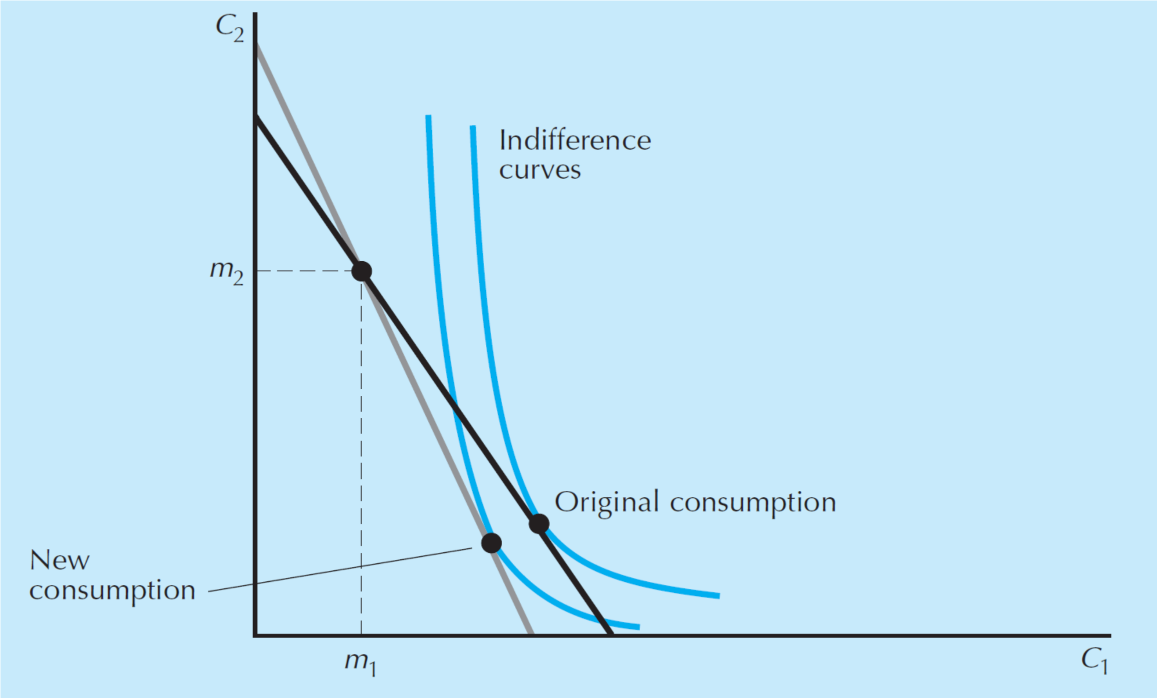


Τι άλλο μπορούμε να πούμε;

- Αν ο καταναλωτής είναι αρχικά δανειολήπτης και το επιτόκιο πέσει, θα παραμείνει δανειολήπτης (αντίστοιχο επιχείρημα με προηγούμενη διαφάνεια)
- Αν είναι αρχικά δανειστής και το επιτόκιο μειωθεί, δεν μπορούμε να αποφανθούμε αν θα παραμείνει δανειστής ή όχι
- Αν είναι αρχικά δανειολήπτης και το επιτόκιο αυξηθεί, δεν μπορούμε να αποφανθούμε αν θα παραμείνει δανειολήπτης ή όχι

Επιπτώσεις σε ευημερία

- Αν ο καταναλωτής είναι αρχικά δανειολήπτης, και το επιτόκιο αυξηθεί, αλλά αποφασίσει να παραμείνει δανειολήπτης, τότε η ευημερία του πρέπει να μειωθεί
- Ο λόγος: επιλέγει ένα νέο σημείο το οποίο ήταν διαθέσιμο και με τον αρχικό εισοδηματικό περιορισμό, άρα είναι σε χειρότερη κατάσταση



Ερώτηση 10.4

- Ένας καταναλωτής, που είναι αρχικά δανειστής, παραμένει δανειστής ακόμη και μετά από μια πτώση στο επιτόκιο
- Είναι ο καταναλωτής σε καλύτερη ή χειρότερη κατάσταση μετά την αλλαγή επιτοκίων;
- Αν ο καταναλωτής γίνει δανειολήπτης μετά την αλλαγή είναι καλύτερα ή χειρότερα;

