Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών
Τομέας Επικοινωνιών, Ηλεκτρονικής και Συστημάτων Πληροφορικής

ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗ Ι

4ο Εξάμηνο

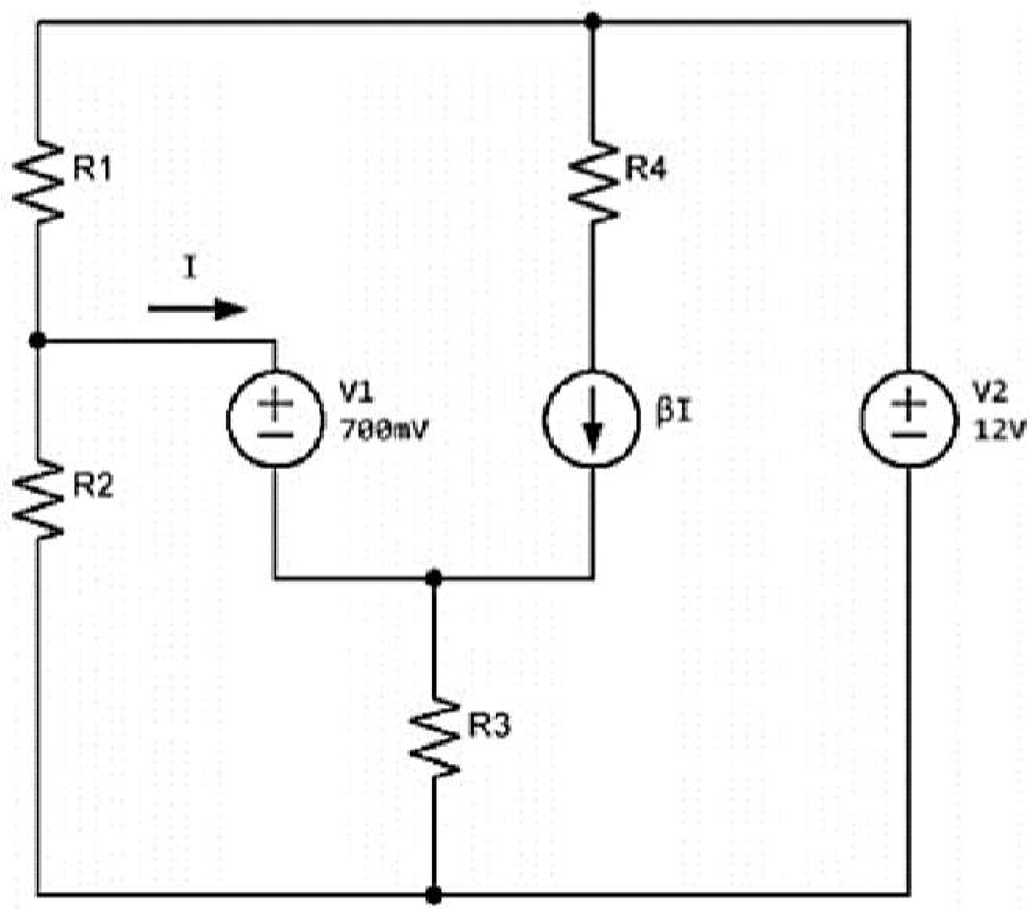
Ασκήσεις

2020-2021

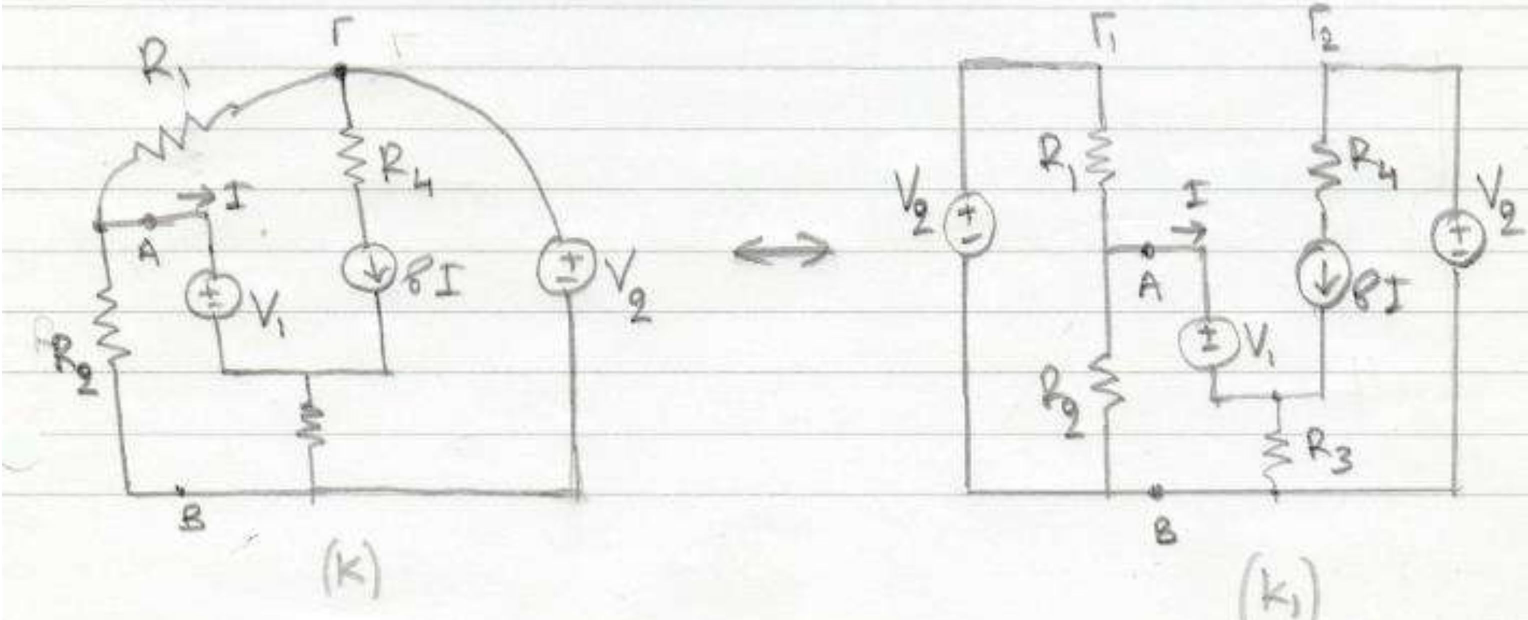
Νικόλαος Βουδούκης

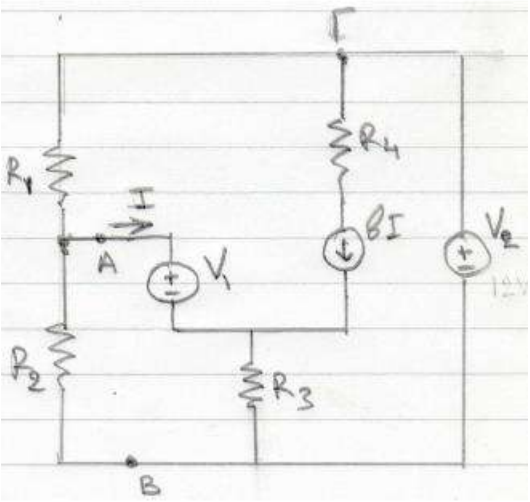
Άσκηση
Θεώρημα Thevenin – Διαιρέτης τάσης

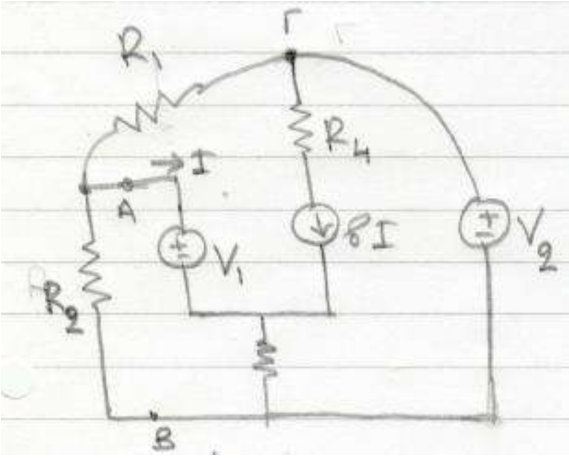
Στο διπλανό κύκλωμα δίνονται R_1=20ΚΩ, R_2=10ΚΩ, R_3=1ΚΩ, R_4=2ΚΩ και β=50. Χρησιμοποιώντας το θεώρημα Thevenin για τις αντιστάσεις R_1 και R_2, βρείτε την τιμή της τάσης στα άκρα της αντίστασης R_4.

