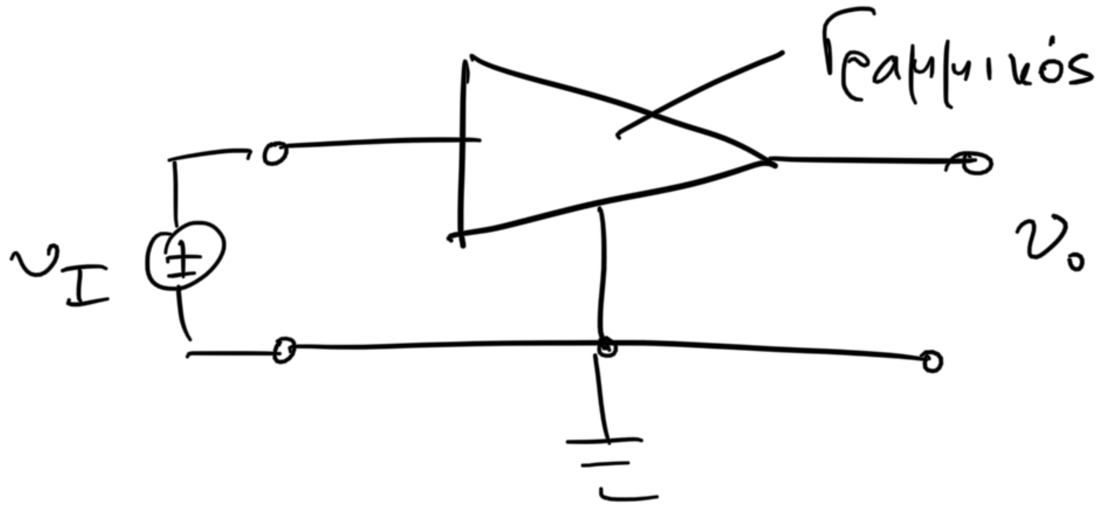
Μάθημα 1/12/21

Απόκριση συχνότητας



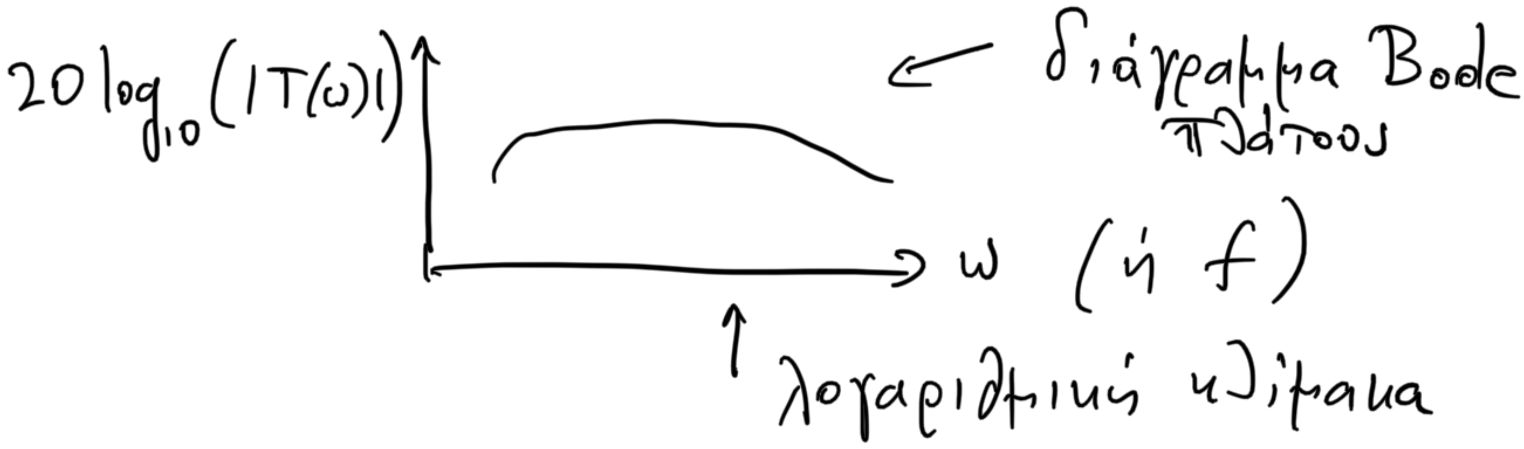
$$v_I = V_I \sin \omega t$$

$$v_o = V_o \sin(\omega t + \phi)$$

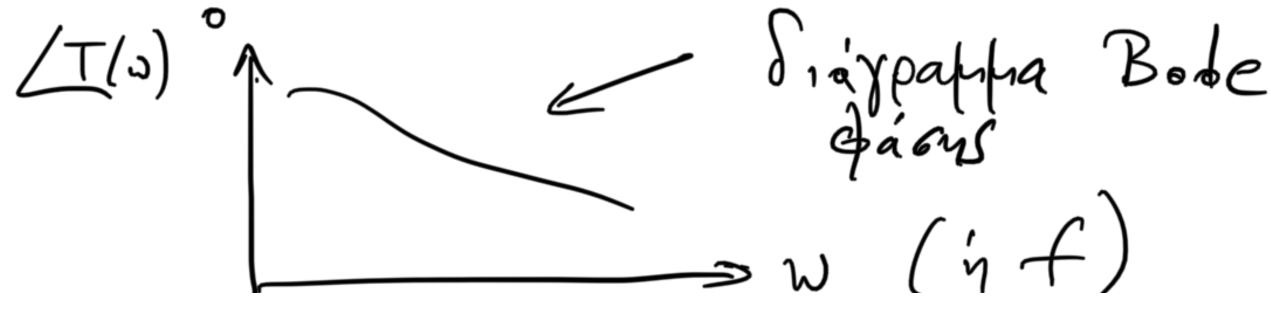
$$|T(\omega)| = \frac{V_o}{V_I}$$

$$\angle T(\omega) = \phi$$

