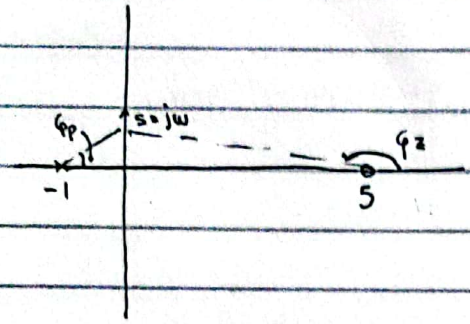
Δευτέρα, 05/12/2022

$$G(s) = \frac{s-5}{(s+1)^2}$$



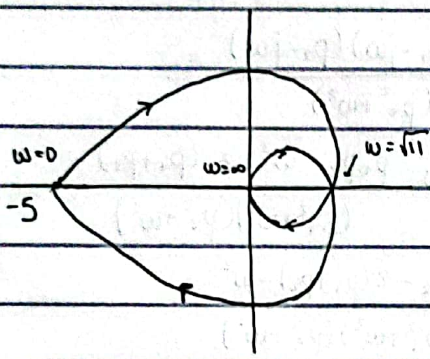
$$\arg(G(j\omega)) = \underbrace{\varphi_z(\omega) - 2\varphi_p(\omega)}$$

γν. φθίνουσα συνάρτηση του ω $(0, \infty)$

$90^\circ \leq \varphi_z \leq 180^\circ$ (ξεκινά από 180° κ' μειώνεται)

$0 \leq \varphi_p < 90^\circ$

↳ αυξάνεται



$$G(j\omega) = \frac{j\omega - 5}{(j\omega+1)} = \frac{(j\omega-5)(1-j\omega)^2}{(1+\omega^2)^2} =$$

$$= \frac{[(1-\omega^2)-2j\omega](j\omega-5)}{(1+\omega^2)^2} =$$

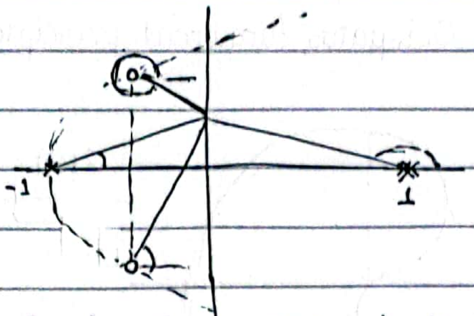
$$= \frac{-5(1-\omega^2)+2\omega^2}{(1+\omega^2)^2} + j\omega\,\frac{1-\omega^2+10}{(1+\omega^2)^2}$$

$$= -\frac{5-7\omega}{(1+\omega^2)^2} + j\omega\,\frac{11-\omega^2}{(1+\omega^2)^2}$$

$$G(j\sqrt{11}) = -\frac{5-77}{12^2}$$

$$G(s) = \frac{s^2+s+1}{(s-1)^2(s+1)}$$

$$\Delta = 1-4=-3, \quad -\frac{1}{2} \pm j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

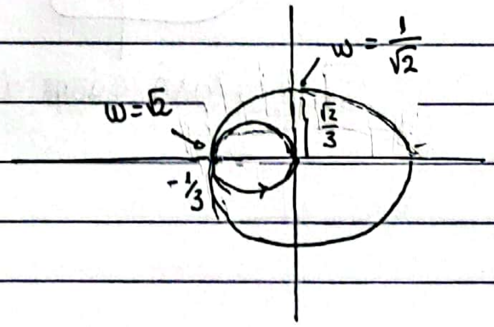


$G(0)=1$, $G(j\infty) = 0\angle -90^\circ$ (180° από μηδεν., -270° από πόλους)

$$G(j\omega) = \frac{1-\omega^2+j\omega}{(-1+j\omega)^2(1+j\omega)} = \frac{1}{1+\omega^2} \cdot \frac{(1-\omega^2)+j\omega}{1-j\omega} =$$

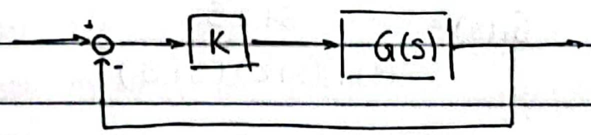
$\hookrightarrow (-1-\omega^2)(-1+j\omega)$

$$= \frac{1}{1+\omega^2} \cdot \frac{(1+j\omega)\left[(1-\omega^2)+j\omega\right]}{1+\omega^2} = \frac{1-2\omega^2}{(1+\omega^2)^2} + j\omega\frac{2-\omega^2}{(1+\omega^2)^2}$$