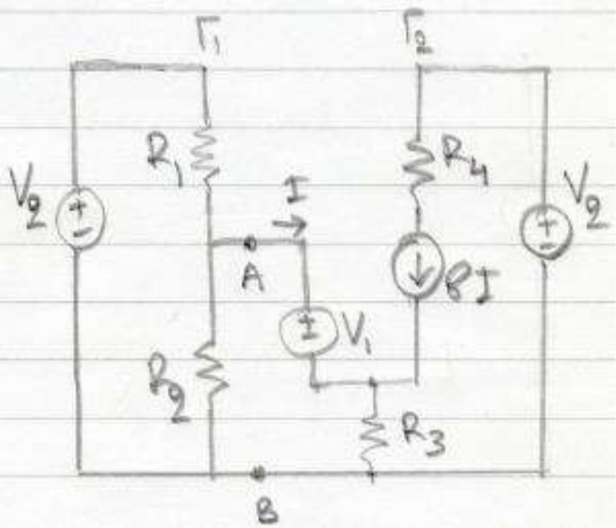


Θα βρούμε το ισοδύναμο Thevenin για το κύκλωμα αριστερά των σημείων Α, Β. (αντιστάσεις R_1, R_2).
Παρατηρούμε ότι η πηγή τάσης V_2 είναι μεταξύ των κόμβων Γ και Β. Μπορούμε να "διασπάσουμε" το σημείο Γ στα σημεία $Γ_1$ και $Γ_2$ εφαρμόζοντας σε καθένα από αυτά τάση V_2.
Το κύκλωμα ($Κ_1$) που προκύπτει είναι ισοδύναμο με το αρχικό μας κύκλωμα (Κ)




Γ
R_1
R_4
I
A
V_1
βI
V_2
R_2
R_3
B


Γ
R_1
R_4
I
A
V_1
βI
V_2
R_2
B

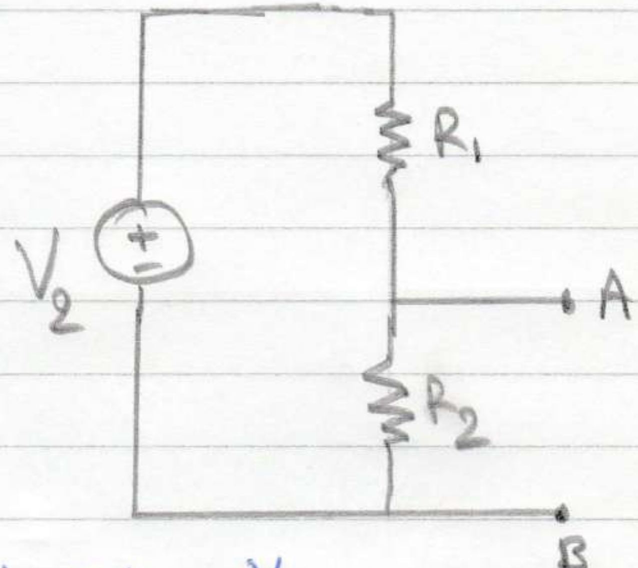

$Γ_1$
$Γ_2$
V_2
R_1
R_4
I
A
V_1
βI
V_2
R_2
R_3
B

Βήμα 1: Υπολογισμός V_{Th}

Είναι (λόγω διαιρέτη τάσης):

$$V_{Th} = V_{AB} = \frac{R_2}{R_1+R_2} V_2 \Rightarrow$$

$$V_{Th} = \frac{10}{30}\cdot 12\,V \Rightarrow \boxed{V_{Th}=4V}$$



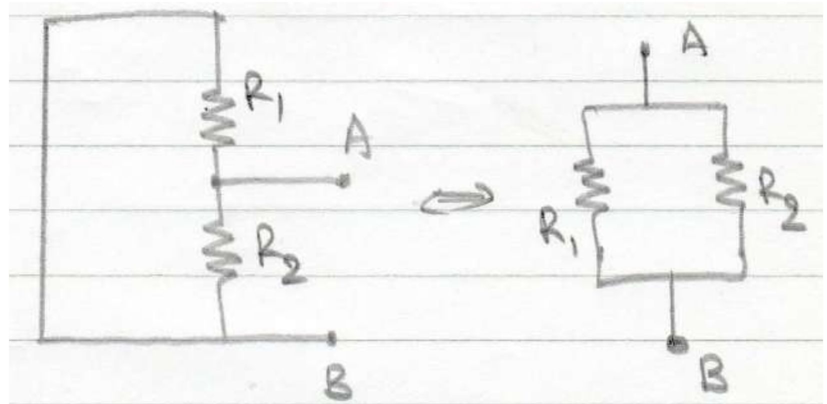
Βήμα 2: Υπολογισμός R_{Th}.

Μηδενίζουμε την ανεξάρτητη πηγή τάσης V_2

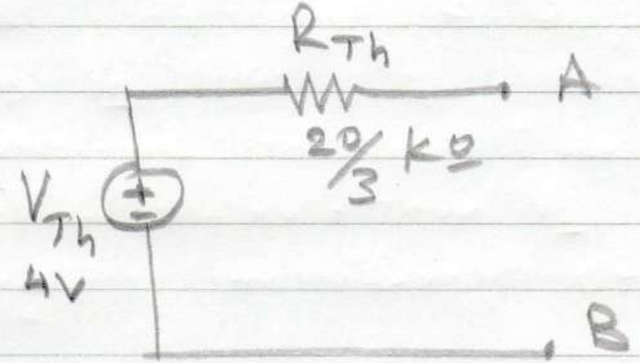
(Επειδή είναι πηγή τάσης αντικαθίσταται με βραχυκύκλωμα.)

$$R_{Th} = R_{AB} = R_1 \| R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \Leftrightarrow$$

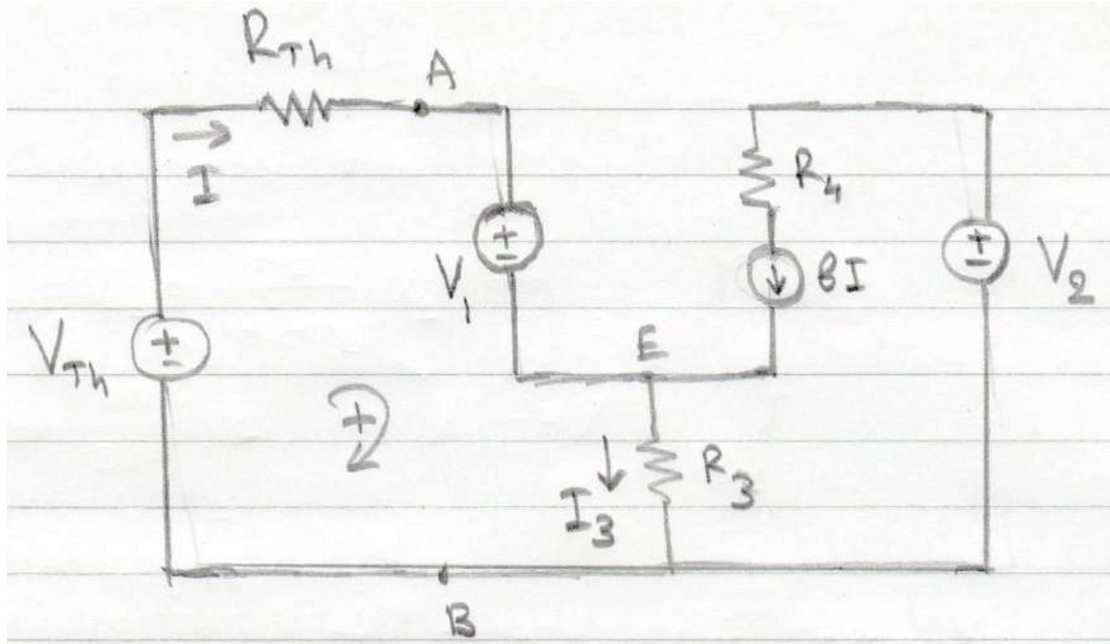
$$R_{Th} = \frac{20 \cdot 10}{20+10} k\Omega \Rightarrow \boxed{R_{Th} = \frac{20}{3} k\Omega}$$



Άρα το ζητούμενο ισοδύναμο Thevenin είναι το ακόλουθο.



