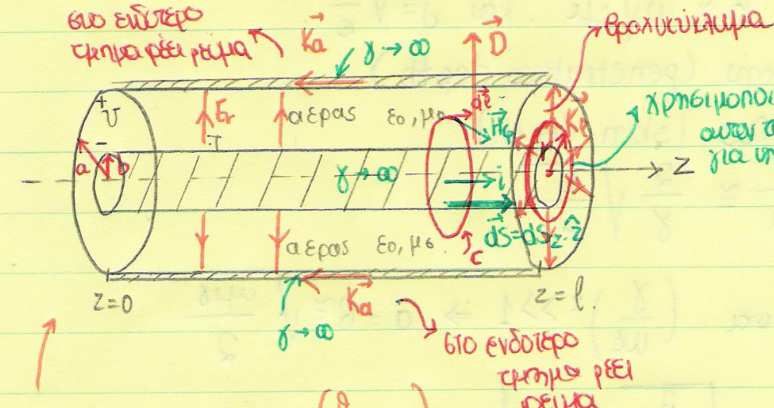
Για το θαλασσινό νερό ισχύει ότι

για το θαλασσινό νερό γνωρίζαμε ότι $\gamma \cong 4 \frac{S}{m}$

Βαθος διεισδυσης		
$f=60Hz$	$f=10\,kHz$	$f=10GHz$
$32m$	$2{,}5m$	$2{,}5mm$

για τη θαλασσα (π.χ. υποβρυχια) συμφερει να λειτουργαμε σε πολυ χαμηλες συχνοτητες (extremely low frequencies-ELF)

Ασκηση 4.1, σελιδα 813



Εχουμε αξονικη συμμετρια $\left(\frac{\partial}{\partial \phi}=0\right)$

στη διπλανη διαταξη ισχυει ότι

$$E_r(r,z,t) = E_0 \cdot \frac{a}{r} \sin[k(l-z)] \sin\omega t$$

με $b<r<a$

και $k = \frac{\omega}{c} = \omega\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$

a) Ζητειται η τάση $u(z,t)$

Γνωριζαμε ότι $\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \gamma}} \xrightarrow{\gamma\to\infty} 0$. Αρα:

$$u(z,t) = \int_b^a E_r\, dr = E_0\, a \sin[k(l-z)] \sin\omega t \cdot \int_b^a \frac{dr}{r}$$

$$= E_0 \cdot a \sin[k(l-z)] \sin\omega t \ln\frac{a}{b}$$

όταν η πηγη μεταβαλλεται με το χρονο, πρεπει και η πηγη να μεταβαλλεται μονο με τον χρονο

β) Ζητειται το $\vec{H}$. Θα το λυσαμε στο πεδιο του χρονου, αν και μπορουσαμε και στο πεδιο συχνοτητων

Απο τον νομο του Faraday έχαμε $\nabla \times \vec{E} = -\mu_0 \cdot \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \Rightarrow \vec{H} = -\frac{1}{\mu_0}\int (\nabla \times \vec{E})dt + \cancel{C(r,z)}^{\,0}$

$$= -\hat{\varphi} \cdot \frac{1}{\mu_0} \cdot \int \frac{\partial E_r}{\partial z}\, dt$$

$$\Rightarrow H_\varphi(r,z,t) = -\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\, E_0 \cdot \frac{a}{r} \cdot \cos[k(l-z)]\cos\omega t$$

γ) Ζητείται το ρ και το $\vec{J}$

δεν υπαρχει εξαρτηση του $r \cdot E_r$ απο το r.

το περιμεναμε διοτι στον αερα δεν εχουμε χωρικη πυκνοτητα φορεων

Θα ισχυει οτι $\rho = \nabla \cdot \vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \nabla \cdot \vec{E} = \varepsilon_0 \frac{1}{r} \cdot \cancel{\frac{\partial}{\partial r}(r \cdot E_r)}^{0} = 0$

δεν υπαρχει εξαρτηση του $r H_\varphi$ απο το r

και $\vec{J} = \nabla \times \vec{H} - \varepsilon_0 \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = -\frac{\partial H_\varphi}{\partial z}\hat{r} + \cancel{\frac{1}{\partial r}(r H_\varphi)}^{0}\hat{z} - \varepsilon_0 E_0 \omega E_0 \frac{a}{r}\sin[k(l-z)] \cdot \cos\omega t\,\hat{r}$

$$\Rightarrow \vec{J} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_0 \frac{a}{r} \underbrace{k}_{\omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \sin[k(l-z)]\cos\omega t\,\hat{r} - \varepsilon_0 E_0 \cdot \omega \cdot \frac{a}{r}\sin[k(l-z)]\cos\omega t\,\hat{r}$$

$\Rightarrow \vec{J} = 0$ οπως επισης περιμεναμε.

