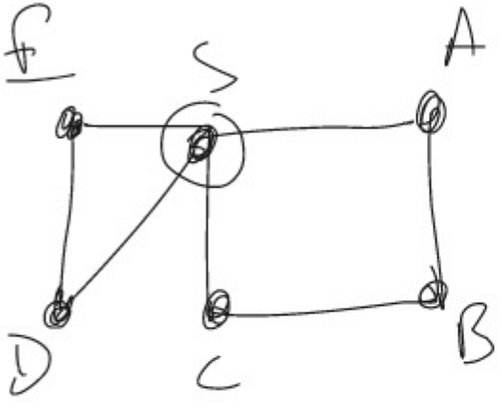
Συντομότερα μονοπάτια

- Χωρίς βάρη στις ακμές.

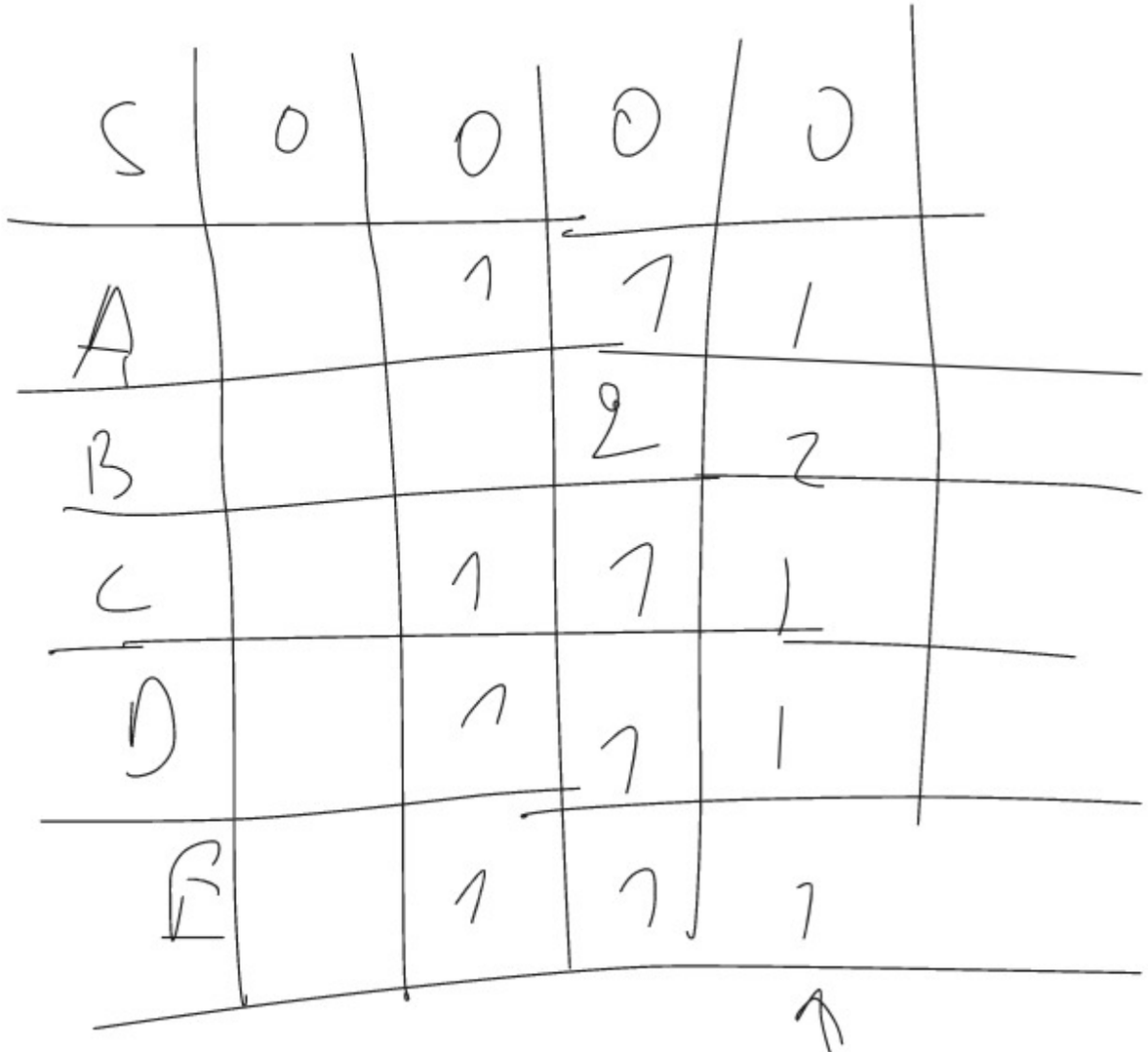


$dist_S(u)$ = απόσταση του u από το S.