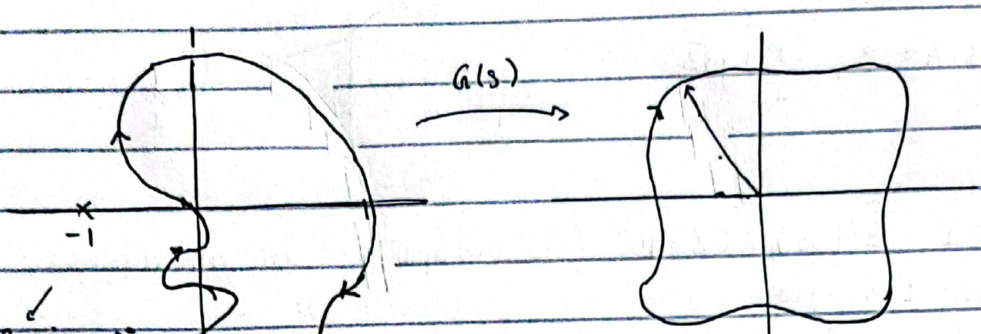


$$G\left(\frac{j}{\sqrt{2}}\right) = \frac{j}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2-\frac{1}{2}}{\left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$G(j\sqrt{2}) = \frac{1-4}{3^2} = \frac{-1}{3}$$

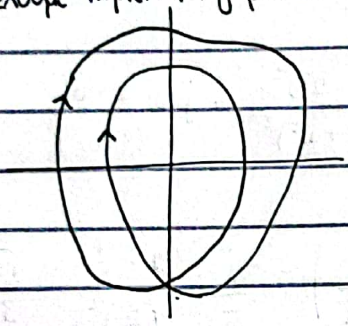


Κανόνας Ορίσματος (argument principle)

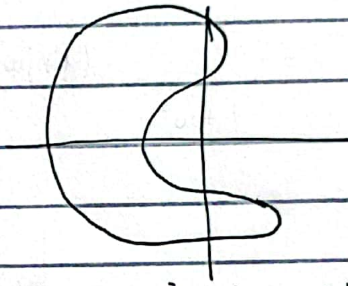


Μεταβ. φάσης: 0°
(δεν ανήκει
στο εσ. της καμπ.)
↳ ~~δεν έχουμε περιέλιξη γύρω από το 0°~~

Μεταβολή φάσης: 360°



Μεταβολή φάσης
2·360°

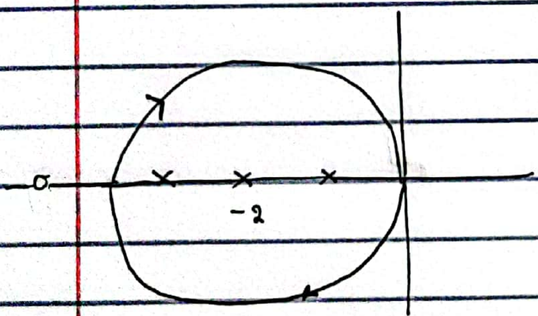


Μεταβολή φάσης: 0°

$$G(s) = \frac{1}{s+1}$$

$$\arg G(s) = -\arg(1+s)$$

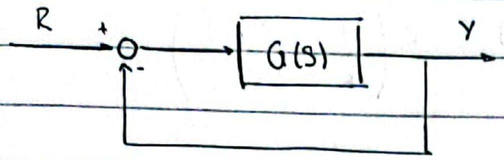
$$G(s) = \frac{s+5}{(s+1)(s+2)(s+3)} \qquad G_1(s) = \frac{s+2.5}{(s+1)(s+2)(s+3)}$$



$$\arg G(s) = \arg(s+5) - \big(\arg(s+1) + \arg(s+2) + \arg(s+3)\big)$$

$$\arg G_1(s) = \arg(s+2.5) - \big(\arg(s+1) + \arg(s+2) + \arg(s+3)\big)$$

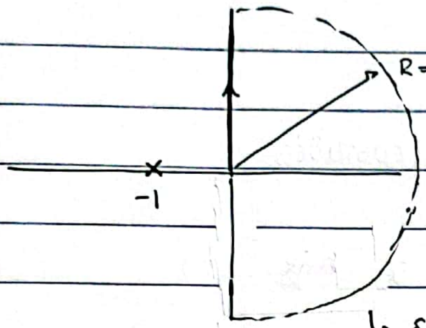
Κανόνας Ορίσματος: αρ. περιελίξεων γύρω από το (0,0) της G(s), καθώς το s διατρέχει μια κλειστή καμπύλη
= αρ. μηδενικών μέσα στην καμπύλη − αρ. πόλων μέσα στην καμπύλη