$T(\omega)$ → μιγαδική συνάρτηση μεταφοράς

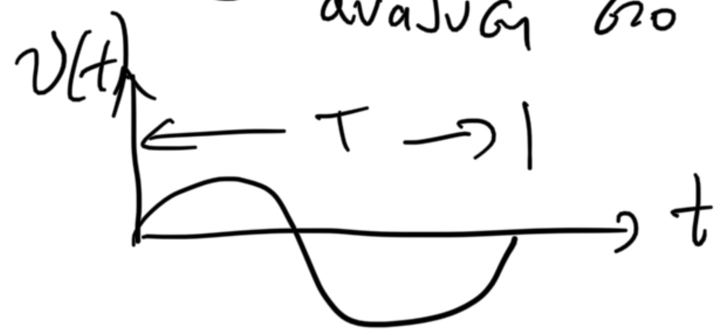


$20\log_{10}(|T(\omega)|)$ → dB → αδιάστατη ποσότητα

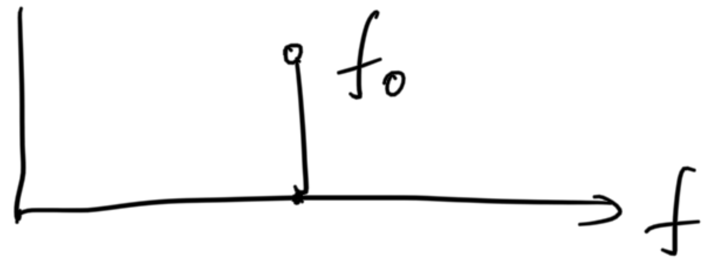


→ Scalar Network Analyzer

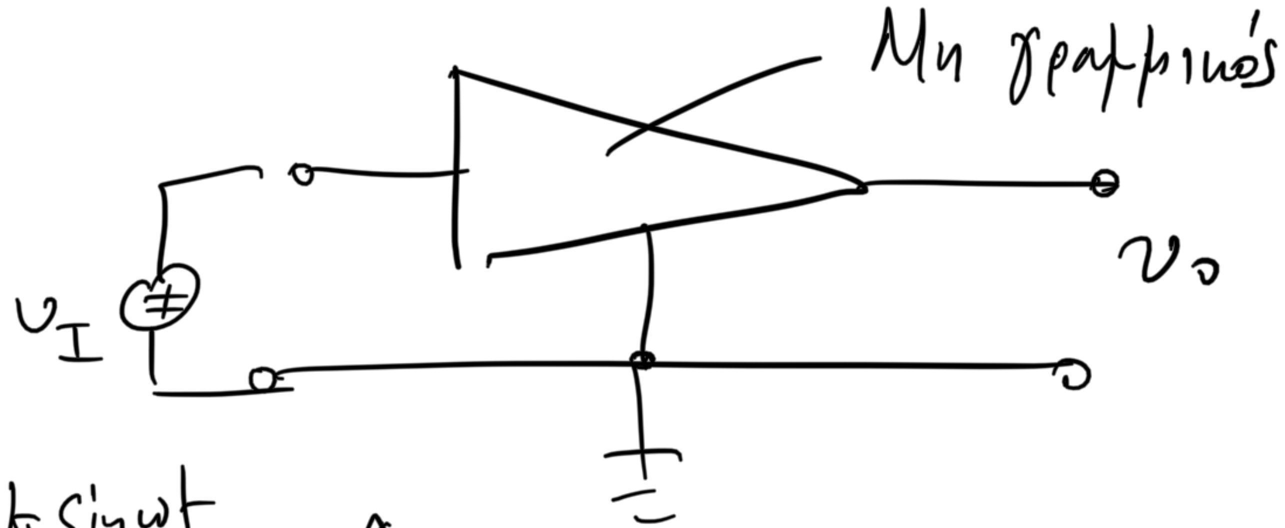
↓ ανάλυση στο πεδίο της συχνότητας (διαγρ. Bode)