Έτσι το κύκλωμα γίνεται:



Εφαρμόζουμε ΝΤΚ (KVL) στον βρόχο ΑΕΒΑ ορίζοντας θετική φορά διαγραφής ↻ Έχουμε:

$$V_{Th} - V_1 = I \cdot R_{Th} + I_3 \cdot R_3 \qquad (1)$$

Ο ΝΡΚ (KCL) στον κόμβο Ε είναι:

$$I + \beta I = I_3 \Longrightarrow I_3 = (\beta + 1) I \qquad (2)$$

Οπότε: $(1) \xrightarrow{(2)} V_{Th} - V_1 = I \cdot R_{Th} + (\beta+1) I R_3$

$$\Longrightarrow V_{Th} - V_1 = \left[R_{Th} + (\beta+1) R_3\right] I$$

$$\Longrightarrow \boxed{I = \frac{V_{Th} - V_1}{R_{Th} + (\beta+1) R_3}}$$

Αντικαθιστώντας τα ~~τα~~ αριθμητικά δεδομένα παίρνουμε:

$$I = \frac{4 - 0{,}7}{\frac{20}{3} + (50+1) \cdot 1} = \frac{3{,}3}{20/3 + 51} \Longrightarrow I \simeq 57{,}2\ \mu A.$$

Συνεπώς η τάση στα άκρα της R_4 είναι:

$$V_4 = \beta \cdot I \cdot R_4 \Longrightarrow V_4 = 50 \cdot 57{,}2 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{3}\ V \Rightarrow \boxed{V_4 = 5{,}72\, V}$$

Άσκηση

BJT - Θεώρημα Thevenin – Διαιρέτης τάσης

Για το κύκλωμα του διπλανού σχήματος δίνονται: $V_{cc} = 12V$

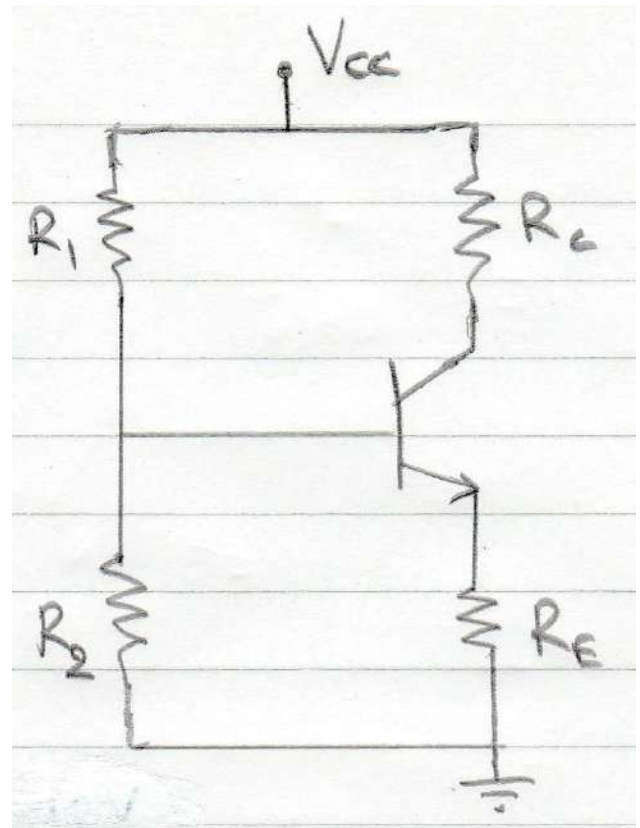
$\beta = 100$ $V_{BE} = 0{,}7V$

$$\frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1}{2}$$

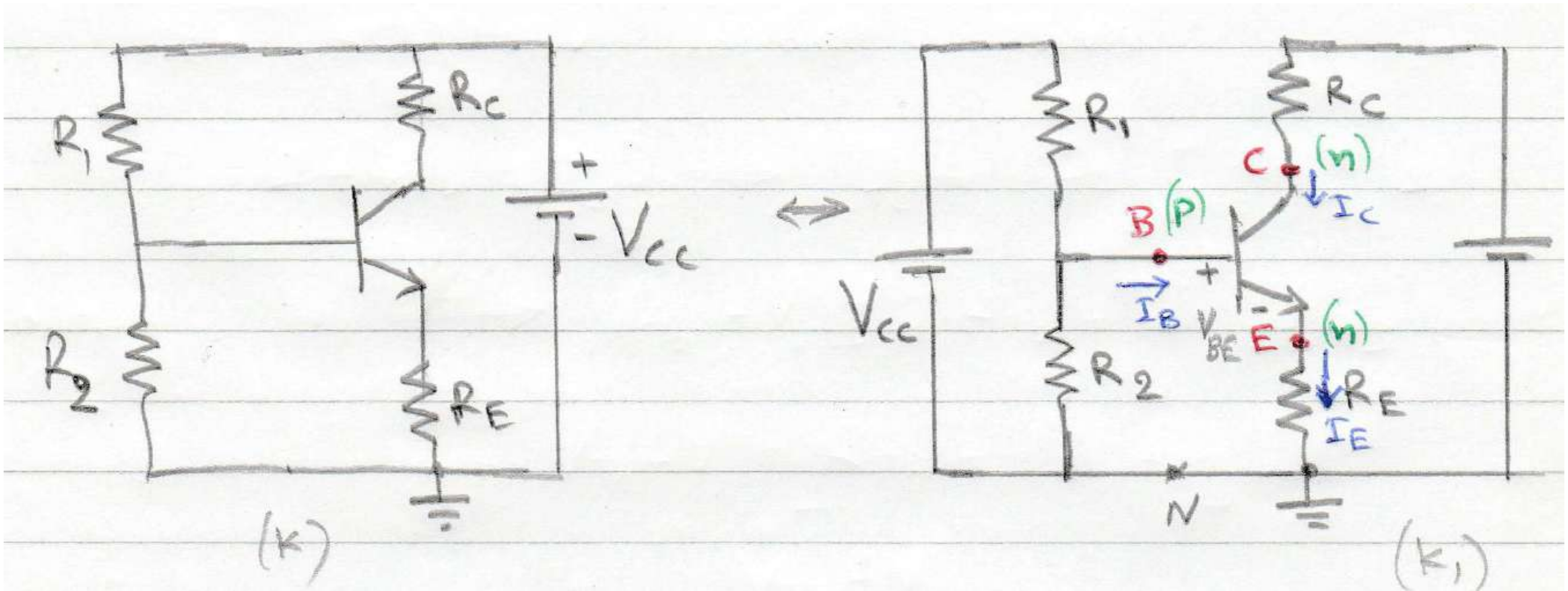
$R_1 // R_2 = 430K\Omega$

$R_C = 3K\Omega$ $R_E = 1K\Omega$,

Ζητούνται: I_B και V_E

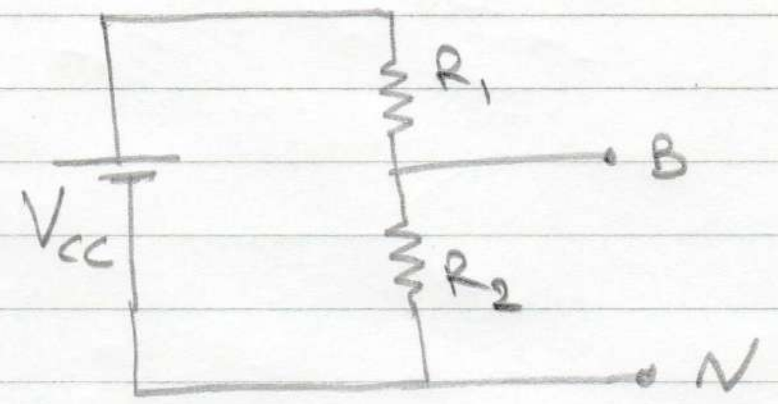


Λύση



Θα εφαρμόσουμε θεώρημα Thevenin (αρχικά) για να αντικαταστήσουμε το κύκλωμα αριστερά των ακροδεκτών B, N με το ισοδύναμο Thevenin.
Στη συνέχεια θα εφαρμόσουμε ΝΤΚ, ΝΡΚ στο κύκλωμα που προκύπτει.

α) Υπολογισμός V_{Th}



$$V_{Th}=V_{BN}=\frac{R_2}{R_1+R_2}V_{CC}$$

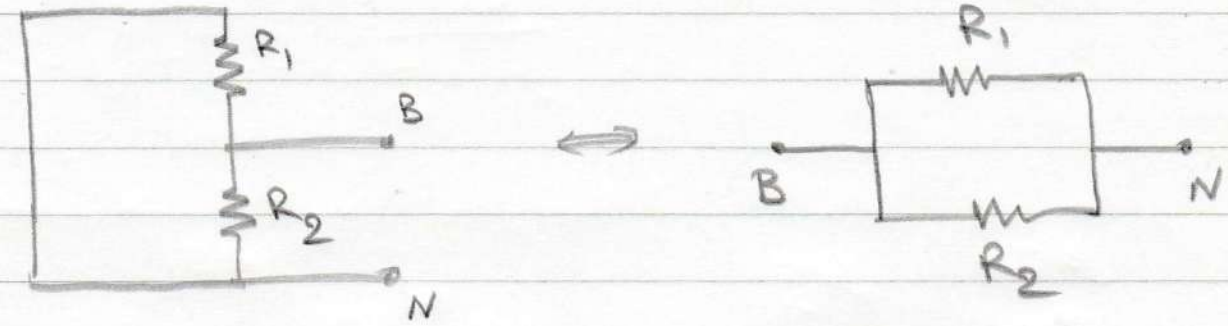
$$\Rightarrow V_{Th}=\frac{1}{2}12V \Rightarrow V_{Th}=6V$$

(Διαιρέτης τάσης)

