Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχ. και Μηχανικών Υπολογιστών
Εργαστήριο Υπολογιστικών Συστημάτων

Παρουσίαση 2ης Άσκησης:

Παραλληλοποίηση και βελτιστοποίηση αλγορίθμων σε αρχιτεκτονικές κοινής μνήμης

Ακ. Έτος 2025-2026

Συστήματα Παράλληλης Επεξεργασίας

9ο Εξάμηνο

National Technical University of Athens
CSLab

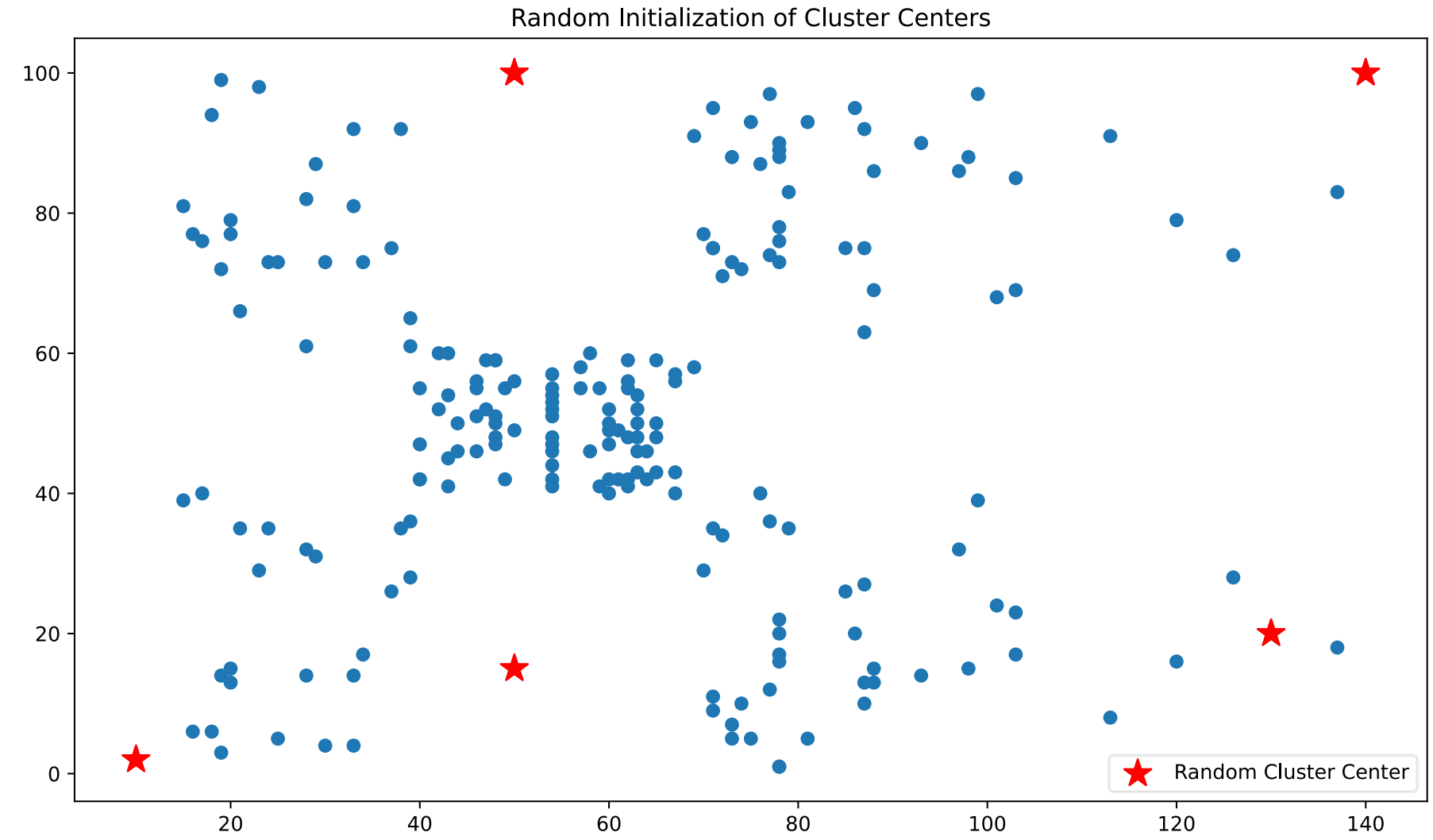
Αλγόριθμος k-means

- Διαχωρισμός N αντικειμένων σε k μη επικαλυπτόμενες ομάδες (συστάδες - clusters)

```
until convergence (or fixed loops)
   for each object
      find nearest cluster
   for each cluster
      calculate new cluster center coordinates
```

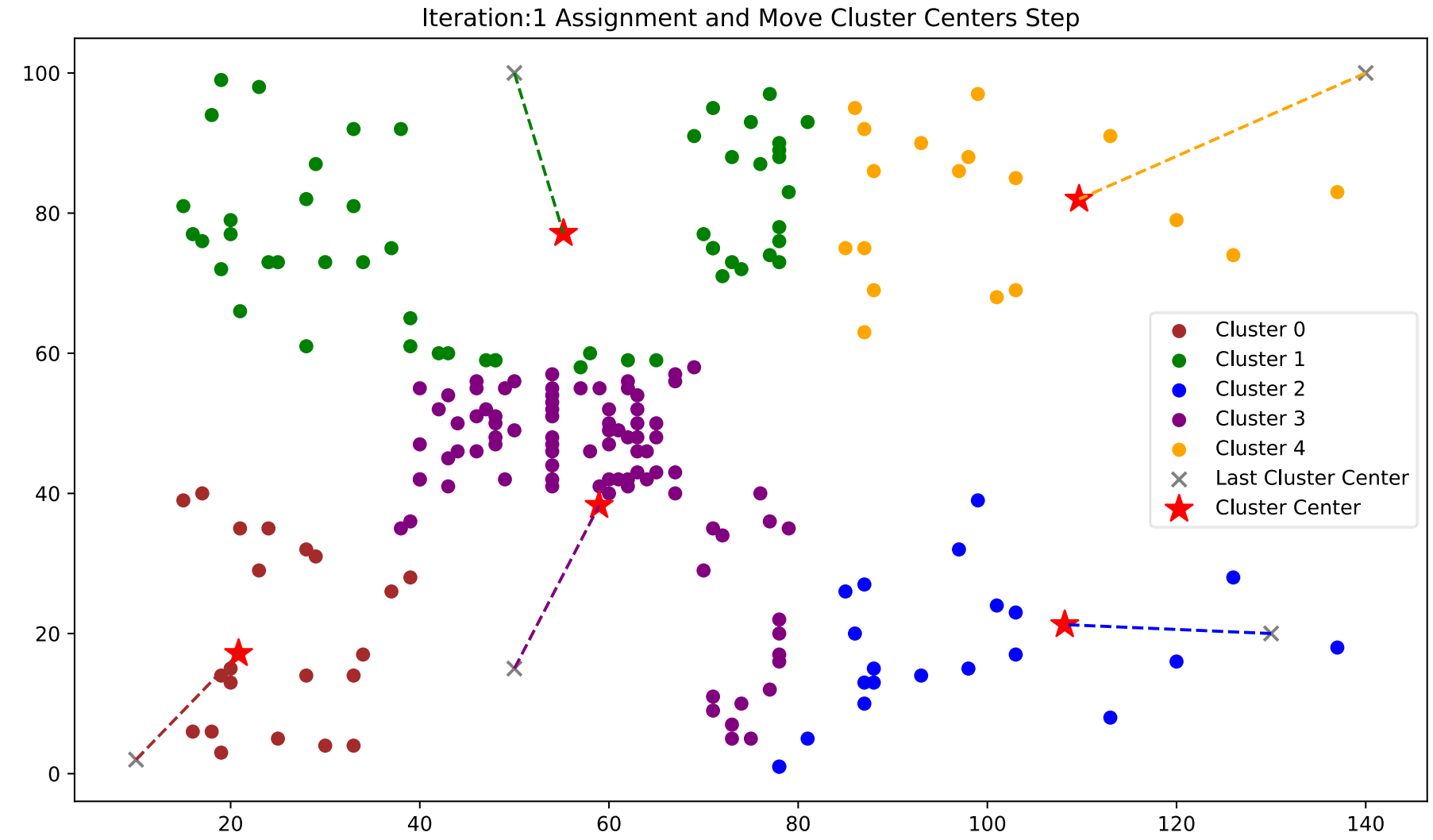
- Σε κάθε επανάληψη υπολογίζει για κάθε αντικείμενο το κοντινότερο κέντρο των k διαθέσιμων clusters (είτε αλλάζει, είτε παραμένει το ίδιο με την προηγούμενη επανάληψη).
- Αφού όλα τα αντικείμενα εξεταστούν, ενημερώνονται οι συντεταγμένες των clusters με βάση τις αλλαγές που έχουν προκύψει από την εξέταση των αντικειμένων.
- Τερματισμός σύμφωνα με κριτήριο σύγκλισης
  - Αλλαγές στα κοντινότερα clusters μόνο για μικρό ποσοστό των αντικειμένων (πχ 0.1%)
  - Μέγιστο πλήθος επαναλήψεων