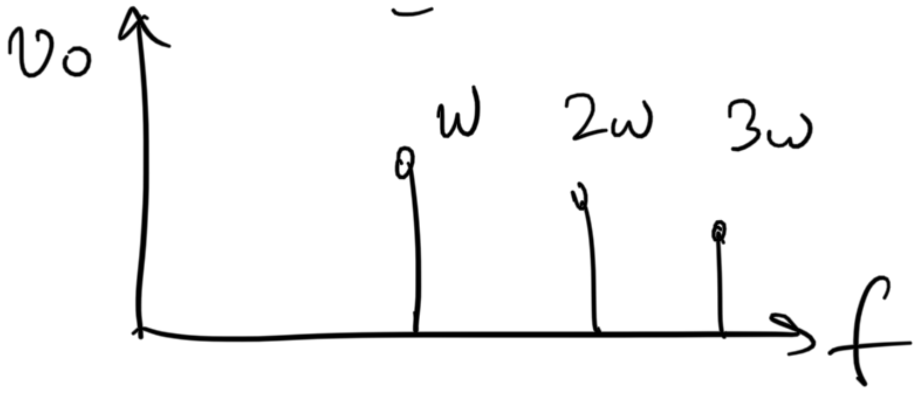
$T = \frac{1}{f_0}$



Spectrum Analyzer (φάσμα)



$v_I = V_I \sin\omega t$



$\leftarrow v_R \rightarrow$ $\leftarrow v_C \rightarrow$ $\leftarrow v_L \rightarrow$

R : νόμος Ohm

C : $v_C = \frac{1}{C}\int_0^t i_C(t')\,dt'$

L : $v_L = L\,\frac{di_L}{dt}$

$\boxed{\text{Πεδίο } t}$

R → πάλι νόμος Ohm

C → $V_C = \frac{1}{sC} \cdot I_C$

L → $V_L = sL \cdot I_L$

$\boxed{\text{Πεδίο } f}$

$t \rightarrow s$

s → μιγαδική μεταβλητή στη

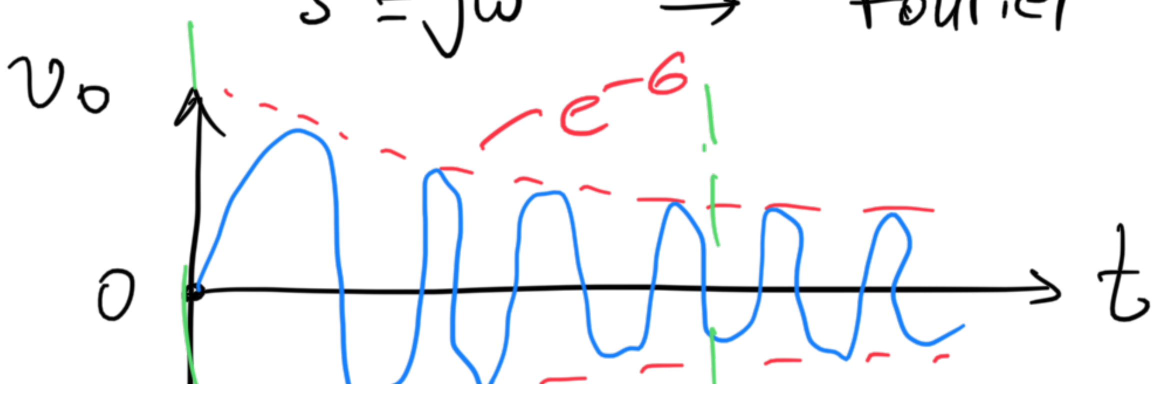
γενική περίπτωση :