---

for every $(u,v) \in E$

$$dist(v) = \min\{dist(v), dist(u)+1\}$$

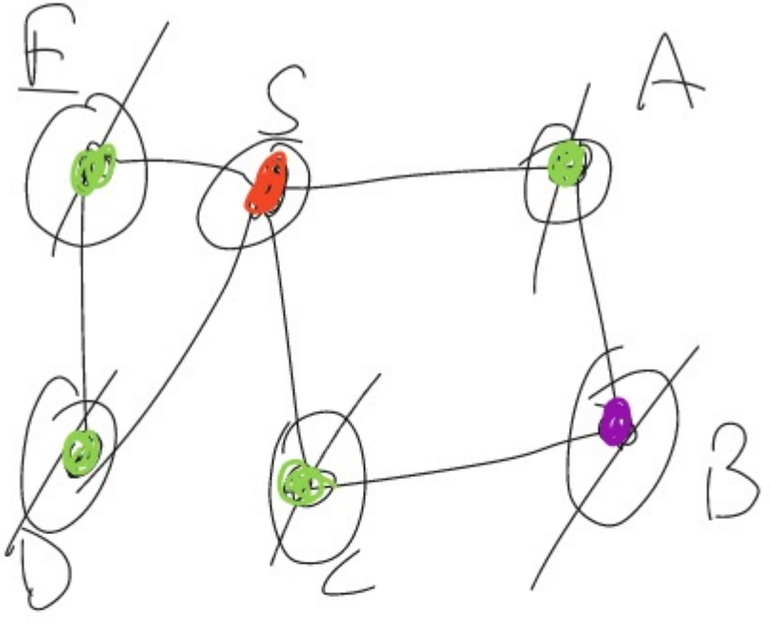


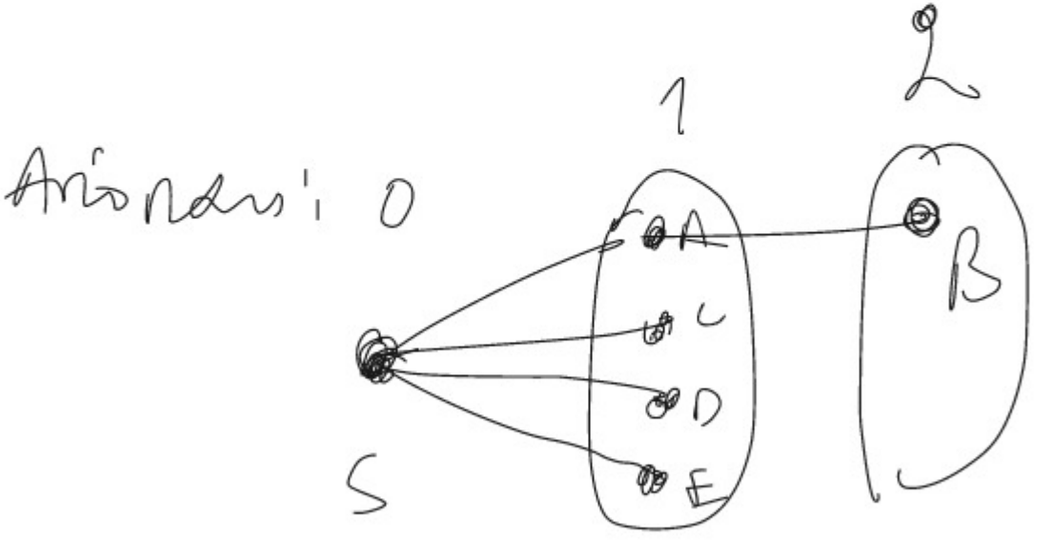
$O(n \cdot m)$

$\downarrow m = n^2$

$O(n^3)$

↑ explicación





Shortest Paths (G, s): (BFS)