Αλγόριθμος k-means



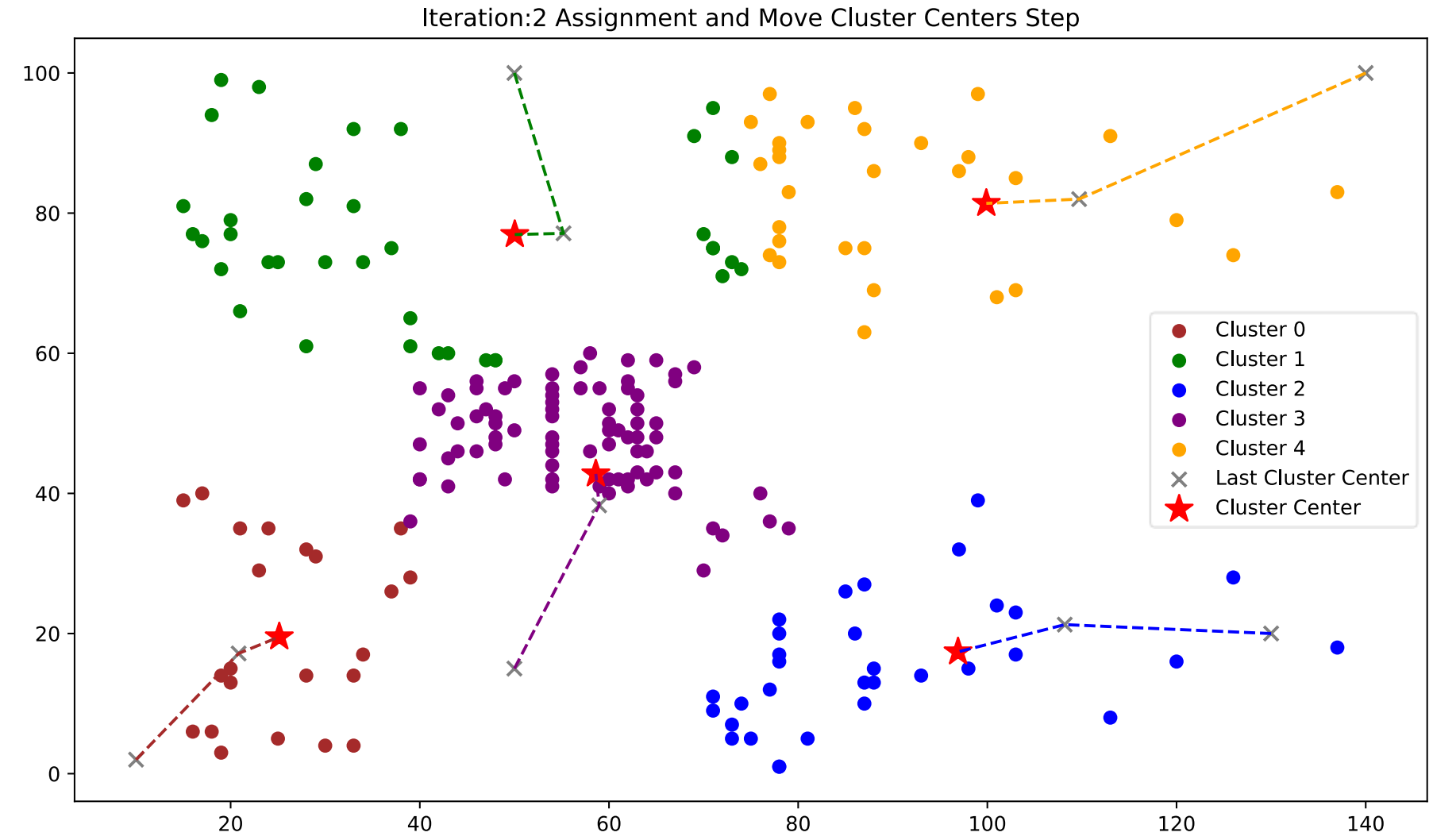
(Source : https://www.kaggle.com/code/satishgunjal/tutorial-k-means-clustering)

Αλγόριθμος k-means



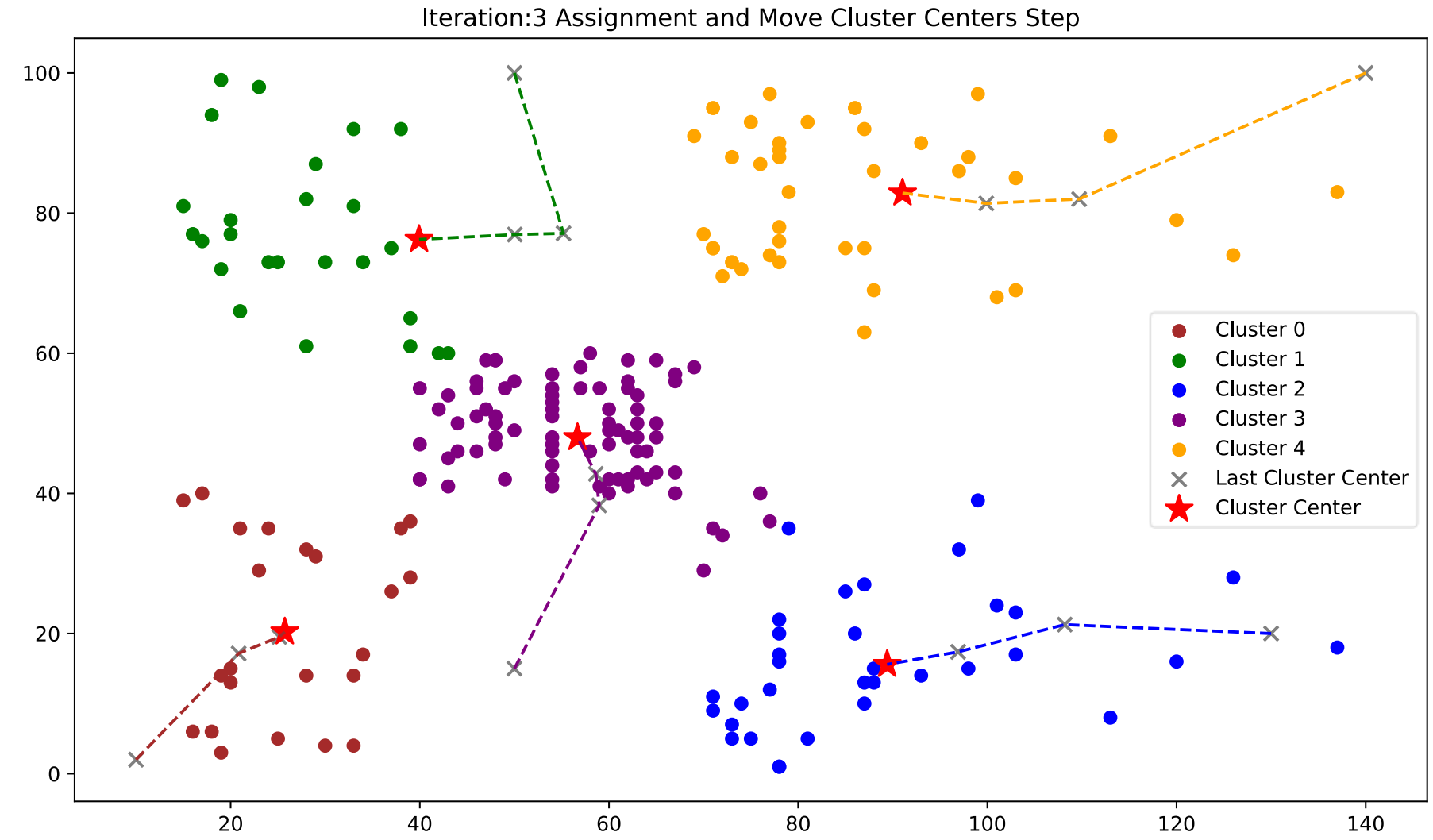
(Source : https://www.kaggle.com/code/satishgunjal/tutorial-k-means-clustering)