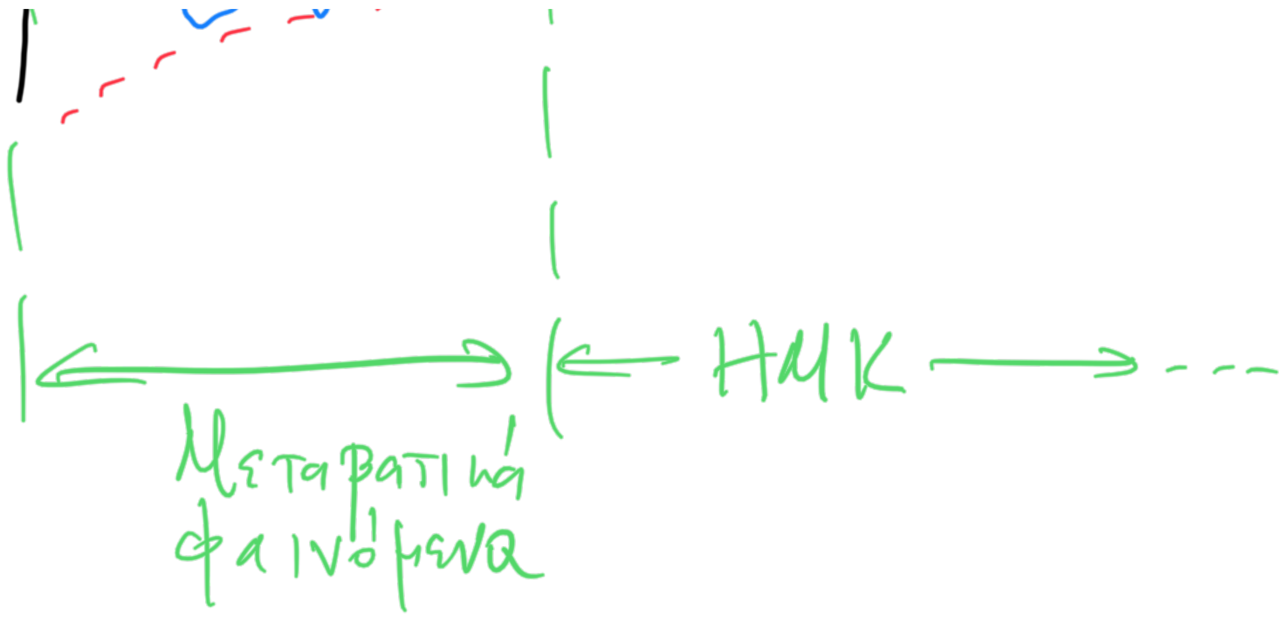
$s = \sigma + j\omega \longrightarrow$ Laplace

Ειδική περίπτωση :

s → φανταστική μεταβλητή

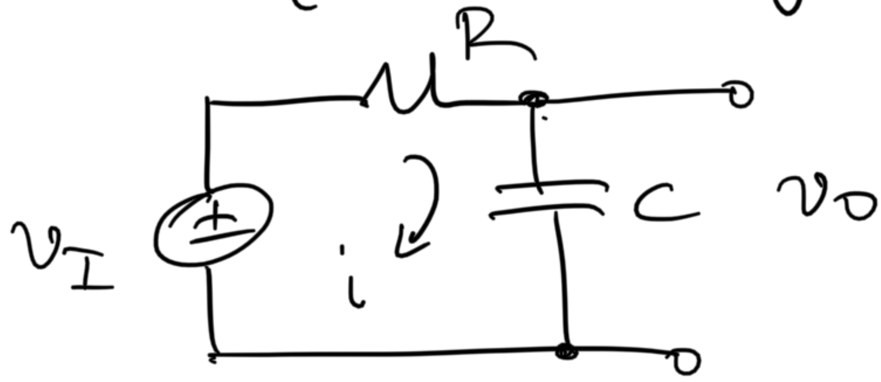
$s = j\omega \rightarrow$ fourier





— o —

Κρατάω $s = j\omega$ μόνο.



$$\left.\begin{aligned} v_I &= i\left(R + \frac{1}{sC}\right) \\ v_o &= i\,\frac{1}{sC} \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\frac{v_o}{v_I} = \frac{1/sC}{R + 1/sC} = \frac{1}{sRC + 1} =$$

$$= \frac{1}{s/\omega_0 + 1} \qquad \omega_0 = \frac{1}{RC} = \frac{1}{\tau}$$

τ = σταθερά χρόνου

$$\frac{v_o}{v_I} = \frac{1}{s/\omega_0 + 1} \xrightarrow{s = j\omega} \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_0} + 1}$$

μιγαδική
συνάρτηση μετ.