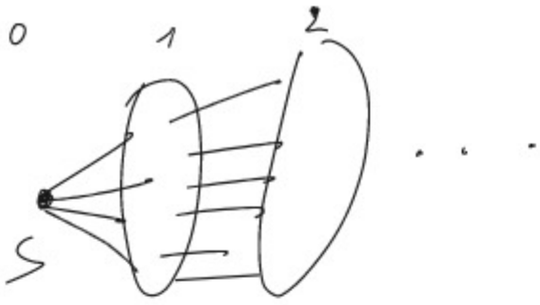
Είσοδος: $G=(V,E)$, $s \in V$

Έξοδος: Η απόσταση των κορυφών από την s

```
for every u ∈ V
    dist(u) = ∞
    (prev(u) = NIL)

dist(s) = 0
Q = [s]   (ουρά με περιεχόμενο την s)
while Q ≠ ∅
    u = eject(Q)
    for every (u,v) ∈ E
        if dist(v) = ∞
            inject(Q, v)
            dist(v) = dist(u) + 1
            (prev(v) = u)
```

$O(|V| + |E|)$



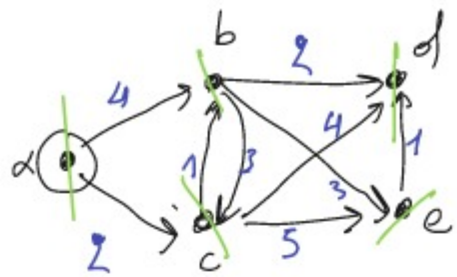
Για κάθε $d = 0, 1, 2, \ldots$ υπάρχει στην ουρά

1) έχουμε βρει τις αποστάσεις όλων των κορυφών που απέχουν απόσταση $\leq d$ από την s

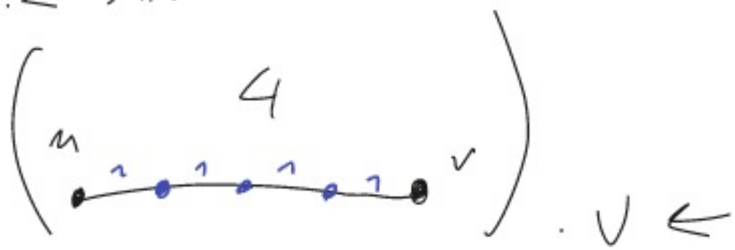
2) όλες οι άλλες κορυφές έχουν απόσταση ∞

3) και η ουρά περιέχει μόνο τις κορυφές που έχουν απόσταση d (ακριβώς).

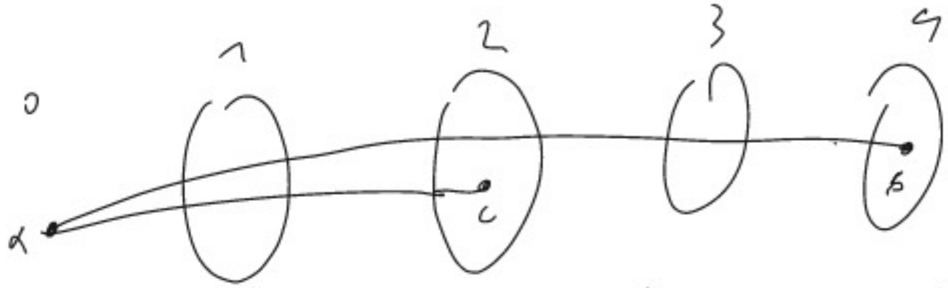
• Μη θετικά βάρη στις ακμές.



$l: E \to \mathbb{N}^+$



$\cdot V \leftarrow$



for every $(v,u) \in E$

if $dist(u) > dist(v) + l(v,u)$

$dist(u) = dist(v) + l(v,u)$.

A	0	0	0	0
B	4	3	3	3
C	2	2	2	2
D		6	5	5
E		7	7	7

Dijkstra (G, ℓ, s):

Είσοδος: $G=(V,E)$, $\ell: E \to \mathbb{N}^+$, $s \in V$

Έξοδος: $dist_s(u)$, $u \in V$

```
for every u ∈ V
    dist(u) = ∞
    prev(u) = NIL
dist(s) = 0
H = makequeue(V)   (ουρά προτεραιότητας με τις dist ως προτεραιότητα)
while H ≠ ∅
    u = deletemin(H)
    for every (u,v) ∈ E
        if dist(v) > dist(u) + ℓ(u,v)
            dist(v) = dist(u) + ℓ(u,v)
            prev(v) = u
            decreasekey(H,v)
```

