



Εισαγωγή στις Τηλεπικοινωνίες

Ζωνοπερατές Ψηφιακές Διαμορφώσεις

M-ary Signalling

M-ASK, M-PSK,

M-QAM, M-FSK

Πιθανότητα Λάθους Εσφαλμένου Ψηφίου

Αστερισμοί

Δρ. Αθανάσιος Δ. Παναγόπουλος
Καθηγητής ΕΜΠ



Εισαγωγή

Υπάρχουν πλεονεκτήματα για την χρήση M -ary ($M = 4$) διαμόρφωσης από την απλή δυαδική διαμόρφωση.

ΓΕΝΙΚΑ οι επικοινωνίες M -ary χρησιμοποιούνται όταν κάποιος θέλει να σχεδιάσει ένα σύστημα αποδοτικό ως προς το φάσμα.

Το κέρδος στο εύρος ζώνης συμψηφίζεται με την έκπτωση σε σχέση με την πιθανότητα λάθους.

Η τυπική εφαρμογή της M -ιοστής διαμόρφωσης είναι όταν μια πηγή δυαδικής πληροφορίας παράγει μια ακολουθία και αυτή τοποθετείται σε ομάδες (blocks) των λ bits (δυαδικών ψηφίων).

Ο αριθμός των προτύπων blocks είναι $M = 2^\lambda$ και αντιστοιχούν σε M κυματομορφές.



Εισαγωγή

Κάθε block από λ bits είναι ένα σύμβολο (symbol).

Αν υποθέσουμε ότι ο ρυθμός των δυαδικών ψηφίων είναι

$$R_b = 1/T_b \text{ (bits per second- bps)}$$

Τότε ο ρυθμός μετάδοσης συμβόλων είναι

$$R_s = 1/T_s = 1/(\lambda T_b) = R_b/\lambda \text{ (symbols per sec).}$$

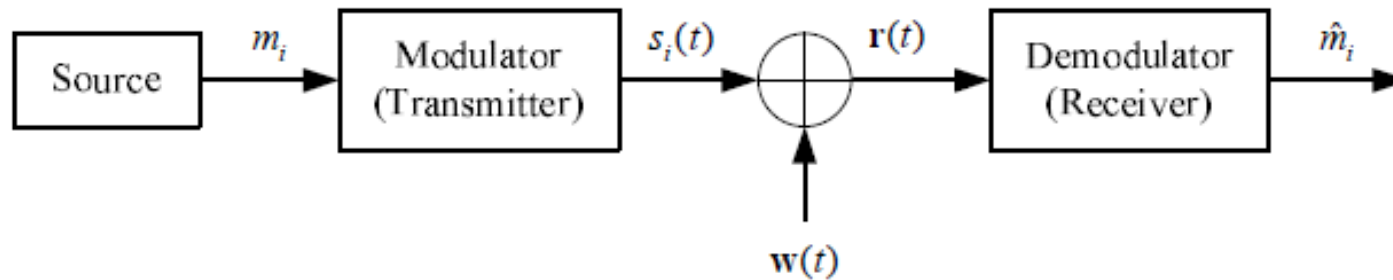
Μια κυματομορφή από το διαμορφωτή απασχολεί τη μετάδοση για χρόνο $T_s = \lambda T_b$ seconds και ο υπαινιγμός ότι οι απαιτήσεις σε εύρος ζώνης είναι της τάξης του $1/T_s$, Τότε έχουμε κέρδος σε εύρος ζώνης $1/\lambda$ συγκρινόμενο με τη δυαδική διαμόρφωση.



Βέλτιστος Δέκτης

Έστω ότι μεταδίδουμε ένα από τα M μηνύματα m_1, m_2, \dots, m_M , μέσα από το κανάλι επικοινωνίας κάθε T_s seconds.

Αυτά μηνύματα αναπαριστούνται ως M signals $s_1(t), s_2(t), \dots, s_M(t)$.



Ο διάυλος είναι ευρύς (φασματικά) για να μεταδίδεται το σήμα χωρίς παραμόρφωση. Η επίδραση του διαύλου είναι ο προσθετικός λευκός Gaussian θόρυβος με μέση τιμή 0 και τυπική απόκλιση $N_0/2$ (watts/hertz).

Το πρόβλημα έχοντας λάβει το σήμα $\mathbf{r}(t) = s_i(t) + \mathbf{w}(t)$ συναρτήσει του χρόνου στο διάστημα $[0, T_s]$ seconds είναι πώς να αποφασίσουμε με το ελάχιστο λάθος τι σήμα μεταδόθηκε?



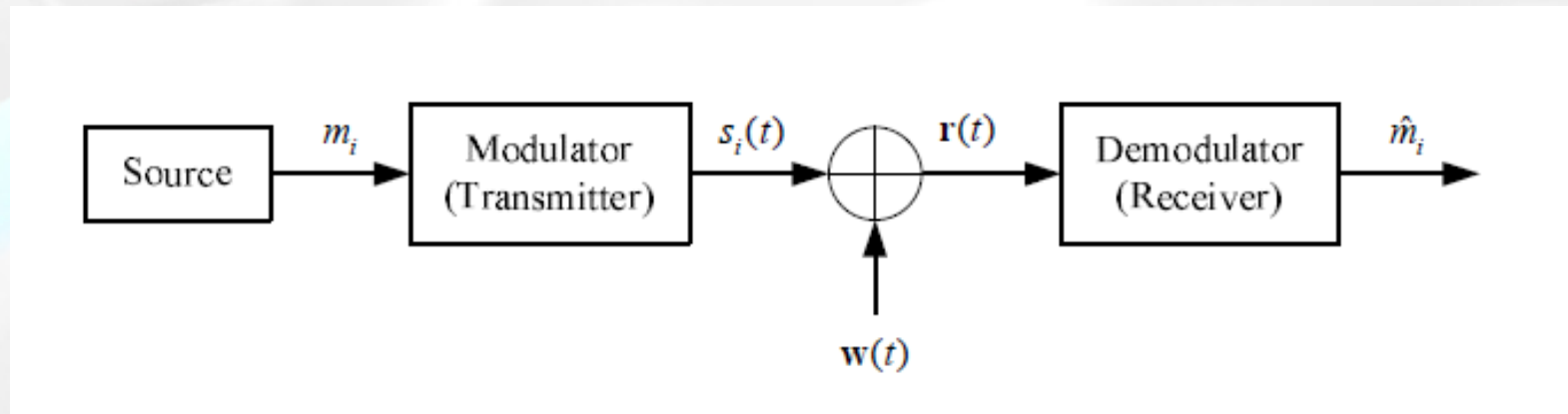
Βέλτιστος Δέκτης

Ο καθορισμός του βέλτιστου δέκτη είναι παρόμοιος με του δέκτη στην δυαδική περίπτωση.

Τα M σήματα αρχικά αναπαριστώντα με μια ορθογώνια βάση (σύνολο)

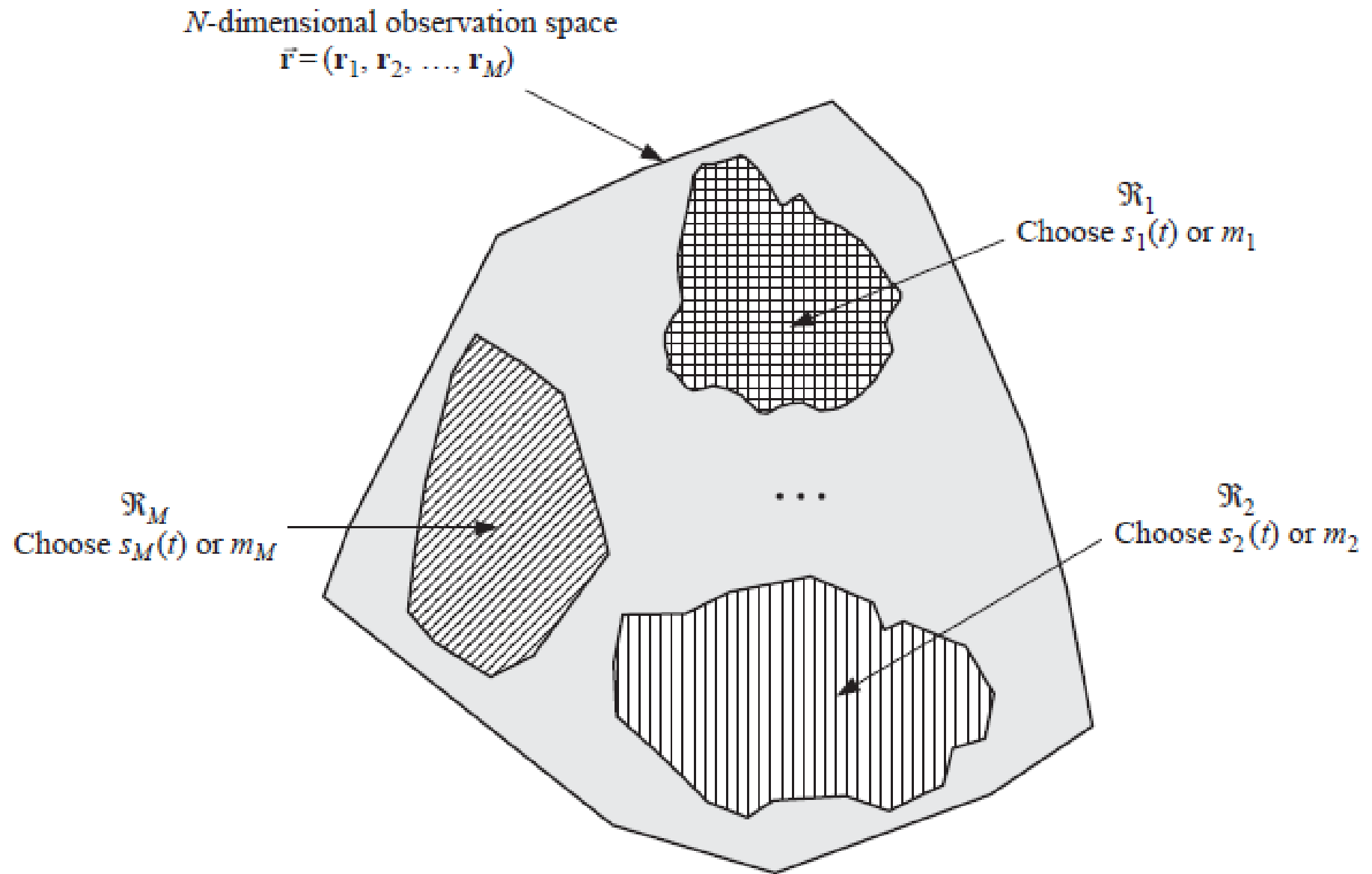
$\phi_1(t), \phi_2(t), \dots, \phi_N(t)$, όπου $N \leq M$.