— o —

Διαγράμματα Bode πλάτους

Συνάρτηση μεταφοράς μιας σταθεράς χρόνου:

$$\boxed{H(s) = \frac{1}{s+a}}$$

$$\boxed{s = -a} \qquad s, a \in \mathbb{R}$$

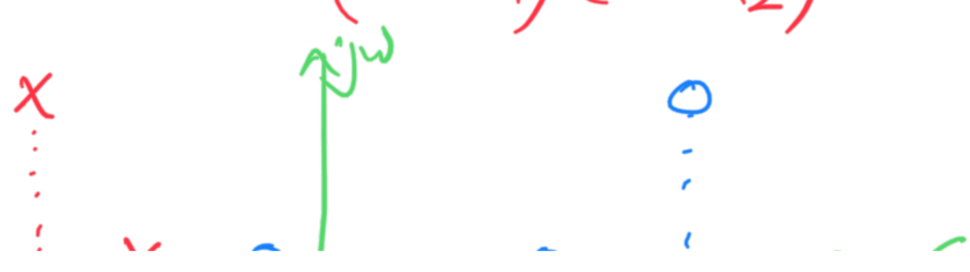
έχω στο $-a$ ρίζα του πολυωνύμου του παρονομαστή.

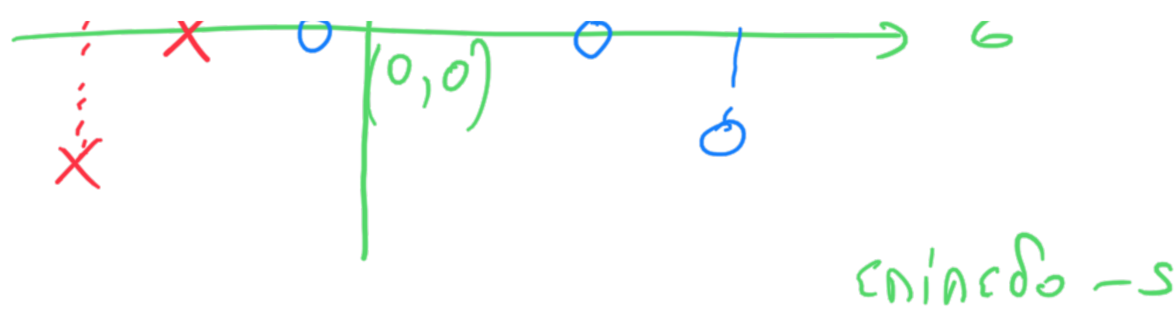
Ορολογία: οι ρίζες του πολυωνύμου του παρονομαστή μιας συνάρτησης μεταφοράς ονομάζονται πόλοι κ συμβολίζονται με ×

Αντίστοιχα, οι ρίζες πολ. αριθμητή ονομάζονται μηδενικά ○

Γενική περίπτωση:

$$H(s) = \frac{(s+\beta_1)(s+\beta_2)\cdots(s+\beta_m)}{(s+a_1)(s+a_2)\cdots(s+a_n)}$$





Συνάψιση βημάτων επίλυσης γραμμικών κυκλωμάτων στο πεδίο της συχνότητας:

(1) Επίλυση του κυκλώματος στο πεδίο s (γραμμική ανάλυση)

(2) Εύρεση $H(s)$ σε παραγοντική μορφή

(3) Αντικατάσταση $s=j\omega$

(4) Τοποθέτηση πόλων/μηδενικών στο επίπεδο s

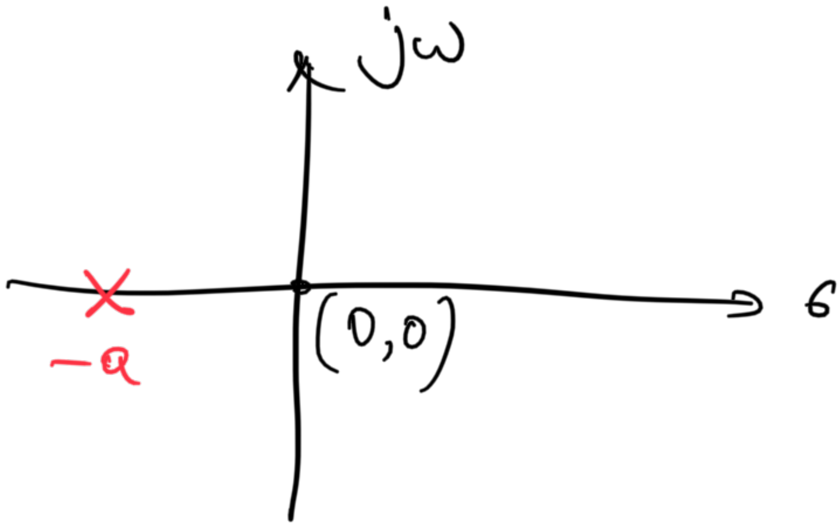
(5) Χάραξη διαγραμμάτων Bode

Παράδειγμα για το (5)