Απάντηση στην ερώτηση 10.4

- Προκειμένου να παραμείνει δανειστής μετά την αλλαγή επιτοκίων, ο καταναλωτής πρέπει να διαλέγει ένα σημείο που θα μπορούσε να το έχει διαλέξει και με τα παλιά επιτόκια, αλλά αποφάσισε να μην το κάνει
- Άρα ο καταναλωτής πρέπει να είναι σε χειρότερη κατάσταση
- Αν ο καταναλωτής γίνει δανειολήπτης μετά την αλλαγή, τότε διαλέγει ένα σημείο που προηγουμένως δεν ήταν διαθέσιμο και το οποίο δεν μπορεί να συγκριθεί με το αρχικό σημείο (γιατί το αρχικό σημείο δεν είναι πλέον διαθέσιμο στο νέο εισοδηματικό περιορισμό), και άρα η αλλαγή στην ευημερία του καταναλωτή είναι άγνωστη

Η εξίσωση Slutsky και διαχρονική επιλογή

Η εξίσωση Slutsky

- Έστω ότι αυξάνεται το επιτόκιο
- Εφαρμόζοντας την εξίσωση Slutksy στον εισοδηματικό περιορισμό σε μορφή μελλοντικής αξίας (άρα η τιμή p_1 αυξάνεται), έχουμε:

$$\frac{\Delta c_1^t}{\Delta p_1} = \frac{\Delta c_1^s}{\Delta p_1} + (m_1 - c_1)\frac{\Delta c_1^m}{\Delta m}$$

- Όπως πάντα, η επίδραση υποκατάστασης έχει αντίθετη επίδραση από την αλλαγή τιμής: $\frac{\Delta c_1^s}{\Delta p_1} < 0$
- Αν το αγαθό είναι κανονικό στην περίοδο 1, έχουμε $\frac{\Delta c_1^m}{\Delta m} > 0$
- Το πρόσημο της πλήρους έκφρασης εξαρτάται από το πρόσημο του $m_1 - c_1$
- Αν $m_1 - c_1 < 0$, η έκφραση είναι σίγουρα αρνητική
- Δηλαδή αν ο καταναλωτής είναι δανειολήπτης στην περίοδο 1, μια αύξηση επιτοκίου θα μειώσει την κατανάλωσή του
- Γιατί;
  - Αν αυξηθεί το επιτόκιο, η τάση λόγω υποκατάστασης θα είναι για περισσότερη κατανάλωση σήμερα
  - Για ένα δανειολήπτη, επίσης σημαίνει περισσότερους τόκους άρα χαμηλότερο διαθέσιμο εισόδημα τώρα, άρα επίσης μείωση κατανάλωσης
- Για δανειστή, η επίδραση αύξησης επιτοκίου δεν έχει βέβαιη επίπτωση στη σημερινή κατανάλωση

Πληθωρισμός

Πληθωρισμός

- Ας υποθέσουμε ότι η τιμή του αγαθού που καταναλώνεται είναι 1 σήμερα και p_2 αύριο
- Και η χρηματική αξία του αποθέματος είναι $p_2 m_2$ (αν μετράμε το απόθεμα σε μονάδες του αγαθού)
- Άρα τα χρήματα διαθέσιμα για κατανάλωση στην περίοδο 2 είναι

$$p_2 c_2 = p_2 m_2 + (1+r)(m_1 - c_1)$$

- Η διαθέσιμη κατανάλωση στην περίοδο 2 είναι

$$c_2 = m_2 + \frac{1+r}{p_2}(m_1 - c_1)$$

- Εξορισμού, ο πληθωρισμός π είναι ο ρυθμός με τον οποίο αυξάνονται οι τιμές:

$$p_2 = 1 + \pi$$

- Άρα έχουμε

$$c_2 = m_2 + \frac{1+r}{1+\pi}(m_1 - c_1)$$

Πραγματικό επιτόκιο

- Ορίζουμε το **πραγματικό επιτόκιο** (για να έχει την ίδια μορφή ο εισοδηματικός περιορισμός με πριν, που είχαμε επιτόκιο αλλά όχι πληθωρισμό) ως
$$1+\rho = \frac{1+r}{1+\pi}$$
- Άρα ο εισοδηματικός περιορισμός γίνεται
$$c_2 = m_2 + (1+\rho)(m_1 - c_1)$$
- Το πραγματικό επιτόκιο υπολογίζεται ως
$$\rho = \frac{1+r}{1+\pi} - 1 = \frac{1+r}{1+\pi} - \frac{1+\pi}{1+\pi} = \frac{r-\pi}{1+\pi}$$
- Προσέγγιση όταν ο πληθωρισμός δεν είναι πολύ μεγάλος (άρα ο παρονομαστής είναι περίπου ίσος με 1):
$$\rho \simeq r - \pi$$