Αλγόριθμος k-means



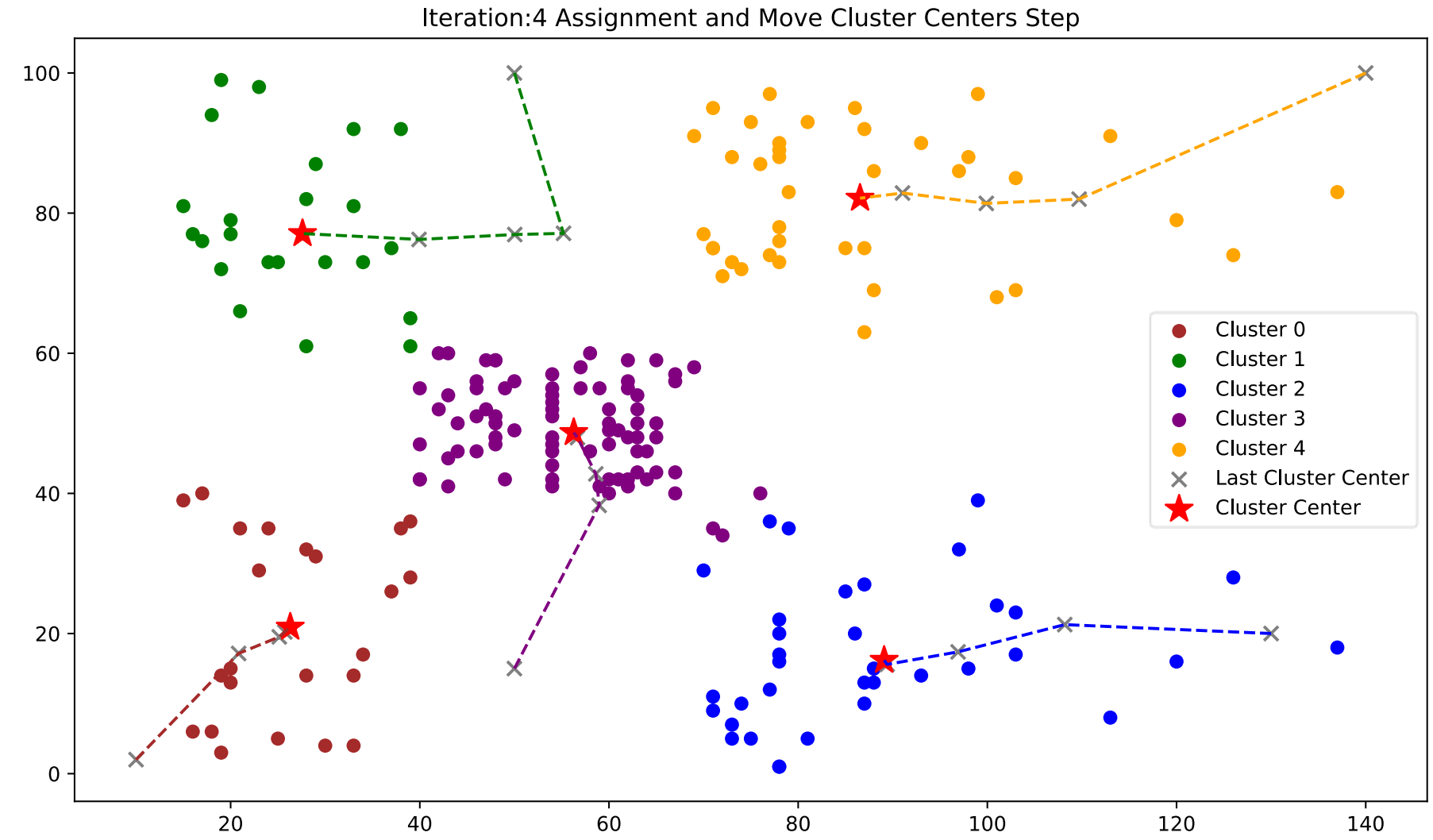
(Source : https://www.kaggle.com/code/satishgunjal/tutorial-k-means-clustering)