Έστω $H(s) = \dfrac{1}{s+a}$

με $a \in \mathbb{R}$ άρα $-a$: ρίζα

Επίπεδο - s



$$H(j\omega) = \frac{1}{j\omega + a}$$

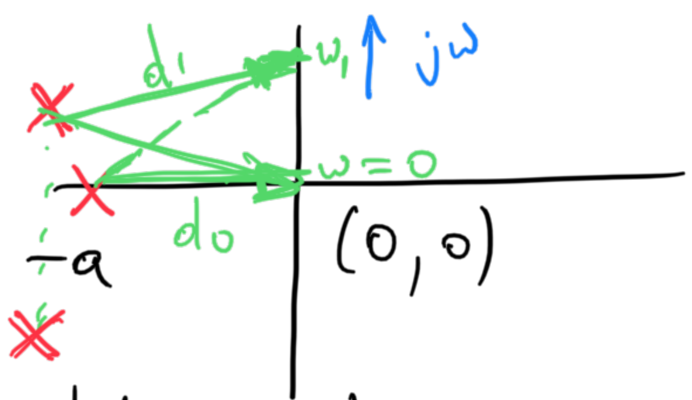
$$\boxed{|H(j\omega)| = \frac{1}{|j\omega + a|}}$$

ανεξάρτητη μεταβλητή : ω

$\omega = 0 \to \infty$

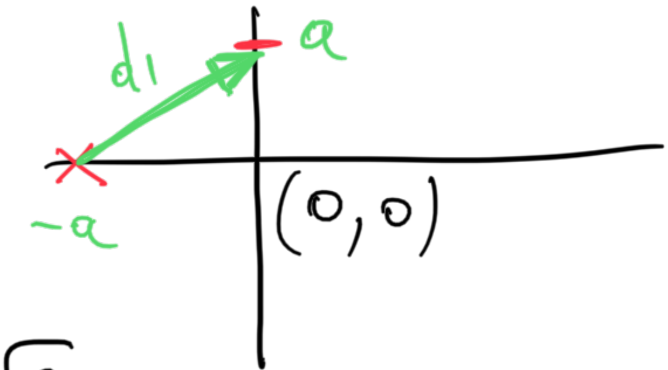
επίπεδο - s

(1) $\omega = 0 \to |j\omega + a| = |a| = d_0$



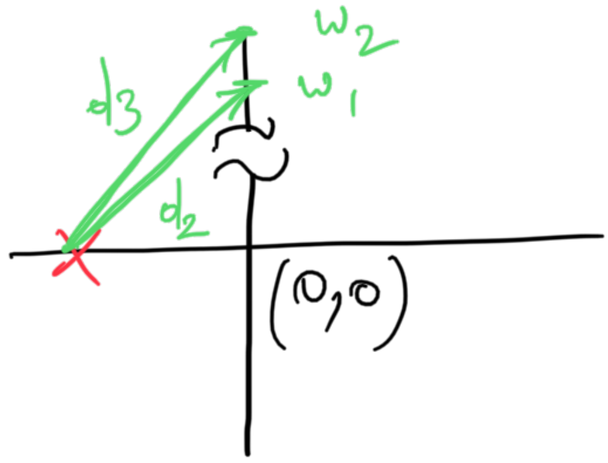
$d_1 = |j\omega_1 + a|$

(2) $\omega = a$

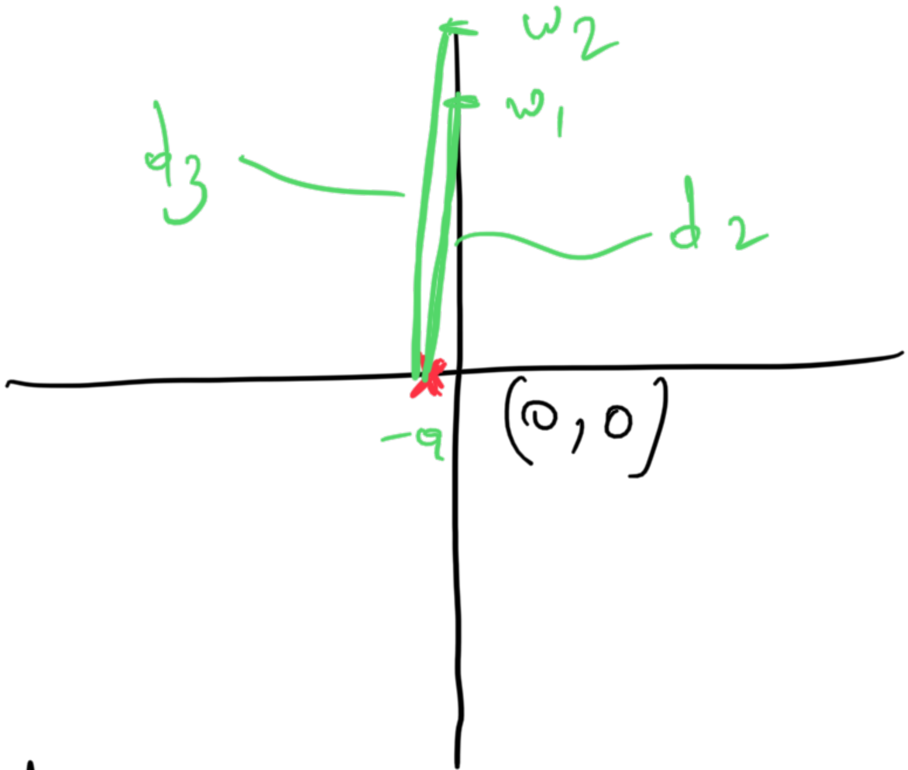


$d_1 = a\sqrt{2}$

(3) Έστω $\omega_1 >> a$ & διαλέγω και μια δεύτερη συχνότητα $\omega_2 = 10\omega_1$



Υπό σωστή κλίμακα :

