Πόλωση μονοχρωματικών πεδίων

$$\vec{E}=\hat{x}a\cos(\omega t-kz+\varphi_x)+\hat{y}b\cos(\omega t-kz+\varphi_y)=\hat{x}E_x+\hat{y}E_y$$

$$\dot{\vec{E}}=\hat{x}a\,e^{-j(kz-\varphi_x)}+\hat{y}b\,e^{-j(kz-\varphi_y)}=\hat{x}\dot{E}_x+\hat{y}\dot{E}_y$$

{ $E_x,E_y \to z$; $E_y,E_z \to x$; $E_z,E_x \to y$ } ταξιδεύει

$$E_x=a\cos(\omega t-kz+\varphi_x) \quad (1)$$

$$E_y=b\cos(\omega t-kz+\varphi_y)=b\cos(\omega t-kz+\varphi_x-\varphi)=b\cos(\omega t-kz+\varphi_x)\cos\varphi+b\sin(\omega t-kz+\varphi_x)\sin\varphi \quad (2)$$

$$\boxed{\varphi=\varphi_x-\varphi_y} \quad (-\pi<\varphi\le\pi)$$

$(1),(2)\Rightarrow \left(\frac{E_x}{a}\right)^2+\left(\frac{E_y}{b}\right)^2-2\frac{E_x}{a}\frac{E_y}{b}\cos\varphi=\sin^2\varphi \quad (3)$ (εξίσωση έλλειψης)

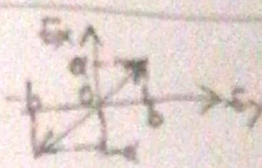
Απόδειξη της (3): $\cos^2(\,)+\cos^2(\,)\cos^2\varphi+\sin^2(\,)\sin^2\varphi+2\cos(\,)\sin(\,)\cos\varphi\sin\varphi-$

$-2\cos(\,)[\cos(\,)\cos\varphi+\sin(\,)\sin\varphi]\cos\varphi=\cos^2(\,)+\cancel{\cos^2(\,)\cos^2\varphi}+\sin^2(\,)\sin^2\varphi+\cancel{2\cos(\,)\sin(\,)\cos\varphi\sin\varphi}-$

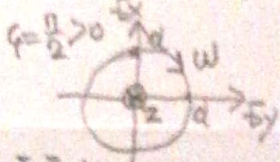
$-\cancel{2}\cos^2(\,)\cos^2\varphi-2\cos(\,)\sin(\,)\cos\varphi\sin\varphi=\cos^2(\,)\sin^2\varphi+\sin^2(\,)\sin^2\varphi=\sin^2\varphi \quad (4)$

Αν $\varphi=0,\pm\pi \overset{(2)}{\Rightarrow} E_y=\pm b\cos(\omega t-kz+\varphi_x) \quad (5)$

$(1),(5)\Rightarrow \frac{E_x}{E_y}=\pm\frac{a}{b}$: γραμμική πόλωση

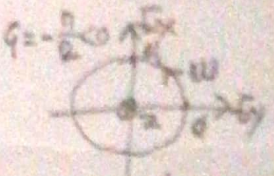


Αν $\varphi=\pm\frac{\pi}{2} \overset{(2)}{\Rightarrow} E_y=\pm b\sin(\omega t-kz+\varphi_x)$ (6). Για $b=a$: $\overset{(1),(6)}{\Rightarrow} E_x^2+E_y^2=a^2=b^2$: κυκλική πόλωση



δεξιόστροφη πόλωση (ωρολογιακή)

(α)



αριστερόστροφη πόλωση (ανθωρολογιακή)

(β)

Σχ.2

η αξίωμη δίνεται παραπάνω για φ(φx)

$$\frac{\dot{E}_x}{\dot{E}_y}=\frac{a}{b}e^{j(\varphi_x-\varphi_y)}=\frac{a}{b}e^{j\varphi}=Ae^{j\varphi}=A\cos\varphi+jA\sin\varphi, \quad A=\frac{a}{b},\ \varphi=\varphi_x-\varphi_y$$

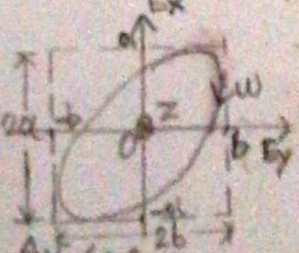
Αν δεν είναι ταυτόχρονα $b=a$ και $\varphi=\pm\frac{\pi}{2}\Rightarrow$ ελλειπτική πόλωση

$$(1),(2)\Rightarrow\begin{cases}\text{Αν } \omega t-kz+\varphi_x=0: & \begin{cases}E_x=a\\ E_y=b\cos\varphi\end{cases}\\[2ex] \text{Αν } \omega t-kz+\varphi_x=\frac{\pi}{2}: & \begin{cases}E_x=0\\ E_y=b\sin\varphi\end{cases}\end{cases}$$

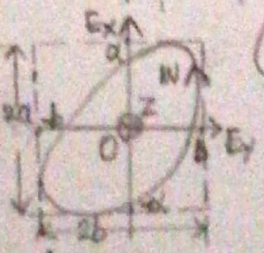
αύξηση χρόνου
(z και φ_x σταθερά)

Αν $\varphi>0$ ($\varphi<0$)
η πόλωση είναι δεξιόστροφη-ωρολογιακή
(αριστερόστροφη-ανθωρολογιακή)

$(-\pi<\varphi\le\pi)$



Αν $\varphi>0$
δεξιόστροφη πόλωση
(α)



Αν $\varphi<0$
αριστερόστροφη πόλωση
(β)

Σχ.3

Το ΗΜ κύμα ταξιδεύει στην κατεύθυνση +z

Αν το ΗΜ κύμα ταξιδεύει στην κατεύθυνση −z στους παραπάνω τύπους αντικαθιστούμε το −z με +z. Οι φορές περιστροφής στα Σχ.2 και 3 δεν αλλάζουν, αλλά η αριστερόστροφη θα είναι δεξιόστροφη και αντίστροφα.