Αλγόριθμος k-means



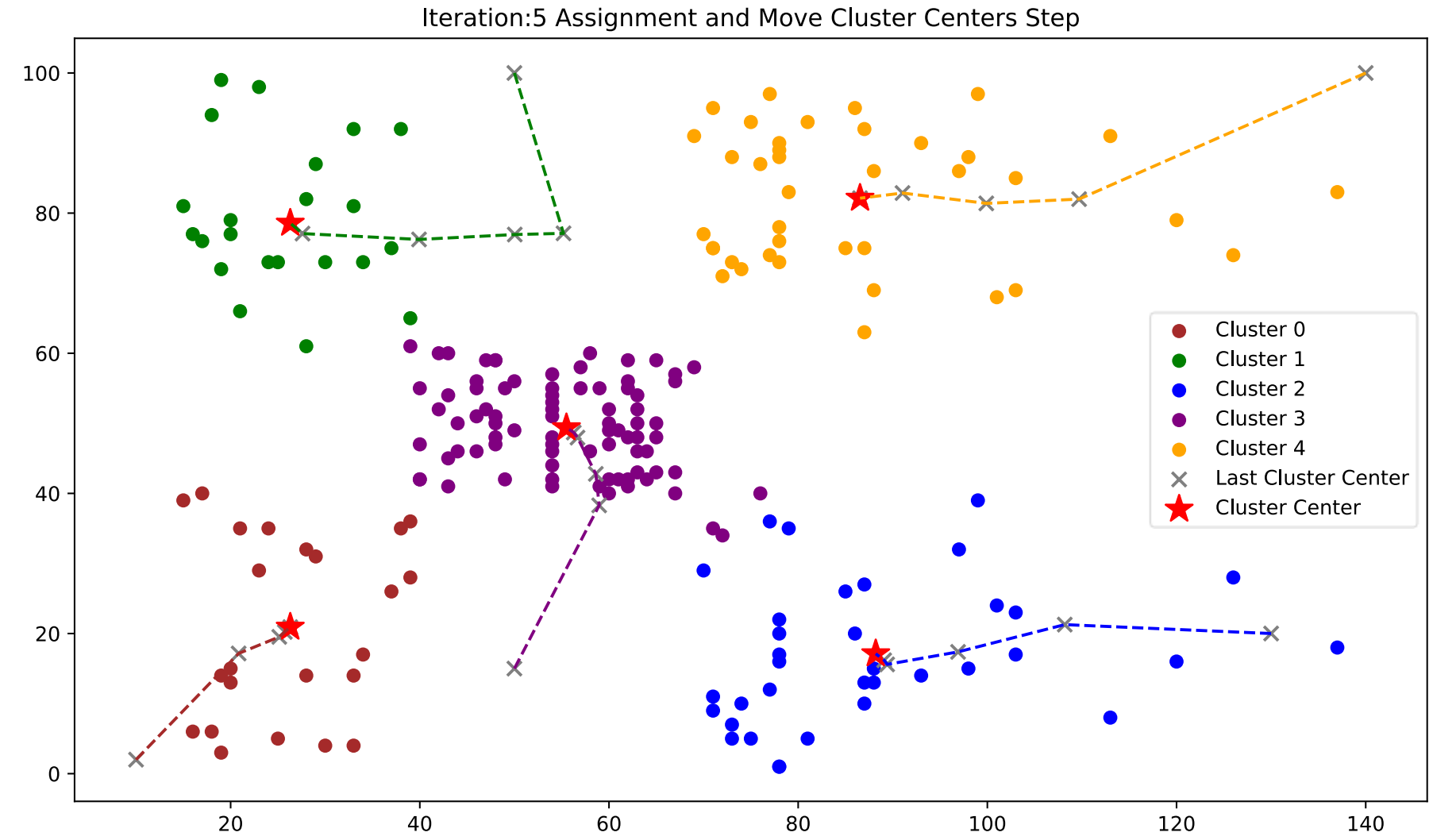
(Source : https://www.kaggle.com/code/satishgunjal/tutorial-k-means-clustering)

Αλγόριθμος k-means



(Source : https://www.kaggle.com/code/satishgunjal/tutorial-k-means-clustering)

Αλγόριθμος k-means



(Source : https://www.kaggle.com/code/satishgunjal/tutorial-k-means-clustering)

Αλγόριθμος k-means -1- shared clusters

```
while(!convergence) {
    for (i=0; i<N; i++) {
        index = find_nearest_cluster(object[i])
        ...
        // update new cluster centers. protect update on
        // shared "newClusterSize" & "newClusters" arrays
        newClusterSize[index]++;
        for (j=0; j<numCoords; j++)
            newClusters[index][j] += objects[i][j];
    }


    // average sum and calculate new cluster centers
    for (k=0; k<numClusters; k++)
        for (j=0; j<numCoords; j++)
          Clusters[i][j] = newClusters[i][j] / newClusterSize[i];

}
```

- Τι μπορεί να παραλληλοποιηθεί?
- Μοιραζόμενες μεταβλητές `newClusters` και `newClusterSize`
  - Πώς θα εξασφαλίσουμε ορθότητα δεδομένων?

Αλγόριθμος k-means -2- copied clusters

```
while(!convergence) {
    for (i=0; i<N; i++) {
        index = find_nearest_cluster(object[i])
        ...
        // update new cluster centers.
        // *** replace global arrays with local (per-thread) ***
        newClusterSize[index]++;
        for (j=0; j<numCoords; j++)
            newClusters[index][j] += objects[i][j];
    }


    // average sum and calculate new cluster centers
    for (k=0; k<numClusters; k++)
        for (j=0; j<numCoords; j++)
          Clusters[i][j] = newClusters[i][j] / newClusterSize[i];

}
```

- Ελαχιστοποίηση προσβάσεων σε μοιραζόμενα δεδομένα
- Δημιουργία τοπικών δομών για κάθε νήμα
- Μετά την εξέταση όλων των αντικειμένων, reduction από τοπικές στην κεντρική δομή
  - Από ένα νήμα

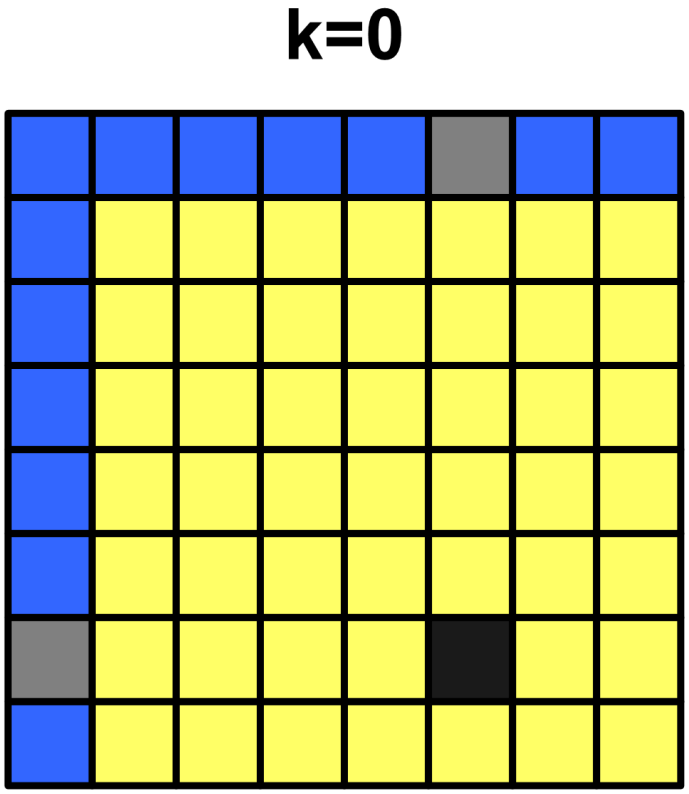
Αλγόριθμος Floyd-Warshall (FW)

- Εύρεση **ελάχιστου μονοπατιού** ανάμεσα σε οποιοδήποτε ζεύγος κόμβων ενός κατευθυνόμενου γράφου (τα βάρη των ακμών μπορούν να είναι και αρνητικά).

```
for (k=0; k<N; k++)
    for (i=0; i<N; i++)
        for (j=0; j<N; j++)
            A[i][j] = min(A[i][j], A[i][k]+A[k][j]);
```