Το σύνολο των M συναρτήσεων μπορεί να βρεθεί π.χ. με τη μέθοδο Gram-Schmidt.



ο αριθμός των συναρτήσεων βάσης N είναι ίσος με τον αριθμό των σημάτων M , εάν κανένα σήμα δεν είναι γραμμικός συνδυασμός

Βέλτιστος Δέκτης



Βέλτιστος Δέκτης

Ο Βέλτιστος Δέκτης είναι ο δέκτης ελάχιστης απόστασης.

minimum-distance receiver

$$\begin{aligned} &\text{choose } m_i \text{ if} \\ &\sum_{k=1}^N (r_k - s_{ik})^2 < \sum_{k=1}^N (r_k - s_{jk})^2; \\ &j = 1, 2, \dots, M; j \neq i. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\text{choose } m_i \text{ if} \\ &\ln P_i - \frac{1}{N_0} \sum_{k=1}^N (r_k - s_{ik})^2 > \ln P_j - \frac{1}{N_0} \sum_{k=1}^N (r_k - s_{jk})^2; \\ &j = 1, 2, \dots, M; j \neq i, \end{aligned}$$



Αστερισμός (Constellation)

Ένα σύνολο M διανυσμάτων (σημάτων) που ανήκουν σε ένα διανυσματικό χώρο ονομάζεται Αστερισμός.

Ιδιότητες:

1. Κάθε σήμα αναπαρίσταται σε ένα σημείο του αστερισμού και αντιστοιχεί σε μια διαφορετική κυματομορφή/σύμβολο. Όλες οι κυματομορφές ανήκουν στην ίδια ορθοκανονική βάση.
2. Μέση ενέργεια συμβόλου:

$$E_s = \sum_{i=1}^M \|s_i\|^2 \cdot P_r(s_i), \quad \|s_i\|^2 = \sum_{j=1}^N (s_{ij})^2 \quad P_r(s_i) = \text{πιθανότητα μετάδοσης συμβόλου}, s_{ij} = \text{συνιστώσα}$$

Η Ελαχιστοποίηση της E_s με σκοπό την Εξοικονόμηση Ενέργειας Εκπομπής απαιτεί την τοποθέτηση των σημείων κοντά στο 0.

Μικραίνουν οι Ευκλείδειες Αποστάσεις μεταξύ των Συμβόλων –

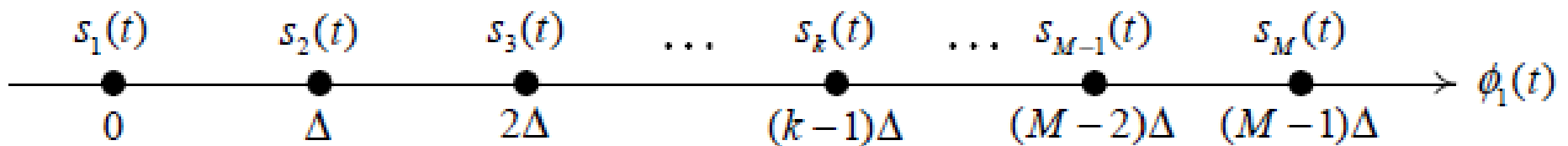
Αυξάνεται η Πιθανότητα Λάθους



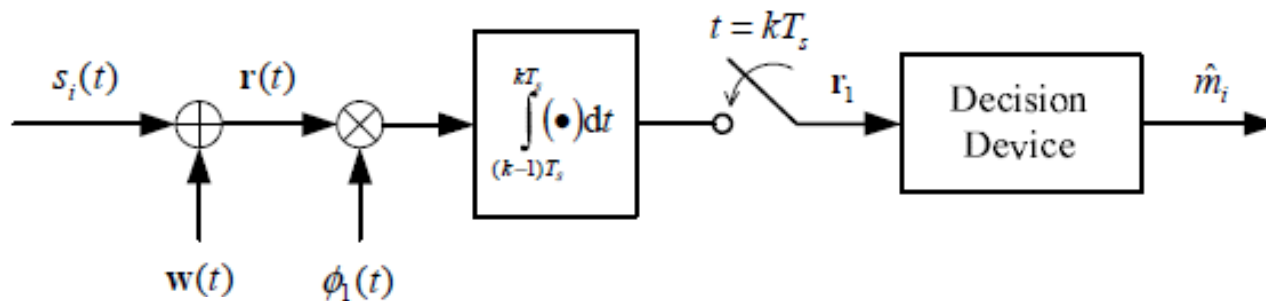
M-ASK

Τα μεταδιδόμενα σήματα είναι της μορφής :

$$\begin{aligned}s_i(t) &= V_i \sqrt{\frac{2}{T_s}} \cos(2\pi f_c t), \quad 0 \leq t \leq T_s \\&= [(i-1)\Delta] \phi_1(t), \quad \phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T_s}} \cos(2\pi f_c t), \quad 0 \leq t \leq T_s, \\&\quad i = 1, 2, \dots, M.\end{aligned}$$

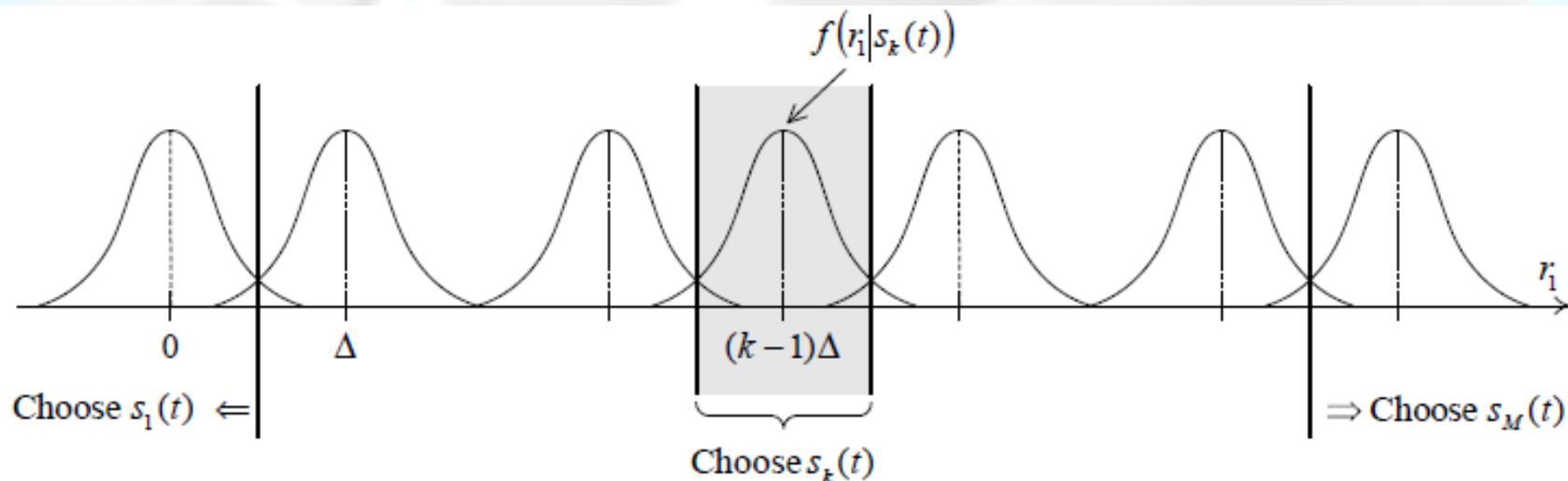


M-ASK

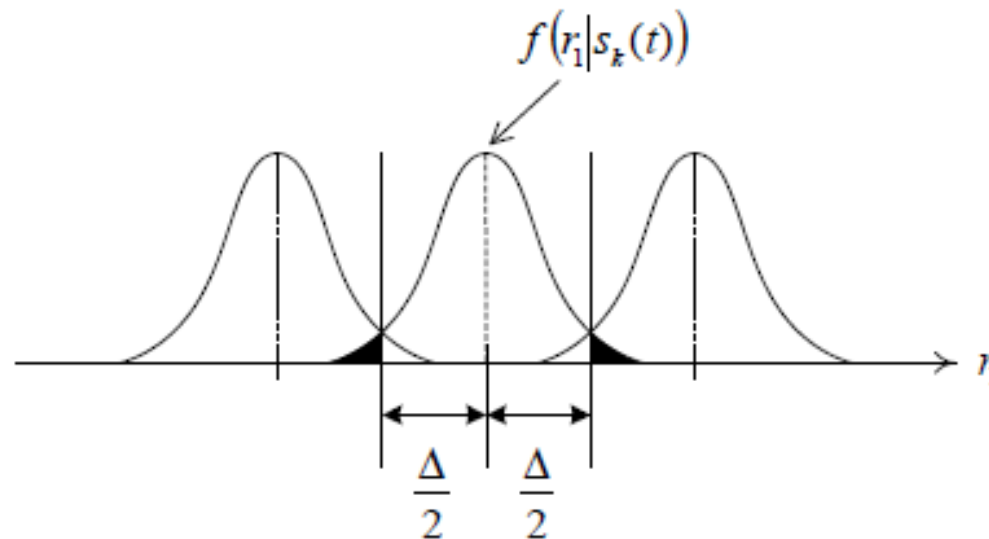


Κανόνας Απόφασης

$$\text{Choose } \begin{cases} s_k(t), & \text{if } (k - \frac{3}{2}) \Delta < r_1 < (k - \frac{1}{2}) \Delta, \quad k = 2, 3, \dots, M - 1 \\ s_1(t), & \text{if } r_1 < \frac{\Delta}{2} \\ s_M(t), & \text{if } r_1 > (M - \frac{3}{2}) \Delta \end{cases}$$



Error Probability M-ASK



$$P[\text{error}] = \sum_{i=1}^M P[s_i(t)] P[\text{error}|s_i(t)].$$

$$P[\text{error}|s_i(t)] = 2Q \left(\Delta / \sqrt{2N_0} \right), \quad i = 2, 3, \dots, M - 1.$$

$$P[\text{error}|s_i(t)] = Q \left(\Delta / \sqrt{2N_0} \right), \quad i = 1, M.$$

$$P[\text{error}] = \frac{2(M-1)}{M} Q \left(\Delta / \sqrt{2N_0} \right).$$

M-PSK

Το σύνολο των σημάτων για την M-PSK είναι:

$$s_i(t) = V \cos \left[2\pi f_c t - \frac{(i-1)2\pi}{M} \right], \quad 0 \leq t \leq T_s,$$

$$i = 1, 2, \dots, M; \quad f_c = k/T_s, \quad k \text{ integer}; \quad E_s = V^2 T_s / 2 \text{ joules}$$

$$s_i(t) = V \cos \left[\frac{(i-1)2\pi}{M} \right] \cos(2\pi f_c t) + V \sin \left[\frac{(i-1)2\pi}{M} \right] \sin(2\pi f_c t).$$

$$\phi_1(t) = \frac{V \cos(2\pi f_c t)}{\sqrt{E_s}}, \quad \phi_2(t) = \frac{V \sin(2\pi f_c t)}{\sqrt{E_s}}.$$

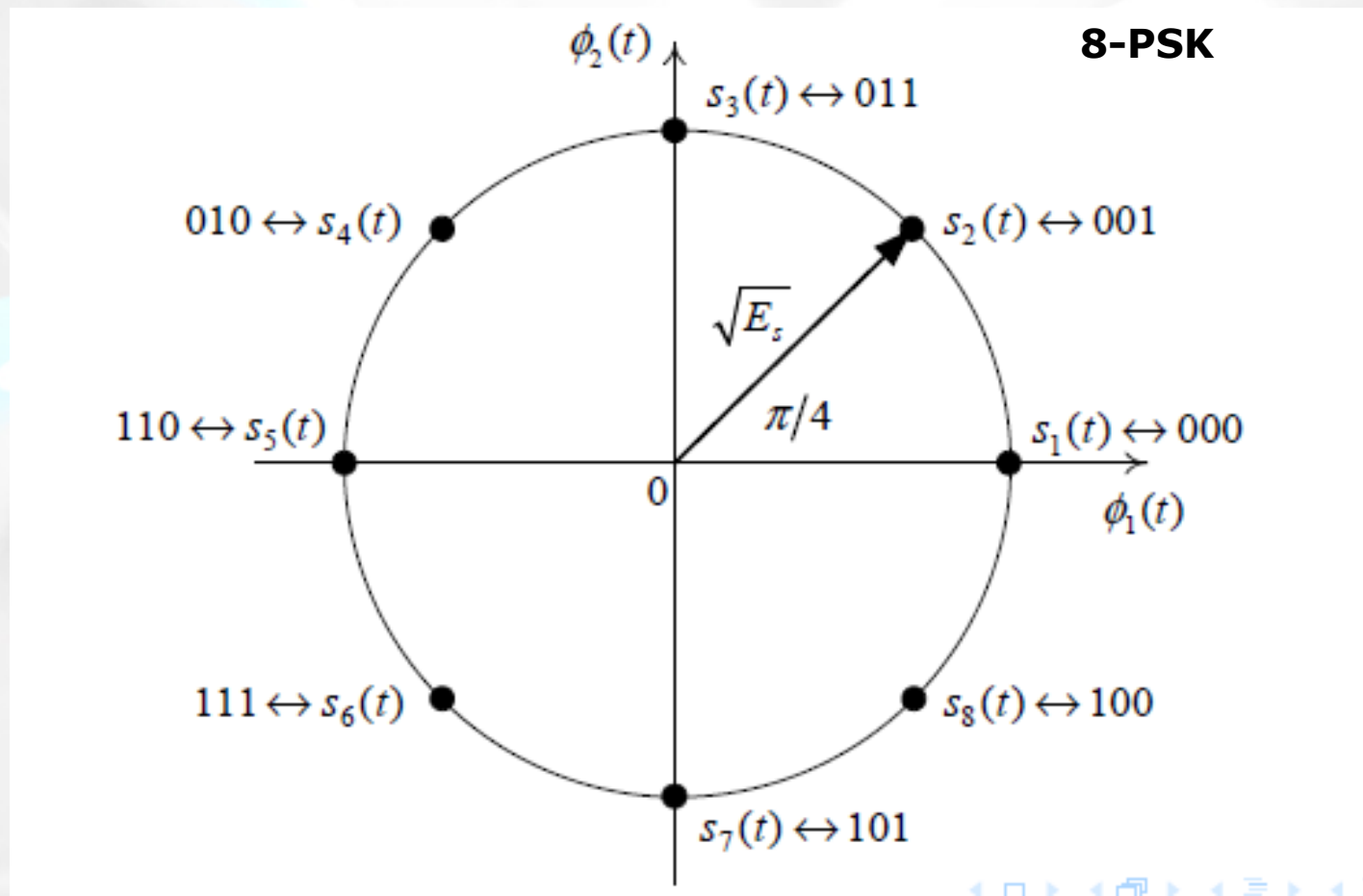
$$s_{i1} = \sqrt{E_s} \cos \left[\frac{(i-1)2\pi}{M} \right], \quad s_{i2} = \sqrt{E_s} \sin \left[\frac{(i-1)2\pi}{M} \right].$$



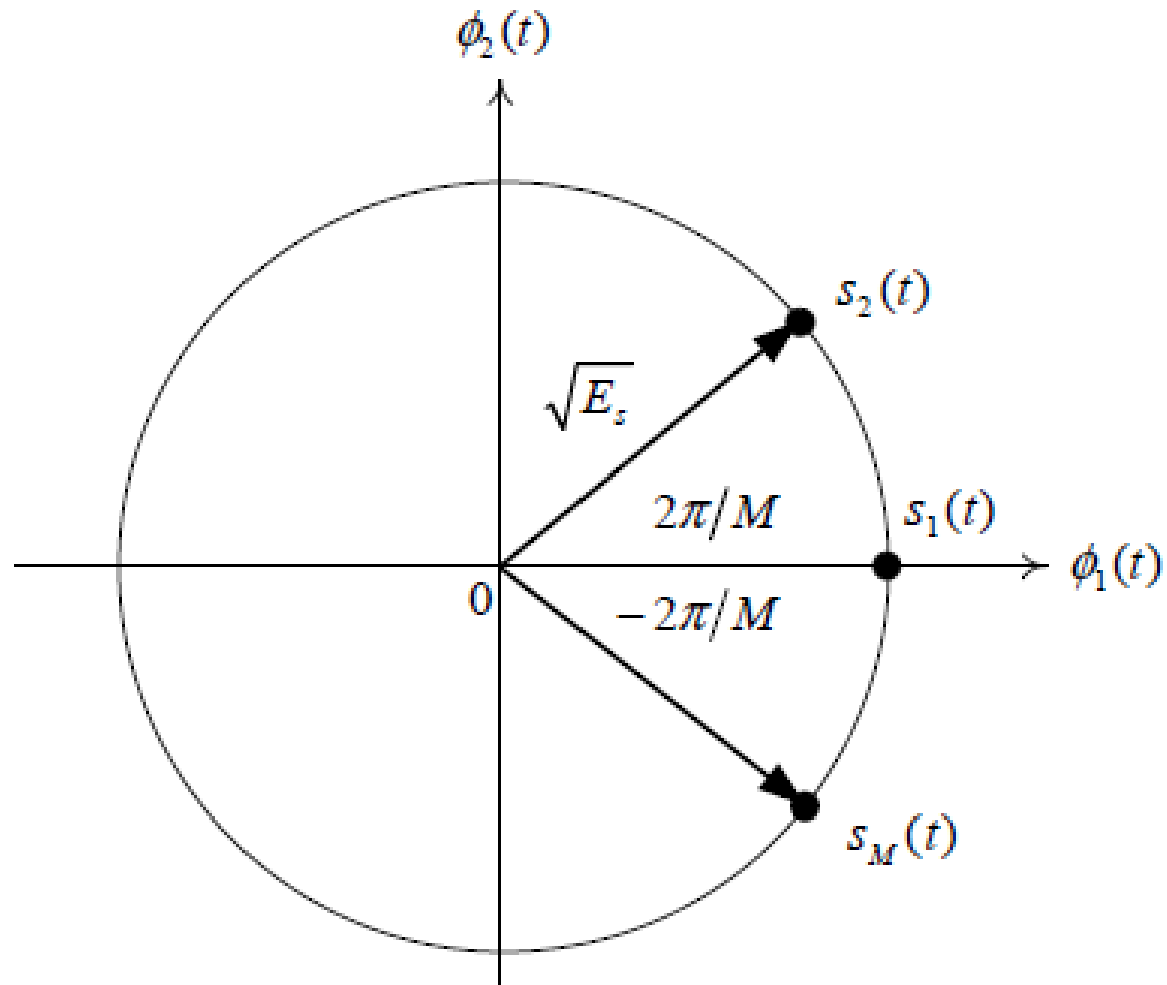
M-PSK

Τα σήματα βρίσκονται πάνω σε ένα κύκλο ακτίνας $\sqrt{E_s}$ απέχουν $2\pi/M$ ακτίνια γύρω από τον κύκλο.