β) Υπολογισμός R_{Th}

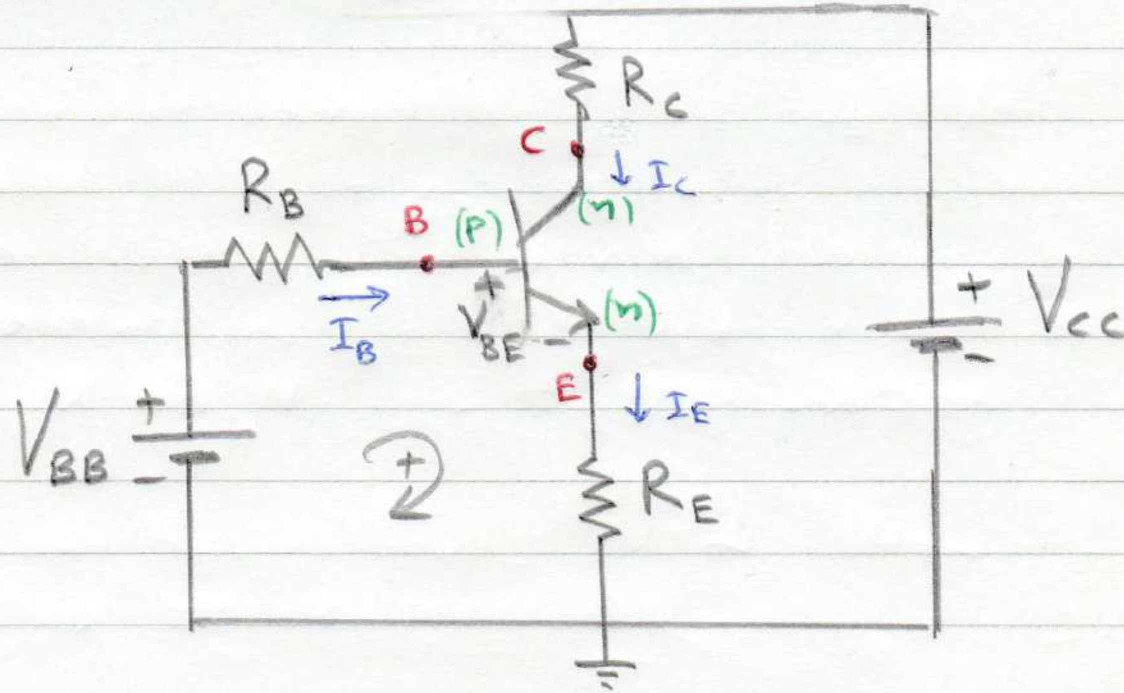
Μηδενίζουμε την ανεξάρτητη πηγή τάσης V_{cc} (βραχυκύκλωμα)

Είναι:



$$R_{Th}=R_{BN}=R_1\|R_2=\frac{R_1\cdot R_2}{R_1+R_2}\Rightarrow R_{Th}=430K\Omega$$

Έστω ότι ονομάζουμε την R_{Th} και τη V_{Th}, ως R_B και V_{BB} αντίστοιχα γιατί πολώνουν τη βάση. Το κύκλωμα γίνεται τώρα:



Εφαρμόζουμε ΝΤΚ στον βρόχο εισόδου (βάση-εκπομπός)

$$V_{BB} - V_{BE} = I_B \cdot R_B + I_E \cdot R_E \qquad (1)$$

Επίσης από ΝΡΚ για το τρανζίστορ είναι:

$$I_B + I_C = I_E \qquad (2)$$

Υποθέτοντας λειτουργία του BJT στην ορθή ενεργό περιοχή, θα ισχύει:

$$I_C = \beta \cdot I_B \qquad (3)$$

Συνεπώς $(2) \xRightarrow{(3)} I_E = (\beta + 1)\, I_B \qquad (4)$

Οπότε $(1) \xrightarrow{(4)} V_{BB} - V_{BE} = [R_B + (\beta+1) R_E] I_B$

$$\Longrightarrow \boxed{I_B = \frac{V_{BB} - V_{BE}}{R_B + (\beta+1) R_E}}$$

$$\Longrightarrow I_B = \frac{(6-0{,}7)V}{(430 + 101 \cdot 1)k\Omega} \Longrightarrow \boxed{I_B \simeq 10\,\mu A}$$

Οπότε $I_C = 100 \cdot 10\mu A \Longrightarrow I_C = 1\,mA.$

$I_E = 101 \cdot 10\mu A \Longrightarrow I_E \simeq I_C = 1\,mA.$

και $V_E = I_E \cdot R_E \Longrightarrow V_E = 1mA \cdot 1k\Omega$

$$\Longrightarrow \boxed{V_E \simeq 1V}$$

Άσκηση

BJT - Θεώρημα Thevenin – Διαιρέτης τάσης (αντίστροφο πρόβλημα)

Δίνεται το κύκλωμα και οι τιμές:

$\beta = 100$ $\quad V_{BE} = 0,7V$

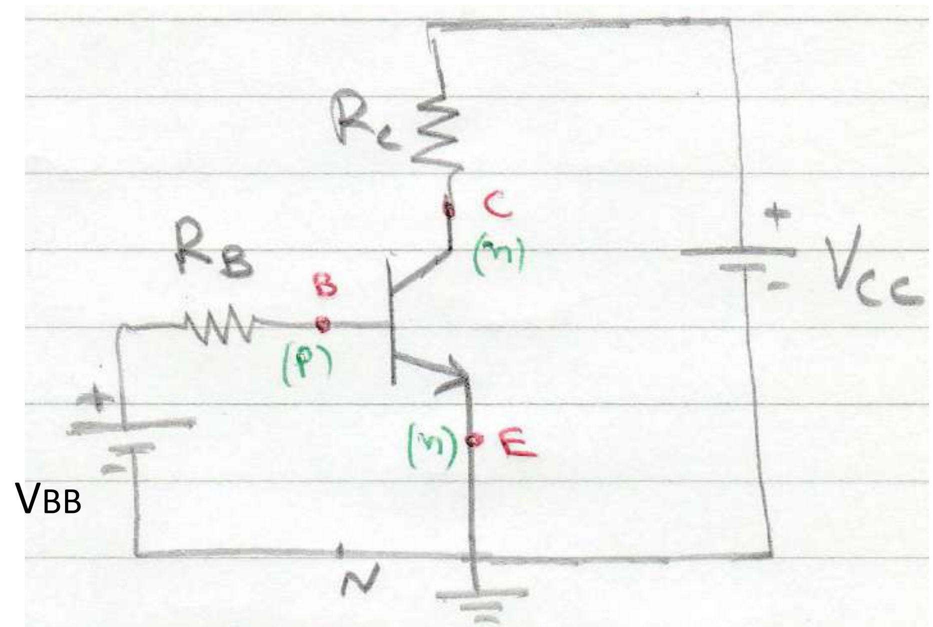
$V_{BB} = 5V$ $\quad V_{CC} = 12V$

$R_B = 430K\Omega$

$R_C = 3K\Omega$

$I_B = 10\mu A$

Να βρεθούν αντιστάσεις R_1, R_2 με $R_1 || R_2 = 430K\Omega$ ώστε να έχουμε μόνο μία πηγή τροφοδοσίας στο κύκλωμα

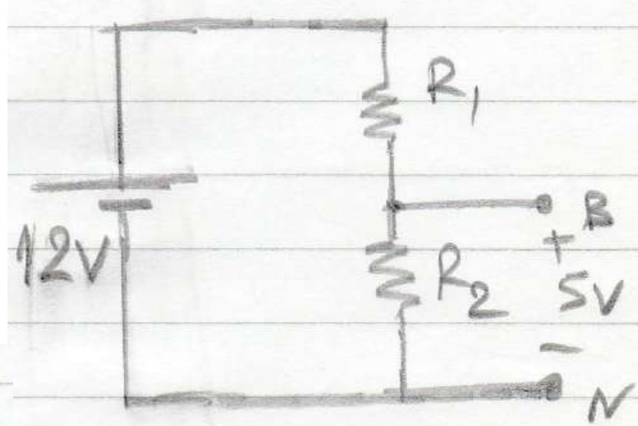


Λύση

Θα πρέπει να "φτιάξουμε" με τις R_1 και R_2 έναν διαιρέτη τάσης, ώστε μεταξύ βάσης (B) και γης (N) να έχουμε 5V, τα οποία θα τα δίνει η $V_{CC}=12V$. Δηλαδή πρέπει

$$V_{BN} = \frac{R_2}{R_1+R_2} \cdot V_{CC} = 5V \iff$$

$$\frac{R_2}{R_1+R_2} = \frac{5}{12} \quad (1)$$



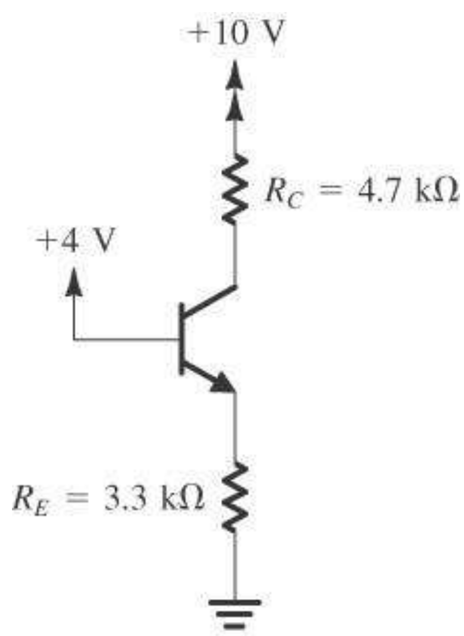
Όμως $R_1 || R_2 = \dfrac{R_1 \cdot R_2}{R_1+R_2} = 430k\Omega \quad (2)$