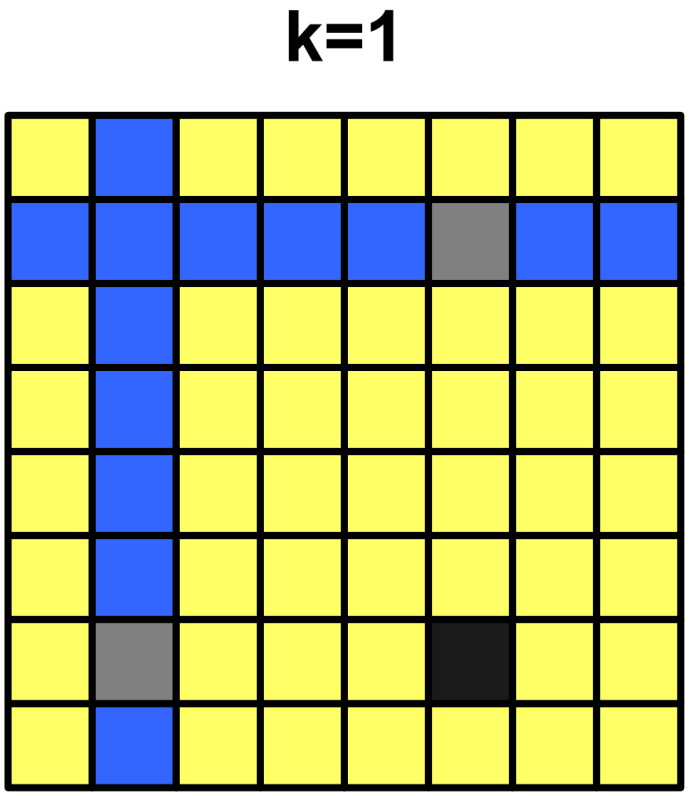
- Για κάθε χρονικό βήμα ***k*** υπολογίζει για κάθε ζεύγος κόμβων ***i-j*** αν υπάρχει συντομότερο μονοπάτι από τον i προς τον j περνώντας από το κόμβο k
- N: αριθμός κόμβων του γράφου
- A: πίνακας διπλανών κορυφών (αν ***i***, ***j*** δεν συνδέονται τότε A[i][j] = ∞ αρχικά)
- Πολυπλοκότητα: $\Theta(n^3)$

Παράδειγμα: γράφος 8 κόμβων



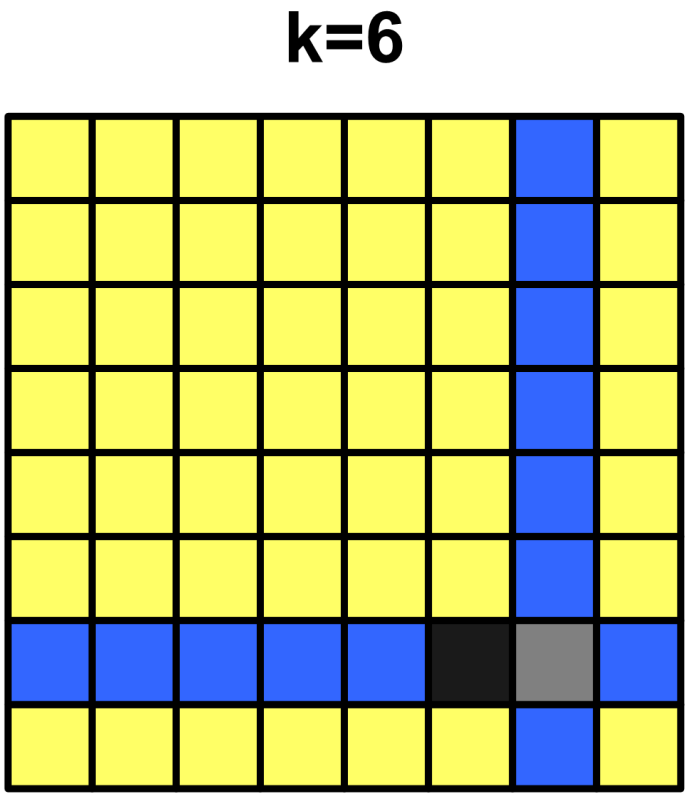

```
A[i][j] = min(A[i][j], A[i][0] + A[0][j])
```

Παράδειγμα: γράφος 8 κόμβων




```
A[i][j] = min(A[i][j], A[i][1] + A[1][j])
```

Παράδειγμα: γράφος 8 κόμβων

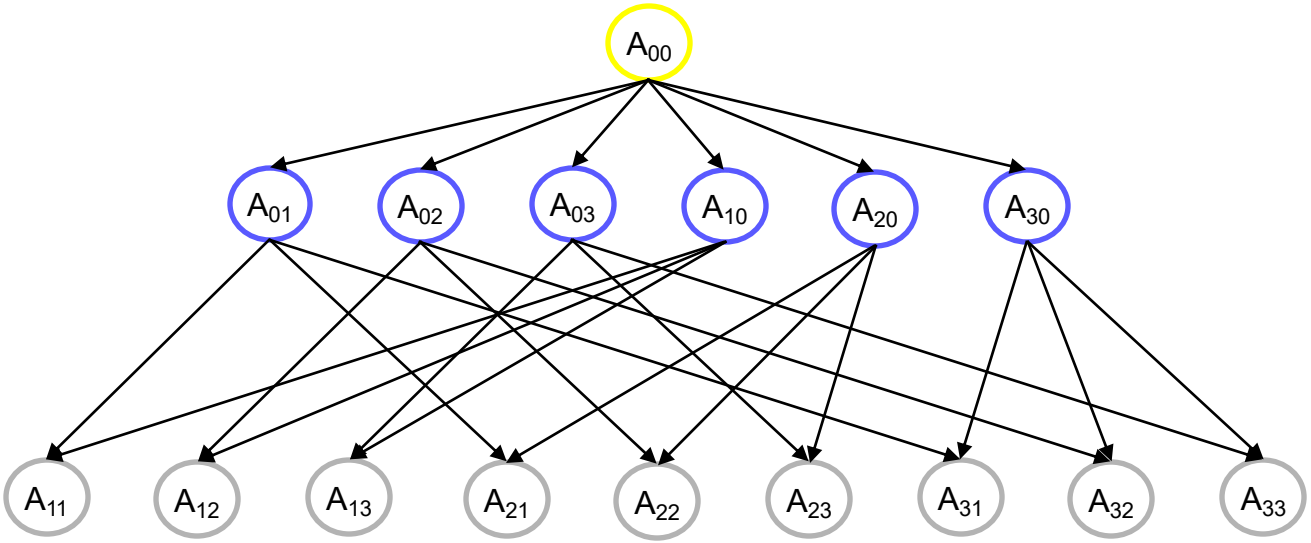



```
A[i][j] = min(A[i][j], A[i][6] + A[6][j])
```

