

Θ3

Θ4

Θ5

2023 Sept

Θ4B

$\text{κλικά} = \{ \langle G, k \rangle : G: \text{μη-κατ. γράφημα, } \exists S \subseteq V \text{ με } |S| \geq k \text{ ή } G[S]: \text{κλικά} \}$

$\text{κλικά} \mapsto \text{BRκλικά}$

$\langle G, k \rangle \mapsto \langle G', k' \rangle$

$$k' = k+2$$



$G'$ :  $G$  όπου έχω προσθέσει 2 κορυφές  $B, R$  με χρώματα  $k$  ή κόκκινο αντίστοιχα που βλέπουν όλες τις κορυφές του  $G$  και συνδέονται ή μεταξύ τους)  $i \in 2W \cap V \rightarrow \text{μήτε χρώμα}$  και αν  $i \in 2WH \cap V \rightarrow \text{κόκκινο}$

$\Rightarrow \left\{ \exists S \subseteq V \text{ με } G[S]: \text{κλικά} \right\} \Rightarrow \exists S \subseteq V \text{ τέτοια } G'[S] \text{ κλικά}$

όπως  $\forall u \in S \exists \{B, u\} \in E(G'), \{R, u\} \in E(G')$   
και  $\{B, R\} \in E(G') \Rightarrow S \cup \{B, R\} = S'$  είναι κλικά  
στο  $G', |S'| \geq k+2 = k'$  ή στις κορυφές της κλίκας εμφανίζονται ή τα 2 χρώματα αφού  $B \rightarrow \text{μήτε}$   $R \rightarrow \text{κόκκινο}$

$\Leftarrow$  με αντιστοίχηση αντιστροφής  $\exists S \subseteq V \text{ με } G[S]: \text{κλικά}$   
ή  $|S| \geq k \Rightarrow \forall S \subseteq V \text{ με } G[S]: \text{κλικά } |S| < k$   
αν προς άζωνο  $\langle G', k+2 \rangle$  έχει κλικά  $\text{μεγέθους } \geq k+2$  τότε  
αυτοί θα περιλαμβάνει τις  $B, R$  (αλλιώς το  $G$   
έχει κλικά μεγέθους  $\geq k$  άζωνο) όπως πάλι  
αν από την κλικά του  $G'$  αφαιρέσω τις  $B, R$  έχω κλικά  
μεγέθους  $\geq k$  άζωνο  $\Rightarrow G'$  δεν έχει κλικά μεγέ-  
θους  $\geq k+2$