Άρα $(2) \xRightarrow{(1)} \frac{5}{12} R_1 = 430k\Omega \Rightarrow R_1 = 1032k\Omega$

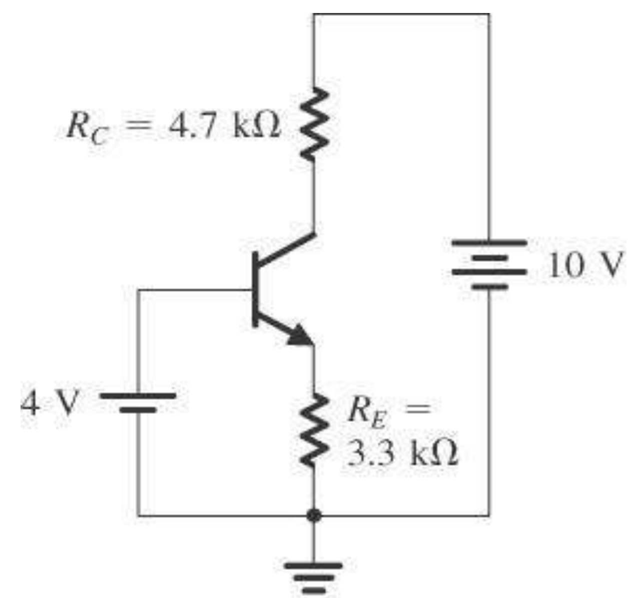
και $(1) \Rightarrow R_1 + R_2 = \frac{12}{5} R_2 \Rightarrow R_2 = \frac{5}{7} R_1 \Rightarrow R_2 = 737k\Omega$

Άσκηση

Το τρανζίστορ έχει $\beta=100$. Να βρεθούν οι τιμές των τάσεων σε όλους τους κόμβους (V_B, V_C, V_E) καθώς και οι τιμές των ρευμάτων σε όλους τους κλάδους (I_B, I_C, I_E). Υποθέστε λειτουργία του BJT στην ορθή ενεργό περιοχή.



(a)



(b)

Λύση

Επαφή BE ορθά πολωμένη (γιατί B → 4V , E → μέσω R_E γείωση)

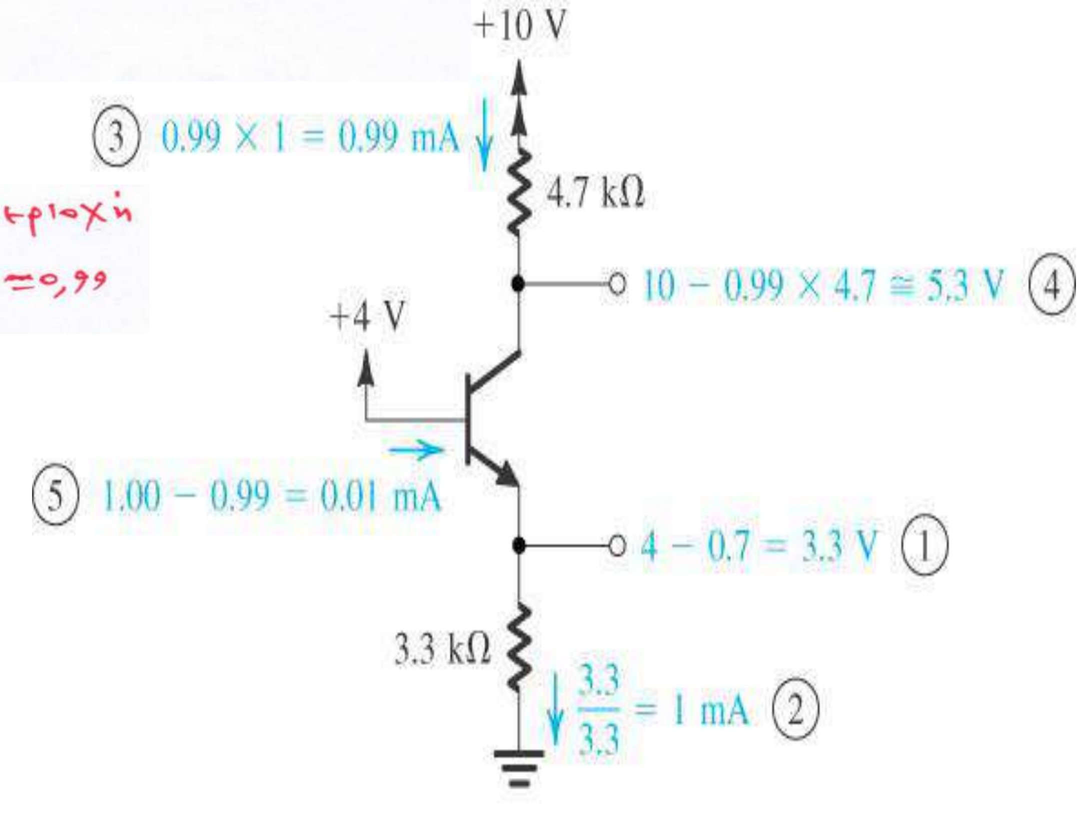
Έχω $V_{BE} = 0,7V$.

① $V_E = V_{BB} - V_{BE} = 4 - 0,7 = 3,3\,V$

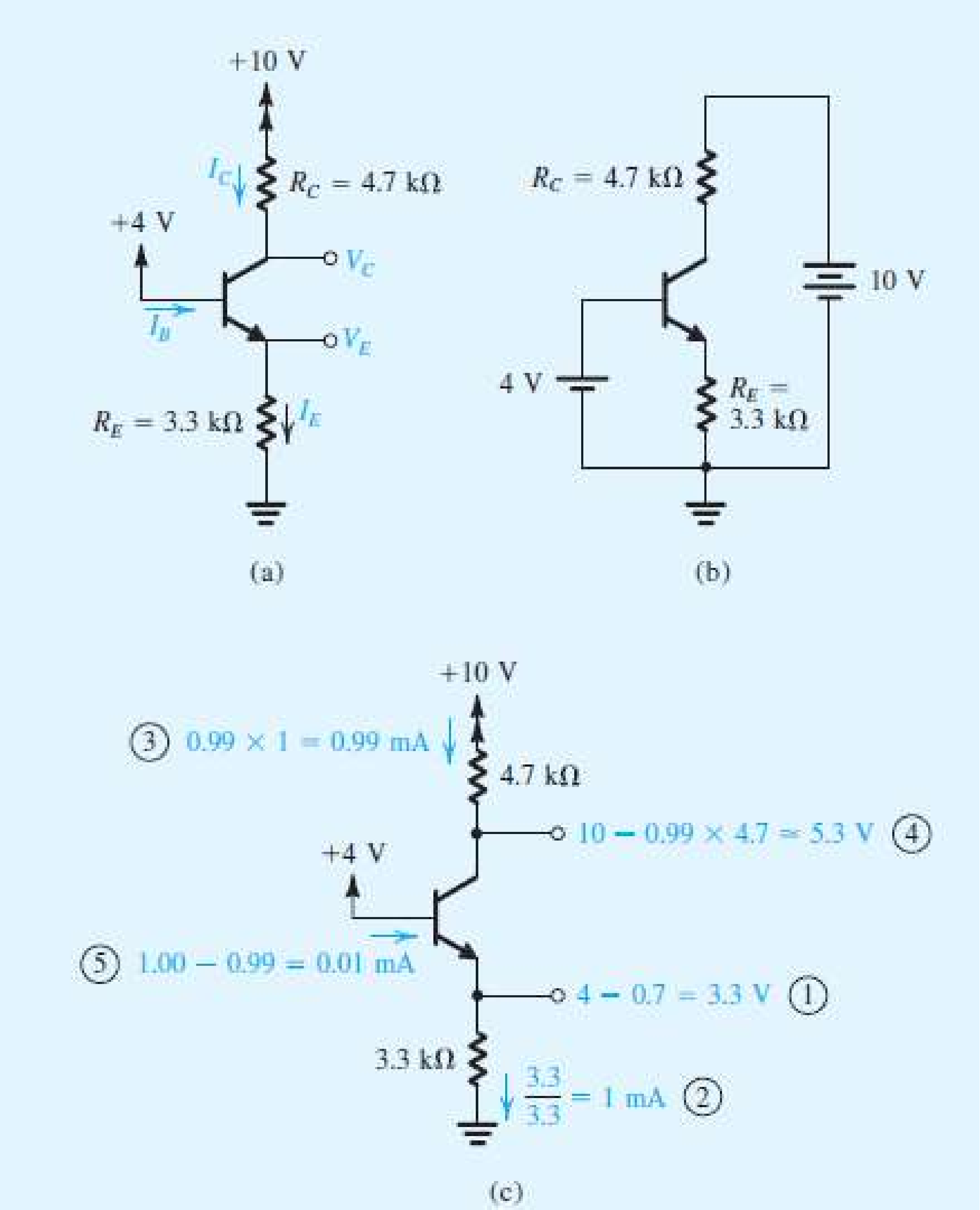
② $I_E = \frac{V_E - 0}{R_E} = \frac{3,3\,V}{3,3k\Omega} = 1mA$