FW Task graph

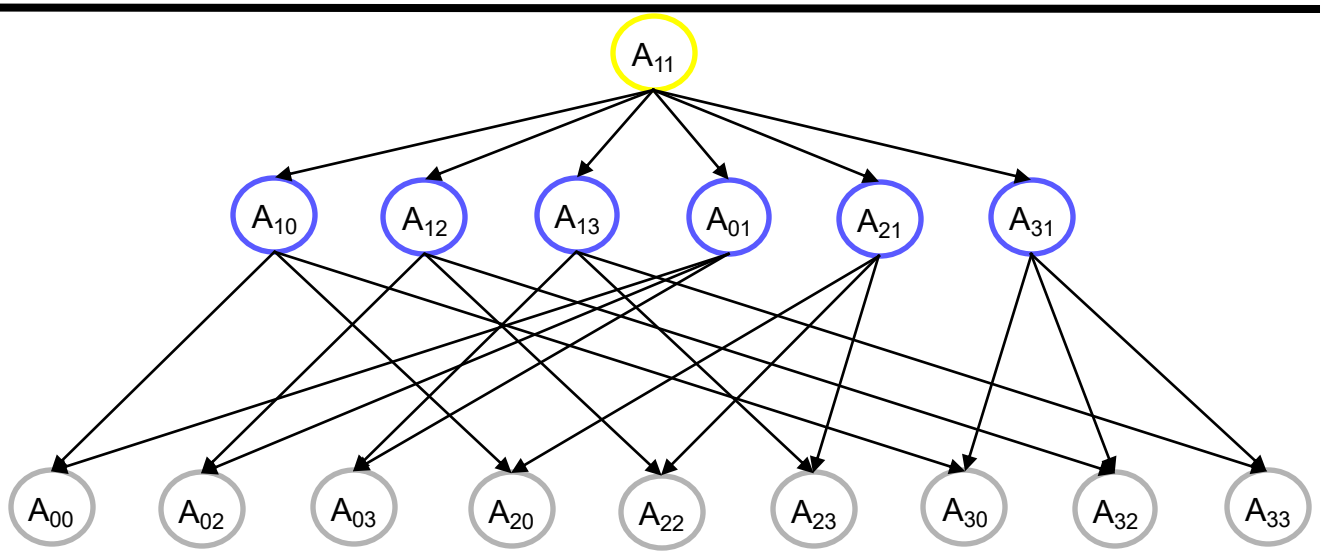
k=0

A_{00}	A_{01}	A_{02}	A_{03}
A_{10}	A_{11}	A_{12}	A_{13}
A_{20}	A_{21}	A_{22}	A_{23}
A_{30}	A_{31}	A_{32}	A_{33}



k=1

A_{00}	A_{01}	A_{02}	A_{03}
A_{10}	A_{11}	A_{12}	A_{13}
A_{20}	A_{21}	A_{22}	A_{23}
A_{30}	A_{31}	A_{32}	A_{33}



Σειριακή και παράλληλη εκτέλεση

- Για μεγάλα N (ο A δεν χωράει στην cache), ο FW είναι memory bound:
  - Ο πίνακας A πρέπει να μεταφέρεται από την κύρια μνήμη σε κάθε επανάληψη k
  - Οι πράξεις που γίνονται είναι πολύ απλές (σύγκριση / πρόσθεση) σε ακέραιους ή πραγματικούς απλής ακρίβειας
- Παράλληλη εκτέλεση:
  - Τα loops i, j είναι παράλληλα
  - Ο αλγόριθμος δεν κλιμακώνει καλά σε αρχιτεκτονικές κοινής μνήμης

Εναλλακτικές υλοποιήσεις: recursive

- J.-S. Park, M. Penner, and V. K. Prasanna, **"Optimizing Graph Algorithms for Improved Cache Performance,"** *IEEE TRANSACTIONS ON PARALLEL AND DISTRIBUTED SYSTEMS, VOL. 15, NO. 9, SEPTEMBER 2004.*

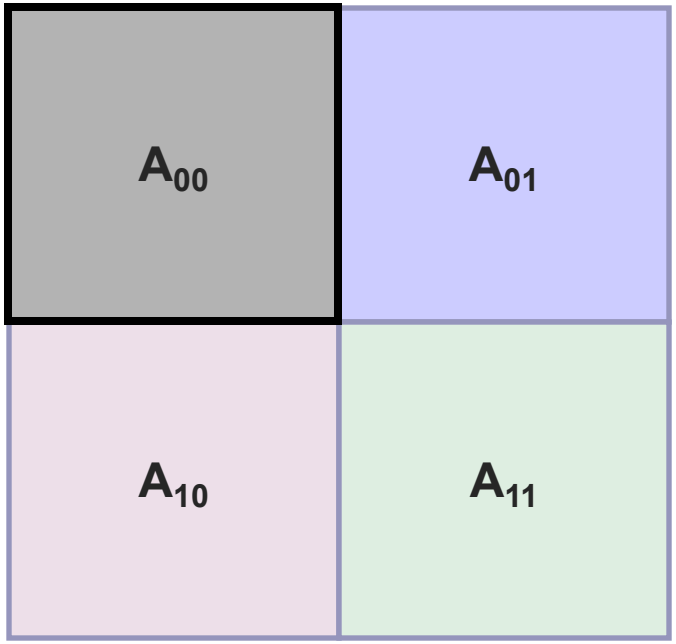
```
FWR (A, B, C)
  if (base case)
    FWI (A, B, C)
  else
    FWR (A00, B00, C00);
    FWR (A01, B00, C01);
    FWR (A10, B10, C00);
    FWR (A11, B10, C01);
    FWR (A11, B10, C01);
    FWR (A10, B10, C00);
    FWR (A01, B00, C01);
    FWR (A00, B00, C00);
```

```
FWI (A, B, C)
   for (k=0; k<N; k++)
      for (i=0; i<N; i++)
         for (j=0; j<N; j++)
            A[i][j] = min(A[i][j], B[i][k]+C[k][j]);
```

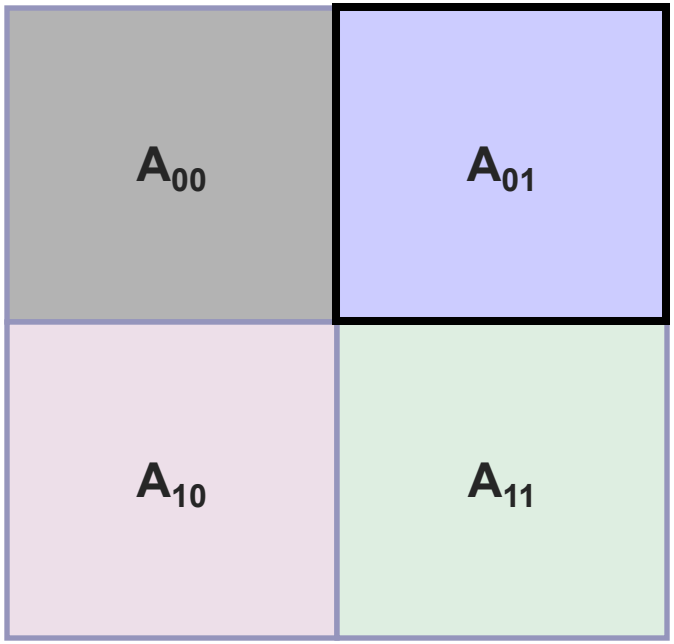
- Καλείται ως: FWR(A, A, A);

Εναλλακτικές υλοποιήσεις: recursive

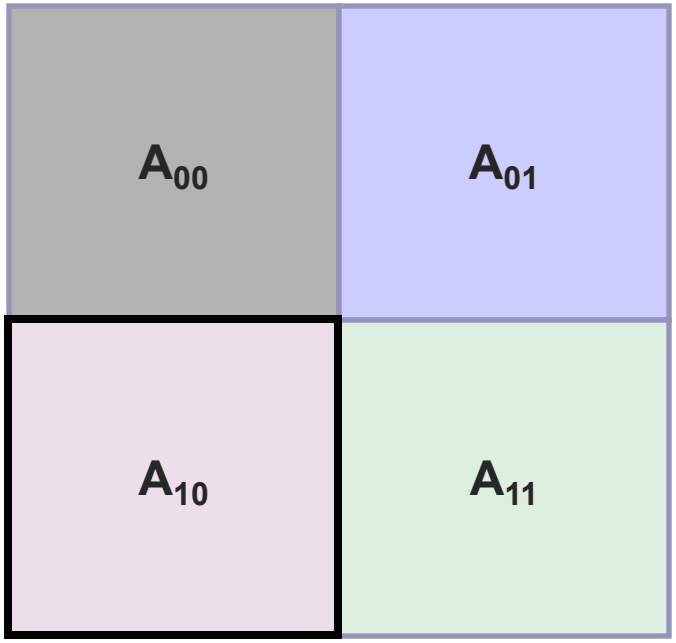
Εναλλακτικές υλοποιήσεις: recursive



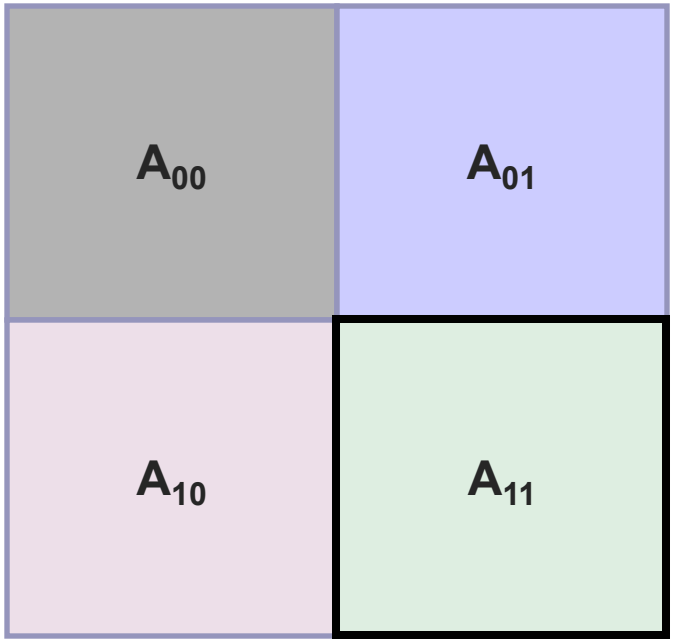
Εναλλακτικές υλοποιήσεις: recursive



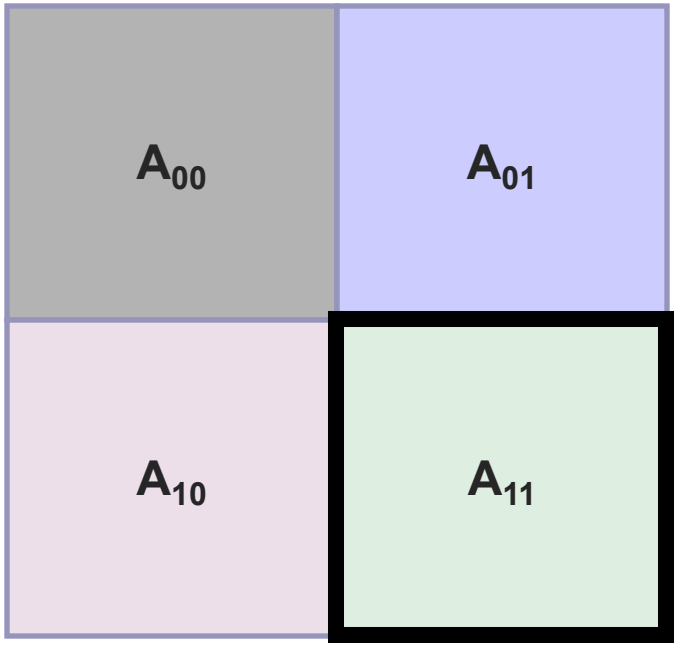
Εναλλακτικές υλοποιήσεις: recursive



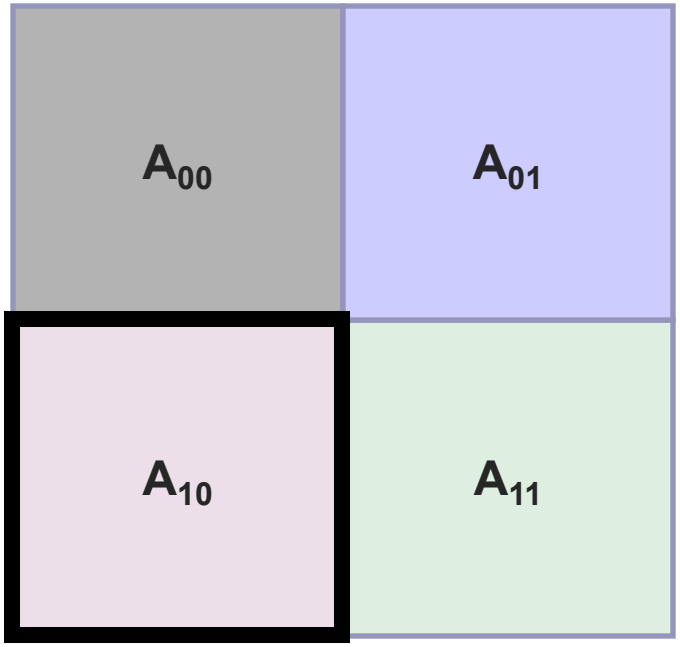
Εναλλακτικές υλοποιήσεις: recursive



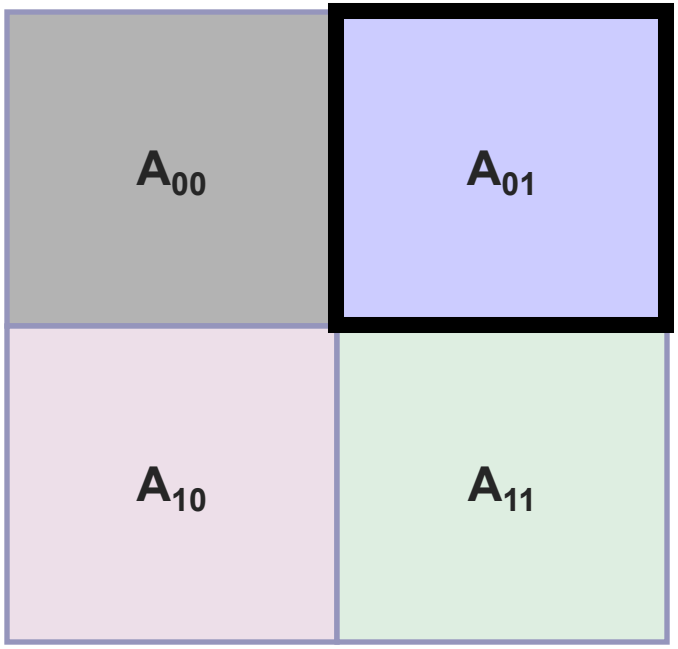
Εναλλακτικές υλοποιήσεις: recursive



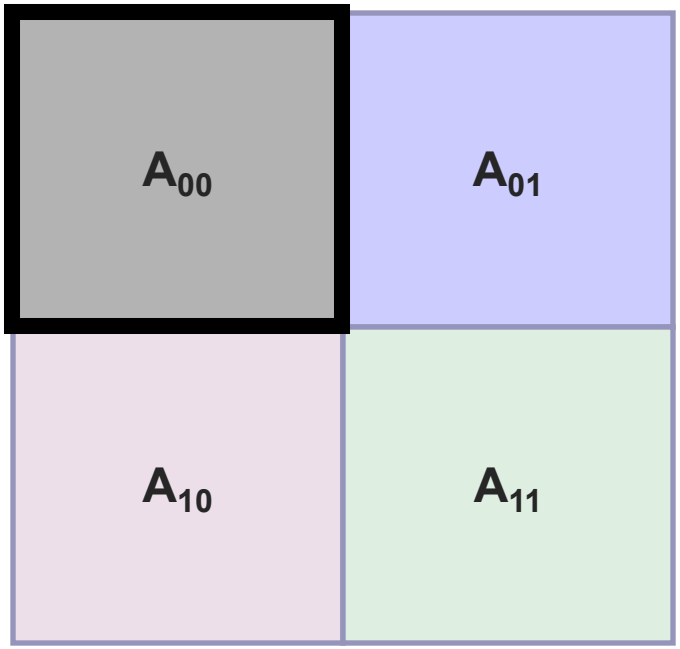
Εναλλακτικές υλοποιήσεις: recursive



Εναλλακτικές υλοποιήσεις: recursive



Εναλλακτικές υλοποιήσεις: recursive



Εναλλακτικές υλοποιήσεις: recursive

```
FWR (A, B, C)
  if (base case)
    FWI (A, B, C)

  else
```

```
FWR(A00, B00, C00);
```
1

```
FWR(A01, B00, C01);
FWR(A10, B10, C00);
```
2

```
FWR(A11, B10, C01);
```
3

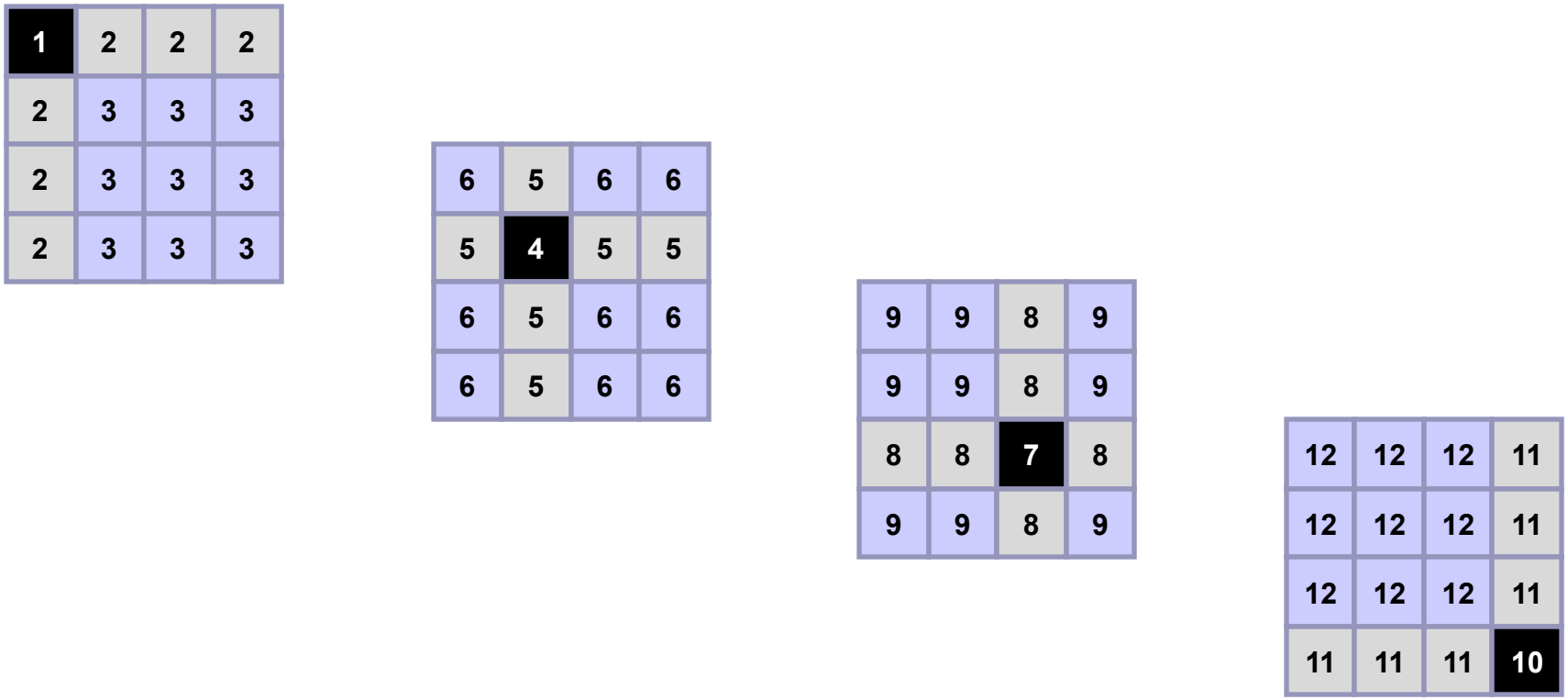
```
FWR(A11, B10, C01);
```
4

```
FWR(A10, B10, C00);
FWR(A01, B00, C01);
```
5

```
FWR(A00, B00, C00);
```
6

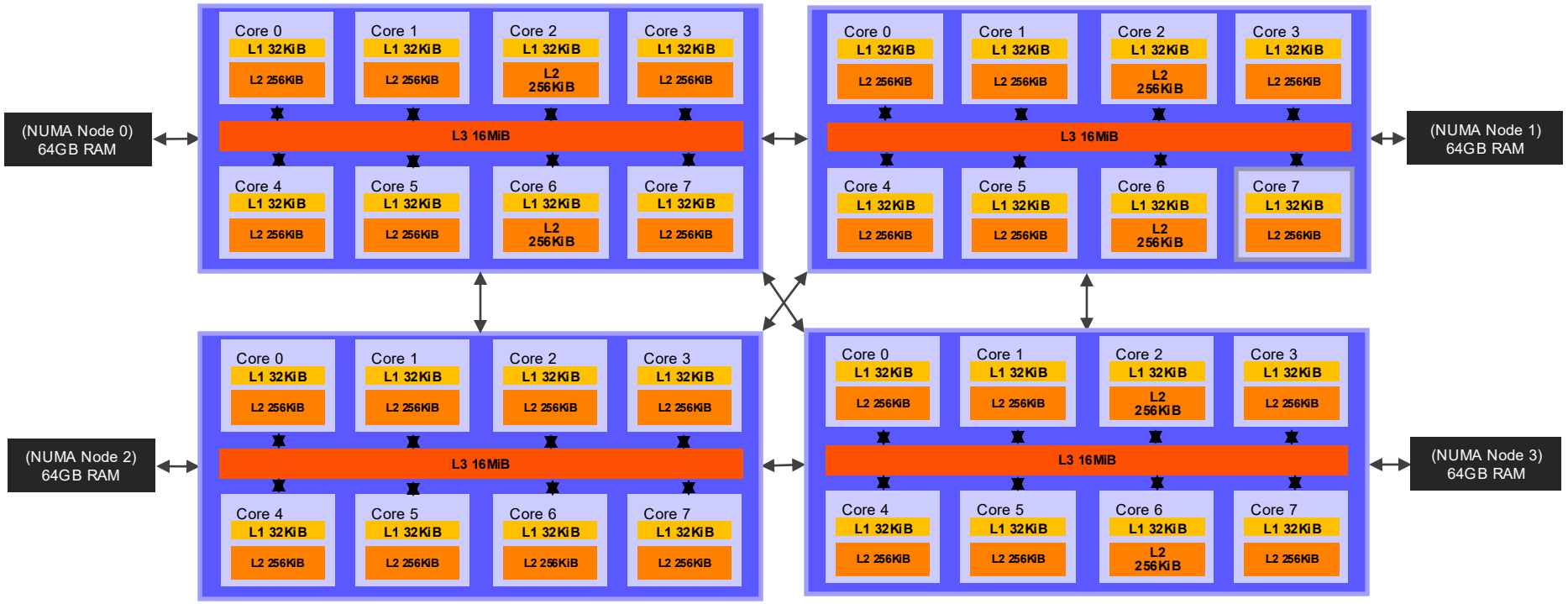
Παραλληλία

Εναλλακτικές υλοποιήσεις: tiled



Περιβάλλον εκτέλεσης

- *sandman*: 4 x Intel Xeon E5-4620 (Sandy Bridge)
  - Συνολικά 32 πυρήνες (και 64 threads)



Οδηγίες

- Για χρήση του sandman:
  - $ qsub –q serial –l nodes=sandman:ppn=64 <script>
- **ΠΡΟΣΟΧΗ**: Χρησιμοποιείτε τα μηχανήματα της ουράς **parlab** για ανάπτυξη προγραμμάτων/έλεγχο ορθής λειτουργίας/εκσφαλμάτωση
- Μπορείτε να χρησιμοποιείτε τα μηχανήματα της ουράς parlab για την ανάπτυξη του παράλληλου κώδικα
- Θα βρείτε τον κώδικα της άσκησης στον scirouter στο path:

/home/parallel/pps/2025-2026/a2/