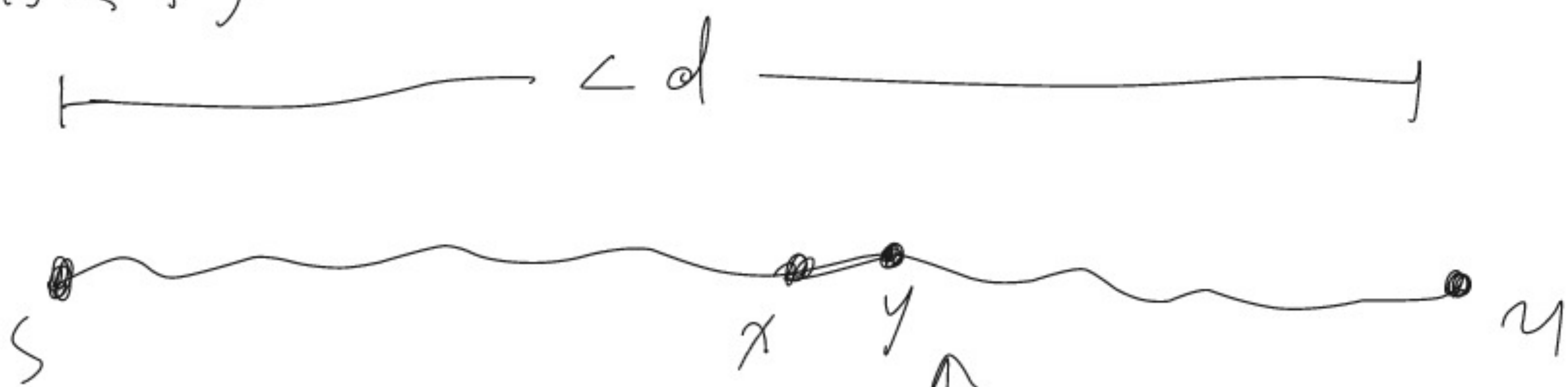
χρόνος: $O(\log|V| \cdot (|V|+|E|))$

Ορθότητα Dijkstra!

Α.ν.δ.ο. για κάθε $u \in V$ που βγαίνει από την ουρά η απόσταση έχει οριστεί σωστά

Απόδ.

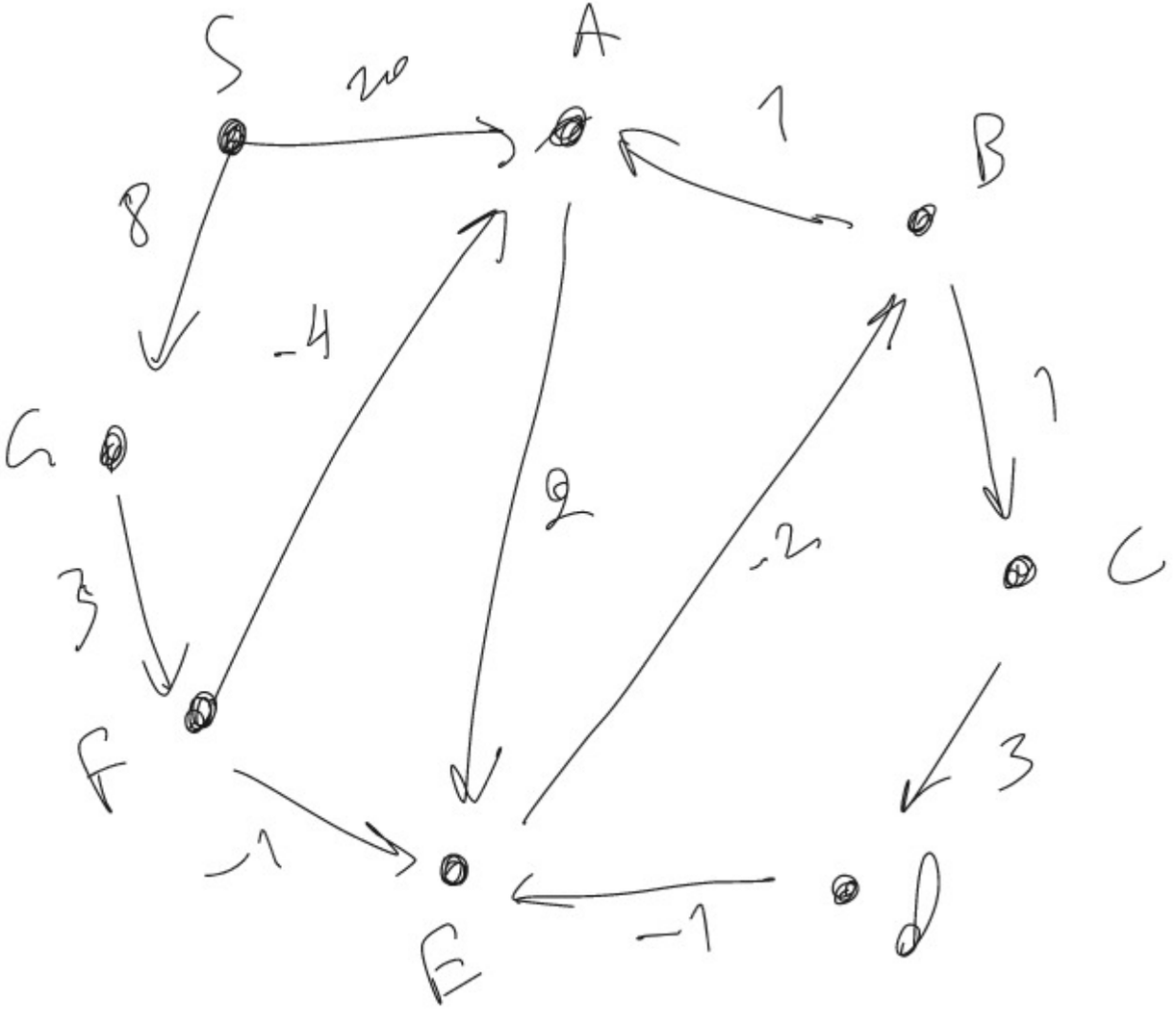
Έστω (προς άτοπο) ότι η u είναι η 1η κορυφή με την οποία δε ισχύει αυτό και έστω d η απόσταση που του έχει ορίσει ο Dijkstra. (δηλ. $dist_s(u) < d$).