Υποθέτουμε λειτουργία στην ενεργό περιοχή

Τότε $I_C = \alpha I_E$ όπου $\alpha = \frac{\beta}{\beta+1} = \frac{100}{101} \simeq 0,99$

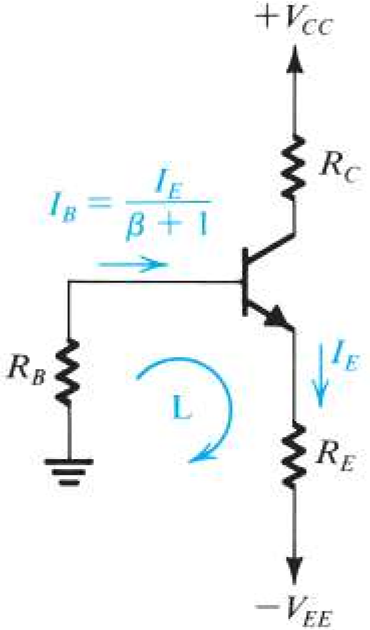


(c)



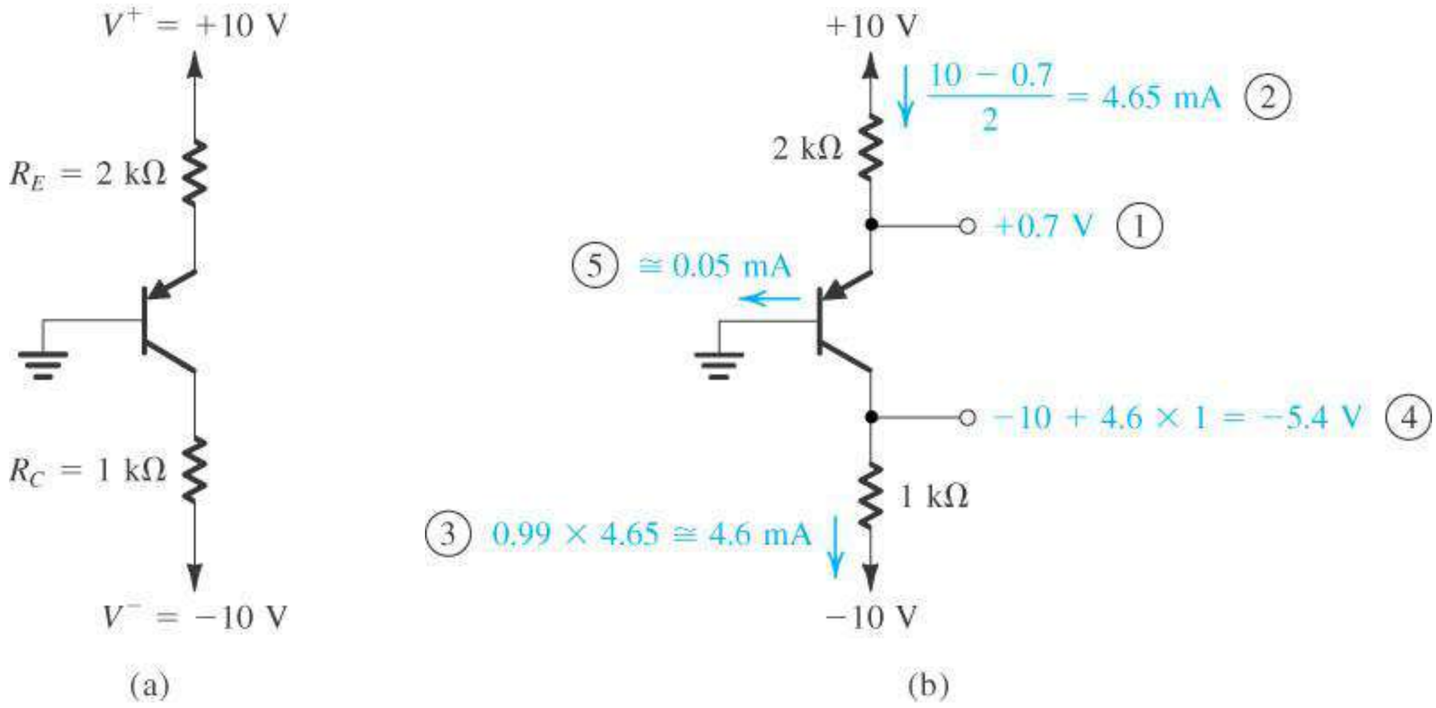
+10 V
I_C
R_C = 4.7 kΩ
+4 V
V_C
I_B
V_E
R_E = 3.3 kΩ
I_E
(a)
R_C = 4.7 kΩ
10 V
4 V
R_E =
3.3 kΩ
(b)
+10 V
3 0.99 × 1 = 0.99 mA
4.7 kΩ
10 − 0.99 × 4.7 = 5.3 V 4
+4 V
5 1.00 − 0.99 = 0.01 mA
4 − 0.7 = 3.3 V 1
3.3 kΩ
$\frac{3.3}{3.3}$ = 1 mA 2
(c)

Άσκηση



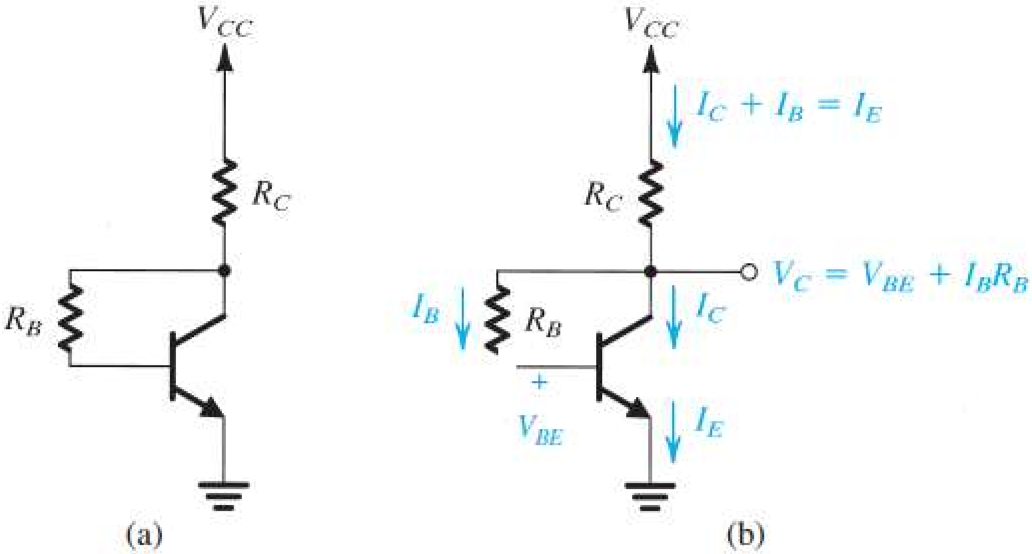
$$I_E = \frac{V_{EE} - V_{BE}}{R_E + R_B/(\beta + 1)}$$

Άσκηση



$V^+ = +10$ V
$R_E = 2$ kΩ
$R_C = 1$ kΩ
$V^- = -10$ V
(a)
+10 V
$\frac{10 - 0.7}{2} = 4.65$ mA (2)
2 kΩ
+0.7 V (1)
(5) ≅ 0.05 mA
$-10 + 4.6 \times 1 = -5.4$ V (4)
1 kΩ
(3) $0.99 \times 4.65 \cong 4.6$ mA
−10 V
(b)

Άσκηση



$$V_{CC} = I_E R_C + I_B R_B + V_{BE}$$
$$= I_E R_C + \frac{I_E}{\beta + 1} R_B + V_{BE}$$

$$I_E = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_C + R_B/(\beta + 1)}$$

$$V_{CB} = I_B R_B = I_E \frac{R_B}{\beta + 1}$$

BJT στην ορθή ενεργό περιοχή

$$i_C = I_S e^{v_{BE}/V_T}$$

$$i_B = \frac{i_C}{\beta} = \left(\frac{I_S}{\beta}\right) e^{v_{BE}/V_T}$$

$$i_E = \frac{i_C}{\alpha} = \left(\frac{I_S}{\alpha}\right) e^{v_{BE}/V_T}$$

Note: For the *pnp* transistor, replace v_{BE} with v_{EB}.