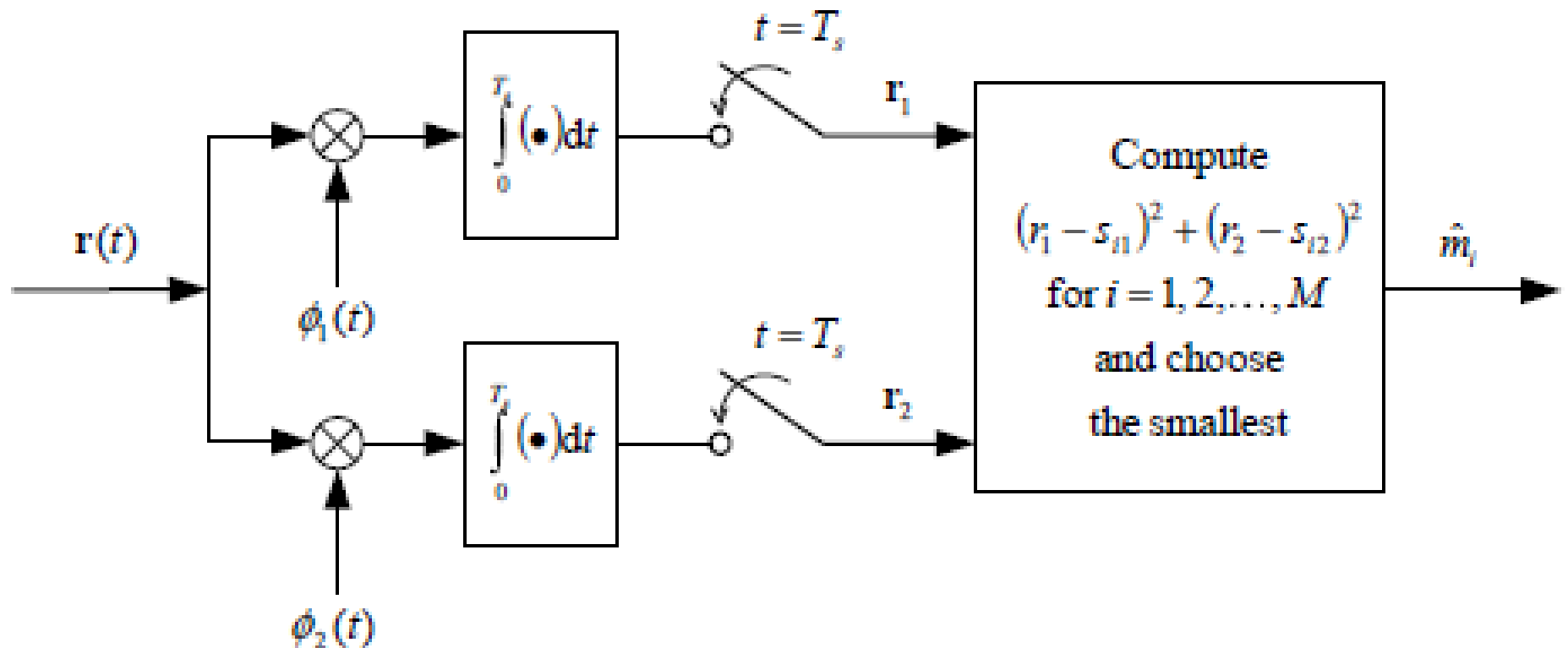
$\sqrt{E_s}$ απέχουν $2\pi/M$



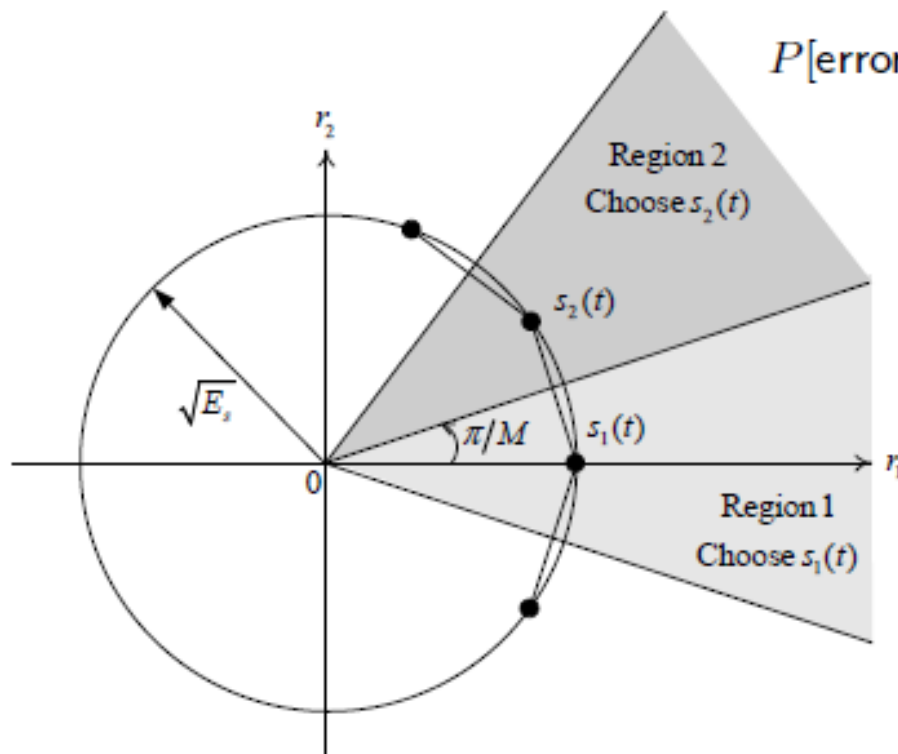
M-PSK



Βέλτιστος Δέκτης M-PSK



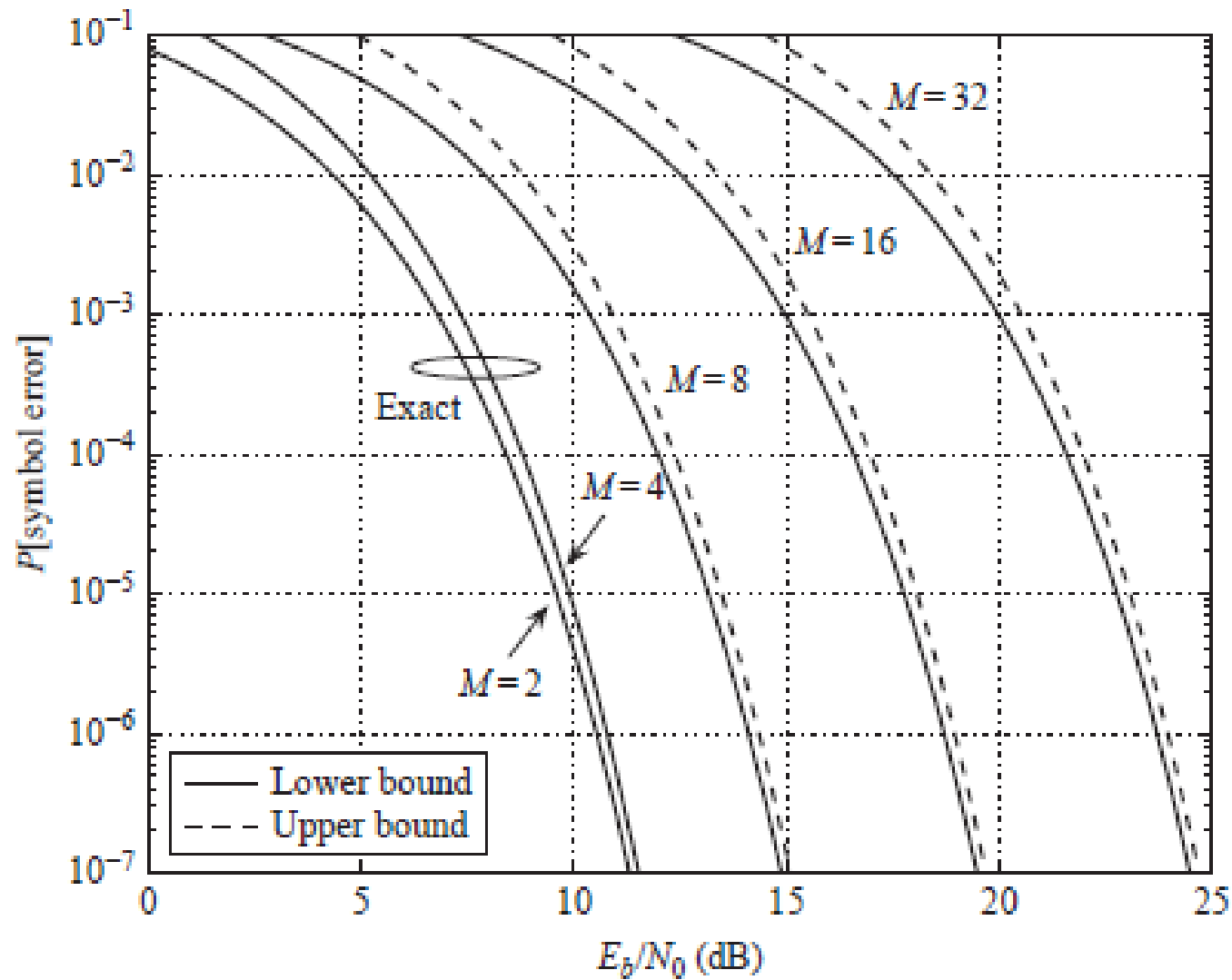
Πιθανότητα Λάθους M-PSK



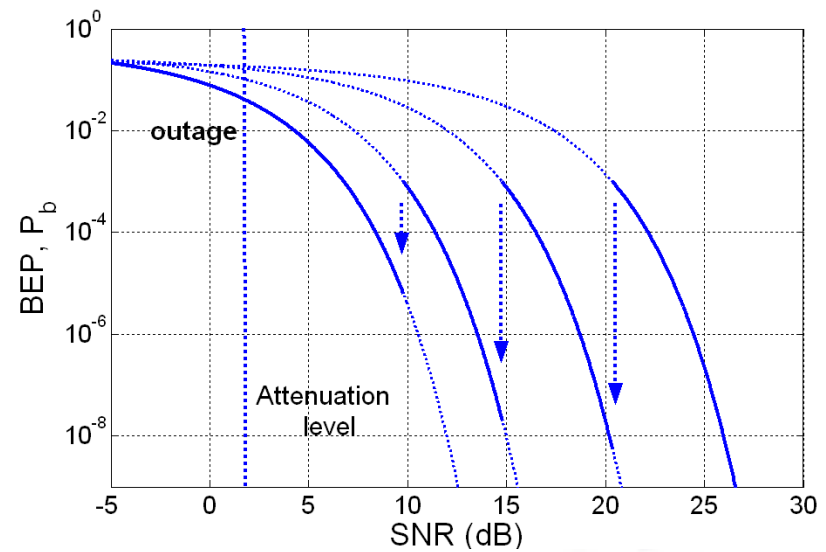
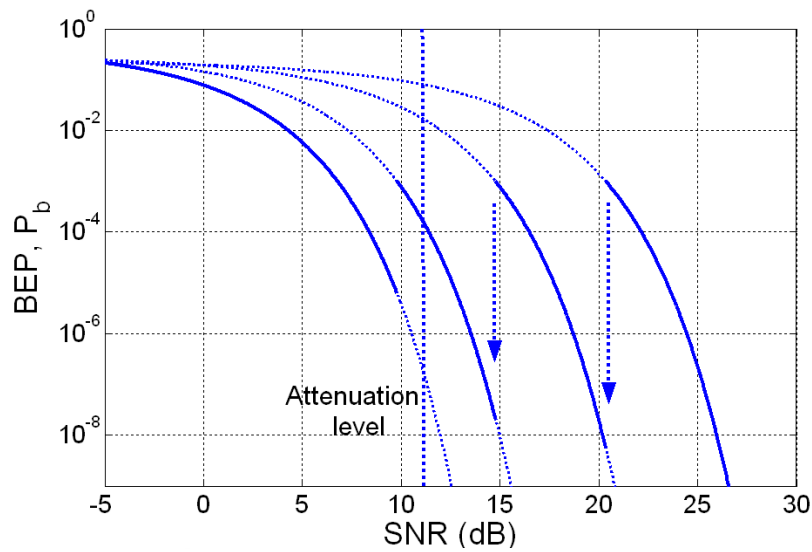
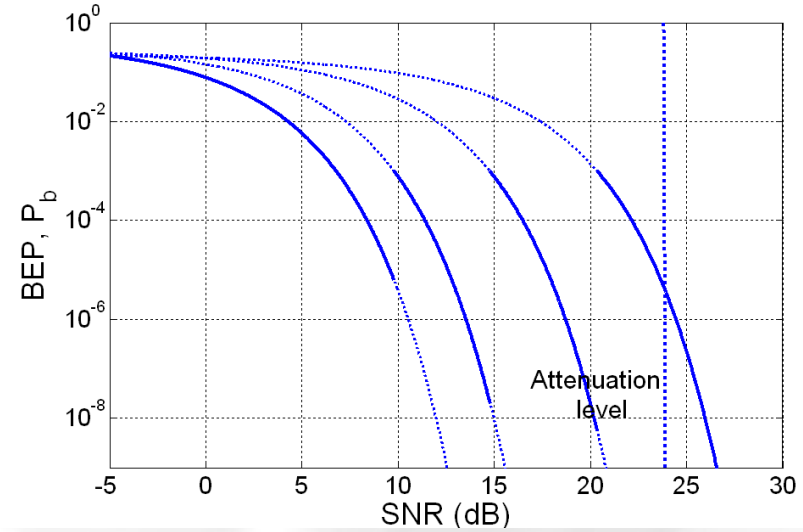
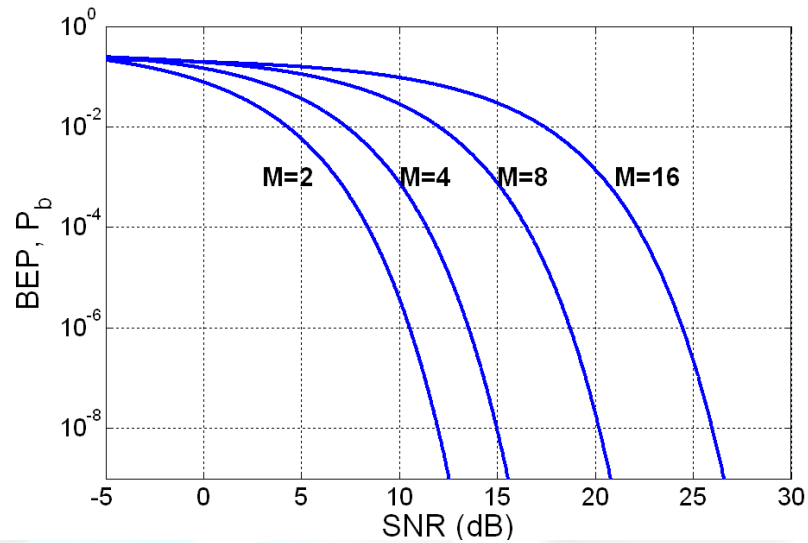
$$\begin{aligned} P[\text{error}] &= P[\text{error}|s_1(t)] \\ &= 1 - \iint_{r_1, r_2 \in \text{Region 1}} f(r_1, r_2 | s_1(t)) dr_1 dr_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P[\text{error}] &= P[\text{error}|s_1(t)] \\ &= P[r_1, r_2 \text{ fall outside Region 1} | s_1(t) \text{ transmitted}] \\ &= 1 - P[r_1, r_2 \text{ fall in Region 1} | s_1(t) \text{ transmitted}] \\ &= 1 - \iint_{r_1, r_2 \in \text{Region 1}} f(r_1, r_2 | s_1(t)) dr_1 dr_2, \end{aligned}$$