δ) Ζητειται το $i(z,t)$

διοτι $\vec{D} = D_r \cdot \hat{r}$, $d\vec{S} = dS_z \cdot \hat{z}$ και $\hat{r} \cdot \hat{z} = 0$

Θα ισχυει ότι $i(z,t) = \oint \vec{H} \cdot d\vec{l} - \frac{d}{dt} \cdot \cancel{\int_S \vec{D} \cdot d\vec{S}}^{0}$

$$\Rightarrow i(z,t) = H_\varphi(r,z,t) \cdot 2\pi r.$$

το ω εχει οποιαδηποτε τιμη, αλλα παντα πεπερασμενη

$$\Rightarrow i(z,t) = -\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\, E_0\, 2\pi a \cos[k(l-z)]\cos\omega t.$$

του εσωτερικου αγωγου

Το πεδιο υπαρχει μονο στην επιφανεια και μονο εκει ρεει ρευμα λογω του επιδερμικου φαινομενου και οχι οπως το σχεδιασαμε για λογους ευκολιας) και θα επιστρεφει σε αυτον απο το ενδοτερο τμημα της επιδερμικης επιφανειας του εξωτερικου αγωγου.

πεδιο υπαρχει δηλαδη μονο για $b<r<a$

δεν μας ενδιαφερει το παχος των επιδερμικων επιφανειων του εξωτερικου αγωγου για αυτον τον λογο

Εχουμε μια γραμμη μεταφορας του ρευματος σε όλο το μηκος l, εξ'ου και το $i(z,t)$ εξαρταται και απο το z.

Πρεπει να παρουμε $z=l$ για να δουμε ποσο ρευμα εφτασε στο βραχυκύκλωμα.

Τοτε $i(l_-,t) = -\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \cdot E_0 \cdot 2\pi a \cos\omega t$

και $K_\rho = \frac{i(l_-,t)}{2\pi r} = -\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\, E_0 \cdot \frac{a}{r}\cos\omega t \Rightarrow \vec{K_\rho} = -\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \cdot E_0 \frac{a}{r}\cos\omega t \cdot \hat{r}$

με $b<r<a$

Για το επιφανειακό ρεύμα $\vec{K}_a$ θα ισχύει:

$$\vec{K}_a(z,t) = \frac{i(z,t)}{2\pi a}(-\hat{z}) = \hat{z}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\, E_0 \cdot \cos[k(l-z)] \cdot \cos\omega t$$

ε) Ζητείται να αποδειχθεί ότι ικανοποιούνται οι εξισώσεις:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial i}{\partial z} &= -C_\mu \frac{\partial u}{\partial t} \\ \frac{\partial u}{\partial z} &= -L_\mu \frac{\partial i}{\partial t} \end{aligned}\right\}$$
εξισώσεις γραμμής μεταφοράς χωρίς απώλειες

Κάνοντας πράξεις βγάζαμε ότι $C_\mu = -\dfrac{\frac{\partial i}{\partial z}}{\frac{\partial u}{\partial t}} = \dfrac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{a}{b}}$

και $L_\mu = -\dfrac{\frac{\partial u}{\partial z}}{\frac{\partial i}{\partial t}} = \dfrac{\mu_0}{2\pi}\ln\dfrac{a}{b}$

Προκύπτει ότι $L_\mu \cdot C_\mu = \varepsilon_0 \cdot \mu_0 = \dfrac{1}{c_0^2}$

Εμφανίζονται παρασιτικές χωρητικότητες. Αυτές ισούνται με C_μ σε κάθε μονάδα μήκους

Εμφανίζονται και παρασιτικές αυτεπαγωγές που ισούνται με L_μ ανά μονάδα μήκους

Το ισοδύναμο κύκλωμα γράφεται ως: