

## Οδηγίες Επίλυσης Θεμάτων στην Λογική Σχεδίαση

### **Υλοποίηση ακολουθιακού κυκλώματος δοθέντος διαγράμματος κατάστασης**

Σε αυτήν την περίπτωση το πρώτο πράγμα που κάνουμε είναι την κατασκευή πίνακα κατάστασης.

Αυτός ο Πίνακας Κατάστασης αρχίζει με το σημαντικότερο ψηφίο και τελειώνει με την είσοδο σε κάθε κατάσταση (η σειρά που βάζουμε είναι τέτοια που βοηθάει στην γρήγορη κατασκευή πινάκων Καρνό *χωρίς αυτό να σημαίνει ότι κανείς δεν μπορεί να το υλοποιήσει διαφορετικά*). Αν έχουμε 3 ψηφία ( $Q_A, Q_B, Q_C$ ) τότε έχουμε 16 συνολικές καταστάσεις αφού στον πίνακα έχουμε ουσιαστικά 4 ψηφία ( $Q_A, Q_B, Q_C, X$  όπου  $X$ =είσοδος). Αν έχουμε δύο ψηφία τότε  $Q_A, Q_B, X$  άρα 8 συνολικές καταστάσεις. Αν έχουμε ένα ψηφίο  $Q_A, X$  έχουμε 4 συνολικές καταστάσεις. (Συνήθως στα θέματα βάζουν 3 ψηφία).

**Παρατήρηση:** Οι συνολικές καταστάσεις δεν σημαίνει ότι όλες χρησιμοποιούνται από το ακολουθιακό κύκλωμα παρόλα αυτά όλες πρέπει να γράφονται στον πίνακα καταστάσεων. Και ονομάζονται αχρησιμοποίητες καταστάσεις.

Ο τρόπος που συμπληρώνουμε τις αρχικές καταστάσεις είναι τελείως μηχανικός, απλά τα βάζουμε όλα με την σειρά. Ο αλγόριθμος είναι πάρα πολύ απλός, αρχίζουμε από το τελευταίο σημαντικό ψηφίο και εναλλάσσουμε 0 & 1, στο επόμενο ψηφίο εναλλάσσουμε 0 & 1 κατά 2 όμως καταστάσεις, στο επόμενο κατά 4, στο επόμενο κατά 8 κτλ. π.χ.

$Q_A$	$Q_B$	$Q_C$	$X$
0	0	0	0
0	0	0	1
0	0	1	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	0	1
0	1	1	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	0	1
1	1	1	0
1	1	1	1

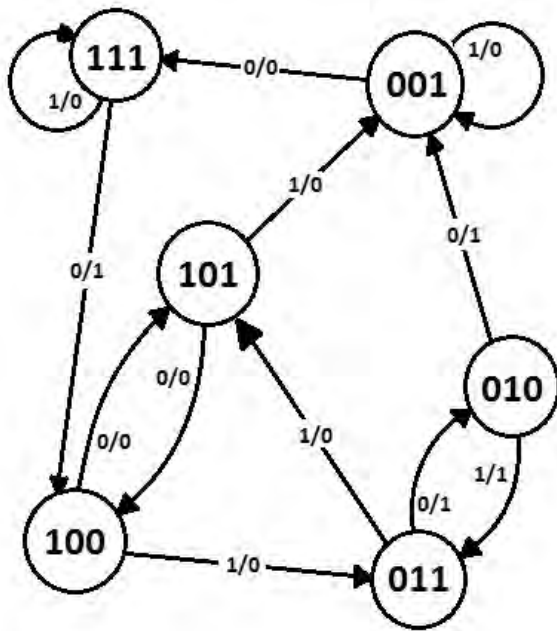
Στις επόμενες στήλες του πίνακα θα βάλουμε τις καταστάσεις που προκύπτουν από το διάγραμμα που δίνεται (προφανώς για την κατάσταση των Q και X της γραμμής που εξετάζουμε). Τα βελάκια που υπάρχουν στο διάγραμμα έχουν κάποιες ενδείξεις της μορφής 1/0 ή 0/0 κτλ αυτά είναι ουσιαστικά X/Y όπου X η είσοδος και Y η έξοδος. **(Σε κάποιες εξεταστικές έχουν μπει θέματα που δεν είχαν έξοδο Y σε αυτήν την περίπτωση παραλείπεται η Y στήλη).**

Άρα δημιουργούμε πίνακα:

Q <sub>A</sub>	Q <sub>B</sub>	Q <sub>C</sub>	X	Q <sup>*</sup> <sub>A</sub>	Q <sup>*</sup> <sub>B</sub>	Q <sup>*</sup> <sub>C</sub>	Y
.	.	.	.	.	.	.	.

Αφού έχουμε συμπληρώσει αυτές τις στήλες ουσιαστικά μόνο κοιτώντας το διάγραμμα παρατηρούμε ότι υπάρχουν αρχικές καταστάσεις που δεν απεικονίζονται από το διάγραμμα καταστάσεων.

π.χ.



Για Q<sub>A</sub>Q<sub>B</sub>Q<sub>C</sub>=000, και Q<sub>A</sub>Q<sub>B</sub>Q<sub>C</sub>=110 (και ανεξάρτητα προφανώς της τιμής της εισόδου)

Σε αυτές τις γραμμές έχουμε καταστάσεις αδιαφορίας δηλαδή μπορεί να πάρουν οποιαδήποτε τιμή. Στον πίνακα συμβολίζουμε συνήθως με x **(Προσοχή δεν έχει καμία σχέση με την είσοδο απλά μας λέει ότι μπορεί η συγκεκριμένη θέση να πάρει τιμή 0 ή 1).**

Έτσι για το δεδομένο παράδειγμα (θα έχουμε για το 000):

Q <sub>A</sub>	Q <sub>B</sub>	Q <sub>C</sub>	X	Q <sup>*</sup> <sub>A</sub>	Q <sup>*</sup> <sub>B</sub>	Q <sup>*</sup> <sub>C</sub>	Y
0	0	0	0	x	x	x	x
0	0	0	1	x	x	x	x

Έπειτα στα θέματα θα λέει για κάθε Q τί flip-flop χρησιμοποιείται (με βάση τους συμβολισμούς του παρόντος εγγράφου  $Q_A$  το πιο σημαντικό ψηφίο και  $Q_C$  το λιγότερο σημαντικό).

Έτσι στις επόμενες στήλες θα πρέπει να μούν οι αντίστοιχες τιμές των μεταβλητών των φλιπ-φλοπ που αντιστοιχούν στις αλλαγές των καταστάσεων που προκύπτουν.

Για D flip-flop:

Q	$Q^*$	D
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Για J-K flip-flop:

Q	$Q^*$	J	K
0	0	0	x
0	1	1	x
1	0	x	1
1	1	x	0

Για T flip-flop:

Q	$Q^*$	T
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Με αυτόν τον τρόπο έχουμε ολοκλήρωση τον πίνακα καταστάσεων που θα έχει μία τέτοια μορφή:

$Q_A$	$Q_B$	$Q_C$	X	$Q_A^*$	$Q_B^*$	$Q_C^*$	Y	$T_A$	$T_B$	$T_C$	$D_C$
0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	x	1
0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	x	1
0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	x	1
0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	x	0
0	1	0	0	x	x	x	x	x	x	x	x
0	1	0	1	x	x	x	x	x	x	x	x
0	1	1	0	1	0	1	1	1	x	1	1
0	1	1	1	1	1	1	0	1	x	0	1
1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	x	1
1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	x	0
1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	x	1
1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	x	1
1	1	0	0	x	x	x	x	x	x	x	x
1	1	0	1	x	x	x	x	x	x	x	x
1	1	1	0	0	0	0	0	1	x	1	0
1	1	1	1	0	0	1	1	1	x	1	1

Έπειτα συνήθως ζητάει βέλτιστη υλοποίηση, αυτό πρακτικά σημαίνει χάρτης Καρνό.

Λόγω της εναλλαγής του Χάρτη Καρνό στο 11 και 10. Έχουμε το εξής για μία υποτιθέμενη  $Z_x$  μεταβλητή ενός flip-flop:

$Q_A$	$Q_B$	$Q_C$	$X$	$Z_x$
0	0	0	0	$w_0$
0	0	0	1	$w_1$
0	0	1	0	$w_2$
0	0	1	1	$w_3$
0	1	0	0	$w_4$
0	1	0	1	$w_5$
0	1	1	0	$w_6$
0	1	1	1	$w_7$
1	0	0	0	$w_8$
1	0	0	1	$w_9$
1	0	1	0	$w_{10}$
1	0	1	1	$w_{11}$
1	1	0	0	$w_{12}$
1	1	0	1	$w_{13}$
1	1	1	0	$w_{14}$
1	1	1	1	$w_{15}$

Πίνακας Καρνό:

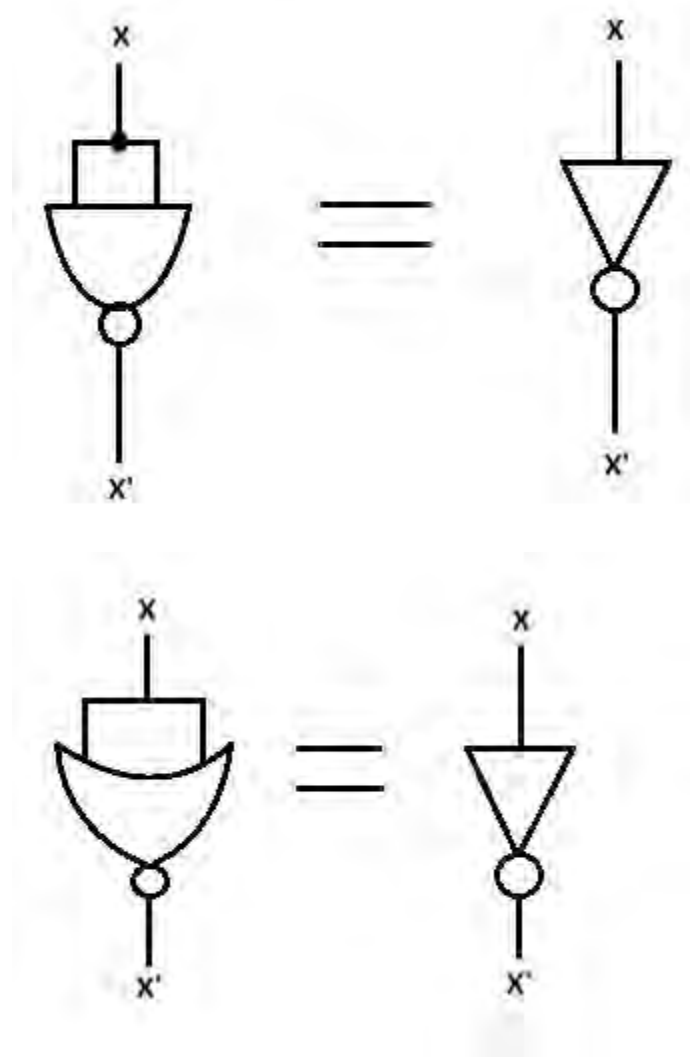
$Q_A Q_B$		$Q_C X$			
		00	01	11	10
Εναλλαγή στην 3 <sup>η</sup> γραμμή	00	$w_0$	$w_1$	$w_3$	$w_2$
	01	$w_4$	$w_5$	$w_7$	$w_6$
	11	$w_{12}$	$w_{13}$	$w_{15}$	$w_{14}$
	10	$w_8$	$w_9$	$w_{11}$	$w_{10}$

Εναλλαγή στην 4<sup>η</sup> γραμμή

Δηλαδή στην ομαδοποίηση που ακολουθούμε παίρνουμε ανά τετράδες τα  $w$  για κάθε γραμμή στο Καρνό αλλάζουμε την σειρά του 3<sup>ου</sup> και 4<sup>ου</sup> στοιχείου τους (π.χ.  $w_2$  &  $w_3$ ,  $w_6$  &  $w_7$ ,  $w_{10}$  &  $w_{11}$ ,  $w_{14}$  &  $w_{15}$ ). Αλλά επιπλέον αλλάζουμε και τις τετράδες βάζουμε την 4<sup>η</sup> τετράδα στην 3<sup>η</sup> γραμμή και την 3<sup>η</sup> τετράδα στην 4<sup>η</sup> γραμμή του Καρνό. (Προσοχή για να

ισχύει αυτή η κωδικοποίηση θα πρέπει να έχουν την δοθείσα σειρά οι μεταβλητές στον χάρτη Καρνό όπως φαίνεται στο σχήμα (δηλαδή  $Q_A Q_B$  συμβολίζονται οι γραμμές και  $Q_C X$  οι στήλες του) ή να είναι κατά αντιστοιχία σε σειρά αν ακολουθήσετε άλλη σειρά στον πίνακα καταστάσεων).

Γενική παρατήρηση στην περίπτωση που λέει να υλοποιήσουμε με *NAND* ή *NOR* χωρίς την χρήση συμπληρωματικού ισχύουν πάντα:



Προσοχή αυτά χρησιμοποιούνται για τα συμπληρώματα της εισόδου για τα συμπληρώματα των  $Q$  απλά λέμε ότι τα παίρνουμε από τις εξόδους των *flip-flop* που χρησιμοποιούνται.

Σε περίπτωση υλοποίησης με *NAND* ή *NOR* απευθείας από τον Καρνό βγάζουμε αποτέλεσμα.

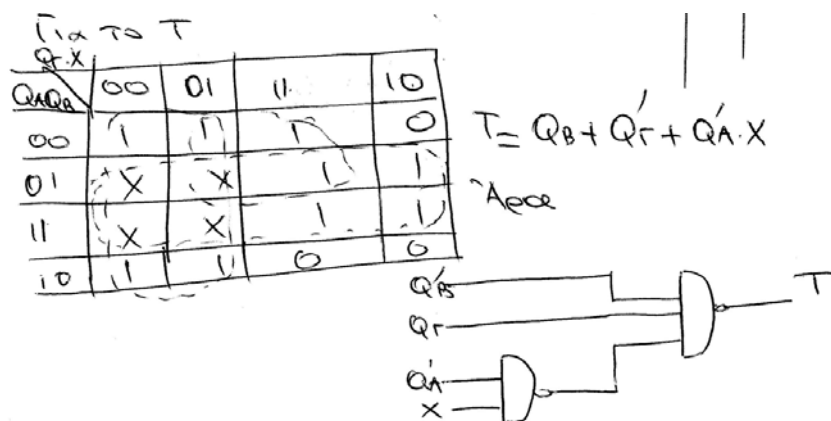
## Για NAND

ομαδοποιούμε τους άσσους, και επειδή θέλουμε βέλτιστα αρχίζουμε από τον πιο απομονωμένο (ή απομονωμένους) άσσο (ή άσσους).

**Προσοχή ομαδοποιούμε κατά 2αδες, 4αδες, 8αδες κλπ και πάντα συμπεριλαμβάνουμε για τα περισσότερα x που μπορούμε για να ομαδοποιήσουμε τους απομονωμένους άσσους**

Π.χ.

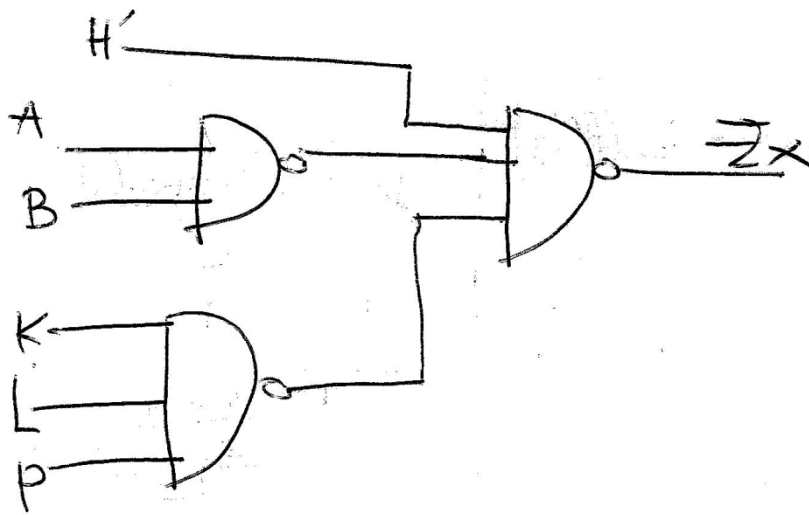
$Q_A$	$Q_B$	$Q_C$	$X$	$T_A$
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	X
0	1	0	1	X
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	X
1	1	0	1	X
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1



Γενικά αφού ομαδοποιήσουμε θα έχουμε μια μορφή:

$$Z_x = H + AB + KLP + \dots$$

Τότε έχουμε την υλοποίηση:



Σε περίπτωση που έχει μόνο ένα ψηφίο (όπως πχ το H) συνδέουμε απευθείας το συμπληρωματικό του στο τελικό NAND

### Υλοποίηση με NOR

Εδώ ομαδοποιούνται τα μηδενικά.

Π.χ.

$Q_A$	$Q_B$	$Q_C$	X	$\bar{X}$
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	X
0	1	0	1	X
0	1	1	0	X
0	1	1	1	X
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	X
1	1	0	1	X
1	1	1	0	X
1	1	1	1	X

Για το J

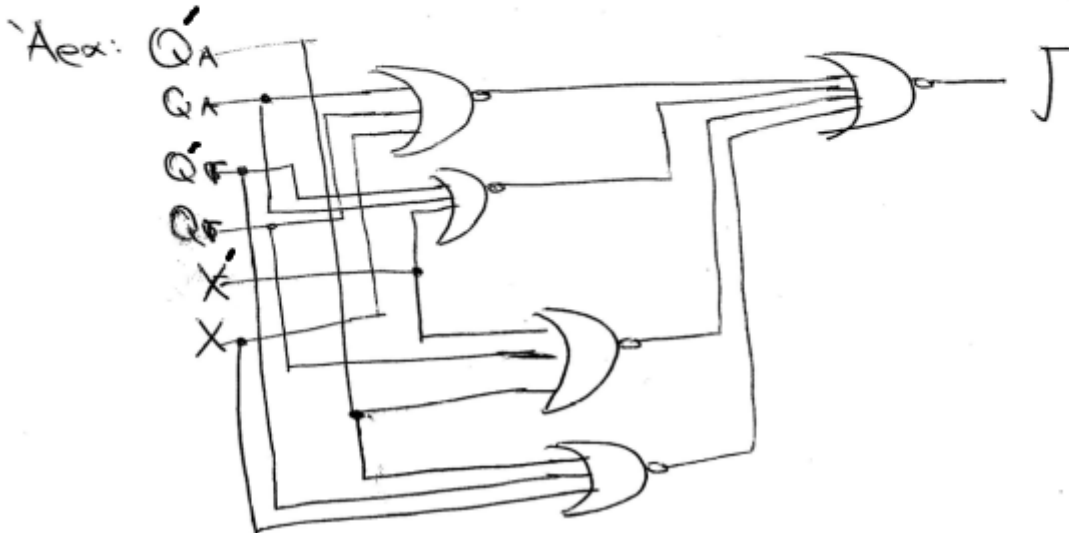
$Q_A Q_B \backslash Q_C X$	00	01	11	10
00	0	1	0	1
01	X	X	X	X
11	X	X	X	X
10	1	0	1	0

και κάνω καρνό στα καρτίνια.

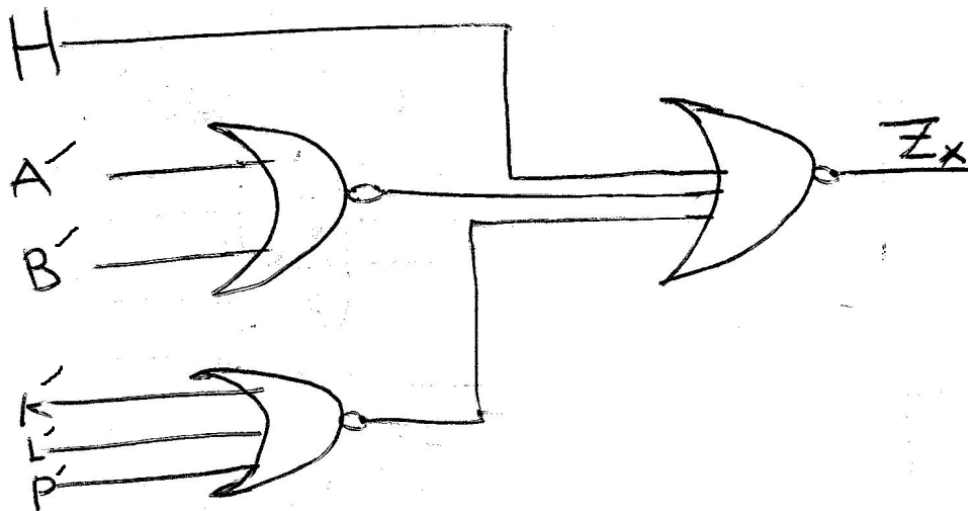
$$J' = Q_C' \cdot X' Q_A' + Q_A' \cdot Q_C X + Q_A Q_C' X + Q_A Q_C X'$$

Άρα:

$$J = (Q_C' X' Q_A' + Q_A' \cdot Q_C X + Q_A Q_C' X + Q_A Q_C X')$$



Γενικά προκύπτει :  $Z_X' = H + AB + KLP + \dots$  Τότε:



### Υλοποίηση με οικονομικότερο πολυπλέκτη

Κάνεις Καρνό για να δεις από ποιες μεταβλητές εξαρτάται, έστω εξαρτάται από N μεταβλητές. Μετά πίνακα αληθείας με αυτές τις μεταβλητές. Έπειτα βάζεις τις N-1 πρώτες μεταβλητές από τον πίνακα αληθείας ως οδηγητές του πολυπλέκτη και την τελευταία μεταβλητή (μπαλαντέρ) όπου χρειάζεται στην είσοδο του πολυπλέκτη. Αν ανεξάρτητα από τον μπαλαντέρ για συγκεκριμένες τιμές των οδηγητών η έξοδος είναι ίδια (είτε 0 είτε 1) βάζεις απευθείας στην είσοδο την τιμή (είτε 0 είτε 1).

Ουσιαστικά ο οικονομικότερος πολυπλέκτης είναι  $MUX 2^{N-1} \times 1$ .



Π.χ.

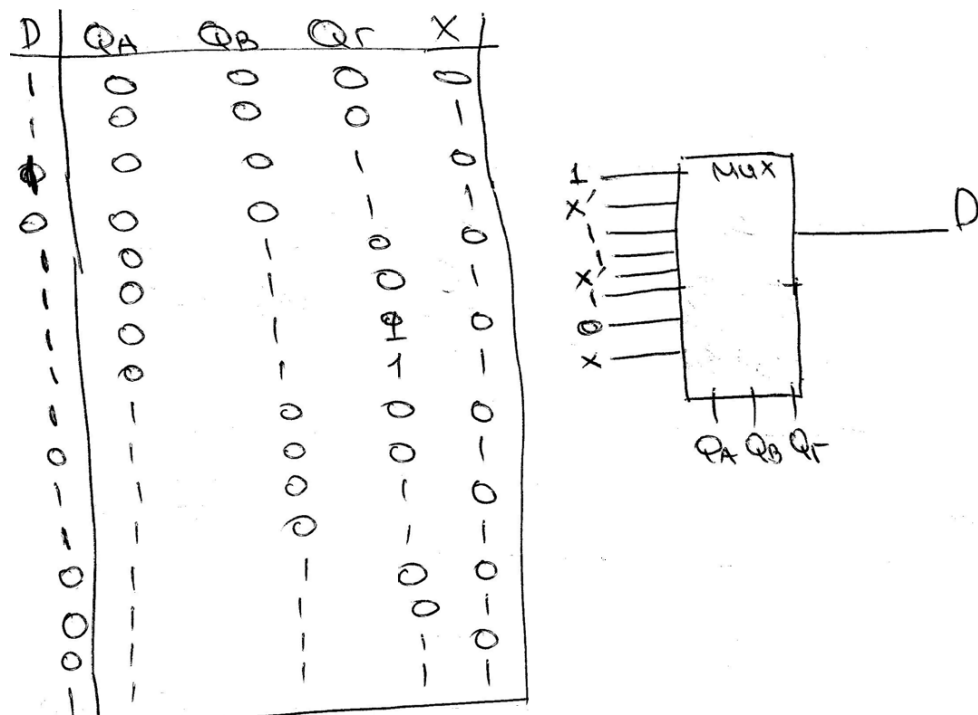
$Q_A$	$Q_B$	$Q_T$	$X$	$D_T$
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	X
0	1	0	1	X
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	X
1	1	0	1	X
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

Για το D:

$Q_A Q_B$	$Q_T X$	00	01	11	10
00	00	1	1	0	1
01	01	X	X	1	1
11	11	X	X	1	0
10	10	1	0	1	1

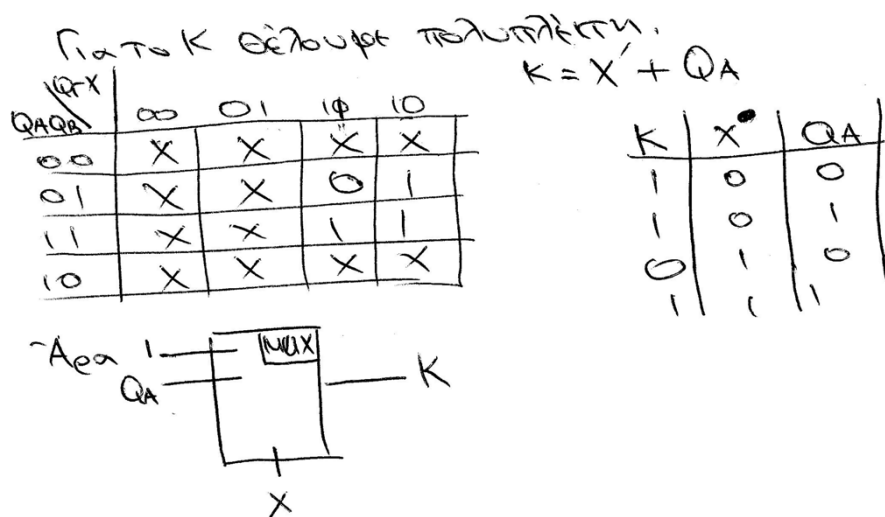
$$D = Q_B X + Q_A Q_T + Q_A Q_B + Q_A Q_T X$$

Το D εξαρτάται  
και από τις  
4 μεταβλητές:



Άλλο παράδειγμα:

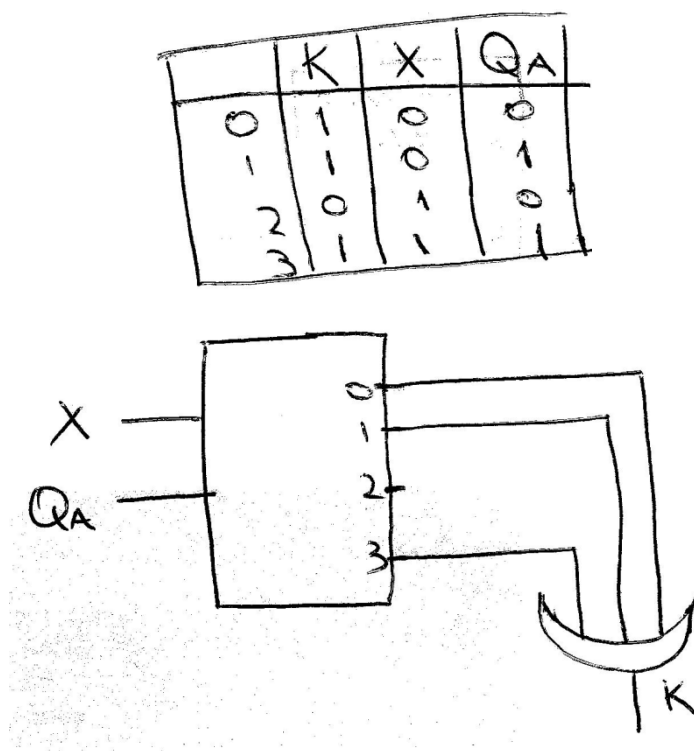
Q <sub>A</sub>	Q <sub>B</sub>	Q <sub>C</sub>	X	K <sub>B</sub>
0	0	0	0	X
0	0	0	1	X
0	0	1	0	X
0	0	1	1	X
0	1	0	0	X
0	1	0	1	X
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	X
1	0	0	1	X
1	0	1	0	X
1	0	1	1	X
1	1	0	0	X
1	1	0	1	X
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1



## Υλοποίηση με αποκωδικοποιητή (ROM)

Συνήθως ζητείται για τα Y (Μπορεί να ζητηθεί και για άλλες μεταβλητές). Αν δίνει για πόσες μεταβλητές το ζητάει (συνήθως για 4) βάζουμε για όλες τις τιμές των  $Q_A, Q_B, Q_C, X$  τον πίνακα αληθείας και μετά απλώς παίρνουμε τις εξόδους του αποκωδικοποιητή που είναι άσσοι στον πίνακα αλήθειας και τους περνάμε από πύλη OR. Σε περίπτωση που ζητάει το βέλτιστο θέλει Καρνό για να βρεις τις μεταβλητές από τις οποίες εξαρτάται. Έπειτα πίνακα αληθείας για αυτές τις τιμές και μέσω αυτού κάνουμε την ίδια διαδικασία.

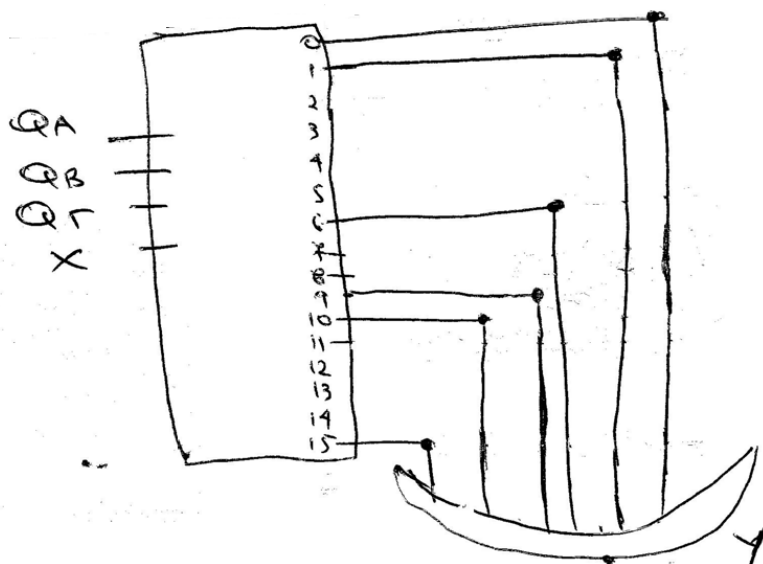
Π.χ. Για το K του προηγούμενου ερωτήματος:



Άλλο παράδειγμα:

Q <sub>A</sub>	Q <sub>B</sub>	Q <sub>Γ</sub>	X	Y
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	X
0	1	0	1	X
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	X
1	1	0	1	X
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

Για το Y.



Συνήθως τελευταίο ερώτημα ρωτάει: «Ελέγξτε αναλυτικά τί θα συμβεί αν το σύστημα βρεθεί σε αχρησιμοποίητη κατάσταση. Υπάρχουν αρνητικές επιπτώσεις στην περίπτωση αυτή; Αιτιολογήστε την απάντησή σας. Σε κάθε περίπτωση, πώς αποφεύγονται οι αρνητικές επιπτώσεις;»

Επειδή έχουμε υλοποιήσει βέλτιστα τις μεταβλητές, έχουμε δώσει άσσους ή μηδενικά αντίστοιχα σε τιμές αδιαφορίας  $x$  του πίνακα καταστάσεως σε αχρησιμοποίητες καταστάσεις. Στο ερώτημα αυτό θα πρέπει να βρει κανείς με βάση την συμπλήρωση του πίνακα κατάστασης που πηγαίνουμε αν εκκινήσουμε από αχρησιμοποίητη κατάσταση (κάθε μία χωριστά και προφανώς δεν απαιτείται να συμπληρώσουμε όλον τον πίνακα αλλά μόνο τις αχρησιμοποίητες καταστάσεις). Αν λοιπόν από αχρησιμοποίητη κατάσταση πάμε πάλι σε αχρησιμοποίητη κατάσταση έχουμε πρόβλημα καθώς αυτό δημιουργεί έναν ατέρμονα βρόχο, για να αντιμετωπιστεί αυτό θα πρέπει «τοπικά» να αλλάξουμε την τιμή κάποιας μεταβλητής ώστε να μεταπηδάμε σε χρησιμοποιήσιμη κατάσταση.

Προφανώς αλλάζοντας μία μεταβλητή πλέον δεν έχουμε βέλτιστη υλοποίηση αυτής. (Γενικά δεν ζητείται η υλοποίηση της διορθωμένης μεταβλητής, αλλά ρωτήστε το και στην εξέταση).

Δυνατές περιπτώσεις (με αρνητικές συνέπειες) με υπόθεση δύο αχρησιμοποίητων καταστάσεων έστω  $O$  &  $P$ .

- Αν από το  $O \rightarrow O$  ή από  $P \rightarrow P$ . Είναι προφανές το πρόβλημα στην περίπτωση αυτή.
- Αν  $O \rightarrow P \rightarrow O$  ή  $P \rightarrow O \rightarrow P$ .

*Προσοχή μπορεί να έχουμε  $O \rightarrow P \rightarrow$  χρησιμοποιήσιμη κατάσταση (κατά αντιστοιχία  $P \rightarrow O \rightarrow$  χρησιμοποιήσιμη κατάσταση) σε τέτοιες περιπτώσεις ΔΕΝ έχουμε πρόβλημα αφού εντέλει μεταπηδά από μόνο του το σύστημα σε χρησιμοποιήσιμη κατάσταση.*

*Σε κάθε περίπτωση δεν έχουμε πρόβλημα όταν  $O \rightarrow$  χρησιμοποιήσιμη κατάσταση και  $P \rightarrow$  χρησιμοποιήσιμη κατάσταση.*

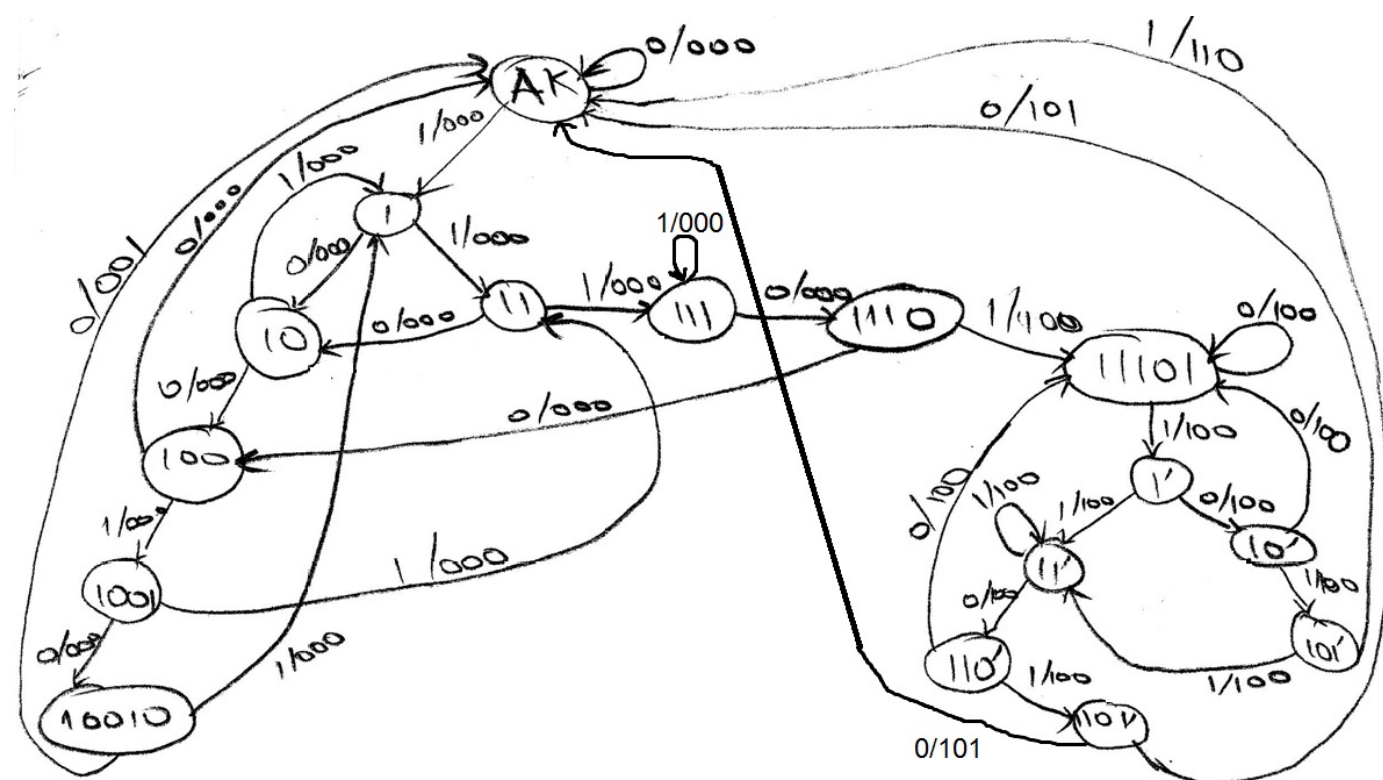
***ΠΑΝΤΑ (αν) έχουμε πρόβλημα ατερμονα βρόχου συμβαίνει όταν το σύστημα εκκινεί από αχρησιμοποίητη κατάσταση. Καθώς το σύστημα έχει σχεδιαστεί με τέτοιο τρόπο που από χρησιμοποιήσιμη κατάσταση ανεξάρτητα εισόδου μεταπηδάμε πάντα σε χρησιμοποιήσιμη κατάσταση.***

## *Κατασκευή Διαγράμματος Καταστάσεων*

Εδώ τα πράγματα είναι απλά. Συνήθως ζητάει από ΑΚ να πηγαίνει είτε σε ένα Α είτε σε ένα Β και αν βρεθεί σε κάποια από αυτές τις καταστάσεις να «μένει εκεί» μέχρι να αναγνωριστεί μία ακολουθία και να επιστρέψει στο ΑΚ. Καθαρά μηχανικά κωδικοποιούμε την λύση σε κανόνες.

1. Αρχίζουμε με τον κορμό δηλαδή σχεδιάζουμε το ΔΚ (διάγραμμα καταστάσεων) με τις κατάλληλες εισόδους προκειμένου να καταλήξουμε στην (ή στις) κατάσταση (καταστάσεις) που ζητάει (δηλαδή τα Α και Β). Έτσι έχουμε φτιάξει την ραχοκοκκαλιά του ΔΚ.
2. Αν σε ένα από τα Α ή Β ζητείται αν βρεθεί σε κάποια από αυτές τις καταστάσεις να «μένει εκεί» μέχρι να αναγνωριστεί μία ακολουθία τότε συνεχίζουμε για αυτό μέχρι να επιστρέψει στο ΑΚ.
3. Συμπληρώνουμε για κάθε κατάσταση την εναλλακτική είσοδο (*προσοχή με εναλλακτική είσοδο μπορεί να αλλάζει πορεία, δηλαδή ενώ «πήγαινε» στην Α με εναλλακτική πορεία να μεταβαίνει σε πορεία προς την Β, ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΗ ΠΡΟΣΟΧΗ σε κλάδους όπου έχουμε ήδη αναγνωρίσει κάποια κατάσταση και θέλουμε και κάποια άλλη τότε δεν αλλάζουμε κλάδους βλ. Παραδείγματα φοροουμ*)
4. Τέλος τσεκάρουμε τις σωστές εξόδους που πρέπει να βγαίνουν για κάθε είσοδο και επίσης θα πρέπει κάθε κατάσταση να έχει 2 βελάκια προς κάποια άλλη.

Για αυτό το θέμα απαιτείται κάποια υποτυπώδη εξάσκηση με παλιά θέματα.



Μία γραμμή δεδομένων δέχεται σειριακά δεδομένα σε μορφή 1 bit, συγχρονισμένα με ένα ρολόι CP. Κατασκευάστε το διάγραμμα καταστάσεων του κυκλώματος που πρέπει να επιτελεί τα εξής

Α. Να εκκινεί από αρχική κατάσταση ΑΚ

Β. Μόλις αναγνωρίσει την ακολουθία 1000010 να δίνει έξοδο 10 και να επιστρέφει στην ΑΚ.

Γ. Αντιστοίχως, όταν εκκινεί από την ΑΚ, μόλις αναγνωρίσει την ακολουθία 01011 να δίνει έξοδο 01 και να αγνοεί οποιαδήποτε άλλη ακολουθία μέχρι να αναγνωρίσει την 110 οπότε θα δίνει έξοδο 11 και θα επιστρέφει στη ΑΚ, ή μέχρι να αναγνωρίσει την 0110 οπότε θα δίνει έξοδο πάλι 11 και να επιστρέφει στην ΑΚ.

Δ. Σε όλες τις άλλες περιπτώσεις πρέπει να δίνει έξοδο 00