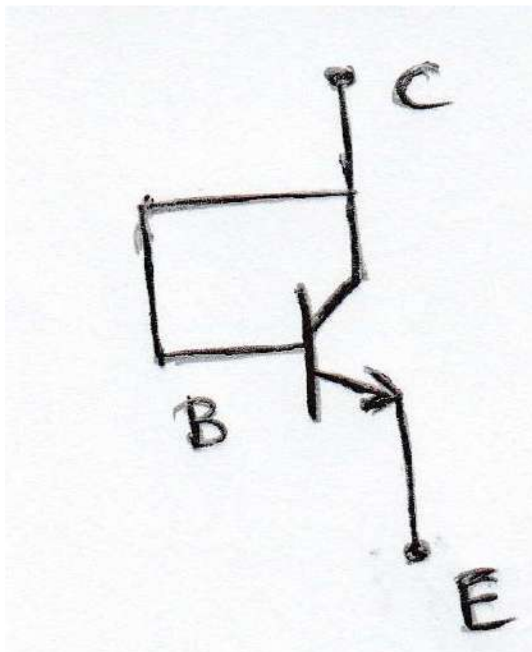
$$i_C = \alpha i_E \qquad\qquad i_B = (1-\alpha) i_E = \frac{i_E}{\beta+1}$$

$$i_C = \beta i_B \qquad\qquad i_E = (\beta+1) i_B$$

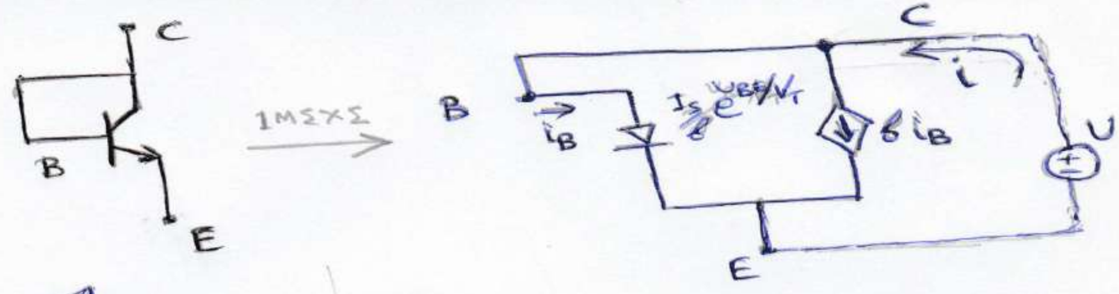
$$\beta = \frac{\alpha}{1-\alpha} \qquad\qquad \alpha = \frac{\beta}{\beta+1}$$

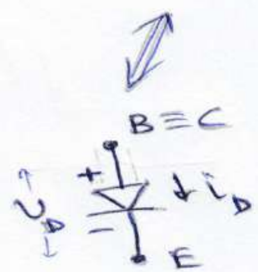
$$V_T = \text{thermal voltage} = \frac{kT}{q} \simeq 25 \text{ mV at room temperature}$$

Το BJT ως δίοδος



Το BJT ως δίοδος





$$\boxed{i_D = I_{SD}\, e^{v_D/V_T}} \qquad (1)$$

Έχουμε:

$$\left.\begin{aligned} i &= i_B + \beta i_B = (1+\beta)\, i_B \\ i_B &= \frac{I_S}{\beta}\, e^{v/V_T} \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$i = \frac{1+\beta}{\beta}\, I_S\, e^{v/V_T} \rightarrow$$

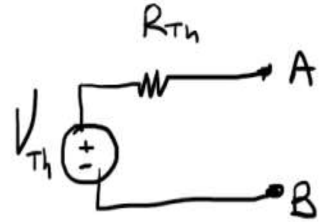
$$i = \frac{1}{\alpha}\, I_S\, e^{v/V_T} \rightarrow$$

$$\boxed{i = \frac{I_S}{\alpha}\, e^{v/V_T}} \qquad (2)$$

Από τις (1) και (2) προκύπτει ότι αποτελεί δίοδο με ρεύμα κόρου $\frac{I_S}{\alpha}$

Τετάρτη 17|3|2021

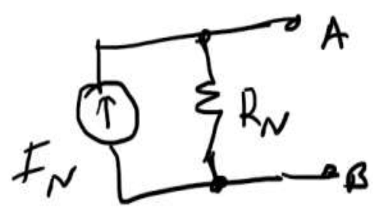
Θεωρ. Thevenin



$V_{Th} = I_N R_N$

Θεωρ. Norton

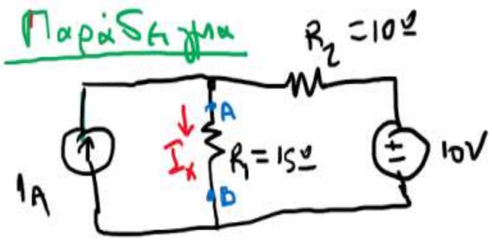
Ισοδυναμία πηγών.



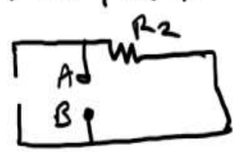
$R_N = R_{Th}$

$I_N = \dfrac{V_{Th}}{R_{Th}}$

Παράδειγμα



α) Προσδιορισμός R_{Th}: Μηδενίζουμε όλες τις ανεξάρτητες πηγές
[V → βραχ.(—), I → ανοιχτ. (- -)]



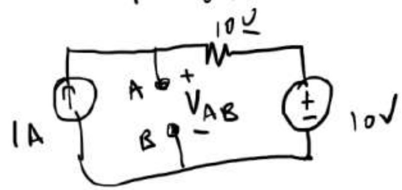
$R_{Th} = R_2 = 10\,\Omega$

17/03/2021

Microsoft Whiteboard

(K)

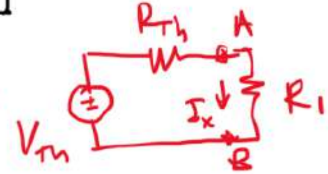
δ) Προσδιορισμός V_{Th}: Είναι $V_{Th} = V_{AB}$



$V_{AB} = (1A)\cdot(10\Omega) + 10V = 20V$

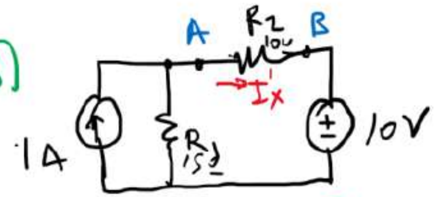
Άρα $V_{Th} = 20V$

(K) ⟺



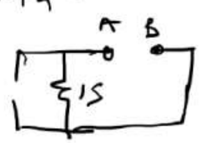
$I_x = \frac{V_{Th}}{R_{Th}+R_1} \Rightarrow \boxed{I_x = 0{,}8A}$

(B)

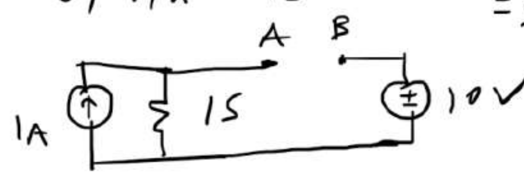


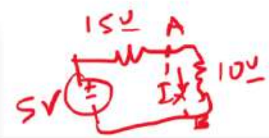
$I_x' = ;$ (K')