Παρούσα αξία: μια πιο κοντινή ματιά

Μελλοντική αξία

- Αν μπορούμε να δανείσουμε και να δανειστούμε με επιτόκιο r, ποιο είναι το ισοδύναμο 1 € σήμερα;
- Απάντηση: $1 + r$ €
- Και 1 € την επόμενη περίοδο με τι ισοδυναμεί σήμερα;
- Απάντηση: $1/(1 + r)$ €
- Έχουμε δει στο κεφάλαιο 9 ότι ένα αρχικό απόθεμα που αντιστοιχεί σε μεγαλύτερο εισόδημα είναι προτιμότερο γιατί οδηγεί σε εισοδηματικό περιορισμό με μεγαλύτερο σύνολο εφικτών επιλογών
- Αυτό μας επιτρέπει να συγκρίνουμε ροές κεφαλαίου στο χρόνο βάσει του ποια ροή έχει υψηλότερη παρούσα αξία

Ανάλυση παρούσας αξίας για πολλαπλές περιόδους

Ένα μοντέλο 3 περιόδων

- Έστω ότι μπορούμε να δανείσουμε ή να δανειστούμε με σταθερό επιτόκιο r το οποίο είναι σταθερό για 3 περιόδους
- Ποια είναι η τιμή κατανάλωσης την περίοδο 3; Είναι $1/(1+r)^2$ γιατί αν επενδύσω $1/(1+r)^2$ € σήμερα θα έχω $1/(1+r)$ € στη δεύτερη περίοδο και 1 € στην τρίτη περίοδο
- Άρα ο εισοδηματικός περιορισμός για τις τρεις περιόδους έχει τη μορφή

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} + \frac{c_3}{(1+r)^2} = m_1 + \frac{m_2}{1+r} + \frac{m_3}{(1+r)^2}$$

- Άρα η τιμή της κατανάλωσης την περίοδο t σε σημερινές τιμές είναι

$$p_t = \frac{1}{(1+r)^{t-1}}$$

Επιτόκια που αλλάζουν στο χρόνο

- Αν το επιτόκιο της περιόδου 1 είναι r_1 και το επιτόκιο της περιόδου 2 είναι r_2, ο εισοδηματικός περιορισμός γίνεται

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r_1} + \frac{c_3}{(1+r_1)(1+r_2)} = m_1 + \frac{m_2}{1+r_1} + \frac{m_3}{(1+r_1)(1+r_2)}$$

Πίνακας παρούσας αξίας

Rate	1	2	5	10	15	20	25	30
.05	.95	.91	.78	.61	.48	.37	.30	.23
.10	.91	.83	.62	.39	.24	.15	.09	.06
.15	.87	.76	.50	.25	.12	.06	.03	.02
.20	.83	.69	.40	.16	.06	.03	.01	.00

Παρατηρούμε πόσο γρήγορα ελαττώνεται η παρούσα αξία

Ερώτηση 10.1

- Πόσο αξίζει 1 εκατομμύριο € που παραδίδεται σε 20 χρόνια σε σημερινά χρήματα αν το επιτόκιο είναι 20%;