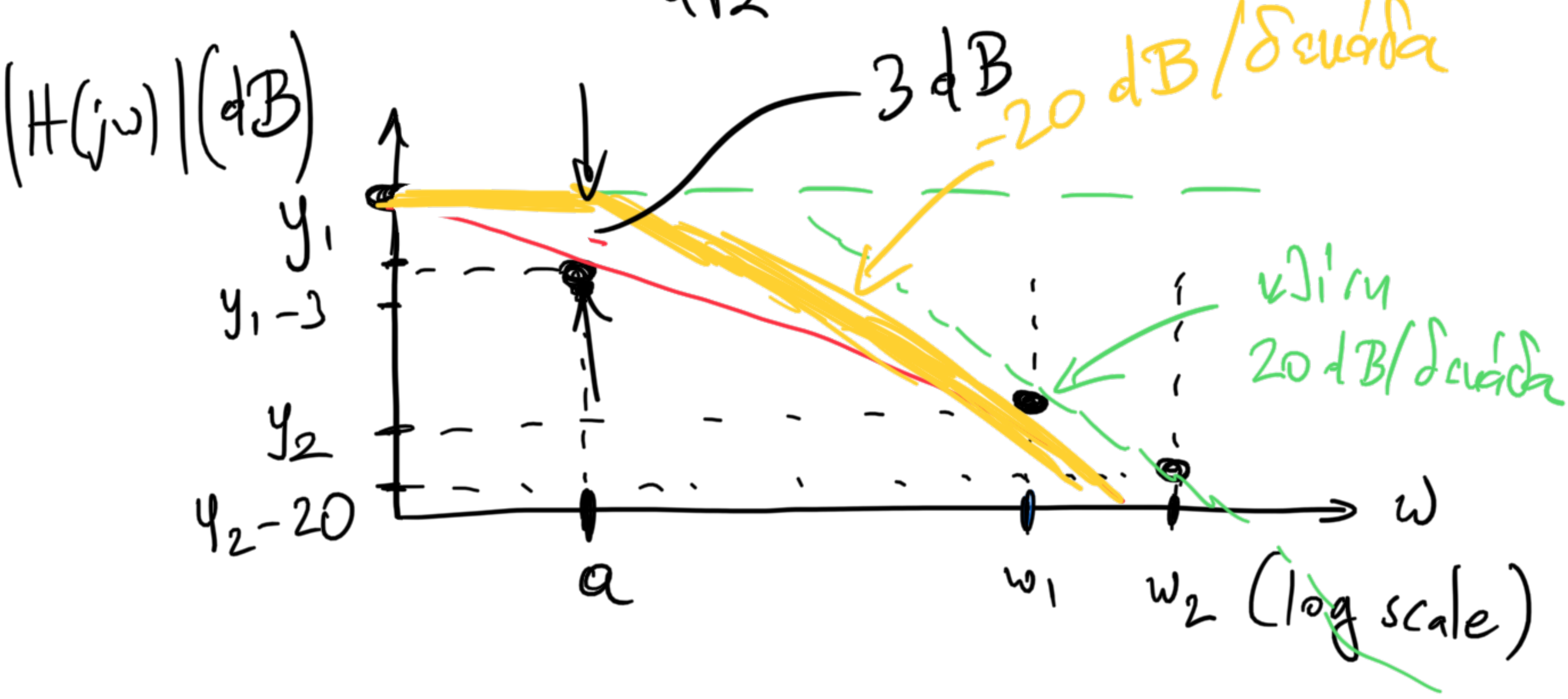


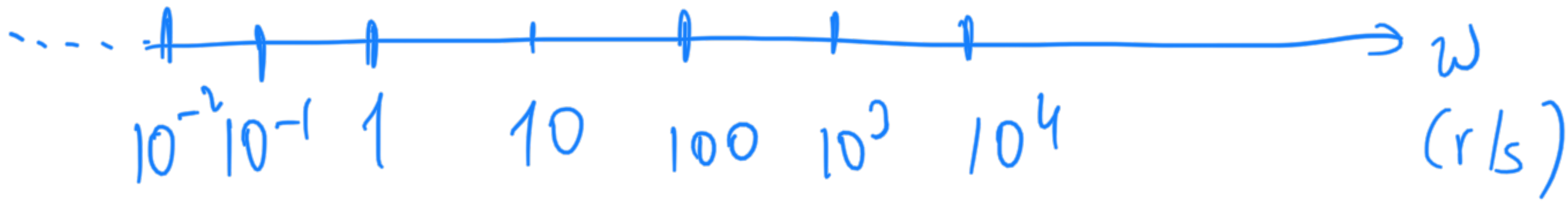
$$d_2 \simeq w_1$$

$$d_3 \simeq w_2 = 10 w_1$$

(1) $\left| H(j0) \right| = \dfrac{1}{a}$ σε dB : $20\log_{10}\dfrac{1}{a} = y_1$ dB