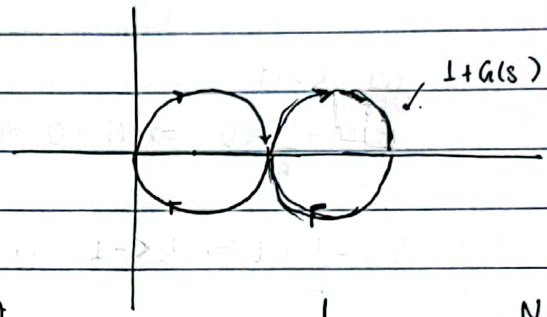
$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)}$$

$$1+G(s) = 1+\frac{N(s)}{D(s)} = \frac{N(s)+D(s)}{D(s)}$$

$$G(s) = \frac{1}{s+1}$$

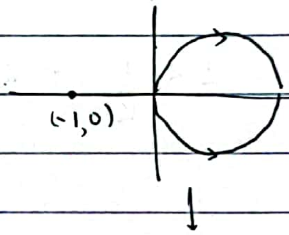


G(s) ⇝



↳ διαδρομή Nyquist

$s = Re^{j\varphi}$, $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ (μειούμενο)



↓ ευσταθές

N=0

P=0

Z=0 ασταθείς πόλοι

$$G(s) = \frac{1}{s+1} = \frac{1}{1+Re^{j\varphi}} \simeq \frac{1}{R}e^{-j\varphi} \to 0$$

τα μηδενικά της $1+G$ ≡ πόλοι της ΣΜ κλ. βρόχου

οι πόλοι της $1+G$ ≡ πόλοι της ΣΜ αν. βρόχου

αρ. περιελίξεων γύρω από το (0,0) της $1+G(s)$ καθώς το S διατρέχει τη διαδρομή Nyquist = $\underbrace{\text{αρ. μηδενικών της } 1+G \text{ στο δεξί μιγαδικό ημ.}}_{Z}$ − $\underbrace{\text{αρ. πόλων της } 1+G \text{ στο δεξί μιγαδικό ημ.}}_{P}$

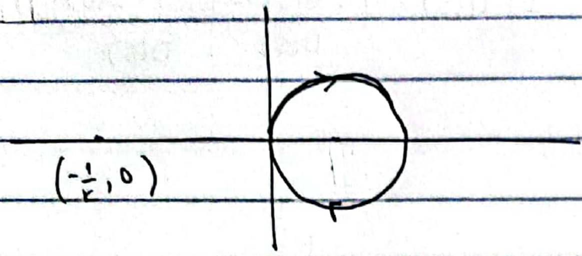
αρ. πόλων της ΣΜ κλ. βρόχου στο δεξί μιγαδικό ημ. (στο εσωτερικό της διαδρομής Nyquist) = αρ. περιελίξεων γύρω από το (0,0) της $1+G(s)$ $(1+kG(s))$ καθώς το S διατρέχει τη διαδρ. Nyquist + αρ. πόλων της G(s) μέσα στη διαδρομή (ασταθείς)

||

αρ. περιελίξεων γύρω από το $(-1,0)$ $(-1/k, 0)$ της G(s), καθώς το S διατρέχει τη διαδρομή Nyquist

$$\boxed{Z = N + P}$$

$$1+KG(s) = 1+K\frac{N(s)}{D(s)} = \frac{D(s)+KN(s)}{D(s)} = K\left(\frac{1}{K} + \frac{N(s)}{D(s)}\right)$$



για $K>0$

$\Leftrightarrow -\frac{1}{K}<0 \Rightarrow N=0 \Rightarrow Z=N+P=0$ ευσταθές

$0<-\frac{1}{K}<1 \Leftrightarrow K<-1 \Rightarrow N=1 \Rightarrow Z=1$ ασταθής πόλος

$1<-\frac{1}{K} \Leftrightarrow -1<K<0 \Rightarrow N=0 \Rightarrow Z=0$ ευσταθές