Επίδοση Μ-PSK



Προσαρμοστική Διαμόρφωση (Adaptive Modulation-AM)



M-ary Quadrature Amplitude Modulation (M-QAM)

Στις διαμορφώσεις M -ASK and M -PSK, τα μηνύματα (πρότυπα μοτίβα από $\Lambda = \log_2 M$ δυαδικά ψηφία) κωδικοποιούνται είτε στα πλάτος είτε στη φάση των ημιτονικών φερόντων.

Η M -QAM είναι η πιο γενική περίπτωση που συμπεριλαμβάνει την M -ASK και την M -PSK σαν ειδικές περιπτώσεις.

Στην QAM τα μηνύματα κωδικοποιούνται και τα δύο και στη φάση και στο πλάτος του ημιτονικού φέροντος.

M -QAM αστερισμοί είναι δι-διάστατοι και συμπεριλαμβάνουν τα inphase (I) & τα quadrature (Q) φέροντα.

$$\begin{aligned}\phi_I(t) &= \sqrt{\frac{2}{T_s}} \cos(2\pi f_c t), \quad 0 \leq t \leq T_s, \\ \phi_Q(t) &= \sqrt{\frac{2}{T_s}} \sin(2\pi f_c t), \quad 0 \leq t \leq T_s,\end{aligned}$$



M-QAM

Το i -οστό μεταδιδόμενο M-QAM σήμα είναι:

$$\begin{aligned} s_i(t) &= V_{I,i} \sqrt{\frac{2}{T_s}} \cos(2\pi f_c t) + V_{Q,i} \sqrt{\frac{2}{T_s}} \sin(2\pi f_c t), & 0 \leq t \leq T_s \\ & & i = 1, 2, \dots, M \\ &= \sqrt{E_i} \sqrt{\frac{2}{T_s}} \cos(2\pi f_c t - \theta_i) \end{aligned}$$

Όπου $V_{I,i}$ & $V_{Q,i}$ είναι τα διακριτά πλάτη που μεταφέρουν πληροφορία των δύο quadrature (τετραγωνικών) φερόντων.

Το σήμα $s_i(t)$ αποτελείται από δύο - phase-quadrature φέροντα που διαμορφώνονται από ένα σύνολο διακριτών πλατών – και από εδώ προέρχεται και το όνομα **quadrature amplitude modulation**.



M-QAM

$$\begin{aligned}s_i(t) &= V_{I,i} \sqrt{\frac{2}{T_s}} \cos(2\pi f_c t) + V_{Q,i} \sqrt{\frac{2}{T_s}} \sin(2\pi f_c t), \quad 0 \leq t \leq T_s \\ &\quad i = 1, 2, \dots, M \\ &= \sqrt{E_i} \sqrt{\frac{2}{T_s}} \cos(2\pi f_c t - \theta_i)\end{aligned}$$

$V_{I,i}$, $V_{Q,i}$ είναι ακριβώς οι συντελεστές s_{i1} , s_{i2} στη συνήθη αναπαράσταση

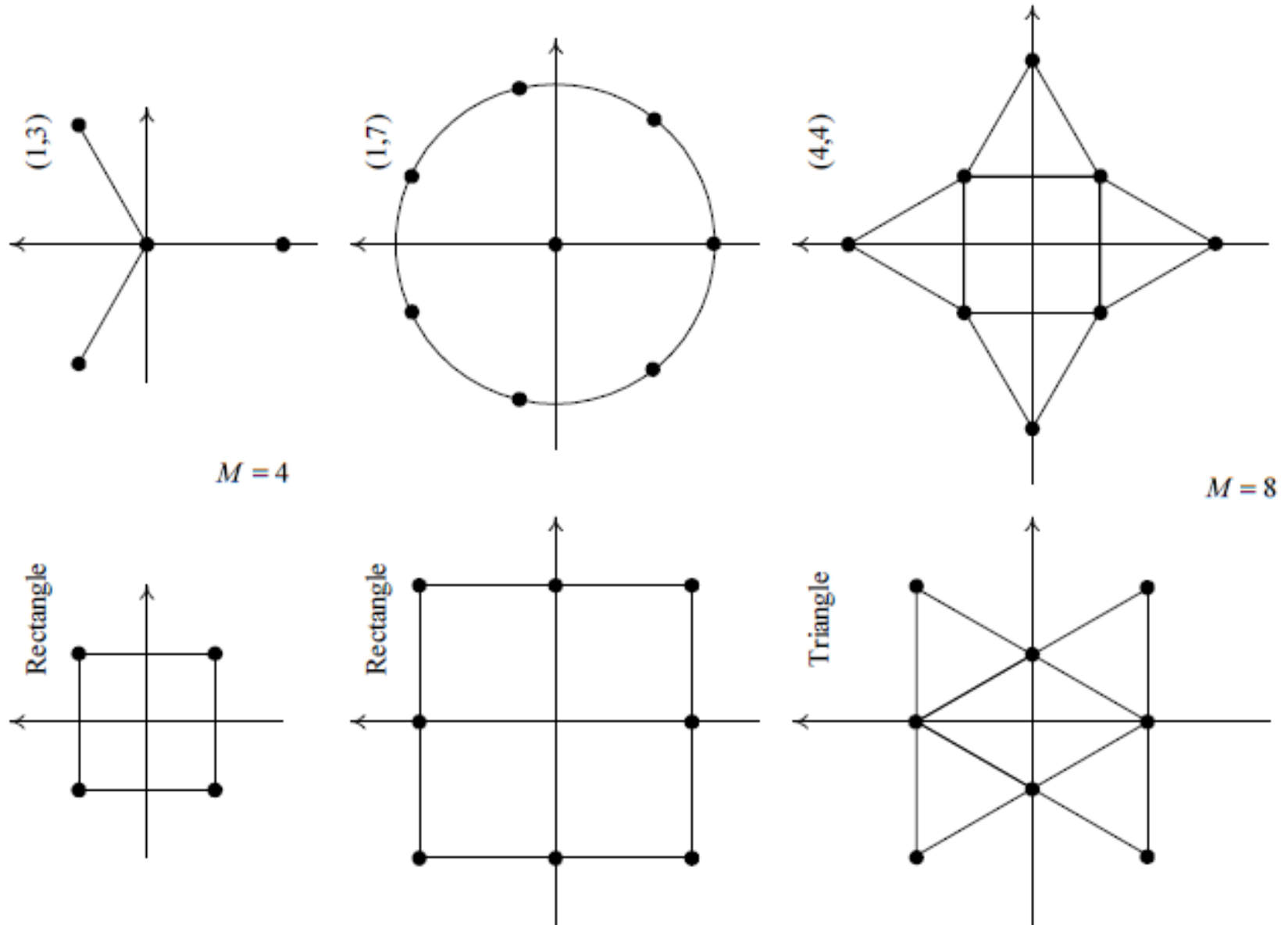
$$s_i(t) = s_{i1}\varphi_1(t) + s_{i2}\varphi_2(t).$$