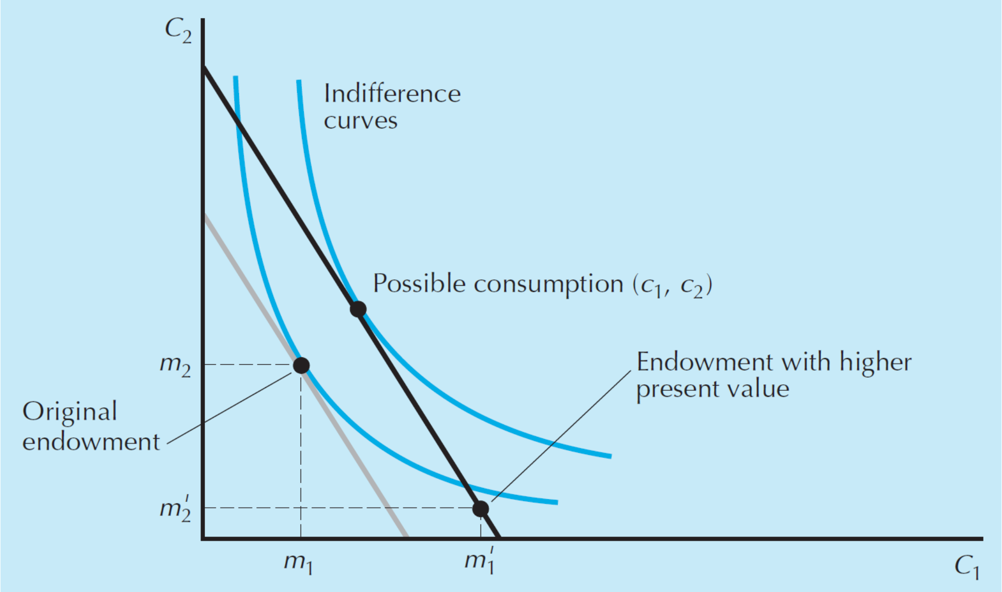
Απάντηση στην ερώτηση 10.1

- Σύμφωνα με τον πίνακα της διαφάνειας 35, 1 € σε 20 χρόνια από τώρα αξίζει 3 cents σήμερα με επιτόκιο 20%. Άρα, 1 εκατομμύριο € αξίζει $0.03 \times 1{,}000{,}000 = 30{,}000$ € σήμερα.

Χρήση της παρούσας αξίας

Η παρούσα αξία είναι ο μόνος σωστός τρόπος μετατροπής μιας ροής κεφαλαίου σε σημερινά €

- Ο καταναλωτικός συνδυασμός (m_1', m_2') είναι χειρότερος από τον (m_1, m_2) από άποψης χρησιμότητας
- Αλλά αν ο καταναλωτής μπορεί να δανειστεί / δανείσει με επιτόκιο r, τότε με το απόθεμα (m_1', m_2') ο καταναλωτής έχει μεγαλύτερο εισόδημα (άρα περισσότερες επιλογές) από ότι με (m_1, m_2)
- Άρα το (m_1', m_2') είναι προτιμότερο από το (m_1, m_2)



Καθαρή παρούσα αξία

- Αυτή η αρχή μας επιτρέπει να συγκρίνουμε ροές χρημάτων διαλέγοντας αυτήν με τη μεγαλύτερη παρούσα αξία
- Έστω ότι μπορούμε να αγοράσουμε τη ροή κεφαλαίου (M_1, M_2) με μια ροή πληρωμών (P_1, P_2)
- Η επένδυση αξίζει αν

$$M_1 + \frac{M_2}{1+r} > P_1 + \frac{P_2}{1+r} \quad (10.4)$$

- Η **καθαρή παρούσα αξία** είναι η παρούσα αξία των καθαρών πληρωμών της κάθε περιόδου:

$$NPV = M_1 - P_1 + \frac{M_2 - P_2}{1+r}$$

- Η επένδυση αξίζει αν και μόνο αν η καθαρή παρούσα αξία είναι θετική

Παράδειγμα: συγκρίνοντας δύο ροές κεφαλαίου

- Έστω μια επένδυση Α που πληρώνει 100 € τώρα και 200 € του χρόνου
- Και έστω μια επένδυση Β που πληρώνει 0 € τώρα και 310 € του χρόνου
- Ποια είναι καλύτερη; Εξαρτάται από το επιτόκιο..
- Για μηδενικό επιτόκιο, προτιμάμε την Β:

$$PV_A = 100 + 200 = 300$$
$$PV_{\mathrm{B}} = 0 + 310 = 310$$

- Για επιτόκιο 20%, προτιμάμε την Α:

$$PV_A = 100 + \frac{200}{1.2} = 266.67$$
$$PV_{\mathrm{B}} = 0 + \frac{310}{1.2} = 258.33$$

