

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΚΑΙ ΠΟΛΥΠΛΟΚΟΤΗΤΑ (μεταπτυχιακό)

Διδάσκοντες: Ευστάθιος Ζάχος, Δημήτρης Φωτάκης, Δώρα Σούλιου, Θανάσης Λιανέας
Κανονική Εξέταση, Φεβρουάριος 2021
Σύνολο μονάδων: 80

Θέμα 4° (10 μονάδες)

Στα πλαίσια ενός προγράμματος ανάκλησης, οι κάτοχοι n αυτοκινήτων πρέπει να επισκεφθούν κάποιο από τα k εξουσιοδοτημένα συνεργεία για μια σειρά επισκευών στα αυτοκίνητά τους. Οι κάτοχοι των αυτοκινήτων κατοικούν σε διάφορα σημεία, και δεν δέχονται να επισκεφθούν συνεργεία σε απόσταση μεγαλύτερη των 5 χιλιομέτρων από τον τόπο κατοικίας τους. Έτσι κάθε κάτοχος αυτοκινήτου i , $i = 1, \dots, n$, έχει καταρτίσει μια λίστα L_i με τα συνεργεία που δέχεται να επισκεφθεί, με σειρά προτίμησης. Επιπλέον, ανάλογα με τις δυνατότητές του, κάθε συνεργείο j , $j = 1, \dots, k$, δέχεται να εξυπηρετήσει c_j αυτοκίνητα το πολύ.

Να διατυπώσετε αλγόριθμο πολυωνυμικού χρόνου που με είσοδο τις λίστες L_i και τις δυνατότητες εξυπηρέτησης c_j , υπολογίζει ένα πλάνο επισκέψεων των κατόχων αυτοκινήτων στα συνεργεία όπου κάθε κάτοχος i επισκέπτεται ένα συνεργείο της λίστας L_i , και κάθε συνεργείο j εξυπηρετεί c_j αυτοκίνητα το πολύ (ή διαπιστώνει ότι τέτοιο πλάνο δεν υπάρχει). Να αιτιολογήσετε την ορθότητα και την χρονική πολυπλοκότητα του αλγορίθμου σας.

Θέμα 5° (8+8 μονάδες)

Δεχόμενοι ότι $P \neq NP$, ποια από τα παρακάτω προβλήματα είναι **NP**-πλήρη (ή **NP**-δύσκολα) και ποια όχι; Να αιτιολογήσετε κατάλληλα (και πλήρως) τους ισχυρισμούς σας.

α) Δίνονται ένα μη κατευθυνόμενο γράφημα $G(V, E)$, μια κορυφή $s \in V$ και ένας θετικός ακέραιος k . Ζητείται να αποφανθούμε αν το G έχει συνδετικό δέντρο με ρίζα την κορυφή s και ύψος τουλάχιστον k .

β) Δίνονται n αντικείμενα, όπου κάθε αντικείμενο i έχει μέγεθος $s_i \in \{a, b, c\} \subseteq \mathbb{N}$ και αξία $p_i \in \mathbb{N}$, και ένας φυσικός αριθμός B . Ζητείται να υπολογιστεί ένα σύνολο αντικειμένων με μέγιστη συνολική αξία και συνολικό μέγεθος ίσο με B .