$$E_i = V_{I,i}^2 + V_{Q,i}^2$$

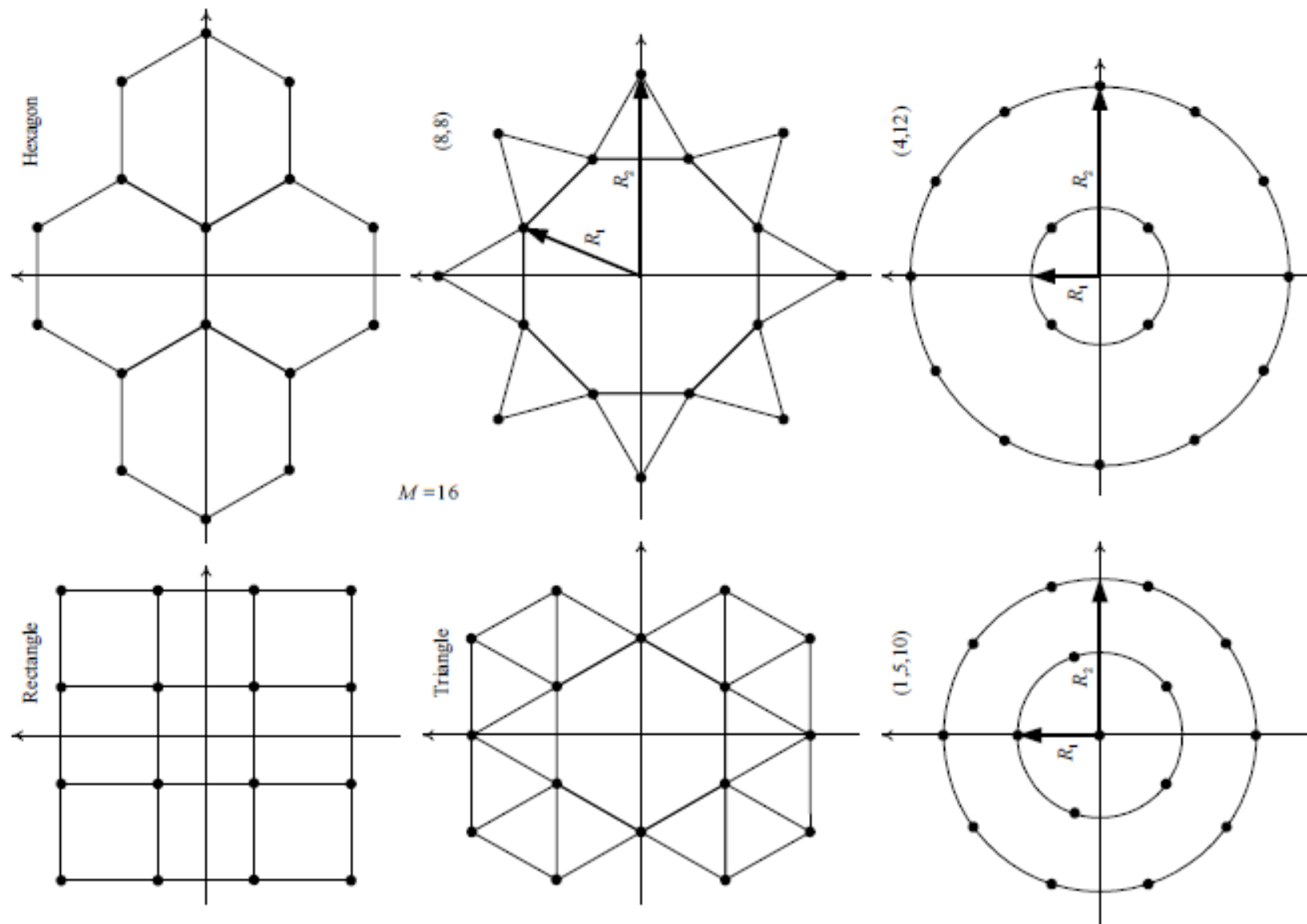
$$\theta_i = \tan^{-1}(V_{Q,i}/V_{I,i})$$



Παραδείγματα Αστερισμών M-QAM



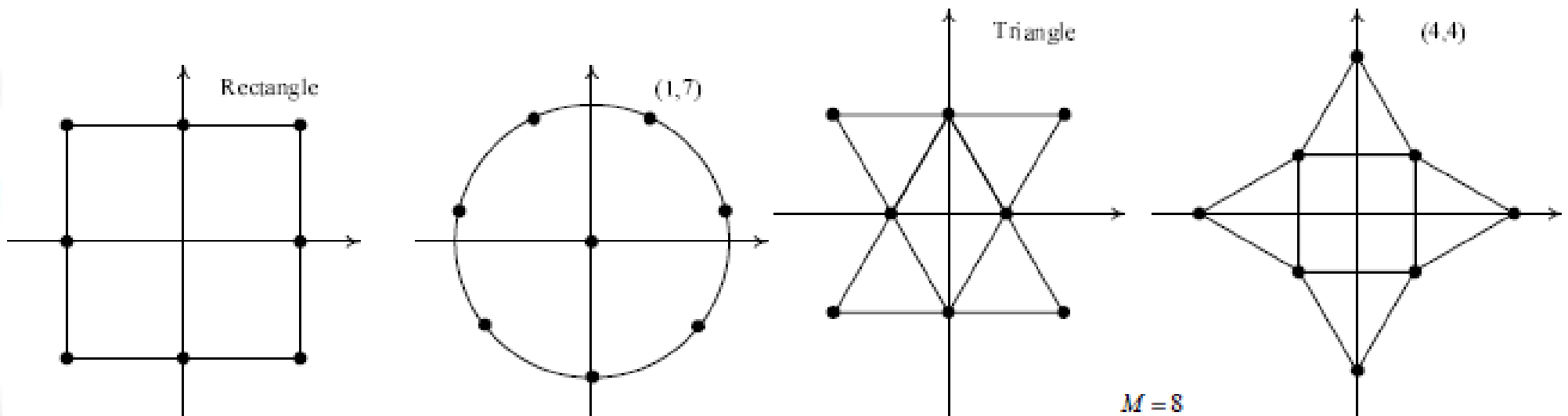
Παραδείγματα Αστερισμών M-QAM



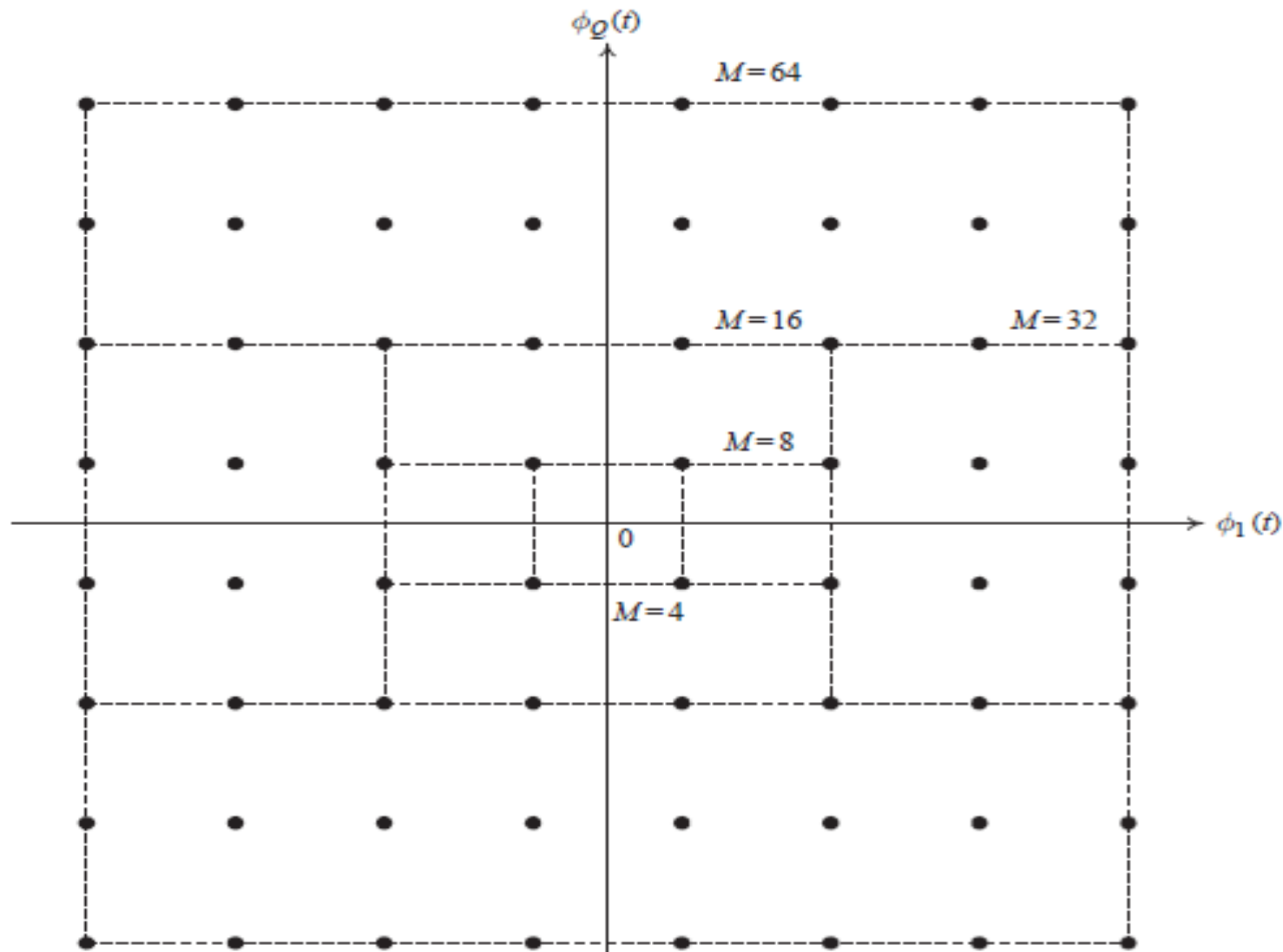
Παραδείγματα Αστερισμών M-QAM

Από τους αστερισμούς με ίδια την μικρότερη απόσταση ο πιο αποδοτικός αστερισμός είναι αυτός με τη μικρότερη μέση μεταδιδόμενη ενέργεια.