α) $R_{Th} = 15\Omega$



β) $V_{Th} = V_{AB} = V_A - V_B = 15V - 10V = 5V$





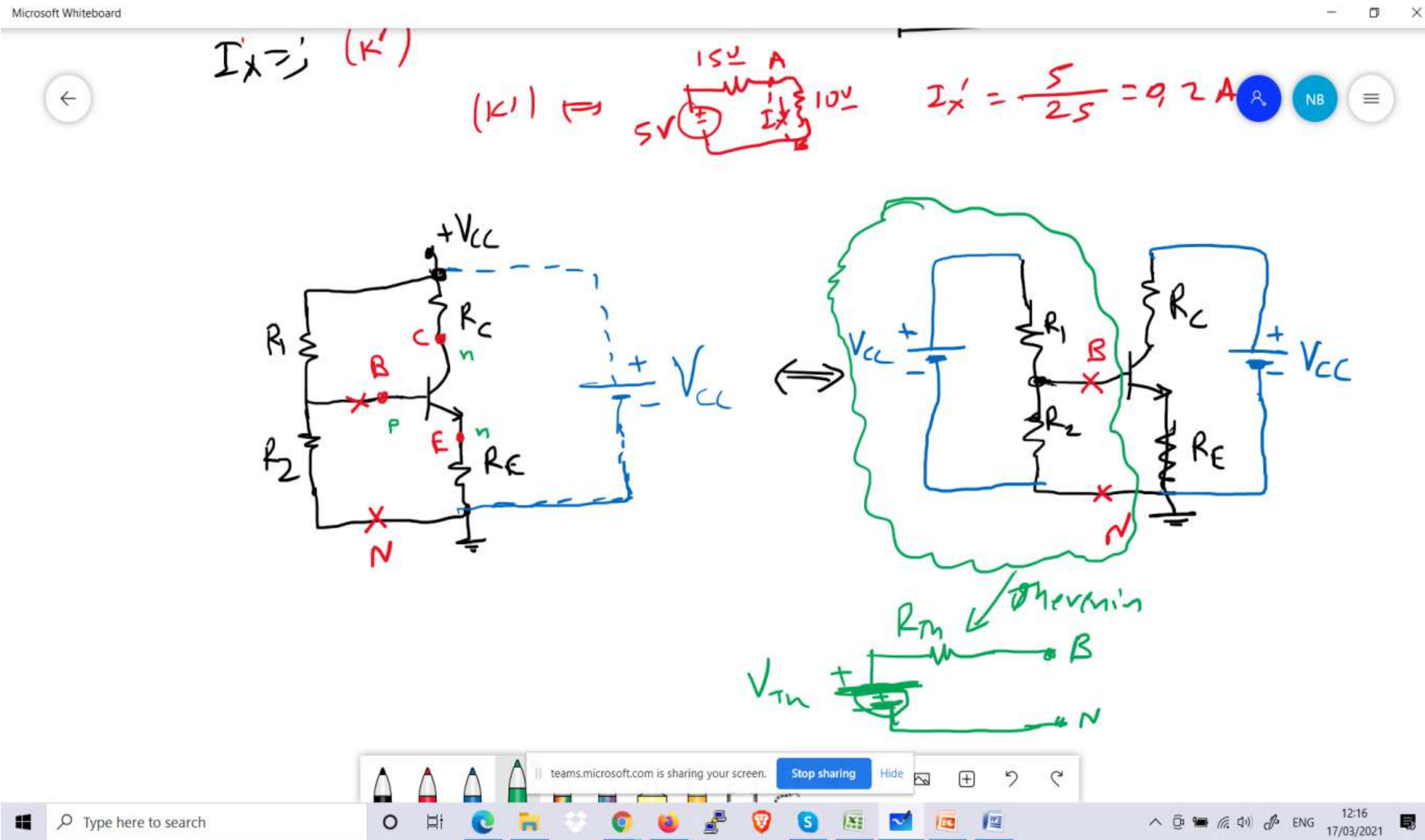
$I_x' = \frac{5}{25} = 0{,}2A$

_H_I_ασκήσεις_...

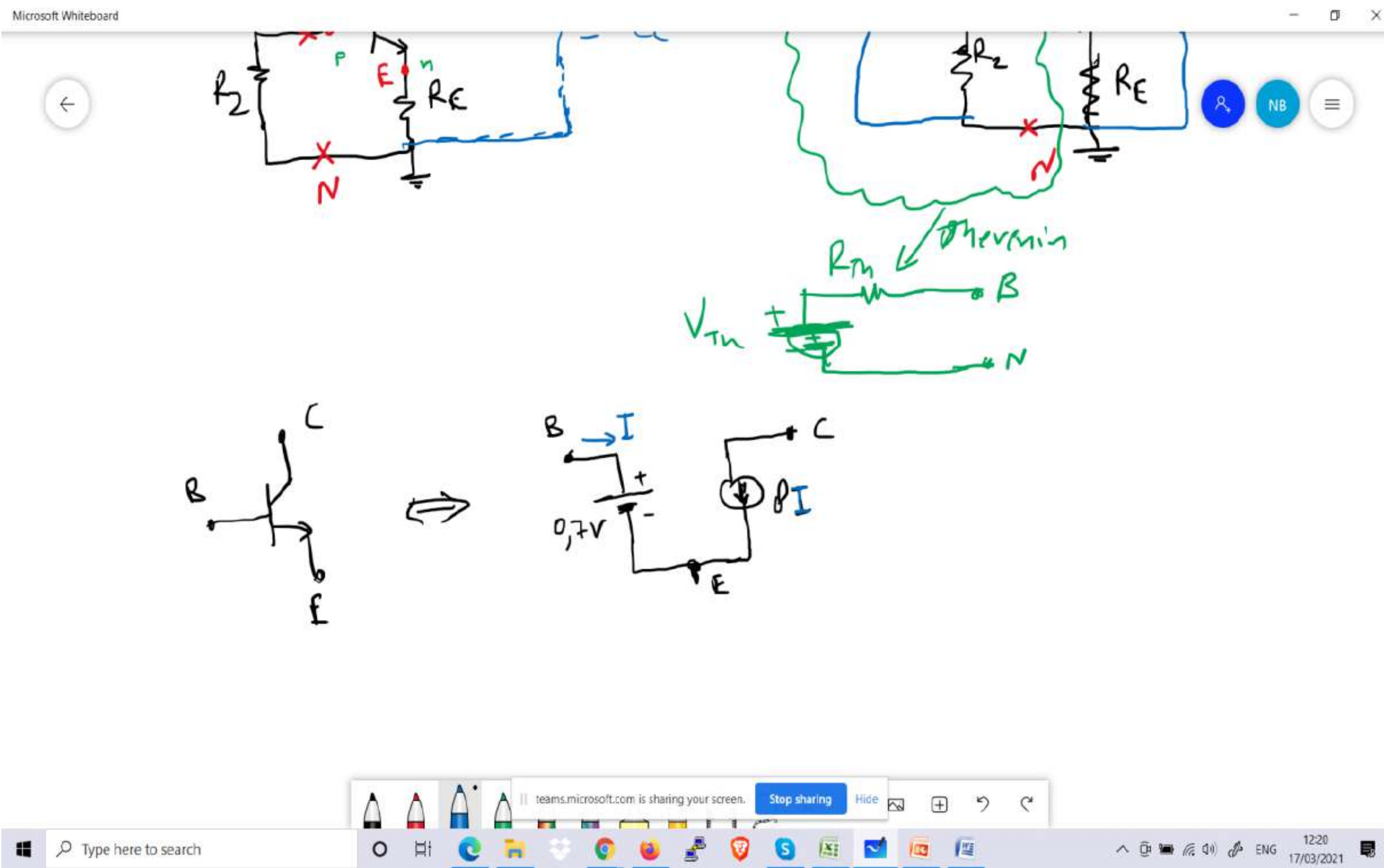
icrosoft.com is sharing your screen. Stop sharing Hide

Type here to search

ENG 12:09 17/03/2021


Microsoft Whiteboard
$I_x' = ;$ (K')
(K') ⟺
15Ω A
10Ω
5V
I_x'
$I_x' = \frac{5}{25} = 0,2$ A
+Vcc
R_1
R_c
C
B
R_2
E
R_E
N
Vcc
R_1
R_2
R_c
R_E
Thevenin
R_{Th}
V_{Th}
teams.microsoft.com is sharing your screen.
Stop sharing
Hide
Type here to search
ENG
12:16
17/03/2021

17/03/2021


Microsoft Whiteboard
R_2
p
E
n
R_E
N
R_2
R_E
N
Thevenin
R_{Th}
V_{Th}
B
N
C
B
E
B
I
C
0,7V
βI
E
teams.microsoft.com is sharing your screen.
Stop sharing
Hide
Type here to search
ENG
12:20
17/03/2021

18/03/2021

Microsoft Whiteboard

Πέμπτη 18/3/2021

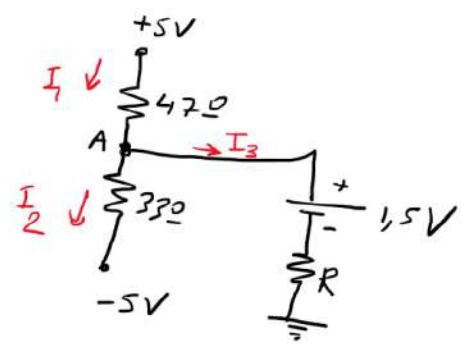
$V_A = 0,5V$ $\quad R = ;$

$$I_1 = \frac{5-V_A}{47} = \frac{4,5}{47}\,A$$

$$I_2 = \frac{V_A-(-5)}{33} = \frac{5,5}{33}\,A$$

$$I_3 = I_1 - I_2 = \left(\frac{4,5}{47} - \frac{5,5}{33}\right) A$$

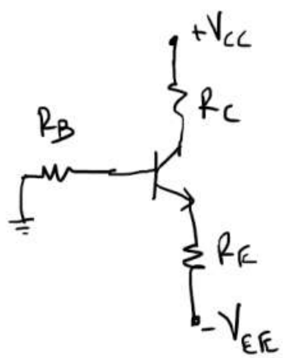
$$V_A = 1,5 + I_3 \cdot R \rightarrow R \approx 14\,\Omega$$

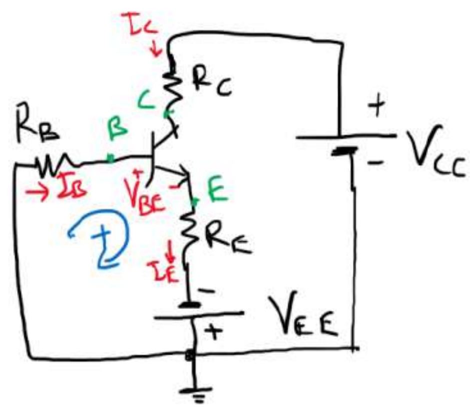


18/03/2021

$$I_3 = I_1 - I_2 = \left(\frac{1{,}5}{47} - \frac{1{,}5}{33}\right) A$$

$$V_A = 1{,}5 + I_3 \cdot R \rightarrow \boxed{R \approx 14\ \Omega}$$





$$\left.\begin{aligned} V_{EE} - V_{BE} &= I_B R_B + I_E R_E \\ I_B &= \frac{I_E}{\beta+1} \end{aligned}\right\} \Rightarrow I_E = \frac{V_{EE} - V_{BE}}{\frac{R_B}{\beta+1} + R_E}$$