

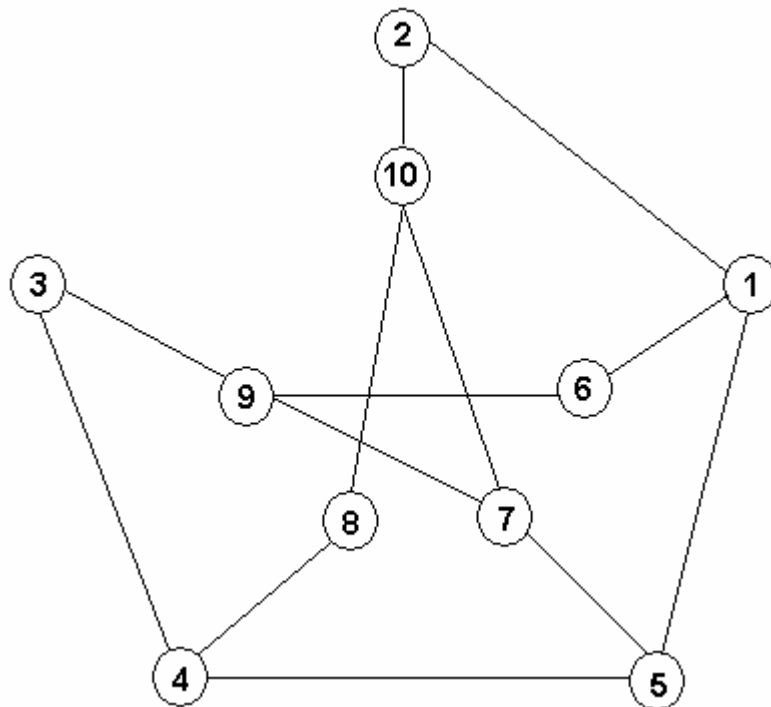
## ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΚΑΙ ΠΟΛΥΠΛΟΚΟΤΗΤΑ

Φεβρουάριος 1999

**Μέρος Β'** (1 ώρα 30') Οι αριθμοί στις παρενθέσεις είναι μονάδες και συγχρόνως περίπου ο αριθμός των λεπτών που πρέπει να διαθέσετε. **(86')**

### 1. (9)

Διασχίστε τους κόμβους του παρακάτω γραφήματος με τους αλγόριθμους depth-first search, breadth-first search και D-search (σε περίπτωση δυνατότητας επιλογής κόμβων, επιλέγεται πάντοτε ο κόμβος με το μικρότερο αριθμό).



## 2.(25)

(α) Σχεδιάστε αποδοτικό αλγόριθμο που να ταξινομεί ένα μονοδιάστατο πίνακα Boole (που δηλαδή περιέχει 0 ή 1 σε κάθε θέση) μεγέθους  $n$ .

(β) Ποια είναι η πολυπλοκότητα του αλγορίθμου σας;

(γ) Σχεδιάστε αποδοτικό αλγόριθμο που να ταξινομεί ένα πίνακα που περιέχει ακραίους μεταξύ 5 και 36 (συμπεριλαμβανομένων).

(δ) Ποια είναι η πολυπλοκότητα του αλγορίθμου σας;

(ε) Επαναλάβετε τα (γ) και (δ) όπου όμως οι περιεχόμενοι ακέραιοι είναι μεταξύ 3 και  $21 \cdot n - 4$

(στ) Ποια η πολυπλοκότητα του αλγορίθμου σας;

(ζ) Σχολιάστε την πολυπλοκότητα του αλγορίθμου σας (ε) σε σύγκριση με την πολυπλοκότητα άλλων αλγορίθμων ταξινόμησης.

### 3. (11)

Δείξτε ότι ο παρακάτω greedy αλγόριθμος δεν επιλύει το SAT. Ειδικότερα δείξτε ότι αν ο αλγόριθμος επιστρέψει  $S$  και  $S \neq \emptyset$  τότε η  $p$  είναι ικανοποιήσιμη, ενώ αν επιστρέψει  $\text{nil}$  τότε η  $p$  δεν είναι απαραίτητα μη ικανοποιήσιμη.

input λογική πρόταση  $p$  σε CNF: σύνολο από clauses, όπου κάθε clause είναι σύνολο από literals;

$S := \emptyset$ ;

**while** ( $p \neq \emptyset$ ) and ( $\forall c \in p \ (c \neq \emptyset)$ ) **do**

**begin** βρες το literal  $x$  που εμφανίζεται με τη μεγαλύτερη συχνότητα στην  $p$ ;

$S := S \cup \{x\}$ ;

αφαίρεσε από την  $p$  όλα τα clauses που περιέχουν το  $x$ ;

αφαίρεσε από όλα τα clauses το  $\neg x$

**end**;

**if**  $p = \emptyset$  **then return**  $S$  **else return**  $\text{nil}$

**4.(9) \*Δεν είναι σίγουρο ότι οι ... δείκτες i,l είναι σωστοί!**

Δείξτε ότι ο παρακάτω greedy αλγόριθμος δεν επιλύει το TSP (το πρόβλημα βελτιστοποίησης):

```
input γράφος  $G(V,E)$  με βάρη;  
διάλεξε τυχαία το  $v_1$ ;  $V' = \{v_1\}$ ;  
for  $i:=2$  to  $|V|$  do  
  begin βρες την κορυφή  $v_i$  του  $V-V'$  τέτοια ώστε η ακμή  $(v_{i-1}, v_i)$  να έχει ελάχιστο  
  βάρος;  
     $V' = V' \cup \{v_i\}$   
  end;  
return  $v_1, v_2, \dots, v_{|V|}$ 
```

**5. (18)**

(α) Σχεδιάστε αλγόριθμο που ταξινομεί με συγκρίσεις 4 αριθμούς. Στη χειρότερη περίπτωση να κάνει ο αλγόριθμος 5 συγκρίσεις.

(β) Να σχεδιάσετε βέλτιστο αλγόριθμο που ταξινομεί με συγκρίσεις 5 αριθμούς. Αποδείξτε τη βελτιστότητα του αλγορίθμου σας.

**6.(14)**

Επιλύστε την εξής αναδρομική σχέση:

$$T(n) = \sqrt{n} \cdot T(\sqrt{n}) + c \cdot n$$

Για  $n > 2$  και για κάποια θετική σταθερά  $c$ . Δίνεται ότι  $T(2) = 1$ .