$$E_s = (1/M) \sum_{i=1}^M (V_{I,i}^2 + V_{Q,i}^2).$$

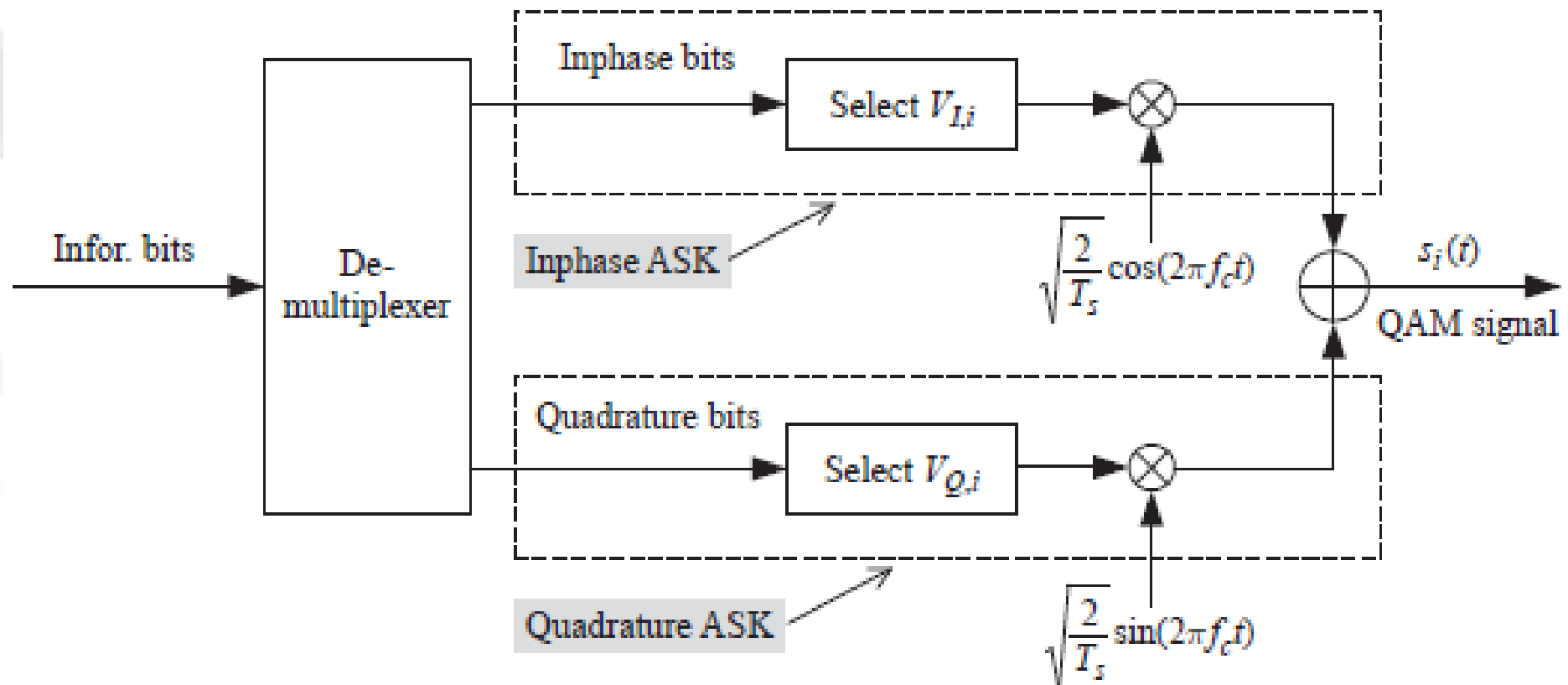


Rectangular QAM

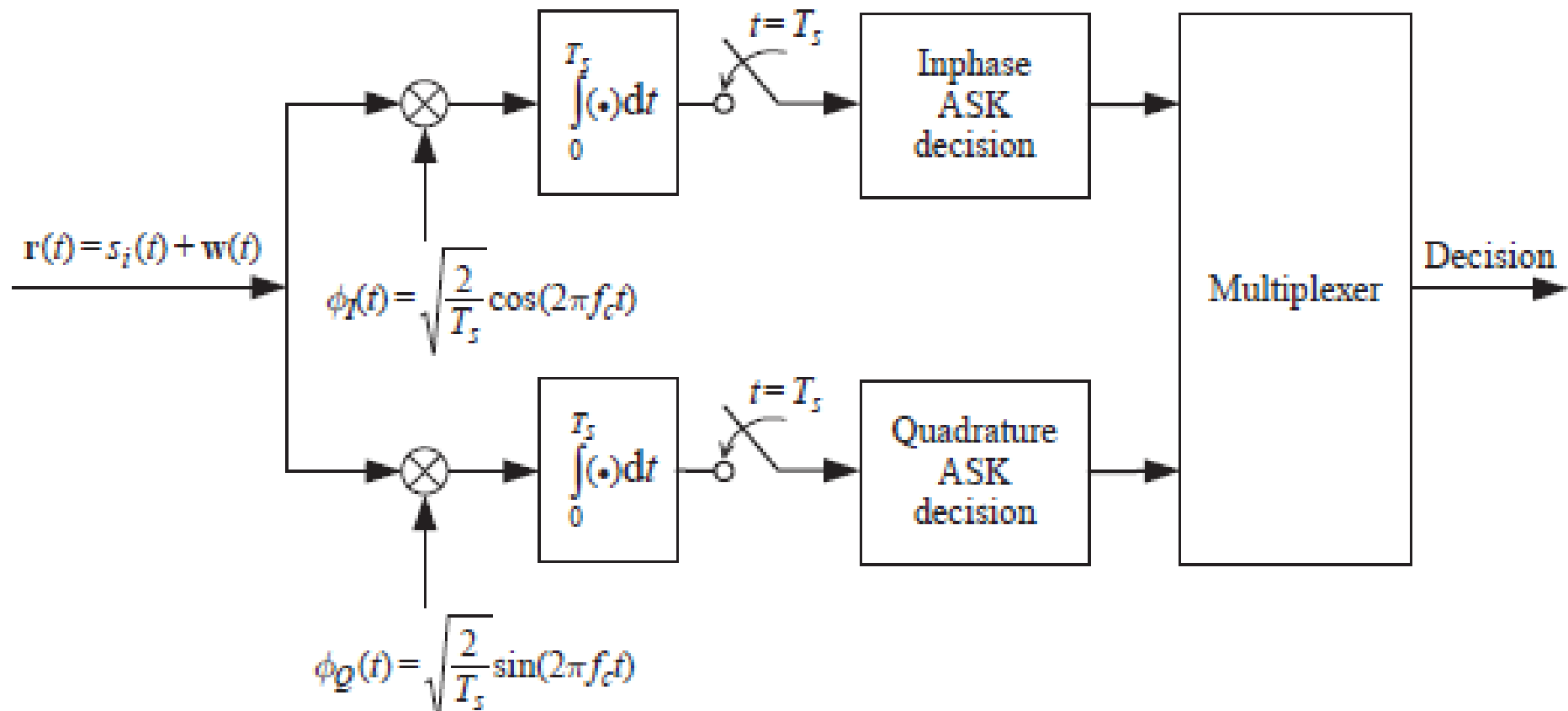


Τα σήματα παίρνουν τιμές από το σύνολο των διακριτών τιμών $\{(2i - 1 - M)\Delta/2\}$, $i = 1, 2, \dots, M/2$.

Transmitter QAM



Receiver QAM



M-PSK vs. M-QAM

M-PSK

$$P[\text{error}] \approx Q \left(\sqrt{\frac{2\lambda E_b}{N_0}} \sin \frac{\pi}{M} \right).$$

M-QAM

$$\begin{aligned} P[\text{error}] &\leq 1 - \left[1 - 2Q \left(\sqrt{\frac{3E_s}{(M-1)N_0}} \right) \right]^2 \\ &\leq 4Q \left(\sqrt{\frac{3\lambda E_b}{(M-1)N_0}} \right) \end{aligned}$$



M-PSK vs. M-QAM

Ο παρακάτω πίνακας δείχνει το πλεονέκτημα σε επίπεδο SNR της QAM σε σχέση με την PSK για διάφορες τιμές του M .

SNR advantage of M -QAM over M -PSK

M	$10 \log_{10} \kappa_M$
8	1.65 dB
16	4.20 dB
32	7.02 dB
64	9.95 dB
256	15.92 dB
1024	21.93 dB

Q&A



E-mail: thpanag@ece.ntua.gr
Παλ. Κτίρια Ηλ/γων Γρ. 3.2.9
Τηλ.: 2107723842