θ1 2020 Febr

1 Λ 2 Σ 3 Σ 4 Σ 5 Λ 6 Λ 7 Λ 8 Λ 9 Λ 10 Σ

11 Σ 12 Σ

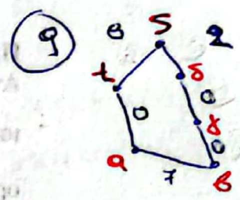
(1) $T(n) = \underbrace{2(\cdot(2+\sqrt{2})\cdots)}_{\log n} + \sqrt{n}$

$$2\left(2T\left(\frac{n}{4}\right)+\sqrt{\frac{n}{2}}\right)+\sqrt{n} = 2\left(2\left(2T\left(\frac{n}{8}\right)+\sqrt{\frac{n}{4}}\right)+\sqrt{\frac{n}{2}}\right)+\sqrt{n}$$

$$= 2\left(\cdots\left(2T(1)+\sqrt{1}\right)+\cdots\right)+\sqrt{n}$$

$$2^{\log n} + 2^{\log n - 1}\sqrt{2} + \cdots + 2\sqrt{\frac{n}{2}} + \sqrt{n} = O(n)$$

$2^{\log n} = n$, $2^{\log n-1} = \frac{n}{2}$



Kruskal αντιπαράδειγμα

(2) $T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + T\left(\frac{n}{3}\right) + T\left(\frac{n}{6}\right) + n$

$$T\left(\frac{n}{2}\right) = \frac{n}{2} + T\left(\frac{n/2}{2}\right) + T\left(\frac{n/2}{3}\right) + T\left(\frac{n/2}{6}\right) = \frac{n}{2}+\frac{n}{4}+\frac{n}{6}+\frac{n}{12}$$

$$T\left(\frac{n}{3}\right) = \frac{n}{3} + T\left(\frac{n/3}{2}\right) + T\left(\frac{n/3}{3}\right) + T\left(\frac{n/3}{6}\right)$$

$$T\left(\frac{n}{6}\right) = \frac{n}{6} + T\left(\frac{n/6}{2}\right) + T\left(\frac{n/6}{3}\right) + T\left(\frac{n/6}{6}\right)$$

$$T(n) = n\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{3}{6} + \frac{2}{12} + \frac{2}{18} + \frac{1}{36} + \frac{1}{9} + \frac{1}{4}\right) + \cdots$$

1/2 1/6 1/9

— — — —

×1 $T\left(\frac{n}{4}\right) = \frac{n}{4} + T\left(\frac{n/4}{2}\right) + T\left(\frac{n/4}{3}\right) + T\left(\frac{n/4}{6}\right)$

$$T(n) = n\cdot\left[\log_2 n + \log_3 n + \log_6 n\right]$$

13

×2 ×1 $T\left(\frac{n}{6}\right) = \frac{n}{6} + T\left(\frac{n/6}{2}\right) + T\left(\frac{n/6}{3}\right) + T\left(\frac{n/6}{6}\right)$

×2 $T\left(\frac{n}{12}\right) = \frac{n}{12} + T\left(\frac{n/12}{2}\right) + T\left(\frac{n/12}{3}\right) + T\left(\frac{n/12}{6}\right)$

$$1 + \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}\right) + \left(\frac{1}{9}+\frac{1}{18}+\frac{1}{36}\right)$$

×1 $T\left(\frac{n}{9}\right) = \frac{n}{9} + T\left(\frac{n/9}{2}\right) + T\left(\frac{n/9}{3}\right) + T\left(\frac{n/9}{6}\right)$

(Βλ. ς ανάπτυγμα Taylor του $\log n$ ή του $\ln n$)

×2 $T\left(\frac{n}{18}\right) = \frac{n}{18} + T\left(\frac{n/18}{2}\right) + T\left(\frac{n/18}{3}\right) + T\left(\frac{n/18}{6}\right)$

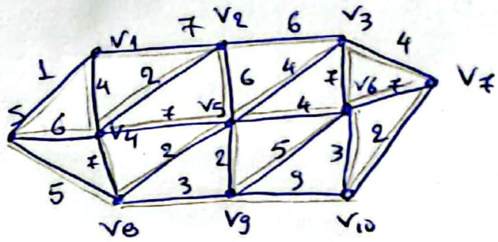
×1 $T\left(\frac{n}{36}\right) = \frac{n}{36} + T\left(\frac{n/36}{2}\right) + T\left(\frac{n/36}{3}\right) + T\left(\frac{n/36}{6}\right)$

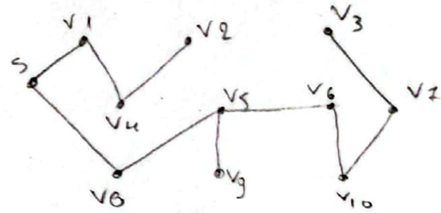
Θ2

1 (β) $A = \emptyset$ Kruskal

αύξουσα σειρά ακμών

(s,v_1)	(v_4,v_2)	(v_7,v_{10})	(v_5,v_9)	(v_5,v_8)	
1	2	2	2	2	
(v_6,v_{10})	(v_8,v_9)	(v_1,v_4)	(v_5,v_6)	(v_3,v_7)	(v_5,v_3)
3	~~3~~	4	4	4	~~4~~
(v_6,v_9)	(s,v_8)	(s,v_4)	(v_2,v_3)	(v_2,v_5)	(v_1,v_2)
~~5~~	5	~~6~~	~~6~~	~~6~~	~~7~~
(v_4,v_5)	(v_4,v_8)	(v_3,v_6)	(v_6,v_7)	(v_9,v_{10})	
~~7~~	~~7~~	~~7~~	~~7~~	~~9~~	