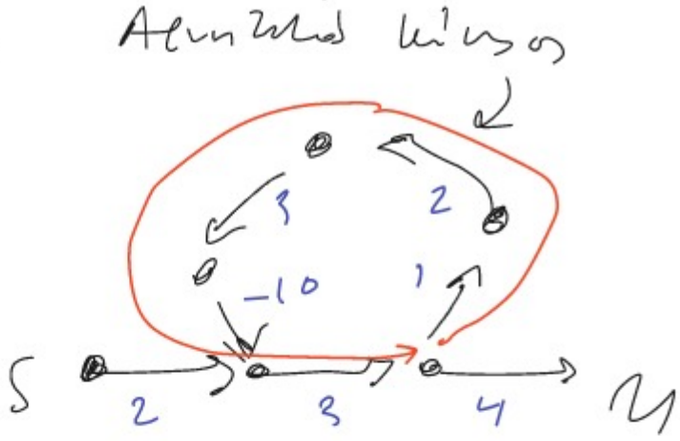
κορυφή που θα βγει από την ουρά μετά την u που βρίσκεται πιο κοντά στην s..

Άτοπο..

• Με αντίθετα βάρη στα ακμές (χωρίς αρνητικούς κύκλους)



Αρνητικός κύκλος



Bellman-Ford (G, ℓ, s):

Είσοδος: $G=(V,E)$, $\ell: E \to \mathbb{Z}$, s (χωρίς αρνητικούς κύκλους)

Έξοδος: $dist_s(u)$, $u \in V$

for every $u \in V$

$dist(u) = \infty$

$prev(u) = NIL$

$dist(s) = 0$

for $i = 1, \dots, |V|-1$

for every $(u,v) \in E$

if $dist(v) > dist(u) + \ell(u,v)$

$dist(v) = dist(u) + \ell(u,v)$

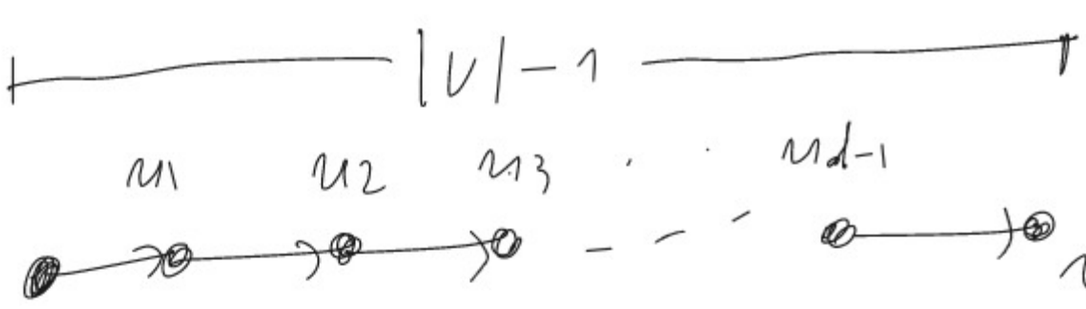
$prev(v) = u$

} update $(u,v) \in E$

χρόνος $O(n \cdot m)$

$n = |V|$

$m = |E|$



S