(2) $\left| H(ja) \right| = \dfrac{1}{a\sqrt{2}}$ σε dB : $y_1 - 3$ dB

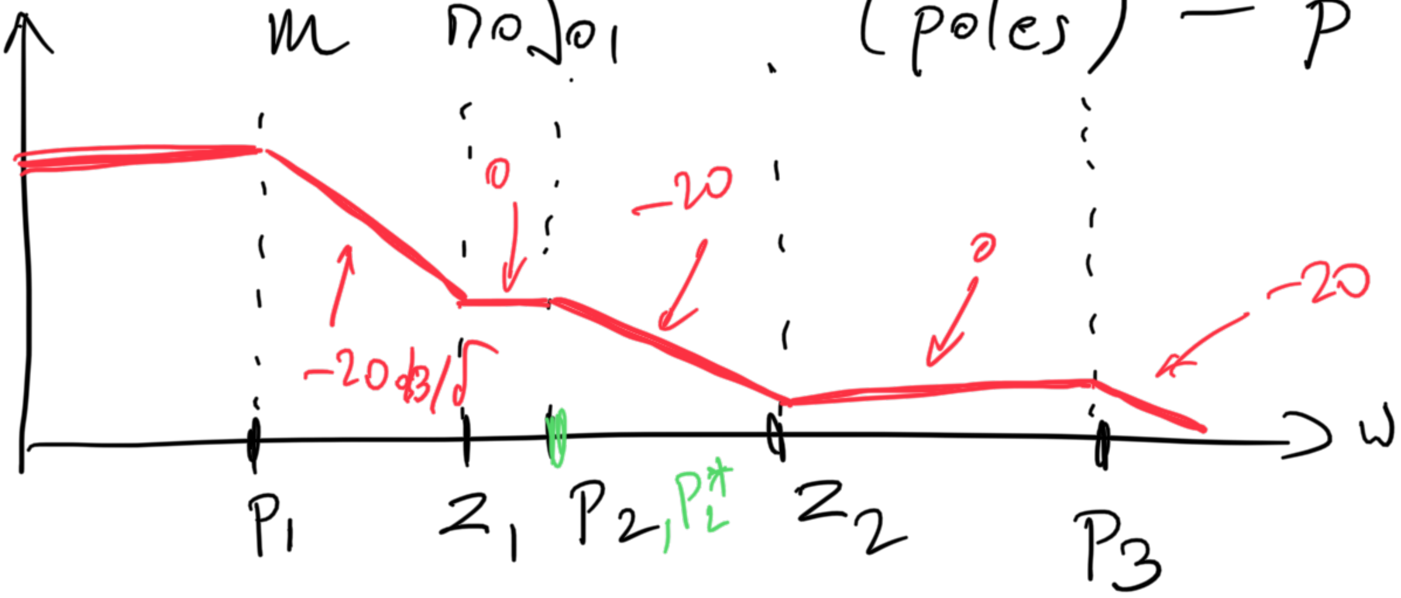




Γενική περίπτωση:

n μηδενικά (zeroes) – z

m πόλοι (poles) – P



Διπλός πόλος