οι διαγραμμένες δημιουργούν κύκλο

Συνολ. βάρος : $1 + 4\cdot 2 + 3 + 3\cdot 4 + 5 = 1 + 4\cdot 2 + 3\cdot 5 + 5 =$
$1 + 4\cdot 2 + 4\cdot 5 =$
$= 1 + 4\cdot 7 =$
$= 29$

Ακμές του συνδ. δέντρου (mst)

$(s,v_1), (v_4,v_2), (v_7,v_{10}), (v_5,v_9), (v_5,v_8)$
$(v_6,v_{10}), (v_1,v_4), (v_5,v_6), (v_3,v_7), (s,v_8)$

1(α) Prim (G, w, r) → ρίζα

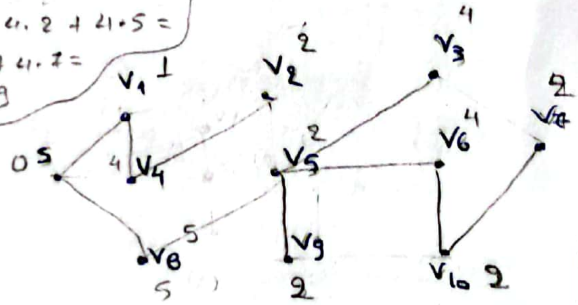
$\forall v \in V(G)$
 $k(v) = \infty$
 $\pi(v) = $ κενό   πρόγονος

$k(r) = 0$

$Q = V(G)$ # ουρά προτερ.

while $Q \neq \emptyset$
 $u = pop(Q)$
 $\forall v \in N_G(u)$
  αν $v \in Q$ κ $w(u,v) < k(v)$
   $\pi(v) = u$
   $k(v) = w(u,v)$

? όσες μένουν ως το τέλος ή όλη τη διαδικασία



$V \setminus Q$	Q
s	~~s~~
v_1	~~v_1~~
v_4	~~v_2~~
v_2	~~v_3~~ 4
v_8	~~v_4~~
v_5	~~v_5~~
v_9	~~v_6~~ 4
v_3	v_7 ~~∞~~ 4
v_6	~~v_8~~
v_{10}	~~v_9~~
v_7	~~v_{10}~~ 2

(s,v_1) 1, (s,v_8) 5
(v_1,v_4) 4, (v_4,v_2) 2
(v_8,v_5) 2, (v_5,v_9) 2
(v_5,v_3) 4, (v_5,v_6) 4
(v_6,v_{10}) 3, (v_{10},v_7) 2

Συνολ. βάρος

$1 + 3 + 5 + 2\cdot 4 + 4\cdot 3$

$= 1 + 5 + 2\cdot 4 + 5\cdot 3 = 1 + 5\cdot 4 + 2\cdot 4 =$

$= 1 + 7\cdot 4 = 29$

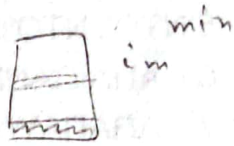
2019-20

Θ2.2 Από όλα τα συνδετικά δέντρα (spanning tree) θέλω αυτό με το ελάχιστο συνολικό βάρος, όπου το L είναι στα φύλλα. ΟΧΙ αν υπάρχει mst όπου το L να είναι στα φύλλα.

? υπολογίζω mst για $V(G) \setminus L$ και μετά εκτελώ τον αλγόριθμο που έτρεξα και για αυτές τις κορυφές ώστε να προστεθούν

Kruskal → δάσος

? ~~ποιόν αλγόριθμο~~; συνδέω αν έβγαλε δέντρο ~~(ή δάσος)~~ με ακμές ελαχίστου βάρους με το ~~δέντρο~~ L



Θ3 πίνακες γραμμή (1η γραπτή 2019-20 άσκ 2β)

~~1η γραπτή 2020-21 άσκ 2 → λύσεις διδάσκοντα~~

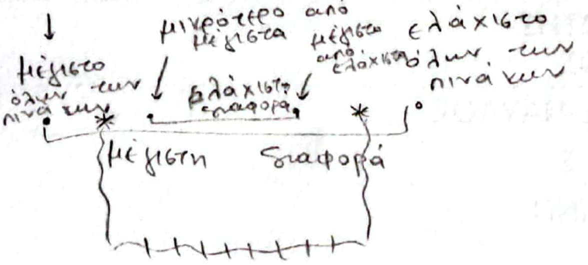
είναι ταξινομημένοι

ταξινομώ $A_1, A_2, \dots, A_m$ αύξουσα σειρά

παίρνω μέγιστο στοιχείο από κάθε A_i

binary search?

O(m) (ταξινομημένοι)



εδώ θέλω να ανήκουν τουλ. m στοιχεία (1 από κάθε πίνακα)

B1 Αρχίζω από τα μικρότερα στοιχεία όλων

B2 ταξινομώ αυτά

B3 Αρχικοποιώ επιθυμητή διαφορά

B4 Σάρωση: ελάχιστο στοιχείο ~~m~~-αδας πάω στον πίνακα όπου βρίσκεται → παίρνω το 2ο σε αυτό ; ~~αν~~ επιτηρώ διαφορά με ταξινόμηση

B5 Αν βρω 0 τέλειωσα $O((n_1 + \dots + n_m) \log m)$