Παράδειγμα: πραγματικό κόστος μιας πιστωτικής κάρτας

- Οι πιστωτικές κάρτες συχνά χρεώνουν 15 με 21% ετήσιο επιτόκιο
- Αλλά στην πράξη μπορεί να χρεώνουν περισσότερο..
- Έστω ότι δανείζεσαι 2000 € στην κάρτα, και έχεις επιτόκιο 1.5% το μήνα
  - Αν δεν αποπληρώσεις τίποτα, χρεώνεσαι 2000x0.015 = 30 € στην αρχή του επόμενου μήνα
  - Αν αποπληρώσεις 1800 €, έχεις δανειστεί μόνο 200 €, και πρέπει να χρεωθείς 3 € τόκους
  - Αλλά κάποιες τράπεζες χρεώνουν το «μέσο μηνιαίο υπόλοιπο»
  - Και αν αποπληρώσεις 1800 € στο τέλος του μήνα χρεώνεσαι περίπου 30 €
  - Δηλαδή επιτόκιο 15% το μήνα!

Ομόλογα

Ομόλογα

- Τα **χρεόγραφα** είναι χρηματοοικονομικά εργαλεία που υπόσχονται ένα ορισμένο πρόγραμμα πληρωμών
- Εστιάζουμε στα ομόλογα:
    - Εκδίδονται από κυβερνήσεις ή οργανισμούς
    - Είναι μέσο δανεισμού για τις κυβερνήσεις / οργανισμούς
    - Αυτός που εκδίδει το ομόλογο υπόσχεται την πληρωμή ενός **κουπονιού** x € κάθε περίοδο μέχρι μια **ημερομηνία ωρίμανσης** T, στην οποία στιγμή ο δανειζόμενος πληρώνει την **ονομαστική αξία** F του ομολόγου
- Η ροή πληρωμών είναι συνεπώς $(x, x, x, \dots, F)$
- Για σταθερό επιτόκιο, η παρούσα αξία είναι

$$PV = \frac{x}{1+r} + \frac{x}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{F}{(1+r)^T}$$

- Η παρούσα αξία ενός ομολόγου μειώνεται όταν το επιτόκιο αυξάνεται
- Και αυτό αποτυπώνεται σε δευτερογενείς αγορές ομολόγων

Διηνεκή χρεόγραφα

- Τα **διηνεκή χρεόγραφα** υπόσχονται μια πληρωμή x € σε κάθε περίοδο για πάντα
- Η παρούσα αξία τους είναι

$$PV = \frac{x}{1+r} + \frac{x}{(1+r)^2} + \cdots$$

- Το οποίο ισούται με

$$PV = \left(\frac{1}{1+r}\right)\left(x + \frac{x}{1+r} + \frac{x}{(1+r)^2} + \cdots\right) = \left(\frac{1}{1+r}\right)(x + PV)$$

- Λύνοντας ως προς PV:

$$PV = \frac{x}{r}$$

- Προφανώς η αξία του διηνεκούς χρεογράφου εξαρτάται από το επιτόκιο:
  - Για επιτόκιο 10% και πληρωμές 10 € ετησίως, αξίζει 100 € σήμερα
  - Αν το επιτόκιο γίνει 20%, η αξία του γίνεται 50 € σήμερα

Φόροι

Επιτόκιο μετά το φόρο

- Στις ΗΠΑ πληρώνονται φόροι σε τόκους
- Αν η φορολογική βαθμίδα σου είναι t, και επενδύσεις X σε ένα περιουσιακό στοιχείο, τότε λαμβάνεις τόκο rX, αλλά πληρώνεις φόρο trX σε αυτό το εισόδημα
- Άρα μένεις με $(1-t)rX$ € μετά φόρου
- Το ποσοστό $(1-t)r$ ονομάζεται **επιτόκιο μετά το φόρο**
- Αντίστοιχα, οι πληρωμές για ορισμένα δάνεια (π.χ. στεγαστικά) απαλλάσσονται από φόρο
- Στην οποία περίπτωση το κόστος δανεισμού X € είναι $rX - trX$
- Άρα πάλι το ίδιο επιτόκιο ισχύει (είτε δανείζουμε είτε δανειζόμαστε)

Βιβλιογραφία

[1] Hal Varian, Μικροοικονομική: μια σύγχρονη προσέγγιση, 3η έκδοση, εκδόσεις Κριτική, 2015